



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому  
комплексу С.А. Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

### Б1.Б.1.01 ФИЛОСОФИЯ

Специальность

**21.05.02 Прикладная геология**

Специализация № 4

**Прикладная геохимия, минералогия, петрология**

форма обучения: **очная**

год набора: 2019

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

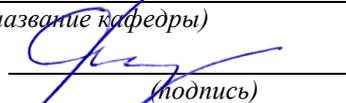
Одобрена на заседании кафедры

Рассмотрена методической комиссией

Философии и культурологии

(название кафедры)

Зав. кафедрой



Беляев В.П.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 17.04.2019

(Дата)

Факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель



Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 19.04.2019

(Дата)

Екатеринбург  
2019

## СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
	Заключение	20
	Список использованных источников	21

## ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

**Самостоятельная работа студента (СРС)** - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

**Самостоятельная работа студента** - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столами.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблеме;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельной работе, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

## 1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужно записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тестов по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

## 2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

### ***Письменный опрос***

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избежать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

### ***Устный опрос***

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии<sup>1</sup>.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii\\_dlya\\_studentov\\_21.pdf](http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf)

<sup>2</sup> Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: [http://priab.ru/images/metod\\_agro/Metod\\_Inostran\\_yazyk\\_35.03.04\\_Agro\\_15.01.2016.pdf](http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf)

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем времени на подготовку к устному опросу зависит от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

### 3. Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

*Доклад должен соответствовать следующим требованиям:*

- тема доклада должна быть согласована с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны соответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

#### ***Общая структура доклада***

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

#### ***Вступление.***

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

**Основная часть.**

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

**Заключение.**

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

<i>Критерии оценки доклада, сообщения</i>	<i>Количество баллов</i>
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

#### 4. Методические рекомендации по написанию эссе

*Эссе* - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

##### *Структура эссе*

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);
2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершенно необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

#### ***Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе***

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

*Тезис* - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

#### ***Требования к фактическим данным и другим источникам***

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедиться в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

### **Как подготовить и написать эссе?**

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

*Планирование* - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

*Цель* должна определять действия.

*Идеи*, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

*Аналогии* - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

*Ассоциации* - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

*Предположения* - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

*Рассуждения* - формулировка и доказательство мнений.

*Аргументация* - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

*Суждение* - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

*Доводы* - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники*. Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

*Качество текста* складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

*Мысль* - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

*Внятность* - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

*Грамотность* отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

*Корректность* — это стиль написанного. Стиль определяется жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

## 5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогов обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

## 6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия*, где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

*Дискуссия* (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

*Дискуссия* обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

*Дискуссия- диалог* чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

*Дискуссия - спор* используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,
- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;
- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;
- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;
- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

**Подготовка студентов к дискуссии:** если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

**В проведении дискуссии** выделяется несколько этапов.

**Этап 1-й, введение в дискуссию:** формулирование проблемы и целей дискуссии; определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

**Этап 2-й, обсуждение проблемы:** обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

**Этап 3-й, подведение итогов обсуждения:** выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

## **7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов**

*Экзамен* - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы (проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неувоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадет на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала, кратко записав это на листе бумаги, создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неусттомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или в учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

- 1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;
- 2) добросовестное выполнение заданий;
- 3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;
- 4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;
- 5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;
- 6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;
- 7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html>
2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml>
3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебно-методическому  
комплексу \_\_\_\_\_ С.А.Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЕ СТУДЕНТОВ**

**Б1.Б.1.02 ИСТОРИЯ**

Направление подготовки  
**21.05.02 Прикладная геология**

Специальность  
**Специализация №4 «Прикладная геохимия, минералогия, петрология»**

форма обучения: очная

Одобрена на заседании кафедры

Управления персоналом  
*(название кафедры)*  
Зав.кафедрой \_\_\_\_\_  
*(подпись)*  
Ветошкина Т.А.  
\_\_\_\_\_  
*(Фамилия И.О.)*  
Протокол № 8 от 17.04.2019  
\_\_\_\_\_  
*(Дата)*

Рассмотрена методической комиссией  
факультета

Геологии и геофизики  
*(название факультета)*  
Председатель \_\_\_\_\_  
*(подпись)*  
Бондарев В.И.  
\_\_\_\_\_  
*(Фамилия И.О.)*  
Протокол № 7 19.04.2019  
\_\_\_\_\_  
*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	4
2 Методические указания по подготовке к опросу	8
3 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	9
4 Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	10
5 Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	11
Заключение	14
Список использованных источников	15

## ВВЕДЕНИЕ

**Самостоятельная работа студентов** может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

## **1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий**

**Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций.** Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации<sup>1</sup>. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентов с текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированным заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

---

<sup>1</sup> Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html/>

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированными заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированными заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.

2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.

3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированному заданию и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.

4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.

5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированным заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один-два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

**Дискуссия** занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

**Метод «мозговой атаки»** или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в

качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

**Презентация**, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода *case-study*. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избежать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющих в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим метода

## **2. Методические указания по подготовке к опросу**

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

### ***Письменный опрос***

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

### ***Устный опрос***

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии<sup>2</sup>.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).

---

<sup>2</sup>Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii\\_dlya\\_studentov\\_21.pdf](http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf)

5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)<sup>3</sup>.

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

### **3. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям**

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помочь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать

---

<sup>3</sup>Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]:  
[http://priab.ru/images/metod\\_agro/Metod\\_Inostran\\_yazyk\\_35.03.04\\_Agro\\_15.01.2016.pdf](http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf)

авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;
- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

#### **4. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям**

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной

дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

## **5. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов**

*Экзамен* - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения

воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы (проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неувоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадет на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неустрашающий физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или в учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;

- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

- 1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;
- 2) добросовестное выполнение заданий;
- 3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;
- 4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;
- 5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;
- 6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;
- 7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.
2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально-ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html>
3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml>
4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.
5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii\\_dlya\\_studentov\\_21.pdf](http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методическому комплексу  
С.А. Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

### Б1.Б.1.02 ИСТОРИЯ

Специальность  
*21.05.02 Прикладная геология*

Специализация № 4  
*Прикладная геохимия, минералогия, петрология*

Одобрена на заседании кафедры

Управления персоналом

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_  
(название кафедры) *Ветош*  
(подпись)  
Ветошкина Т.А.  
(Фамилия И.О.)  
Протокол № 8 от 17.04.2019  
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

факультета геологии и геофизики

Председатель \_\_\_\_\_  
(название факультета) *Бондарев*  
(подпись)  
д.г.м.н., проф. Бондарев В.И.  
(Фамилия И.О.)  
Протокол № 8 от 19.04.2019  
(Дата)

Екатеринбург  
2019

ОДОБРЕНО  
Методической комиссией  
Института мировой экономики  
и бизнеса  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 201 г.  
Председатель комиссии  
д.э.наук, доцент Мочалова Л.А.

Е.В. Андреева,  
С.М. Абрамов

## ИСТОРИЯ

Учебно-методическое пособие  
по дисциплине «История»  
для студентов направления бакалавриата  
очного и заочного обучения  
по специальности «управление персоналом»

Издание УГГУ

Екатеринбург, 2015

Рецензент: Беляев В.П., начальник Управления международной деятельности, канд. филос. наук, доцент кафедры философии и культурологии УГГУ

Методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры управления персоналом « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2015 г. (протокол №) и рекомендовано для издания в УГГУ

Андреева Е.В, Абрамов С.М.

ИСТОРИЯ: методическое пособие по дисциплине «История России» для студентов направления бакалавриата очного и заочного обучения по специальности «управление персоналом» / Е.В. Андреева, С.М. Абрамов. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2015. – с.

Учебно-методическое пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов по дисциплине «История России». Оно включает в себя развернутую программу курса, планы семинарских занятий, темы контрольных работ, варианты тестов и кейс-заданий для проверки знаний студентов, методические рекомендации по написанию реферата, вопросы для самоподготовки и подготовки к экзамену, информационно-методическое обеспечение дисциплины.

Андреева Е.В.,  
Абрамов С.М.  
.Уральский государственный  
горный университет, 2015

## **I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛИНЫ**

1. **Учебно-методический комплекс дисциплины «История»** составлен в соответствии с требованиями **Федерального государственного образовательного стандарта** (далее – ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее – СПО) высшего профессионального образования к освоению основных образовательных программ

### **2. Требования к уровню подготовки студентов**

Для успешного освоения дисциплины студенты должны обладать следующими *общекультурными* компетенциями:

✓ способностью владеть культурой мышления, целостной системой научных знаний об окружающем мире, ориентироваться в ценностях бытия, жизни, культуры (ОК-1);

✓ готовностью использовать базовые положения гуманитарных наук при решении социальных и профессиональных задач (ОК-2);

✓ способностью к анализу социально значимых процессов и явлений, к ответственному участию в общественно-политической жизни (ОК-5);

✓ готовностью к восприятию культуры и обычаев других стран и народов, с терпимостью относиться к национальным, расовым, конфессиональным различиям, способностью к межкультурным коммуникациям (ОК-7).

### **3. Требования к результатам освоения дисциплины**

В ходе изучения дисциплины студенты осваивают следующие *общекультурные* компетенции:

- обладают знанием базовых ценностей мировой культуры и готовы опираться на них в своем личном и общекультурном развитии (ОК-2);
- обладают способностью понимать и анализировать мировоззренческие, социально и личностно значимые философские проблемы (ОК-3);
- умеют анализировать и оценивать исторические события и процессы в их динамике и взаимосвязи (ОК-4);
- обладают способностью к социальному взаимодействию на основе принятых моральных и правовых норм, социальных стандартов; демонстрировать уважение к людям, толерантность к другой культуре, готовность к поддержанию партнерских отношений (ОК-8).

***В результате освоения компетенций студенты:***

***знают***

- основные факты, явления, процессы, понятия, теории, гипотезы, характеризующие целостность исторического процесса;

- периодизацию отечественной истории (основные закономерности и этапы исторического развития общества);

- особенности процессов социально-экономического, административно-политического и духовного развития Российского государства;

- современные версии и трактовки важнейших проблем отечественной и всемирной истории;

- историческую обусловленность формирования и эволюции общественных институтов, систем социального взаимодействия, норм и мотивов человеческого поведения;
- взаимосвязь и особенности истории России и мира; всемирной, региональной, национальной и локальной истории;
- методы исторического анализа (теоретические основы в области источниковедения и историографии для объективной оценки достижений выдающихся деятелей отечественной и всеобщей истории);
- роль России в мировом сообществе;

***умеют***

- пользоваться источниками информации (проводить комплексный поиск исторической информации в источниках разного типа; критически анализировать источник исторической информации (характеризовать авторство источника, время, обстоятельства и цели его создания);
- анализировать историческую информацию, представленную в разных знаковых системах (текст, карта, таблица, схема, аудиовизуальный ряд);
- различать в исторической информации факты и мнения, описания и объяснения, гипотезы и теории;
- устанавливать причинно-следственные связи между явлениями, пространственные и временные рамки изучаемых исторических процессов и явлений;
- систематизировать разнообразную историческую информацию на основе своих представлений об общих закономерностях всемирно-исторического процесса;
- формировать собственный алгоритм решения историко-познавательных задач, включая формулирование проблемы и целей своей работы, определение адекватных историческому предмету способов и методов решения задачи, прогнозирование ожидаемого результата и сопоставление его с собственными историческими знаниями;
- участвовать в групповой исследовательской работе, определять ключевые моменты дискуссии, формулировать собственную позицию по обсуждаемым вопросам, использовать для ее аргументации исторические сведения, учитывать различные мнения и интегрировать идеи, организовывать работу группы;
- представлять результаты индивидуальной и групповой историко-познавательной деятельности в формах конспекта, реферата, исторического сочинения, резюме, рецензии, исследовательского проекта, публичной презентации;

***владеют***

- методами сбора, обработки и анализа информации (могут использовать при поиске и систематизации исторической информации методы электронной обработки, отображения информации в различных знаковых системах (текст, карта, таблица, схема, аудиовизуальный ряд) и перевода информации из одной знаковой системы в другую);

- навыками исторического анализа при критическом восприятии получаемой извне социальной информации;
- собственной позицией по отношению к явлениям современной жизни, исходя из их исторической обусловленности;
- навыками участия в дискуссиях по историческим проблемам, могут формулировать собственную позицию по обсуждаемым вопросам, используя для аргументации исторические сведения;
- нормами взаимодействия и сотрудничества; толерантностью, социальной мобильностью, осознают себя как представителей исторически сложившегося гражданского, этнокультурного, конфессионального сообщества, граждан России.

### **3. Технологии обучения**

В преподавании используются методы активного обучения (работа в малых группах, тестирование), IT-технологии (лекции-визуализации), а также проблемное обучение (лекции-дискуссии).

### **5. Учебные материалы и методические разработки**

Для реализации методов активного обучения используются: аналитические задания, сценарии дискуссий, тестовые задания, презентации.

### **6. Контрольно-измерительные материалы**

В качестве оценочных средств используются: рефераты, доклады, презентации; тесты (открытые, закрытые, на сопоставление), контрольные работы.

**Рекомендуемое количество часов на освоение программы учебной дисциплины:**

- максимальной учебной нагрузки обучающегося 164 часа, в том числе:
- обязательной аудиторной нагрузки обучающегося 114 часов;
- самостоятельной работы обучающегося 50 часов.

## **II. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТРУДОЕМКОСТИ**

### **ПО МОДУЛЯМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДАМ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ**

**Учебно-тематический план занятий студентов очной формы обучения 080400 «Управление персоналом»**

*Таблица 1:*

№ п/п	Учебный модуль дисциплины	Всего часов (акад.)	Аудиторная работа (в акад. час.)		Самостоятельная работа (в акад. часах)
			Лекции	Семинары	
1.	Введение в курс «История России»	6	1	1	4
2.	История России с древнейших времен по XIX в.	24	7	3	14
3.	История России в начале XX в.	21	8	3	10
4.	История России во второй половине XX в.	21	8	3	10
<b>ИТОГО:</b>		72	24	10	38

**Учебно-тематический план занятий студентов  
заочной формы обучения**

Таблица 2:

№ п/п	Учебный модуль дисциплины	Всего часов (акад.)	Аудиторная работа (в акад. час.)		Самостоятельная работа (в акад. часах)
			Лекции	Семинары	
1.	Введение	5	1	-	4
2.	История России с древнейших времен по XIX в.	25	2	1	22
3.	История России в начале XX в.	20	1	1	18
4.	История России во второй половине XX в.	22	2	2	18
<b>ИТОГО:</b>		72	6	4	62

### III. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Модуль, тема дисциплины	Содержание тем в дидактических единицах
<b>Модуль 1. Введение в курс «История»</b>		
1.	Тема 1.1. Объект, предмет, основные понятия и методы исследования истории	История как комплекс наук, ее основные разделы. <b>Сущность, формы, функции исторического знания.</b> Концепции исторического процесса: цивилизационный, модернизационный, формационный, либеральный пути развития. <b>Понятие и классификация исторического источника. Методы и источники изучения истории.</b> Вспомогательные исторические дисциплины. <b>Отечественная историография в прошлом и настоящем: общее и особенное. Методология и теория исторической науки. История России – неотъемлемая часть всемирной истории.</b> Факторы своеобразия российской истории: природно-климатический, геополитический, этно-конфессиональный, социокультурный.
<b>Модуль 2. История России с древнейших времен по XIX в.</b>		
2.	Тема 2.1. Славянский этногенез. Образование государства у восточных славян	Праславянские племена и индоевропейцы. Аркаим. Древние народы на территории нашей страны. <b>Античное наследие в эпоху Великого переселения народов. Проблема этногенеза восточных славян.</b> Миграционные и автохтонная теории происхождения славян. Влияние античности на славянскую общность. Венеды, анты, склавины. Складывание славяно-русского этноса. Предпосылки создания Древнерусского государства. <b>Основные этапы становления государственности.</b> Варяги и Рюрик. Норманнская и антинорманнская теории. Проблема происхождения названия «Русь». Признаки государственности в среднем Поднепровье и в северном регионе в середине IX в. Объединение Киева и Новгорода под властью Олега. <b>Особенности социального строя Древней Руси. Византийско-древнерусские связи. Древняя Русь и кочевники.</b>
3.	Тема 2.2. Киевская Русь	<b>Этнокультурные и социально-политические процессы становления русской государственности.</b>

		<p>Первое древнерусское государство – Киевская Русь. Внутренняя политика первых киевских князей. Русь и Хазарский каганат. Формирование системы государственного управления. Полоудье. Княгиня Ольга. Святослав и его походы. Владимир I. <b>Причины и последствия христианизации Руси. Распространение ислама.</b> Борьба за власть сыновей Владимира Святославича. Ярослав Мудрый. Любечский съезд князей. Владимир Мономах. Социальная структура Древнерусского государства. «Русская Правда». Проблема феодализма и феодальных отношений применительно к Киевской Руси. <b>Эволюция восточнославянской государственности в XI-XII вв.</b> Культура Киевской Руси.</p>
4.	Тема 2.3. Русь в эпоху феодальной раздробленности	<p><b>Социально-политические изменения в русских землях в XIII-XV вв.</b> Предпосылки распада Киевской Руси и начала феодальной раздробленности. Основные феодальные центры. Новгородская боярская республика: географическое положение, хозяйство, государственное устройство. Владимиро-Суздальская Русь: географическое положение, хозяйство, причины формирования неограниченной власти владимирских князей. Юрий Долгорукий, Андрей Боголюбский, Всеволод Большое Гнездо. Галицко-Волынская земля: географическое положение, экономическое развитие, особенности политической жизни. Роман Мстиславич, Даниил Романович. Киевская земля в период феодальной раздробленности. Культура русских земель в период XII – начала XIII вв. Последствия раздробленности.</p>
5.	Тема 2.4. Борьба русских земель с внешними вторжениями в XIII в.	<p>Монголо-татарское нашествие. Держава Чингисхана. Завоевательные походы монголов. Битва на р. Калке. Нашествие Батые на Русь. Проблемы сущности и характера «монголо-татарского ига». <b>Золотая Орда и русские княжества: проблемы взаимовлияния.</b> Последствия монголо-татарского нашествия. <b>Россия и средневековые государства Европы и Азии.</b> Борьба с агрессией немецких и шведских феодалов. Причины вторжения на Русь немецких рыцарей. Оборона северо-западных рубежей русских земель. Невская битва. Александр Невский как военачальник и государственный деятель. Ледовое побоище. Последствия борьбы с немецкой и шведской агрессией.</p>
6.	Тема 2.5. Складывание Московского государства в XIV - XVI в.	<p>Экономическое, социальное и политическое развитие русских земель на рубеже XIII – XIV вв. <b>Специфика формирования единого российского государства.</b> Обособление Северо-Восточной Руси. Предпосылки объединения русских земель. Выделение трех центров формирования возможной государственности: Московского, Тверского и Великого княжества Литовского. <b>Причины и условия возвышения Москвы.</b> Иван Калита и его сыновья. Дмитрий</p>

		<p>Иванович Донской. Куликовская битва и ее историческое значение (1380 г.). Роль церкви в борьбе с монголо-татарским игом. Сергей Радонежский. Рост национального самосознания. Феодалная война в Московском княжестве. Завершение объединения русских земель (XV – нач. XVI в.). Правление Ивана III. Свержение монголо-татарского ига. Стояние на р. Угре (1480 г.). Присоединение Ярославля, Твери, Новгорода и других территорий к Московскому государству. Социальные процессы в Московском государстве. Начало оформления крепостного права. Формирование идеологии самодержавия «Москва – третий Рим». Государство и церковь в конце XV – нач. XVI в. Дискуссии между иосифлянами и нестяжателями. Иван IV, его оценки в исторической литературе. Социальная и политическая борьба в XVI в. Начало деятельности Земских соборов. Период внутренних преобразований в эпоху Избранной рады. Внешнеполитическая деятельность Ивана IV. Присоединение Казани и Астрахани. Ливонская война. Начало присоединения Сибири. Утверждение идеи неограниченной власти в общественном сознании. Опричнина. Дискуссии в исторической науке о причинах и сущности опричнины. Итоги деятельности Ивана Грозного. Царь Федор Иоаннович и его правление. Борис Годунов и его деятельность. Итоги развития Русского государства в XVI в.</p>
7.	Тема 2.6. Русское государство в XVII в.	<p>Смута. Власть и общество в смутное время. Крестьянское выступление И. Болотникова. Самозванчество: Лжедмитрий I и Лжедмитрий II. Царь Василий Шуйский. Польская и шведская интервенция. Формирование народных ополчений. Д.Пожарский и К.Минин. Земский собор 1613 г. и начало династии Романовых. Последствия Смутного времени: экономические и социальные процессы в русском государстве. Вотчинное хозяйство, развитие мелкотоварного производства и появление мануфактур. Политика государства в сфере экономики. <b>Эволюция форм собственности на землю. Структура феодального землевладения. Формирование сословной системы организации общества. Крепостное право в России.</b> Земский собор 1649 г., его значение. <b>Складывание русского абсолютизма, его особенности.</b> Реформы Алексея Михайловича и Федора Алексеевича. Государство и церковь. Патриарх Никон. Церковный раскол. Соляной и медный бунты. Крестьянская война под руководством С. Разина. Внешняя политика Московского государства в XVII в. Тенденции культурного развития в XVII в.</p>
8.	Тема 2.7. Россия в XVIII в.	<p>Предпосылки преобразований первой четверти XVIII в. Северная война 1700-1721 гг. <b>Реформы Петра I.</b> Эпоха «дворцовых переворотов»: политические и социально-</p>

		экономические процессы. Екатерина I и Меншиков. Петр II. Анна Иоанновна. «Бироновщина». Елизавета Петровна. Петр III. Манифест о вольности дворянства. <b>Век Екатерины II.</b> Крестьянская война под руководством Е. Пугачева. 1773-1775 гг. Жалованная грамота дворянству и Жалованная грамота городам. Результаты деятельности Екатерины II. Русско – турецкие войны. Павел I: особенности внутривластного курса. Причины его свержения. <b>Дискуссии о генезисе самодержавия.</b>
9.	Тема 2.8. Россия в перв. пол. XIX в.	Россия в первой четверти XIX в. <b>Особенности и основные этапы экономического развития России.</b> Александр I. Особенности либеральных реформ. Проекты М.М. Сперанского. Отечественная война 1812 г.: причины, ход событий, последствия. Заграничные походы русских войск. Декабристы: «Южное» и «Северное» общества. Проекты конституционных преобразований Н.М.Муравьева и П.И.Пестеля. Исторические последствия движения декабристов. Эпоха Николая I. Противоречивость внутренней политики. Консервативная модернизация. Укрепление полицейско-бюрократического аппарата. Начало промышленного переворота. <b>Общественная мысль и особенности общественного движения России XIX в.</b> Крымская война.
10.	Тема 2.9. Россия во втор. пол. XIX в.	Александр II. Подготовка крестьянской реформы. Сущность и последствия отмены крепостного права. Земская, судебная, городская, военная реформы и реформы в сфере просвещения и печати. Последствия преобразований. Идеино-политическая борьба в пореформенной России. «Земля и воля». Народовольцы. Убийство Александра II. Александр III и «эпоха контрреформ». Экономическое и социальное развитие в пореформенной России. <b>Становление индустриального общества в России: общее и особенное.</b> Появление марксизма в России: Г.В.Плеханов, В.И.Ленин. <b>Реформы и реформаторы в России.</b> Русская культура XIX в. и ее вклад в мировую культуру.
<b>Модуль 3. История России в начале XX в.</b>		
11.	Тема 3.1. Россия в начале XX в.	<b>Роль XX столетия в мировой истории. Глобализация общественных процессов. Проблема экономического роста и модернизации. Революции и реформы. Столкновение тенденций интернационализма и национализма, интеграции и сепаратизма, демократии и авторитаризма.</b> <b>Россия в начале XX в. Объективная потребность в индустриальной модернизации России.</b> Экономическое и социальное развитие страны. Николай II. Деятельность С.Ю.Витте. <b>Политические партии России: генезис, классификация, программы, тактика.</b> Внешняя политика страны в начале XX в.

		<p>Русско-японская война. Первая русская революция: причины, ход событий, последствия. Манифест 17 октября. Создание либеральных партий. Политические партии России: генезис, классификация, программы, тактика. Деятельность П.А.Столыпина. Аграрная реформа. Деятельность Государственной Думы. <b>Российские реформы в контексте общемирового развития в начале века.</b></p> <p>Международные противоречия в начале XX в. Причины Первой мировой войны. <b>Россия в условиях мировой войны и общенационального кризиса.</b> Февральская революция 1917 г. Борьба за выбор путей развития страны в марте – октябре 1917 г. Апрельский, июньский, июльский кризисы Временного правительства. Корниловский мятеж. Большевизация Советов. Октябрьская революция: дискуссии о причинах, характере и последствиях. Судьба Учредительного собрания. <b>Гражданская война и интервенция, их результаты и последствия. Российская эмиграция.</b> Начало складывания советской государственности.</p>
12.	Тема 3.2. Советское государство в 1920 – 1930-е гг.	<p>Советское государство после окончания Гражданской войны: <b>социально-экономическое развитие страны в 1920-е гг. Новая экономическая политика. Образование СССР.</b> «Политическое завещание» В.И.Ленина и его судьба. Л.Д.Троцкий. И.В.Сталин. Хозяйственные, социальные и идеологические сдвиги в стране в 1920-е гг. Внутрипартийная борьба в 1920-е гг. Альтернативы развития страны. <b>Формирование однопартийного политического режима.</b> Сталинская модель модернизации страны - «Большой скачок» (1928-1939 гг.). <b>Социально-экономические преобразования в 1930-е гг.</b> Индустриализация страны. Первые пятилетки. Коллективизация сельского хозяйства. Административно-командные методы ее осуществления. <b>Культурная жизнь страны в 1920-е гг. Усиление режима личной власти И.В.Сталина. Курс на строительство социализма в одной стране и его последствия.</b> Складывание советского тоталитаризма. Репрессии. <b>Сопrotивление сталинизму. Внешняя политика Советской России и СССР в 1920-1930-е гг.</b></p>
13.	Тема 3.3. СССР в годы Второй мировой войны	<p><b>СССР накануне и в начальный период Второй мировой войны.</b> Советско-германский пакт о ненападении. Внешняя политика СССР в условиях начавшейся войны. <b>Великая Отечественная война (1941-1945 гг.).</b> Дискуссии о причинах и характере войны. Боевые действия в июне 1941 – осенью 1942 гг. Битва за Москву. Оборона Ленинграда. Коренной перелом в ходе войны. Сталинград. Курская битва. Советский тыл в годы войны. Государство и общество. Завершение Великой Отечественной войны. Боевые действия в 1944-1945 гг. Разгром Германии. Разгром Японии. Окончание Второй мировой войны. Итоги и</p>

		уроки войны.
<b>Модуль 4. История России во второй половине XX в.</b>		
14.	Тема 4.1. СССР в 1945-1964 гг.	<b>Социально-экономические последствия Великой Отечественной войны. Страна в послевоенный восстановительный период.</b> Начало «холодной войны». Смерть И.В.Сталина и борьба за власть в высшем партийно-государственном руководстве страны. Н.С.Хрущев. XX съезд КПСС, осуждение культа личности Сталина. Курс на построение коммунистического общества. Социально-экономическое развитие страны в конце 1950 - начале 1960-х гг. Противоречивость и непоследовательность политики Н.С.Хрущева. Духовное развитие советского общества. «Оттепель». <b>Внешняя политика в 1950-1960-х гг. Холодная война.</b>
15.	Тема 4.2. Советское общество в эпоху «застоя»	<b>Попытки осуществления политических и экономических реформ.</b> Поиски новых форм и методов управления. <b>НТР и ее влияние на ход общественного развития. СССР в 1960-80-е гг.: нарастание кризисных явлений.</b> Бюрократизация партийного и государственного аппарата. Л.И.Брежнев. Концепция «развитого социализма». Противоречивость духовной жизни общества. Диссидентское движение: А.Д.Сахаров, А.И.Солженицын. Приход к власти Ю.В.Андропова. «Мини-застой» К.У.Черненко. Внешняя политика в эпоху «разрядки» и начало новой конфронтации с Западом.
16.	Тема 4.3. СССР в сер. 1980-х – начале 1990-х гг.	<b>Советский Союз в 1985-1991 гг.</b> М.С.Горбачев: динамика политических взглядов и позиций. <b>«Перестройка»:</b> сущность и этапы. КПСС и реформы. Утверждение многопартийности. Политические партии и их лидеры. Размежевание общества на основе политических воззрений и идеалов. Обострение национальных противоречий. Духовная культура в новых условиях. «Новое политическое мышление». Кризис политики «перестройки». <b>Попытка государственного переворота 1991 г. и ее провал. Распад СССР. Беловежские соглашения.</b>
17.	Тема 4.4. Современная Россия	Начало радикальных социально-экономических преобразований. Б.Н.Ельцин. Либерализация цен и ее последствия. Приватизация государственной собственности. Рост социального расслоения в обществе. Поляризация политических сил. Противостояние законодательной и исполнительной власти в <b>октябре 1993 г.</b> Конституция РФ 1993 г. <b>Становление новой российской государственности (1993-1999 гг.).</b> Россия и субъекты Федерации. Война в Чечне. Россия и мировое сообщество. Экономический кризис 1998 г. Уход Б.Н.Ельцина. Президентские выборы 2000 г. В.В.Путин. <b>Россия на пути радикальной социально-экономической модернизации.</b>

		<b>Культура в современной России. Внешиполитическая деятельность в условиях новой геополитической ситуации.</b>
--	--	---

#### IV. СОДЕРЖАНИЕ СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

##### Задачи семинарских занятий:

В ходе работы на занятиях студенты научатся практически применять приобретенные теоретические знания:

- 1) вести дискуссии по проблемным вопросам курса;
- 2) осознавать взаимосвязь прошлых и настоящих событий;
- 3) критически относиться к различным аспектам развития общества;
- 4) вырабатывать и формулировать собственную точку зрения по той или иной проблеме;
- 5) видеть и оценивать значимость экономического, политического, социального и культурного окружения, в котором осуществляется образование или работа;
- 6) аргументировать свои ответы на поставленные вопросы;
- 7) оценивать и формировать социальные привычки, связанные со здоровьем, потреблением, сохранностью окружающей среды.

#### **Модуль 1. Введение в курс «История»**

##### ***Тема 1.1. История как наука и учебная дисциплина***

1. Место истории в системе наук. Специфика исторического знания.
2. Исторический источник.
3. Концепции (интерпретации) исторического процесса.
4. Всеобщая история и Отечественная история.
5. Историография отечественной истории.

##### ***Основные понятия:***

*История, этнос, менталитет, государство, цивилизация, формация, классы.*

##### ***Вопросы:***

1. *Что означает понятие «история»? Для чего необходимо знать историю?*
2. *Какими основными источниками пользуются в познании истории? Каких русских историков вы знаете? Как они трактуют значение истории, выделяют ее периодизацию?*
3. *Какова периодизация истории России? Какие этапы всемирной истории совпадают с хронологическими рамками истории России?*
4. *Назовите факторы и особенности российского исторического процесса. В чем причины чрезмерной роли государства в истории России?*

##### ***Результат:***

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ осознают место и роль России в мировом сообществе;
- ✓ узнают периодизацию истории России;
- ✓ получают представление об особенностях российского исторического процесса.

## *Литература*

### **Основная:**

1. Кириллов В.В. учеб. пособие для бакалавров / В.В. Кириллов. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2014. – 665 с. – Серия: Бакалавр. Базовый курс.
2. История России (IX – начало XXI вв.): учебник / С. Н. Полторак, А.Ю. Дворниченко, З.О. Джалиашвили и др.; под ред. А.Ю. Дворниченко, В.С. Измозика. – М.: Гардарики, 2005. – 479с. – С. 5-18.
3. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч.І.- Глава 2-3. – С. 6-24.
4. Семенникова Л.И. Россия в мировом сообществе цивилизаций: учебник для студентов вузов неисторических специальностей / Л.И. Семенникова. – изд. 9-е. - М.: КДУ, 2008. – С. 15-49.

### **Дополнительная:**

4. Зуев М.Н. История России: учебное пособие. - М.: Высшее образование, 2007. – 668с. – С. 3-9.
5. История России с древнейших времен до конца XVII в. Учебное пособие / Л.Н. Вдовина, Н.В. Козлова, Б.Н. Флоря; под ред. Л.В. Милова. – М.: Эксмо, 2007. – 768с. - Глава 1. – С. 12-37.
6. Личман Б.В. Многоконцептуальная история России. Пособие для абитуриентов. – Екатеринбург: Из-во «СВ-96», 2000.- С.4-20.
7. Платонов С.Ф. Полный курс лекций по русской истории. - Ростов н/Д: Феникс, 2005. – С. 4-52.

### **Текущий контроль знаний:**

#### **1.Познавательная функция истории заключается в ...**

- А) изучении и теоретическом обобщении исторических фактов и событий
- Б) формирование нравственных и гражданских ценностей
- В) формирование историзма мышления
- Г) укрепление обороноспособности государства

#### **2.Субъективистский подход к историческому процессу, отождествление истории России с историей самодержавия был характерен для ...**

- А) Н.М. Карамзина
- Б) В.О. Ключевского
- В) А.А. Корнилова
- Г) М.Н. Покровского

#### **3.Историческая наука в СССР основывалась на \_\_\_\_\_ подходе к истории**

- А) марксистском

- Б) эволюционном
- В) геологическом
- Г) субъективном

## **Модуль 2. История России с древнейших времен по XIX в.**

### **Тема 2.1. Восточные славяне и Киевская Русь**

1. Этногенез восточных славян.
2. Быт, общественный строй и верования восточных славян в древности.
3. Норманнская и антинорманнская теории происхождения Древнерусского государства.
4. Киевская Русь: особенности социального и политического развития.
5. Древнерусская культура.

#### **Основные понятия:**

*Этногенез, военная демократия, язычество, полюдь, варяги, вече, Боярская дума, «Русская Правда», вотчина, децентрализация, уделы, иго.*

#### **Вопросы:**

1. Каково происхождение восточных славян? На какой территории они проживали и каким был общественный строй восточных славян?
2. Каковы точки зрения современных ученых на проблему образования Древнерусского государства?
3. Каким был экономический и политический строй Древнерусского государства?
4. Какое значение имело принятие христианства для Киевской Руси и последующей истории России?
5. Как развивалась внутренняя и внешняя политика киевских князей в IX-XII вв.? Почему на Руси установилось монголо-татарское иго?

#### **Результат:**

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ узнают теории этногенеза и теории образования древнерусского государства;
- ✓ получают представление о культурном влиянии Византии на Русь;
- ✓ осознают последствия монголо-татарского нашествия на Русь.

#### **Литература**

##### **Основная:**

1. История России с древнейших времен и до наших дней: учебник / А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – Москва: Проспект, 2015. – 768 с.
2. История России: Учебно-методическое пособие к семинарским занятиям для студентов высших учебных заведений / Под ред. Г.Н. Сердюкова. Издание 2-е, испр. и доп. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2007. – 560с. – Тема 1. – С. 12-45.
3. История России с древнейших времен до наших дней /А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 768с. – Раздел I. – Глава 1-3, 5-7. - С. 3-61, 78-106.

4. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч.П.- Глава 1-2. – С. 26-66.
5. Семенникова Л.И. Россия в мировом сообществе цивилизаций: учебник для студентов вузов неисторических специальностей / Л.И. Семенникова. – изд. 9-е. - М.: КДУ, 2008. – 782с. – Тема 1. – С. 50-76.

***Дополнительная:***

6. История России с древнейших времен до конца XVII в. Учебное пособие / Л.Н. Вдовина, Н.В. Козлова, Б.Н. Флоря; под ред. Л.В. Милова. – М.: Эксмо, 2007. – 768с. – Глава 2. – С. 38-68.
7. Кульгин Э.С. Золотая Орда: проблемы генезиса Российского государства. - М., 2006.
8. Семин В.П. Русская история: проблемы и спорные вопросы: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2007. – С. 5-64.
9. Степанищев А.Т. История России IX-XVII веков: от российской государственности до Российской империи: учеб. пособие. – М.: КомКнига, 2007. – Глава I-IV. – С. 13-169.

***Текущий контроль знаний:***

- 1. Заключение династических браков стало основным средством внешней политики Киевской Руси в годы правления ...**
  - А) Ярослава Мудрого
  - Б) Владимира Крестителя
  - В) Владимира Мономаха
  - Г) Мстислава Великого
  
- 2. Памятником древнерусской литературы XII в., посвященным походу на половцев новгород-северского князя Игоря Святославича в 1185 году, является ...**
  - А) “Слово о полку Игореве”
  - Б) “Поучение Владимира Мономаха”
  - В) “Слово о погибели русской земли”
  - Г) “Сказание о Мамаевом побоище”
  
- 3. В 1223 г. первое сражение русских дружин с монголо-татарами произошло на реке ...**
  - А) Калке
  - Б) Дон
  - В) Угре
  - Г) Воже

***Тема 2.2. Образование русского централизованного государства***

1. Предпосылки образования Московского государства:
  - а) экономические;

- б) социальные;
  - в) политические;
  - г) причины возвышения Москвы.
2. Основные этапы централизации русских земель.
  3. Государство и церковь в XV – нач. XVI вв.

**Основные понятия:**

*Централизация, поместье, сословно-представительная монархия, Земский собор, «Москва – третий Рим», митрополит, крепостное право.*

**Вопросы:**

1. *Каковы были предпосылки и причины объединения русских земель? Почему борьба за объединение сопровождалась соперничеством между русскими княжествами?*
2. *Почему Москва стала центром объединения русских земель? Каков вклад Ивана Калиты в возвышение Москвы?*
3. *Какую роль сыграла Русская православная церковь в период ордынского ига и борьбы за единство русских земель? Почему сложился союз между церковью и московскими князьями?*
4. *В чем значение Куликовской битвы? Охарактеризуйте деятельность Дмитрия Донского. Почему объединение русских земель привело к разрушению традиций самоуправления?*

**Результат:**

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ осознают место Московского княжества и роль московских князей в процессе объединения земель;
- ✓ получают представление о взаимоотношениях Москвы, Твери, Новгорода, Литвы;
- ✓ узнают этапы объединения русских земель вокруг Москвы.

**Литература**

**Основная:**

1. История России с древнейших времен и до наших дней: учебник / А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – Москва: Проспект, 2015. – 768 с.
2. История России: Учебно-методическое пособие к семинарским занятиям для студентов высших учебных заведений / Под ред. Г.Н. Сердюкова. Издание 2-е, испр. и доп. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2007. – 560с. – Тема 2. – С. 46-61.
3. История России с древнейших времен до наших дней /А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 768с. – Раздел II. – Глава 3-5. - С. 132-177.
4. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч.III.- Глава 1. – С. 81-98.
5. Семенникова Л.И. Россия в мировом сообществе цивилизаций: учебник для студентов вузов неисторических специальностей / Л.И. Семенникова. – изд. 9-е. - М.: КДУ, 2008. – 782с. – Тема 2. – С. 99-160.

**Дополнительная:**

6. История России с древнейших времен до конца XVII в. Учебное пособие / Л.Н. Вдовина, Н.В. Козлова, Б.Н. Флоря; под ред. Л.В. Милова. – М.: Эксмо, 2007. – 768с. – Глава 8-10. – С. 232-334.
7. Скрынников Р.Г. Иван III / Р.Г. Скрынников. – М., 2006.
7. Степанищев А.Т. История России IX-XVII веков: от российской государственности до Российской империи: учеб. пособие. – М.: КомКнига, 2007. – Глава VI. – С. 241-302.

**Текущий контроль знаний:**

**1. Основателем династии московских князей был ...**

- А) Даниил Александрович
- Б) Юрий Данилович
- В) Алексей Михайлович
- Г) Иван Данилович

**2. Земельное владение, предоставляемое на условиях несения службы, называется ...**

- А) поместьем
- Б) вотчиной
- В) уделом
- Г) отрезком

**3. Победа русского войска на Куликовом поле в 1380 г.:**

- А) полностью освободила Русь от ордынского ига
- Б) была первой крупной победой русских в борьбе с Ордой
- В) завершилась гибелью Дмитрия Донского
- Г) усилила роль Москвы как центра объединения русских земель

**Тема 2.3. Русское государство в XVI в.**

1. Реформы Избранной рады.
2. Опричнина.
3. Русское государство в конце XVI в.
4. Внешняя политика в XVI в.

**Основные понятия:**

*Венчание на царство, Избранная рада, реформа, Приказы, стрельцы, Стоглав, опричнина, губные избы, династический кризис.*

**Вопросы:**

1. Какие реформы были проведены в середине XVI в.? Каковы их результаты?
2. Какова роль Ивана Грозного в укреплении самодержавия?
3. Что такое опричнина? В чем ее смысл? Почему она была отменена?
4. На каких направлениях внешней политики Россия достигла наилучших результатов? Почему?

**Результат:**

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ осознают роль Ивана Грозного в установлении монархического правления;
- ✓ узнают последствия опричнины;
- ✓ смогут ориентироваться в направлениях и результатах внешней политики России.

### *Литература*

#### *Основная:*

1. История России с древнейших времен и до наших дней: учебник / А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – Москва: Проспект, 2015. – 768 с.
2. Зуев М.Н. История России: учебное пособие. - М.: Высшее образование, 2007. – 668с. – Глава 7. - С.83-104.
3. История России: Учебно-методическое пособие к семинарским занятиям для студентов высших учебных заведений / Под ред. Г.Н. Сердюкова. Издание 2-е, испр. и доп. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2007. – 560с. – Тема 2. – С. 46-47, 61-77.
4. История России с древнейших времен до наших дней /А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 768с. – Раздел II. – Глава 6. - С. 178-212.
5. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч.III.- Глава 2. – С. 99-121.
6. Платонов С.Ф. Полный курс лекций по русской истории. - Ростов н/Д: Феникс, 2005. – Ч.2. - С. 185-238.

#### *Дополнительная:*

7. История России с древнейших времен до конца XVII в. Учебное пособие / Л.Н. Вдовина, Н.В. Козлова, Б.Н. Флоря; под ред. Л.В. Милова. – М.: Эксмо, 2007. – 768с. – Глава 12. – С. 352-396.
8. Семин В.П. Русская история: проблемы и спорные вопросы: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2007. – С. 68-86.
9. Степанищев А.Т. История России IX-XVII веков: от российской государственности до Российской империи: учеб. пособие. – М.: КомКнига, 2007. – Глава VII. – С. 303-339.

#### *Текущий контроль знаний:*

**1. В 1552 г. к России было присоединено \_\_\_\_\_ ханство.**

- А) Казанское
- Б) Астраханское
- В) Сибирское
- Г) Крымское

**2. В 1551 г. был созван Собор русской церкви, получивший название ...**

- А) Стоглавого
- Б) Земского
- В) Негласного
- Г) Избранного

### 3. Результатами опричнины были:

- А) принятие Соборного уложения
- Б) экономический кризис в стране
- В) завоевание Россией Сибирского ханства
- Г) сокращение посевных площадей и голод
- Д) установление режима неограниченной власти Ивана IV
- Е) создание регулярной армии

3.

### **Тема 2.4. Россия в XVII в.**

1. Причины, периодизация и последствия Смуты.
2. Социально-экономическое развитие России в XVII в.
3. Русское государство и его институты в XVII в. Возникновение русского абсолютизма.
4. Внешняя политика России в XVII в.

#### **Основные понятия:**

*Смута, польско-шведская интервенция, крестьянская война, Семибоярщина, народное ополчение, Земский собор, сословно-представительная монархия, патриарх, бунты, тягло, урочные и заповедные лета, мануфактуры.*

#### **Вопросы:**

1. Что такое Смутное время?
2. Какие страны и с какой целью предприняли в начале XVII в. интервенцию в Россию? Каковы последствия Смутного времени?
3. Что позволило отстоять независимость России?
4. С чем связано усиление роли Земских соборов в начале XVII в.?
5. Какова роль Русской православной церкви и ее деятелей в годы Смуты и после нее?
6. Почему вторую половину XVII в. называют «бунташным веком»?
7. С кем воевала Россия в XVII в.? Каковы результаты этих войн?

#### **Результат:**

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ осознают место социальных институтов (Земского собора, Боярской думы, патриарха и Русской православной церкви) в период Смуты и правления первых Романовых;
- ✓ узнают об основных изменениях в государственном управлении, об установлении крепостного права в России.

#### **Литература**

#### **Основная:**

1. История России с древнейших времен и до наших дней: учебник / А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – Москва: Проспект, 2015. – 768 с.

2. Зуев М.Н. История России: учебное пособие. - М.: Высшее образование, 2007. – 668с. – Глава 8-9. - С. 105-128.
3. История России: Учебно-методическое пособие к семинарским занятиям для студентов высших учебных заведений / Под ред. Г.Н. Сердюкова. Издание 2-е, испр. и доп. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2007. – 560с. – Тема 3. – С. 78-118.
4. История России с древнейших времен до наших дней /А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 768с. – Раздел II-III. – Глава 7-8, 1-2. - С. 213-250, 250-304.
5. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч.III.- Глава 3. – С. 122-144.
6. Платонов С.Ф. Полный курс лекций по русской истории. - Ростов н/Д: Феникс, 2005. – Ч.2. - С. 239-461.

***Дополнительная:***

7. История России с древнейших времен до конца XVII в. Учебное пособие / Л.Н. Вдовина, Н.В. Козлова, Б.Н. Флоря; под ред. Л.В. Милова. – М.: Эксмо, 2007. – 768с. – Глава 13-15, 18-22. – С. 396-461, 504-710.
8. Козляков В.Н. Марина Мнишек. - М., 2005.
9. Патриарх Никон: трагедия русского раскола (сборник) / Составители В.И. Мельник, И.М. Стрижова. - М., 2006.
10. Семин В.П. Русская история: проблемы и спорные вопросы: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2007. – С. 87-145.
11. Скрынников Р.Г. Минин и Пожарский. - М., 2007.
12. Степанищев А.Т. История России IX-XVII веков: от российской государственности до Российской империи: учеб. пособие. – М.: КомКнига, 2007. – Глава VIII-X. – С. 340-474.

***Текущий контроль знаний:***

1. **Кодекс законов Российского государства, принятый Земским собором в 1648-1649 гг., называется ...**
  - А) Соборным уложением
  - Б) Судебником
  - В) Русской Правдой
  - Г) Конституцией
  
2. **К причинам поражения восстания С. Разина относится ...**
  - А) стихийность и низкая организованность
  - Б) появление самозванцев
  - В) вмешательство интервентов
  - Г) смерть С. Разина

3. В царствование Михаила Федоровича в 1632-1634 гг. Россия вела Смоленскую войну с ...

- А) Речью Посполитой
- Б) Швецией
- В) Данией
- Г) Австрией

### **Тема 2.5. Россия в XVIII в.**

1. Реформы Петра I и их историческое значение.
2. Эпоха дворцовых переворотов.
3. «Просвещенный абсолютизм». Екатерина II.
4. Внешняя политика России в XVIII в.

#### **Основные понятия:**

*Абсолютизм, империя, регулярное государство, Синод, Сенат, министерства, «Великое посольство», подушная подать, Табель о рангах, рекруты, ассамблеи, Кунсткамера, протекционизм, дворцовые перевороты, гвардия, Верховный Тайный совет, кондиции, «бироновщина», просвещенный абсолютизм, Уложенная комиссия, Жалованные грамоты дворянству и городам.*

#### **Вопросы:**

1. Почему XVIII в. называют веком Просвещения и модернизации?
2. Каковы особенности складывания абсолютизма в России?
3. Каковы предпосылки реформ Петра I? Как Петр проводил реформы одновременно или в какой-то хронологической последовательности?
4. Что стало причиной Северной войны? Каковы ее последствия?
5. Почему после смерти Петра Великого происходили дворцовые перевороты?
6. Какие социально-экономические процессы происходили во время правления Екатерины II и Павла I? Каково значение крестьянской войны под предводительством Е. Пугачева?
7. Какие успехи были достигнуты во внешней политике во второй пол. XVIII в.?

#### **Результат:**

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ осознают роль личности правителя для развития государства;
- ✓ имеют представление о дворцовых переворотах;
- ✓ знают основные реформы XVIII в. и их значение для становления абсолютизма в нашей стране;
- ✓ могут ориентироваться в направлениях и результатах внешней политики России.

#### **Литература**

#### **Основная:**

1. Орлов А.С., Георгиев В.А., Георгиева Н.Г., Сивохина Т.А. История России. – 2-е изд., перераб. и доп. – М: Проспект, 2015. - 680 с.
2. Зуев М.Н. История России: учебное пособие. - М.: Высшее образование, 2007. – 668с. – Глава 10-12. – С. 129-205.
3. История России: Учебно-методическое пособие к семинарским занятиям для студентов высших учебных заведений / Под ред. Г.Н. Сердюкова. Издание 2-е, испр. и доп. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2007. – 560с. – Тема 4,5. – С. 119-150, 151-168.
4. История России с древнейших времен до наших дней /А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 768с. – Раздел III. – Глава 3-5. - С. 305-438.
5. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч.IV.- Глава 1-2. – С. 145-198.
6. Мотревич В.П. Экономическая история России: учебное пособие. Екатеринбург, 2004. – Глава IV-V. –С. 92-124, 125-153.
7. Платонов С.Ф. Полный курс лекций по русской истории. - Ростов н/Д: Феникс, 2005. – Ч.3. – С. 462-686.

***Дополнительная:***

8. История России XVIII-XIX веков. Учебное пособие / Л.В. Милов, Н.И. Цинбаев; под ред. Л.В. Милова. – М.: Эксмо, 2006. – 784с. – Глава 1, 3-4, 6-7, 10, 12-13. – С. 9-45, 74-97, 127-195, 216-267, 280-308.
9. Семин В.П. Русская история: проблемы и спорные вопросы: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2007. – С. 146-188.
10. Степанищев А.Т. История России IX-XVII веков: от российской государственности до Российской империи: учеб. пособие. – М.: КомКнига, 2007. – Глава X-XII. – С.475-579.

***Текущий контроль знаний:***

1. Крестьянская война под руководством Е.И. Пугачева началась в \_\_\_\_\_ году.  
А) 1773  
Б) 1767  
В) 1775  
Г) 1785
2. В 1727-1730 гг. российским императором был внук Петра I ...  
А) Петр II  
Б) Петр III  
В) Иван V  
Г) Иван VI

### 3. Назовите имя непримиримого противника церковной реформы XVII

**в.:**

- А) патриарх Никон
- Б) митрополит Макарий
- В) протопоп Аввакум
- Г) Алексей Михайлович

#### ***Тема 2.6. Россия в первой половине XIX в.***

1. Александр I и его преобразования. М.М.Сперанский.
2. Царствование Николая I.
3. Общественно-политические движения в первой пол. XIX в.
4. Внешняя политика России в первой половине XIX в.

#### ***Основные понятия:***

*Либеральные реформы, конституционализм, Гос. Совет, реакция, консерватизм, общественное движение, декабристы, западники, славянофилы, бюрократизация, кодификация, финансовая реформа Е. Ф. Канкрин.*

#### ***Вопросы:***

1. В чем суть государственных преобразований при Александре I в начальный период царствования? Какова роль в них М.М. Сперанского?
2. Почему «дней Александровых прекрасное начало...»? Что такое «Аракчеевщина», какие последствия она имела для развития государства?
3. Какие последствия для России имели Отечественная война 1812 г. и восстание декабристов?
4. Почему первую половину XIX в. называют «золотым веком» русской культуры?
5. В чем состоял кризис николаевской системы правления? Почему Россия потерпела поражение в Крымской войне?

#### ***Результат:***

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ понимают причины и значение общественного движения XIX в.;
- ✓ знают основные либеральные реформы Александра I, реакционные мероприятия Николая I;
- ✓ умеют отличать программные документы декабристов;
- ✓ знают главные достижения культуры «золотого века».

#### ***Литература***

##### ***Основная:***

1. История России с древнейших времен до наших дней: учебник / В.А. Федоров, В.И. Моряков, Ю.А. Щетинов. – М.: ТК Велби, ЗАО «КноРус», 2010. – 544с.
2. Зуев М.Н. История России: учебное пособие. - М.: Высшее образование, 2007. – 668с. – Глава 13-14. – С. 206-267.
3. История России: Учебно-методическое пособие к семинарским занятиям для студентов высших учебных заведений / Под ред. Г.Н. Сердюкова. Издание

2-е, испр. и доп. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2007. – 560с. – Тема 6. – С. 169-197.

4. История России с древнейших времен до наших дней /А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 768с. – Раздел IV. – Глава 1-3. - С. 439-504.

5. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч.IV.- Глава 3. – С. 199-234.

6. Мотревич В.П. Экономическая история России: учебное пособие. Екатеринбург, 2004. – Глава VI. – С. 154-192.

#### ***Дополнительная:***

7. В поисках теории российской цивилизации: памяти А.С. Ахиезера: сборник / Сост. А.П. Давыдов. – М.: Новый хронограф, 2009. – 400с. – С. 107-127.

8. История России XVIII-XIX веков. Учебное пособие / Л.В. Милов, Н.И. Цинбаев; под ред. Л.В. Милова. – М.: Эксмо, 2006. – 784с. – Глава 18-23. – С. 407-589.

9. История России. В 2 т. Т.2. С начала XIX века до начала XXI века / А.Н. Сахаров, Л.Е. Морозова, М.А. Рахматуллин и др.; под ред. А.Н. Сахарова. - М.: АСТ; Астрель; Хранитель, 2008. - 862с. - Глава 1-3. – С. 5-124.

10. Семин В.П. Русская история: проблемы и спорные вопросы: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2007. – С. 189-233.

11. Экштут С.А. Александр I. Его сподвижники. Декабристы: в поиске исторической альтернативы. - СПб., 2004.

#### ***Текущий контроль знаний:***

**1. В 1809 г. по заданию Александра I проект преобразований в сфере государственного управления подготовил ...**

А) М.М. Сперанский

Б) Е.Ф. Канкрин

В) П.И. Пестель

Г) Н.М. Муравьев

**2. В 1803 г. император Александр I издал указ о (об) ...**

А) вольных хлебопашцах

Б) обязанных крестьянах

В) отмене крепостного права

Г) секуляризации церковных земель

**3. Форма организации войск, появившаяся в период правления Александра I, при которой строевая служба совмещалась с ведением хозяйства, - это:**

А) опричное войско

- Б) Запорожская Сечь
- В) стрелецкое войско
- Г) военные поселения

### **Тема 2.7. Эпоха «Великих реформ»**

1. Кризис феодально-крепостнической системы к середине XIX в.
2. Крестьянская реформа.
3. Буржуазные реформы 1860-1870-х гг. и их значение.
4. Общественно-политические движения в пореформенной России.

#### **Основные понятия:**

*Буржуазия, капитализм, рабочий класс, промышленный переворот, крестьянская реформа, выкупные платежи, временнообязанные, уставные грамоты, крестьянская община, народничество, социал-демократия, контрреформы.*

#### **Вопросы:**

1. Каковы предпосылки и идеология реформ Александра II?
2. В чем суть и каковы результаты крестьянской реформы 1861 г.?
3. Почему реформы 60-70-х гг. XIX в. называют либеральными? Какие изменения произошли в стране в итоге проведения земской, судебной, финансовой, образовательной и военной реформ?
4. Каковы были сильные и слабые стороны пореформенной модели развития России? В чем своеобразие российского капитализма?
5. Как развивалось общественное движение в России во второй половине XIX в.? Почему «царя-освободителя» убили в 1881 г.?
6. Почему Александр III проводил «контрреформы»? Каковы их цели и результаты? В чем суть курса, предложенного министром финансов С.Ю. Витте? Каковы итоги его «золотой» реформы?

#### **Результат:**

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ понимают причины и значение «Великих реформ»;
- ✓ умеют отличать реформы и контрреформы;
- ✓ знают основные общественно-политические движения в пореформенной России.

### **Литература**

#### **Основная:**

1. Зуев М.Н. История России: учебное пособие. - М.: Высшее образование, 2007. – 668с. – Глава 15-16. – С. 268-320.
2. История России: Учебно-методическое пособие к семинарским занятиям для студентов высших учебных заведений / Под ред. Г.Н. Сердюкова. Издание 2-е, испр. и доп. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2007. – 560с. – Тема 7. – С. 198-234.
3. История России с древнейших времен до наших дней /А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 768с. – Раздел IV. – Глава 4-6. - С. 504-546.

4. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч.IV.- Глава 4. – С. 234-248.
5. Мотревич В.П. Экономическая история России: учебное пособие. Екатеринбург, 2004. – Глава VII. – С. 193-230.
6. Семенникова Л.И. Россия в мировом сообществе цивилизаций: учебник для студентов вузов неисторических специальностей / Л.И. Семенникова. – изд. 9-е. - М.: КДУ, 2008. – 782с. – Тема 4. – С. 293-340.

***Дополнительная:***

7. История России. В 2 т. Т.2. С начала XIX века до начала XXI века / А.Н. Сахаров, Л.Е. Морозова, М.А. Рахматуллин и др.; под ред. А.Н. Сахарова. - М.: АСТ; Астрель; Хранитель, 2008. - 862с. – Глава 6. – С. 179-200.
8. История России XVIII-XIX веков. Учебное пособие / Л.В. Милов, Н.И. Цинбаев; под ред. Л.В. Милова. – М.: Эксмо, 2006. – 784с. – Глава 24-26. – С. 589-688.
9. Эйдельман Н.Я. Твой девятнадцатый век. - М., 2006.
10. Юрьевская Е.М. Александр II.- М., 2004.

***Текущий контроль знаний:***

**1. С отменой крепостного права связан термин ...**

- А) заповедные годы
- Б) урочные лета
- В) присяжные заседатели
- Г) временнообязанные крестьяне

**2. Один из важнейших итогов Крестьянской реформы 1861 г.:**

- А) началась крестьянская война против царя и помещиков
- Б) резко выросла производительность сельского хозяйства
- В) были сняты препятствия для капиталистического развития России
- Г) возрос экспорт хлеба

**3. Укрепление российских финансов на рубеже XIX-XX вв. связано с именем ...**

- А) С.Ю. Витте
- Б) Е.Ф. Канкрин
- В) Н.А. Милютин
- Г) К.П. Победоносцев

**Модуль 3. История России в начале XX в.**

***Тема 3.1. Создание Советского государства.***

***Советская Россия и СССР в 1920-30-е годы***

1. Великая русская революция начала XX в.
2. Гражданская война в России.
3. Этапы формирования советского авторитаризма и тоталитаризма. Особенности советского тоталитаризма.

#### 4. Внешняя политика страны в 1920-1930-е гг.

##### **Основные понятия:**

*Модернизация, революция, «Манифест 17 октября», конституционная монархия, политическая партия, Государственная дума, Прогрессивный блок, Антанта, аграрная реформа П.А. Столыпина, Советы, Учредительное собрание, «военный коммунизм», продразверстка, гражданская война, авторитаризм, тоталитаризм, Коминтерн, республика, индустриализация, коллективизация.*

##### **Вопросы:**

- 1. Каковы причины революции 1905-1907 гг.? Какие позиции занимали в годы революции политические партии? В чем причины неудачи революции? В чем ее значение?*
- 2. Как зародился парламентаризм в России? В чем суть аграрной реформы П.А. Столыпина? Каков ее ход и каковы результаты?*
- 3. Почему Россия оказалась втянутой в Первую мировую войну? Каково значение участия России в мировой войне?*
- 4. В чем причина свержения самодержавия? Что такое двоевластие? Как произошла Октябрьская революция? Почему большевикам удалось взять власть?*
- 5. В чем причины гражданской войны? Почему большевики одержали победу?*
- 6. Каковы причины перехода большевиков к новой экономической политике, а дальнейшем отказ Сталина от нее?*

##### **Результат:**

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ понимают сущность демократического режима и конституционной монархии;
- ✓ осознают роль политических партий в обществе;
- ✓ знают особенности становления многопартийной системы в России, основные события революции и гражданской войны;
- ✓ умеют отличать советский авторитаризм от тоталитаризма;
- ✓ могут ориентироваться в направлениях и результатах внешней политики России.

#### **Литература**

##### **Основная:**

1. История России. XX век: 1894-1939 / под ред. А.Б. Зубова. – М.: Астрель: АСТ, 2010. - 1023 с.
2. История России: Учебно-методическое пособие к семинарским занятиям для студентов высших учебных заведений / Под ред. Г.Н. Сердюкова. Издание 2-е, испр. и доп. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2007. – 560с. – Тема 8,9,10,11. – С. 235-262, 263-296, 297-328, 329-361.
3. История России с древнейших времен до наших дней /А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 768с. – Раздел IV. – Глава 8-9. – С. 559-591. - Раздел V. – Глава 1-4. – С. 591-658.

4. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч.V.- Глава 1-3. – С. 249-304. - Ч.VI. – Глава 1-2. – С. 305-336.

5. Мотревич В.П. Экономическая история России: учебное пособие. Екатеринбург, 2004. – Глава VIII-IX. – С. 231-352.

6. Оськин М.В. История Первой мировой войны. – М.: ООО «Издательский дом «Вече», 2014. – 496 с. Глава 1-2. – С. 7-195.

***Дополнительная:***

7. Бок М.П. П.А. Столыпин: Воспоминания о моем отце. - М., 2006.

8. В поисках теории российской цивилизации: памяти А.С. Ахиезера: сборник / Сост. А.П. Давыдов. – М.: Новый хронограф, 2009. – 400с. – С. 23-50.

9. История России. В 2 т. Т.2. С начала XIX века до начала XXI века / А.Н. Сахаров, Л.Е. Морозова, М.А. Рахматуллин и др.; под ред. А.Н. Сахарова. - М.: АСТ; Астрель; Хранитель, 2008. - 862с. - Глава 13-14, 16-19. – С. 343-408, 440-618.

10. Мухамедина Ш. Отечественная история новейшего времени: учебное пособие. – М.: КДУ, 2006. – Глава 1-3. – С. 10-112.

11. Семин В.П. Русская история: проблемы и спорные вопросы: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2007. – С. 234-553.

***Текущий контроль знаний:***

1. Созданная в октябре 1905 г. партия кадетов относилась к \_\_\_\_\_ направлению общественного движения.

- А) радикальному
- Б) либеральному
- В) революционному
- Г) охранительному

2. Союзником России в Первой мировой войне была ...

- А) Германия
- Б) Австро-Венгрия
- В) Болгария
- Г) Великобритания

3.1 сентября 1917 г. Россия была провозглашена ...

- А) дуалистической монархией
- Б) конституционной монархией
- В) республикой
- Г) федерацией советских республик

### **Тема 3.2. СССР в годы Второй мировой войны**

1. Причины Второй мировой войны. СССР в начальный период мировой войны.
2. Начало Великой Отечественной войны, ее происхождение и характер. Этапы Великой Отечественной войны.
3. Власть и общество в годы войны. Исторические последствия Великой Отечественной войны.

#### **Основные понятия:**

*«Мюнхенский сговор», Лига наций, коллективная безопасность, пакт о ненападении, ГКО, антигитлеровская коалиция, план «Барбаросса», коренной перелом, партизанское движение, добровольцы, фашизм, ленд-лиз, безоговорочная капитуляция..*

#### **Вопросы:**

1. *Какая была международная обстановка в 1930-е гг. и какую внешнюю политику проводил Советский Союз? Почему СССР оказался участником Второй мировой войны? Какую цель преследовала Германия, нападая на СССР?*
2. *Каковы причины военных неудач СССР в 1941-1942 гг.? Почему советским войскам удалось победить под Москвой, Сталинградом, на Курской дуге?*
3. *Почему советско-германский фронт был решающим фронтом в годы Второй мировой войны?*
4. *Как сложилась антигитлеровская коалиция? Почему СССР победил в войне? Каковы были последствия этой победы?*

#### **Результат:**

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ понимают сущность фашизма;
- ✓ знают основных участников и периодизацию Второй мировой и Великой Отечественной войн;
- ✓ могут ориентироваться в направлениях и результатах внешней политики России;
- ✓ осознают цену победы в войне.

#### **Литература**

##### **Основная:**

1. История России. XX век: 1939-2007 / под ред. А.Б. Зубова. – М.: Астрель: АСТ, 2011. - 847 с.
2. Верт Н. История Советского государства: 1900-1991. - М.: ИНФРА-М; Весь мир, 2003. – 544с. – Глава VIII. – С. 298-328.
3. История России: Учебно-методическое пособие к семинарским занятиям для студентов высших учебных заведений / Под ред. Г.Н. Сердюкова. Издание 2-е, испр. и доп. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2007. – 560с. – Тема 12. – С. 362-400.
4. История России с древнейших времен до наших дней /А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 768с. – Раздел V. – Глава 5. – С. 658-675.

5. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч. VI.- Глава 3-4. – С. 337-370.

**Дополнительная:**

6. История России. В 2 т. Т.2. С начала XIX века до начала XXI века / А.Н. Сахаров, Л.Е. Морозова, М.А. Рахматуллин и др.; под ред. А.Н. Сахарова. - М.: АСТ; Астрель; Хранитель, 2008. - 862с. - Т.2. – Глава 20. – С. 619-656.
7. Мухамедина Ш. Отечественная история новейшего времени: учебное пособие. – М.: КДУ, 2006. – Глава 4. – С. 113-136.
8. Семин В.П. Русская история: проблемы и спорные вопросы: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2007. – С. 554-570.

**Текущий контроль знаний:**

1. **Заключительной операцией Великой Отечественной войны стало в мае 1945 г. освобождение ...**

- А) Минска
- Б) Парижа
- В) Праги
- Г) Лондона

2. **СССР был исключен из Лиги Наций в декабре 1939 г. в связи с нападением на ...**

- А) Прибалтику
- Б) Польшу
- В) Финляндию
- Г) Бессарабию

3. **План германского командования под кодовым названием «Барбаросса» предусматривал ...**

- А) захват Мурманска
- Б) уничтожение Красной Армии под Курском
- В) разгром Красной Армии под Сталинградом
- Г) молниеносный разгром сил Красной Армии

**Модуль 4. История России во второй половине XX в.**

**Тема 4.1-3. СССР в 1945 – 1991 гг.**

1. Борьба за власть в советском руководстве на рубеже 1940-1950-х гг.
2. Реформы Н.С.Хрущева.
3. СССР в эпоху «застоя». Л.И.Брежнев. Поиск путей развития в первой половине 1980-х гг.
4. «Перестройка» в СССР. Причины неудавшегося реформирования советского общества.

**Основные понятия:**

*Либерализация политического режима, , десталинизация, «оттепель», ГУЛАГ, реабилитация, НТР, «холодная война», косыгинская реформа,*

*паритет, правозащитное движение, диссиденты, «развитой социализм», герантократия, разрядка, «новое политическое мышление», плюрализм.*

**Вопросы:**

- 1. Какие задачи стояли перед экономикой страны после окончания войны? Насколько обоснованным было возвращение И.В. Сталина к довоенным методам руководства?*
- 2. Какие изменения произошли после смерти И.В. Сталина во внутренней и внешней политике? С чем связана либерализация политического режима? Как развивалась экономика в 1950-60-е годы?*
- 3. Что такое «эпоха застоя»? Какие изменения произошли в эти годы в экономическом, социальном, политическом развитии, во внешней политике?*
- 4. Почему советское государство, добившись в 1960-70-е гг. в соревновании с капиталистическим миром паритета в военной области, не смогло добиться в это же время паритета в области экономики?*
- 5. В чем причины перестройки? Каковы ее цели и результаты? Каковы объективные и субъективные причины распада СССР?*

**Результат:**

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ умеют отличать реформаторские проекты Маленкова, Берии, Хрущева;
- ✓ понимают сущность политики «оттепели» и «развитого социализма»;
- ✓ знают события и результаты эпохи перестройки;
- ✓ осознают последствия августовского политического кризиса 1991 г.

**Литература**

**Основная:**

1. История России. XX век: 1939-2007 / под ред. А.Б. Зубова. – М.: Астрель: АСТ, 2011. - 847 с.
2. Верт Н. История Советского государства: 1900-1991. - М.: ИНФРА-М; Весь мир, 2003. – 544с. – Глава IX-XII. – С. 329-528.
3. История России с древнейших времен до наших дней / Под ред. А.Н. Сахарова, Морозова Л.Е. М., 2008.
4. История России: Учебно-методическое пособие к семинарским занятиям для студентов высших учебных заведений / Под ред. Г.Н. Сердюкова. Издание 2-е, испр. и доп. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2007. – 560с. – Тема 13,14,15,16. – С. 401-427, 428-449, 450-474, 475-499.
5. История России с древнейших времен до наших дней /А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 768с. – Раздел V. – Глава 6-9. – С. 675-731.
6. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч. VI.- Глава 4-6. – С. 351-402. - Ч. VII.- Глава 1. – С. 403-425.

**Дополнительная:**

7. Мухамедина Ш. Отечественная история новейшего времени: учебное пособие. – М.: КДУ, 2006. – Глава 5-6. – С. 136-168, 168-187.

8. История России с начала XIX до начала XXI вв. / Под ред. А.Н. Сахарова. – М.: 2008. - Т.2. – Глава 23-24. – С. 728-793.

9. Семин В.П. Русская история: проблемы и спорные вопросы: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2007. – С. 571-595.

**Текущий контроль знаний:**

1. **Правящий слой, господствующий в бюрократической системе управления СССР в 1960-1980-е гг., назывался ...**

- А) коллаборационистами
- Б) общественниками
- В) шестидесятниками
- Г) номенклатурой

2. **Заключительный акт Совещания по безопасности и сотрудничеству в Европе, подписанный в Хельсинки в августе 1975 г., констатировал ...**

- А) создание Совета Безопасности ООН
- Б) окончание «холодной войны» между Востоком и Западом
- В) нерушимость послевоенных границ в Европе
- Г) создание в Европе системы коллективной безопасности

3. **Одной из причин кризисных явлений в экономике СССР в 1970-е – первой половине 1980-х гг. было ...**

- А) развитие предпринимательства
- Б) создание частных банков
- В) господство административно-командной системы
- Г) создание валютных и других бирж

**Тема 4.4. Современная Россия**

1. Август 1991 г. и его последствия. Начало становления современной России.
2. Социально-экономические и политические преобразования 1990-х гг., их последствия.
3. Россия в начале XXI в. В.В.Путин.
4. Россия и современный мир: опыт конца XX – начала XXI в.

**Основные понятия:**

*СНГ, приватизация, «шоковая терапия», ваучер, правовое государство, рыночная экономика, дефолт, «вертикаль власти», олигархи, глобализация, Совет Федерации, ВТО.*

**Вопросы:**

1. *Имелась ли возможность сохранить СССР, советский строй, социалистические производственные отношения в начале 1990-х гг.? Каковы проблемы и перспективы развития СНГ?*
2. *Какие реформы проводились в России после 1991 г.? В чем причины их неудач? Какие силы и партии участвуют в политической борьбе в современной России?*

3. *Какие события и действия властей способствовали укреплению российской государственности, развитию экономики страны на рубеже XXI в.? Какие задачи стоят перед современной Россией?*
4. *Какие трудности и противоречия выявились в процессе формирования в России рыночной экономики и правового государства в начале XXI в.?*
5. *Каковы место и роль современной России в международной политике?*

**Результат:**

В результате освоения содержания занятия студенты:

- ✓ понимают сущность демократического режима;
- ✓ знают основные вехи становления многопартийности и демократии в России;
- ✓ умеют различать ветви государственной власти в Российской Федерации;
- ✓ осознают необходимость модернизации современной России.

**Литература**

**Основная:**

1. История России: Учебно-методическое пособие к семинарским занятиям для студентов высших учебных заведений / Под ред. Г.Н. Сердюкова. Издание 2-е, испр. и доп. – Москва: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: Издательский центр «МарТ», 2007. – 560с. – Тема 17. – С. 500-534.
2. История России с древнейших времен до наших дней /А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 768с. – Раздел V. – Глава 10. – С. 737-760.
3. История России с древнейших времен до наших дней: учебник / Н.Л. Клименко, В.Г. Кошкидько, С.В. Пронкин (и др.); под ред. А.В. Сидорова. – М.: Проспект, 2009.- 464с. – Глава 5. – С. 410-462.
4. История России с позиций разных идеологий: учеб. пособие / Под ред. проф. Б.В. Личмана. - Ростов н/Д: Феникс, 2007. – Ч.VII.- Глава 2. – С.426-451.
- Мотревич В.П. Экономическая история России. Екатеринбург, 2004. – Глава XVIII. – С. 559-592.
5. Семенникова Л.И. Семенникова Л.И. Россия в мировом сообществе цивилизаций: учебник для студентов вузов неисторических специальностей / Л.И. Семенникова. – изд. 9-е. - М.: КДУ, 2008. – 782с. – Тема 11. – С. 747-761.

**Дополнительная:**

6. История России (IX – начало XXI вв.): учебник / С. Н. Полторац, А.Ю. Дворниченко, З.О. Джалиашвили и др.; под ред. А.Ю. Дворниченко, В.С. Измозика. – М.: Гардарики, 2005. – 479с. – Ч. V. – Глава 20. – С. 385-417.
7. Мухамедина Ш. Отечественная история новейшего времени: учебное пособие. – М.: КДУ, 2006. – Глава 7. – С. 188-213.
8. Семин В.П. Русская история: проблемы и спорные вопросы: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2007. – С. 614-642.

**Текущий контроль знаний:**

1. Договор о создании СНГ был подписан 8 декабря 1991 г. между:

- А) РСФСР, Украиной и Белоруссией
- Б) РСФСР, Грузией и Азербайджаном
- В) РСФСР, Казахстаном и Белоруссией
- Г) РСФСР, Татарстаном и Украиной

**2. Политический кризис 1992-1993гг. проявился в:**

- А) противостоянии законодательной и исполнительной ветвей власти
- Б) роспуске СССР и создании СНГ
- В) принятии Федеративного договора
- Г) переходе к рыночным отношениям

**3.Референдум о принятии Конституции РФ проходил одновременно с выборами в новый парламент:**

- А) 19 августа 1991 г.
- Б) 11 марта 1985 г.
- В) 8 декабря 1991 г.
- Г) 12 декабря 1993 г.

**V. ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ И КОНТРОЛЯ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ (ТЕКУЩЕЙ,  
ТВОРЧЕСКОЙ, ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ)**

№ п/п	Формы организации	Формы контроля
1	Подготовка к семинарским работам, запоминание терминов, дат, известных личностей	Заполнение таблиц, диктанты
2	Выполнение проблемных, творческих заданий	Подготовка сообщений, докладов, презентаций
3	Работа с карто-схемой	Заполнение контурных карт , работа с атласами
4	Освоение тем, вынесенных на самостоятельное изучение	Собеседование, дискуссии, задания в тестовой форме
5	Структурирование информации	Схемы классификаций

**VI. СОДЕРЖАНИЕ ТЕКУЩЕЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ (ПОДГОТОВКА К СЕМИНАРСКИМ ЗАНЯТИЯМ)**

При изучении дисциплины студенты должны овладеть научными и прикладными знаниями в области истории Отечества. Для более успешного усвоения материала рекомендуется:

- систематически работать с учебной, прикладной, дополнительной литературой;
- применять полученные знания в процессе деловых игр и упражнений;
- использовать выдаваемый раздаточный материал;
- выполнять задания к семинарским занятиям;
- активно участвовать в лекционных и семинарских занятиях;

- выполнять промежуточные тестовые и контрольные задания по пройденным темам;
- использовать знания других дисциплин, близких по направленности с «Историей Отечества»;
- подбирать дополнительный материал на изученные темы.

**Семинарские занятия** являются формой организации самостоятельной работы студентов и активизации их познавательной самостоятельности.

**Целью** семинарских занятий является развитие интеллектуальных возможностей и способностей студентов, которые должны стать средством индивидуального освоения науки и культуры, основой профессиональной компетентности и внутренним источником ее развития. Содержание семинарских занятий - совместное проективно-деятельностное решение студентами и преподавателем познавательных задач, возникающих в результате **проблематизации** учебного процесса.

В процессе семинарских занятий по дисциплине студент должен приобрести умения получать новые эмпирические, теоретические и аксиологические знания, их систематизировать и концептуализировать; оперировать базовыми понятиями, теоретическими и ценностными конструктами учебного курса; решать познавательные задачи; логично выстраивать устные и письменные тексты.

С целью приобретения навыков усвоения знаний эмпирического характера студенту предлагаются задания для самостоятельной работы, например, заполнить **таблицы тематического содержания** (см. табл. 1,2,3).

С целью приобретения умений систематизации и концептуализации исторических знаний студент должен научиться выстраивать **устные и письменные тексты** в соответствии с определенным алгоритмом, который предварительно разрабатывается самим преподавателем. Подобный алгоритм студент может использовать во время своего ответа как на экзамене, так и на семинарском занятии.

*Таблица 1.*

Политика правителей Киевской Руси

Правители	Внутренняя политика	Внешняя политика
Олег		
Игорь		
Ольга		
Святослав		
Владимир		
Ярослав Мудрый		
Владимир Мономах		

*Таблица 2.*

Основные события внешней политики России XVI-XVIII вв.

Западное направление	Южное направление	Восточное направление


Одним из возможных алгоритмов такой систематизации и концептуализации может быть следующее:

1. Хронология, периодизация, время исторических событий (процессов).
2. Историография (знание различных научных точек зрения по тому или иному вопросу, исторической проблеме).
3. Теория вопроса (определение базового понятия вопроса).
4. Предпосылки и причины исторических процессов или событий.
5. Ход исторических событий (процессов).
6. Значение (необходимо показать историческую роль, дать оценку, выявить последствия для развития России).

*Таблица 3.*

#### Реформы в России

Годы проведения	Содержание реформы
Первая четверть XVIII в.	
1860-70-е гг.	
Начало XX в.	
1920-30-е гг.	
Середина 50-х-начало 60-х гг.	
Середина 60-х-конец 70-х гг.	
1980-е гг.	
1990-е гг.	
Начало XXI в.	

С целью активизации познавательной самостоятельности и развития логики исторического мышления студентам предлагаются задания по решению разного рода познавательных задач, например, на доказательство и сравнение. При этом студент должен вначале усвоить определенный алгоритм их решения. Так, при решении **задачи на доказательство** можно использовать следующий алгоритм: 1) дать определение того, что надо доказать; 2) выявить, исходя из определения, основные направления поиска доказательства; 3) найти согласно этим направлениям конкретно-исторические факты доказательства. При решении **задачи на сравнение** можно использовать такой алгоритм: дать определение того, что сравнивается; 2) выделить, исходя из определения, параметры сравнения; 3) установить общее и различное между сравниваемыми историческими явлениями.

С целью развития творческой самостоятельности и креативного мышления, связанного с формализацией исторических знаний, студентам могут быть предложены **задания на составление** (заполнение) структурно-логических **схем** по вопросам семинарских занятий.

Особое место в структуре семинарского занятия принадлежит учебным докладам студентов. **Доклад** – важный вид самостоятельной деятельности студента по изучению истории, способствующий углубленному усвоению проблем курса, формированию навыков научно-исследовательской работы и ораторского мастерства. Доклад может быть выполнен как в письменной, так и в устной форме, но обязательно в ходе доклада должна быть освещена проблема по тому или иному историческому событию или процессу.

Доклад требует от студента: теоретического осмысления первоисточников, умения применять усвоенные знания в анализе исторических событий прошлого и современной общественно-политической жизни, приобретения навыков работы с литературой, грамотного изложения изученной темы, правильного оформления (если в виде письменного сообщения – по плану раскрытия содержания с постраничными сносками) или составления презентации (если в виде слайд-шоу).

Для проверки качества полученных знаний и умений на семинарских занятиях практикуются 10-15-минутные контрольные **проверочные работы**. Например, дать определение 2-3 понятий; решить логическую задачу на доказательство или сравнение; ответить на вопрос, каковы были причины того или иного события; заполнить хронологическую таблицу или структурно-логическую схему и т.д.

Семинарские занятия по дисциплине завершаются **тестированием** студентов по соответствующему изученному разделу (см. примеры тестовых заданий в пункте «VIII. Содержание различных видов контроля по дисциплине»).

## **VII. УЧЕБНЫЙ СЛОВАРЬ ДИСЦИПЛИНЫ**

**АГК** – антигитлеровская коалиция в составе СССР, Англии и США.

**Антанта** – неофициальное название военно-политического союза России, Франции и Великобритании в ходе Первой мировой войны.

**Антоновщина** – антибольшевистское выступление крестьян в Тамбовской губернии под руководством А.С. Антонова в 1920-1921 гг.

**Баскачество** – сборщики дани, представители ордынского хана на Руси.

**Булыгинская Дума** – законосовещательный орган по проекту председателя Особого совещания А.Г. Булыгина, о создании которого было объявлено 6 августа 1905 г.

**Бояре** – высший слой общества в России в X-XVII вв., владеющие вотчинами, осуществляющие подле великого князя государственное управление.

**Брестский мир** – сепаратный мир между Советской Россией и Германией, подписанный в Брест-Литовске 3 марта 1918 г.

**Варяги** – в русских источниках скандинавы или викинги, в Западной Европе их называли норманнами, были отважными мореходами и храбрыми воинами.

**Вече** – орган государственного самоуправления на Руси. На вече обсуждались вопросы войны и мира, кандидатуры князя, посадника, тысяцкого и др.

**Вотчина** – наследственное земельное владение князей, бояр, Церкви.

**ВЧК – ОГПУ – НКВД** – Всероссийская Чрезвычайная Комиссия по борьбе с контрреволюцией и саботажем, созданная по постановлению Совнаркома в 1917 г., переорганизованная в Объединенное государственное политическое управление на правах самостоятельных наркоматов в 1923 г. В последующие годы слияние и разделение наркоматов внутренних дел и государственной безопасности (как и их переименование) происходило неоднократно.

**«Выход»** - дань Золотой Орде, которую платили русские княжества в период ига.

**Государственный Совет** – высшее законосовещательное учреждение Российской империи в период с 1810 по 1906 г.

**ГУЛАГ** – главное управление трудовых лагерей и трудовых поселений.

**Двоевластие** – деятельность двух органов власти - Временного правительства и Петроградского Совета рабочих и солдатских депутатов после Февральской революции 1917 г.

**Дворцовые перевороты** – смена власти после правления Петра I, происходившая при поддержке дворянских группировок и гвардии.

**Дворянство** – слой служилых людей при князе, а позднее при царе, исполняющие административно-судебные и хозяйственные поручения, владеющие поместьем.

**Депортация** – принудительное переселение некоторых народов СССР.

**Закупы** – полузависимые крестьяне, взявшие в долг «купу» - ссуду на заранее оговоренных условиях. При ее погашении должник становился свободным, в ином случае – он оставался в зависимом положении.

**Земские соборы** – периодически созываемые царем съезды представителей всех слоев русского общества, за исключением помещичьих крестьян.

**Интервенция** – насильственное вторжение в политику другого государства.

**КВЖД** – Китайская Восточная железная дорога, построенная Россией в 1896-1904 гг.

**Кодификация** – систематизация и расположение в хронологическом порядке всех существующих законов и государственных актов.

**Комбеды** – комитеты бедноты, которые осуществляли продразверстку в деревне в годы гражданской войны.

**Коминтерн** - Коммунистический Интернационал.

**Кондиции** – условия ограничения царской власти.

**«Кормление»** - форма «платы» наместникам – князьям и боярам, передача им земель с правом сбора дани как средство их содержания.

**Кровавое воскресенье** – расстрел рабочих, обратившихся с петицией к царю в ходе манифестации у Зимнего дворца 9 января 1905 г.

**Кронштадтский мятеж** – антибольшевистское выступление моряков Кронштадта в 1921 г.

**Ленд-лиз** – передача в аренду или займы другому государству ресурсов, необходимых для обороны.

**«Люди»** - свободные крестьяне-общинники.

**Мануфактура** – производственное предприятие с разделением ручного труда.

**Местничество** – порядок назначения на должности по знатности рода и давности службы великому князю.

**Наместник** – с XII в. глава местной администрации.

**Национализация** – огосударствление собственности в годы советской власти.

**НЭП** – новая экономическая политика 1921-1928 гг.

**Община** (мир, вервь) – коллектив земледельцев в рамках одной деревни или села. Она решала все важные вопросы внутренней сельской жизни: вопросы оборота земель (передела земель внутри общины), организации общих и общественных работ (в пользу князя, государства), распределения и сбора с ее членов податей и сборов, розыска преступников.

**Печенеги** – тюркоязычный кочевой народ, с IX в. обитавший в южнорусских степях, совершавшие набеги на Русь, победу над ними в 1036 г. одержал князь Ярослав Мудрый.

**Полюдье** – форма сбора дани от Рюрика до княгини Ольги. Полюдье начиналось в ноябре, продолжалось всю зиму и заканчивалось в апреле; полгода князь ездил «по людям», собирал дань, общался с местным населением, «напоминал» о своем руководстве, судил местное население.

**Православие** – восточное направление в христианстве.

**Приказы** – органы государственного управления по отраслям.

**Продналог** – продовольственный налог взамен продразверстки с 1921 г.

**Продразверстка** – продовольственная разверстка по деревням в качестве натуральной повинности принудительное изъятия у крестьян требуемого государством количества продовольствия.

**«Просвещенный абсолютизм»** - политика ряда монархов Европы второй половины XVIII в., пытавшихся воплотить идеи Просвещения в практику правления.

**Полки «иноземного строя»** - наемные войска, сформированные по новому принципу, находились на полном довольствии государства.

**Поместье** – условное землевладение дворян.

**Посадские люди** – торговцы и ремесленники.

**Промышленный переворот** – переход от ручного труда к машинному от мануфактур к фабрично-заводскому производству.

**Протекционизм** – политика покровительства отечественной торговле и промышленности путем предоставления налоговых льгот, кредитов, заказов.

**Раскол** – религиозно-общественное движение, отделение от РПЦ части верующих, не принявших реформу патриарха Никона (1653-1656 гг.).

**Реестр** – список казаков Украины, состоящих на военной службе и получающих жалованье.

**Родовая община** – коллектив кровных родственников, который имеет общую собственность и хозяйство. Несколько родов объединялись в племена.

**РПЦ** – Русская Православная Церковь.

**Рядовичи** - полузависимые крестьяне, служившие феодалам по договору («ряду»), по положению близкие закупам.

**Самодержавие** – самодержавное правление царя в России.

**Семибоярщина** – правительство, состоящее из семи бояр, организовавшие заговор против Василия Шуйского во время Смуты.

**Совнарком** – Временное рабоче-крестьянское правительство, появившееся в результате декрета о власти с 26 октября 1917 г..

**Тягло** – денежные и натуральные повинности крестьян и посадских людей в пользу государства.

**Усобицы** – войны между князьями за великокняжеский престол.

**Уроки** – четкая форма сбора дани, введенная княгиней Ольгой.

**«Урочные лета»** - срок розыска беглых крестьян в XVI-XVII вв. С 1649 г. установлен бессрочный сыск беглых.

**Феодализм** – система имущественных и общественных отношений (преобладавшая в средние века), связанная с феодалом – землей, как с основным средством жизнеобеспечения.

**Феодальные повинности** - барщина и оброк.

**Хазарский каганат** – государство, созданное хазарами – тюркоязычным кочевым племенем в Прикаспийских и Причерноморских степях в VII в.

**«Холодная война»** - политика противостояния, проводимая двумя сверхдержавами СССР и США.

**Холопы** – безземельные и полностью бесправные крестьяне, фактически находящиеся на положении рабов.

**Челядь** – домашние слуги.

**Ярлык** – ханская грамота на великое княжение.

**Ясак** – натуральный налог с народов Севера и Сибири, чаще пушниной.

## **VIII. СОДЕРЖАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ИСТОРИЯ»**

### **1.1. Примеры текущих тестовых заданий**

*по модулю II «История России с древнейших времен по начало XVIII в.»*

*Вариант №1*

**1. Какое из событий произошло позже всех других?**

- 1) восстание древлян
- 2) крещение Руси

- 3) призвание варягов
  - 4) объединение Киева и Новгорода
- 2. Среди перечисленных дат найди год образования древнерусского государства: 1) 945 г.; 2) 882 г.; 3) 988.; 4) 1015 г.**
- 3. Заполнить таблицу. Основные точки зрения на генезис Древнерусского государства**

Название теории	Содержание	Представители теории
Норманская		
Антинорманская		

- 4. Расположи имена русских князей в хронологической последовательности их деятельности:**
- 1) Владимир Мономах; 2) Святослав; 3) Ярослав Мудрый; 4) Игорь; 5) Рюрик
- 5. Сравните:** А) полюдьё и повоз; Б) поместье и вотчину.  
Что между ними общего? Каковы различия?
- 6. Чем прославились в русской истории Д. Пожарский и К. Минин?**
- 7. Первый письменный свод законов Древней Руси:**
- 1) «Русская Правда»
  - 2) Судебник
  - 3) «Домострой»
  - 4) Стоглав
- 8. Перечисли княжества появившиеся в результате феодальной раздробленности Руси в XII в.**
- 9. Расположите в хронологической последовательности следующие события:**
- 1) княжение Даниила Александровича;
  - 2) «стояние на реке Угре»;
  - 3) присоединение Новгорода к Москве;
  - 4) «Мамаево побоище».
- 10. Победа на Куликовском поле в 1380 г. привела:**
- 1) к падению монголо-татарского ига;
  - 2) к усилению позиций московского князя;
  - 3) к гибели Золотой Орды;
  - 4) к ликвидации системы баскачества
- 11. Объясни отрицательные и положительные последствия монголо-татарского ига на Руси.**
- 12. Распишите все события в истории России в начале XVII в. Почему этот период в истории прозвали Смутным временем?**
- 13. Опишите все преобразования Петра I. В какой последовательности он их проводил: последовательно или все одновременно? Почему Петр назван Великий?**

### *Вариант №2*

- 1. Какое из событий произошло позже всех других?**

- 1) крещение Руси
  - 2) Невская битва
  - 3) Куликовская битва
  - 4) призвание варягов
- 2. Среди перечисленных дат найдите год крещения Руси:**  
1) 945 г.; 2) 882 г.; 3) 988.; 4) 1015 г.
- 3. Расположите имена русских князей в хронологической последовательности их деятельности:**  
1) Святослав; 2) Игорь; 3) Ярослав Мудрый; 4) Олег Вещий; 5) Рюрик
- 4. Сравните: А) барщину и оброк; Б) поместье и вотчину.**  
Что между ними общего? Каковы различия?
- 5. Чем прославился в русской истории Александр Невский?**
- 6. Сохранившийся до наших дней первый письменный исторический источник:**  
1) Повесть временных лет;  
2) «Русская Правда»  
3) «Домострой»  
4) Стоглав
- 7. Перечислите княжества появившиеся в результате феодальной раздробленности Руси в XII в.**
- 8. Расположите в хронологической последовательности следующие события:**  
1) княжение Ивана Калиты;  
2) битва на реке Калке;  
3) присоединение Твери к Москве;  
4) «стояние на реке Угре»
- 9. Победа на Куликовском поле в 1380 г. привела:**  
1) к падению монголо-татарского ига;  
2) к усилению позиций московского князя;  
3) к гибели Золотой Орды;  
4) к ликвидации системы баскачества
- 10. Объясни отрицательные и положительные последствия правления Ивана Грозного в XVI в.**
- 11. Заполните таблицу. Этапы закрепощения крестьян**

Этап	Краткое содержание этапа
1497 г.	
1550 – 1581 гг.	
1597 г.	
1649 г.	

- 12. Распишите все события в истории России второй половины XVII в. Почему этот период назван «бунташным веком»?**

**13. Опиши все преобразования Петра I. В какой последовательности он их проводил: последовательно или все одновременно?**

**1.2. Примеры текущих тестовых заданий по модулю II «История России XVIII-XIX вв.»**  
**Вариант №1**

**1. Какое из событий произошло позже всех других?**

- 1) правление Елизаветы Петровны
- 2) восстание Е.Пугачева
- 3) правление Петра III
- 4) губернская реформа Екатерины II

**2. Какие из перечисленных понятий, терминов возникли в ходе государственных преобразований Петра I?**

А) судебник; Б) коллегии; В) Гос.Совет; Г) Табель о рангах; Д) Соборное уложение; Е) Духовный регламент.

Укажи верный ответ: 1) АВГ; 2) АГД; 3) БГЕ; 4) ВГД.

**3. Главные итоги петровских реформ:**

- А) ослабление центральной власти
- Б) полное подчинение церкви государству
- В) укрепление крепостного гнета
- Г) сокращение бюрократического аппарата
- Д) создание боеспособной профессиональной армии и военного флота.

**4. Восстановите последовательность царствований русских монархов 1725 – 1762 гг.:**

- А) Елизавета Петровна
- Б) Екатерина Алексеевна
- В) Петр Алексеевич
- Г) Иван Антонович
- Д) Петр Федорович
- Е) Анна Ивановна

**5. Каким было условие для получения Анной Иоанновной престола?**

- 1) ликвидация Верховного совета, восстановление Сената;
- 2) командование гвардейскими полками;
- 3) освобождение дворян от обязательной военной службы;
- 4) совместное правление с Верховным советом.

**6. Установите соответствие между понятиями и именами исторических личностей, с которыми связано их возникновение:**

- |                   |                                    |
|-------------------|------------------------------------|
| 1) Анна Иоанновна | А) временнообязанные крестьяне     |
| 2) Екатерина II   | Б) бирюзовщина                     |
| 3) Александр I    | В) «теория официальной народности» |
| 4) Николай I      | Г) «Аракчеевщина»                  |
| 5) Александр II   | Д) Уложенная комиссия              |

**7. Опиши предпосылки, причины, события, значение и итоги Отечественной войны 1812 г.**

**8. Почему «дней Александровых прекрасное начало»?**

**9. Что обозначают понятия: уставные грамоты, Секретный комитет, мировые посредники, крестьянская община, отрезки.**

**10. Заполнить таблицу. Реформы 60-70-х гг. в России.**

Название реформы	Время проведения	Основные положения
Крестьянская		
Земская		
Городская		
Судебная		
Военная		
Финансовая		

**11. Что из перечисленного ниже связано с событиями 1 марта 1881 г.?**

А) создание «» Союза борьбы за освобождение рабочего класса; Б) убийство Александра II; В) баррикадные бои в Москве; Г) арест С.Л. Перовской; Д) созыв Государственной Думы; Е) суд над народолюбцами.

Укажите верный ответ: 1) АБВ; 2) АД; 3) БГЕ; 4) ВГД.

**12. Почему русская культура XIX в. получила название «золотого века»? Докажите примерами.**

*Вариант №2*

**1. Причинами дворцовых переворотов в период 1725-1762 гг. были:**

- А) отсутствие четкого порядка престолонаследия
- Б) народные волнения
- В) высокая роль гвардии при дворе
- Г) недовольство дворян петровскими реформами
- Д) борьба за власть среди высшей знати.

**2. Какое из событий произошло позже всех других?**

- 1) правление Петра II
- 2) кондиции Анны Иоанновны
- 3) Семилетняя война
- 4) правление Елизаветы Петровны

**3. Какие из перечисленных понятий, терминов возникли в ходе государственных преобразований Петра I?**

- А) судебник; Б) ассамблеи; В) Гос. Совет; Г) Табель о рангах;
- Д) Соборное уложение; Е) Духовный регламент.

Укажи верный ответ: 1) АВГ; 2) АД; 3) БГЕ; 4) ВГД

**4. Что из названного относится к эпохе дворцовых переворотов?**

- 1) прекращение деятельности Земских соборов;
- 2) упразднение Боярской Думы;
- 3) усиление роли гвардии;
- 4) учреждение патриаршества.

**5. Установите соответствие между понятиями и именами исторических личностей, с которыми связано их возникновение:**

- 1) Анна Иоанновна                      А) народолюбцы
- 2) Екатерина II                         Б) кондиции



Название партии (дата образования)	Лидеры политической партии	Политическая программа	Аграрная программа

**4. Первая российская революция привела к**

- 1) провозглашению России республикой;
- 2) опубликованию Манифеста 17 октября;
- 3) формированию многопартийности;
- 4) провозглашению демократических прав.

**5. Что является результатами**

- А) русско-японской войны;
- Б) Первой мировой войны;
- В) внешней политики 1920-30-х гг.

**6. Кто из перечисленных деятелей были современниками:**

- 1) А.Ф. Керенский и Гапон;
- 2) Л.П. Корнилов и Троцкий;
- 3) П.А. Столыпин и С.Ю. Витте;
- 4) Николай II и Г.К. Жуков.

**7. Почему гражданская война является трагедией победителей и побежденных?**

**8. Опишите причины, мероприятия и результат Февральской революции.**

**9. В 1924 г. в СССР объединились:**

- 1) РСФСР, УССР, ЗСФСР, Туркменская ССР, БССР, Узбекская ССР;
- 2) РСФСР, БССР, Киргизская ССР, УССР, Казахская ССР;
- 3) РСФСР, УССР, Молдавия, ЗСФСР, БССР, Узбекская ССР;
- 4) РСФСР, БССР, УССР, ЗСФСР.

**10. Почему введена была «новая экономическая политика», и какие она имела положительные и отрицательные результаты?**

**11. Что означает «великий перелом», какие три мероприятия, в какие годы, какое из них на твой взгляд является наиболее значимым и почему?**

**12. О событиях 25 октября 1917 г. в Петрограде**

Спокойствие на октябрьских улицах, отсутствие толп и боев давали противникам повод говорить о заговоре ничтожного меньшинства, об аванюре кучки большевиков ... В действительности же большевики могли свести в последний момент борьбу за власть к «заговору» не потому, что были маленьким меньшинством, а, наоборот, потому, что имели за собою в рабочих кварталах и казармах подавляющее большинство, сплоченное, дисциплинированное.

(Троцкий Л.Д. История русской революции. М., 1990)

Вопросы: Какие причины победы большевиков называет автор? Вы согласны с ним? Свой ответ аргументируйте.

## *Вариант №2*

### **1. Какое из событий произошло позже всех других?**

- 1) декабрьское вооруженное восстание в Москве;
- 2) русско-японская война;
- 3) издание Манифеста о политических свободах и созыве Гос. Думы;
- 4) реформы С.Ю. Витте.

### **2. Какая партия представляла консервативное движение России начала XX в.**

- 1) союз русского народа; 2) кадеты; 3) большевики; 4) эсеры.

### **3. Первая российская революция привела к**

- 1) созданию Гос. Совета;
- 2) появлению Гос. Думы»
- 3) провозглашению России республикой;
- 4) крушению самодержавия.

### **4. Расположите в хронологическом порядке события первой буржуазно-демократической революции:**

- 1) восстание на броненосце «Потемкин»
- 2) Декабрьское вооруженное восстание в Москве
- 3) Кровавое воскресенье
- 4) Третьеиюньский переворот
- 5) провозглашение Манифеста 17 октября
- 6) начало деятельности Первой Государственной думы

### **5. Что является причинами**

- А) русско-японской войны;
- Б) Первой мировой войны;
- В) противоречивой советской внешней политики 1920-30-х гг.

### **6. Кто из перечисленных деятелей были современниками:**

- 1) А.Ф. Керенский и Троцкий;
- 2) Л.П. Корнилов и Гапон;
- 3) Николай II и С.Ю. Витте;
- 4) П.А. Столыпин и Г.К. Жуков.

### **7. Причины и источники победы большевиков в октябрьские дни 1917 года**

### **8. Опиши причины, мероприятия и результат Февральской революции.**

### **9. В 1922 г. в составе СССР объединились:**

- 1) РСФСР, УССР, Молдавия;
- 2) РСФСР, БССР, Польша;
- 3) РСФСР, УССР, Молдавия, ЗСФСР;
- 4) РСФСР, БССР, УССР, ЗСФСР.

### **10. Почему введена была «политика военного коммунизма», и какие она имела положительные и отрицательные последствия?**

### **11. Что означает «великий перелом», какие три мероприятия, в какие годы, какое из них на твой взгляд является наиболее значимым и почему?**

**1.4. Примеры текущих заданий по модулю IV «История России 1985 –1991 гг.»**

**1. Укажите первого президента СССР:**

- 1) Ю. Андропов; 2) Б. Ельцин; 3) М. Горбачев; 4) Л. Брежнев

**2. XIX Всесоюзная партконференция, принявшая решение о реформировании политической системы СССР, проходила в:**

- 1) 1980 г., 2) 1988 г., 3) 1989 г., 4) 1990 г.

**3. Провозглашенный М. Горбачевым курс на ускорение социально-экономического развития страны включал в себя:**

- 1) введение госприемки на предприятиях;  
2) проведение антиалкогольной кампании;  
3) решительный переход к рыночной экономике;  
4) укрепление трудовой дисциплины;  
5) массовые забастовки рабочих.

**4. Составьте структурно-логическую таблицу «Преобразования страны в годы перестройки»**

Экономические реформы	Политические преобразования	Реформы в социальной сфере	Изменения в области культуры

**5. В Содружество Независимых Государств вошли:**

- 1) Россия, 2) Литва, 3) Белоруссия, 4) Грузия, 5) Украина.

**6. По какому принципу образован ряд?**

Г. Янаев, В. Павлов, Д. Язов, В. Крючков, Б. Пуго.

**7. Расположите в хронологической последовательности:**

А) Л. Брежнев, б) М. Горбачев, в) Б. Ельцин, г) К. Черненко, д) Ю. Андропов

**8. О чем идет речь?**

Принципами этой политики были: отказ от представлений о расколе мира на две противоположные системы: капиталистическую и социалистическую; признание мира единым; в качестве основного способа решения международных проблем объявлялся баланс интересов, а не баланс сил; признание приоритета общечеловеческих ценностей в качестве главных.

**9. Высшим органом законодательной власти в СССР по новому избирательному закону 1988 г. стал:** 1) Государственный Совет; 2) Государственная Дума; 3) Съезд народных депутатов; 4) Съезд Коммунистической партии.

**10. Один из основных итогов экономической реформы 1987 г.:**

- 1) либерализация цен;  
2) переход государственных предприятий в частные руки;  
3) начало формирования частного сектора в экономике;  
4) роспуск колхозов.

**11. Расположите в хронологической последовательности:**

- а) избрание президента РСФСР,  
б) создание ГКЧП и проведение путча,  
в) принятие Декларации о государственном суверенитете РСФСР,

- г) отставка М. Горбачева,
- д) Беловежское соглашение.

**12. В конце 1980-х – 1990-х гг. представители коммунистического политического направления выступали за:**

- 1) преимущественное развитие общественной собственности,
- 2) свободу личности,
- 3) развитие парламентской демократии,
- 4) социалистический выбор развития,
- 5) учреждение частной собственности.

**13. Как вы оцениваете в целом личность М. Горбачева и его деятельность («+» или «-»)? Почему? Можно ли, только его одного обвинять в развале СССР?**

### **1.5. Пример итогового (рубежного) теста**

**К социальным функциям исторического знания не относится функция**

...

- А) социального проектирования
- Б) воспитательная
- В) познавательная
- Г) прогностическая

**Определение степени вероятности осуществления того или иного события, процесса на основе анализа объективных реальностей и возможностей называется принципом ...**

- А) альтернативности
- Б) социального подхода
- В) историзма
- Г) объективности

**Важной составляющей воспитательной функции исторического знания является ...**

- А) выработка научно обоснованного курса
- Б) формирование гражданских, нравственных ценностей
- В) описание исторических событий и явлений
- Г) сопоставление исторических объектов в пространстве и времени

**Конкретные способы изучения исторических процессов называются ...**

- А) методами
- Б) категориями
- В) принципами
- Г) историко-философскими подходами

**Характерной чертой современной исторической науки в России является ...**

- А) методологический плюрализм
- Б) географический детерминизм
- В) субъективизм
- Г) эволюционизм

**Автором первого обобщающего труда по истории России был ...**

- А) В.Н. Татищев
- Б) М.Н. Тихомиров
- В) В.О. Ключевский
- Г) М.Н. Покровский

**Налоговая реформа княгини Ольги с целью упорядочивания сбора дани установила ...**

- А) барщину и оброк
- Б) ясак и подать
- В) уроки и погосты
- Г) полюдье и повоз

**Иван Калита получил от монголо-татар право ...**

- А) заключения союза с Тверью
- Б) торговли с Литвой
- В) сбора дани с русских княжеств
- Г) окончательного объединения русских княжеств

**В XIII в. новгородское войско во главе с князем Александром Невским противостояло агрессии ...**

- А) Ливонского ордена
- Б) Речи Посполитой
- В) Франции
- Г) Венгрии

**Закономерный процесс экономического усиления и политической обособленности феодальных владений называется ...**

- А) централизацией
- Б) местничеством
- В) кормлением
- Г) политической раздробленностью

**Возвышение Московского княжества в XIV в. связано с именем ...**

- А) Дмитрия Донского
- Б) Ивана Красного
- В) Ивана Калиты
- Г) Симеона Гордого

**В 1382 г. состоялся поход на Русь во главе с ханом ...**

- А) Тохтамышем
- Б) Батыем
- В) Узбеком
- Г) Ахматом

**«Стояние на реке Угре» привело к ...**

- А) новому походу монголо-татар на Русь
- Б) полному разгрому русского войска
- В) окончанию монголо-татарского ига на Руси
- Г) возобновлению уплаты дани монголо-татарам

**Годы, в течение которых устанавливался розыск беглых крестьян, называются \_\_\_\_\_ лета.**

- А) заповедные
- Б) крестьянские
- В) крепостные
- Г) урочные

**Столица Византийской империи, Константинополь, был захвачен в 1453 году ...**

- А) готами
- Б) булгарами
- В) вандалами
- Г) турками-османами

**Регентом в период малолетства Ивана IV (1533-1538) был (-а) ...**

- А) Алексей Адашев
- Б) Андрей Курбский
- В) Елена Глинская
- Г) митрополит Макарий

**Исторический источник по истории средневековой России – «Стоглав» представляет собой ...**

- А) сборник решений церковного собора 1551 г.
- Б) летописный свод
- В) политический трактат
- Г) свод законов Российского государства

**В XVII в. самосожжение и уход в леса и пустоши были основными формами протеста ...**

- А) казачества
- Б) старообрядцев
- В) крестьянства

Г) горожан

**В царствование Михаила Федоровича в 1632-1634 гг. Россия вела Смоленскую войну с ...**

- А) Австрией
- Б) Данией
- В) Речью Посполитой
- Г) Швецией

**В 1648 г. произошел \_\_\_\_\_ бунт.**

- А) Соляной
- Б) Медный
- В) Хлебный
- Г) Соловецкий

**Петр I правил Россией в \_\_\_\_\_ годах.**

- А) 1700-1721
- Б) 1682-1725
- В) 1700-1725
- Г) 1698-1725

**Северная война завершилась подписанием \_\_\_\_\_ мира.**

- А) Шведского
- Б) Северного
- В) Ништадского
- Г) Парижского

**«Золотым веком» российского дворянства историки называют правление ...**

- А) Петра I
- Б) Елизаветы Петровны
- В) Екатерины I
- Г) Екатерины II

**В сентябре 1814 - июне 1815 г. состоялся \_\_\_\_\_ конгресс.**

- А) Лондонский
- Б) Венский
- В) Парижский
- Г) Берлинский

**Реорганизация управления государственной деревней в правление Николая I была поручена ...**

- А) И.И. Шувалову
- Б) П.Д. Киселеву
- В) М.М. Сперанскому

Г) А.Х. Бенкендорфу

**В 1870-х гг. генерал М.Д. Скобелев принимал активное участие в \_\_\_\_\_ войне.**

- А) русско-турецкой
- Б) русско-японской
- В) Первой мировой
- Г) Гражданской

**Активное проникновение России в Среднюю Азию во второй половине XIX в. привело к обострению отношений с ...**

- А) Францией
- Б) Италией
- В) Англией
- Г) Германией

**После вступления в Первую мировую войну Турции начались военные действия на \_\_\_\_\_ фронте.**

- А) Бессарабском
- Б) Крымском
- В) Галицийском
- Г) Кавказском

**Центром подготовки вооруженного восстания в Петрограде в октябре 1917 г. стал ...**

- А) Коммунистический Интернационал
- Б) Совет Народных Комиссаров
- В) Военно-революционный комитет
- Г) Временный комитет Государственной думы

**В 1918-1930 гг. наркомом иностранных дел в советском правительстве был ...**

- А) В.И. Ленин
- Б) Н.И. Бухарин
- В) П.Н. Миллюков
- Г) Г.В. Чичерин

**Под влиянием Всероссийской политической стачки Николай II был вынужден подписать \_\_\_\_\_ Манифест «Об усовершенствовании государственного порядка».**

- А) 9 января 1905 г.
- Б) 17 октября 1905 г.
- В) 27 апреля 1906 г.
- Г) 3 июня 1907 г.

**27 апреля 1906 г. в Петербурге открылись заседания ...**

- А) Учредительного собрания
- Б) I Государственной думы
- В) Всероссийского съезда Советов
- Г) IV Государственной думы

**После отречения Николая II в марте 1917 г. в России ...**

- А) власть попытался захватить генерал Л.Г. Корнилов
- Б) было создано Временное правительство
- В) открылся II Всероссийский съезд Советов
- Г) к власти пришли большевики

**Декларация прав народов России, изданная 2 ноября 1917 г., провозгласила ...**

- А) создание унитарного государства
- Б) равенство и суверенность наций
- В) привилегии для русских
- Г) запрет на создание самостоятельных государств

**В ходе Гражданской войны на стороне красных воевал ...**

- А) Н.Н. Юденич
- Б) М.В. Фрунзе
- В) Е.К. Миллер
- Г) А.И. Деникин

**Решающую роль в ходе Гражданской войны сыграли настроения ...**

- А) рабочих
- Б) крестьян
- В) дворян
- Г) интеллигенции

**Социально-экономическая политика советской власти в годы Гражданской войны и военной интервенции, сущностью которой были: ускоренная и полная национализация промышленности, продразверстка, отмена торговли и денежного обращения, централизованное нормированное распределение продуктов населению, жесткая централизация, введение всеобщей трудовой повинности, контроль государства за средствами массовой информации, преследование инакомыслия, красный террор, а цель – быстрый рывок в коммунизм – это \_\_\_\_\_ . (выбрать: Новая экономическая политика, «военный коммунизм», государственный капитализм, диверсификация производства)**

**Первая Конституция СССР была принята ...**

- А) 25 апреля 1923 г.
- Б) 31 января 1924 г.
- В) 30 декабря 1922 г.
- Г) 6 апреля 1924 г.

**Понятие «великий перелом» относится к ...**

- А) освоению целины
- Б) введению продналога
- В) сплошной коллективизации
- Г) введению продразверстки

**В 1934 г. СССР вступил в международную организацию ...**

- А) ОБСЕ
- Б) Лига Наций
- В) Совет Безопасности
- Г) Коминтерн

**Первая встреча руководителей ведущих держав антигитлеровской коалиции состоялась в Тегеране в \_\_\_\_\_ году.**

- А) 1933
- Б) 1943
- В) 1939
- Г) 1945

**Второй фронт был открыт в \_\_\_\_\_ года.**

- А) ноябре 1943
- Б) июле 1943
- В) июне 1944
- Г) феврале 1945

**В ходе Второй мировой войны в июне 1944 года ...**

- А) открылась Тегеранская конференция
- Б) началась блокада Ленинграда
- В) союзники высадились в Нормандии
- Г) завершилась Сталинградская битва

**Неприятие советского внешнеполитического принципа мирного сосуществования стран с различным общественно-политическим строем и критики Сталина стали причиной ухудшения отношений СССР с ...**

- А) Чехословакией
- Б) Югославией
- В) Германской Демократической Республикой
- Г) Китаем

**Понятие «Новоогаревский процесс» возникло в связи с разработкой ...**

- А) нового союзного государства
- Б) внешнеполитической стратегии СССР
- В) новой Программы КПСС
- Г) программы перехода к рыночной экономике

**Экономическая политика Е.Т. Гайдара, проводимая в 1992 г., предусматривала ...**

- А) централизацию управления народным хозяйством
- Б) государственное регулирование ценообразования
- В) либерализацию цен
- Г) увеличение финансирования социальной сферы

**Противостояние между законодательной и исполнительной ветвями власти в октябре 1993 г. завершилось ...**

- А) проведением президентских выборов
- Б) формированием нового состава Верховного Совета РФ
- В) роспуском Съезда народных депутатов и Верховного Совета РФ
- Г) внесением дополнений в действующую Конституцию страны

**Кейс задание: Кейс 1.**

**Из рассказа Н.А. Бестужева о событиях 14 декабря в Петербурге:**

**« Мы были окружены со всех сторон: бездействие поразило оцепенением умы; дух упал, ибо тот, кто на этом поприще раз остановился, уже побежден вполнину. Сверх того, пронзительный ветер леденил кровь в жилах солдат и офицеров, стоявших так долго на открытом месте. Атаки на нас и стрельба наша прекратилась; «ура» солдат становилось реже и слабее. День смеркался. Вдруг мы увидели, что полки, стоявшие против нас, расступились на две стороны и батарея артиллерии стала между нами с разверстыми зевами, тускло освещаемая серым мерцанием сумерек ...»**

Упомянутые в тексте события произошли в \_\_\_ году.

**Кейс-задание: Кейс 2.**

**Из Манифеста о незыблемости самодержавия:**

**«В бозе почивший родитель Наш, приняв от Бога самодержавную власть на благо вверенного ему народа, пребыл верен до смерти принятому им обету и кровию запечатлел великое свое служение ... благостию и кротостью совершил он величайшее дело своего царствования – освобождения крепостных крестьян ... Посреди великой Нашей скорби глас Божий повелевает Нам стать бодро на дело правления в уповании на Божественный промысел, с верою в силу и истину самодержавной**

**власти, которую Мы призваны утверждать, и охранять для блага народного от всяких на нее поползновений».**

В тексте идет речь о смерти российского императора ...

- Александра II
- Николая I
- Александра III
- Николая II

**Кейс-задание: Кейс 3.**

**Из Манифеста о незыблемости самодержавия:**

**«В бозе почивший родитель Наш, приняв от Бога самодержавную власть на благо вверенного ему народа, пребыл верен до смерти принятому им обету и кровию запечатлел великое свое служение ... благостию и кротостью совершил он величайшее дело своего царствования – освобождения крепостных крестьян ... Посреди великой Нашей скорби глас Божий повелевает Нам стать бодро на дело правления в уповании на Божественный промысел, с верою в силу и истину самодержавной власти, которую Мы призваны утверждать, и охранять для блага народного от всяких на нее поползновений».**

Упоминаемая в тексте отмена крепостного права произошла в \_\_\_\_\_ году.

**Кейс-задание: Кейс 4.**

**Из Туркманчайского мирного договора 1828 г.:**

**«Статья I. Отныне на вечные времена пребудет мир, дружба и совершенное согласие между е.в. императором всероссийским и е.в. шахом персидским, их наследниками престолов, их державами и обоюдными подданными ...**

**Статья III. Е. в. шах персидский от своего имени и от имени своих наследников и преемников уступает Российской империи в совершенную собственность ханство Эриванское по сию и по ту сторону Аракса и ханство Нахичеванское. Вследствие сей уступки е.в. шах обязуется не позже шести месяцев, считая от подписания настоящего договора, сдать российским начальствам все архивы и публичные документы, относящиеся до управления обоими вышеозначенными ханствами ...**

**Статья VI. Е.в. шах персидский, в уважение значительных пожертвований, причиненных Российской империи возникшею между обоими государствами войною, а также потерь и убытков, потерпенных российскими подданными, обязуется вознаградить оные денежным возмездием ...».**

Фамилия русского дипломата и писателя, принимавшего участие в выработке условий выгодного для России Туркманчайского мирного договора, -  
...\_\_\_\_\_.

**Кейс-задание: Кейс 5.**

**Из Туркманчайского мирного договора 1828 г.:**

**«Статья I. Отныне на вечные времена пребудет мир, дружба и совершенное согласие между е.в. императором всероссийским и е.в. шахом персидским, их наследниками престолов, их державами и обоюдными подданными ...**

**Статья III. Е. в. шах персидский от своего имени и от имени своих наследников и преемников уступает Российской империи в совершенную собственность ханство Эриванское по сию и по ту сторону Аракса и ханство Нахичеванское. Вследствие сей уступки е.в. шах обязуется не позже шести месяцев, считая от подписания настоящего договора, сдать российским начальствам все архивы и публичные документы, относящиеся до управления обоими вышеозначенными ханствами ...**

**Статья VI. Е.в. шах персидский, в уважение значительных пожертвований, причиненных Российской империи возникшею между обоими государствами войною, а также потерь и убытков, потерпленных российскими подданными, обязуется вознаградить оные денежным возмездием ...».**

По условиям подписанного в 1828 году Туркманчайского мирного договора  
...

- к России отходила Восточная Армения
- на Персию налагалась контрибуция
- к Персии отходила Южная Бессарабия
- на Россию налагалась контрибуция

**Кейс-задание: Кейс 6.**

**Из Берлинского трактата 1878 г.:**

**«Статья 1. Болгария образует из себя княжество самоуправляющееся и платящее дань, под главенством е. и. в. султана: она будет иметь христианское правительство и народную милицию ...**

**Статья XLV. Княжество Румынии уступает обратно е. в. императору всероссийскому часть Бессарабской территории, отошедшей от России по Парижскому трактату 1856 г., ограниченную с запада руслом Прута, с юга руслом Килийского рукава и устьем Старого Стамбула ...**

**Статья LVIII. Блистательная Порта уступает Российской империи в Азии территории Ардагана, Карса и Батума, с портом последнего ...**

**Статья LIX. Е. в. император всероссийский объявляет, что его намерение сделать Батум порто-франко по преимуществу коммерческим.**

**Статья LX. Долина Алашкерта и город Баязет, уступленные России статьей XIX Сан-Стефанского договора, возвращаются Турции ...».**

Фамилия российского министра иностранных дел, подписавшего в 1878 г. Берлинский трактат, - ... \_\_\_\_\_.

Кейс-задание: Кейс 7.

**Культура СССР в 1930-х гг. развивалась под жестким контролем коммунистической партии, которая насаждала марксистскую идеологию, в том числе и через культуру и искусство. Все, что не вписывалось в официальное русло идеологии, преследовалось. Основным художественным методом, использовавшимся в советском искусстве, был социалистический реализм. Термин «соцреализм» появился в 1932 г. и охватывал все сферы художественной деятельности. Выступая на I съезде советских писателей в 1934 г. партийный идеолог Жданов А.А. так охарактеризовал этот художественный метод: «В нашей стране главные герои литературного произведения – это активные строители новой жизни: рабочие и работницы, колхозники и колхозницы, партийцы, хозяйственники, инженеры, комсомольцы, пионеры ... Наша литература насыщена энтузиазмом и героикой ... Наша литература сильна тем, что служит новому делу – делу социалистического строительства».**

В соответствии с методом социалистического реализма были написаны литературные произведения, как ...

- «Мать» Максима Горького
- «Как закалялась сталь» Николая Островского
- «Мастер и Маргарита» Михаила Островского
- «Доктор Живаго» Бориса Пастернака

Кейс-задание: Кейс 8.

**Из доклада Первого секретаря ЦК КПСС на XX съезде партии «О культуре личности и его последствиях»: «Выясняется, что многие партийные, советские, хозяйственные работники, которых объявили в 1937-1938 годах «врагами», в действительности никогда врагами, шпионами, вредителями и т.п. не являлись, что они, по существу, всегда оставались честными коммунистами, но были оклеветаны, а иногда, не выдержав зверских истязаний, сами на себя наговаривали (под диктовку**

**следователей-фальсификаторов) всевозможные тяжкие и невероятные обвинения».**

**С докладом «О культе личности и его последствиях» на XX съезде КПСС выступил ...**

- Н.С. Хрущев
- Н.А. Булганин
- И.В. Сталин
- Л.И. Брежнев

### **1.6. Образец выполнения итогового (рубежного) теста**

**Функция истории, позволяющая влиять на поведение и действия людей, называется ...**

- воспитательной
- познавательной
- аксеологической
- коммуникативной

**Исторический источник по истории средневековой России – «Стоглав» представляет собой ...**

- сборник решений церковного собора 1551 г.
- летописный свод
- политический трактат
- свод законов Российского государства

**Принцип объективности – это изучение исторических явлений ...**

- во всей их многогранности и противоречивости
- с учетом социальных интересов различных слоев общества
- в развитии, в соответствии с конкретно-исторической обстановкой
- в соответствии с господствующей идеологией в обществе

**Существенный вклад в развитие отечественной исторической науки в XX веке внес ...**

- Б.А. Рыбаков
- В.Н. Татищев
- М.В. Ломоносов
- М.Н. Погодин

**Верования древних славян до принятия у них христианства назывались ...**

- язычеством

- синтоизмом
- православием
- католичеством

**В XII в. Русь вступила в период ...**

- политической раздробленности
- централизации
- цивилизации
- республики

**В 1240 г. после длительной осады монголо-татары взяли город ...**

- А) Рязань
- Б) Новгород
- В) Козельск
- Г) Киев

**Невская битва состоялась в \_\_\_\_\_ году.**

- 1240
- 1242
- 1223
- 1238

**Московский князь Дмитрий Иванович за личную храбрость и полководческие заслуги в 1380 г. на Куликовом поле получил прозвище**

- Донской
- Невский
- Темный
- Красный

**К западным славянам относятся такие современные народы, как ...**

- поляки, чехи и словаки
- русские, украинцы и белорусы
- болгары, сербы и черногорцы
- финны, эстонцы, литовцы

**Автором произведения древнерусской литературы XV в. «Хождение за три моря» является ...**

- Афанасий Никитин
- Семен Дежнев
- Епифаний Премудрый
- Авраамий Палицын

**Казачьим атаманом и предводителем похода в Сибирь в 80-гг. был ...**

- Ермак
- Кучум

- Адашев
- Висковатый

**Непрофессиональные воины, объединенные в военное формирование на добровольной основе, называются ...**

- ополченцами
- стрельцами
- рекрутами
- рейтарами

**В 1654 г. началась церковная реформа патриарха \_\_\_\_\_ .**

- Никона
- Макария
- Иова
- Алексея

**Столица Византийской империи, Константинополь был захвачен в 1453 году ...**

- турками-османами
- булгарами
- готами
- вандалами

**В ходе Северной войны русские войска разгромили шведский флот у мыса ...**

- Гангут
- Синоп
- Чесма
- Дежнева

**Во второй половине XVIII в. в русской архитектуре преобладал стиль ...**

- классицизм
- модерн
- рококо
- барокко

**В январе 1820 г. русская экспедиция открыла новый континент, получивший название ...**

- Антарктида
- Северная Америка
- Австралия
- Южная Америка

**В годы правления Николая I в России было (-а) ...**

- построена первая железная дорога
- отменено крепостное право
- введена конституция
- отменена цензура

**Земская реформа была проведена в \_\_\_\_\_ году.**

- 1864
- 1861
- 1868
- 1874

**В 1884 г. новый университетский Устав ...**

- ликвидировал автономию вузов
- разрешил учиться в вузах женщинам
- запретил учиться в вузах детям крестьян
- ввел автономию вузов

**Самой многочисленной социальной группой в России в конце XIX в. были ...**

- крестьяне
- разночинцы
- дворяне
- рабочие

**Раньше других в России возникли \_\_\_\_\_ партии.**

- революционные
- либеральные
- правые
- монархические

**Идеолог заговорщического направления в русском народничестве Петр Ткачев разделял взгляды французского революционера ...**

- Огюста Бланки
- Жана Кольбера
- Жора Клемансо
- Жана Жореса

**Среди союзников России в Первой мировой войне была \_\_\_\_\_ .**

- Франция
- Германия
- Австро-Венгрия
- Османская империя

**В ходе Февральской революции в России ...**

- установилось двоевластие
- к власти пришли большевики
- установилась военная диктатура
- возникла партия эсеров

**Учредительное собрание открылось в Петрограде в \_\_\_\_\_ 1918 г.**

- январе
- феврале
- ноябре
- декабре

**К причинам гражданской войны относится \_\_\_\_\_ .**

- деятельность большевистских продотрядов и комбедов
- убийство царской семьи
- разрешение выхода крестьян из общины
- возникновение монополий

**В 1922 г. на пост генерального секретаря партии был избран ...**

- И. В. Сталин
- Л. Д. Троцкий
- Л. Б. Каменев
- В. И. Ленин

**Генуэзская конференция состоялась в \_\_\_\_\_ году.**

- 1922
- 1924
- 1928
- 1934

**На завершающем этапе войны Красная Армия осуществила операцию ...**

- «Багратион»
- «Уран»
- «Кольцо»
- «Тайфун»

**Характерной чертой экономического развития СССР в 1945-1953 гг. было ...**

- использование в народном хозяйстве труда заключенных
- использование хозяйственного расчета на предприятиях
- разрешение аренды земли
- разрешение частной собственности

**Двоюродным братом российского императора Николая II был ...**

- английский король Георг V
- император Австро-Венгрии Карл I
- император Германии Вильгельм II
- шведский король Густав V

**Советская литература периода «хрущевской оттепели» характеризовалась ...**

- умеренной критикой «культы личности» Сталина
- созданием разнообразных литературных групп и течений
- возвращением имен писателей-эмигрантов первой волны
- отказом от принципа социалистического реализма

**Диссидентами в СССР называли ...**

- лиц, не разделявших господствующей идеологии
- выступавших за развитие страны по самобытному пути
- политическую парламентскую оппозицию
- уехавших за границу граждан СССР

**Территориальные проблемы, связанные с послевоенными европейскими границами (германская проблема) были урегулированы в ...**

- начале 1970-х гг.
- конце 1940-х гг.
- начале 1960-х гг.
- конце 1970-х гг.

**Противостояние между законодательной и исполнительной ветвями власти в октябре 1993 г. завершилось ...**

- ропуском Съезда народных депутатов и Верховного Совета РФ
- проведением президентских выборов
- формированием нового состава Верховного Совета РФ
- внесением дополнений в действующую Конституцию страны

**Поводом к свертыванию процесса разрядки международной напряженности послужило введение советских войск в ...**

- Афганистан
- Венгрию
- Чехословакию
- Корею

**Из рассказа Н.А. Бестужева о событиях 14 декабря в Петербурге: « Мы были окружены со всех сторон: бездействие поразило оцепенением умы; дух упал, ибо тот, кто на этом поприще раз остановился, уже побежден**

**вполовину. Сверх того, пронзительный ветер леденил кровь в жилах солдат и офицеров, стоявших так долго на открытом месте. Атаки на нас и стрельба наша прекратилась; «ура» солдат становилось реже и слабее. День смеркался. Вдруг мы увидели, что полки, стоявшие против нас, расступились на две стороны и батарея артиллерии стала между нами с разверстыми зевами, тускло освещаемая серым мерцанием сумерек ...»**

На российский престол при обстоятельствах, описанных в тексте, вступил император ...

- Николай I
- Павел I
- Александр I
- Александр II

**В русской архитектуре с принятием христианства началось каменное строительство. До наших дней в том или ином виде сохранилось около двух сотен каменных храмов X-XIII вв. Знаменитый храм древнего Киева – Софийский собор был заложен в 1037 г. Своим посвящением храм напоминает о главной святыне Константинополя – храме Святой Софии Премудрости Божией. Олицетворением Божественной Премудрости считался Иисус Христос. Киевская София со времени своей постройки и до конца XIII в. служила кафедральным храмом главы всей Русской церкви – митрополита Киевского. Немало повидав за свой долгий век и едва избежав полного разрушения в период, когда Киев находился под властью Речи Посполитой, Софийский собор все же дошел до наших дней.**

Софийский собор в Киеве был построен в правление князя ...

- Ярослава Мудрого
- Владимира Крестителя
- Владимира Мономаха
- Мстислава Великого

**В русской архитектуре с принятием христианства началось каменное строительство. До наших дней в том или ином виде сохранилось около двух сотен каменных храмов X-XIII вв. Знаменитый храм древнего Киева – Софийский собор был заложен в 1037 г. Своим посвящением храм напоминает о главной святыне Константинополя – храме Святой Софии Премудрости Божией. Олицетворением Божественной Премудрости считался Иисус Христос. Киевская София со времени своей постройки и до конца XIII в. служила кафедральным храмом главы всей Русской церкви – митрополита Киевского. Немало повидав за свой долгий век и едва избежав полного разрушения в период, когда**

**Киев находился под властью Речи Посполитой, Софийский собор все же дошел до наших дней.**

Характерными элементами убранства древнерусских храмов были ...

- фрески
- мозаики
- витражи
- пинакли

## **2. Примерная тематика контрольных работ**

**Методические рекомендации по выполнению контрольной работы**

### **2.1. Примерные темы для контрольных работ:**

#### **Вариант 1.**

1. Современные дискуссии о месте России в мировом историческом процессе.
2. Судьбы славянских народов – история и современность.
3. Проблемы образования Древнерусского государства (VIII – нач. IX вв.).
4. Проблемы развития Киевской Руси (IX-XII вв.).
5. Проблемы развития Удельной Руси (XII – XIII вв.).
6. Золотая Орда – мифы и реальность.
7. Александр Невский – герой или предатель Руси?
8. Проблемы образования русского централизованного государства (XIV-XV вв.).
9. Иван IV Грозный.
10. Проблемы расширения территории Российского государства в XVI в.
11. Самозванцы Российского государства.
12. Проблемы формирования российского абсолютизма в середине XVII в.
13. Петр I – тиран или «революционер на троне» в делах семейных и государственных?
14. Императрицы XVIII в.
15. «Непросвещенный абсолютизм» Павла I.
16. Активная внешняя политика XVIII в.: «+» и «-» последствий.
17. «Дней Александровых прекрасное начало...» (Реформы Александра I).
18. Герои Отечественной войны 1812 г.
19. Реформаторы России первой четверти XIX в.
20. Кризис феодально-крепостнического строя в 1830-50 –е гг.
21. Особенности промышленного переворота в России в XIX в.
22. Развитие российской экономики конца XIX - начала XX вв.  
«Контрреформы» Александра III.
23. Особенности формирования многопартийной системы в России на рубеже XIX - XX вв.
24. Героизм русских солдат в ходе русско-японской войны (1904-1905 гг.).
25. Столыпинская аграрная реформа и ее результаты.

26. Роль восточного фронта в ходе I мировой войны.
27. Разложение монархии в России. Николай II – последний российский император.
28. Новые подходы в изучении исторических событий гражданской войны в России (1917-1921 гг.).
29. Итоги НЭПа для развития России.
30. Проблемы и противоречия в процессе образования СССР.
31. Исторические портреты лидеров большевизма: В.И. Ленин, Л.Д. Троцкий, И.В. Сталин. Переход к тоталитаризму в СССР.
32. Деятельность Коминтерна и репутация СССР в 1920-30 –е гг.
33. Трагедия и героизм народа в годы ВОВ (1941-1945 гг.).
34. Правда о «золотом веке» цен. Экономическая политика государства в 1945-1953 гг.
35. «Оттепель» Н.С. Хрущева: штрихи к политическому портрету.
36. Период застоя. Время правления Л.И. Брежнева.
37. Проблемы «перестройки». Причины несостоявшегося реформирования советского общества при М.С. Горбачеве.
38. Последствия распада СССР. Национальные отношения на современном этапе развития России.
39. Оценка деятельности Б.Н. Ельцина.
40. Холодная война (1946 - 1991 гг.) и ее последствия для развития России.

## **Вариант 2.**

1. Деятельность и исторические концепции:
  - а) Н.М. Карамзина
  - б) С.М. Соловьева
  - в) В.О. Ключевского
  - г) М.Н. Покровского
2. Варяги и Русь.
3. Принятие христианства на Руси.
4. Русские земли и Золотая Орда: трансформация взаимоотношений в XIV-XV вв.
5. Иван III – государь всея Руси.
6. Роль Русской православной церкви в процессе политической централизации русских земель.
7. Личность Ивана IV в историографии.
8. Государственные деятели, политические и духовные лидеры России начала XVII в.: исторические портреты и оценки историков (по выбору).
9. Социальные протесты в России в XVII в.: истоки, сущность и последствия.
10. Оценки личности и деятельности Петра I в исторической литературе.
11. Европейский и российский абсолютизм: общее и особенное.
12. Внешняя политика России в XVIII в. Ее оценки в исторической литературе.
13. Исторические портреты государственных деятелей эпохи «дворцовых переворотов».

14. Оценки личности и деятельности Екатерины II в исторической литературе.
15. Движение декабристов: исторические дискуссии.
16. П.Я.Чаадаев о прошлом, настоящем и будущем России.
17. Исторический портрет Александра II.
18. Деятели эпохи реформ: К.Д. Кавелин, Б.Н.Чичерин, Д.А. Милютин и др.
19. Николай II: проблема личности в истории.
20. Первый опыт российского парламентаризма начала XX в.
21. Первая мировая война 1914-1918 гг. в исторических концепциях.
22. Исторические альтернативы 1917 года.
23. Брестский мир: историко-теоретическая интерпретация в отечественной историографии.
24. Судьбы российской эмиграции в исторической литературе.
25. Советский опыт социально-экономической модернизации: цели, содержание, результаты, оценки.
26. Исторические портреты В.И.Ленина, Л.Д.Троцкого, И.В.Сталина (по выбору).
27. Национально-государственное устройство и особенности политической системы Советской России в 1920-1930-е гг.
28. Проблемы социокультурного развития в 1930-е гг.: достижения и потери. Сталинизм.
29. Внешняя политика СССР накануне и в начале Второй мировой войны: современные подходы и оценки.
30. Великая Отечественная война: исторические и политические споры.
31. «Холодная война» и ее причины. Мероприятия по ограничению гонки вооружений в 1960-1980-е гг.
32. Н.С.Хрущев: политический портрет. Проблемы «оттепели».
33. Л.И.Брежнев: политический портрет на фоне «застоя».
34. М.С.Горбачев и «перестройка».
35. Национальные конфликты на территории СССР в конце 1980-х – начале 1990-х гг. Распад СССР.
36. Эпоха Б.Н.Ельцина: политический портрет.
37. Период стабильности конца XX - начала XXI вв. В.В.Путин: социально-экономические и административно- политические проекты и реформы.

## ***2.2. Требования к оформлению контрольных работ:***

Контрольная работа печатается на компьютере на одной стороне белой бумаги формата А4 (210x297 мм) через полтора интервала, 14 шрифтом.

Объем контрольной работы не должен превышать 25 страниц текста, включая титульный лист, план работы и список использованной литературы, исключая приложение. Каждый лист должен быть пронумерован арабскими цифрами. Номер страницы на титульном листе не ставится.

Текст должен быть разделен на разделы соответственно плану работы. Обязательно наличие оглавления, введения, основной части, заключения и списка использованной литературы и источников.

Список использованной литературы должен включать не менее 5 источников, при этом обязательно использование текущей, периодической печати. Данные, полученные из Интернета, также обязательно должны быть включены в список, по названиям сайтов. При ссылках на Интернет-источники обязательно указание даты создания и последнего обновления используемых материалов.

Список литературы оформляется по алфавиту, начиная с фамилии, затем инициалы имени и отчества, далее название, место и год издания. После списка на русском языке, идет список на иностранном языке, затем названия сайтов.

На всю использованную литературу в тексте должны быть ссылки.

Иллюстрации (чертежи, таблицы, графики, схемы и карты) следует расположить на отдельных листах Приложения. Каждый лист Приложения нумеруется следующим образом: в верхнем правом углу - Приложение 1, ниже по середине – название иллюстрации, внизу, под иллюстрацией - наименование вида (типа) иллюстрации, например, картосхема 1. На все иллюстрации должны быть даны ссылки в тексте.

### **3. Примерные темы докладов и рефератов**

1. Природа и общество: природно-климатический фактор в русской истории.
2. «Великое переселение народов» и проблема миграции славянских племен.
3. Проблема происхождения Древнерусского государства в отечественной историографии.
4. Языческие верования древних славян.
5. Христианизация Руси и ее значение.
6. Монгольское нашествие на Русь и его значение в концепции «евразийцев».
7. Северо-Восточная и Юго-Западная Русь в эпоху раздробленности: два пути развития русских земель.
8. Причины возвышения Москвы в отечественной историографии.
9. Идеологическая концепция «Москва – Третий Рим».
10. Эволюция социальной структуры русского общества в XIII-XV вв.
11. Сословно-представительные учреждения в России и Западной Европе: общее и особенное.
12. Московская Русь глазами иностранцев.
13. Реформы Избранной Рады.
14. Присоединение Зауралья к России: поход Ермака.
15. Смута на Руси: причины, характер, исторические альтернативы.
16. Проблема самозванчества в исторической литературе.
17. Соборное Уложение 1649 г.
18. Положение женщины в русском обществе по данным «Домостроя».
19. Церковный раскол и его влияние на русскую культуру.
20. Предшественники Петровских реформ (А. Ордин-Нащокин, В. Голицын).

21. Личность Петра I в исторической литературе.
22. Внешняя политика Петра I: от решения национальных задач к имперской политике.
23. Быт русского дворянства в XVIII в.
24. Фаворитизм в истории России XVIII в.
25. Правительственный конституционализм в XIX в.
26. Дворянская оппозиция: причины возникновения, взгляды, действия.
27. Внешняя политика России в XVIII в.
28. Кавказская война: история и современность.
29. Российские полководцы России XVIII-XIX вв.
30. Реформа 1861 г. в современной исторической литературе.
31. Российский либерализм второй половины XIX в.
32. Деятельность земских учреждений во второй половине XIX – начале XX в.
33. “Восточный вопрос” во внешней политике России.
34. Русский консерватизм XIX столетия: идеология и практика.
35. Эволюция российского революционного движения.
36. Реформаторы России XIX в.: проекты, планы, их реализация.
37. Российское крестьянство и аграрный вопрос в России (XIX – начало XX в.).
38. Реформы С. Ю. Витте, П. Д. Святополка - Мирского, П. А. Столыпина: сравнительный анализ.
39. Эволюция политической системы России в 1905 – 1907 гг.
40. Альтернативы политического развития России в 1917 г.
41. Политические партии в 1917 г.
42. Кризисы власти в 1917.
43. Октябрь 1917 г.: переворот, восстание, революция?
44. Политика “военного коммунизма”: сознательный выбор или необходимость?
45. Образование СССР. Особенности советской национальной политики.
46. Международное положение СССР в 1920-е гг.
47. Внутрипартийная борьба в РКП (б) – ВКП (б) в 1920-е гг.
48. Советская модель тоталитаризма.
49. Эволюция внешней политики СССР в 1930-е гг.
50. Советско – японское соперничество на Дальнем Востоке.
51. Советско – финская война.
52. Присоединение Прибалтики к СССР.
53. «Культурная революция» в СССР: итоги, цена, последствия.
54. Советско–германское сближение в 1939 – 1940 гг.: причины, проявления, последствия.
55. Русская православная церковь в годы войны.
56. Партизанское движение в годы войны: причины, характер, последствия.
57. Роль ленд-лиза в совместной борьбе против фашизма.
58. Формирование антигитлеровской коалиции: предпосылки и основные этапы.

59. Советский коллаборационизм: предательство или борьба со сталинизмом?
60. Человек на фронте и в тылу: человеческое измерение войны.
61. Разгром японской Квантунской армии (1945).
62. Встречи «Большой тройки»: итоги и последствия.
63. Ялтинско – Потсдамская система международных отношений.
64. Цена победы СССР в Великой Отечественной войне.
65. Финансовая реформа 1947 г.
66. Создание ядерного оружия в СССР.
67. Участие СССР в Корейской войне.
68. Советско – югославский конфликт.
69. Венгерские события 1956 г.
70. Социальная политика Советского государства в период «оттепели».
71. Курс на «развернутое строительство коммунизма» и «поздние реформы» Хрущева.
72. Реформы Н.С. Хрущева и А.Н. Косыгина.
73. Усиление консервативных тенденций в политической жизни страны в середине 1960- х – середине 1980-х гг. Диссидентское движение.
74. Особенности внешнеполитического курса в 1953 -1985 гг.
75. СССР в 1985 – 1991 г.: «перестройка» и ее итоги.
76. «Новое мышление» и международная практика советского правительства.
77. Современная Россия: характеристика социально-экономического, политического и духовного развития.

#### **4. Примерные вопросы для подготовки к экзамену**

1. История как наука и учебная дисциплина. Всеобщая история и Отечественная история. Исторические источники. Историография курса.
2. Восточные славяне в древности. Этногенез.
3. Проблемы образования Древнерусского государства (VIII-IX вв.).
4. Первые древнерусские князья. Христианизация Руси.
5. Проблемы политического и социального развития Киевской Руси (X-XII вв.).
6. Феодальная раздробленность на Руси (XII-XIII вв.).
7. Монголо-татарское вторжение на Русь. Проблема последствий монгольского нашествия.
8. Борьба русских земель со шведской и немецкой агрессией в XIII в. Александр Невский.
9. Образование русского централизованного государства (XIV-XV вв.).
10. Русское государство в XVI веке. Иван IV Грозный.
11. Внешняя политика и расширение территорий Российского государства в XVI веке.
12. Смутное время (начало XVII века).
13. Россия в середине XVII века. Формирование абсолютизма.

14. Народные движения второй половины XVII века. Церковный раскол.
15. Реформы Петра I: их содержание и последствия.
16. Дворцовые перевороты в России в середине XVIII века.
17. Россия в эпоху Екатерины II: просвещенный абсолютизм. Павел I.
18. Внешняя политика России в XVIII веке: события, итоги.
19. Россия в первой четверти XIX века. Реформы Александра I.
20. Отечественная война 1812 года: причины, ход событий, последствия.
21. Движение декабристов.
22. Россия в эпоху Николая I.
23. Отмена крепостного права в России. Эпоха «великих реформ» во второй половине XIX века.
24. Пореформенная Россия (в 1860-90-ые гг.).
25. Россия в годы царствования Александра III.
26. Вклад российской культуры XIX века в мировую культуру.
27. Россия на рубеже XIX-XX веков. Первая русская революция.
28. Внешняя политика в конце XIX-начале XX века. Русско-японская война: причины, события, итоги.
29. Россия в 1907-1914 годах. Реформы П.А.Столыпина.
30. Участие России в I мировой войне: причины, роль восточного фронта, последствия.
31. 1917 год в России (основные события, их характер, значение).
32. Гражданская война в России: причины, этапы, последствия).
33. НЭП: мероприятия, итоги, значение.
34. Образование СССР: причины и принципы создания Союза.
35. СССР в 30-е годы. Сталинизм.
36. Внешняя политика СССР в 1920-30-е годы.
37. СССР во второй мировой войне (1939-1945 гг.). Власть и общество в годы ВОВ.
38. СССР в 1945-1953 гг. Кризис сталинизма.
39. СССР в период реформ второй половины 50-х-первой половины 60-х гг.
40. СССР в середине 1960-80 гг. Период застоя.
41. «Перестройка» в СССР (1985-1991 гг.). Причины несостоявшегося реформирования советского общества.
42. Распад СССР: причины и последствия. Становление новой российской государственности.
43. Современная Россия. 1991-2001 гг.
44. Эволюция внешней политики СССР в 1945-1991 гг. Россия в системе современных международных отношений (1991-2001 гг.).

## **IX. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К СЕССИОННОМУ КОНТРОЛЮ (для студентов заочной формы обучения)**

### **1. Методические рекомендации по изучению дисциплины:**

Хотелось бы обратить ваше внимание на поэтапность изучения материала по истории Отечества для более эффективного его усвоения.

Прежде всего, студенты знакомятся с историей образования и развития древнерусского государства Киевская Русь. Далее в курсе рассматривается процесс объединения русских княжеств вокруг Москвы, освобождения страны от ига, развитие России в XVIII – начале XX вв., как империи. Завершает лекционный курс материал, посвященный истории советского государства, и изучается современное развитие Российской Федерации.

Для успешного освоения курса рекомендуется использовать научно-методический комплекс по данной дисциплине. Следует ознакомиться с такими его составляющими как словарь по дисциплине, содержание основных рассматриваемых тем, список рекомендуемой литературы, планы семинарских занятий и вопросы для итогового контроля по предмету.

Эффективное освоение курса невозможно без активного использования рекомендуемой литературы. Обращаться к ней нужно как при разработке творческих и аналитических контрольных работ, так и для подготовки к итоговому контролю по дисциплине. При этом, желательно использование, как учебной литературы, так и трудов монографического характера и статей в профессиональной и иной прессе.

В качестве итогового контроля предусмотрен письменный экзамен по билетам. Для подготовки к нему необходимо использовать как лекционные, так и дополнительные материалы.

Курс имеет, прежде всего, теоретическую направленность.

## **Х. ТРЕБОВАНИЯ К КОНТРОЛЬНЫМ МЕРОПРИЯТИЯМ**

**Требования к выполнению тестовых заданий для студентов очной формы обучения:**

Текущий контроль знаний по дисциплине «История России» студентов **очной формы** обучения осуществляется в тестовой форме.

**Тестовое задание** включает в себя вопросы по нескольким ключевым темам учебной программы по модулям: «История России с древнейших времен по XVII в.», «История России XVIII – XIX вв.», «История России XX в.».

Тестовые задания если студент дал не менее 80% правильных ответов считаются выполненными. Время выполнения тестовых заданий – 2 академических часа.

**Требования к выполнению контрольных работ для студентов заочной формы обучения:**

*Рубежный контроль* знаний по дисциплине студентов **заочной формы** обучения проводится в форме письменной контрольной работы.

1. Контрольная работа выполняется по одной из предложенных тем. Темы работ приведены в разделе IX. «Методических рекомендациях по подготовке к сессионному контролю (для студентов заочной формы обучения)».

2. Объем работы не должен превышать 25 страниц печатного текста. На титульном листе необходимо обозначить тему работы, фамилию студента и номер его группы. Подробные рекомендации к оформлению контрольных работ – см. раздел IX.
3. Работа должна быть написана самостоятельно по материалам прочитанных источников. Цитирование допускается только в том случае, если указывается цитируемый источник.
4. Допускается использование литературы, не указанной в списке литературы к контрольным работам. Особое внимание надо обратить на новую литературу, вышедшую из печати за последние 5-7 лет.

Контрольные работы **оцениваются по пятибалльной шкале.**

Студенты, получившие оценку *«неудовлетворительно»*, *обязаны повторно пройти процедуру рубежного контроля*, написав аналогичную работу по другой теме.

## **XI. ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Дифференцированный зачет или экзамен по дисциплине как продолжение учебно-познавательного процесса является одной из форм его контроля и методом определения качества знаний, умений и навыков студентов, причем по всему учебному курсу.

**Письменный экзамен**, с одной стороны, способствует развитию «западающих» элементов культуры мышления, с другой, расширяет возможности информационно-коммуникационного взаимодействия. Студент получает больше возможностей для целостного изложения и аргументации своего понимания изученного материала. Кроме того, письменный текст наиболее адекватно отражает умение логично мыслить и в соответствии с проблемой выстраивать его содержание.

**Условия допуска к экзамену:**

Студенты **очной формы обучения** допускаются к сдаче экзамена по дисциплине при условии выполнения **следующих требований:**

- посещение семинарских занятий;
- выполнение тестовых заданий;
- подготовка докладов и сообщений;
- выполнение проверочных работ.

Студенты **заочной формы обучения** допускаются к сдаче экзамена по дисциплине при условии выполнения **следующих требований:**

- выполнение плановой контрольной работы.

**Форма и содержание экзамена:**

Экзамен проводится в письменной форме по билетам. В билет включены два вопроса из списка примерных вопросов для подготовки к экзамену. Дополнительно студенту предлагается дать определение и раскрыть содержание одного понятия (из перечня понятийного минимума дисциплины).

Подробнее, что включает в себя экзамен – см. «Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов».

На подготовку по билету студенту, как правило, выделяется не более 30 минут.

**Критерии оценивания:**

Оценка за экзамен выставляется с учетом выполнения студентом теоретической (по билету) и практической (по карте) части по пятибалльной системе. По теоретической части экзамена студенту могут быть заданы уточняющие вопросы (на правильность понимания терминов, логики причинно-следственных связей). По практической части экзамена студент, если потребуется, должен показать и рассказать по карте события и военные действия по теме билета.

На экзамене выставляются:

- оценка «отлично» - если студент ответил на два вопроса билета и дополнительный вопрос;
- оценка «хорошо» - если студент ответил на два вопроса, но не ответил на дополнительный вопрос;
- оценка «удовлетворительно» - если студент ответил на один вопрос билета и дополнительный вопрос.

## **ХII. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **1. ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Апальков В.С. История Отечества / В.С. Апальков, И.М. Миняева: учебное пособие.- 2-е изд., испр. и доп. – М.: Альфа-М: ИНФРА-М, 2010. – 544с.

2. История России для технических вузов: учебник для бакалавров / под ред. М.Н. Зуева, А.А. Чернобаева. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2014. – 639 с . Серия Бакалавр. Базовый курс.

3. История России с древнейших времен и до наших дней: учебник / А.Н. Сахаров, А.Н. Боханов, В.А. Шестаков; под ред. А.Н. Сахарова. – Москва: Проспект, 2015. – 768 с.

4. История России (IX – начало XXI вв.): учебник для студ. высш. учеб. заведений / Под ред. А.Ю. Дворниченко, В.С. Измолика. – М.: Гардарики, 2010. – 479с.

5. История России с древнейших времен до наших дней: учебник / В.А. Федоров, В.И. Моряков, Ю.А. Щетинов. – М.: ТК Велби, ЗАО «КноРус», 2010. – 544с.

6. История России. XX век: 1939-2007 / под ред. А.Б. Зубова. – М.: Астрель: АСТ, 2011. - 847 с.

7. История России в схемах: учебное пособие / А.С. Орлов, В.А. Георгиев, Н.Г. Георгиева, Т.А. Сивохина. – М., 2014. – 304 с.

8. Кириллов В.В. учеб. пособие для бакалавров / В.В. Кириллов. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2014. – 665 с. – Серия: Бакалавр. Базовый курс.

9. Мунчаев Ш.М. Политическая история России. От Смутного времени до Беловежской Пуши / Ш.М. Мунчаев, В. М. Устинов. – 2-е изд., пересмотр. – М.: Норма, 2009. - 736 с.

10. Орлов А.С., Георгиев В.А., Георгиева Н.Г., Сивохина Т.А. История России. – 2-е изд., перераб. и доп. – М: Проспект, 2015. - 680 с.

11. Орлов А.С., Георгиева Н.Г., Георгиев В.А. Исторический словарь. – 2-е изд.. Москва:Проспект, 2015. – 592 с.

12. Оськин М.В. История Первой мировой войны. - М.: ООО «Издательский дом «Вече», 2014. – 496 с.

13. Семин В.П. История России: учебник / В.П. Семин. – 2-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2013. – 440 с. – (Бакалавриат).

14. Семин В.П. История России: проблемы и вопросы: учебное пособие / В.П. Семин, М.В. Шадская. – М.: КНОРУС, 2015. – 654 с.(Бакалавриат).

## 2. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Анисимов Е.В. История России от Рюрика до Путина. Люди. События. Даты. – СПб.: Питер, 2008.- 588с.

2. Анисимов Е.В. Императорская Россия. – СПб.: Питер, 2012. – 640 с.

3. Артемов В.В. История Отечества: С древнейших времен до наших дней: учебник для студ. сред. проф. учеб. заведений / В.В. Артемов, Ю.Н. Лубченков. – 14-е изд, стер. - М.: Издат. центр «Академия», 2010. – 360с.

4. Басовская Н.И. Антигерои истории. Злодеи. Тираны. Предатели / Н. Басовская. – М.: АСТ, 2013.

5. Бок М.П. П.А. Столыпин: Воспоминания о моем отце / М.П. Бок. – М., 2006.

6. Будницкий О.В. Терроризм в российском освободительном движении: идеология, этика, психология (вторая половина XIX - начало XX вв.) / О.В. Будницкий. – М., 2000.

7. В поисках теории российской цивилизации: памяти А.С. Ахиезера: сборник / Сост. А.П. Давыдов. – М.: Новый хронограф, 2009. – 400с.

8. Вернадский Г.В. Русская история: учебник. - М., 2001.

9. Верт Н. История Советского государства: 1900-1991. - М.: ИНФРА-М; Весь мир, 2003. – 544с.

10. Гумилев Л.Н. От Руси до России. - М., 2006.

11. Гуц А.К. Многовариантная история России. - М., СПб; 2001.

12. Данилов А.А. История России с древнейших времен до наших дней в вопросах и ответах: Учебное пособие. - М.: ТК Велби, Из-во Проспект, 2004.- 320с.

13. Деревянко А.П. История России: с древнейших времен до конца XX в. - М., 2001.

14. Дворниченко А.Ю. Отечественная история (до 1917 г.): учебное пособие для студ. вузов. - М., 2005.

15. Дойчер И. Троцкий. Вооруженный пророк. 1879 – 1921 / И. Дойчер (пер. с англ. Т.М. Шумиловой). – М., 2006.

16. Загладин Н.В., Козленко С.И. История Отечества XX- начала XXI вв. - М., 2004.
17. Золотарев В.А. Военная история. - М., 2001.
18. Игнатов В.Д. Палачи и казни в истории России и СССР / В.Д. Игнатов. – М.: Вече, 2013.
19. История России / Под ред. А.С. Орлова, В.А. Георгиева. - М., 2003.
20. История России: учебник / Под ред. В.Г. Деева, Ю.И. Казанцева. - М.-Новосибирск, 2000.
21. Каменский А.Б. От Петра I до Павла I: Реформы в России XVIII в.: опыт целостного анализа / А.Б. Каменский. – М., 2001.
22. Каррер А.Э. Екатерина II. Золотой век в истории России. - М., 2006.
23. Кизеветтер А.А. Исторические очерки: из истории политических идей. Школа и просвещение. Русский город в XVIII в. Из истории России в XIX в. - М., 2006.
24. Кириллов В.В. Отечественная история XX- начала XXI вв. - М., 2004.
25. Козляков В.Н. Марина Мнишек / В.Н. Козляков. – М., 2005.
26. Кульгин Э.С. Золотая Орда: проблемы генезиса Российского государства / Э.С. Кульгин. – М., 2006.
27. Личман Б.В. Многоконцептуальная история России. Пособие для абитуриентов. – Екатеринбург: Из-во «СВ-96», 2000.- 64с.
28. Лукьянов Л.П. Восточные славяне: разве это мы? Эволюция VI – X вв. / Л.П. Лукьянов. – М., 2004.
29. Маринович Л.П. Античная и современная демократия: новые подходы к сопоставлению. - М., 2007.
30. Медведев Ф. Н. О Сталине без истерик. – СПб.: БХВ-Петербург, 2013.
31. Миллер А.И. Империя Романовых и национализм: эссе по методологии исторического исследования. - М., 2006.
32. Мотревич В.П. Экономическая история России: учебное пособие. - Екатеринбург, 2004.
33. Мухамедина Ш. Отечественная история новейшего времени: учебное пособие. – М.: КДУ, 2006.
34. НЭП: экономические, политические и социокультурные аспекты / А. Сенявский, В.Б. Жиромская, С.В. Журавлев и др. – М.: РОССПЭН, 2006. – 544с.
35. Озерский В.В. Правители России от Рюрика до Путина. История в портретах. Изд. 2-е. – Ростов н/Д: Феникс, 2004. – 352с.
36. Ольштынский Л.И. Угроза фашистского мирового господства: история и современность (взгляд из XXI в.). - М., 2003.
37. Павленко Н.И., Андреев И.Л. История России с древнейших времен до конца XVII в. - М., 2001.
38. Павленко Н.И., Ляшенко Л.М., Твардовская В.А. История России XVII – XIX вв. - М., 2001.
39. Патриарх Никон: трагедия русского раскола (сборник) / Составители В.И. Мельник, И.М. Стрижова. – М., 2006.

40. Платонов С.Ф. Полный курс лекций по русской истории. - СПб., 2001.
41. Пути России. Историзация социального опыта / Том XVIII. – Новое литературное обозрение, 2013.
42. Россия, Польша, Германия: история и современность европейского единства в идеологии, политике и культуре / Сост. Б.В. Носов. - М.: Индрик, 2009. – 368с.
43. Савицкий В.Д. Три века российского самовластия: сомнения, недоумения, коррективы – СПб., 2004.
44. Свердлов М.Б. Домонгольская Русь: князь и княжеская власть на Руси VI – первой трети XIII вв. – СПб., 2003.
45. Семин С.В. Русская история: проблемы и спорные вопросы: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2007. – 653с.
46. Синелина Ю.Ю. Секуляризация в социальной истории России. - М., 2004.
47. Скрынников Р.Г. Иван III / Р.Г. Скрынников. – М., 2006.
48. Скрынников Р.Г. Минин и Пожарский. - М., 2007.
49. Соколов А.В. Интеллигенты и интеллектуалы в российской истории. – СПб.: Из-во СПб ГУП, 2007. – 344с.
50. Соколофф Ж. Бедная держава: История России с 1815 года до наших дней / Пер. с фр. Н.Ю. Панина. – М.: Изд. Дом ГУ ВШЭ, 2008. – 882с.
51. Степанищев А.Т. История России IX-XVII веков: от российской государственности до Российской империи: учеб. пособие. – М.: КомКнига, 2007. – 584с.
52. Троцкий Л. Сталин. Красный «царь» / Л. Троцкий, И. Дойчер, Т. Клифф. – М.: Алгоритм, 2013.
53. Федоров В.А. История России с древнейших времен до наших дней. - М., 2005.
54. Человек-Общество-Армия-Война: сборник докладов на XXIII Военно-научной конференции 23 окт. 2008 г. – Екатеринбург: ГУ, 2008. – 232с.
55. Эйдельман Н.Я. Твой девятнадцатый век / Н.Я. Эйдельман. – М., 2006.
56. Экштут С.А. Александр I. Его сподвижники. Декабристы: в поиске исторической альтернативы / С.А. Экштут. – СПб., 2004.
57. Юрьевская Е.М. Александр II / Е.М. Юрьевская. – М., 2004.
58. Яковер Л.Б. История России. - М., 2002.

### 3. ИСТОЧНИКИ

1. Восстание декабристов. Документы. Т.1-18. - М.; Л., 1925-1986.
2. Законодательные акты Русского государства втор. пол. XVI – перв. пол. XVII в. - Л., 1986.
3. Кушнир А.Г. Хроноскоп: летопись фактов и событий отечественной истории за два тысячелетия от Рождества Христова. - М., 2003.

4. Шмидт С.О. Памятники письменности в культуре познания истории России. Т.1. Допетровская Русь. - М., 2007.
5. Памятники русского права. Вып. 1-8. - М., 1953-1961.
6. Печенев В.А. «Смутное время» в новейшей истории России (1985 – 2003 гг.): исторические свидетельства и размышления участника событий. - М., 2004.
7. Полное собрание русских летописей. Т.1-39. - СПб.; М.; Л., 1841-1990.
8. Программы политических партий России конец XIX – первая половина XX вв. - М., 1995.
9. Российское законодательство с древнейших времен до начала XX в. Т.1-6. - М., 1984-1988.
10. Русская православная церковь в советское время (1917-1991 гг.) / Сост. Г.Штриккер. Кн. 1-2. - М., 1995.
11. Соловьев С.М. Публичные чтения по истории России. - М., 2005.
12. Сталинское Политбюро в 1930-е годы. Сборник документов. - М., 1995.
13. Хрестоматия по отечественной истории. 1914-1945 гг. / Под ред. А.Ф.Киселева, Э.М.Щагина. - М., 1996.
14. Хрестоматия по отечественной истории. 1946 - 1994 гг. / Под ред. А.Ф.Киселева, Э.М.Щагина. - М., 1996.

#### 4. СЛОВАРИ, СПРАВОЧНИКИ

1. Государственность России: словарь-справочник. - М., 1996.
2. Данилов А.А. История России IX-XIX вв.: справочные материалы. - М., 1997.
3. История России: тысячелетие дипломатии и войн. Вып.1-2. - Екатеринбург, 1995.
4. Похлебкин В.В. Внешняя политика Руси, России и СССР за 1000 лет в именах, датах и фактах. Справочник. Вып. 1-3. - М., 1992.
5. Похлебкин В.В. Татары и Русь. 360 лет отношений Руси с татарскими государствами в XIII – XIVвв. 1238-1598 гг. (от битвы на р. Сить до покорения Сибири): Справочник / В.В. Похлебкин. – М., 2005.
6. Политические партии России конец XIX – первая половина XX вв. Энциклопедия. - М., 1995.
7. Политические деятели России 1917 г. Биографический словарь. - М., 1993.

#### 5. ВЕБ-РЕСУРСЫ

- 1.Хрестоматия электронных текстов на сайте «Заметки на полях» (<http://www.klio.webservis.ga>).
- 2.Библиотека электронных ресурсов на сервере исторического факультета МГУ (<http://www.hist.msu.ru/>).
- 3.История. Приложение к газете «Первое сентября» (<http://www.ISeptember.ga/ru/his.htm>).
- 4.Российский электронный журнал «Мир истории» (<http://www.tellur.ga/~historia/>).

5. Журнал «Новая и новейшая история» ([http://www. bitpro. ru/CATALOG/](http://www.bitpro.ru/CATALOG/)).
6. Материалы Независимого теоретического семинара "Социокультурная методология анализа российского общества". Ряд материалов посвящен различным аспектам истории России и ее культуры (<http://scd. plus, centre ru/>).
7. Алтайский региональный исторический сервер: виртуальный читальный зал, ресурсы, ссылки (<http://hist. den-asu. ra/sourses. shtml>).
8. "Сибирская Заимка". Сервер посвящен истории Сибири: опубликованные научно-популярные, научные работы, касающиеся сибирской истории (<http://cclib.nsu.ru/projects/siberia/>).
9. Сервер об истории и устройстве Русской православной церкви (<http://www.orto-rus. ru/>).
10. Коллекции ссылок на исторические ресурсы в сети Интернет:  
на сервере исторического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова (<http://www. hist. msu. ru. /Links/ worldu.htm>),  
на Алтайском историческом научно-образовательном сервере Ассоциации «История и компьютер» (<http://klio. dcn-asu. ru/internet/sng.shtml>),  
на сервере издательства «Клио» (<http:// www. history. ru/hist. htm>).

### **XIII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

#### *1. Демонстрационные / иллюстративные материалы*

- карты и атласы по Отечественной истории;
- учебники и учебные пособия;
- раздаточные материалы для дискуссий, организации дебатов, тестирования;
- мел, доска.

#### *2. Технические средства*

- компьютерная техника, мультимедийное оборудование:
  - 1) экран;
  - 2) мультимедийный проектор проектор;
  - 3) ноутбук (или персональный компьютер);
  - 4) колонки, микрофон.

## Тема 2. СЛАВЯНСКИЙ ЭТНОГЕНЕЗ

- Теории этногенеза восточных славян
- Природные условия и территория расселения восточных славян
- Экономическое развитие и общественный строй восточных славян
- Обычаи, нравы и верования восточнославянского этноса

### ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1. Этногенез — весь процесс существования и развития этнической системы от момента ее возникновения до исчезновения. Существует множество концепций происхождения и прародины славян, среди них ведущие позиции занимают: миграционная (пришли на Восточно-Европейскую равнину): а) «дунайская» (С.М. Соловьев, В.О. Ключевский), б) «прибалтийская» (М.В. Ломоносов, А.Г. Кузьмин); автохтонная - славяне как этнос сформировались на территории Восточно-Европейской равнины и являлись исконным населением (Б.А. Рыбаков); 3) одерско-висловская — прародиной славян считается территория между Одером и Вислой; одерско-днепровская - район между Одером и Средним Днепром (М.С. Шумилов, С.П. Рябикин).

2. Праславяне принадлежали к Древнему индоевропейскому единству, сложившемуся в V—IV вв. до н.э. в северо-восточной части Балкан и на территории Малой Азии. На рубеже III—II вв. до н.э. на основе развития в Евразии пастбищного скотоводства индоевропейские племена в поисках пастбищ ушли в Среднюю Азию и Северную Индию. Формируются этнографические группы: кельтская, германская, романская (славянская), греческая, иранская, балтийская. Появление славян как самостоятельного этноса датируется I в. до н.э. В античных источниках в первом веке нашей эры славян знали под именами «антов» и «венедов». С VI в. н.э. закрепился термин — «славяне». В ходе Великого переселения народов, проходившего в III—VII вв., славяне, осваивая различные территории, разделились на три ветви: западную (поляки, чехи, словаки и др.), южную (болгары, сербы, хорваты и др.) и восточную (белорусские, русские и украинские народы). Восточные славяне в VI—VII вв. заняли территорию: с севера на юг — от Невы и Ладожского озера до Среднего Приднепровья и с запада на восток —

от Карпатских гор до Средней Оки и верховьев Дона.

3. Климат в средней полосе Восточно-Европейской равнины был континентальный. Вся жизнедеятельность людей была связана с лесом. Его использовали как строительный материал, топливо, для изготовления домашней утвари. Не менее благоприятное влияние на жизнь людей оказывали реки. Они служили средством общения между племенами, снабжали людей рыбой для еды и обмена. По берегам рек шло расселение славянских племен, строились поселения, в дальнейшем города. Речные пути приобретали и международное значение: с VI в. появился водный торговый путь «из варяг в греки», позволявший торговать восточным славянам с Византией, другой путь, «из варяг в персы», служил сообщением с волжскими болгарами, Хазарским каганатом и далее — со Средней Азией и арабским миром.

4. Восточные славяне делились на племенные союзы, и местами их расселения были: по западному берегу Днепра и реке Рось жили поляне; на запад от них по Припяти селились древляне, а севернее — дреговичи; по Оке — вятичи; вокруг озера Ильмень — ильменские словене; по реке Сож — радимичи; в верховьях Волги, Днепра, Западной Двины — кривичи; по среднему течению реки Днепр и по реке Десна — северяне.

5. Основными занятиями славян были охота, рыболовство, скотоводство, бортничество. Позже славяне начали заниматься земледелием. Существовало две системы земледелия: на юге, где была лесостепь, — перелог; на севере, где росли непроходимые леса, в основном была подсечно-огневая.

6. Во главе каждого племени или рода у восточных славян стоял старейшина. Существовал совет старейшин, где обсуждались различные вопросы, а также общее собрание рода или племени — вече. Верховным судьей и предводителем войска был князь. Ему подчинялись военные люди, составлявшие княжескую дружину. Такое управление позже получит название военной демократии.

7. По своим верованиям древние славяне были язычниками. Они поклонялись явлениям природы, обожествляя их. У восточных славян были свои языческие праздники, связанные с временами года и земледельческими работами (Масленица, I праздник Ивана Купалы, праздник урожая и т.д.). Известно, что у славян довольно долго сохранялся закон кровной мести.

### **Тема 3. КИЕВСКАЯ РУСЬ В IX-XII ВВ. РУСЬ В ЭПОХУ ФЕОДАЛЬНОЙ РАЗДРОБЛЕННОСТИ. БОРЬБА РУССКИХ ЗЕМЕЛЬ С ВНЕШНИМИ ВТОРЖЕНИЯМИ**

- Киевская Русь: социально-экономическое, политическое и культурное развитие (IX- начал. XII вв.)
- Эпоха феодальной раздробленности на Руси. Основные политические

центры (XII-XIII вв.)

- Борьба с иноземными нашествиями в XIII в.

## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1. Возникновение русского государства имело ряд особенностей, связанных с географическим положением его меж Европой и Азией и неимением естественных географически раниц, а также необходимостью совместной защиты живущих здесь племен от внешних врагов, которая сплачивала их и заставляла создавать сильную государственную власть.

2. Вопрос о происхождении государственности на Руси до сегодняшнего дня остается спорным в среде историков. В XVIII в. немецкие ученые на русской службе Г.З. Байер, Г.Ф. Миллер разработали норманнскую теорию, согласно которой государство на Руси было создано норманнами (варягами). Против этой концепции выступил М.В. Ломоносов, положив начало полемике между норманистами и антинорманистами, которая продолжается уже более двух столетий.

3. Историки делят историю Киевской Руси на три периода:

- первый - период становления Древней Руси при первых князьях Рюриковичах (вторая половина IX - последняя треть X вв.);
- второй - период расцвета Киевской Руси при Владимире I и Ярославе Мудром (конец X - первая половина XI вв.);
- третий — период начала территориальной и политической раздробленности Древнерусского государства и его распада (вторая половина XI — Первая треть XII вв.).

4. Перед киевскими князьями стояло несколько задач:

1) объединение восточных славян под властью Киева; 2) укрепление государства и распространение своей власти внутри страны; 3) торговля с Византией; 4) борьба со степными кочевниками: хазарами, печенегами, половцами.

5. Первые князья Киевской Руси: Рюрик, Олег, Игорь, Ольга — настойчиво расширяли свои владения, подчиняли себе восточнославянские племена, сменяя местных племенных князей на присланных наместников из Киева. Новгородские бояре в 862 г. пригласили княжить в Новгород Рюрика — начальника отряда варягов, который положил начало династии Рюриковичей. В 882 г князь Олег захватил Киев, тем самым объединив северные и южные племенные союзы. Киев назвал «матерью городов русских». Олег стал великим киевским князем. В 907 г. в результате успешного похода князя Олега на Царь град были урегулированы отношения между Русью и Византией. Князь Игорь предпринимает два похода на Византию и заключает договор о мире, торговле и взаимной помощи, обеспечивает беспрепятственную торговлю в Царь граде. В 945 г. при попытке повторного сбора дани с древлян был убит. Его вдова княгиня Ольга отомстила за смерть мужа, навела порядок в русских землях, ввела законы

налогового права «уроки и погосты»), в конце жизни посетила Царь град и крестилась там в православие. Ее сын князь Святослав, выдающийся древнерусский полководец, предпринял ряд удачных походов: разбил хазар, затем волжских булгар, подчинил вятичей; но вел неудачную войну с Византией, был убит печенегами.

6. Сын Святослава — Владимир Красное Солнышко — стал объединителем всех земель восточных славян в состав Киевской Руси. Он организовал надежную систему обороны ее степных границ от кочевников. В годы его правления Русь принимает христианство (988 г.). После смерти Владимира начались междоусобные войны его сыновей. Пасынок Владимира Святополк Окаянный убил своих братьев Бориса, Глеба и Святослава, захватил Киев, но старший из братьев, Ярослав, наместник Новгорода, победил Святополка и стал великим киевским князем.

При Ярославе Мудром Киевская Русь достигла вершины своего могущества. Ему подчинялись земли от Черного моря до Баренцева. Он разбил печенегов, укрепил международные связи при помощи политических браков с такими странами, как Швеция, Норвегия, Польша, Франция, Византия. В годы его правления появился первый свод русского законодательства Русская Правда. Происходит культурный расцвет русского государства.

7. После смерти Ярослава Мудрого наследники не смогли сохранить единство русской земли. Раздоры князей, половецкие набеги, волнения горожан заставили киевскую знать в начале XII в. призвать на княжение внука Ярослава Мудрого - Владимира Всеволодовича Мономаха. Он совершил успешный поход на половцев, восстановил на короткий срок единство русских земель, создав союз князей под руководством великого киевского князя. Его сын Мстислав на короткий период удерживает относительную целостность Руси. Но после его смерти Русь начинает распадаться на самостоятельные княжества и земли.

8. В IX—XIII вв. основной сферой хозяйственной деятельности в Древней Руси было земледелие. Большое развитие получили города как центры ремесла и торговли. В X-XI вв. доминировала государственная собственность на землю, которая позволяла киевским князьям взимать дань с подвластного населения. Во второй половине XI в. в различных русских землях возникло частное землевладение — княжеские, боярские и монастырские вотчины.

9. Русь в X—XII вв. представляла собой раннефеодальную монархию с великим князем во главе. При князе состояли дружинники, ведавшие сбором дани, судом. В городах назначались князем посадские и воеводы. Вассалами князя являлись его родственники, правители удельных земель. Феодалы платили князю дань, но своими вотчинами распоряжались самостоятельно. Основными социальными категориями этого периода являлись: высшие классы - князья, бояре и другие собственники больших земельных имений, богатые купцы в городах; средний класс — купцы и мастера - ремесленники (в городах), владельцы средних и небольших имений (в сельской местности);

низшие классы - беднейшие ремесленники и крестьяне, заселявшие государственные земли. Кроме свободных людей, в Киевской Руси существовали также полусвободные (закупы, рядовичи) и невольники (холопы, челядь).

10. Во второй трети XII в. (1132 г.) на Руси начался длившийся до конца XV в. период феодальной раздробленности. Причинами ее были: 1) ослабление власти киевских князей и укрепление власти феодалов на местах, в результате роста крупных землевладений; 2) отсутствие прочных экономических связей между областями: не было общего рынка, господствовало натуральное, феодально-вотчинное хозяйство; 3) отсутствие серьезной внешней угрозы для всей восточнославянской общности.

11. Политическими наследниками Киевской Руси стали 15 крупных княжеств и феодальных республик. Наиболее значительными были Владимиро-Суздальское княжество, Новгородская боярская республика и Галицко-Волынская земля - три политических центра, имевших огромное влияние на развитие соседних с ними земель. Своеобразный уклад общественной и политической жизни образовался в Новгородской земле. Власть в Новгороде фактически принадлежала богатому боярству. Оно держало в руках городское собрание свободных граждан — вече. Вече избирало из числа бояр посадника, тысяцкого, командовавшего народным ополчением, архиепископа, ведавшего казной и внешними отношениями. Новгородская боярская республика была огромным государством, занимавшим территорию от Верхней Волги до Балтийского и Белого морей, просуществовала около трех с половиной столетий.

12. Последствия феодальной раздробленности имеют как знак плюс, так и знак минус. За годы феодальной раздробленности происходило развитие политической, экономической, культурной жизни русских земель. Но княжеские усобицы, постоянное дробление княжеств между наследниками, разрушительные войны ослабили обороноспособность и политическое единство страны.

13. Раздробленная на обособленные княжества Русь не смогла собрать достаточно сил для отпора татаро-монголов. В конце XII — начале XIII вв. в Центральной Азии возникло монгольское государство, возглавил его Темучин, который в 1206 г. был провозглашен великим ханом под именем Чингисхан. Армия монголов под его руководством начала завоевательные походы. В 1223 г. на реке Калке произошло первое столкновение русских войск совместно с половцами с монгольским войском, где объединенные войска потерпели поражение. Внук Чингисхана Батый в 1237 г. начал покорение Северо-Восточной Руси. В 1238 г. были завоеваны: Рязань, Коломна, Москва, Ростов, Ярославль, Тверь, Юрьев; в 1239 г. — города Переславль и Чернигов, в 1240 г. пал Киев, захвачена Галицко-Волынская земля. В 1242 г. на Нижней Волге возникла Золотая Орда - мощное татаро-монгольское государство, в состав которого вошли завоеванные русские земли, где Батый и его преемники частично сохранили систему управления, сложившуюся до нашествия.

14. Практически одновременно с нашествием татаро-монголов на южные русские княжества шведские корабли вошли в устье реки Невы с целью захвата Новгорода и Пскова и насаждения католической веры. 15 июля 1240 г. князь Александр Ярославич выигрывает сражение над шведами на Неве, за что получает прозвище Невский. Вслед за шведами на русские земли нападают объединенные силы Ливонского ордена при поддержке датских и немецких рыцарей и захватывают город Изборск, а затем и Псков. В 1242 г. Александр Невский освобождает эти города. Решающая битва между новгородским войском и силами Ливонского ордена состоялась 5 апреля 1242 г. на Чудском озере. Рыцарское войско потерпело сокрушительное поражение. В результате было остановлено наступление рыцарей на Северо-Западную Русь.

15. Татаро-монгольское иго (1240—1480) — это сложная система, главной целью которой было использование военного и экономического потенциала Руси в интересах Золотой Орды. Оно характеризовалось: в экономической сфере — ежегодной выплатой огромной дани татаро-монголам; в политической — жестким контролем Орды за деятельностью русских князей при помощи выдачи ярлыков на княжение; в культурной — принудительным использованием русских мастеров для строительства и укрепления городов Золотой Орды, расхищения татарами материальных и художественных ценностей, веками накопленных в русских городах.

16. Татаро-монгольское иго привело к длительному упадку в культурной, хозяйственной жизни русского общества, политической зависимости Северо-Восточной Руси от Золотой Орды, искусственно изолировав эти земли от западного мира и Византии. Возможности влияния греческой православной цивилизации на Русь резко уменьшились, но воспринятые ранее традиции уже укоренились в восточнославянском церковном быту и развивались на новой почве. Власть Орды создавала серьезные проблемы для русского общества, уродливо деформируя многие государственные структуры. Однако постепенно стали складываться объединительные тенденции в русских княжествах.

#### **Тема 4. СКЛАДЫВАНИЕ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВА В XIV-XVI ВВ.**

- Предпосылки образования единого русского государства
- Объединение русских земель вокруг Москвы. Начало государственной и политической централизации (XIV - начало XV вв.)
- Образование российского государства (конец XV - начало XVI вв.)
- Российское государство в XVI веке. Иван Грозный

#### **ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

1. Предпосылками объединения русских земель в единое государство

были: развитие феодального землевладения; стремление бояр приобретать вотчины за пределами своих княжеств; укрепление на Руси власти и лидерства московских князей; наличие общей официальной религии — православия во всех русских землях; необходимость освобождения от ордынского ига.

2. Причинами возвышения Московского княжества как центра объединения русских земель являлись: личностные качества первых московских князей, их политическая ловкость и хозяйственность; выгодное географическое положение, давшее приток населения, торговые и политические преимущества; поддержка со стороны Церкви и перенос центра русского православия из Владимира в Москву; содействие Орды; получение ярлыков на княжение (с Ивана Калиты — на великое княжение).

3. Возвышение Московского княжества происходило в самом начале XIV в. Оно связано с именем младшего сына Александра Невского князя Даниила Александровича, который получил в удел небольшой городок Москву, явился основателем династии московских князей. При князе Данииле началось постепенное расширение Московского княжества. В его состав вошли; отвоеванная у рязанского князя Коломна, присоединенный Можайск, земли Переяславского княжества. В результате территория Московского княжества увеличилась почти в 2 раза.

4. Основы политического и экономического могущества Москвы были заложены при сыне князя Даниила - Иване Данииловиче (1325—1340) по прозвищу Калита. При нем борьба Москвы и Твери за великокняжеский престол завершается победой Московского княжества. Иван Даниилович, разгромив восстание в Твери, получил ярлык на великое княжение. В годы его правления митрополичья кафедра была перенесена из Владимира в Москву, тем самым Москва стала религиозным и идеологическим центром Руси. Иван Калита добился необходимой передышки от ордынских вторжений, давшей возможность поднять экономику и накопить силы для борьбы с татаро-монголами, получил право сбора дани с русских княжеств и доставки ее в Орду, значительно расширил свои владения (подчинил княжества: Галичское, Угличское, Белоозерское).

5. Дальнейшее усиление Московского княжества происходит при внуке Ивана Калиты — князе Дмитрии Ивановиче по прозвищу Донской (1359—1389). В годы его правления соотношение сил на Руси изменилось в пользу Москвы. Этому процессу способствовало следующее: построен всего за два года неприступный белокаменный Кремль Москвы — единственная каменная крепость на территории Северо-Восточной Руси; отбиты притязания на общерусское лидерство Нижнего Новгорода, Твери, отражены походы литовского князя Ольгерда; в 1378 г. на реке Воже объединенными русскими силами были разбиты монголы. С этого времени борьба против Орды приняла характер организованных военных сражений. Решающее сражение произошло летом 1380 г., когда хан Мамай, заключив союз с литовским князем, выступил против русских. Дмитрий Иванович, получив благословение игумена Троицкой обители Сергия Радонежского и поддержку

православной церкви, на Куликовом поле разбил войска Орды. Это было первым шагом обретения Русью национальной независимости. Однако Москва была снова разорена в 1382 г. Тохтамышем и вынуждена платить дань. Перед смертью Дмитрий Донской передал великое княжество Владимирское своему сыну Василию (1389—1425) по завещанию как отчину московских князей, не спрашивая права на ярлык в Орде. Это стало началом нового этапа отношений между Ордой и зависимой пока Русью.

6. Василий I сумел упрочить положение Москвы как центра русских земель. Он присоединил Нижегородское, Муромское, Тарусское княжества, некоторые владения Великого Новгорода. Подавляющая часть князей, еще сохранившая свой суверенитет, вынуждена была в той или иной мере подчиняться ему. В военных и дипломатических отношениях с Ордой и Литвой Василий I выступал уже от имени всей Северо-Восточной Руси.

7. После смерти Василия I процесс объединения русских земель был приостановлен ожесточенной феодальной войной, которая продолжалась с переменным успехом в течение 20 лет (1433—1453), принося разорение земель, упадок многих городов, ордынские набеги. Феодальная война закончилась победой сил централизации. Василий II Темный сумел победить и укрепить великокняжескую власть.

8. После смерти Василия II Темного московский престол занял его старший сын Иван Васильевич, ставший соправителем отца еще при его жизни. Именно ему выпало завершение процесса объединения русских земель и свержения золотоордынского ига. В правление Ивана III закончилось собиранье земель под власть Москвы, были заложены основы российского самодержавия; укреплен государственный аппарат; повысился престиж Москвы. В годы его правления были присоединены Великое Ярославское княжество (1463), Пермский край (1472 г.), Великое Ростовское княжество (1474), Новгород и его владения (1478), Великое княжество Тверское (1485), Вятская земля (1489). Великие и удельные князья отказались от верховных прав в своих владениях и перешли под политическое покровительство московского князя. Иван III стал именоваться государем всея Руси. В целом единое государство было создано и окончательно утвердило свою независимость, так как Иван III отказался ездить в Орду и посылать дань. Попытка хана Ахмата восстановить права Орды закончилась в 1480 г. стоянием на реке Угре и бегством татар.

9. Иван III расширил международные связи, установил дипломатические отношения с Германией, Венецией, Данией, Венгрией и Турцией, женился на Софье Палеолог, племяннице последнего византийского императора. Московский князь распоряжался землей, набирал себе войско. Высшим совещательным органом при государе становится Боярская дума. Представители князя распоряжались казной, командовали войсками, управляли областями. В 1497 г. для закрепления централизованной системы управления и суда на всей территории государства был издан свод законов - Судебник, который юридически подтвердил политический и социальный строй русского феодального государства. После падения Византии под

ударом турок (1453) Москва стала ее преемницей. Россия была последним оплотом православия и способствовала определенной идеологизации верховной государственной власти. С XVI в. распространяется идея о Москве как о Третьем Риме, в котором тесно переплетаются религиозные и политические мотивы. Новое значение великого князя Московского отразилось на государственном праве. Иван III передал по наследству своему старшему сыну Василию целый ряд политических преимуществ. Василий III фактически завершил объединение Великороссии и превратил Московское княжество в национальное государство. Образовалась крупнейшая в Европе держава, которая с конца XV в. стала называться Россией.

10. Все XVI столетие шло стремительное расширение границ Российского государства. Вслед за Василием III, после регенства Елены Глинской (1533—1538) и боярского правления (1538-1547), политику собирания русских земель успешно проводил Иван IV Грозный (1547—1584). Несмотря на неудачную Ливонскую войну, в результате присоединения к Российскому государству Казанского ханства, Астраханского ханства, присоединения Башкирии, вхождения в состав России народов Западной Сибири, Россия стала одним из крупнейших государств в Европе и Азии.

11. После смерти Василия III идут годы боярского правления. Лишь в 1547 г. 18-летний Иван Васильевич официально венчался на царствование. Начальный период его правления ознаменовался крупными внутри- и внешнеполитическими успехами.

12. Реформы Ивана IV 40—50-х гг. XVI в.: 1) при царе сложилась Избранная рада (князь Курбский, Алексей Адашев, митрополит Макарий и др.), которая разработала и провела множественные реформы центрального и местного управления; 2) было создано всеобщее высшее государственное учреждение — Земский собор — в противовес Боярской думе, где решались вопросы общегосударственного значения; 3) в 1550 г. был принят новый Судебник, ограничивший права наместников и впервые введший наказание за взяточничество; 4) изменилось центральное государственное управление — создана система специализированных приказов; 5) была реорганизована система местного управления; 6) проведена реформа налогообложения; 7) было организовано первое постоянное войско из стрельцов; 8) унифицирована денежная система. Таким образом, проведенная серия реформ повысила централизацию и эффективность управления, оформила государственный аппарат, который до этого времени носил черты великокняжеского правления.

13. В период 1565—1572 гг. политика Ивана IV получила название «опричнина». Государство было разделено на две части опричнину — особый государственный удел, где право подменялось произволом монарха, и земщину под управлением Боярской думы. Целями опричнины были: 1) установление неограниченной власти царя; 2) борьба с феодальной аристократией (самостоятельностью боярства); 3) ликвидация остатков феодальной раздробленности (удельных княжений, Новгородской вольницы). Опричнина привела к перераспределению земельных владений среди

господствующих сословий и вылилась в массовый террор. Вначале он был направлен против аристократии, а затем против всех остальных слоев общества, и особенно городских. В целом задача, поставленная Иваном Грозным, — сломить сопротивление оппозиции, усилить власть царя - была решена. Опричнина объективно способствовала дальнейшей централизации государства. Но, с другой стороны, она имела губительные последствия для экономического и нравственного состояния общества: 1) экономический кризис в стране; 2) следствием сокращения посевных площадей стал голод (500 тыс. умерших); 3) опричнина, разорив крестьян и стимулировав их бегство, послужила одной из причин принятия первых закрепостительных актов. В 1581 г. был издан указ о заповедных годах, в котором запрещались переходы крестьян. Помещики, потеряв крестьян, пытались получить большой оброк с оставшихся; 4) подорваны резервы России в целом.

14. В конце жизни Ивана Грозного ожидала трагедия: вместе со смертью убитого им сына Ивана погибла надежда на достойного преемника на российском троне. Вторым сыном, Федором, был слабоумным, а третий — Дмитрий — родился лишь в 1582 г. Когда в 1584 г. Иван IV умер, царем был провозглашен Федор, при котором фактически правил Борис Годунов. А после трагической гибели царевича Дмитрия и смерти в 1598 г. бездетного Федора прекратилась династия Рюриковичей на Российском троне. Царем Земский собор избрал Бориса Годунова.

## **Тема 5. РУССКОЕ ГОСУДАРСТВО В XVII В.**

- Смутное время (1598-1613)
- Социально-экономическое развитие России в XVII в.
- Формирование абсолютной монархии в России

### **ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

1. Смутное время (1598—1613) — это период глубокого социально-экономического, политического и духовного кризиса русского общества. Сначала династический кризис — пресечение династии Рюриковичей и борьба боярства за власть. Затем, как результат этой неразборчивой в средствах борьбы с привлечением русских авантюристов и иностранных наемников, — полная потеря государственной власти — государственный кризис. С ослаблением власти нарастал социальный кризис. Он выражался в многочисленных мятежах. В обществе действовал нравственный кризис.

2. Причинами Смуты, по мнению историков, являлись: 1) последствия опричнины Ивана Грозного; 2) стремление различных слоев общества улучшить свое сословное положение; 3) династический кризис; 4) падение нравственности; 5) неурожай и голод 1,601-1603 гг.; 6) активность казачества в связи с попытками правительства подчинить казацкие земли; 7) иностранная интервенция.

3. Основные события Смутного времени можно разбить на три этапа: 1)

1598-1605 гг. — пресечение династии Рюриков, правление Бориса Годунова, неурожай и массовый голод в стране (1601—1603), нарастание социальной напряженности в России, воцарение Лжедмитрия I; 2) 1606—1610 гг. — царствование Василия Шуйского; крестьянское восстание под руководством И. Болотникова, начало польско-шведской интервенции, появление Лжедмитрия II (по прозвищу Тушинский вор); 3) 1610- 1613 гг. — правление Семибоярщины; действия первого и второго ополчений, освобождавших Москву от польских интервентов; установление новой династии Романовых (1613).

4. Последствием событий Смуты во внешней политике было восстановление территориального единства России, хотя часть русских земель оставалась за Речью Посполитой и Швецией. Во внутривластической жизни государства: дальнейшее ослабление позиций боярства, могущество которого было подорвано в годы опричнины; возвышение дворянства, получившего новые поместья и возможности для окончательного закрепощения крестьян; тяжелые экономические потрясения, финансовые проблемы, что повлекло за собой закрепощение посадского и сельского населения; войны XVII в.

5. Основное значение Смуты состоит в том, что, в отличие от многих других гражданских войн во всемирной истории, она завершилась не установлением нового общественного строя, а восстановлением, реставрацией монархической государственности. В конкретных геополитических условиях того времени был избран путь дальнейшего развития России: самодержавие как форма политического правления, крепостное право как основа экономики, православие как идеология.

6. Несколько десятилетий понадобилось, чтобы преодолеть трагические последствия Смутного времени и вывести страну из кризиса. Восстановление экономики и изменения в ней происходили на фоне сильнейших социальных потрясений, не прекратившихся и после окончания Смуты. Медный, Чумной, Соляной бунты, другие городские восстания, выступления стрельцов, мощное движение под предводительством Степана Разина, выступления, связанные с церковной реформой и расколом, сопровождавшим «бунташный» XVII в. буквально на всем его протяжении: последняя дата в истории Московского государства — Стрелецкий бунт 1698 г.

7. В XVII в. происходил дальнейший рост феодальной земельной собственности, передел земель внутри господствующего класса. Новая династия Романовых, укрепляя свое положение, широко использовала раздачу земель дворянам. В центральных районах страны практически исчезло землевладение черносошных крестьян. Запустение центральных уездов в результате длительного кризиса и оттока населения на окраины явилось одной из причин усиления крепостного права.

8. В сентябре 1648 г. в Москве создан Земский собор, который выработал и принял новый Судебник — Соборное уложение (1649). Уложение закрепило статус, обязанности и привилегии основных сословий, отразило такую социальную тенденцию, как возрастание общественного веса

и роль средних служилых слоев. Были расширены права поместных землевладельцев, дворяне получили право наследования поместья, могли обменивать поместья на вотчины. В Уложении по требованию дворян были включены статьи о запрещении расширения церковного землевладения. Одновременно, согласно Соборному уложению, крестьяне окончательно прикреплялись к земле, а посадское население — к посадам. Уложение явилось юридическим оформлением системы крепостничества.

9. В XVII в. наблюдалось перерастание ремесла в мелкотоварное производство. Дальнейшее развитие получили центры металлургии и металлообработки, текстильных изделий, солеварения, ювелирное дело. Все это подготовило базу для появления мануфактур. К концу века в России насчитывалось 30 мануфактур. Но до 90-х гг. XVII в. металлургия оставалась единственной отраслью, где действовали мануфактуры. Кроме частновладельческих мануфактур, основывались казенные, при поддержке государства. Поскольку в стране не было свободных рабочих рук, государство стало приписывать, а позднее разрешило заводам покупать крестьян. Возрастает роль купечества в жизни страны. Большое значение приобрели постоянно собиравшиеся ярмарки: Макарьевская (около Нижнего Новгорода), Свенская (в районе Брянска), Ирбитская (в Сибири), в Архангельске и др., — где купцы вели крупную по тем временам оптовую и розничную торговлю. Наряду с внутренней, росла и внешняя торговля. В XVII в. значительно расширился обмен товарами между отдельными регионами страны, что говорило о складывании всероссийского рынка. Началось слияние отдельных земель в единую экономическую систему.

10. В 1653 г. патриарх Никон, желая укрепить упавший авторитет церкви, стал проводить реформу. Она началась с исправления богослужебных книг и унификации церковных обрядов. Предметом ожесточенных дискуссий, борьбы стала проблема выбора образцов для таких исправлений. Так Никон отстаивал греческие образцы, другая часть духовенства, во главе с протопопом Аввакумом, — древнерусские. Разлад среди духовенства стал предпосылкой церковного раскола в масштабах страны. Раскол русской церкви отразил в себе изменения, произошедшие в духовной сфере. Общество разделилось на приверженцев новизны и почитателей старины. Реформа русской православной церкви создала духовную основу для прозападных преобразований, которые не замедлили последовать в конце XVII — начале XVIII вв.

11. В последней четверти XVII в. в политическом строе страны отчетливо выступают тенденции оформления абсолютизма: 1) в Соборном уложении была узаконена неограниченная власть самодержца, а также укреплена его победа над церковью, которая до этого времени претендовала на самостоятельную политическую роль; 2) роль Боярской думы и Земских соборов падает: последний Земский собор собирался в 1653 г.; из состава Боярской думы выделились Ближняя дума и Расправная палата, решавшие текущие судебные и административные дела; Алексей Михайлович, не желая зависеть от Боярской думы и руководства приказов, создал личную

канцелярию — приказ Тайных дел (он стоял выше всех остальных, так как мог вмешиваться в дела всех государственных учреждений); 3) местничество постепенно отошло в прошлое. Все чаще на важные государственные посты назначали «худородных людей».

12. Внешнеполитический курс России на протяжении XVII в. был нацелен на решение следующих задач: 1) достижение выхода к Балтийскому морю; 2) обеспечение безопасности южных границ от набегов Крымского ханства; 3) возвращение отторгнутых в период Смутного времени территорий; 4) освоение Сибири и Дальнего Востока. Первая задача не была достигнута. Попытка России овладеть побережьем Финского залива в ходе Русско-Шведской войны (1656 - 1658) закончилась неудачно. Вторая задача стала главной во внешней политике России с начала 1670-х гг. Закончившаяся в 1681 г. Русско-Турецко-Крымская война (1676—1681) завершилась признанием права России на Киевские земли. Третья задача решалась Россией на протяжении 1630—1660 гг. Сопровождалась как неудачами в ходе Смоленской войны (1632—1634), так и победами русского оружия на фоне народных восстаний в Белоруссии и на Украине против польских феодалов. Земский собор 1653 г. принимает решение о воссоединении Украины с Россией. В свою очередь Переяславская рада в 1654 г. единодушно высказалась за вхождение Украины в состав России. Начавшаяся война с Речью Посполитой продолжалась 13 лет (1654—1667) и закончилась подписанием «Вечного мира» в 1686 г., по которому к России отошли Смоленщина, Левобережная Украина и Киев. Белоруссия оставалась в составе Польши. Четвертая задача решалась за счет освоения русскими окраин государства и новых земель: была освоена Восточная Сибирь, Чукотка, Камчатка; Приамурье вошло в состав России.

## **Тема 6. РОССИЯ В XVIII В.**

- Модернизация России в правление Петра I
- Эпоха дворцовых переворотов
- Дворянская империя в 60-90-е гг. XVIII в.

### **ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

1. Несмотря на обозначившуюся тенденцию европеизации России в XVII в., в целом она значительно отставала от уровня развития европейских государств. Архаичная политическая, финансовая и военная система Российского государства не позволяла добиваться ощутимых результатов. Для того чтобы на равных бороться с европейскими державами и Османской империей за выход к морям, нужно было заимствовать отдельные достижения Европы. В этих условиях только модернизация жизни России

помогла бы войти в круг европейских государств. Первой попыткой модернизации России, связанной с разложением феодализма, явились реформы Петра I.

2. В истории петровских реформ исследователи выделяют два этапа: до и после 1715 г. (В.И. Роденко, А.Б. Каменский): на первом этапе реформы носили хаотичный характер и были вызваны в первую очередь военными нуждами государства, связанными с ведением Северной войны. Проводились в основном насильственными методами и сопровождались активным вмешательством государства в дела экономики (регулирование торговли, промышленности, налогово-финансовой и трудовой деятельности). Многие реформы носили непродуманный, поспешный характер, что было вызвано как неудачами в войне, так и отсутствием кадров, опыта, давлением старого консервативного аппарата; на втором этапе, когда военные действия уже были перенесены на территорию противника, преобразования стали более планомерными. Шло дальнейшее усиление аппарата власти, мануфактуры уже не только обслуживали военные нужды, но и производили потребительские товары для населения; государственное регулирование экономики несколько ослабло, торговцам и предпринимателям предоставлялась определенная свобода действий.

3. Важнейшим направлением преобразований Петра I было реформирование государственно-административной системы страны: а) вместо Боярской думы был учрежден Сенат - высший распорядительный орган по судебным, финансовым и военным делам. Он состоял из дворян, приближенных к царю; б) система приказов была заменена 11 коллегиями с четким разделением функций и коллективным принципом принятия решений; в) для контроля над деятельностью государственных органов была создана прокуратура во главе с обер-прокурором; г) была реорганизована система местного управления. Страна разделена на 8 губерний во главе с губернаторами. Губернии делились на провинции, провинции на уезды. Городское управление было передано городским магистратам, члены которых избирались из купцов пожизненно; д) упразднено патриаршество и введено государственное управление православной церковью посредством нового органа — Святейшего синода, состоявшего из назначенных царем представителей духовенства; е) изменилась система престолонаследия (Указ 1722 г.), теперь монарх сам назначал себе преемника; ж) в 1721 г. Россия провозглашена империей.

4. В период осуществления петровских реформ произошли изменения в положении социальных групп в социально-сословной структуре общества: а) завершился процесс формирования дворянского сословия; б) издан указ о едином наследии, который юридически уравнивал вотчинную и поместную собственность, наследником недвижимости мог стать только один из наследников, а остальным доставалось движимое имущество (фактический запрет на дробление поместий при наследовании); в) введение обязательной службы для дворян, при которой принцип прохождения («породы») заменен принципом выслуги; г) издание в 1722 г. Табеля о рангах, который разделил

все военные и гражданские должности на 14 чинов, теперь прохождение от чина к чину зависело не от знатности рода, а от личных достоинств дворян.

5. Сущность военной реформы Петра I состояла в ликвидации дворянского ополчения и организации постоянной регулярной армии с единообразной структурой, вооружением, обмундированием и уставом. Введена рекрутская система на основе сословно-крепостнического принципа. Создан военно-морской флот.

6. В области экономики главным направлением стало создание мануфактур, сначала казной, а затем и частными лицами. Владельцы мануфактур получили право покупать крестьян, но не в личную собственность, а только для работы на данном предприятии (посессионные крестьяне). Возникали новые отрасли: судостроение, стекольное и фаянсовое дело, шелкопрядение, производство бумаги. В области внутренней и внешней торговли господствовала политика меркантилизма и протекционизма.

7. Реформы Петра I в области образования и культуры были направлены на просвещение общества, реорганизацию системы образования: а) была создана сеть школ начального обучения (цифирные школы); б) созданы специальные школы с профессиональной подготовкой: горная, канцелярская, школа переводчиков; в) организованы специальные технические учебные заведения: навигационная, артиллерийская, инженерная, медицинская школы; г) в 1725 г. — в Петербурге открыта Академия наук. Большое значение сыграла реформа гражданского шрифта, что способствовало более массовому потреблению книжной продукции; началось издание газеты «Ведомости». Был реформирован быт господствующего класса по западному образцу: бритье бород, ношение платьев по иноземным образцам. Упрощен дворцовый быт. Он стал более динамичен: на знаменитых ассамблеях не только пили и плясали, но и решали деловые вопросы. Все культурные преобразования касались только верхов общества.

8. Вся реформаторская деятельность Петра I была тесно связана с активной внешней политикой, борьбой за выход к Балтийскому, Черному и Каспийскому морям.

Первые Азовские походы совершены были еще в конце XVII в.: в 1695 г. — осада турецкой крепости Азов была неудачной, так как не было флота. После строительства 30 кораблей в 1696 г. Азов был взят и основана крепость Таганрог, но в 1710 г. пришлось отдать эти завоевания. Выйти к Черному морю не удалось.

Основные военные действия Петр I вел со Швецией в ходе Северной войны (1700—1721), шла война за Балтику. 30 августа 1721 г. был заключен Ништадтский мир: к России были присоединены: Эстландия, Лифляндия, Ингрия с Петербургом и I часть Карелии. Это был выход к Балтийскому морю. Россия стала великой морской державой. Был еще Персидский поход (1722—1723), в результате которого удалось получить западный берег Каспия, но вскоре пришлось его вновь отдать.

9. Оценка реформаторской деятельности Петра I далеко неоднозначна.

Это был яркий пример реформ «сверху»: а) сделан огромный вклад в превращение России в империю с мощной армией и флотом. В конце своей жизни Петр I назвал Россию империей, хотя это не соответствовало реальности; б) создание промышленного производства способствовало гигантскому скачку производительных сил. Однако форсированное строительство делалось по западному образцу и проводилось жесткими методами, что привело к более грубой эксплуатации, чем даже суровые формы феодальной зависимости. Произошло огосударствление экономики и дальнейшее усиление крепостничества; в) проводимые реформы в области культуры привели к механическому перенесению культурных стереотипов Запада на русскую почву, что способствовало появлению тенденции подавления национальной культуры.

10. Смерть Петра I в 1725 г. привела к длительному кризису власти, Этот период в нашей истории получил название «дворцовые перевороты». За 37 лет от смерти Петра I до воцарения Екатерины II трон занимали шесть царственных особ, получивших престол в результате сложных дворцовых интриг или переворотов.

11. Дворцовые перевороты были связаны с тремя моментами: 1) указ о наследии престола 1722 г., предоставлявший монарху право назначать наследника, и при каждом новом царствовании возникал вопрос о преемнике престола; 2) переворотам способствовала незрелость русского общества, явившаяся следствием петровских реформ; 3) после смерти Петра I ни один дворцовый переворот не обошелся без вмешательства гвардии. Она была военной и политической силой, наиболее близко стоявшей к власти, четко осознававшей свои интересы при том или ином перевороте. В нее входили в основном дворяне, поэтому гвардия отражала интересы значительной Части своего сословия.

12. После смерти Петра I гвардейцами на престол была возведена его жена Екатерина I (1725—1727). При ней был создан Верховный тайный совет (А.Д. Меншиков, Д.М. Голицын и др.). GoBeT удерживал власть и при внуке Петра I - Петре II (1727—1730) до ссылки Меншикова в 1727 г.

13. Совет превратился в орган старой родовитой знати и после смерти Петра II возвел на престол племянницу Петра I, вдовствующую герцогиню Курляндии Анну Иоанновну (1730- 1740), с условиями ее марионеточной власти. Но прибыв в Москву, получив челобитные дворянства, она демонстративно порвала договор с Верховным тайным советом, упразднила его, передала управление Кабинету министров. Но власть во многом принадлежала фавориту императрицы Бирону и приближенным из прибалтийских немцев. Анна Иоанновна усиливает дворянские привилегии: сокращает срок службы дворян в армии до 25 лет, отменяет обязательное единонаследие, создает привилегированные учебные заведения для дворян, издает указы об исключительном праве дворян на владение землей и крепостными и праве дворян ссылать крестьян в Сибирь. После смерти императрицы престол занял сын ее племянницы Иван Антонович (при регентстве его матери Анны Леонидовны).

14. В 1741 г. гвардейцы, возмущенные засильем немцев, возвели на престол дочь Петра I Елизавету Петровну (1741-1761). При ней была сделана попытка восстановления роли органов правления, созданных Петром I, продолжена его политика на развитие российской промышленности; произошло ужесточение религиозной политики были приняты указы о выселении из России лиц иудейского вероисповедания, о перестройке лютеранских храмов в православные; произошло значительное расширение дворянских льгот (учреждение дворянских заемных банков, предоставление дешевого кредита, монопольное право на винокурение и др.).

15. После смерти Елизаветы Петровны на престол взошел ее племянник Петр III. За шестимесячное царствование Петр III принял 192 указа. Наиболее важным был «Манифест о вольности дворянству» (1762), которым дворяне освобождались от обязательной службы государству, получали возможность жить в своих поместьях, свободно выезжать за границу и даже поступать на службу к иностранным государям. Наступил золотой век дворянства. Была объявлена секуляризация церковных земель в пользу государства, что укрепляло государственную казну (окончательно указ был проведен в жизнь Екатериной II в 1764 г.); произошла ликвидация тайной канцелярии, упразднены торговые монополии, стеснявшие развитие предпринимательства, провозглашалась свобода внешней торговли. Однако эти меры были задуманы еще в предыдущее царствование и осуществлены по инициативе приближенных к императору сановников. Петр III отрицательно относился ко всему русскому, перекраивание многих порядков по западному образцу оскорбляло национальные чувства русских людей. В результате 28 июня 1762 г. произошел дворцовый переворот и на престол была возведена жена Петра III Екатерина II, а спустя несколько дней он был убит.

16. Внешняя политика русских императоров в период дворцовых переворотов определялась выходами к морям. Война с Турцией (1735—1739) дала России устье Дона с Азовом. Война со Швецией (1741 — 1743) подтвердила приобретения России в Прибалтике. В 1756—1763 гг. шла Семилетняя война России в союзе с Австрией, Францией. Швецией против Пруссии, входе которой русская армия в 1760 г. заняла Берлин и Фридрих II готов был на любых условиях подписать мирный договор, но ставший после смерти Елизаветы Петровны императором Петр III заключил в 1762 г. с Пруссией мир, отказавшись от всех завоеваний.

17. Екатерина II, воспитанная на идеях французского просвещения, в первый период своего царствования пыталась смягчить нравы российского общества, упорядочить общественное законодательство, ограничить крепостное право. Ею был написан «Наказ», который должен был служить руководством для будущего законодательного собрания. С одной стороны, в этом документе проводилась мысль о разделении властей и создании элементов правового государства, с другой — в нем не было и речи о ликвидации самодержавия, робко говорилось о смягчении крепостного права. Поскольку идейно эта программа, а следовательно, и внутренняя политика

Екатерины основывались на принципах просвещения, то и сам этот период в русской истории получил название «просвещенного абсолютизма».

18. Российский просвещенный абсолютизм характерен такими мероприятиями, в которых были заинтересованы дворяне и государство, но которые в то же время способствовали развитию нового капиталистического уклада. Важной чертой политики просвещенного абсолютизма было стремление монархов ослабить остроту социальных противоречий путем совершенствования политической надстройки.

19. Самым крупным мероприятием просвещенного абсолютизма был созыв Уложенной комиссии в 1767 г. с целью переработки российского законодательства. Но комиссия не смогла разработать новое законодательство Российской империи, так как невозможно было сочетать либеральные идеи «Наказа» с реальностью российской жизни, противоречивыми нуждами и пожеланиями различных групп населения. На свертывание политики просвещенного абсолютизма повлияли два события XVIII в.: Крестьянская война под руководством Е. Пугачева в России и Великая французская революция в Европе.

20. Несмотря на неудачу в составлении Российского законодательства, Екатерина II все же провела ряд реформ в духе просвещенного абсолютизма, особенно в период до 1775 г.: 1) сенат был разделен на 6 департаментов со строго определенными функциями каждого. Во главе их стояли обер-прокуроры, подчинявшиеся генерал-прокурору; 2) был создан императорский совет при императрице из ближайших и влиятельных сановников; 3) в 80-х гг. XVIII в. были ликвидированы коллегии (кроме четырех), замененные губернским правлением; 4) все монастырские земли были переданы государству; 5) в 1775 г. проведена губернская реформа. Она стала важным этапом в превращении России в унитарное государство путем создания единообразной системы управления всей территории империи; 6) в 1785 г. издана «Жалованная грамота дворянству», определившая статус дворянства и закрепившая все его права и привилегии, полученные к этому времени; 7) в 1785 г. была издана «Грамота на права и выгоды городам Российской империи», по которой все городское население было разделено на шесть категорий, купцы делились на три гильдии; 8) в России было впервые введено бумажное денежное обращение, приведшее в первое время к инфляции и вызвавшее недовольство большинства населения.

21. К концу XVIII в. в социально-экономическом развитии России наблюдается, что, с одной стороны, процесс складывания капиталистических отношений стал необратимым; происходит рост товарно-денежных отношений и разрушается натуральная замкнутость помещичьего и крестьянских хозяйств; увеличивается количество мануфактур, основанных на применении наемного труда; развивается промысловая деятельность; с другой - идет усиление крепостнического гнета, которое характеризуется увеличением барской и уменьшением крестьянской запашки, ростом барщины и оброка, правом помещика ссылать провинившихся крестьян в Сибирь на поселение и на каторгу, распространением крепостничества на

Левобережную Украину; как результат кризиса феодально-крепостнической системы, произошла Крестьянская война под руководством Е. Пугачева (1773—1775).

22. В исторических исследованиях нет единства в оценке деятельности Паата 1. Одни историки называют время его правления непросвещенным абсолютизмом», другие - «военно-политической диктатурой». Реформы его носили противоречивый характер. Произошло усиление централизации государственного управления и упразднение элементов самоуправления в губерниях и городах (восстановлены ряд коллегий, ликвидированы управы и городские думы); изменилась система престолонаследия (возврат к допетровским принципам); были ограничены привилегии дворянства (призывы к обязательной службе, установление налога с дворян, введение телесных наказаний); ослаблен крепостной гнет (ограничение барщины тремя днями, запрет на продажу крестьян без земли, массовая раздача казенных земель с крестьянами в качестве пожалований); осуществление финансовой стабилизации (изъятие бумажных ассигнаций из оборота); регламентация и унификация сторон жизнедеятельности общества (запрет на ношение шляп и пр., запрет на ввоз иностранных книг). Следствием непредсказуемости политики императора и ее опасности для дворянской элиты станет последний дворцовый переворот и убийство Павла I 12 марта 1801 г.

23. Задачами во внешней политике второй половины XVIII в. были: во-первых, борьба за выход к Черному морю; во-вторых, освобождение от иностранного господства земель Украины и Белоруссии и объединение в одном государстве всех восточных славян; в-третьих, борьба с революционной Францией в связи с начавшейся в 1789 г. Великой французской революцией; в-четвертых, утверждая свои интересы в европейской политике, Россия стремилась сыграть роль гаранта независимости английских колоний в Северной Америке; соблюдение интересов России в этом регионе — участие в колонизации Северной Америки. В результате: 1) в ходе двух Русско-Турецких войн (1768- 1774 и 1787—1791) Россия получила территории в Северном Причерноморье, Кабарду, территории между Бугом и Днестром, Очаков и Крым — это был выход к Черному морю; 2) в результате трех разделов Речи Посполитой (1772, 1793, 1795) к России отошли Белоруссия, Правобережная Украина, Литва и герцогство Курляндское. Была стабилизирована обстановка на западных границах, получен непосредственный доступ к странам Центральной Европы; 3) вступив в антинаполеоновский союз европейских монархов, где главным партнером России была Англо-российская армия под руководством А.В. Суворова, вместе австрийцами, в трех сражениях в Северной Италии в 1799 г. разбиты французские войска, совершила переход через Альпы Швейцарию, но в 1800 г. Павел I заключил союз с Наполеоном разорвал отношения с Англией, отозвав русскую армию Россию; 4) в 1780 г., в период войны североамериканских колоний за независимость, Россия выступила с Декларацией в вооруженном нейтралитете, ограничившей

действия британского флота. К Декларации присоединились и другие европейские страны фактически поддержав североамериканские колонии и подняли международный престиж России. Таким образом, благодаря активной внешней политике Россия во второй половине XVIII в стала великой европейской державой. Но в социально-экономическом плане Россия оставалась отсталой страной, что делало ее положение в системе европейской цивилизации нестабильным, противоречивым.

## Тема 7 - 8. РОССИЯ В XIX В.

- Внутриполитическое развитие России | в первой половине XIX в.
- Социально-экономическое развитие России в первой половине XIX в.
- Великие реформы Александра II
- Контрреформы Александра III
- Общественная мысль и общественные движения в России XIX в.

### ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1. К началу XIX в. Россия оставалась аграрной страной. Более 90% ее населения составляло крестьянство. Сельское хозяйство было основной отраслью экономики страны, носило экстенсивный характер. Сохранялись многочисленные феодальные пережитки. В политической сфере — абсолютная самодержавная власть; в экономической — помещичье землевладение; в социальной - сословная структура общества, господствующее положение дворянства.

2. Во внутренней политике Александра I характерной чертой царствования становится борьба двух течений — либерального и консервативно-охранительного — и лавирование императора между ними. Исследователи выделяют в царствовании Александра I два периода: 1) 1801—1812 гг. — подготовка реформ и стремление провести широкомасштабные преобразования либеральной направленности; 2) 1814—1825 гг. — во внутренней политике стали преобладать консервативные тенденции.

3. Реформаторская деятельность Александра I (1801-1812): были проведены реформы в области образования, изменение 11 органов центрального управления (реформирован сенат, заменены коллегии министерствами), предприняты попытки решения аграрного вопроса «Указ о вольных хлебопашцах» (1803 — начало крестьянской реформы в Прибалтике). В 1809 г. М.М. Сперанским был разработан проект государственных преобразований, по которому Россия должна была превратиться из самодержавной в конституционную монархию. Александр I одобрил этот проект, но принять его не решился.

4. Внутренняя политика (1814-1825): примерно до 1819 г. наряду с проведением реакционных мер российского самодержавия, усилением цензуры, ограничением самостоятельности университетов, борьбой с общественной мыслью, имели место и некоторые либеральные преобразования: дарована конституция царству Польскому, отменено крепостное право в Прибалтике, велась разработка проекта конституции Н.Н. Новосильцевым. С 1820 г. наблюдается усиление консервативных тенденций. Итогом царствования Александра I стала дальнейшая бюрократизация системы и консервация политического и социально-экономического развития страны.

5. Во внешней политике Александр I стремился укрепить свое влияние в Европе, продвинуться в Закавказье и на Балканы. Союз с Англией был восстановлен. Россия приняла участие в III и IV антифранцузских коалициях. III коалиция распалась после крупного поражения русско-австрийских войск при Аустерлице в 1805 г. IV коалиция была разбита в 1806—1807 гг. Русские войска потерпели поражение под Фридландом в 1807 г. Это вынудило Александра I подписать Тильзитский мирный договор с Наполеоном, по которому к России отходили Белостокская область, из Прусской части Польши образовывалось герцогство Варшавское, Россия присоединялась к континентальной блокаде Англии. В результате Русско-Шведской войны 1808—1809 гг. Россия получила: Финляндию (которая была автономной в составе империи) и Аландские острова. В ходе Русско-Турецкой войны 1806—1812 гг. к России была присоединена восточная часть Молдавии; в Русско-Иранской войне 1804—1813 гг. к России отошел Азербайджан и она получила право держать флот на Каспии, кроме того, в состав Российской империи добровольно вошла Грузия. В ночь с 11 на 12 июня 1812 г. французская армия форсировала Неман и вторглась в пределы России — началась Отечественная война 1812 г. — величайшее событие в русской истории. В ходе войны проявились мужество и героизм русских людей, особенно в Смоленском и Бородинском сражениях, боях под Малоярославцем и у реки Березины. Погибло около 2 млн чел. Изгнание французов из России не означало окончания борьбы с Наполеоном. 1813—1814 гг. ознаменовались заграничными походами русской армии. Как итог, в результате решений Венского конгресса 1814 г. Россия получила почти всю Польшу, ее влияние в Европе значительно возросло. В 1815 г. Александром I был создан Священный союз в составе России, Пруссии, Австрии и Англии, целью которого была борьба с любыми революционными проявлениями на континенте и сдерживанием многих народов в искусственных границах, созданных решениями венского конгресса.

6. Время царствования Николая I характеризуется максимальной военизацией, бюрократизацией и централизацией управления. На многие должности были поставлены военные. В армии укреплялась палочная дисциплина, что снижало ее боеспособность. Бюрократический аппарат рос стремительно от 15 тыс. в начале XIX в. до 86 тыс. в 1857 г. Известна фраза Николая I, что «Россией правят столоначальники». Возвращенный на

государственную службу М.М. Сперанский кодифицировал законодательство. Реорганизуется «Собственная Его Императорского Величества Канцелярия». Увеличивается количество отделений до шести. Одним из них становится третье — «Высшая полиция», под контроль которого была поставлена вся политическая и духовная жизнь страны. Николай I пытался решить крестьянский вопрос (реформа П.Д. Киселева в государственной деревне; указ об обязательных крестьянах), но помещики проигнорировали эти мероприятия государственной власти.

7. Основные направления внешней политики Николая I - борьба с революцией в Европе и решение восточного вопроса. Для воссоздания Священного союза Николай I готов был идти на ряд уступок в восточном вопросе. Россия одержала победу в войне с Ираном в 1826—1828 гг. и присоединила восточную Армению; Русско-Турецкая война 1828—1829 гг. завершилась присоединением основной территории Закавказья; Молдавия, Валахия, Сербия, а через год Греция получили автономию. В 1833 г. Николай I возобновляет договор о взаимопомощи с монархами Австрии и Пруссии. В 1841 г. Россия подписывает Лондонскую конвенцию, которая устанавливала над Турцией и проливами контроль четырех держав (Англии, России, Австрии, Пруссии). В конце 40-х гг. XIX в. разразился очередной революционный кризис в Европе. Россия приняла участие в подавлении революционных выступлений в Европе. Она превратилась в «жандарма Европы». После разгрома революций опять встал «восточный вопрос», состоящий из трех основных проблем: судьба балканских народов, режим черноморских проливов и судьба самой Османской империи. Николай I рассчитывал на поддержку Англии, но его расчеты не оправдались, и русским войскам пришлось столкнуться не с ослабевшей Османской империей, а с коалицией стран Европы, которые были не заинтересованы в усилении России на Ближнем Востоке. Как следствие, проиграна Крымская война 1853—1856 гг., подписан Парижский мирный договор (1856), по которому Россия теряла устье Дуная, возвращала Карс в обмен на Севастополь и другие города Крыма и лишалась права иметь на Черном море военный флот и укрепления.

В 1817—1864 гг. Россия завоевала территории горских народов, Кавказа. Наиболее тяжелой была борьба за Чечню и Дагестан, где сложилось теократическое государство — имамат.

8. Александр II после внезапной смерти отца Николая I, проигранной, но, еще не законченной Крымской войной, оказался перед проблемой, продолжать прежний курс или находить пути выхода из острейших ситуаций. Он смог понять насущность коренных преобразований и настоять на проведении их в жизнь. По положению 19 февраля 1861 г. крестьяне становились лично свободными и освобождались с заранее определенным для различных регионов страны минимальным наделом земли. Так Начинаясь великая крестьянская реформа.

9. Продолжением отмены крепостного права в России были развитие системы государственных учреждений, земская, городская, судебная,

военные реформы. Их основная цель — привести государственный строй и административное управление в соответствие с новой социальной структурой, в которой крестьянство получило свободу.

10. Земская и городская реформы (1864, 1870) создавали органы самоуправления в уездах, губерниях и городах. Прерогативы их ограничивались хозяйственными функциями.

11. Наиболее радикальной была судебная реформа (1864). Она впервые в России вводила гласный, бессловный и независимый от администрации суд, основанный на принципах состязательности сторон. Появились судебные следователи, адвокаты, присяжные заседатели, определявшие виновность или невиновность подсудимого. Для крестьянства сохранялся волостной суд, для духовенства оставался особый (консистория).

12. Реформа в области просвещения (60—70-е гг. XIX в.) провозглашала равенство сословий и вероисповеданий в мужских гимназиях и созданных реальных училищах. Университетам была возвращена автономия. Были учреждены женские гимназии и высшие женские курсы. Восстановлена преемственность высшей и средней ступеней образования.

13. Военная реформа (1874) предусматривала введение всеобщей воинской повинности, отмены телесных наказаний, сокращения сроков службы, были введены новые уставы, открыты юнкерские училища и военные гимназии, где могли учиться выходцы из всех сословий.

14. Реформы 60-70-х гг. XIX в. значительно продвинули Россию по пути экономической и политической модернизации. Однако эра реформ оказалась кратковременной. Реформы не коснулись политического переустройства страны. Сохранились самодержавие и полицейский строй, унаследованный от прошлых эпох.

15. Гибель Александра II стала окончанием эпохи Великих реформ, наступило время контрреформ «патриархального правления» Александра III. Целью данной политики было восстановление принципа сословности, усиление позиций дворянства во всех сферах жизни общества и усиление правительственной власти на местах. Политика контрреформ не была полностью реализована, вступив в явное объективное противоречие с ходом исторического развития России.

16. Развитие русского капитализма второй половины XIX в. имело ряд особенностей: сохранялась многоукладность промышленности; происходило неравномерное размещение промышленности по территории России и по отраслям; огромную роль в развитии экономики играло государство; фактором, ускоряющим развитие, было внедрение в русскую экономику иностранного капитала; сельское хозяйство развивалось по экстенсивному пути; произошло завершение промышленного переворота за короткие сроки, и были созданы предпосылки к индустриализации.

17. Во внешней политике России во второй половине XIX в. можно выделить три основных направления: 1) европейское - борьба за пересмотр тяжелых условий Парижского мирного договора, укрепление позиций России на Ближнем Востоке и Балканах; 2) завершение процесса

территориального формирования Российской империи: присоединение Средней Азии и дальнего востока, война на Кавказе; 3) участие России в формировании военно-политических блоков. Новым союзником России в Европе стала Пруссия. Россия поддерживала стремление прусского канцлера О. Бисмарка к объединению германских земель в 1870—1871 гг. В результате А.М. Горчаков добился отмены ограничительных статей Парижского мирного договора о нейтрализации Черного моря. В 1872—1873 гг. был образован «Союз трех императоров» (Россия, Германия, Австрия), опираясь на который, Россия успешно соперничала с Англией в Средней Азии. В результате в сферу влияния Российской империи попали: Казахстан, Кокандское и Хивинское ханства, Бухарский эмират. В 1885 г. был присоединен Туркменистан, и буфером между английской и русской сферой влияния стал Афганистан. Однако «Союз трех императоров» оказался не прочным это показала - Русско-Турецкая война 1877—1878 гг., в результате которой был подписан Сан-Стефанский мирный договор, а Сербия, Румыния и Черногория получили независимость; Турция уплачивала России контрибуцию; Карс, Ардаган, Баязет, Бостуж и Южная Бессарабия переходили к России. Однако, под натиском европейских держав Россия согласилась на пересмотр условий договора. Изоляция России во многом была обеспечена Германией. В 1882 г. был создан Германско-Австрийско-Итальянский союз против Англии и Франции. Это заставило Россию искать союзника в лице Франции. Между странами была заключена военная конвенция. В Европе возникли два военно-политических блока.

Россия активизировалась на Дальнем Востоке: в 1855 г. между Россией и Японией был заключен договор о мире и дружбе: он закреплял право России на северную часть Курильских островов, а остров Сахалин объявлялся совместным владением. С 1875 г. — остров Сахалин считается исключительно российским. В 1860 г. было подписано русско-китайское соглашение, где за Россией закреплялся Уссурийский край. В 1867 г. Аляска была продана США.

18. Первой серьезной попыткой со стороны общества противостоять власти было движение декабристов. Оно возникло среди радикально настроенного дворянства, потерявшего надежду на мирное преобразование России под влиянием идей просвещения, революционных процессов 20-х гг. в Европе. Участники выдвигали идеи буржуазных преобразований в России: введение конституции, отмену крепостного права, ликвидацию сословий и т.д.

19. После подавления движения декабристов появляются новые общественные движения. В 30-40-х гг. XIX в. начинается размежевание трех идейных направлений: радикального, либерального и консервативного. Консерватизм выразился в разработанной министром просвещения С.С. Уваровым теории официальной народности, где отражались идеи о единении, добровольном союзе государя и народа, об отсутствии противоположных классов в русском обществе. Среди оппозиционных правительству либералов сложилось два идейных течения - славянофильство и западничество, где в

основном разворачивались дискуссии об историческом пути развития России. Радикально настроенные В.Г. Белинский, А.И. Герцен, Н.П. Огарев, критикуя современное положение России, считали, что необходимо не только догнать Европу, как считали западники, но вместе с ней перейти к принципиально новому строю - социализму. Основой русского социализма, по их мнению, должна была стать крестьянская община. Радикалы считали, что реформы можно провести только революционным путем.

20. Радикальное направление во второй половине XIX в. было представлено выходцами из разных слоев общества, которые стремились представлять интересы рабочих и крестьян. Исследователи выделяют три этапа в их развитии: 60-е гг. - складывание революционно-демократической идеологии (основанной на взглядах славянофилов и идеях А.И. Герцена о русском общинном социализме, к которому можно перейти, по их мнению, минуя капитализм) и создание разночинских кружков; 70-е гг. - оформление народнического направления и деятельность организаций народников; 80-90-е гг. активизация либеральных народников и начало распространения марксизма, на основе которого созданы первые социал-демократические группы, а в марте 1898 г. появляется первая социал-демократическая партия в России - РСДРП.

## **Тема 9 - 10. РОССИЯ В XX В.**

- Россия в начале XX в.: реформы, войны, революции (1900-1917)
- Россия в 1918-1920 гг.: гражданская война, интервенция, политика «военного коммунизма»
- Социально-экономическое и политическое развитие СССР в 1920-1930 гг.
- СССР в годы Великой Отечественной войны (1941-1945)
- СССР во второй половине XX в. (1945-1985): социально-экономическое и политическое развитие
- Советский Союз в 1985-1991 гг. Распад СССР
- Россия в 1990-е гг.

### **ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

1. В начале XX в. Россия оставалась самодержавной монархией. Правительственные органы власти не формировались. Вся законодательная, распорядительная и исполнительная власть концентрировалась в руках императора. Для Николая II было весьма характерно назначать на ответственные посты своих родственников — великих князей Романовых, независимо от их личных качеств и способностей. Постепенно политическая формула «добрый царь - плохое окружение» получала все большее

распространение в различных слоях общества.

2. Экономике России в начале XX в. была характерна цикличность - свойство, присущее мировому капитализму (периоды спада и подъема промышленного развития). Развитие российской экономической системы имело ряд особенностей: а) сочетание современной капиталистической промышленности и финансово-банковской системы с отсталым аграрным сектором, сохранившим полукрепостнические формы собственности и методы хозяйствования; б) сохранение самодержавия с его мощным бюрократическим аппаратом; в) относительная слабость российской буржуазии; г) активное вмешательство государства в экономику и складывание системы государственно- монополистического капитализма; д) сравнительно невысокая активность в вывозе капиталов за границу из-за нехватки отечественных капиталов и возможности их вывоза на окраины империи; е) большая доля иностранного капитала, который доминировал в тяжелой промышленности; ж) ускорение процесса монополизации и сращивания промышленного и финансового капитала — образование промышленно-финансовых групп, занявших господствующее положение в экономике.

3. Невзирая на высокие темпы экономического развития, Россия в начале XX в. оставалась среднеразвитой аграрно-индустриальной страной с отчетливо выраженной многоукладностью экономики.

4. Социально-политическая система России в начале XX в. представляла собой сочетание старых элементов, обусловленных сохранением пережитков крепостничества, и новых, вызванных развитием капитализма. С одной стороны, сохранялось привилегированное положение дворян, владевших лучшей и большей частью земель, занимавших важнейшие посты в государственном аппарате; господство командно-административной системы; отсутствие демократических свобод; малоземелье крестьян, их привязанность к общине и неполноправие; высокая степень эксплуатации рабочих; угнетение народов национальных окраин: отсутствие права получать образование на родном языке, издание национальных газет и журналов; с другой — укрепление экономических позиций буржуазии и рост ее политических амбиций; увеличение численности пролетариата за счет обедневших горожан и обнищавших крестьян, ушедших в город на заработки; усиление роли рабочего движения, его характера и форм; ухудшение материального положения трудящихся из-за мирового экономического кризиса 1900-1903 гг., особенно проявившегося в России.

5. К началу XX в. в России сложились следующие группы противоречий: дворянство-буржуазия, дворянство-крестьянство, буржуазия-пролетариат, власть—народ, интеллигенция- народ, интеллигенция—власть, национальные проблемы. Незрелость средних слоев, разрыв «верхов» и «низов» обуславливали нестабильное, неустойчивое состояние российского общества.

6. Важнейшим направлением внешней политики в начале XX в. стало

дальневосточное. С 90-х гг. XIX в. начинается активное проникновение российских капиталов в Китай. Это привело к столкновению с Японией, которую поддерживали европейские страны и США, стремившиеся разделить Дальний Восток сферам влияния. Накопившиеся противоречия между Россией и Японией из-за владения в Китае стали главной причиной Русско-Японской войны 1904-1905 гг. Война имела несправедливый характер с обеих сторон. Япония стремилась к Тихоокеанскому региону под лозунгом «Великой Азии»; Россия вступая в войну, надеялась на патриотический подъем и пыталась отвлечь народ от революции. Война закончилась поражением России. По мирному договору (1905) Россия признавала Корею сферой влияния Японии, Япония получила во владение Южный Сахалин, право рыбного промысла часть русских берегов, а также право на аренду Ляодунского полуострова и Порт-Артур. Влияние России на Дальнем Востоке было подорвано. Поражение в войне стало мощным фактором, ускорившим революцию 1905—1907 гг.

7. Причинами первой буржуазно-демократической революции 1905—1907 гг. стали: нерешенность аграрного, рабочего и национального вопроса, а также противостояние самодержавия и общества, вызванного отсутствием политических свобод и парламента как формы представительной власти.

8. Первую буржуазно-демократическую революцию можно разбить на 3 этапа: 1) 9 января — сентябрь 1905 г. — начало и развитие революции: массовые антиправительственные выступления всех слоев общества по всей территории страны; октябрь—декабрь 1905 г. — высший подъем революции: Октябрьская всеобщая всероссийская стачка, выступления крестьян, восстание в армии и на флоте, образование политических партий, декабрьское вооруженное восстание в Москве; январь 1906 — 3 июня 1907 гг. — спад и отступление революции: постепенное уменьшение силы стачек рабочих, новый размах выступлений крестьян, продолжение освободительного движения в национальных районах; возникновение парламентаризма в России, деятельность I и II Государственных дум — достижение некоторого ограничения самодержавия.

9. Главным итогом первой русской буржуазно-демократической революции 1905—1907 гг. было изменение социально- политической системы в России; самодержавие было ограничено двухпалатным парламентом; Государственный совет и Государственная дума; введены свободы: слова, партий и союзов, отменена цензура; сократилась продолжительность рабочего дня до 9—10 ч; отменены выкупные платежи с крестьян, начата столыпинская аграрная реформа. Вместе с тем оставался нерешенным аграрный вопрос, сохранялось множество феодальных пережитков и привилегий.

10. После отступления первой российской революции начался непродолжительный период реформирования страны, связанный с именем председателя Совета министров Петра Аркадьевича Столыпина. В основе его реформ лежали изменения в отношениях собственности в деревне. Основной целью столыпинской аграрной реформы являлось создание класса

собственников как социальной опоры самодержавия и противника революционных движений. Основными положениями реформы стали: а) разрешение выхода крестьян из общины с правом закрепления в частную собственность принадлежащих им земельных наделов в форме хуторов или отрубов; б) передача крестьянскому банку казенных земель для продажи их нуждающимся крестьянам; в) организация переселенческого движения в Западную Сибирь с целью наделения безземельных и малоземельных крестьян землей; г) широкое строительство сельских школ и вовлечение в систему народного образования огромных масс населения. Однако результаты реформы крайне противоречивы: с одной стороны, ускорился процесс расслоения крестьянства, укрепилась устойчивость сельского хозяйства, его товарность и связь с рынком, стала формироваться сельская буржуазия; с другой, значительная часть крестьянства не приняла реформ, ускорилось разорение крестьянства, уходившего на заработки в город, правительство не обрело в деревне социальной опоры. Реформа не удовлетворила потребности крестьянства в земле и, следовательно, не смогла решить аграрно-крестьянский вопрос. Реформирование страны «сверху» потерпело неудачу, что в конечном итоге предопределило потрясения 1917 г.

11. Причины Первой мировой войны (1914—1918) заключались в противоречиях между ведущими европейскими державами, в обострении их борьбы за сферы влияния. Накануне войны сложилось окончательное противостояние двух блоков держав; Антанты (Россия, Англия, Франция) и Четвертного союза (Германия, Австро-Венгрия, Турция, Италия). Поводом к началу войны послужило убийство австро-венгерского наследника престола Фердинанда в столице Боснии Сараево. Поскольку его убийцей был серб, Австро-Венгрия обвинила в организации покушения Сербию. 28 июля 1914 г., через месяц после сараевского убийства, Австро-Венгрия объявила войну Сербии. 30 июля 1914 г. в России началась мобилизация. 19 июля (1 августа) 1914 г. Германия объявила России войну, объясняя свой шаг начавшейся в России мобилизацией. В июле-августе в войну вступили Франция и Англия. Таким образом, война приобрела характер мировой. В военные действия постепенно вступили 38 государств с населением около 1 млрд человек. Россия оказалась вынужденной вступить в войну, не завершив перевооружения армии и флота. 1914 г. — военная кампания не принесла успеха ни одной из сторон; 1915 г. — поражение русской армии в военной кампании. Россия потеряла Польшу, часть Прибалтики, Белоруссии и Украины; 1916 г. — основные военные действия разворачиваются на Западном фронте. Май-июнь 1916 г. — Брусиловский прорыв на Юго-Западном фронте против Австро-Венгрии; 1917 г. — поражение русских войск в условиях революции. Переговоры большевиков о мире; 1918 г., март — подписание сепаратного мира в Брест-Литовске с Германией; ноябрь — поражение Германии и ее союзников от Антанты. Однако Первая мировая война так и не смогла разрешить всех противоречий между ведущими капиталистическими странами, что подготовило почву для возникновения нового мирового конфликта.

12. В начале 1917 г. в России назрел новый революционный кризис, который привел к разрушению многовековой российской монархии. Основной причиной событий февраля 1917 г. была незавершенность задач первой буржуазно-демократической революции 1905—1907 гг. (нерешенность аграрного, рабочего, национального вопросов, а также существование самодержавия). Условиями, ускорившими наступление революции, стали: 1) поражения России на фронте, значительные людские потери, усталость населения от войны; 2) кризис власти — «министерская чехарда», падение авторитета царя («распутивщина»), противостояние Государственной думы и правительства; 3) хозяйственный кризис; 4) ухудшение материального положения трудящихся; 5) усиление стачечного и антивоенного движения, оппозиции либералов, агитации левых партий. Насущной задачей революции было создание демократической республики и выход из войны. Февральская революция была достаточно скоротечна 18 февраля — 3 марта 1917 г. В ней переплетались и взаимодействовали антифеодальные, антикапиталистические, общедемократические и узкоклассовые интересы. События февральских дней привели к полному крушению самодержавного строя, был открыт путь для демократизации страны. В итоге февральской революции в стране сложилось двоевластие. Оно представляло собою своеобразное состояние государственно политической системы, характеризующееся параллельным существованием и взаимодействием двух властей, опирающихся на разные общественные классы. Реальная сила находилась в руках Петроградского совета рабочих и солдатских депутатов, поддерживаемого армией и вооруженными рабочими. Фактически у власти стояло буржуазное, кадетско-октябристское Временное правительство.

13. В России к осени 1917 г. сложилось положение, когда встала главная задача — вопрос о власти: либо власть переходила в руки рабочих и крестьян и создавалось новое правительство, либо в России происходила реставрация монархии. Быструю и решительную победу большевиков в Петрограде 24—26 октября 1917 г. обусловили следующие факторы: экономический и политический кризис в стране; ошибки Временного правительства и умеренных социалистов, просчеты правых сил; популистские лозунги большевиков в ходе борьбы за власть; поддержка большевиков левыми эсерами и анархистами в ходе восстания; поддержка значительной частью Петроградского гарнизона и Балтийского флота; активность большевистских лидеров.

14. Провозгласив на заседании ЦК ВКП(б) 10 октября 1917 г. курс на вооруженное восстание в целях свержения Временного правительства, которое потеряло всякий авторитет в массах, большевики успешно смогли его реализовать. Временное правительство было низложено. Открывшийся 25 октября 1917 г. II Всероссийский съезд Советов был поставлен перед фактом победы восставших. После того как съезд покинули меньшевики, эсеры и представители ряда других партий, его работу возглавили большевики. На следующий день, на втором заседании съезда были приняты: Декрет о мире,

провозгласивший; выход России из империалистической войны; Декрет о земле, подготовленный на основе крестьянских наказов и передававший землю крестьянам; Декрет о власти, провозгласивший установление власти Советов. Исполнительная власть передавалась большевистскому правительству — Совету народных комиссаров во главе с В.И. Лениным. Был сформирован новый всероссийский исполнительный комитет - ВЦИК, в который вошли 62 большевика и 29 левых эсеров. Принятые Декреты сначала отвечали надеждам народных масс, и это способствовало победе советской власти на местах.

15. Причинами начала Гражданской войны и иностранной интервенции в России в 1917—1922 гг. были: 1) обострение социально-экономических и политических противоречий в результате смены власти и изменения формы собственности; 2) крах демократической альтернативы страны в связи с разгоном Учредительного собрания большевиками в январе 1918 г.; 3) неприятие политическими противниками большевиков Брестского мира с Германией; 4) экономическая политика большевиков в деревне весной-летом 1918 г.; 5) иностранное вмешательство во внутренние дела России.

16. Существует несколько точек зрения на начало и периодизацию Гражданской войны: 1) начинается с октября 1917 г. (по существу даже раньше), а заканчивается осенью 1922 г., когда белая армия была разгромлена на Дальнем Востоке; 2) начинается с мая 1918 г. и продолжается до конца 1920 г., хотя военные действия продолжались и после 1920 г.; 3) в отличие от обычных войн, она не имеет четких границ - ни временных рамок, ни пространственных. Большинство историков в ходе Гражданской войны выделяют шесть этапов: первый — октябрь 1917 - май 1918 гг.: борьба пришедших к власти большевиков с силами Керенского, Краснова, Каледина и др., попытка отпора Германской интервенции и Брестский мир; второй - лето-осень 1918 г.: борьба эсеро-меньшевистских сил, чехословацкий мятеж, развитие интервенции Германии; третий - конец 1918 — начало 1919 гг.: окончание Первой мировой войны и конец Германской интервенции, высадка войск Антанты в портах России, начало политики военного коммунизма, установление диктатуры Колчака в Омске; четвертый - весна 1919 - весна 1920 гг.: уход интервентов, победа РККА над армией Колчака на востоке, Деникина на юге, Юденича - на северо-западе; пятый - весна-осень 1920 г.: Советско-Польская война, разгром войск Врангеля в Крыму; шестой - 1921-1922 гг.: ликвидация локальных очагов войны, подавление Кронштадтского восстания, крестьянского движения на Тамбовщине, отрядов Махно, мятежей белоказаков на Кубани, освобождение Дальнего Востока от японцев, борьба с басмачеством в Средней Азии, демобилизация РККА, переход к нэпу.

17. В 1918 г. сложилась своеобразная экономическая и политическая система в Советском государстве в условиях Гражданской войны, которая получила название политики «военного коммунизма». Она была направлена на сосредоточение всех ресурсов страны в руках государства. Главными чертами военного коммунизма являлись: национализация промышленных предприятий, перевод на военное положение оборонных заводов и

транспорта, осуществление принципа продовольственной диктатуры через введение продразверстки и запрещение свободной торговли, натурализация хозяйственных отношений в условиях обесценивания денег, введение трудовой повинности и создание трудовых армий. В 1921 г. в условиях мирного сосуществования страны эта политика показала свою несостоятельность и была заменена нэпом.

18. Гражданская война закончилась победой Советского государства и поражением Белого движения. Однако это была трагическая победа.» Погибло, по разным оценкам, от 10 до 15 млн человек. Резко уменьшилась численность наиболее квалифицированных рабочих кадров. Сократилось число интеллигенции. Многие ее представители покинули Россию. Основная часть крупной и средней буржуазии или была уничтожена, или эмигрировала. Были уничтожены помещичьи хозяйства, резко сократилась численность зажиточных крестьян. В глубоком кризисе находилась экономика страны. В политической жизни утвердилась диктатура большевизма, началось становление тоталитарной системы.

19. Новая экономическая политика (нэп) была введена советским руководством в 1921 г., после решения X съезда ВКП(б). Предусматривала выход из экономического и политического кризиса путем возврата к подконтрольной и регулируемой государством частной собственности в промышленности, замене продразверстки продовольственным налогом, провозглашение свободной торговли, использование иностранного капитала в форме концессий и труда батраков в деревне. Главными особенностями нэпа были сочетание административных и рыночных методов хозяйствования; сохранение командных высот в политике и экономике в руках рабочего класса и его партии. В конце 20-х гг. от нэпа полностью отказались, в связи с накопившимися противоречиями, причинами этого стали: кризисы нэпа (1923, 1925, 1927, 1928); внутривластная борьба за власть в 20-е гг. XX в. и победа сторонников свертывания нэпа; самоизоляция советской экономики и отсутствие широких экономических связей с мировым сообществом; противоречия между административными и рыночными методами управления.

20. К 1922 г.- экономические, внутри- и внешнеполитические факторы (стремление коммунистической партии расширить сферу деятельности для социалистического эксперимента; старые хозяйственные связи; необходимость совместной обороны) требовали новых форм отношений между республиками (в 1922 г. на территории бывшей Российской империи существовало 9 советских республик, а в РСФСР имелось девять автономных). Летом 1922 г. по решению ЦК РКП(б) начался процесс объединения советских республик в единое государство. Существовало два варианта объединения: а) вариант И.В. Сталина — «автономизация» советских республик, понимаемая как их автономия в составе единого пролетарского государства, советизация, диктатура пролетариата», решение национального вопроса в ходе преодоления, культурных и экономических различий; б) предложение В.И. Ленина о новой форме союзного государства

на основе добровольного и равноправного объединения самостоятельных советских республик. Предусматривалось образование федерации посредством заключения с республиками договора, при этом республики сохраняли всю полноту I управления внутренними делами. 30 декабря 1922 г. I съезд Советов СССР принял Декларацию, и Договор об образовании Союза Советских Социалистических республик. В состав СССР вошли РСФСР, Украинская ССР, Белорусская ССР и Закавказская Федерация, включавшая Азербайджан, Армению и Грузию. В январе 1924 г. II Всесоюзный съезд Советов одобрил первую Конституцию СССР. По Конституции СССР представлял собой Федерацию равноправных суверенных государств. Однако статья Конституции о полномочиях Советов была фикцией, на деле государственная власть концентрировалась в структурах партии, жестко управляемой из центра. Союз сразу же приобрел характер унитарного государства.

21. На XIV съезде, в декабре 1925 г. был провозглашен курс на индустриализацию. Была поставлена задача превратить СССР из страны, ввозящей машины и оборудование, в страну, их производящую, затем провести механизацию всего народного хозяйства и на этой основе добиться ускоренного развития. Главной целью данной политики являлось изменение социальной структуры и ликвидация класса предпринимателей (отход от политики нэпа), упрочение политического господства большевиков. С конца 20-х гг. государство приступило к планированию, начали разрабатываться пятилетние планы, составляемые без учета издержек, которые со временем превратились в твердые задания по производству продукции. В проведении индустриализации отмечались: высокие темпы индустриализации; сжатые исторические сроки; акцент на развитие тяжелой промышленности в ущерб легкой; осуществление индустриализации за счет внутренних источников накопления (перекачка средств из деревни, займы у населения, усиления налогового бремени за счет эмиссии денег, продажи драгоценных металлов и художественных ценностей, использование труда заключенных и т.д.). В результате индустриализации СССР вышел на второе место в мире по объему промышленного производства. Индустриализация позволила быстро ликвидировать безработицу, но более половины промышленных рабочих было занято тяжелым физическим трудом. Главный итог «большого скачка» — закрепление командно-административных методов управления экономикой. Этот период оценивается как промышленное преобразование страны, обеспечивавшее технико-экономическую независимость СССР в сложных внешнеполитических ситуациях.

22. К середине 20-х гг. XX в. положение крестьянства ухудшилось, это было вызвано противоречиями нэпа и начавшейся индустриализации. XV съезд ВКП(б) дал толчок дальнейшему кооперированию крестьянских хозяйств, постановив, что коллективизация должна стать основной задачей партии в деревне. Целями государства в проведении этой политики являлись: а) создание в короткий срок крупных коллективных хозяйств с целью преодоления зависимости государства от единоличных крестьянских

хозяйств в деле хлебозаготовок; б) обеспечение индустриализации дешевой рабочей силой за счет массового ухода крестьян из деревни; в) ликвидация кулачества как класса; 4) перекачка средств в промышленность на нужды индустриализации. В 1929 г. в статье «Год великого перелома» И.В. Сталин заявил о необходимости ускорить темпы коллективизации. В этом же году впервые прозвучали слова «сплошная коллективизация». Коллективизация проводилась жесткими методами (принудительность, обобществление крестьянской собственности, партийный и административный произвол, аресты, ссылки и т.д.). Все это вызвало недовольство крестьян. Темпы коллективизации значительно снизились. Крестьяне начали выходить из колхозов и пытались ввести хозрасчет, что было воспринято сталинским руководством как проявление классовой борьбы. Опять началось наступление на колхозы. Из колхозов забирался весь урожай. Результатом такой политики стал страшный голод 1932—1933 гг. В июне 1934 г. правительство заявило о начале последнего этапа коллективизации. К 1937 г. 93% крестьянских хозяйств были вовлечены в колхозы. Насильственная коллективизация привела: к ликвидации слоя зажиточных крестьян; уничтожению частного сектора в сельском хозяйстве; отчуждению крестьян от собственности земли; замедлению темпов роста сельскохозяйственного производства и постоянному обострению продовольственной проблемы в стране.

23. В 30-х гг. окончательно уничтожаются остатки гражданских свобод и формируется тоталитарный режим. Вся экономика огосударвляется, партия сливается с государством, государство идеологизируется. Каждый член общества вовлекается в иерархическую систему организаций: в партию, комсомол, Советы, профсоюзы, ДОСААФ и др., которые выступали в роли «приводных ремней» партийно-государственного руководства. Население поддерживалось в состоянии повышенной мобилизационной готовности при помощи волн массового террора, судебных процессов над «врагами народа». Система базировалась на неукоснительном выполнении плановых директив и команд центра. Для пресечения недовольства создается карательно-осведомительная система.

24. Главными задачами СССР в 20-е г. XX в. во внешней политике были преодоление дипломатической изоляции и обеспечение безопасности своих границ. В 1919—1920 гг. были заключены договоры с Китаем, Латвией, Литвой, Эстонией, Ираном, Афганистаном, Турцией, Монголией и торговые отношения с Англией и Германией. Однако дипломатических отношений с ведущими державами мира СССР не имела, Политическая блокада с европейскими странами была прорвана в апреле 1922 г. в Рапалло, где был подписан с германской делегацией договор о восстановлении дипломатических отношений на основе взаимного отказа от претензий. 1924—1925 гг. стали «полосой дипломатического признания СССР». Большую роль в росте доверия к СССР сыграл нэп. С целью обеспечения безопасности границ СССР заключает договоры о ненападении с Турцией, Афганистаном, Литвой, Ираном, Германией.

Ориентация на Германию была отличительной чертой советской

внешней политики 20-х — начала 30-х гг. Широким было военное сотрудничество между странами. В 1932 г. был заключен Советско-Польский договор о ненападении. Позднее такие же договора были заключены с Францией, Италией, Латвией, Эстонией. Это привело к напряженности в советско-германских отношениях. После прихода к власти Гитлера в 1933 г. СССР начинает ориентироваться на союз с Англией и Францией и делает попытки создания системы коллективной безопасности, направленной против Германии. Однако нежелание западных стран идти на союз с СССР и итоги Мюнхенского соглашения привели к переориентации внешней политики СССР на Германию. В результате, англо-франко-советские переговоры в Москве в августе 1939 г. были провалены, а 23 августа был подписан договор о ненападении между СССР и Германией, который развязывал руки Москве в отношении Финляндии, Латвии, Эстонии и западных территорий Украины и Белоруссии, входивших в состав Польши. 28 сентября 1939 г., по договору «О дружбе и границах» СССР получил Литву в обмен на часть польских земель. Эти территории в 1939—1941 гг. вошли в состав СССР, что явилось основным итогом его европейской политики.

На Дальнем Востоке СССР периодически вступает в вооруженные конфликты (летом 1929 г. — с Китаем, летом 1938 г. - с Японией на реке Халхин-Гол). Советскому Союзу удалось сохранить свои границы. Монголия осталась в сфере влияния СССР.

25. Великая Отечественная война 1941—1945 гг. на сегодняшний день во многом остается белым пятном для историков. Достаточно много возникает дискуссионных проблем: 1) кто развязал Вторую мировую войну?; 2) готовил ли Сталин нападение на Германию?; 3) проблема внезапности нападения на СССР; 4) причины поражения советских войск весной—летом 1942 г.; 5) проблема движения Сопротивления; 6) потери СССР в годы войны; 7) цена победы СССР в Великой Отечественной войне.

26. Причинами Великой Отечественной войны, по мнению А.П. Деревянко и Н.А. Шабельниковой, были: 1) борьба конкурирующих систем, претендующих на глобальное господство: национал-социализма и коммунизма; 2) стремление Германии завоевать «жизненное пространство», захватив ресурсную базу СССР.

27. В истории Великой Отечественной войны 1941—1945 гг. выделяют три основных периода: 1) 22 июня 1941 г. — 18 ноября 1942 г. — начальный период войны. Стратегическая инициатива принадлежала вермахту. Советские войска оставили Белоруссию, Прибалтику, Украину, вели оборонительные сражения за Смоленск, Киев, Ленинград. Битва за Москву (30 сентября 1941 г. — 7 января 1942 г.) первое поражение противника. Война приняла затяжной характер. Весна—лето 1942 г. — начало обороны Сталинграда и битвы за Кавказ. Перевод экономики на военные рельсы СССР завершен создана целостная система военной индустрии. Началась партизанская война в тылу врага (Белоруссия, Брянщина, Восточная Украина). Создана антигитлеровская коалиция 2) 19 -ноября 1942 г. — конец 1943 к — период коренного перелома-, окончательного перехода

стратегической инициатив к СССР. Разгром немецких войск под Сталинградом (2 февраля 1943 г.), сражение на Курской дуге (июль 1943 г.). Битва за Днепр— крушение оборонительной стратегии вермахта., освобождение левобережной Украины. Укрепление советской экономики: к концу 1943 г. обеспечена экономическая победа над Германией. Формирование крупных партизанских соединений. В тылу врага появились освобожденные районы. Укрепление антигитлеровской коалиции. Тегеранская конференция 1943 г. — кризис фашистского блока; 3)1944 г. - 9 мая 1945 г. — завершающий период. Освобождение всей территории СССР, освободительная миссия Красной армии в Европе (освобождение Польши, Чехословакии, Венгрии и других стран). Разгром фашистской Германии» Конференция в Ялте (февраль 1945 в) и Потсдаме (июль-август 1945 г.); особый период (9 августа — 2 сентября 1945 г.). — война СССР против Японии, разгром Квантунской армии в Маньчжурии.

28. Цена победы в Великой Отечественной войне выражает сложный комплекс материальных экономических, интеллектуальных, духовных и других усилий государства и народа, понесенного ими урона, ущерба, потерь и издержек. С одной стороны, за время войны была создана мощная военная промышленность, сформирована индустриальная база; завоеван международный авторитет, СССР вошел в различные международные организации и союзы, значительно расширил сферу политического влияния; в состав СССР вошли Печенгский и Клайпедский районы, Южный Сахалин, Курильские острова, часть Восточной Пруссии; заложена основа для создания «блока социалистических государств» Европы и Азии; открылись возможности демократического обновления мира и освобождение колоний. С другой стороны, ценой победы стали огромные людские потери - около 27 млн чел.; уничтожена 1/3 национального богатства страны; произошло укрепление сталинского режима; нанесен огромный экологический ущерб; война затормозила экономическое развитие СССР, вынужденного долгие годы восстанавливать народное хозяйство, залечивать физические и моральные раны людей.

29. В СССР в первое послевоенное десятилетие в экономической сфере был принят IV пятилетний план, основной задачей которого было восстановление разрушенного хозяйства и дальнейшее развитие экономики страны. К 1948 г. уровень промышленного производства достиг довоенного; восстановлено и построено 6200 промышленных предприятий; проведена денежная реформа и отменена карточная система (декабрь 1947 г.). Это проводилось за счет «экономии» на сельском хозяйстве, легкой промышленности и социальной сфере, а также репараций с Германии (4,3 млрд долл.). В социально-политической сфере происходит укрепление административно-командной системы и тоталитарно-бюрократической структуры власти; идеологическое закрепощение общественного сознания (проводятся кампании «борьбы с космополитизмом» с целью избавления от интереса и симпатий к Западу, воссоздания образа внутреннего врага); усиливается партийно-государственное давление на творческую

интеллигенцию, новый виток репрессий в стране (ГУЛАГ для военнопленных, «Ленинградское дело», «Дело врачей»); культ И.В. Сталина достигает своего апогея.

30. С приходом к власти Н.С. Хрущева в 1953 г. начались заметные изменения в общественно-политической жизни страны. На XX съезде КПСС в феврале 1956 г. Н.С. Хрущев выступил с докладом, разоблачившим культ личности И.В. Сталина. В этом выступлении прозвучала критика культа, но не системы, определялись дозволенные рамки критики деятельности Сталина и сталинщины. И как результат, с одной стороны, в стране протекал процесс политической демократизации: происходит децентрализация системы управления и развития; начинается реабилитация невинно пострадавших жертв сталинских репрессий; реформирование образовательной системы; «оттепель» в литературе, театре, проявление определенной свободы творчества. С другой стороны, продолжала существовать командно-административная система: формируются элементы культа личности Н.С. Хрущева; проводятся репрессии против тех, кто в своей критике не ограничивается дозволенными рамками. В области сельского хозяйства и промышленности реформы Н.С. Хрущева носили непродуманный характер, что сказалось на экономическом и социальном развитии. В 1954 г. было принято решение об освоении целинных и залежных земель. Это был экстенсивный путь развития сельского хозяйства, и первые успехи быстро исчезли. Неудача постигла и проект подъема сельского хозяйства с помощью «царицы полей» кукурузы, и с помощью увеличения в 2—3 раза планов сдачи мяса, что нанесло невосполнимый ущерб животноводству. В промышленности преимущественно развивались оборонные отрасли и атомная энергетика. Для преодоления сверхцентрализации экономики были созданы совнархозы. Эти бесконечные реорганизации сорвали выполнение VI пятилетки. Выход был найден в разработке 7-летнего плана. Расходы на науку выросли в 6 раз, но НТР вступила в противоречие с командно-административной системой. В начале 60-х гг. XX в. недовольство политикой Н.С. Хрущева охватило многие слои населения, этим воспользовались консерваторы в партийном и государственном аппарате. В октябре 1964 г. происходит смещение Н.С. Хрущева со всех постов.

31. Внешняя политика СССР во второй половине 50-х — начале 90-х гг. XX в. характеризуется не только активностью, но и противоречивостью. После Второй мировой войны выделились два лидера на международной арене — СССР и США. В мире, начиная с 1946 г., возобладала политика «холодной войны», которая привела к резкому обострению взаимоотношений между СССР и США, Востоком и Западом. Началась гонка вооружений, усилилась взаимная враждебная риторика, осуществлялась политика «с позиции силы». Придя к власти, Н.С. Хрущев постарался внести существенные коррективы и в сферу международных отношений. Новые отношения внешней политики были сформулированы им в докладе на XX съезде партии в 1956 г. Главными принципами здесь были следующие: признание разнообразия путей построения социализма. возможность

мирного сосуществования государств с различным общественный строем. В то же время советское руководство вело постоянную «антиимпериалистическую пропаганду», всемерно помогало коммунистическому и национально-освободительному движениям, исповедовало веру в торжество коммунизма над капитализмом во всемирном масштабе. Во второй половине 60-х первой половине 80-х гг. советская внешняя политика прошла путь от «холодной войны» к разрядке между народной напряженности и до нового витка «холодной войны». В период «перестройки» (1985—1991) была провозглашена внешнеполитическая доктрина советского правительства, получившая название «новое политическое мышление, которая предусматривала: отказ от раскола мира на две враждующие социально-политические системы (капиталистическую и социалистическую), признание его единым и взаимосвязанным; объявление в качестве универсального решения вопросов баланса интересов различных государств; признание приоритета общечеловеческих ценностей над любыми другими (классовыми; национальными, религиозными). Основным направлением во внешней политике СССР стало налаживание взаимоотношений с США. Однако в эти годы руководство СССР часто шло на односторонние уступки Западу и не думало об их дальнейших последствиях для страны.

32. С приходом к власти в октябре 1964 г. Л. И. Брежнева происходит смена политического курса. Пришедшая к руководству страной команда Л.И. Брежнева не имела позитивной программы деятельности. Однако негативная установка существовала, и заключалась она в том, чтобы прекратить бесчисленные преобразования, нарушавшие стабильность существования бюрократии. Основным стад принцип «стабильности», который означал (в особенности после неудачи хозяйственной реформы, проведенной А.Н. Косыгиным) отказ от каких-либо нововведений в политической, экономической, идеологической и кадровой сферах. В 1977 г. была принята новая Конституция СССР, законодательно закрепившая руководящую роль КПСС в обществе, социализм в СССР провозглашался развитым, и было положено начало разработке теории, защищающей эту идею. Как следствие значительно возросла роль партийно-государственной номенклатуры. Прекратился процесс десталинизации, и начался, в известной мере, процесс ресталинизации. Одновременно открывается новая страница в истории политических процессов: судебной расправе подвергаются инакомыслящие, так называемые диссиденты, выступавшие за соблюдение прав человека и гражданина в СССР. К концу 70-х — началу 80-х гг. XX в. все больше стали проявляться кризисные явления во всех сферах жизни общества: снижение темпов экономического роста, крайне слабое развитие наукоемких отраслей производства (микроэкономики, биотехнологии, информатики); сохранение экстенсивных методов хозяйствования, что во многом способствовало формированию затратной экономики; превращение страны в сырьевой придаток мировой системы хозяйствования (вывоз сырья и закупка продовольствия); формирование «теневой» экономики; снижение

жизненного уровня населения; остаточный принцип финансирования сфер медицины, образования, науки, культуры, жилищного строительства; накопление критического потенциала в обществе: сомнения в правильности социалитического пути, выбранного старшим поколением.

33. Л.И. Брежнев умер в ноябре 1982 г. На первую позицию в партийном аппарате выдвинулся Ю.В. Андропов, возглавляющий КГБ. Он был избран генеральным секретарем ЦК КПСС. Его задачей стала борьба с коррупцией, которая захлестнул высшие эшелоны власти. Начинается борьба за укрепление трудовой дисциплины. Тяжелобольной Ю.В. Андропов в феврале 1984 г. умирает. Генеральным секретарем становится К.У. Черненко, при котором усиливается экономический и политический кризис. Международное положение СССР ухудшается.

34. Перестройкой называется период с марта 1985 г. по декабрь 1991 г., когда в СССР были предприняты экономические политические, социальные, правовые и другие реформы, чтобы осуществить «всестороннее совершенствование социализма» и придать ему новый, более привлекательный облик как внутри страны, так и за ее пределами.

35. Предпосылками перестройки являлись: 1) стагнация в экономике, нарастание научно-технического отставания от Запада, провалы в социальной сфере; 2) политический кризис, выразившийся в сращивании партийно-государственной номенклатуры с дельцами теневой экономики и преступностью что привело к формированию в середине 80-х гг. устойчивых мафиозных группировок; 3) субъективной предпосылкой являлся приход к власти относительно молодого поколения поли, тиков, стремившихся не только к укреплению власти, но и вы. ступавших за обновление государства.

36. В истории перестройки некоторые исследователи выделяют четыре периода: 1) март 1985 г. - январь 1987 г. - проходящий под лозунгом «больше социализма»; 2) 1987—1988 гг. - «больше демократии»; 3) 1989-1991 гг., ставший периодом размежеваний и расколов в лагере перестройки; 4) августовский путч и отстранение от власти М.С. Горбачева, распад СССР.

37. Практически все реформы, осуществляемые в ходе перестройки, не были до конца продуманными, а потому и не были доведены до логического завершения, так как не прогнозировались их конечные цели. В итоге экономические реформы не дали положительных результатов. Началось общее сокращение производства в промышленности и сельском хозяйстве. Резко усилилась инфляция. К началу 90-х гг. страна оказалась в полосе острейшего социально-политического кризиса. В политической системе, стремления решить две задачи одновременно, - с одной стороны, модернизировать структуру государственной власти (при помощи удаления из руководства наиболее консервативных функционеров, введения системы альтернативных выборов и тайного голосования по кандидатурам на руководящие посты в партийных органах, введения президентского поста), с другой - сохранить партийную монополию на власть в рамках складывания многопартийной системы в стране - были обречены на неудачу. В стране назревал политический кризис.

38. К невысоким результатам преобразований в стране в ходе перестройки добавился рост национальной напряженности в республиках СССР. Непоследовательность национальной политики порождали многочисленные противоречия в межнациональных отношениях, которые постепенно переросли в открытые конфликты. Декларации о государственном суверенитете приняли Эстония, Литва, Латвия, Азербайджан и др. 12 июня 1990 г. I съезд народных депутатов РСФСР принял Декларацию о государственном суверенитете России. В ней законодательно закреплялся приоритет республиканских законов над союзными. Первым Президентом РФ стал Б.Н. Ельцин. Принятием Декларации о суверенитете союзных республик был поставлен вопрос о дальнейшем существовании СССР. Началась подготовка нового Союзного договора, подписание которого было назначено на 20 августа 1991 г. Но 19 августа 1991 г. часть союзного руководства совершает попытку государственного переворота. Проект предстоящего Союзного договора, означавший утрату контроля над республиками, этих руководителей не устраивал. После подавления путча процесс распада СССР принимает необратимый характер. 21 декабря 1991 г. 11 республик объявили о роспуске СССР. На встрече в Беловежской Пуще Б. Ельцин, Л. Кравчук, В. Шушкевич, а затем на встрече в Алма-Ате руководители бывших Союзных республик (кроме Эстонии, Литвы и Грузии) прекратили действие Союзного договора 1922 г., СССР перестал существовать, а президент М.Г. Горбачев ушел в отставку. На территории бывшего Союза возникло Содружество Независимых Государств (СНГ).

39. В 1991 г. в результате распада СССР на международной политической арене появилось новое государство — Российская Федерация. В июне 1991 г. всенародным голосованием президентом России был избран Б.Н. Ельцин: После подавления августовского путча и в условиях начавшихся широкомасштабных экономических реформ стал постепенно нарастать конфликт между Верховным Советом РСФСР и президентом РФ. Он приобрел размах подлинной «войны законов», когда практически ни один законодательный акт, ни одно распоряжение двух ветвей власти не выполнялись. Лидеры Совета выступали против шоковой терапии в экономике, оспаривали законность ликвидации КПСС президентом в 1991 г. и т.д. В ходе референдума 1993 г. народ выбрал президентское правление. Однако открытое противостояние и вооруженные столкновения имели место в октябре 1993 г. Президент одержал победу. 12 декабря 1993 г. в результате всенародного референдума была принята новая Конституция РФ, по которой фактически Страна становилась президентской республикой. Срочно были проведены выборы в I Государственную думу и Федеральное собрание. Крупнейшими фракциями в Думе стали ЛДПР (В.В. Жириновский) и КПРФ (Г.А. Зюганов). 17 декабря 1995 г. был выбран новый парламент, в котором образовалось четыре фракции: КПРФ («П.А. Зюганов»), ЛДПР (В.В. Жириновский), блок «Наш дом Россия» (В.С. Черномырдин), блок «Яблоко» (Г.А. Явлинский). В июне 1996 г. прошли выборы Президента России (на

этот пост претендовали Б.Н. Ельцин, Г.А. Зюганов, А.И. Лебедь, Г.А. Явлинский, В.В. Жириновский). Б.Н. Ельцину удалось во 2-м туре одержать победу. Серьезной политической проблемой стало реформирование Вооруженных сил. В июле 1996 г. Б.Н. Ельцин поставил задачу по созданию к 2000 г. высоко организованной профессиональной армии. Однако решение такой сложной задачи в условиях слабого финансирования и августовского кризиса 1998 г. стало проблематично. Другой внутривластной проблемой оставалась борьба с преступностью. В ноябре 1998 г. в Петербурге убит депутат Госдумы Г.В. Старовойтова, усилился экстремизм, национализм. В послании Федеральному собранию 6 марта 1997 г. констатировалось бессилие властей в борьбе с коррупцией, но задача так и не была решена. Глубокий социально-экономический кризис в стране постоянно усугублялся кризисом во властных структурах. Б.Н. Ельцин с августа 1996 г. фактически отошел от дел, ненадолго появляясь на непродолжительное время и осуществляя кадровые перестановки; перестал владеть ситуацией в стране. С марта 1998 г. сменилось пять Председателей Правительства РФ (В.С. Черномырдин, С.В. Кириенко, Е.М. Примаков, С.В. Степашин, В.В. Путин). На этом фоне 19 декабря 1999 г. прошли выборы в III Государственную думу, где большинство голосов набрали КПРФ и движение «Единство» («Медведь»). 31 декабря 1999 г. Б.Н. Ельцин досрочно ушел в отставку, передав руководство В.В. Путину, который 26 марта 2000 г. избран Президентом РФ.

40. В конце 1991 г. Россия была вынуждена приступить к радикальным экономическим преобразованиям, так как страна оказалась в тяжелейшем финансовом кризисе. Попытка властей частично замаскировать инфляцию государственным контролем над ценами лишь усиливали дефицит и вели к расцвету черного рынка. 1 января 1992 г. правительством, которое возглавлял Е. Гайдар, был принят набор монетаристских мер, так называемая шоковая терапия: ограничение совокупности спроса с помощью удорожания кредита и урезания бюджетных средств, приватизация государственных предприятий. Основным мероприятием социально-экономической политики этого периода явилась либерализация цен. Предполагалось, что данные меры способны в достаточно короткий срок сбить инфляцию и создать предпосылки для восстановления хозяйственного роста на рыночной основе. Но следствием этой политики явилось падение материального благосостояния людей в связи с ростом инфляции в стране (за год рост произошел в 100—150 раз), недовольство и недоверие масс к правительственному курсу. После отставки правительства Е. Гайдара, с конца 1992 г. началась массовая приватизация, которая проходила в два этапа: 1) 1992—1993 гг. — безвозмездная передача гражданам части государственной собственности стоимостью 10 тыс. руб. путем выдачи приватизационного чека; 2) с осени 1994 г. — приватизация государственных предприятий путем прямого акционирования и начало продажи акционерных предприятий. Последствиями приватизации стало: с одной стороны, произошел крупномасштабный обман народа, с другой — почти все лучшие предприятия оказались в руках небольшой группы

московских «уполномоченных» банкиров. Следствием приватизации стал рост экономической преступности, злоупотреблений и коррупции. В результате основная часть национального достояния оказалась в руках 10% населения. Началось разрушение колхозов и совхозов, из которых стали выделяться фермерские хозяйства.

41. В 1994—1998 гг. правительством предпринимаются меры по сдерживанию спада производства и падению эффективности экономики, которые включали: 1) ограничение и отмена централизованного распределения сырья и ресурсов; 2) отмена государственных дотаций убыточным предприятиям; либерализация внешней торговли, расширение импорта потребительских и продовольственных рынков; 4) свободная конвертация рубля; 5) крупномасштабные внешние займы; 6) неконтролируемый вывоз материальных ценностей за рубеж. Результатами проводимой политики были: а) развал военно-промышленного комплекса и бюджетных сфер; б) спад промышленного производства в стране; в) падение спроса на отечественную продукцию; г) деиндустриализация: промышленное производство все более приобретало черты топливо-энергетической и сырьевой ориентации; д) падение сельскохозяйственного производства; е) имущественная дифференциация и скрытая безработица; ж) полная зависимость российской экономики от Запада в лице международных финансовых организаций; з) нарушение экономических связей между регионами страны и распад единой народнохозяйственной структуры; и) рыночные отношения приобрели откровенно криминальный характер. В 1998 г. правительство В.С. Черномырдина предприняло ряд мер в целях выхода из финансового кризиса. С 1 января 1998 г. прошла деноминация введены новые российские деньги, уменьшенные по номиналу в 1000 раз, в обращение вновь вернулась копейка. Однако экономика по-прежнему катастрофически разрушалась. 23 марта правительство Черномырдина отправлено в отставку, и новым премьер-министром стал С.В. Кириенко. 17 августа 1998 г. С.В. Кириенко выступил с заявлением о прекращении выплат по обязательствам государства и моратории на выплату долго зарубежным банкам (дефолт — отказ от принятых ранее на себя обязательств). Как следствие, отставка правительства, высокая инфляция (до 60%) и рост цен. Наступил крах рыночной инфраструктуры и кризис банковской системы и рынка ценных бумаг. В последующее время одно за другим менялись правительства Е.М. Примакова, С.В. Степашина, В.В. Путина. Им удалось несколько стабилизировать экономическую и политическую ситуацию в стране.

42. Экономические и политические проблемы усложнялись серьезными негативными явлениями в отношениях между центром и национальными окраинами. Некоторые субъекты РФ, провозгласив себя суверенными, приняли конституции, в которых были значительные отклонения от Конституции РФ. Особенно напряженно сложились отношения Центрального правительства и Чечни. В конце 1991 г. руководство Чечни объявило о создании независимой Чеченской республики Ичкерия. Внутри самих чеченцев началась борьба за сферы влияния, которая при

вмешательстве федеральных властей и силовых структур вылилась в 1994 г. в гражданскую войну. 11 декабря 1994 г. началась операция федеральных войск, превратившая внутречеченский конфликт в полномасштабную войну с многочисленными человеческими жертвами. В конце 1996 г. неожиданным результатом завершились военные действия в Чечне. По заключенному договору российские войска были выведены из Чечни, и там начались преследования тех, кто поддерживал российское правительство. В январе 1997 г. Президентом Чечни избран А. Масхадов. В мае в Москве Б.Н. Ельцин и А. Масхадов подписали Договор о мире и принципах взаимоотношений между РФ и Чеченской республикой Ичкерией. Однако напряженность оставалась, продолжались захваты заложников. Ситуация обострилась осенью 1999 г.: 4 сентября взорван жилой дом в г. Буйнакске; 9 сентября в г. Москве на улице Гурьянова; 13 сентября взорван дом на Каширском шоссе; 16 сентября жилой дом в Волгодонске. В течение этого периода контакты Москвы и Чечни были свернуты. В качестве ответной меры российское правительство во главе с В.В. Путиным приняло решение использовать в борьбе с террористами силовые методы. Началась вторая чеченская кампания. После завершения в 2000 г. активной фазы боевых действий и назначения в июне 2000 г. муфтия Чечни А. Кадырова главой временной администрации, сопротивление боевиков перешло в фазу террористической войны. В 2000—2003 гг. федеральный центр предпринял меры по нормализации политической и экономической ситуации в республике. В марте 2003 г. в ходе референдума жители Чечни приняли новую конституцию, в которой оговорено, что Чеченская республика является частью Российской Федерации. В этой конституции республике предоставляются широкие полномочия в пределах российского законодательства. В октябре 2003 г. прошли выборы президента Чеченской республики, на которых победил А. Кадыров. В целом федеральный центр сделал ставку на решение проблем этой республики силами чеченских лидеров, а не насаждением представителей из Москвы. С другой стороны, власти России не отказались от ведения переговоров с лидерами боевиков в 2001 г., но они оказались безрезультатными. С осени 2002 г. боевики развернули активную террористическую войну: захват зрителей мюзикла «Норд-Ост» в г. Москве (23 октября 2002 г.); декабрь 2002 г. — взорван дом правительства в г. Грозном; июль 2001 г. — взрыв на рок-фестивале в Тушино; февраль 2004 г. — взрыв поезда метро в Москве; 9 мая 2004 г. в результате теракта погиб глава Чечни — А. Кадыров; 1 сентября 2004 г. захват школы в г. Беслане. С 2005 г. обстановка в Чеченской республике стабилизируется. Избранный в марте 2007 г. президентом Чеченской республики Р. Кадыров проводит политику по интеграции боевиков, не запятанных себя тяжкими преступлениями, общество и параллельно ведет войну на уничтожение лидеров боевиков. В июле 2006 г. уничтожен лидер всего террористического подполья на Северном Кавказе Ш. Басаев, ранее был ликвидирован А. Масхадов.

43. Основными направлениями политики Президента В.В. Путина в

2000—2008 гг. стали: в политической сфере — укрепление вертикали государственной власти и достижение политической стабильности в обществе, для чего были созданы 7 федеральных округов по указу президента; изменен принцип формирования верхней палаты Федерального собрания - Совета Федерации - и превращение его в, постоянно действующий законодательный орган; создание Государственного совета РФ как совещательно-консультативного органа глав субъектов РФ при Президенте РФ; осуществление административной реформы; изменение избирательного законодательства (выборы в ГД по пропорциональной системе, изменен, порог явки на выборы и т.д.). В социально-экономической сфере: продолжение курса на либерализацию экономики, Ослабление бюрократической опеки и контроля со стороны государства за предпринимательской деятельностью, принятие мер, направленных на поддержку малого и среднего бизнеса; Сокращение налогового бремени, введение 13%-ного подоходного налога; проведение социальных реформ (пенсионной, монетизации льгот, здравоохранения); начало проведения и финансирования национальных проектов: «Здоровье», «Качественное образование», «Доступное и комфортное жилье», «Развитие агропромышленного комплекса». В сфере международных отношений: принятие новой концепции внешней политики России, исходя из многополярной системы международных отношений; развитие партнерских отношений со всеми странами мира; поддержка западных стран в борьбе с терроризмом. Среди итогов проведения такой политики можно выделить: восстановление единства России; отражение угрозы со стороны сепаратизма; восстановление экономики страны после затяжного кризиса 1990-х гг. (реальные доходы граждан за 8 лет увеличились в 2,5 раза и превысили уровень 1990 г., по размеру своей экономики Россия заняла седьмое место в мире); погашена значительная часть государственного долга; наблюдался рост ВВП; Россия стала занимать место полноправного партнера в мировой политике. В марте 2008 г. Президентом РФ был избран Д.А. Медведев.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой, к.п.н., доцент

\_\_\_\_\_ Л.Г. Юсупова

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

*по дисциплине*

### **Б1.Б.1.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК**

Специальность:

***21.05.02 Прикладная геология***

Специализация № 4

***Прикладная геохимия, петрология, минералогия***

форма обучения: очная

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобен на заседании кафедры

*Иностранных языков и деловой  
коммуникации*

\_\_\_\_\_  
*(название кафедры)*

\_\_\_\_\_  
Протокол № 8 от 15.05.2018

*(Дата)*

Екатеринбург  
2018

## Содержание

Цели и задачи дисциплины .....	3
Требования к оформлению контрольной работы .....	4
Содержание контрольной работы.....	4
Выполнение работы над ошибками.....	8
Критерии оценивания контрольной работы .....	9
Образец титульного листа .....	10

### Цель и задачи дисциплины

**Цель дисциплины:** повышение исходного уровня владения иностранным языком, достигнутого на предыдущей ступени образования, и достижение уровня иноязычной коммуникативной компетенции достаточного для общения в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах, а также для дальнейшего самообразования.

### Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины:

*общекультурные:*

- способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-6);

*общепрофессиональные:*

- готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-2).

*Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):*

- владение иностранным языком как средством коммуникации в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах;
- развитие когнитивных и исследовательских умений с использованием ресурсов на иностранном языке;
- развитие информационной культуры;
- расширение кругозора и повышение общей гуманитарной культуры студентов;
- воспитание толерантности и уважения к духовным ценностям разных стран и народов.

Методические указания по выполнению контрольной работы предназначены для студентов очной и заочной формы обучения, обучающихся по специальности *21.05.02 Прикладная геология*.

Письменная контрольная работа является обязательной формой *промежуточной аттестации*. Она отражает степень освоения студентом учебного материала по дисциплине Б1.Б.1.03 Иностранный язык. А именно, в результате освоения дисциплины студент должен:

*Знать:*

- особенности фонетического строя иностранного языка;
- лексические единицы социально-бытовой и академической тематики, основы терминосистемы соответствующего направления подготовки;
- основные правила грамматической системы иностранного языка;
- особенности построения устных высказываний и письменных текстов разных стилей речи;
- правила речевого этикета в соответствии с ситуациями межличностного и межкультурного общения в социально-бытовой, академической и деловой сферах;
- основную страноведческую информацию о странах изучаемого языка;
- лексико-грамматические явления иностранного языка профессиональной сферы для решения задач профессиональной деятельности;

*Уметь:*

- вести диалог/полилог и строить монологическое высказывание в пределах изученных тем;
- понимать на слух иноязычные тексты монологического и диалогического характера с различной степенью понимания в зависимости от коммуникативной задачи;
- читать аутентичные тексты прагматического, публицистического, художественного и научного характера с целью получения значимой информации;
- передавать основное содержание прослушанного/прочитанного текста;

- записывать тезисы устного сообщения, писать эссе по изученной тематике, составлять аннотации текстов, вести личную и деловую переписку;
- использовать компенсаторные умения в процессе общения на иностранном языке;
- пользоваться иностранным языком в устной и письменной формах, как средством профессионального общения;

*Владеть:*

- основными приёмами организации самостоятельной работы с языковым материалом с использованием учебной и справочной литературы, электронных ресурсов;
- навыками выполнения проектных заданий на иностранном языке в соответствии с уровнем языковой подготовки;
- умением применять полученные знания иностранного языка в своей будущей профессиональной деятельности.

### **Требования к оформлению контрольной работы**

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «Иностранный язык (английский)» представлено три варианта контрольной работы.

Номер варианта контрольной работы определяется для студентов в соответствии с начальными буквами их фамилий в алфавитном порядке. Например, студенты, у которых фамилии начинаются с букв А, выполняют контрольную работу № 1 и т.д. (см. таблицу №1).

Таблица №1

<i>начальная буква фамилии студента</i>	<i>№ варианта контрольной работы</i>
А, Г, Ж, К, Н, Р, У, Ц, Щ	№1
Б, Д, З, Л, О, С, Ф, Ч, Э, Я	№2
В, Е, И, М, П, Т, Х, Ш, Ю	№3

### **Содержание контрольной работы**

Контрольная работа проводится по теме 1. *Бытовая сфера общения (Я и моя семья)* и теме 2. *Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)* и направлена на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Контрольная работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*, оборот *there+be*, имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №2:

Таблица №2

<i>Название темы</i>	<i>Страницы учебников</i>	
	<i>Агабекян И. П.</i>	<i>Журавлева Р.И.</i>
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435
Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов <i>to be</i> и <i>to have</i>	102-104	6-8
Оборот <i>there+be</i>	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

## **АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК**

### **Вариант №1**

**Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.**

**Пример:** Michael \_\_\_\_\_ everyone he meets because he is very sociable and easygoing. He has five brothers and two sisters, so that probably helped him learn how to deal with people.

A. gets divorced;      **B. gets along well with;**      C. gets married;

*Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.*

**Задание 2. Заполните пропуски местоимениями *some, any, no* или их производными.**

**Пример:** A: Is *anything* the matter with Dawn? She looks upset.

B: She had an argument with her friend today.

*Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «неопределённые местоимения».*

**Задание 3. Заполните пропуски личными местоимениями (*I, we, you, he, she, it, they, me, us, him, her, them*).**

**Пример:** My teacher is very nice. I like ... . – I like **him**.

*Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «личные и притяжательные местоимения».*

**Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках, обращая при этом внимание на использованные в предложениях маркеры.**

**Пример:** Every morning George **eats** (to eat) cereals, and his wife only **drinks** (to drink) a cup of coffee.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

**Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.**

**Пример:** Paul was tired when he got home. – **Was Paul tired when he got home? Yes, he was.**

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

### Контрольная работа

#### Вариант №2

**Задание 1. Заполните пропуск, выбрав один вариант ответа.**

**Пример:** A British university year is divided into three \_\_\_\_\_.

1) conferences;            2) sessions;            3) **terms**;            4) periods;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

**Задание 2. Выберите правильную форму глагола.**

**Пример:** A: I have a Physics exam tomorrow.

B: Oh dear. Physics **is/are** a very difficult subject.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя существительное, функции и спряжение глаголов to be и to have».

**Задание 3. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Continuous, Past Continuous или Future Continuous.**

**Пример:** I **shall be studying** (study) Japanese online from 5 till 6 tomorrow evening.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

**Задание 4. Составьте вопросы к словам, выделенным жирным шрифтом.**

**Пример:** **The Petersons** have bought a dog. – **Who has bought a dog?**

The Petersons have bought **a dog**. – **What have the Petersons bought?**

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

**Задание 5. Подчеркните правильный вариант ответа.**

**Пример:** A: You haven't seen my bag anywhere, haven't you/**have you**?

B: No. You didn't leave it in the car, **did you**/didn't you?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

### Контрольная работа

#### Вариант № 3

**Задание 1. Заполните пропуски, выбрав один вариант ответа.**

**Пример:** The University accepts around 2000 new \_\_\_\_\_ every year.

1) **students**;    2) teachers;    3) pupils;    4) groups;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

заданных тем.

**Задание 2. Поставьте в предложения подходящие по смыслу фразы:**

as red as a beet (свекла), as slow as a turtle, as sweet as honey, as busy as a bee, as clumsy as a bear (неуклюжий), as black as coal, as cold as ice, as slippery as an eel (изворотливый как угорь), as free as a bird, as smooth as silk (гладкий)

**Пример:** Your friend is so unemotional, he is **as cold as ice**.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя прилагательное и наречие».

**Задание 3. Переведите следующие предложения на английский язык.**

**Пример:** Это самая ценная картина в Русском музее. **This is the most valuable picture in Russian Museum.**

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «степени сравнения имени прилагательного и наречий».

**Задание 4. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Perfect, Past Perfect или Future Perfect.**

**Пример:** Sam **has lost** (lose) his keys. So he can't open the door.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

**Задание 5. Задайте вопросы к предложениям.**

**Пример:** There are two books. The one on the table is Sue's.

- a) 'Which book is Sue's?' 'The one on the table.'
- b) 'Whose book is on the table?' 'Sue's.'

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

## **НЕМЕЦКИЙ ЯЗЫК**

**Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.**

**Пример:** Mein Bruder ... Arzt geworden

A. hat; B. ist; C. wird;

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Пассивный залог».

**Задание 2. Вставьте подходящее вопросительное слово.**

**Пример:** Was machen Sie am Wochenende?

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные местоимения».

**Задание 3. Заполните пропуски возвратными местоимениями в нужной форме.**

**Пример:** Wo wohnen deine Eltern?

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Притяжательные местоимения».

**Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках.**

**Пример:** Kannst du mir bitte die Marmelade geben? (können)

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Модальные глаголы».

**Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.**

**Пример:** Sie wohnen in Berlin.

**Ответ:** Wo wohnen Sie? Wer wohnt in Berlin?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные предложения».

### **ФРАНЦУЗСКИЙ ЯЗЫК**

**Задание 1. Заполните пропуски в предложениях следующими предлогами: de, à, chez, dans, pour, depuis, vers, avec, devant. en.**

**Пример: Monsieur Dupont est en mission.**

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Предлоги».

**Задание 2. Заполните пропуски, выберите правильно указательное прилагательное:**

**Пример: Peux-tu me passer ces dictionnaires?**

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Указательные прилагательные».

**Задание 3. Поставьте нужный артикль или предлог там, где это необходимо:**

**Пример: C'est la salle des études.**

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Употребление слитного артикля».

**Задание 4. Выберите правильную форму глагола:**

**Пример: Tous les matins, il s'est levé à 7 heures depuis un an.**

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Спряжение глаголов 1,2,3 группы в Présent».

**Задание 5. Ответьте на следующие вопросы:**

**Пример: Où passez-vous vos vacances d'été? - Je les passe en Crimée.**

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Личные местоимения le, la, les».

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». Работа с оценкой «неудовлетворительно» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

### **Выполнение работы над ошибками**

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

### **Критерии оценивания контрольной работы**

**Оценка за контрольную работу** определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 1 балл. Максимум 44 балла.

### **Результат контрольной работы**

*Контрольная работа оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:*

40-44 балла (90-100%) - оценка «отлично»;

31-39 балла (70-89%) - оценка «хорошо»;

22-30 баллов (50-69%) - оценка «удовлетворительно»;

0-21 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».



**Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный горный университет»**

Кафедра иностранных языков и деловой коммуникации

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1**

по дисциплине  
**ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК**

Специальность:  
***21.05.02 Прикладная геология***

Специализация № 4  
***Прикладная геохимия, петрология, минералогия***

формы обучения: очная

Выполнил: Иванов Иван Иванович  
Группа МПГ-18

Преподаватель: Петров Петр Петрович,  
к.т.н, доцент

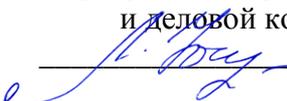
**Екатеринбург  
2018**

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой иностранных языков  
и деловой коммуникации

 Юсупова Л. Г.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

### **Б1.Б.1.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК**

Специальность:

***21.05.02 Прикладная геология***

Специализация №4

***Прикладная геохимия, минералогия, петрология***

форма обучения: очная

Автор: Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрены на заседании кафедры

*Иностранных языков и деловой*

*коммуникации*

*(название кафедры)*

Протокол № 184 от 17.04.2019

*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

## СОДЕРЖАНИЕ

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям.....	3
1.1 Повторение материала практических занятий.....	3
1.2 Чтение и перевод учебных текстов.....	42
1.3 Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций) .....	60
1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения) .....	73
1.5 Подготовка к контрольной работе .....	73
II. Другие виды самостоятельной работы.....	73
2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания:	
2.1.1 Подготовка к ролевой игре.....	73
2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию .....	74
2.1.3 Подготовка к опросу .....	75
2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного.....	75
2.3 Подготовка доклада.....	94
2.4 Подготовка к тесту.....	95
2.5 Подготовка к экзамену.....	99

## **I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям**

### **1. Повторение материала практических занятий**

Практические занятия направлены на развитие умений иноязычного говорения в рамках заданных РПД тем: бытовая сфера общения (Я и моя семья); учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование); социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир); профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность).

***Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:***

#### **My family**

My name is Vladimir Petrov. I am ... years old. I was born in 19... in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20... I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

***Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:***

#### **My student's life**

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

*Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:*

### **Ekaterinburg – an Industrial Centre**

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country's national economy.

*Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:*

### **The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland**

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern

Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world's largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o'clock. There are a lot of high days in Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine's day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don't like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul's Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It's the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent's Park. The last one is the home of London Zoo.

***Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:***

### **My speciality is Geology**

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition and the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth's surface and on its surface.
2. Petrology which studies the rocks of the Earth.
3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.
4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.
5. Historic Geology which treats of the Earth's history.
6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.
7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kazakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

Практические занятия направлены также на формирование грамматического навыка по темам: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*, оборот *there+be*, имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №1:

Таблица №1

<i>Название темы</i>	<i>Страницы учебников</i>	
	<i>Агабекян И. П.</i>	<i>Журавлева Р.И.</i>
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435

Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов <i>to be</i> и <i>to have</i>	102-104	6-8
Оборот <i>there+be</i>	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

***Повторите материал практических занятий!***

**Порядок слов в английском предложении**

В русском языке, благодаря наличию падежных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

I	II	III Дополнение			IV Обстоятельство
		Косвенное без предлога	Прямое	Косвенное с предлогом	
Подлежащее	Сказуемое				
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

***Вопросительное предложение***

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол *to do* в требуемой форме - *do/does/did*.

**Общие вопросы**

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher?  
- Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:

You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.  
Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?  
Примеры с модальными глаголами:

She can drive a car. – Она умеет водить машину.

Can she drive a car? - Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot )

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.

Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?

Do you speak English well? - Ты хорошо говоришь по-английски?

### **Ответы на общие вопросы**

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not

Например: Are you a student? - Ты студент?

Yes, I am. - Да.; No, I am not. - Нет.

Do you know him? – Ты знаешь его?

Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

### **Специальные вопросы**

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.

Специальные вопросы могут начинаться словами:

who? – кто? whom? – кого? whose? - чей? what? – что? какой? which? –  
который?

when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?

how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго?  
сколько времени?

how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

### **Вопрос к прямому дополнению:**

What are you reading? Что ты читаешь?

What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

### **Вопрос к обстоятельству**

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.

When will he come back? – Когда он вернется?

What did he do it for? Зачем он это сделал?

Where are you from?

### **Вопрос к определению**

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?

Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

### **Вопрос к сказуемому**

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: "Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?" , например:

What does he do? Что он делает?

### **Специальные вопросы к подлежащему**

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)

what - что (для неодушевленных существительных)

The teacher read an interesting story to the students yesterday.

Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):

Who is reading this book? Кто читает эту книгу?

Who goes to school?

### **Альтернативные вопросы**

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:

Is he reading or is he writing?

Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):

Is he reading or writing?

### **Разделительные вопросы**

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводиться на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:

You speak French, don't you? You are looking for something, aren't you? Pete works at a plant, doesn't he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:

It is not very warm today, is it? John doesn't live in London, does he?

### Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением it. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: It is/(was) winter. (Была) Зима. It often rains in autumn. Осенью часто идет дождь. It was getting dark. Темнело. It is cold. Холодно. It snows. Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: It is early morning. Раннее утро. It is five o'clock. Пять часов. It is two miles to the lake. До озера две мили. It is late. Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: It was easy to do this. Было легко сделать это.

It was clear that he would not come. Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: It is said he will come. Говорят, он придет.

### Местоимение. The Pronoun.

#### Классификации местоимений.

1	<b>personal</b>	личные
2	<b>possessive</b>	притяжательные
3	<b>demonstrative</b>	указательные
4	<b>indefinite and negative</b>	неопределенные и отрицательные
5	<b>quantifiers</b>	количественные
6	<b>reflexive</b>	возвратные
7	<b>reciprocal</b>	взаимные
8	<b>relative</b>	относительные
9	<b>defining</b>	определятельные
10	<b>interrogative</b>	вопросительные

#### I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		Объектный падеж	
<b>I</b>	я	<b>me</b>	мне, меня
<b>he</b>	он	<b>him</b>	его, ему
<b>she</b>	она	<b>her</b>	ей, о ней
<b>it</b>	ОНО, ЭТО	<b>it</b>	ей, ему, этому
<b>we</b>	мы	<b>us</b>	нам, нас



<b>every</b>	<b>everything - все</b>
<b>some</b>	<b>Body/one - для одушевленных (кто-то):</b> <b>somebody/someone – кто-то, кто-нибудь</b>
<b>any</b>	<b>anybody/anyone - кто-то, кто-нибудь</b>
<b>no</b>	<b>body/one</b> <b>nobody / no one - никого, никто</b>
<b>every</b>	<b>everybody /everyone – все, каждый</b>

Местоимение **some** и основа **body** должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо **somebody** – *кто-то*, получится **some body** – *какое-то тело*, **Something/somebody/someone** - в утвердительных предложениях, **anything/anybody/anyone** - в отрицательных и вопросительных предложениях, **nothing/nobody/no one** – в отрицательных. **Anything/anybody/anyone** - также используются в утвердительных предложениях, но в значении *что угодно/кто угодно*

<b>somewhere - где-нибудь, куда-нибудь</b>	<b>anywhere - где угодно</b>
<b>nowhere - нигде</b>	<b>everywhere - везде</b>

### V. Количественные (quantifiers) местоимения

<b>Many и much</b> - оба слова обозначают “ много”, С <b>исчисляемыми</b> существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово <b>many</b> , а с <b>неисчисляемыми</b> - слово <b>much</b> .	
<b>many girls - много девочек</b> <b>many boys - много мальчиков</b> <b>many books - много книжек</b>	<b>much snow - много снега</b> <b>much money - много денег</b> <b>much time - много времени</b>
<b>How many?</b> } сколько? <b>How much?</b> }	<b>How many girls? - Сколько девочек?</b> <b>How much sugar? - Сколько сахара?</b> <b>How much sugar? - Сколько сахара?</b>
<b>a lot of...</b> - много - используется и с <b>исчисляемыми</b> , и с <b>неисчисляемыми</b> существительными <b>a lot</b> без (of) используется и без существительного. <b>Сравните:</b> He writes <b>a lot of</b> funny stories. <i>Он пишет много забавных рассказов.</i> He writes <b>a lot</b> . <i>Он много пишет.</i>	<b>girls – много девочек</b> <b>a lot of</b> <b>sugar - много сахара</b>
<b>В утвердительных</b> предложениях используйте <b>a lot of</b> . <b>В отрицательных</b> и в вопросительных <b>many/much</b> , <b>Сравните:</b> (+) My grandmother often cooks <b>a lot of</b> tasty things. <i>Моя бабушка часто готовит много вкусного.</i> (-) But we don't eat <b>much</b> . <i>Но мы не едим много.</i> (?) Do you eat much? <i>Вы много едите?</i> Иногда слова <b>much</b> и <b>a lot</b> являются синонимами слова “ <b>часто</b> ”: Do you ski <b>much</b> ? <i>Вы много (часто) катаетесь на лыжах?</i> No, not much (= not often). <i>Нет, не часто.</i>	

### Few, little, a few, a little

С **неисчисляемыми** существительными используйте слово **little** (мало), а с **исчисляемыми** - **few** (мало).

<b>few books - мало книг</b> <b>few girls - мало девочек</b> <b>few boys - мало мальчиков</b>	<b>little time - мало времени</b> <b>little money - мало денег</b> <b>little snow - мало снега</b>
<b>little</b> } мало (т.е. надо еще) <b>few</b> }	<b>a little</b> } немного (т.е. пока хватает) <b>a few</b> }

### VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением - **self** в единственном числе и - **selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	Возвратное местоимение	Пример	Перевод
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

### VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

**Each other** - друг друга (относится к двум лицам или предметам).

**One another** - друг друга (относится к большему количеству лиц или предметов).

**They spoke to each other rather friendly.** Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.

**They always help one another.** Они всегда помогают друг другу.

### VIII. Относительные (relative) местоимения

**Who (whom), whose, which, that**

who	Именительный падеж <b>who</b> (подлежащее) <b>The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister.</b> Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.
	Объектный падеж <b>whom</b> (дополнение) <b>The man <u>whom</u> I love the best is your brother.</b> Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.
which	Для неодушевленных предметов и животных <b>The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice.</b> Цветы, которые ты мне принес, очень милые.
whose	Для одушевленных существительных <b>This is the man <u>whose</u> book we read yesterday.</b> Это человек, книгу которого мы читали вчера.
	Для неодушевленных существительных <b>We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow.</b> Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.
that	Для одушевленных существительных <b>This is the man <u>that</u> we saw yesterday.</b> Это мужчина, которого мы видели вчера.
	Для неодушевленных существительных <b>This is the film <u>that</u> we saw yesterday.</b> Это фильм, который мы видели вчера.

### IX. Определительные (defining) местоимения

**all**

Употребление	Примеры	Перевод
определяет неисчисляемые	He spent <b>all his</b> time fishing on the	Он провел все свое время,

<b>существительные</b>	lake.	ловя рыбу на озере.
<b>определяет исчисляемые существительные</b>	<b>All the boys like football. (the после all!)</b>	Все мальчишки любят футбол.
<b>all = everything</b>	I know <b>all/everything</b> .	Я знаю всё.
<b>all = everybody</b>	<b>All</b> were hungry. <b>Everybody</b> was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
<b>we all = ail of us</b> <b>you all = all of you</b> <b>they all = ail of them</b>	We <b>all</b> love you very much = <b>All</b> of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

### both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	<b>Both (the/my) friends like football.</b>	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	<b>Both these/the men are Russian.</b>	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	<b>He gave me two apples. Both were sweet.</b>	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	<b>They both (both of them) came to visit us.</b>	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции <b>both...and.</b>	<b>Both mother father were at home</b>	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях <b>вместо both</b> используется <b>neither</b>	<b>Both of them know English. Neither of them know English.</b>	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

### either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
<b>either</b>	любой из двух (артикуль не ставится)	<b>I've got 2 cakes. Take either cake.</b>	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	<b>There are windows on either side of the house.</b>	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	<b>Either of dogs is always hungry.</b>	Любая из собак вечно голодная.
<b>neither</b>	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	<b>Neither of examples is correct.</b>	Ни один из примеров не верен.
	в констр. <b>neither.. nor</b> (ни.. ни)	<b>I like neither tea, nor coffee.</b>	Я не люблю ни чай, ни кофе.

### other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
<b>the other</b>	другой (второй), другой из двух	<b>You've got 2 balls: one and the other.</b>	У тебя 2 мяча: один и другой.
<b>another</b>	другой из многих, еще один	<b>Take another ball.</b>	Возьми другой мяч. (Любой, но не этот.)
<b>other</b>	другие (любые), не последние	<b>Take other 2 balls.</b>	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)

<b>the others</b>	другие (определенные)	<b>There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.</b>	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.
-------------------	-----------------------	--	---

### X. *Вопросительные (interrogative) местоимения*

<b>what</b>	что	<b>What's this?</b>	Что это?
<b>which</b>	который	<b>Which of them?</b>	Который из них?
<b>who</b>	кто, кого	<b>Who was that?</b>	Кто это был?
<b>whom</b>	кого	<b>Whom did you meet?</b>	Кого ты встретил?
<b>whose</b>	чей	<b>Whose book is it?</b>	Чья это книга?

### Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	<b>Изменяется</b>	<b>Изменяется</b>
Падеж	<b>Изменяется</b>	<b>Не изменяется</b>

### The Plural Form of Nouns

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
<b>после глухих согласных</b>	<b>a book - books</b> <b>a cup - cups</b>	<b>книга - книги</b> <b>чашка - чашки</b>
<b>после звонких согласных и гласных</b> -	a name - names a girl - girls	<b>имя - имена</b> <b>девочка - девочки</b>
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -у: 1) гласная +у	<b>a toy - toys</b> <b>a boy - boys</b>	игрушка - игрушки мальчик - мальчики
2) согласная + у	<b>a family - families</b> <b>a story - stories</b>	<b>семья - семьи</b> <b>история - истории</b>
слово заканчивается на -file	<b>a leaf - leaves</b> <b>a shelf - shelves</b>	лист - листья полка - полки

### Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	Мн. число	Перевод
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
<b>ox</b>	oxen	<b>бык - быки</b>
<b>tooth</b>	teeth	<b>зуб - зубы</b>

### Слова - заместители существительных **Substitutions: one/ones**

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать one (в единственном числе) и ones (во множественном числе):

This table is bigger than that one - Этот стол больше, чем тот (стол).  
 These tables are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

<b>Со словами one/ones может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.</b>	
<b>What apple do you want?</b> Какое ты хочешь яблоко? <b>The red one. Красное.</b>	<b>What apples do you want?</b> Какие яблоки ты хочешь? <b>The red ones. Красные.</b>

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

#### Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски. Р. п. Это собака той девочки. Д. п. Я дал яблоко той девочке. . В. п. Я вижу маленькую девочку. . Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой. П. п. Я часто думаю об этой девочке.	This girl speaks English well. It's a dog of that girl. I gave an apple to that girl. I can see a little girl. I like to play with this girl. I often think about this girl.
--	---

#### Притяжательный падеж. The Possessive Case

##### Образование притяжательного падежа

	Образование	Примеры	Перевод
существительные в единственном числе	's	bird's house child's ball	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений)	's	children's ball women's rights	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	'	girls' toy birds' house	игрушка девочек домик птичек

**Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,**

**my mother's book - мамина книга,  
 this girl's ball - мячик девочки,  
 the bird's house - домик птички**

**Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог of:**

**the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное door-handle,**

#### Артикль. The Article

**1. Неопределенный a/an** (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот                    a dog –собака                    a boy – мальчик                    a girl -девочка  
 a teacher - учитель

**2. Определенный the** (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот                    the houses –дома                    the water -вода                    the weather –погода  
 the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т. д. Слово "an hour" (час) начинается с согласной буквы "h", но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю "a" также добавляется n = an

Упомянув объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при повторном упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга - книги)

- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

### Использование неопределенного артикля a

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise! Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a week.
в определенных конструкциях there is a... I have a... he has a... I see a... this is a... that is a... It is a... I am a... he/she is a...	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter... in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

### Использование определенного артикля the

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth

с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей» животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Avrora the Sesame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

#### **Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний**

in the middle, in the corner in the morning, In the evening, in the afternoon what's the use? to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market the fact is (was) that... where is the...? in the country, to the country	The table is in the middle of the room. I never drink coffee in the evening. What's the use of going there so late? Do you like going to the theatre? He works at the shop. The fact is that I have no money at all. Where is the doctor? We always spend summer in the country.
--	---

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

#### **Случаи, когда артикль не употребляется**

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание "no"	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.

с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc HO: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netherlands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James' Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное местоимение	what animals can swim? I know what thing you have lost!

### ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

**По своей структуре** глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать

to order - приказывать

to read - читать

to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать

to dismiss - увольнять, отпускать

to realize - представлять себе

to shorten - укорачивать (ся)

to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)

to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио

to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять

to sit down - садиться

**По значению** глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

**Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.**

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

**Глаголы в изъявительном наклонении** выражают реальное действие, передают факты:

His son goes to school. Его сын учится в школе.

She has written an interesting article. Она написала интересную статью.

A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

**Глаголы в повелительном наклонении** выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:

"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.

Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдержать обещание.

**Глаголы в сослагательном наклонении** выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

**Глаголы в действительном залоге** выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

**Глаголы в страдательном залоге** выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. Глаголы совершенного вида обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:

Он прочитал эту статью с интересом.

**Глаголы несовершенного вида** обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

### Глагол "to be"

A: Are you from England?

B: No, we aren't. We're from China.

He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?
I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы *is /are*; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только *Yes* или *No*, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма *is (isn't) / are (aren't)*. Например: Are you British? No, I'm not.

Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.

Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.

Yes, they are. No, they aren't.

### WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.

Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.

Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.

В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: *was* для *I, he, she, it* и *-were* для *-we, you, they*.

В вопросах *was/were* ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (*I, you, he* и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки *not* после *was/were*. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
I was	Полная форма	Краткая форма	Was I?
You were	I was not	I wasn't	Were you?
He was	You were not	You weren't	Was he?
	He was not	He wasn't	

She was	She was not	She wasn't	Was she?
It was	It was not	It wasn't	Was it?
We were	We were not	We weren't	Were we?
You were	You were not	You weren't	Were you?
They were	They were not	They weren't	Were they?

### ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there's. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn't .../There aren't ... Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.

Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем there is / there are, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, it is / they are - когда уже упоминали об этом. Например: There is a house in the picture.

It is a big house. (Но не: It's a house in the picture.)

There are three books on the desk.

They are history books. (Но не: They are three books on the desk.)

### Конструкция There was/There were

This is a modern town today.

There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.

This is the same town fifty years ago.

There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.

Конструкция There was/There were - это There is / There are в форме past simple. There was употребляется с существительными в единственном числе. Например: There was a post office in the street thirty years ago. There were употребляется с существительными во множественном числе. Например: There were a few houses in the street thirty years ago.

В вопросах was/were ставятся перед there. Например: Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?

Отрицания строятся путем постановки not после was / were. Например: There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
There was There were	Полная форма There was not There were not	Краткая форма There wasn't There weren't	Was there? Were there?

Краткие ответы строятся с помощью Yes или No и there was/there were. Содержание вопроса не повторяется.

Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.

Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.

## Глагол Have got

A bird has got a beak, a tail and wings.

Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.

What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.

She has got a headache.

Have (got) используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: He's got a ball.

б) при описании людей, животных или предметов. Например: She's got blue eyes.

в) в следующих высказываниях: I've got a headache. I've got a temperature. I've got a cough, I've got a toothache, I've got a cold, I've got a problem.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Have I (got)?
I have (got)	I've (got)	I have not (got)	I haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Has he (got)?
He has (got)	He's (got)	He has not (got)	He hasn't (got)	Has she (got)?
She has (got)	She's (got)	She has not (got)	She hasn't (got)	Has it (got)?
It has (got)	It's (got)	It has not (got)	It hasn't (got)	Have we (got)?
We have (got)	We've (got)	We have not (got)	We haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Have they (got)?
They have (got)	They've (got)	They have not (got)	They haven't (got)	

## Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?

No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child?

Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
I had	Полная форма I did not have	Краткая форма I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

## Имя прилагательное. The Adjective

Категории	Прилагательное в русском языке	Прилагательное в английском языке
<b>Число</b>	изменяется	не изменяется
<b>Род</b>	изменяется	не изменяется
<b>Падеж</b>	изменяется	не изменяется

## Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: <b>простые и производные</b> К <b>простым</b> именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе
--

ни приставок, ни суффиксов: **small** - *маленький*, **long** - *длинный*, **white** - *белый*.  
 К производным именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

#### Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	Пример	Перевод
- ful	useful doubtful	полезный сомневающийся
- less	helpless useless	беспомощный бесполезный
- ous	famous dangerous	известный опасный
- al	formal central	формальный центральный
- able	eatable capable	съедобный способный

#### Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
un -	uncooked unimaginable	невареный невообразимый
in -	incapable inhuman	неспособный негуманный
il -	illegal illiberal	нелегальный необразованный
im -	impossible impractical	невозможный непрактичный
dis -	dishonest disagreeable	бесчестный неприятный
ir -	irregular irresponsible	неправильный безответственный

Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: **light-haired** – светловолосый, **snow-white** – белоснежный.

#### Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	- ing
Описывают чувства и состояния	Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства
<b>interested</b> – интересующийся, заинтересованный	<b>interesting</b> - интересный
<b>bored</b> - скучающий	<b>boring</b> - скучный
<b>surprised</b> - удивленный	<b>surprising</b> - удивительный

#### Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения**.

Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:

- **положительная** степень сравнения (**Positive Degree**);
- **сравнительная** степень сравнения (**Comparative Degree**);
- **превосходная** степень сравнения (**Superlative Degree**).

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и

превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

### 1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления к **форме прилагательного в положительной степени** суффикса - **er**. Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке - добавляем “е” (большой - больше, холодный - холоднее).

**Превосходная степень** образуется путем прибавления суффикса - **est**. Артикль **the** **обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
<b>cold</b> - холодный	<b>colder</b> - холоднее	<b>the coldest</b> - самый холодный
<b>big</b> - большой	<b>bigger</b> - больше	<b>the biggest</b> - самый большой
<b>kind</b> - добрый	<b>kinder</b> - добрее	<b>the kindest</b> - самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble**:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
<b>clever</b> — умный	<b>cleverer</b> - умнее	<b>the cleverest</b> - самый умный
<b>easy</b> - простой	<b>easier</b> - проще	<b>the easiest</b> - самый простой
<b>able</b> - способный	<b>abler</b> - способнее	<b>the ablest</b> - самый способный
<b>busy</b> - занятой	<b>busier</b> - более занятой	<b>the busiest</b> - самый занятой

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов – **er** и – **est** соблюдаются следующие **правила орфографии**:

Если прилагательное заканчивается на немое “e”, то при прибавлении – **er** и – **est** немое “e” опускается:

**large** – **larger** - **the largest** / большой – больше – самый большой  
**brave** – **braver** – **the bravest** / смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается **на согласную с предшествующим кратким гласным звуком**, то в сравнительной и превосходной степени **конечная согласная буква удваивается**:

**big** – **bigger** – **biggest** / большой – больше – самый большой  
**hot** – **hotter** – **hottest** / горячий – горячее – самый горячий  
**thin** – **thinner** – **thinnest** / тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное **заканчивается на “y” с предшествующей согласной**, то в сравнительной и превосходной степени “y” **переходит в “i”**:

**busy** – **busier** – **busiest** / занятой – более занятой – самый занятой  
**easy** – **easier** – **easiest** / простой – проще – самый простой

### 2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а **превосходную** – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся **перед** именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
<b>beautiful</b> - красивый	<b>more beautiful</b> - красивее	<b>the most beautiful</b> - самый красивый
<b>interesting</b> – интересный	<b>more interesting</b> - интереснее	<b>the most interesting</b> - самый интересный
<b>important</b> - важный	<b>more important</b> - важнее	<b>the most important</b> - самый важный

### Особые формы

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
-----------------------	-----------------------	----------------------

<b>good</b> - хороший <b>bad</b> - плохой <b>little</b> - маленький <b>much/many</b> - много <b>far</b> - далекий/далеко <b>old</b> - старый	<b>better</b> - лучше <b>worse</b> - хуже <b>less</b> - меньше <b>more</b> - больше <b>farther/further</b> - дальше <b>older/elder</b> - старше	<b>the best</b> - самый лучший <b>the worst</b> - самый плохой <b>the least</b> - самый маленький, меньше всего <b>the most</b> - больше всего <b>the farthest/furthest</b> - самый дальний <b>the oldest/eldest</b> - самый старый
---	--	--

### 3. less, the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой** степени качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
<b>beautiful</b> – красивый <b>interesting</b> - интересный <b>important</b> - важный	<b>less beautiful</b> - менее красивый <b>less interesting</b> – менее интересный <b>less important</b> - менее важный	<b>the least beautiful</b> – самый некрасивый <b>the least interesting</b> – самый неинтересный <b>the least important</b> – самый неважный

### Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
<b>As...as</b> (такой же, так же)	Для сравнения двух объектов одинакового качества	He is <b>as strong as</b> a lion. Он такой же сильный, как лев. She is <b>as clever as</b> an owl. Она такая же умная, как сова.
<b>Not so...as</b> (не такой, как)	в отрицательных предложениях	He is <b>not so strong as</b> a lion. Он не такой сильный, как лев. She is <b>not so clever as</b> an owl. Она не такая умная, как сова.
<b>The...the</b> (с двумя сравнительными степенями)	показывает зависимость одного действия от другого	<b>The more</b> we are together <b>the happier</b> we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. <b>The more</b> I learn this rule <b>the less</b> I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

### Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением «гораздо, значительно»:

His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*

This table is **more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*

- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:

I can run **as fast as** him (**as he can**). *Я могу бегать так же быстро, как он.*

### Числительное. The numeral

Перед сотнями, тысячами, миллионами обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

**126 – one hundred twenty six**

**1139 – one thousand one hundred and thirty nine**

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

**НО:** окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом “of”:

**hundreds of children** – сотни детей

**thousands of birds** - тысячи птиц

**millions of insects** – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

**20+1=21** (twenty + one = **twenty one**)

**60+7=67** (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

### Как читать даты

<b>1043</b>	ten forty-three
<b>1956</b>	nineteen fifty-six
<b>1601</b>	sixteen o one
<b>2003</b>	two thousand three
<b>В 2003 году</b>	in two thousand three
<b>1 сентября</b>	the first of September
<b>23 февраля</b>	the twenty-third of February

### ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Ноль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1/9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, нуль здесь читается [ou]:  
224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

### Образование видовременных форм глагола в активном залоге

**Present Simple** употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,  
2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)  
3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.  
4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays / Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

**Present Continuous** употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.  
2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)  
3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)  
4. действия, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах группы **Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)  
2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],  
Например: I don't know his name.  
3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.  
4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a tot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

**Present perfect** употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важного, что у нее есть новый мобильный телефон.)  
2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжают в настоящем, We has been a car salesman since /990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)  
3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

**Present perfect continuous** употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется.

Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

**Past simple** употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом. They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых. Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.

Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn't use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

**Past continuous** употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday

afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (shorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д. when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

**Past perfect** употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,

They had done their homework before they went out to play yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to play.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом, She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon. (=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn't at home. She has gone out. (Сейчас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

**Future simple** употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.

2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.

3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.

4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.

5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

**ПРИМЕЧАНИЕ**

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... while I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

**Be going to** употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее, Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.

2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the **future continuous**:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time.

*This time next week, we'll be cruising round the islands.*

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*

*No. Why?*

*I need to make some photocopies.*

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

Практическая работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: модальные глаголы и их эквиваленты, образование видовременных форм глагола в пассивном залоге, основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь, неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий, основные сведения о сослагательном наклонении.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице:

<b>Название темы</b>	<b>Страницы учебников</b>	
	<i>Агабекян И. П.</i>	<i>Журавлева Р.И.</i>
Модальные глаголы и их эквиваленты	295	47
Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге	236	71, 115
Основные сведения о согласовании времён	323-328	269
Прямая и косвенная речь	324	268
Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий	311-322	132, 162, 173, 192, 193
Основные сведения о сослагательном наклонении	329	224

#### Модальные глаголы

<b>Глаголы</b>	<b>Значение</b>	<b>Примеры</b>
CAN	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас. You cannot play

		football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение	Can we go home? — Нам можно пойти домой?
	вежливая просьба	Could you <u>tell me</u> what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
<b>MAY</b>	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только <b>MIGHT (+ perfect infinitive)</b>	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
<b>MUST</b>	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
<b>SHOULD OUGHT TO</b>	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой <u>зонт</u> .
<b>SHALL</b>	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
<b>WILL</b>	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
<b>WOULD</b>	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
<b>NEED</b>	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
<b>NEEDN'T</b>	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
<b>DARE</b>	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

#### Модальные единицы эквивалентного типа

<b>to be able (to) = can</b>	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She <b>was able</b> to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
<b>to be allowed (to) = may</b>	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister <b>is allowed to</b> play outdoors. (Моей сестре разрешается играть на улице).
<b>to have (to) = ought, must, should</b>	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They <b>will have to</b> set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
<b>to be (to) = ought, must, should</b>	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We <b>are to</b> send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника)

### **Страдательный залог (Passive Voice)**

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходиться, to fly летать, to cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться  
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

#### **Особенности употребления форм Passive:**

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. –At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технических инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)

This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)

Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)

Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

#### **Прямой пассив (The Direct Passive)**

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.

My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это: to answer отвечать кому-л.

to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.

to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:

Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

### Косвенный пассив (The Indirect Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.

б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся: to bring приносить

to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять

to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить

to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать

to teach учить to tell сказать и др.

Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.

Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)

A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:

John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.

The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):

He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили...Кому? Это глаголы: to address адресовать

to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать

to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам.  
The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained...)

### Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия ( 70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:

He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:

The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:

The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогоу. Сравните:

The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)

The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаще всего используется, когда речь идет об авторстве:

The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:

The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:

He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

### Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:

I am invited to a party.

Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на – ся(-сь):

Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.

Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.

I was told that you're ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с *by* при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):

They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:

The experiments were made last year.

1) Опыты были проведены в прошлом году.

2) Опыты проводились в прошлом году.

3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском *she* и *she*, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения *it* с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:

It is said... Говорят...

It was said... Говорили...

It is known... Известно...

It was thought... Думали, полагали...

It is reported... Сообщают...

It was reported... Сообщали... и т.п.

В таких оборотах *it* играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: *It was expected that he would return soon.* Ожидали, что он скоро вернется.

### Согласование времен (Sequence of Tenses)

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

**Правило 1:** Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

**Правило 2:** Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно *Past Simple*), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He <b>can speak</b> French – Он говорит по-французски.	Boris said that he <b>could speak</b> French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They <b>are listening</b> to him – Они слушают его	I <b>thought</b> they <b>were listening</b> to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher <b>has asked</b> my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary <b>told</b> me that our teacher <b>had asked</b> my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.
Past Simple » Past Perfect	I <b>invited</b> her – Я пригласил ее.	Peter <b>didn't know</b> that I <b>had invited</b> her – Петр не знал, что я

		пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She <b>was crying</b> – Она плакала	John <b>said</b> that she <b>had been crying</b> – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It <b>has been raining</b> for an hour – Дождь идет уже час.	He <b>said</b> that it <b>had been raining</b> for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She <b>will show</b> us the map – Она покажет нам карту.	I <b>didn't expect</b> she <b>would show</b> us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

### ***Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.***

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that  
 these » those  
 here » there  
 now » then  
 yesterday » the day before  
 today » that day  
 tomorrow » the next (following) day  
 last week (year) » the previous week (year)  
 ago » before  
 next week (year) » the following week (year)

### **Перевод прямой речи в косвенную в английском языке**

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

#### **1. Убираем кавычки и ставим слово *that***

Например, у нас есть предложение:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово *that* – «что».

She said that ..... Она сказала, что....

#### **2. Меняем действующее лицо**

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не можем говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she ..... Она сказала, что она....

#### **3. Согласовываем время**

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшем временем. Возьмем наше предложение:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем *will* на *would*. *см. таблицу выше.*

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

#### **4. Меняем некоторые слова**

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

She said, "I am driving now". Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем now (сейчас) на then (тогда) см. таблицу выше.

She said that she was driving then. Она сказала, что она была за рулем тогда.

### Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (do, does, did) в таких предложениях.

**He asked, "Do you like this cafe?" Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»**

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим if, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

**He asked if I liked that cafe. Он спросил, нравится ли мне то кафе.**

Давайте рассмотрим еще один пример:

**She said, "Will he call back?" Она сказала: «Он перезвонит?»**

**She said if he would call back. Она сказала, перезвонит ли он.**

### Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: what – что when – когда how – как why - почему where – где which – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место if ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

**She said, "When will you come?" Она сказала: «Когда ты придешь?»**

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

**She said when I would come. Она сказала, когда я приду.**

**He asked, "Where does she work?" Он спросил: «Где она работает?»**

**He asked where she worked. Он спросил, где она работает.**

### Инфинитив. The Infinitive

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы **not**, которая ставится перед ним: It was difficult not to speak. *Было трудно не говорить.*

### Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

**Глаголы, после которых используется инфинитив:**

to agree - соглашаться

to arrange - договариваться

to ask – (по)просить

to begin – начинать

to continue – продолжать

to decide – решать  
 to demand - требовать  
 to desire – желать  
 to expect – надеяться  
 to fail – не суметь  
 to forget – забывать  
 to hate - ненавидеть  
 to hesitate – не решаться  
 to hope - надеяться  
 to intend – намереваться  
 to like – любить, нравиться  
 to love – любить, желать  
 to manage - удаваться  
 to mean - намереваться  
 to prefer - предпочитать  
 to promise - обещать  
 to remember – помнить  
 to seem - казаться  
 to try – стараться, пытаться  
 to want – хотеть

*Например:*

He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*

She began to talk. *Она начала говорить.*

#### *Значение разных форм инфинитива в таблице*

Формы инфинитива	<b>Чему я рад?</b>	
Simple	I am glad <b>to speak</b> to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad <b>to be speaking</b> to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad <b>to have spoken</b> to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad <b>to have been speaking</b> to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad <b>to be told</b> the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.
Perfect Passive	I am glad <b>to have been told</b> the news.	Рад, что мне рассказали новости.

#### **Причастие. Participle**

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

#### **Формы причастия**

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	<b>writing</b>	<b>being written</b>
	Perfect	<b>having written</b>	<b>having been written</b>
Participle II (Past Participle)			<b>written</b>

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая, not broken — не разбитый.

#### *Как переводить разные формы причастия на русский язык*

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая

having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строя
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

### Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

### Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	<b>writing</b>	<b>being written</b>
Perfect	<b>having written</b>	<b>having been written</b>

**Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!**

admit (признавать),	advise (советовать),	avoid (избегать),
burst out (разразиться),	delay (задерживать),	deny (отрицать),
dislike (не нравиться),	enjoy (получать удовольствие),	escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить),	forgive (прощать),	give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать),	mention (упоминать),	mind (возражать - только в “?” и “-“),
miss (скучать),	put off (отложить),	postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать),	suggest (предлагать),	understand (понимать).

**Герундий после глаголов с предлогами**

accuse of (обвинять в),	agree to (соглашаться с),	blame for (винить за),
complain of (жаловаться на),	consist in (заключаться в),	count on / upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с),	depend on (зависеть от),	dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться),	hear of (слышать о),	insist on (настаивать на),
keep from (удерживать(ся) от),	look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать),	
look like (выглядеть как),	object to (возражать против),	
persist in (упорно продолжать),	praise for (хвалить за),	prevent from (предотвращать от),
rely on (полагаться на),	result in (приводить к),	speak of, succeed in (преуспевать в),
suspect of (подозревать в),	thank for (благодарить за),	think of (думать о)

He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

**to be + прилагательное / причастие + герундий**

be afraid of (бояться чего-либо),	be ashamed of (стыдиться чего-либо),
be engaged in (быть занятым чем-либо),	be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо),
be good at (быть способным к),	be interested in (интересоваться чем-либо),
be pleased at (быть довольным),	be proud of (гордиться чем-либо),
be responsible for (быть ответственным за),	be sorry for (сожалеть о чем-либо),
be surprised at (удивляться чему-либо),	be tired of (уставать от чего-либо),
be used to (привыкать к).	

I'm tired of waiting. — *Я устал ждать.*

### Основные сведения о сослагательном наклонении

Conditionals are clauses introduced with *if*. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

**Type 0 Conditionals:** They are used to express something which is always true. We can use *when* (whenever) instead of *if*. *If/When the sun shines, snow melts.*

**Type 1 Conditionals:** They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

**Type 2 Conditionals:** They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

**Type 3 Conditionals:** They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/ could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the *if* -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the *if* - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the *if* - clause, then no comma is necessary.

*e.g. a) If I see Tim, I'll give him his book.*

*b) I'll give Tim his book if I see him.*

We do not normally use *will*, *would* or *should* in an *if* - clause. However, we can use *will* or *would* after *if* to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as *I don't know*, *I doubt*, *I wonder*, etc.).

We can use *should* after *if* to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

*e.g. a) If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)*

*b) If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)*

*c) If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)*

d) *I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)*

e) *If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)*

We can use **unless** instead of **if...** not in the **if** -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after **unless**.

e.g. *Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.)*

(NOT: *Unless you don't leave now, ...*)

We can use **were** instead of **was** for all persons in the **if** - clause of Type 2 conditionals.

e.g. *If Rick was/were here, we could have a party.*

We use **If I were you ...** when we want to give advice.

e.g. *If I were you, I wouldn't complain about it.*

The following expressions can be used instead of **if**: **provided/providing that**, **as long as**, **suppose/supposing**, etc.

e.g. a) *You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)*

b) *We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)*

c) *Suppose/Supposing the boss came now, ...*

We can omit **if** in the **if** - clause. When **if** is omitted, **should** (Type 1), **were** (Type 2), **had** (Type 3) and the subject are inverted.

e.g. a) *Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)*

b) *Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)*

c) *Had he known, he would have called. (If he had known, ...)*

## 2. Чтение и перевод учебных текстов (по 2 текста на тему)

### *№1*

**Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:**

**appear** - *v* появляться; казаться; *ant* **disappear** - исчезать

**bed** - *n* пласт, слой, подстилающие породы; *syn* **layer, seam; bedded** - *a* пластовый

**call for** - *v* требовать; *syn* **demand, require**

**carry out** - *v* проводить (*исследование, эксперимент*); выполнять (*план*); завершать; *syn* **conduct, make**

**colliery** - каменноугольная шахта

**concentration (dressing) plant** - обогатительная фабрика, обогатительная установка

**department** - *n* отделение, факультет, кафедра; *syn* **faculty**

**direct** - *v* руководить; направлять; управлять; *a* прямой, точный; **directly** - *adv* прямо, непосредственно

**education** - *n* образование; просвещение; **get an education** получать образование

**establish** - *v* основывать, создавать, учреждать; *syn* **found, set up**

**ferrous metals** - чёрные металлы (**non-ferrous metals** цветные металлы)

**iron** - *n* железо; **pig iron** чугу́н; **cast iron** чугу́н, чугу́нная отливка

**open-cast mines** - открытые разработки

**ore** - *n* руда; **iron ore** - железная руда; **ore mining** – разработка рудных месторождений

**process** - *v* обрабатывать; *syn* **work, treat; processing** - *n* обработка; разделение минералов

**rapid** - *a* быстрый

**research** - *n* научное исследование

**technique** - *n* техника, способ, метод, технический прием; **mining technique** - горная техника, методы ведения горных работ

**train** - *v* обучать, готовить (*к чему-л.*); **training** - обучение; подготовка

**to be in need of** - нуждаться в

**to take part in** - участвовать в

*Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:*

### **TEXT 1: The First Mining School in Russia**

The Moscow Mining Academy was established in 1918. The main task of the Academy was to train mining engineers and technicians, to popularize technological achievements among miners, to work on important problems of mining and metallurgical engineering and to direct scientific research.

There were three departments in the Academy: mining, geological prospecting and metallurgy. The Moscow Mining Academy introduced a new course in coal mining mechanization which provided the basis for the development of mining engineering. The two scientists A.M. Terpigorev and M.M. Protodyakonov wrote the first textbook on machinery for mining bedded deposits.

Much credit for the establishment of the Moscow Mining Academy and the development of co-operation among outstanding scientists and educators is due to Academician I.M. Gubkin, a prominent geologist and oil expert.

In 1925 the Moscow Mining Academy was one of the best-known educational institutions in Russia. It had well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of Russian and foreign scientific books and journals.

The Academy established close contacts with the coal and ore mining industries. The scientists carried out scientific research and worked on important mining problems.

The rapid growth of the mining industry called for the training of more highly-qualified specialists and the establishment of new educational institutions.

New collieries and open-cast mines, concentration plants, metallurgical works and metal-working factories for processing non-ferrous and ferrous metals appeared in the country. The people took an active part in the construction of new industrial enterprises.

The Academy alone could not cope with the problem of training specialists. In 1930 the Moscow Mining Academy was transformed into six independent institutes. Among the new colleges which grew out of the Academy's departments were the Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting. Later, the scientific research Institute of Mining appeared near Moscow.

#### **1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.**

**Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. There were four departments in the Academy.
2. The Academy introduced a new course in coal mining mechanization.
3. In 1925 the Academy had only several well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of books.
4. The Academy established close contacts with the coal industry.
5. In 1930 the Academy was transformed into six independent institutes.
6. The Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting were among the new colleges which grew out of the Academy's departments.

#### **2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. What was the main task of the Academy?
2. What new course did the Academy introduce?
3. Were there three or four departments at the Academy?
4. What industries did the Academy establish contacts with?
5. Who wrote the first textbook on machinery for mining bedded deposits?
6. Why was the Academy transformed into six independent institutes?
7. Why was the Academy transformed?

#### **3. Переведите следующие сочетания слов.**

- а) обогатительная фабрика
- б) подготовка горных инженеров
- в) разведка нефти
- г) обработка цветных металлов

- д) техническое образование
- е) новый (учебный) курс по
- ж) принимать активное участие
- з) проводить исследования
- и) направлять научную деятельность
- к) горное оборудование
- л) пластовые месторождения

## №2

**Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:**

**change** - *v* изменяться, менять(ся); *syn.* **transform, alter**; *n* изменение, перемена; превращение

**determine** - *v* определить, устанавливать

**engineering** - *n* техника; технология; машиностроение; *syn.* **technics, technology, technique; machinery**

**composition** - *n* структура, состав

**connect** - *v* соединяться; *syn.* **combine, link**

**enterprise** - *n* предприятие; предприимчивость

**deal (dealt) v (with)** - иметь дело с; рассматривать

**environment** - *n* окружающая обстановка, среда

**demand** - *n* спрос

**field** - *n* область, сфера деятельности; поле, участок, месторождение; бассейн; *syn.* **basin, branch**

**design** - *n* проект; план, чертеж; конструкция; *v* проектировать, планировать; конструировать

**graduate** - *v* окончить (высшее учебное заведение), *амер.* окончить любое учебное заведение; *n* лицо, окончившее высшее учебное заведение; **undergraduate (student)** - студент последнего курса; **postgraduate (student)** - аспирант; **graduation paper** - дипломная работа

**hardware** - *n* аппаратура, (аппаратное) оборудование, аппаратные средства; техническое обеспечение

**hydraulic** - *a* гидравлический, гидротехнический

**introduction** - *n* введение, вступление

**management** - *n* управление, заведование; *syn.* **administration; direction**

**offer** - *v* предлагать (*помощь, работу*); предоставлять; *n* предложение

**property** - *n* свойство

**protection** - *n* защита, охрана

**range** - *n* область, сфера; предел; диапазон; радиус действия; ряд; серия

**recreation** - *n* отдых, восстановление сил; развлечение

**reveal** - *v* показывать, обнаруживать

**rock** - *n* горная порода

**shape** - *n* форма

**software** - *n* программное обеспечение; программные средства

**skill** - *n* мастерство; умение; **skilled** - *a* квалифицированный; опытный; умелый

**survey** - *n* съемка, маркшейдерская съемка; *v* производить маркшейдерскую или топографическую съемку, производить изыскания; *n* **surveying** съемка, маркшейдерские работы

**value** - *n* ценность, стоимость; величина; *v* ценить, оценивать; **valuable** *a* ценный

**workshop** - *n* мастерская, цех; семинар

**to be of importance** - иметь значение

**to give an opportunity of** - дать возможность

**to meet the requirements** - удовлетворять требованиям (потребности)

**Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:**

## **TEXT 2: Mining and Geological Higher Education in Russia**

In Russia young people get mining education at special institutes which train geologists and mining engineers for coal and ore mining. The total number of students of an institute includes full-time students, part-time students and postgraduate students.

Russian higher educational establishments offer different specializations for the students. Thus, at the geological institutes, the students specialize in geology, the science which deals with different problems connected with the Earth, its history, the study of rocks, their physical and chemical properties. One of the main tasks of geology is to prospect, discover and study the deposits of useful minerals.

Geology is both a theoretical and an applied science. Mining geology is of great importance to the mining engineer. As a rule, mining geology includes economic geology.

The outstanding Russian geologist V.A. Obruchev says that geology is the science of the Earth which reveals to us how the Earth took shape, its composition and its changes. Geology helps prospect for ores, coal, oil, salt and other useful minerals.

Higher mining schools (universities, academies, institutes and colleges) develop a wide range of courses and programmes that meet the requirements of the society. They offer courses in mining technology, machinery and transport, hydraulic engineering, electrical engineering, industrial electronics, automation, surveying, geodesy, information technology, etc.

The main trend in the development of higher mining education is the introduction of courses in environmental protection, management (environmental human resources), economics and management of mining enterprises, marketing studies, computer-aided design (CAD) and others.

Computer science is also of great importance. The course aims at providing students with understanding how software and hardware technology helps solving problems.

Laboratory work is an important part in training specialists. Experiments in laboratories and workshops will help students to develop their practical skills. They have a short period of field work to gain working experience.

The students go through practical training at mines, plants and other industrial enterprises.. They become familiar with all stages of production and every job from worker to engineer. Here they get practical knowledge and experience necessary for their diploma (graduation) papers.

A lot of students belong to students' scientific groups. They take part in the research projects which their departments usually conduct. Postgraduates carry out research in different fields of science and engineering.

Sport centres give the students opportunities to play different sports such as tennis, football, basketball, volleyball, swimming, ' skiing, water polo, boxing, wrestling and others.

Students graduate from mining and geological higher schools as mining engineers, mining mechanical engineers, ecologists, mining electrical engineers, geologists, economists and managers for mining industry.

### ***1. Переведите следующие сочетания слов.***

- а) широкий круг проблем
  - б) денные месторождения полезных ископаемых
  - в) горный инженер-механик
  - г) вести научно-исследовательскую работу
  - д) принимать форму
  - е) техническое и программное обеспечение
  - ж) студенты (последнего курса)
  - з) дипломная работа
  - и) физические и химические свойства
  - к) месторождение полезных ископаемых
1. оканчивать институт
  2. поступать в университет
  3. получать образование

4. готовить геологов и горных инженеров
5. высшие горные учебные заведения
6. приобретать опыт
7. студенческие научные общества
8. заниматься различными видами спорта

### №3

**Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:**

**accurate** - *a* точный, правильный; **accuracy** - *n* точность

**archive** - *n* архив

**attend** - *v* посещать (*лекции, практические занятия, собрания*)

**comprehensive** - *a* всесторонний, исчерпывающий

**concern** - *v* касаться, относиться; иметь отношение к чему-л.; *n* дело, отношение; важность; **concerning** *prep* относительно, касательно

**consider** - *v* рассматривать; считать; **considerable** - значительный, важный; **consideration** - *n* рассмотрение; обсуждение

**draw (drew, drawn)** - *v* зд, чертить, рисовать; **draw the conclusion** делать вывод; *syn* **come to the conclusion**

**employ** - *v* применять, использовать; предоставлять (*работу*); *syn* **use, utilize, apply;**

**employment** - *n* служба; занятие; применение, использование

**familiarize** - *v* знакомить; осваивать

**fundamental** - *n pl* основы (*наук*)

**levelling** - *n* нивелирование, сглаживание (*различий*); выравнивание

**number** - *n* число, количество, большое количество; (*порядковый*) номер, ряд

**observe** - *v* наблюдать, следить (*за чём-л.*), соблюдать (*правило, обычаи*)

**obtain** - *v* получать; достигать; добывать; *syn* **get, receive**

**present** - *v* преподносить, дарить; подавать, представлять; **presentation** - *n* изложение; предъявление

**proximity** - *n* близость, соседство; **in proximity to** поблизости, вблизи от (*чего-л.*)

**require** - *v* требовать; *syn* **call for; demand; meet the requirements** удовлетворять требованиям

**traversing** - *n* горизонтальная съемка

**to keep in close touch with** - поддерживать связь с

**to touch upon (on)** затрагивать, касаться вкратце (*вопроса*)

**Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:**

### TEXT 3: Mining Education in Great Britain

In Great Britain the students get mining education at special colleges and at mining departments of universities.

For example, the Mining Department at the University of Nottingham ranks as one of the foremost teaching and research mining schools in Great Britain. The students come to the University from all parts of the country and from abroad. The close proximity of Nottingham to mines extracting coal and different metals makes it possible for the University to keep in close touch with new achievements in mining.

The aim of training at the University is to give the student an understanding of applied science based on lectures, tutorial system, laboratory work and design classes. The laboratory work trains the student in accurate recording of observations, drawing of logical conclusions and presentation of scientific reports. Besides, it gives the student an understanding of experimental methods and familiarizes him (or her) with the characteristics of engineering materials, equipment and machines.

At Nottingham there are two types of laboratories, general and Specialized. General laboratories deal with the fundamentals of engineering science and specialized ones study the more specialized problems in different branches of engineering.

During the final two years of his course the student gets a comprehensive training in surveying. Practical work both in the field and in drawing classes forms an important part of this course. Besides, the students have practical work in survey camps during two weeks. The equipment available for carrying out traversing, levelling, tacheometric and astronomical surveying is of the latest design.

The practical and laboratory work throughout the three or four years of study forms a very important part of the course, so the students obtain the required standard in their laboratory course work before they graduate.

British educational system is fee-paying. The annual fee includes registration, tuition, examination, graduation and, in the case of full-time students, membership of the Union of Students.

Students from all over the world (nearly 100 countries) study at the University of Nottingham. For many years the University has had a thriving community of international students.

The University pays much attention to learning foreign languages. For individual study there is a 16-place self-access tape library with a tape archive of 3,000 tapes in 30 languages. There are also 16 video work stations where the students play back video tapes or watch TV broadcasts in a variety of languages.

**1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста.**

**Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. In Great Britain the students can get mining education only at special colleges.
2. The training at universities is based on tutorial system.
3. The laboratory work familiarizes the student with modern equipment.
4. There are three types of laboratories at the University of Nottingham.
5. When the students study surveying, they have practical work both in the field and in drawing classes.
6. The students from abroad don't study at Nottingham.

**2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. Where can one get mining education in Great Britain?
2. Is the Mining Department at the University of Nottingham one of the foremost research mining schools in Great Britain?
3. What makes it possible for the University to keep in close touch with the achievements in mining?
4. What are the students supposed to do in the laboratories?
5. Will the students have practical work in survey camps or in the laboratories?
6. What do the students use surveying equipment for?
7. What can you say about studying foreign languages at the University?

**№4**

**Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:**

**advance** - *n* прогресс, успех; продвижение вперед; *v* делать успехи, развиваться, продвигаться вперед; **advanced courses** курсы по расширенной программе

**authority** - *n* администрация; начальство

**differ** - *v* (from) отличаться (от); **difference** *n* различие; разница; **different** *a* различный; *syn* **various**

**excavate** - *v* добывать (*уголь*); вырабатывать полезное ископаемое открытым способом; вынимать (*грунт*); **excavation** - *n* открытая разработка карьером; разрез, карьер; **surface excavation** открытая разработка; *syn* **open-cast (opencast)**

**experience** - *n* жизненный опыт; опыт работы; стаж

**found** - *v* основывать; *syn* **establish, set up; foundation** - *n* основание; учреждение; основа; **lay the foundation** положить начало чему-л., заложить основу чего-л.

**manage** - *v* управлять, заведовать, справляться, уметь обращаться; **management** - *n* управление, заведование; правление, дирекция; **management studies** - наука об управлении  
**mean (meant)** - *v* значить, иметь значение, подразумевать; намереваться, иметь в виду;  
**means** - *n, pl* средства, **meaning** - *n* значение, **by means of** посредством (чего-л)  
**metalliferous** – *a* содержащий металл, рудоносный  
**preliminary** - *a* предварительный; **preliminary course** подготовительные курсы  
**realize** - *v* представлять, себе; понимать (*во всех деталях*); *syn* understand  
**recognize** - *v* признавать; узнавать  
**work out** - *v* разрабатывать (*план*); решать задачу

*Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:*

#### **TEXT 4: Mining Education in Great Britain (continued)**

At present in Great Britain there are a number of universities and colleges which give instruction in mechanical engineering, mining, metallurgy, etc. These institutions provide full-time and part-time education. It should be noted that technical colleges confer diplomas' on college graduates.

A university graduate leaves with the degree of Bachelor of Arts or Bachelor of Science, which is an academic qualification awarded by universities.

For example, the University in Cardiff has become one of the largest in Wales. It is one of the four colleges which together with the Welsh National School of Medicine form the University of Wales. There is the Mining Engineering Department in the University of Wales. The Department deals with the whole range of extractive industries such as coal and metalliferous mining, quarrying and oil technology.

After graduating from the college a student can be recommended for entry to the university by a college authority and he can apply for admission to the university.

At the Mining Department students may take several courses such as geology, mining engineering, mine surveying, quarrying, management studies and others. It has become a tradition that the courses are based on an intensive tutorial system. It means that students are allotted to members of the teaching staff for individual tuition separately in mining, in quarrying and in mine surveying. The system is founded on that of the older universities of Great Britain.

At the Department of Mining Engineering of the Newcastle University mining has now become a technically advanced profession. The Department of Mining Engineering trains industrially experienced engineers through various advanced courses in rock mechanics and surface excavation. For many years the Mining Engineering Department at Newcastle has recognized the need for highly-qualified engineers and realized that the courses in rock mechanics and surface excavation are of great importance for mining engineers.

At the University a student studies for three or four years. The organization of the academic year is based on a three-term system which usually runs from about the beginning of October to the middle of December, from the middle of January to the end of March and from the middle of April to the end of June or the beginning of July.

Students course is designed on a modular basis. Modules are self-contained 'units' of study, which are taught and assessed independently of each other. When a student passes a module, he (she) gains a credit. All modules carry a number of credits. At the end of the term, the number of credits a student gets, determines the award he (she) receives. Each module is continuously assessed by coursework and/or end-of-term examinations.

Admission to the British universities is by examination and selection. The minimum age for admission to the four-year course is normally 18 years. Departments usually interview all the candidates. The aim of the interview is to select better candidates.

Just over half of all university students live in colleges, halls of residence, or other accommodation provided by their university, another third lives in lodgings or privately rented accommodation; and the rest live at home.

**1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. At present there are about a hundred technical institutions in Great Britain.
2. It should be noted that British colleges confer degrees.
3. As a rule a college authority recommends the graduates for entry to the university.
4. At the Mining Engineering Department of the University of Wales the students study only metalliferous mining.
5. At the Mining Engineering Department the courses are based on an intensive tutorial system.
6. The Mining Engineering Department at the Newcastle University has recognized the importance of teaching rock mechanics and surface excavation (open-cast mining).

**2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. Are there many technical institutions in Great Britain?
2. What is the difference between colleges and universities?
3. Is the Mining Engineering Department the only one in the University of Wales?
4. Does the Mining Engineering Department deal only with metalliferous mining?
5. Can a student enter the university after he has graduated from the college?
6. What courses are of special importance for mining engineers?
7. What do you know about the organization of the academic year at British universities?
8. When do the students take their examinations?

**3. Переведите следующие сочетания слов.**

- а) курсы по расширенной программе
- б) рудоносные отложения
- в) средства производства
- г) горный факультет
- д) открытые горные работы
- е) опытный инженер
- ж) администрация колледжа
- з) поощрять студентов
- и) отвечать требованиям университета
- к) наука об управлении
1. зависеть от условий
2. значить, означать
3. признать необходимость (чего-л.)
4. ежегодная производительность (шахты)
5. начальник шахты
6. добывающая промышленность
7. представлять особую важность
8. механика горных пород
9. единственный карьер
10. основывать факультет (школу, систему и т.д.)

#### №5

**Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:**

**abyssal** - а абиссальный, глубинный; **hypabissal** - а гипабиссальный

**adjacent** - а смежный, примыкающий

**ash** - п зола

**belt** - п пояс; лента; ремень

**body** - п тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

**common** - а обычный; общий; *syn* **general**; *ant* **uncommon**

**cool** - в охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

**dimension** - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

**dust** - *n* пыль

**dyke** – *n* дайка

**extrusion** - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия (*внедрение в породу изверженной массы*)

**fine** - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (*о погоде*); изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **finer** - *n pl* мелочь; мелкий уголь

**flow** - *v* течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы

**fragmentary** - *a* обломочный, пластический

**glass** - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный

**gold** - *n* золото

**inclined** - *a* наклонный

**mica** - *n* слюда

**permit** - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**

**probably** - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**

**shallow** - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий

**sill** - *n* саль, пластовая интрузия

**stock** - *n* шток, небольшой батолит

**vein** - *n* жила, прожилок, пропласток

**Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:**

#### **TEXT 5: Igneous Rocks**

Igneous rocks have crystallized from solidified magma.

Igneous rocks can be classified in a number of ways and one of them is based on mode of occurrence. They occur either as intrusive (below the surface) bodies or as extrusive masses solidified at the Earth's surface. The terms "intrusive" and "extrusive" refer to the place where rocks solidified.

The grain size of igneous rocks depends on their occurrence. The intrusive rocks generally cool more slowly than the extrusive rocks and crystallize to a larger grain size. The coarser-grained intrusive rocks with grain size of more than 0.5 mm called plutonic or abyssal are referred to as intrusive igneous rocks because they are intruded into older pre-existing rocks. Extrusive or volcanic rocks have even finer grains, less than 0.05 mm and are glassy.

Exposed igneous rocks are most numerous in mountain zones for two reasons. First, the mountain belts have been zones of major deformation. Second, uplifts in mountain belts have permitted plutonic masses to be formed.

The largest bodies of igneous rocks are called batholiths. Batholiths cooled very slowly. This slow cooling permitted large mineral grains to form. It is not surprising that batholiths are composed mainly of granitic rocks with large crystals called plutons. As is known, granites and diorites belong to the group of intrusive or plutonic rocks formed by solidification of igneous mass under the Earth's crust. Granites sometimes form smaller masses called stocks, when the occurrence has an irregular shape but smaller dimensions than the batholiths.

Laccoliths and sills, which are very similar, are intruded between sedimentary rocks. Sills are thin and they may be horizontal, inclined or vertical. Laccoliths are thicker bodies and in some cases they form mountains.

Dykes are also intrusive bodies. They range in thickness from a few inches to several thousand feet. Dykes are generally much longer than they are wide. Most dykes occupy cracks and have straight parallel walls. These bodies cool much more rapidly and are commonly fine-grained. For example, granite may occur in dykes that cut older rocks.

Pegmatites (quartz, orthoclase and mica) also belong to the group of plutonic or intrusive rocks. They occur in numerous veins which usually cut through other plutonites, most often granite, or adjacent rocks.

Extrusive igneous rocks have been formed from lava flows which come from fissures to the surface and form fields of volcanic rocks such as rhyolite, andesite, basalt, as well as volcanic ashes and dust, tuff, etc. As a rule, these rocks of volcanic origin cool rapidly and are fine-grained. It is interesting to note that basalt is the most abundant of all lavatypes. It is the principal rock type of the ocean floor.

Igneous rocks are rich in minerals that are important economically or have great scientific value. Igneous rocks and their veins are rich in iron, gold, zinc, nickel and other ferrous metals.

**1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. Igneous rocks have been formed by sedimentation.
2. Intrusive rocks have been formed by the cooling of rocks of the Earth's crust.
3. Extrusive rocks have been formed the same way.
4. The grain size of igneous rocks depends on mode of occurrence.
5. Exposed igneous rocks are numerous in mountain zones.
6. Granites and diorites belong to the group of extrusive rocks.
7. As a rule, granite may occur in dykes.
8. Pegmatites do not belong to the group of plutonic or intrusive rocks.

**2). Ответьте на вопросы:**

1. Have igneous rocks crystallized from magma or have they been formed by sedimentation?
2. Which types of igneous rocks do you know?
3. What does the grain size of igneous rocks depend on?
4. Can you give an example of intrusive or plutonic rocks?
5. Are diorites intrusive or extrusive formations?
6. What do you know about batholiths?
7. Do pegmatites belong to the group of plutonic or volcanic rocks?
8. How do pegmatites occur?
9. What minerals are igneous rocks rich in?

**3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:**

- |                               |                                   |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1. adjacent layers            | а) способ залегания               |
| 2. abyssal rocks              | б) крупнозернистый                |
| 3. dimensions of crystals     | в) зоны крупных нарушений         |
| 4. valuable minerals          | г) абиссальные (глубинные) породы |
| 5. shape and size of grains   | д) смежные пласты (слои)          |
| 6. mode of occurrence         | е) размеры кристаллов             |
| 7. coarse-grained             | ж) взбросы                        |
| 8. uplifts                    | з) форма и размер зерен           |
| 9. zones of major deformation | и) ценные минералы                |

**б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:**

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 1. затвердевшие массы      | а) irregular shape         |
| 2. обломочные породы       | б) at a certain depth      |
| 3. медленно остывать       | в) economically important  |
| 4. мелкозернистый          | г) solidified masses       |
| 5. многочисленные трещины  | д) scientific value        |
| 6. неправильная форма      | е) to cool slowly          |
| 7. на определенной глубине | ж) existing types of rocks |
| 8. экономически важный     | з) fine-grained            |
| 9. научная ценность        | и) fragmentary rocks       |

10. существующие типы пород                      к) numerous cracks or fissures

**№6**

**Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:**

**band** - *n* слой; полоса; прослоек (*породы*); *syn* **layer**

**cleave** - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж

**constituent** - *n* составная часть, компонент

**define** - *v* определять, давать определение

**distribute** - *v* (**among**) распределять (между); раздавать;

**disturb** - *v* нарушать; смещать

**excess** - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**

**flaky** - *a* слоистый; похожий на хлопья

**fluid** - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда

**foliate** - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated** - *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**

**marble** - *n* мрамор

**mention** - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание

**plate** - *n* пластина; полоса (*металла*)

**pressure** - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород

**relate** - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation** - *n* отношение;

**relationship** - *n* родство; свойство; **relative** - *a* относительный; соответственный

**run (ran, run)** - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине*); тянуться, простираться; управлять (*машинной*); вести (*дело, предприятие*)

**schistose** - *a* сланцеватый; слоистый

**sheet** - *n* полоса

**slate** - *n* сланец; *syn* **shale**

**split (split)** - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**

**trace** - *n* след; **tracing** - *n* прослеживание

**at least** по крайней мере

**to give an opportunity (of)** давать возможность (*кому-л., чему-л.*)

**Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:**

**ТЕКСТ 6: Metamorphic Rocks**

The problem discussed concerns metamorphic rocks which compose the third large family of rocks. "Metamorphic" means "changed from". It shows that the original rock has been changed from its primary form to a new one. Being subjected to pressure, heat and chemically active fluids beneath the Earth's surface, various rocks in the Earth's crust undergo changes in texture, in mineral composition and structure and are transformed into metamorphic rocks. The process described is called metamorphism.

As is known, metamorphic rocks have been developed from earlier igneous and sedimentary rocks by the action of heat and pressure.

Gneisses, mica schists, phyllites, marbles, slate, quartz, etc. belong to the same group of rocks. Having the same mineral composition as granite, gneisses consist chiefly of quartz, orthoclase and mica. However unlike granite, they have a schistose structure. It means that their constituents are distributed in bands or layers and run parallel to each other in one direction. If disturbed the rock cleaves easily into separate plates.

The role of water in metamorphism is determined by at least four variable geologically related parameters: rock pressure, temperature, water pressure, and the amount of water present.

During a normal progressive metamorphism rock pressure and temperature are interdependent, and the amount of water and the pressure of water are related to the sediments and to the degree of metamorphism in such a way that, generally speaking, the low-grade metamorphic rocks are

characterized by the excess of water. The medium-grade rocks defined by some deficiency of water and the high-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.

Many of the metamorphic rocks mentioned above consist of flaky materials such as mica and chlorite. These minerals cause the rock to split into thin sheets, and rocks become foliated.

Slate, phyllite, schist and gneiss belong to the group of foliated metamorphic rocks. Marble and quartzite are non-foliated metamorphic rocks.

The structure of metamorphic rocks is of importance because it shows the nature of pre-existing rocks and the mechanism of metamorphic deformation. Every trace of original structure is of great importance to geologists. It gives an opportunity of analysing the causes of its metamorphism.

Being often called crystalline schists, metamorphic rocks such as gneisses and mica have a schistose structure. Metamorphic rocks represent the oldest portion of the Earth's crust. They are mostly found in the regions of mountain belts where great dislocations on the Earth once took place.

**1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.**

**Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. Generally speaking, metamorphic rocks have been developed from ores.
2. Marble, slate and phyllite belong to the group of metamorphic rocks.
3. As is known, unlike granite metamorphic rocks have a schistose structure.
4. It is quite obvious that the role of water in metamorphism is great.
5. As a rule, low-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.
6. Flaky materials cause the rock to split into thin sheets.
7. It should be noted that marble and quartzite are foliated metamorphic rocks.
8. The structure of metamorphic rocks shows the nature of older preexisting rocks and the mechanism of metamorphic deformation as well.
9. All metamorphic rocks are non-foliated.

**2). Ответьте на вопросы:**

1. Do you know how metamorphic rocks have been formed?
2. Which rocks belong to the group of metamorphic?
3. Does gneiss have the same structure as granite?
4. Is the role of water great in metamorphism?
5. What rocks do we call foliated? What can you say about non-foliated metamorphic rocks?
6. How can geologists trace the original structure of metamorphic rocks?
7. Why are metamorphic rocks often called crystalline schists?

**3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:**

1. as a result of the chemical and physical changes
  2. constituents of rocks
  3. to be subjected to constant development
  4. to undergo changes
  5. excess of water
  6. low-grade ores
  7. coal band
  8. to cleave into separate layers
  9. traces of original structure
  10. generally speaking
- а) полоса (или прослойка) угля  
б) составляющие пород  
в) расщепляться на отдельные слои  
г) вообще говоря

- д) в результате химических и физических изменений
- е) избыток воды
- ж) изменяться
- з) находиться в постоянном развитии
- и) низкосортные руды
- к) следы первоначальной структуры

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. иметь значение
  2. упомянутые выше
  3. сланцеватая структура
  4. в отличие от гранита
  5. недостаток воды
  6. существовавшие ранее породы
  7. слоистые породы
  8. мрамор и сланец
  9. гнейс
  10. давать возможность
  11. определять структуру
- а) unlike granite
  - б) to be of importance
  - в) pre-existing rocks
  - г) mentioned above
  - д) schistose structure
  - е) to give an opportunity (of doing smth)
  - ж) to define (determine) rock texture
  - з) deficiency of water
  - и) flaky rocks
  - к) marble and slate
  - л) gneiss

#### №7

**Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:**

**aerial** - *a* воздушный; надземный

**certain** - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

**cost** - (*cost*) *v* стоить; *n* цена; стоимость

**crop** - *v* (*out*) обнажать(ся), выходить на поверхность (*о пласте, породе*); *syn* **expose**; засеять, собирать урожай

**dredging** - *n* выемка грунта; драгирование

**drill** - *v* бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

**drive (drore, driven)** - *v* проходить (*горизонтальную выработку*); приводить в движение; управлять (*машиной*); *n* горизонтальная выработка; привод; передача

**evidence** - *n* основание; признак(и); свидетельства

**expect** - *v* ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

**explore** - *v* разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей;

**exploratory** - *a* разведочный; **exploration** - *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

**galena** - *n* галенит, свинцовый блеск

**indicate** - *v* указывать, показывать; служить признаком; означать

**lead** - *n* свинец

**look for** - *v* искать

**open up** - *в* вскрывать (*месторождение*); нарезать (*новую лаву, забой*); **opening** - *п* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения  
**panning** - *п* промывка (*золотоносного песка в лотке*)  
**processing** - *п* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность  
**prove** - *в* разведывать (*характер месторождения или залегания*); доказывать; испытывать, пробовать; **proved** - *а* разведанный, достоверный; **proving** - *п* опробование, предварительная разведка  
**search** - *в* исследовать; (*for*) искать (*месторождение*); *п* поиск; *syn* **prospecting**  
**sign** - *п* знак, символ; признак, примета  
**store** - *в* хранить, накапливать (*о запасах*)  
**work** - *в* работать; вынимать, извлекать (*уголь, руду*); вырабатывать; **workable** - *а* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий (*о пласте*); рентабельный;  
**working** - *п* разработка, горная выработка  
**country rock** коренная (основная) порода  
**distinctive properties** отличительные свойства  
**malleable metal** ковкий металл

*Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:*

### TEXT 7: Prospecting

Mining activities include prospecting and exploration for a mineral deposit through finding, proving, developing, extracting and processing the ore. That is why it is possible to divide the mining activity into three major phases: 1) before mining which involves prospecting and exploration required to locate, characterize and prove a potential ore body; 2) mining which refers to actual coal or ore extraction. Extraction processes include underground or surface mining and dredging; 3) after mining which involves processing and preparing the raw ore for the end product.

As has already been said, before a mineral deposit can be worked, that is, before it can be extracted from the Earth for use by man, it must first be found. The search for economically useful mineral deposits is called prospecting. To establish the quality and quantity of a mineral deposit, the type of country rock, etc. means to prove it and this process is called proving. Prospecting and proving are only two different stages of mining geological exploration, the latter includes drilling and driving of openings.

Last century prospectors looked for visible evidence of mineralization on the surface of the Earth. To recognize valuable minerals it was necessary to know their various distinctive physical properties. For example, gold occurs in nature as a heavy malleable yellow metal. -Galena, the most important mineral containing lead, is dark grey, heavy and lustrous. The first ores of iron to be mined were deposits of magnetite, a black heavy mineral capable of attracting a piece of iron.

As the deposits of mineral that cropped out at the surface were mined, the search for additional supplies of minerals took place. The science of geology was used to explain the occurrence of ore deposits.

The aim of geological prospecting is to provide information on a preliminary estimation of the deposit and the costs of the geological investigations to be made. It also indicates whether it is available to continue the exploration or not.

Prospecting work includes three stages: 1) finding signs of the mineral; 2) finding the deposit; 3) exploring the deposit.

General indications of the possibility of exposing this or that mineral in a locality can be obtained by studying its general topographical relief, the type of ground and its general natural conditions. Thus, in mountainous regions where fissures were formed during the process of mountain formation, ore minerals could be expected in the fissure fillings. In hilly regions, sedimentary deposits would be expected.

Certain deposits are found only in a particular type of ground. Coal seams, for example, are found in sedimentary formations mainly consisting of sandstones and shales. Veins, on the other hand,

are found in crystalline (igneous) rocks, and the type of country rock usually determines the type of minerals.

At present, prospecting methods to be used are as follows:

1. Surface geological and mineralogical prospecting such as panning.
2. Geophysical, geochemical, geobotanical prospecting.
3. Aerial photography with geological interpretation of the data to be obtained is highly

effective from aircraft or helicopter. Besides, successful development of space research has made it possible to explore the Earth's resources from space by satellites.

In modern prospecting the methods mentioned above are used together with the study of geological maps.

**1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.**

**Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. The search for economically useful mineral deposits is called proving.
2. Last century prospectors looked for visible evidence of mineral deposits.
3. The first ores of iron to be mined were deposits of galena.
4. The science of geology can explain the mode of occurrence of ore deposits.
5. As a rule prospecting includes four stages.
6. The study of general topographical relief and the type of ground makes it possible to expose this or that deposit.
7. Geologists know that certain deposits are only found in a particular type of ground.
8. As is known, veins are found in metamorphic rocks.

**2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. What is prospecting?
2. What is proving?
3. How did prospectors find mineral deposits in the 19th century?
4. Does gold occur in nature as a heavy malleable yellow metal or as a heavy dark-grey one?
5. What metal is capable of attracting a piece of iron?
6. What does prospecting work provide?
7. What are the three main stages of prospecting?
8. Is it enough to know only the topographical relief of a locality for exposing this or that mineral?
9. What methods of prospecting do you know?
10. What are the most effective aerial methods of prospecting now?

**3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний**

**слов:**

- |  |  |
|--|--|
| 1. country rock                                | а) залегание рудных месторождений              |
| 2. panning                                     | б) блестящий металл                            |
| 3. the search for commercially useful deposits | в) коренная (основная) порода                  |
| 4. geological exploration                      | г) дополнительные запасы минералов             |
| 5. to look for evidence of mineralization      | д) промывка (золотоносного песка в лотке)      |
| 6. distinctive properties                      | е) геологическая разведка (с попутной добычей) |
| 7. lustrous metal                              | ж) искать доказательства наличия месторождения |
| 8. capable of attracting a piece of iron       | з) отличительные свойства                      |
| 9. additional supplies of minerals             | и) поиски экономически полезных месторождений  |
| 10. the occurrence of ore deposits             | к) способный притягивать кусок металла         |

**б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний**

**слов:**

- |  |  |
|--|--|
| 1. стоимость геологических исследований              | а) the data obtained                     |
| 2. выходить на поверхность (обнажаться)              | б) galena, sandstones and shales         |
| 3. произвести предварительную оценку (месторождения) | в) the cost of geological investigations |
| 4. визуальные наблюдения с воздуха                   | г) to crop out                           |
| 5. полученные данные                                 | д) certain ore deposits                  |
| 6. галенит, песчаники и сланцы (of a deposit)        | е) to make a preliminary estimation      |
| 7. общие показания                                   | ж) visual aerial observations            |
| 8. находить признаки месторождения                   | з) to find the signs of a deposit        |
| 9. определенные рудные месторождения                 | и) general indications                   |

**№8**

**Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:**

**adit** - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

**angle** - *n* угол

**approximate** - *a* приблизительный

**bit** - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit** - алмазная буровая коронка

**borehole** - *n* скважина, буровая скважина

**crosscut** - *n* квершлаг

**dip** - *n* падение (*залези*); уклон, откос; *v* падать

**enable** - *v* давать возможность или право (*что-л. сделать*)

**exploit** - *v* разрабатывать (*месторождение*); эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

**measure** - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; *v* измерять

**overburden** - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

**pit** - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

**reliable** - *a* надежный; достоверный

**rig** - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

**sample** - *n* образец; проба; *v* отбирать образцы; опробовать, испытывать

**section** - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение;

**geological** ~ геологический разрез (*пород*)

**sequence** - *n* последовательность; порядок следования; ряд

**sink (sank, sunk)** - *v* проходить (*шахтный ствол, вертикальную выработку*); углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка (*вертикальных или наклонных выработок*); **shaft sinking** - проходка ствола

**slope** - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; *v* клониться, иметь наклон; **sloping** - *a* наклонный; **gently sloping** - с небольшим наклоном

**steep** - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

**strike** - *n* *зд.* простирание; *v* простираться; **across the strike** - вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

**trench** - *n* траншея, канава; котлован; *v* копать, рыть, шурфовать

**to make use (of)** использовать, применять

**to take into consideration** принимать во внимание; *syn* **take into account**

**Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:**

### **TEXT 8: Exploration of Mineral Deposits**

Exploration is known to include a whole complex of investigations carried out for determining the industrial importance of a deposit. The main task is to determine the quality and quantity of mineral and the natural and economic conditions in which it occurs. The exploration of the deposit is divided into three stages, namely preliminary exploration, detailed exploration and exploitation exploration.

The aim of preliminary exploration is to establish the general size of a deposit and to obtain an approximate idea of its shape, dimensions and quality. At this stage the geological map of the deposit is corrected and a detailed survey of its surface is completed.

The information on the preliminary exploration is expected to give an all-round description of the deposit which will enable the cost of its detailed exploration to be estimated.

The following points should be taken into consideration: 1) the shape and area of the deposit; 2) its depth and angles of dip and strike; 3) its thickness; 4) the properties of the surrounding rock and overburden; 5) the degree of uniformity of distribution of the mineral within the deposit and the country rock, etc.

Preliminary explorations can make use of exploratory openings such as trenches, prospecting pits, adits, crosscuts and boreholes. They are planned according to a definite system, and some are driven to a great depth.

All the exploratory workings are plotted on the plan. These data allow the geologist to establish the vertical section of the deposit.

The quality of the mineral deposit is determined on the basis of analyses and tests of samples taken from exploratory workings.

The method of exploration to be chosen in any particular case depends on the thickness of overburden, the angle of dip, the surface relief, the ground water conditions and the shape of the mineral deposit.

The task of the detailed exploration is to obtain reliable information on the mineral reserves, their grades and distribution in the different sectors of the deposit. Detailed exploration data provide a much more exact estimate of the mineral reserves.

Mine or exploitation exploration is known to begin as soon as mining operations start. It provides data for detailed estimates of the ore reserves of individual sections. It facilitates the planning of current production and calculating the balance of reserves and ore mined.

The searching and discovering of new mineralized areas are based on geological survey and regional geophysical prospecting. The results of these investigations provide data on iron-bearing formations and new deposits for commercial extraction.

In detailed exploration both underground workings and borehole survey are used. Core drilling with diamond and carbide bits is widely used. Non-core drilling is also used in loose rocks in combination with borehole geophysical survey.

One of the main methods to explore coal deposits is also core-drilling. Modern drilling equipment makes it possible to accurately measure bed thickness and determine structure of beds, faults and folds. Recording control instruments are attached to drilling rigs which allow the geologists to get reliable samples good for nearly all parameters of coal quality to be determined.

***1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.***

1. The purpose of preliminary exploration is to determine the mineral reserves and their distribution in the different sectors of the deposit.

2. The properties of the surrounding rock and overburden should be taken into consideration during the preliminary exploration.

3. The purpose of the detailed exploration is to find out the quantity (reserves) of the deposit.

4. Exploitation exploration facilitates the planning of current production.

5. Both core drilling and non-core drilling are widely used.

6. Recording control instruments allow geologists to get reliable ore samples.

**2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. What stages does exploration include?
2. What is the main purpose of preliminary exploration?
3. What should be taken into consideration by geologists during preliminary exploration?
4. What exploratory openings do you know?
5. Do you know how the quality of the mineral deposit is determined?
6. What is the aim of a detailed exploration?
7. Is core drilling used in prospecting for loose rocks?
8. What is drilling equipment used for?

**3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов:**

1. bedded deposits
  2. core drilling
  3. the angle of dip of the seam
  4. the thickness of overburden
  5. exploratory workings
  6. composition of minerals
  7. pits and crosscuts
  8. to exploit new oil deposits
  9. sampling
  10. geological section
- а) мощность наносов  
б) разрабатывать новые месторождения нефти  
в) шурфы и квершлагги  
г) пластовые месторождения  
д) опробование (отбор) образцов  
е) угол падения пласта  
ж) колонковое бурение  
з) геологический разрез (пород)  
и) состав минералов  
к) разведочные выработки

**б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:**

1. буровые скважины
  2. по простиранию пласта
  3. равномерность распределения минерала в залежи
  4. водоносность пород
  5. карбидные и алмазные коронки
  6. детальная разведка
  7. использовать новые поисковые методы
  8. проникать в залежь
  9. коренная порода
  10. свойства окружающих пород
- а) ground water conditions  
б) detailed exploration  
в) boreholes  
г) along the strike of the bed (seam)  
д) carbide and diamond bits  
е) the uniformity of mineral distribution in the deposit  
ж) the properties of surrounding rocks  
з) to make use of new prospecting methods  
и) country rock  
к) to penetrate into the deposit

### 3. Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций)

*Грамматические конструкции представлены на стр. 6 – 40.*

*Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:*

#### **Семья. Family**

родственник	relative, relation
родители	parents
мать (мама)	mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
отец (папа)	father (dad, daddy, papa, pa)
жена	wife
муж	husband
супруг(а)	spouse
ребенок, дети	child, children
дочь	daughter
сын	son
сестра	sister
брат	brother
единственный ребенок	only child
близнец	twin
близнецы, двойняшки	twins
брат-близнец	twin brother
сестра-близнец	twin sister
однойцевые близнецы	identical twins
тройняшки	triplets
бабушка и дедушка	grandparents
бабушка	grandmother (grandma, granny, grandmamma)
дедушка	grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
внуки	grandchildren
внучка	granddaughter
внук	grandson
прабабушка	great-grandmother
прадедушка	great-grandfather
прабабушка и прадедушка	great-grandparents
правнуки	great-grandchildren
тётя	aunt
дядя	uncle
крестный (отец)	godfather
крестная (мать)	godmother
отчим, приемный отец	stepfather
мачеха, приемная мать	stepmother
сводный брат	stepbrother
сводная сестра	stepsister
брат по одному из родителей	half-brother
сестра по одному из родителей	half-sister
приемный, усыновленный сын	adopted son
приемная, удочеренная дочь	adopted daughter
приемный ребенок	adopted child
патронатная семья, приемная семья	foster family
приемный отец	foster father
приемная мать	foster mother
приемные родители	foster parents

приемный сын	foster son
приемная дочь	foster daughter
приемный ребенок	foster child
неполная семья (с одним родителем)	single-parent family
родня	the kin, the folks
племянница	niece
племянник	nephew
двоюродный брат	cousin (male)
двоюродная сестра	cousin (female)
двоюродный брат (сестра), кузен (кузина)	first cousin
троюродный брат (сестра)	second cousin
четвероюродный брат (сестра)	third cousin
родня со стороны мужа или жены	in-laws
свекровь	mother-in-law (husband's mother)
свёкор	father-in-law (husband's father)
тёща	mother-in-law (wife's mother)
тесть	father-in-law (wife's father)
невестка, сноха	daughter-in-law
зять	son-in-law
шурин, свояк, зять, деверь	brother-in-law
свояченица, золовка, невестка	sister-in-law
семейное положение	marital status
холостой, неженатый, незамужняя	single
женатый, замужняя	married
брак	marriage
помолвка	engagement
помолвленный, обрученный	engaged
развод	divorce
разведенный	divorced
бывший муж	ex-husband
бывшая жена	ex-wife
расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей	separated
вдова	widow
вдовец	widower
подружка, невеста	girlfriend
друг, парень, ухажер	boyfriend
любовник, любовница	lover
ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный	fiance
свадьба	wedding
невеста на свадьбе	bride
жених на свадьбе	(bride)groom
медовый месяц	honeymoon

*Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:*

**The Ural State Mining University**

<b>Mining University</b> – Горный университет; <b>higher educational institution</b> - высшее учебное заведение; <b>to provide</b> - зд. Предоставлять; <b>full-time education</b> - очное образование; <b>extramural education</b> - заочное	<b>scientific research centre</b> - центр научных исследований; <b>master of science</b> - кандидат наук; <b>capable</b> – способный; <b>to take part in</b> - принимать участие; <b>graduate</b> – выпускник; <b>to dedicate</b> – посвящать;
---	---

<p>образование;  <b>to award</b> – награждать;  <b>post-graduate courses</b> – аспирантура;</p>	<p><b>to carry out scientific work</b> - выполнять научную работу;</p>
<p><b>Faculty of Mining Technology</b> - горно – технологический;  <b>Faculty of Engineering and Economics</b> - инженерно-экономический;  <b>Institute of World Economics</b> – Институт мировой экономики;  <b>Faculty of Mining Mechanics</b> - горно-механический;  <b>Faculty of Civil Protection</b> – гражданской защиты;  <b>Faculty of City Economy</b> – городского хозяйства;</p>	<p><b>Faculty of Geology &amp; Geophysics</b> – геологии и геофизики;  <b>Faculty of extramural education</b> – заочный;  <b>department</b> – кафедра;  <b>dean</b> – декан;  <b>to train specialists in</b> - готовить специалистов;  <b>to consist of</b> - состоять из;  <b>preparatory</b> – подготовительный;  <b>additional</b> – дополнительный;  <b>to offer</b> – предлагать;</p>
<p><b>to house</b> - размещать /ся/;  <b>building</b> – здание;  <b>Rector’s office</b> – ректорат;  <b>Dean’s office</b> – деканат;  <b>department</b> – кафедра;  <b>library</b> – библиотека;  <b>reading hall</b> - читальный зал;  <b>assembly hall</b> - актовывй зал;  <b>layout</b> - расположение, план;  <b>administrative offices</b> - административные отделы;</p>	<p><b>computation centre</b> - вычислительный центр;  <b>canteen</b> – столовая;  <b>to have meals</b> – питаться;  <b>hostel</b> – общежитие;  <b>to go in for sports</b> - заниматься спортом;  <b>wrestling</b> – борьба;  <b>weight lifting</b> - тяжелая атлетика;  <b>skiing</b> - катание на лыжах;  <b>skating</b> - катание на коньках;  <b>chess</b> – шахматы;</p>
<p><b>academic work</b> - учебный процесс;  <b>academic year</b> - учебный год;  <b>to consist of</b> - состоять из;  <b>bachelor's degree</b> - степень бакалавра;  <b>course of studies</b> - курс обучения;  <b>to last</b> - длиться;  <b>term</b> - семестр;  <b>to attend lectures and classes</b> - посещать лекции и занятия;  <b>period</b> - пара, 2 – х часовое занятие;  <b>break</b> - перерыв;  <b>subject</b> - предмет;  <b>descriptive geometry</b> - начертательная геометрия;</p>	<p><b>general geology</b> - общая геология;  <b>foreign language</b> - иностранный язык;  <b>to operate a computer</b> - работать на компьютере;  <b>to take a test (an exam)</b> - сдавать зачет, экзамен;  <b>to pass a test (an exam)</b> - сдать зачет, экзамен;  <b>to fail a test (an exam)</b> - не сдать зачет, экзамен;  <b>to fail in chemistry</b> - не сдать химию;  <b>holidays, vacations</b> - каникулы;  <b>to present graduation paper</b> - представлять дипломные работы;  <b>for approval</b> - к защите;</p>

*The Faculty of Mining Technology* trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining ) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

**The Institute of World Economics** trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

**The Faculty of Mining Mechanics** trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромысловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation of industrial units and technological complexes - электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

**The Faculty of Geology & Geophysics** trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические методы поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration of mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration of underground waters and engineering - геологическая разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петрология и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

**Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:**

**My town**

- a building – здание
- downtown – деловой центр города
- town outskirts – окраина города
- a road – дорога
- an avenue – проспект
- a pavement/a sidewalk - тротуар
- a pedestrian – пешеход
- a pedestrian crossing – пешеходный переход
- traffic lights – светофор
- a road sign – дорожный знак
- a corner – угол
- a school - школа
- a kindergarten – детский сад
- a university - университет
- an institute – институт
- an embassy - посольство
- a hospital - больница
- a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
- a department store – универсам
- a shopping mall/centre – торговый центр
- a food market – продуктовый рынок
- a greengrocery – фруктово-овощной магазин
- a chemist's/a pharmacy/a drugstore - аптека

a beauty salon – салон красоты  
a hairdressing salon/a hairdresser's - парикмахерская  
a dental clinic/a dentist's – стоматологическая клиника  
a vet clinic – ветеринарная клиника  
a laundry – прачечная  
a dry-cleaner's – химчистка  
a post-office – почтовое отделение  
a bank – банк  
a cash machine/a cash dispenser - банкомат  
a library – библиотека  
a sight/a place of interest - достопримечательность  
a museum – музей  
a picture gallery – картинная галерея  
a park – парк  
a fountain – фонтан  
a square – площадь  
a monument/a statue – памятник/статуя  
a river bank – набережная реки  
a beach – пляж  
a bay - залив  
a café – кафе  
a restaurant – ресторан  
a nightclub – ночной клуб  
a zoo - зоопарк  
a cinema/a movie theatre - кинотеатр  
a theatre – театр  
a circus - цирк  
a castle - замок  
a church – церковь  
a cathedral – собор  
a mosque - мечеть  
a hotel – отель, гостиница  
a newsagent's – газетный киоск  
a railway station – железнодорожный вокзал  
a bus station - автовокзал  
a bus stop – автобусная остановка  
an underground (metro, subway, tube) station – станция метро  
a stadium – стадион  
a swimming-pool – плавательный бассейн  
a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнес клуб  
a playground – игровая детская площадка  
a plant/a factory – завод/фабрика  
a police station – полицейский участок  
a gas station/a petrol station – заправочная автостанция, бензоколонка  
a car park/a parking lot - автостоянка  
an airport - аэропорт  
a block of flats – многоквартирный дом  
an office block – офисное здание  
a skyscraper - небоскреб  
a bridge – мост  
an arch – арка  
a litter bin/a trash can – урна

a public toilet – общественный туалет  
a bench - скамья

**Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:**

### **My speciality**

### **The Earth's Crust and Useful Minerals**

**cause** - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**  
**clay** - *n* глина; глинозем  
**consolidate** - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**  
**crust** - *n* кора; *геол.* земная кора  
**decay** - v гнить, разлагаться; *n* выветривание (*пород*); распад, разложение  
**derive** - v (from) происходить, вести свое происхождение (*от*); наследовать  
**destroy** - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный  
**dissolve** v растворять  
**expose** - v выходить (*на поверхность*); обнажаться; **exposure** - *n* обнажение  
**external** - *a* внешний  
**extrusive** - *a* эффузивный, излившийся (*о горной породе*)  
**force** - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие  
**glacier** - *n* ледник, глетчер  
**grain** - *n* зерно; **angular grains** - угловатые зерна (*минералов*); **grained** - *a* зернистый  
**gravel** - *n* гравий, крупный песок  
**internal** - *a* внутренний  
**intrusive** - *a* интрузивный, плутонический  
**iron** - *n* железо  
**layer** - *n* пласт  
**like** - *a* похожий, подобный; *syn* **similar**; *ant* **unlike**; *adv* подобно  
**lime** - *n* известь; **limestone** - *n* известняк  
**loose** - *a* несвязанный, свободный; рыхлый  
**make up** - v составлять; *n* состав (*вещества*)  
**particle** - *n* частица; включение  
**peat** - *n* торф; торфяник  
**represent** - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative** - *a* характерный, типичный  
**rock** – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода  
**sand** - *n* песок  
**sandstone** - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник  
**sediment** - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary** - *a* осадочный; **sedimentation** - *n* образование осадочных пород  
**schist** - *n* (*кристаллический*) сланец; **schistose** - *a* сланцеватый, слоистый  
**shale** - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay** - глинистый сланец;  
**combustible ...**, **oil ...** - горючий сланец  
**siltstone** - *n* алеврит  
**stratification** - *n* напластование, залегание  
**stratify** - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**  
**substance** - *n* вещество, материал; сущность  
**thickness** - *n* толщина, мощность  
**value** - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable** - *a* ценный (*о руде*)  
**vary** - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from)**; **variable** - *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

**contain** - *v* содержать (*в себе*), вмещать

**crack** - *n* трещина; щель; *v* давать трещину; трескаться, раскалываться

**contract** - *v* сжиматься; сокращаться

**dust** - *n* пыль

**expand** - *v* расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant*

**contract**

**fissure** - *n* трещина (*в породе, угле*); расщелина; щель

**fracture** - *n* трещина; излом; разрыв; *v* ломать(ся); раздроблять (*породу*)

**freeze** - *v* замерзать; замораживать; застывать

**gradual** - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

**hard** - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft**; тяжелый (*о работе*); *adv* сильно, упорно; **hardly** *adv*

едва, с трудом

**hole** - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

**influence** - *n* влияние; *v* (**on, upon**) влиять (*не что-л.*)

**lateral** - *a* боковой

**occur** - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence** - *n*

залегание; **mode of occurrence** - условия залегания

**penetrate** - *v* проникать (*внутрь*), проходить через (*что-л.*)

**phenomenon** - *n* явление; *pl* **phenomena**

**pressure** - *n* давление; **lateral pressure** боковое (*горизонтальное*) давление; **rock pressure**

горное давление, давление породы

**rate** - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

**refer** - *v* (to) ссылаться (*на что-л.*); относиться (*к периоду, классу*)

**resist** - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n*

сопротивление; **resistant** - *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

**size** - *n* размер; величина; класс (*угля*)

**solution** - *n* раствор; **soluble** - *a* растворимый; **solvent** - растворитель; *a* растворяющий

**succession** - *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

**undergo** (*underwent, undergone*) - *v* испытывать (*что-л.*), подвергаться (*чему-л.*)

**uniform** - *a* однородный; одинаковый

**weathering** - *n* выветривание; эрозия (*воздействию, влиянию и т.д.*)

**to be subjected to** подвергаться

### Rocks of Earth's Crust

**abyssal** - *a* абиссальный, глубинный; **hypabyssal** - *a* гипабиссальный

**adjacent** - *a* смежный, примыкающий

**ash** - *n* зола

**belt** - *n* пояс; лента; ремень

**body** - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные)

вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

**common** - *a* обычный; общий; *syn* **general**; *ant* **uncommon**

**cool** - *v* охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

**dimension** - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

**dust** - *n* пыль

**dyke** - *n* дайка

**extrusion** - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия

(*внедрение в породу изверженной массы*)

**fine** - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (*о погоде*); изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **finer** - *n pl* мелочь; мелкий уголь

**flow** - *v* течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы

**fragmentary** - *a* обломочный, пластический

**glass** - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный

**gold** - *n* золото

**inclined** - *a* наклонный

**mica** - *n* слюда

**permit** - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**

**probably** - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**

**shallow** - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий

**sill** - *n* sill, пластовая интрузия

**stock** - *n* штوك, небольшой батолит

**vein** - *n* жила, прожилок, пропласток

**band** - *n* слой; полоса; прослойка (*породы*); *syn* **layer**

**cleave** - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж

**constituent** - *n* составная часть, компонент

**define** - *v* определять, давать определение

**distribute** - *v* (**among**) распределять (между); раздавать;

**disturb** - *v* нарушать; смещать

**excess** - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**

**flaky** - *a* слоистый; похожий на хлопья

**fluid** - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда

**foliate** - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated** - *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**

**marble** - *n* мрамор

**mention** - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание

**plate** - *n* пластина; полоса (*металла*)

**pressure** - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород

**relate** - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation** - *n* отношение;

**relationship** - *n* родство; свойство; **relative** - *a* относительный; соответственный

**run (ran, run)** - *v* бегать, двигаться; течь; работать (*о машине*); тянуться, простираться; управлять (*машиной*); вести (*дело, предприятие*)

**schistose** - *a* сланцеватый; слоистый

**sheet** - *n* полоса

**slate** - *n* сланец; *syn* **shale**

**split (split)** - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**

**trace** - *n* след; **tracing** - *n* прослеживание

**at least** по крайней мере

**to give an opportunity (of)** давать возможность (*кому-л., чему-л.*)

**in such a way** таким образом

### Fossil Fuels

**accumulate** - *v* накапливать; скопляться

**ancient** - *a* древний, старинный; *ant* **modern**

**associate** - *v* связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**

**burn (burnt)** - *v* сжигать; гореть; жечь

**charcoal** - *n* древесный уголь

**convenient** - *a* удобный, подходящий

**crude** - *a* сырой, неочищенный

**dig (dug)** - *v* добывать; копать; **digger** - *n* угольный экскаватор; землеройная машина

**divide** - *v* делить; (*from*) отделять; разделять

**evidence** - *n* доказательство; очевидность; признак(и)

**fossil** - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое (*органического происхождения*); окаменелость

**heat** - *v* нагревать; *n* теплота

**liquid** - *a* жидкий; *n* жидкость; *ant* **solid**

**manufacture** - *v* изготавливать, производить; *syn* **produce**  
**mudstone** - *n* аргиллит  
**purpose** - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**  
**shale** - *n* глинистый сланец  
**the former ... the latter** - первый (*из вышеупомянутых*) последний (*из двух названных*)  
**bench** - *n* слой, пачка (*пласта*)  
**blend** - *v* смешивать(ся); вклинивать(ся)  
**combustion** - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание  
**continuity** - *n* непрерывность, неразрывность  
**domestic** - *a* внутренний; отечественный  
**estimate** - *v* оценивать; *n* оценка; смета  
**fault** - *n* разлом, сдвиг (*породы*); сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов  
**fold** - *n* изгиб, складка, флексура; **folding** - *n* складчатость, смешение (*пласта*) без разрыва  
**inflare** - *v* воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя  
**intermediate** - *a* промежуточный; вспомогательный  
**liable** - *a* (to) подверженный; подлежащий (*чему-л.*)  
**luster** - *n* блеск (*угля, металла*); **lustrous** - *a* блестящий  
**matter** - *n* вещество; материя  
**moisture** - *n* влажность, сырость; влага  
**parting** - *n* прослойка  
**plane** - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования  
**rank** - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля  
**regular** - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность  
**similar** - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**  
**smelt** - *v* плавить (*руды*); выплавлять (*металл*)  
**store** - *v* запасать, хранить на складе; вмещать  
**strata** - *n pl* от **stratum** пласты породы; свита (*пластов*); формация, напластования породы; *syn* **measures**  
**thickness** - *n* мощность (*пласта, жилы*)  
**uniform** - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие  
**utilize** - *v* использовать; *syn* **use, apply, employ**  
**volatile** - *a* летучий, быстро испаряющийся

### Prospecting and Exploration

**aerial** - *a* воздушный; надземный  
**certain** - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно  
**cost** - (cost) *v* стоить; *n* цена; стоимость  
**crop** - *v* (out) обнажать(ся), выходить на поверхность (*о пласте, породе*); *syn* **expose**; засеивать, собирать урожай  
**dredging** - *n* выемка грунта; драгирование  
**drill** - *v* бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение  
**drive (drore, driven)** - *v* проходить (*горизонтальную выработку*); приводить в движение; управлять (*машиной*); *n* горизонтальная выработка; привод; передача  
**evidence** - *n* основание; признак(и); свидетельства  
**expect** - *v* ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

**explore** - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей;  
**exploratory** - a разведочный; **exploration** - n детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

**galena** - n галенит, свинцовый блеск

**indicate** - v указывать, показывать; служить признаком; означать

**lead** - n свинец

**look for** - v искать

**open up** - v вскрывать (*месторождение*); нарезать (*новую лаву, забой*); **opening** - n горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

**panning** - n промывка (*золотоносного песка в лотке*)

**processing** - n обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

**prove** - v разведывать (*характер месторождения или залегания*); доказывать; испытывать, пробовать; **proved** - a разведанный, достоверный; **proving** - n опробование, предварительная разведка

**search** - v исследовать; (for) искать (*месторождение*); n поиск; *syn* **prospecting**

**sign** - n знак, символ; признак, примета

**store** - v хранить, накапливать (*о запасах*)

**work** - v работать; вынимать, извлекать (*уголь, руду*); вырабатывать; **workable** - a подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий (*о пласте*); рентабельный; **working** - n разработка, горная выработка

**adit** - n горизонтальная подземная выработка, штольня

**angle** - n угол

**approximate** - a приблизительный

**bit** - n режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit** - алмазная буровая коронка

**borehole** - n скважина, буровая скважина

**crosscut** - n квершлаг

**dip** - n падение (*залежи*); уклон, откос; v падать

**enable** - v давать возможность или право (*что-л. сделать*)

**exploit** - v разрабатывать (*месторождение*); эксплуатировать; **exploitation** - n разработка; эксплуатация

**measure** - n мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

**overburden** - n покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

**pit** - n шахта; карьер, разрез; шурф

**reliable** - a надежный; достоверный

**rig** - n буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

**sample** - n образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

**section** - n участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение;

**geological** ~ геологический разрез (*пород*)

**sequence** - n последовательность; порядок следования; ряд

**sink (sank, sunk)** - v проходить (*шахтный ствол, вертикальную выработку*); углублять; погружать; опускать; **sinking** - n проходка (*вертикальных или наклонных выработок*); **shaft sinking** - проходка ствола

**slope** - n наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping** - a наклонный; **gently sloping** - с небольшим наклоном

**steep** - a крутой, крутопадающий, наклонный

**strike** - n *зд.* простирание; v простираться; **across the strike** - вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

**trench** - n траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

**to make use (of)** использовать, применять

**to take into consideration** принимать во внимание; *syn* **take into account**

### General Information on Mining

**access** - *n* доступ

**affect** - *v* воздействовать (*на что-л.*); влиять; *syn* **influence**

**barren** - *a* непродуктивный; пустой (*о породе*)

**chute** - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

**compare** - *v* (with) сравнивать, проводить параллель

**contribute** - *v* способствовать, содействовать; делать вклад (*в науку*); **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

**cross-section** - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

**develop** - *v* разрабатывать (*месторождение*); развивать (*добычу*); производить подготовительные работы; **development** - *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

**drift** - *n* штрек, горизонтальная выработка

**ensure** - *v* обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

**face** - *n* забой; лава

**floor** - *l* почва горной выработки, почва пласта (жила); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

**govern** - *v* править, управлять; руководить; определять, обуславливать

**inclination** - *n* уклон, скат, наклон (*пластов*); наклонение; **seam** ~ падение (*пласта*); наклон (*пласта*)

**incline** - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

**inclined** - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный (*о пластах*); **steeply** ~ крутопадающий

**level** - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень (*инструмент*); нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

**recover** - *v* извлекать (*целики*); выбирать, очищать; добывать (*уголь и т.п.*); восстанавливать

**remove** - *v* удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal** - *n* вскрыша; выемка; уборка (*породы*); извлечение (*крепи*); перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

**rib** - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

**roof** - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта (*или жилы*); перекрытие; ~ **support** - крепление кровли

**shaft** - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

**tabular** - *a* пластовый (*о месторождении*); пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

**waste** - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

**well** - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

**capital investment** - капитальные вложения

**gate road** - промежуточный штрек

**in bulk** - навалом, в виде крупных кусков

**metal-bearing** - содержащий металл

**production face/working** - очистной забой

**productive mining** - эксплуатационные работы

**in view of** - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

**with a view to** - с целью

**advantage** - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

**caving** - *n* обрушение (*кровли*); разработка с обрушением

**deliver** - *v* доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить (*речь*); читать (*лекцию*)

**entry** - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

**giant** - *n* гидромонитор

**gravity** - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by** ~ самотеком, под действием собственного веса

**haul** - *v* доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка (*по горизонтали*)

**longwall** - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining**; ~ **advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; ~ **advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ **to the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

**lose (lost)** - *v* терять; **loss** - *n* потеря, убыток

**pillar** - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

**predominate** - *v* преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

**protect** - *v* охранять, защищать

**reach** - *v* простираться, доходить до; добиваться, достигать

**satisfy** - *v* удовлетворять(ся)

**shield** - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

**room** - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

**stowing** - *n* закладка (*выработанного пространства*)

**method of working** система разработки

**the sequence of working the seams** - последовательность отработки пластов

**goaf** — завал; обрушенное пространство

**double-ended drum bearer** — комбайн с двойным барабаном

**to identify** — опознавать

**appraisal** — оценка

**susceptibility** — чувствительность

**concealed** — скрытый, не выходящий на поверхность

**crusher** — дробилка

**concentration** — обогащение

**blending** — смешивание; составление шихты

**screen** — сортировать (обыден. уголь); просеивать

**froth floatation** — пенная флотация

**core drilling** — колонковое бурение

**to delineate** — обрисовывать, описывать

**lender** — заимодавец

**feasibility** — возможность

**in situ mining** — повторная разработка месторождения в массиве

**screening** — просеивание; грохочение

**processing** — обработка, разделение минералов

### Mining and Environment

**break** *v* (**broke, broken**) отбивать (*уголь или породу*), обрушивать кровлю; разбивать; ломать; *л* отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(*руды или породы*); расширять забой; **breakage** *л* разрыхление, дробление

**drill** - *n* бур; перфоратор; бурильный молоток; сверло; *v* бурить; *car* ~ буровая тележка;

**mounted** ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение

**dump** - *n* отвал (*породы*); склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; *v* сваливать (*в отвал*); разгружать; отваливать; опрокидывать (*вагонетку*);

**dumper** опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn* **tip**

**environment** - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

**explode** - *v* взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive** - *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

**friable** - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле*)

**handle** - *v* перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

**heap** - *v* наваливать; нагребать; *n* породный отвал, терриконик; *syn* **spoil** ~, **waste** ~

**hydraulicling** - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

**load** - *v* нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader** - *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader** - комбайн, комбинированная горная машина

**lorry** - *n* грузовик; платформа; *syn* **truck**

**mention** - *v* упоминать

**overcasting** - *n* перелопачивание (*породы*)

**pump** - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламный насос; *v* качать; накачивать; откачивать

**reclamation** - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка (*после открытых работ*)

**sidecasting** - *n* внешнее отвалообразование

**site** - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

**slice** - *n* слой; **slicing** - *n* выемка слоями, разработка слоями

**strip** - *v* производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать (*лаву*); вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper** - *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping** - *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

**unit** - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

**washery** - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

**to attract smb's attention** привлекать чье-л. внимание

**backhoe** - *n* обратная лопата

**blast** - *n* взрыв; *v* взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

**block out** - *v* нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

**clearing** - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

**crash** - *v* дробить; разрушать; обрушать(ся)

**earth-mover** - *n* землеройное оборудование; *syn* **excavator**

**excavator** - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket** ~ многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

**grab** - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; *v* захватывать;

**grabbing** - погрузка грейфером; захватывание

**hoist** - *n* подъемное устройство (машина); подъемник; лебедка; *v* поднимать; **hoisting** шахтный подъем

**plough** - *n* струг

**power shovel** - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

**range** - *n* колебание в определенных пределах

**rate** - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход (*воды*)

**remote** - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

**result** - *v* (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

**safety** - *n* безопасность; техника безопасности

**slope** - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; *v* очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face**; **sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием (*руды*)

**support** - *v* крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering**; **powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

#### **1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения)**

Самостоятельное изучение тем курса предполагает изучение тем практических занятий, представленных в разделе 1, 2, 3 данных методических указаний студентами заочной формы обучения в межсессионный период.

#### **1.5 Подготовка к контрольной работе и 1.6 Написание контрольной работы**

Для выполнения контрольной работы студентами кафедрой подготовлены *Методические рекомендации и задания к контрольной работе для студентов данной специальности.*

### **II. Другие виды самостоятельной работы**

#### **2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (Подготовка к ролевой игре, к практико-ориентированным заданиям, опросу)**

##### **2.1.1 Подготовка к ролевой игре**

Студенты получают ролевые карточки. Им необходимо обдумать свою роль, стратегию своей роли, вопросы и ответы.

##### **Role card 1**

##### **Sasha**

The worst thing about your house is lack of privacy. You share your room with a younger sister. You think she goes through all your stuff. She asks you embarrassing questions about boys, makes little nasty comments about you.

Your parents treat you like a baby. Your father is too much interested in your studying and homework. Your mother makes you do the work about the house alone. You are going to leave home as soon as you are old enough.

- Collect all the arguments to explain your attitude to your family.
- Listen to what the members of your family are saying.
- Don't interrupt them.
- Don't forget that both parents and children are to blame in conflict situations.
- Be polite and friendly

##### **Role card 2**

##### **Mother**

Your daughter has written a letter of complaint to the youth magazine. She is not satisfied with your attitude to her. You have read this letter. You are worried about the situation in the family and have decided to discuss the problems with a family therapist.

- Say why you have invited the therapist
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha

- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

### Role card 3

#### Father

Your daughter is complaining that you treat her like a baby. You don't let her out at night during the week. You always ask her about the boys. You don't believe her when she says she doesn't have any homework to do. Your wife has invited a family therapist to discuss the problems of your family.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

### Role card 4

#### Sister

Sasha is complaining that you don't help her with the work about the house. She also says that she can't keep anything secret in her room, you go through all her stuff. She is irritated by your behaviour. She is going to leave your home as soon as she is old enough.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

### Role card 5

#### Family therapist

- Encourage all the members of the family to speak
- Take notes
- Ask questions
- Summarize what you have heard from all the members of the family
- Try to analyse the situation in a short report

### **2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию**

#### ***Подготовьте устные высказывания по темам:***

1. From the history of the Ural State Mining University.
2. Faculties and specialities of the University.
3. The layout of the Ural State Mining University.
4. Student's academic work.

#### ***Подготовьте письменные ответы на вопросы:***

1. Where do you study?
2. What faculty do you study at?
3. How many faculties are there at the Ural State Mining University?
4. What year are you in?
5. What is your future speciality?
6. What specialities are there at your faculty?
7. When did you enter the University?

8. When was the Sverdlovsk Mining Institute founded?
9. When was it reorganized into the University?
10. In how many buildings is the Ural State Mining University housed?
11. In what building is your faculty housed?
12. Who is the dean of your faculty?
13. What books do you take from the library?
14. Where do you live?
15. Where do you usually have your meals?
16. How long does the course of studies for a bachelor's degree last?
17. How long do the students study for a Diplomat Engineer's course and a Magister's degree?
18. What subjects do you study this term?
19. What lectures and practical classes do you like to attend?
20. Where do the students have their practical work?
21. When do the students present their graduation papers for approval?
22. What graduates can enter the post-graduate courses?
23. What kind of sport do you like?
24. Where do you go in for sports?

### 2.1.3 Подготовка к опросу

***Ответьте на вопросы на иностранном языке:***

1. What specialities does the geological faculty train geologic engineers in?
2. What problems does Geology study?
3. What branches is Geology divided into?
4. What does Economic Geology deal with?
5. What does mineralogy investigate?
6. What does paleontology deal with?
7. What is the practical importance of Geology?
8. Where do graduates of the geological faculty of the Mining University work?
9. What is your future speciality?
10. What kind of work do geologists-prospectors conduct?
11. What do geologists explore during the early stages of geological exploration?
12. What work do geologists conduct while working in the field?
13. When do geologists start exploratory work?
14. What is the purpose of the exploratory work?
15. How is exploratory work conducted?
16. What contribution do geologists make to the development of the National Economy of our country?
17. What does hydrogeology deal with?
18. Where are ground waters used?
19. Where is thermal (hot) water used?
20. What must hydrogeologists do with ground waters which complicate construction work or mineral extraction?

## 2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного (по 2 текста на тему)

**Text 1: A.M. Terpigorev (1873-1959)**

***Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:***

**to defend graduation paper (thesis)** - защищать дипломную работу (диссертацию)

**to pass an entrance examination** - сдать вступительный экзамен

**to get a higher education** - получить высшее образование

**to do one's best (one's utmost, all one can, everything in one's power)** - сделать все

возможное, не жалеть сил

**to make contribution (to)** - вносить вклад в (*науку, технику* и т.д.)

**choose (chose, chosen)** - *v* выбирать; **choice** - *n* выбор

**collect** - *v* собирать, коллекционировать

**dangerous** - *a* опасный

**deposit** - *n* месторождение, залежь; **bedded deposits** - пластовые месторождения

**describe** - *v* описывать, изображать; **description** - *n* описание; **descriptive** - *a* описательный

**facility** - *n* (*pl facilities*) средства; возможности; оборудование; устройства

**fire damp** - *n* рудничный газ, метан

**harm** - *n* вред; *v* вредить; **harmful** - *a* вредный

**relate** - *v* относиться, иметь отношение

**safety** - *n* безопасность; **mine safety** безопасность труда при горных работах; техника безопасности; **safety measures** меры безопасности; **safe** - *a* безопасный; надежный

**seam** - *n* пласт (*угля*); *syn bed, layer*; **flat seam** горизонтальный, пологопадающий пласт;

**inclined seam** наклонный пласт; **steep seam** крутопадающий пласт; **thick seam** мощный пласт; **thin seam** тонкий пласт

**state** - *n* состояние; государство; штат; *a* государственный; *v* заявлять; констатировать; излагать

**success** - *v* успех; удача; **be a success** иметь успех; **successful** *a* успешный

**Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:**

Academician A.M. Terpigorev is a well-known mining engineer who successfully combined his practical experience with scientific research. He was born in 1873 in Tambov. In 1892 he finished school with honours<sup>1</sup> and decided to get a higher education. He chose the Mining Institute in St. Petersburg, passed all the entrance examinations successfully and became a student of the Mining Institute.

At the Institute he studied the full range of subjects<sup>2</sup> relating to metallurgy, mining and mining mechanics.

At that time students' specialization was based on descriptive courses and elementary practical training. One of the best lecturers was A. P. Karpinsky. His lectures on historical geology were very popular.

During his practical training Terpigorev visited mines and saw that the miners' work was very difficult. While he was working in the Donbas he collected material for his graduation paper which he soon defended. The Mining of flat seams in the Donbas was carefully studied and described in it.

In 1897 Terpigorev graduated from the Institute with a first-class diploma of a mining engineer.

His first job as a mining engineer was at the Sulim mines where he worked for more than three years first as Assistant Manager and later as Manager.

From 1900 till 1922 Terpigorev worked at the Yekaterinoslav Mining Institute (now the Mining Institute in Dnepropetrovsk).

In 1922 he accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Academy and moved to Moscow. From 1930 he headed the chairs<sup>5</sup> of Mining Transport and Mining of Bedded Deposits at the Moscow Mining Institute.

Academician Terpigorev took a particular interest in mine safety. As a result of his investigations a series of safety measures in gassy collieries was worked out. For some time he was working on the problem of fire damp, the most harmful and dangerous of all the gases in mines.

His two-volume work Coal Mining and Mine Transport Facilities is a full description of the state of mechanization and the economy of the Donbas. His other works are about mining transport facilities, mechanization of coal mining and mining machinery. He is one of the pioneers in scientific methods of coal gasification.

**1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. After school Terpigorev decided to work in a mine.
2. Terpigorev collected material for his graduation paper which dealt with mining thick seams in the Donbas.
3. For more than three years Terpigorev worked at the Sulin mines.
4. In 1922 Terpigorev accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Institute.
5. He investigated the problems of mine safety.
6. He was one of the first to work on the problem of gasification of coal.

**2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. When and where was Terpigorev born?
2. What institute did he graduate from?
3. What material did he collect while he was working in the Donbas?
4. Where did Terpigorev work from 1900 till 1922?
5. At what institute did Terpigorev head the chair of Mining Bedded Deposits?
6. What did Terpigorev take a particular interest in?
7. What works by Terpigorev do you know?
8. What problems do Terpigorev's works deal with?
9. What was the result of his investigations on mine safety?

**3. Переведите следующие сочетания слов.**

- а) охрана труда в шахтах
  - б) подтверждать
  - в) добыча угля
  - г) эксплуатация месторождений
  - д) метан
  - е) принять предложение
  - ж) выполнить задачу, задание
  - з) горизонтальный пласт
  - и) собирать материал
1. поступить в институт
  2. решать важные проблемы
  3. выдающиеся исследователи
  4. успешно провести эксперименты
  5. выбрать профессию
  6. описательный курс
  7. происхождение железной руды
  8. начальник шахты
  9. мероприятия по охране труда

**Text 2: A.P. Karpinsky (1847-1936)**

**Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:**

**abroad** - *adv* за рубежом

**confirm** - *v* подтверждать; утверждать

**consider** - *v* считать, полагать, рассматривать

**contribute** - *v* вносить вклад; **contribution** вклад

**crust** - *n* земная кора

**detailed** - *a* подробный, детальный

**elect** - *v* избирать, выбирать (*голосованием*); назначать (*на должность*)

**embrace** - *v* охватывать; обнимать

**entire** - *a* весь, целый; полный; *syn* **whole**

**exist** - *v* существовать, быть, жить

**foreign** - *a* иностранный

**former** - *a* прежний

**investigate** - *v* исследовать; изучать

**prominent** - *a* знаменитый, выдающийся, известный; *суп* **remarkable, outstanding**

**regularity** - *n* закономерность

**significant** - *a* значительный; **significance** - *n* значение, важность; **exhaust the significance**

исчерпывать значение

**society** – *n* общество

**staff** - *n* персонал; личный состав; штат

**various** - *a* различный, разный, разнообразный

**to advance the view** - высказывать мнение (*точку зрения*)

**to be interested in** - быть заинтересованным (*чём-л.*), интересоваться

**to take (an) interest in** - заинтересоваться (*чём-л.*)

**Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:**

V.A. Obruchev, I.M. Gubkin, A.Y. Fersman, V.I. Vernadsky and A. P. Karpinsky were the prominent Russian scientists who laid the foundation<sup>1</sup> of the Russian school of geology and mining.

An entire epoch in the history of Russian geology is connected with Karpinsky's name. One of the greatest Russian geologists, he was a member and for some time President of the Academy of Sciences of the former USSR and a member of several Academies abroad. The Geological Society of London elected him a foreign member in 1901. His greatest contribution to geology was a new detailed geological map of the European part of Russia and the Urals.

For many years he headed the Russian Geological Committee the staff of which was made up of his pupils. He was one of those geologists who embraced the whole of geological science. He created the new stratigraphy of Russia. He studied the geological systems in various regions of the country and was the first to establish<sup>3</sup> the regularity of the Earth's crust movement. His paleontological studies are of no less importance, especially those on palaeozoic ammonoids. He also took an interest in deposits of useful minerals and gave a classification of volcanic rocks. He advanced the view that petroleum deposits existed in Russian, which was confirmed later. He studied some ore and platinum deposits and may be justly considered<sup>5</sup> the founder of practical geology of the Urals. He was the first Russian scientist who introduced microscope in the study of petrographic slides.

Karpinsky was a prominent scientist, an excellent man and citizen. He was one of the best lecturers at the Mining Institute in his time. He was also one of the greatest Russian scientists who later became the first elected President of the Academy of Sciences of the USSR. Students were attracted to him not only because he was a great scientist but also because of his charming personality and gentle manner.

Every geologist and every geology student knows very well Karpinsky's most significant work An Outline of the Physical and Geographical Conditions in European Russia in Past Geological Periods.

**1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. Karpinsky was the first President of the Academy of Sciences.
2. He worked at the Mining Institute in St.Petersburg.
3. Karpinsky was a member of many Academies abroad.
4. Karpinsky made up a detailed map of the Asian part of our country.
5. He headed the Russian Geological Committee.
6. Karpinsky created a new branch of geology, namely stratigraphy.
7. He only tried to establish the regularity of the Earth's crust movement.
8. Karpinsky may be justly considered the founder of the practical geology of the Urals.

**2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. What society elected Karpinsky a foreign member and when?
2. Did he head the Russian Geological Committee or was he a member of that Committee?

3. Did Karpinsky investigate various regions of the Russian territory?
4. Which of his works are the most remarkable?
5. What can you say about Karpinsky's investigations in petrology?

**3. Переведите следующие сочетания слов.**

- а) земная кора
- б) составить подробную карту
- в) замечательные работы
- г) выдающийся ученый
- д) залежи полезных ископаемых
- е) научное общество
- ж) избирать председателя (президента)
- з) заложить основы школы
- и) интересоваться геологией
- к) высказать точку зрения
- л) возглавлять комитет

### Text 3: Sedimentary Rocks

**Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:**

**cause** - *v* заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**

**clay** - *n* глина; глинозем

**consolidate** - *v* твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**

**crust** - *n* кора; *геол.* земная кора

**decay** - *v* гнить, разлагаться; *n* выветривание (*пород*); распад, разложение

**derive** - *v* (from) происходить, вести свое происхождение (*от*); наследовать

**destroy** - *v* разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный

**dissolve** *v* растворять

**expose** - *v* выходить (*на поверхность*); обнажаться; **exposure** - *n* обнажение

**external** - *a* внешний

**extrusive** - *a* эффузивный, излившийся (*о горной породе*)

**force** - *v* заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие

**glacier** - *n* ледник, глетчер

**grain** - *n* зерно; **angular grains** - угловатые зерна (*минералов*); **grained** - *a* зернистый

**gravel** - *n* гравий, крупный песок

**internal** - *a* внутренний

**intrusive** - *a* интрузивный, плутонический

**iron** - *n* железо

**layer** - *n* пласт

**like** - *a* похожий, подобный; *syn* **similar**; *ant* **unlike**; *adv* подобно

**lime** - *n* известь; **limestone** - *n* известняк

**loose** - *a* несвязанный, свободный; рыхлый

**make up** - *v* составлять; *n* состав (*вещества*)

**particle** - *n* частица; включение

**peat** - *n* торф; торфяник

**represent** - *v* представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative** - *a* характерный, типичный

**rock** - *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода

**sand** - *n* песок

**sandstone** - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник

**sediment** - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary** - *a* осадочный; **sedimentation** - *n* образование осадочных пород

**schist** - *n* (*кристаллический*) сланец; **schistose** - *a* сланцеватый, слоистый  
**shale** - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay** - глинистый сланец; **combustible ...**,  
**oil ...** - горючий сланец  
**siltstone** - *n* алевроит  
**stratification** - *n* напластование, залегание  
**stratify** - *v* напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**  
**substance** - *n* вещество, материал; сущность  
**thickness** - *n* толщина, мощность  
**value** - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable** - *a* ценный (*о руде*)  
**vary** - *v* изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from)**; **variable** - *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

**Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:**

The rocks of the Earth's crust are divided into three main groups: sedimentary rocks, which consist of fragments or particles of pre-existing rocks; igneous rocks which have solidified from magma and metamorphic rocks. Metamorphic rocks have been derived from either igneous or sedimentary rocks.

Sedimentary rocks represent one of the three major groups of rocks that make up the crust of the Earth. Most sedimentary rocks have originated by sedimentation. They are layered or stratified. Thus, stratification is the most important characteristic of sediments and sedimentary rocks. It is necessary to note that the processes which lead to the formation of sedimentary rocks are going on around us.

Sediments are formed at or very near the surface of the Earth by the action of heat, water (rivers, glaciers, seas and lakes) and organisms.

It should be noted that 95 per cent of the Earth's crust is made up of igneous rocks and that only 5 per cent is sedimentary. In contrast, the amount of sedimentary rocks on the Earth's surface is three times that of igneous rocks.

Strictly speaking, sedimentary rocks form a very small proportion by volume of the rocks of the Earth's crust. On the contrary, about three quarters of the Earth's surface is occupied by sedimentary rocks. It means that most of sedimentary rocks are formed by sediments, accumulations of solid material on the Earth's surface.

The thickness of the layers of sedimentary rocks can vary greatly from place to place. They can be formed by the mechanical action of water, wind, frost and organic decay. Such sediments as gravel, sand and clay can be transformed into conglomerates, sandstones and clay schists as a result of the accumulation of materials achieved by the destructive mechanical action of water and wind.

Mechanical sediments can be unconsolidated and consolidated. For example, gravel, sand and clay form the group of unconsolidated mechanical sediments, because they consist of loose uncemented particles (grains).

On the Earth's surface we also find consolidated rocks, which are very similar to the loose sediments whose particles are firmly cemented to one another by some substance. The usual cementing substances are sand, clay, calcium carbonate and others. Thus sandstones are consolidated rocks composed of round or angular sand grains, more or less firmly consolidated. Like sand, sandstones can be divided into fine-grained, medium-grained and coarse-grained.

On the other hand, chemical sediments are the result of deposits or accumulations of substances achieved by the destructive chemical action of water. The minerals such as rock salt, gypsum and others are formed through sedimentation of mineral substances that are dissolved in water.

Sediments can also be formed by the decay of the remains of organisms, by the accumulation of plant relics.<sup>1</sup> They are called organic sediments. Limestones, peat, coal, mineral oil and other sediments may serve as an example of organic sediments.

The most principal kinds of sedimentary rocks are conglomerate, sandstone, siltstone, shale, limestone and dolomite. Many other kinds with large practical value include common salt, gypsum, phosphate, iron oxide and coal.

As is known, water, wind and organisms are called external forces, because their action depends on the energy which our planet receives from the Sun.

**1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.**

**Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. The rocks of the Earth's crust are divided into two main groups.
2. Igneous rocks are composed of particles of pre-existing rocks.
3. Sedimentary rocks are stratified.
4. Sediments are formed by the action of glaciers.
5. Igneous rocks make up 75 per cent of exposed rocks.
6. Conglomerates are formed as a result of the accumulation of materials caused by the destructive mechanical action of water.
7. Sandstones are consolidated rocks.
8. Clays are unconsolidated mechanical sediments.
9. Chemical sediments are formed by the destructive chemical action of water.
10. Peat and coal are the organic sediments which are of great practical value.
11. Clay schist was formed at the beginning of the sedimentation period and clay was formed later.

**2). Ответьте на вопросы:**

1. What main groups of rocks do you know?
2. Do sedimentary rocks consist of particles of pre-existing rocks?
3. How were igneous rocks formed?
4. Do you know how sedimentary rocks have originated?
5. What is the most important characteristic feature of sediments?
6. Do sedimentary rocks account for 10 per cent of the Earth's crust?
7. Is gravel consolidated mechanical sediment? And what about sand and clay?
8. What are cementing substances? Can calcium carbonate be used as a cementing substance?
9. Are there only fine-grained sandstones?
10. What can you say about chemical sediments?
11. Can you give an example of organic sediments? How are they formed?

**3) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.**

- |                         |                                |
|-------------------------|--------------------------------|
| 1. земная кора          | a) sandstone                   |
| 2. растворяться в воде  | б) fine-grained sand           |
| 3. песчаник             | в) the Earth's crust           |
| 4. уплотненные осадки   | г) exposed rocks               |
| 5. изверженные породы   | д) to dissolve in water        |
| 6. мелкозернистый песок | е) like gypsum                 |
| 7. затвердевать         | ж) consolidated sediments      |
| 8. подобно гипсу        | з) igneous rocks               |
| 9. обнаженные породы    | и) to solidify, to consolidate |

**б) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов.**

- |                                    |                             |
|------------------------------------|-----------------------------|
| 1. coarse-grained sand             | a) разрушительная сила воды |
| 2. siltstone and shale             | б) пластовые месторождения  |
| 3. the destructive action of water | в) доледниковый период      |

4.	existing rocks	г) крупнозернистый (грубо- зернистый) песок
5.	chemical decay	д) частицы вещества
6.	sedimentary rocks	е) алевроит и сланец
7.	stratified deposits	ж) существующие породы
8.	pre-glacial period	з) осадочные породы
9.	particles of a substance	и) химический распад

#### Text 4: Weathering of Rocks

*Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:*

**contain** - *v* содержать (*в себе*), вмещать

**crack** - *n* трещина; щель; *v* давать трещину; трескаться, раскалываться

**contract** - *v* сжиматься; сокращаться

**dust** - *n* пыль

**expand** - *v* расширяться; увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**

**fissure** - *n* трещина (*в породе, угле*); расщелина; щель

**fracture** - *n* трещина; излом; разрыв; *v* ломать(ся); раздроблять (*породу*)

**freeze** - *v* замерзать; замораживать; застывать

**gradual** - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

**hard** - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft**; тяжелый (*о работе*); *adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом

**hole** - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

**influence** - *n* влияние; *v* (**on, upon**) влиять (*не что-л.*)

**lateral** - *a* боковой

**occur** - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence** - *n* залегание;

**mode of occurrence** - условия залегания

**penetrate** - *v* проникать (*внутрь*), проходить через (*что-л.*)

**phenomenon** - *n* явление; *pl* **phenomena**

**pressure** - *n* давление; **lateral pressure** боковое (*горизонтальное*) давление; **rock pressure** горное давление, давление породы

**rate** - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

**refer** - *v* (to) ссылаться (*на что-л.*); относиться (*к периоду, классу*)

**resist** - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление;

**resistant** - *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

**size** - *n* размер; величина; класс (*угля*)

**solution** - *n* раствор; **soluble** - *a* растворимый; **solvent** - растворитель; *a* растворяющий

**succession** - *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

**undergo** (*underwent, undergone*) - *v* испытывать (*что-л.*), подвергаться (*чему-л.*)

**uniform** - *a* однородный; одинаковый

**weathering** - *n* выветривание; эрозия (*воздействию, влиянию и т.д.*)

**to be subjected to** подвергаться

*Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:*

All rocks which are exposed on the Earth's surface (high mountain peaks, deserts) are decomposed to a certain degree. The process of rock disintegration by the direct influence of local atmospheric conditions on the Earth's surface is called weathering. This phenomenon is often referred to in geology because weathering is an active process. It takes place in the upper layers of the Earth's crust.

The main cause of physical weathering is the change in temperature that takes place with the succession of day and night. This phenomenon can best be observed in the deserts and high mountains where the changes in temperature are common.

During the day under the influence of heat, rocks expand whereas at night they begin to contract. As rocks are generally composed of different minerals, their expansion and contraction do not occur uniformly. As a result of this rocks crack. At the beginning these cracks or fissures are hardly noticeable but gradually they become wider and deeper until the whole surface of rock is finally transformed into gravel, sand or dust.

In the regions of a moderate or cold climate, where the temperature in winter goes down to below 0 (zero), the decomposition of rocks is greatly facilitated by the action of water. When water freezes it increases in volume and develops enormous lateral pressure. Under the action of water, rocks decompose to pieces of varied forms and sizes.

The decomposition of rocks under the direct influence of heat and cold is called physical weathering.

Rocks are subjected not only to physical decomposition but also to chemical weathering, i.e. to the action of chemical agents, such as water, carbon dioxide and oxygen. In a general way, chemical weathering is an acid attack on the rocks of the Earth's crust, in particular an attack on the most abundant minerals — quartz (sand) and aluminosilicates (clays). Only few minerals and rocks are resistant to the action of natural waters. The solvent action of water is stronger when it contains carbon dioxide. Water causes more complex and varied changes. With the participation of oxygen and carbon dioxide up to 90 per cent of rocks is transformed into soluble minerals, which are carried away by the waters.

Organisms and plants also take part in the disintegration of rocks. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks by making holes in them to live in. The action of plants can often be even more destructive. Their roots penetrate into the fissures of rocks and develop the lateral pressure which fractures and destroys rocks.

**1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. The process of sedimentation is called weathering.
2. The change in temperature causes physical weathering.
3. As a rule during the night rocks expand.
4. When freezing water decreases in volume and develops enormous lateral pressure.
5. The decomposition of rocks is due to the influence of heat and cold.
6. As a rule water contains dissolved mineral substances.
7. The solvent action of water is stronger when it does not contain carbon dioxide.
8. It should be noticed that the action of organisms and plants is destructive.
9. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks.

**2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. What process is called weathering?
2. What process is called physical weathering?
3. Where can the phenomenon of physical weathering be best observed?
4. What process is called chemical weathering?
5. What substances can act as solvents?
6. Are all minerals and rocks resistant to the action of natural waters or only few minerals and rocks can resist the action of water?
7. How do organisms act on the destruction of rocks?

**3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:**

1. the Earth's surface
2. to be composed of different minerals
3. the expansion of rocks
4. changes in temperature

5. under the influence of heat
6. weathering
7. destructive forces
8. a great number of fractures
9. to penetrate into fissures
- а) под влиянием тепла
- б) разрушительные силы
- в) выветривание
- г) большое количество трещин
- д) состоять из различных минералов
- е) расширение пород
- ж) проникать в трещины
- з) изменения температуры
- и) поверхность земли

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. увеличиваться в объеме
2. развивать боковое давление
3. способствовать разрушению пород
4. подвергаться гниению
5. растворять вещества
6. сопротивляться (чему-л.)
7. некоторые органические вещества
8. ускорять процесс выветривания
9. куски породы различных размеров
- а) to facilitate the decomposition of rocks
- б) to increase in volume
- в) to resist (smth)
- г) rock pieces of varied (different) sizes
- д) to accelerate the process of weathering
- е) to be subjected to decay
- ж) to dissolve substances
- з) to develop lateral pressure
- и) certain organic substances

### Text 5: Fossil Fuels

*Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:*

**accumulate** - *v* накапливать; скопляться

**ancient** - *a* древний, старинный; *ant* **modern**

**associate** - *v* связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**

**burn (burnt)** - *v* сжигать; гореть; жечь

**charcoal** - *n* древесный уголь

**convenient** - *a* удобный, подходящий

**crude** - *a* сырой, неочищенный

**dig (dug)** - *v* добывать; копать; **digger** - *n* угольный экскаватор; землеройная машина

**divide** - *v* делить; (from) отделять; разделять

**evidence** - *n* доказательство; очевидность; признак(и)

**fossil** - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое (*органического происхождения*); окаменелость

**heat** - *v* нагревать; *n* теплота

**liquid** - *a* жидкий; *n* жидкость; *ant* **solid**

**manufacture** - *в* изготавливать, производить; *суп* **produce**

**mudstone** - *п* аргиллит

**purpose** - *п* цель; намерение; *суп* **aim, goal**

**shale** - *п* глинистый сланец

**the former ... the latter** - первый (*из вышеупомянутых*) последний (*из двух названных*)

**Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:**

The chief sources of energy available to man today are oil, natural gas, coal, water power and atomic energy. Coal, gas and oil represent energy that has been concentrated by the decay of organic materials (plants and animals) accumulated in the geologic past. These fuels-are often referred to as fossil fuels.

The word fossil (derived from the Latin fodere "to dig up") originally referred to anything that was dug from the ground, particularly a mineral. Today the term fossil generally means any direct evidence of past life, for example, the footprints of ancient animals. Fossils are usually found in sedimentary rocks, although sometimes they may be found in igneous and metamorphic rocks as well. They are most abundant in mudstone, shale and limestone, but fossils are also found in sandstone, dolomite and conglomerate.

Most fuels are carbon-containing substances that are burned in air. In burning fuels give off heat which is used for different purposes.

Fuels may be solid, liquid and gaseous. Solid fuels may be divided into two main groups, natural and manufactured. The former category includes coal, wood, peat and other plant products. The latter category includes coke and charcoal obtained by heating coal in the absence of air.

Liquid fuels are derived almost from petroleum. In general, natural petroleum, or crude oil, as it is widely known, is the basis of practically all industrial fuels. Petroleum is a mixture of hundreds of different hydrocarbons — compounds composed of hydrogen and carbon — together with the small amount of other elements such as sulphur, oxygen and nitrogen. Petroleum is usually associated with water and natural gas. It is found in porous sedimentary rocks where the geological formation allowed the oil to collect from a wide area. Petroleum is one of the most efficient fuels and raw materials.

Of gaseous fuels the most important are those derived from natural gas, chiefly methane or petroleum. Using gaseous fuels makes it possible to obtain high thermal efficiency, ease of distribution and control. Gas is the most economical and convenient type of fuels. Today gas is widely utilized in the home and as a raw material for producing synthetics.

Scientists consider that a most promising source of natural resources may be the floor of the sea, a subject which now has become an important field of research.

Generally speaking, all types of fossil fuels described in the text are of great economic importance as they represent the sources of energy the man uses today.

**1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. Coal, water power and atomic energy are the only sources of energy available to man today.

2. Coal, wood and peat represent natural group of solid fuels.

3. As a rule fossil fuels are found in sedimentary rocks.

4. Crude oil is widely used for producing solid fuels.

5. Petroleum can be found in porous sedimentary rocks.

6. Gas is used to produce synthetic materials.

7. Not all types of fossil fuels burn.

**2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. What fuels are often referred to as fossil fuels?

2. What does the word fossil mean?

3. What rocks are most abundant hi fossil fuels?

4. What types of fossil fuels do you know?
5. Is coke a natural or manufactured solid fuel? And what can you say about coal and peat?
6. How are coke and charcoal produced?
7. What rocks is petroleum usually associated with?
8. What are the advantages of gaseous fuels?

3. а) *Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов сочетаний*

*слов.*

- |   |  |
|---|--|
| 1. fossil fuel                                    | а) дерево и торф                                     |
| 2. raw material                                   | б) небольшое количество аргиллита                    |
| 3. crude oil                                      | в) органическое топливо                              |
| 4. the chief sources of energy                    | г) сланец и известняк                                |
| 5. to refer to                                    | д) сырье   |
| 6. any direct or indirect evidence of the deposit | е) материалы, содержащие углерод                     |
| 7. shale and limestone                            | ж) главные источники энергии                         |
| 8. carbon-containing materials                    | з) любые прямые или косвенные признаки месторождения |
| 9. wood and peat                                  | и) сырая (неочищенная) нефть                         |
| 10. the small amount of mudstone                  | к) относиться к (чему-л.); ссылаться на (что-л.)     |

б) *Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.*

- |                                |                                 |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1. древесный уголь и кокс      | а) to collect data              |
| 2. жидкое топливо              | б) charcoal and coke            |
| 3. накапливать                 | в) to be composed of limestones |
| 4. собирать данные             | г) liquid fuel                  |
| 5. происходить от              | д) to accumulate                |
| 6. получать хорошие результаты | е) to derive from               |
| 7. богатый горючими сланцами   | ж) to obtain good results       |
| 8. состоять из известняков     | з) abundant in oil shales       |

### Text 6: Coal and Its Classification

*Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:*

**bench** - *n* слой, пачка (*пласта*)

**blend** - *v* смешивать(ся); вклинивать(ся)

**combustion** - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание

**continuity** - *n* непрерывность, неразрывность

**domestic** - *a* внутренний; отечественный

**estimate** - *v* оценивать; *n* оценка; смета

**fault** - *n* разлом, сдвиг (*породы*); сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов

**fold** - *n* изгиб, складка, флексура; **folding** - *n* складчатость, смешение (*пласта*) без разрыва

**inflare** - *v* воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя

**intermediate** - *a* промежуточный; вспомогательный

**liable** - *a* (to) подверженный; подлежащий (*чему-л.*)

**luster** - *n* блеск (*угля, металла*); **lustrous** - *a* блестящий

**matter** - *n* вещество; материя

**moisture** - *n* влажность, сырость; влага

**parting** - *n* прослоек

**plane** - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования

**rank** - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля

**regular** - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

**similar** - *a* похожий, сходный; подобный; *syn alike, the same as*

**smelt** - *v* плавить (*руды*); выплавлять (*металл*)

**store** - *v* запасать, хранить на складе; вмещать

**strata** - *n pl om stratum* пласты породы; свита (*пластов*); формация, напластования породы; *syn measures*

**thickness** - *n* мощность (*пласта, жилы*)

**uniform** - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие

**utilize** - *v* использовать; *syn use, apply, employ*

**volatile** - *a* летучий, быстро испаряющийся

**Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:**

Coal is the product of vegetable matter that has been formed by the action of decay, weathering, the effects of pressure, temperature and time millions of years ago.

Although coal is not a true mineral, its formation processes are similar to those of sedimentary rocks.

Structurally coal beds are geological strata characterized by the same irregularities in thickness, uniformity and continuity as other strata of sedimentary origin. Coal beds may consist of essentially uniform continuous strata or like other sedimentary deposits may be made up of different bands or benches of varying thickness.

You can see a seam limited by two more or less parallel planes, a shape which is typical of sedimentary rocks. The benches may be separated by thin layers, of clay, shale, pyrite or other mineral matter, commonly called partings. Like other sedimentary rocks coal beds may be structurally disturbed by folding and faulting.

According to the amount of carbon coals are classified into: brown coals, bituminous coals and anthracite. Brown coals are in their turn subdivided into lignite and common brown coal. Although carbon is the most important element in coal, as many as 72 elements have been found in some coal deposits, including lithium, chromium, cobalt, copper, nickel, tungsten and others.

Lignite is intermediate in properties between peat and bituminous coal, containing when dry about 60 to 75 per cent of carbon and a variable proportion of ash. Lignite is a low-rank brown-to-black coal containing 30 to 40 per cent of moisture. Developing heat it gives from 2,500 to 4,500 calories. It is easily inflammable but burns with a smoky flame. Lignite is liable to spontaneous combustion. It has been estimated that about 50 per cent of the world's total coal reserves are lignitic.

Brown coal is harder than lignite, containing from 60 to 65 per cent of carbon and developing greater heat than lignite (4,000-7,000 calories). It is very combustible and gives a brown powder. Bituminous coal is the most abundant variety, varying from medium to high rank. It is a soft, black, usually banded coal. It gives a black powder and contains 75 to 90 per cent of carbon. It weathers only slightly and may be kept in open piles with little danger of spontaneous combustion if properly stored. Medium-to-low volatile bituminous coals may be of coking quality. Coal is used intensively in blast furnaces for smelting iron ore. There are non-coking varieties of coal.

As for the thickness, the beds of this kind of coal are not very thick (1-1.5 meters). The great quantities of bituminous coal are found in the Russian Federation.

Anthracite or "hard" coal has a brilliant lustre containing more than 90 per cent of carbon and low percentage of volatile matter. It is used primarily as a domestic fuel, although it can sometimes be blended with bituminous grades of coal to produce a mixture with improved coking qualities. The largest beds of anthracite are found in Russia, the USA and Great Britain.

Coal is still of great importance for the development of modern industry. It may be used for domestic and industrial purposes. Being the main source of coke, coal is widely used in the iron and steel industry. Lignite, for example either in the raw state or in briquetted form, is a source of industrial carbon and industrial gases.

There is a strong tendency now for increased research into new technologies to utilize coal. No doubt, coal will be used as a raw material for the chemical industry and petrochemical processes. All

these processes involve coal conversion which include gasification designed to produce synthetic gas from coal as the basis for hydrogen manufacture, liquefaction (разжижение) for making liquid fuel from coal and other processes.

**1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.**

**Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. Anthracite coals may be divided into lignite and common brown coal.
2. Coals are ranked according to the percentage of carbon they contain.
3. Peat, with the least amount of carbon is the lowest rank, then comes lignite or brown coal.
4. Brown coal is hard and it is not liable to spontaneous combustion.
5. Bituminous coal weathers rapidly and one cannot keep it in open piles.
6. Being intensively used in the iron and steel industry bituminous coal varies from medium to high rank.
7. Anthracite or hard coal, the highest in percentage of carbon, can be blended with bituminous grades of coal.

**2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. What is the classification of coal based on?
2. Is carbon the only element in coal? (Prove it.)
3. Is lignite intermediate in properties between peat and bituminous coal?
4. What heat value does lignite develop when burnt?
5. What coals are liable to spontaneous combustion?
6. What is the difference between lignite and brown coal?
7. Is bituminous coal high- or low-volatile?
8. Does anthracite contain 90 per cent of carbon?
9. Where are the largest deposits of anthracite found? And what can you say about bituminous coal?
10. What do you know about the utilization of coal?

**3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний**

**слов:**

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| 1. spontaneous combustion        | а) легковоспламеняющийся газ             |
| 2. moisture and ash content      | б) высокосортный уголь                   |
| 3. the most abundant variety     | в) плавить железную руду                 |
| 4. in its turn                   | г) самовозгорание                        |
| 5. the amount of volatile matter | д) содержание влаги и золы               |
| 6. easily inflammable gas        | е) дымное пламя                          |
| 7. brilliant lustre              | ж) наиболее широко распространенные угли |
| 8. to smelt iron ore             | з) яркий блеск                           |
| 9. high-rank coal                | и) в свою очередь                        |
| 10. a smoky flame                | к) количество летучих веществ            |

**б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний**

**слов:**

- |                                 |                              |
|---------------------------------|------------------------------|
| 1. тип угля                     | а) heat value                |
| 2. некоксующийся уголь          | б) amount of carbon          |
| 3. доменная печь                | в) coal rank                 |
| 4. содержание углерода          | г) to store coal             |
| 5. смешиваться с другими углями | д) to weather rapidly        |
| 6. улучшенного качества         | е) non-coking coal           |
| 7. складировать уголь           | ж) blast furnace             |
| 8. теплотворная способность     | з) of improved quality       |
| 9. быстро выветриваться         | и) to blend with other coals |

## Text 7: General Information on Mining

*Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:*

**access** - *n* доступ

**affect** - *v* воздействовать (*на что-л.*); влиять; *syn* **influence**

**barren** - *a* непродуктивный; пустой (*о породе*)

**chute** - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

**compare** - *v* (with) сравнивать, проводить параллель

**contribute** - *v* способствовать, содействовать; делать вклад (*в науку*); **make a (one's) ~ to**

**smth.** сделать вклад во что-л.

**cross-section** - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

**develop** - *v* разрабатывать (*месторождение*); развивать (*добычу*); производить подготовительные работы; **development** - *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

**drift** - *n* штрек, горизонтальная выработка

**ensure** - *v* обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

**face** - *n* забой; лава

**floor** - *л* почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

**govern** - *v* править, управлять; руководить; определять, обуславливать

**inclination** - *n* уклон, скат, наклон (*пластов*); наклонение; **seam** ~ падение (*пласта*); наклон (*пласта*)

**incline** - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

**inclined** - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный (*о пластах*); **steeply** ~ крутопадающий

**level** - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень (*инструмент*); нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

**recover** - *v* извлекать (*целики*); выбирать, очищать; добывать (*уголь и т.п.*); восстанавливать

**remove** - *v* удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal** - *n* вскрыша; выемка; уборка (*породы*); извлечение (*крепи*); перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

**rib** - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

**roof** - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта (*или жилы*); перекрытие; ~ **support** - крепление кровли

**shaft** - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

**tabular** - *a* пластовый (*о месторождении*); пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

**waste** - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

**well** - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

**capital investment** - капитальные вложения

**gate road** - промежуточный штрек

**in bulk** - навалом, в виде крупных кусков

**metal-bearing** - содержащий металл

**production face/working** - очистной забой

**productive mining** - эксплуатационные работы

**in view of** - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

**with a view to** - с целью

*Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:*

As has been said, mining refers to actual ore extraction. Broadly speaking, mining is the industrial process of removing a mineral-bearing substance from the place of its natural occurrence in the Earth's crust. The term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells; metal, non-metallic minerals, coal, peat, oil shale and other hydrocarbons from the earth. In other words, the work done to extract mineral, or to prepare for its extraction is called mining.

The tendency in mining has been towards the increased use of mining machinery so that modern mines are characterized by tremendous capacities. This has contributed to: 1) improving working conditions and raising labour productivity; 2) the exploitation of lower-grade metal-bearing substances and 3) the building of mines of great dimensions.

Mining can be done either as a surface operation (quarries, opencasts or open pits) or by an underground method. The mode of occurrence of the sought-for metallic substance governs to a large degree the type of mining that is practised. The problem of depth also affects the mining method. If the rock containing the metallic substance is at a shallow site and is massive, it may be economically excavated by a pit or quarry-like opening on the surface. If the metal-bearing mass is tabular, as a bed or vein, and goes to a great distance beneath the surface, then it will be worked by some method of underground mining.

Working or exploiting the deposit means the extraction of mineral. With this point in view a number of underground workings is driven in barren (waste) rock and in mineral. Mine workings vary in shape, dimensions, location and function.

Depending on their function mine workings are described as exploratory, if they are driven with a view to finding or proving mineral, and as productive if they are used for the immediate extraction of useful mineral. Productive mining can be divided into capital investment work, development work, and face or production work. Investment work aims at ensuring access to the deposit from the surface. Development work prepares for the face work, and mineral is extracted (or produced) in bulk.

The rock surfaces at the sides of workings are called the sides, or in coal, the ribs. The surface above the workings is the roof in coal mining while in metal mining it is called the back. The surface below is called the floor.

The factors such as function, direct access to the surface, driving in mineral or in barren rock can be used for classifying mine workings:

- I. Underground workings:
  - a) Long or deep by comparison with their cross-section may be: 1) vertical (shaft, blind pit); 2) sloping (slopes, sloping drifts, inclines); 3) horizontal (drifts, levels, drives, gate roads, adits, crosscuts).
  - b) Large openings having cross dimensions comparable with their length.
  - c) Production faces, whose dimensions depend on the thickness of the deposit being worked, and on the method of mining it.

***1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.***

1. As a rule, the term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells as well as coal, iron ores and other useful minerals from the earth.
2. The increased use of mining machinery has greatly contributed to raising labour productivity and improving working conditions.
3. It is quite obvious that the problem of depth is not always taken into consideration in choosing the mining method.
4. Productive workings are usually used for the immediate extraction of useful mineral.
5. Underground workings are driven in barren rock or in mineral.
6. A shaft is a vertical underground working which is long and deep in comparison with its cross-section.
7. The surface above the mine working is usually called the floor.
8. The rock surfaces at the sides of mine workings are called the ribs.

**2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. What is mining?
2. What has contributed to the better working conditions of the miners?
3. What factors influence the choice of the mining method?
4. In what case is useful mineral worked by open pits?
5. Are exploratory workings driven with a view to finding and proving mineral or are they driven for immediate extraction of mineral?
6. What is the difference between development and production work?
7. What main factors are used for classifying mine workings?
8. What do the dimensions of production faces depend on?

**3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:**

1. direct access to the surface
  2. open-cast mining
  3. tabular (or bedded) deposits
  4. oil well
  5. underground workings
  6. cross-section of a working
  7. production face
  8. the roof of the mine working
  9. to drive mine workings in barren rock
  10. to affect the mining method
- а) нефтяная скважина  
б) проходить горные выработки по пустой породе  
в) влиять на метод разработки  
г) прямой доступ к поверхности  
д) пластовые месторождения  
е) открытая разработка  
ж) поперечное сечение выработки  
з) подземные выработки  
и) очистной забой  
к) кровля горной выработки

**б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов сочетаний слов:**

1. способствовать чему-л.
  2. размер ствола
  3. извлекать, добывать (уголь)
  4. штреки и квершлагги
  5. пустая порода
  6. вообще говоря
  7. удалять, перемещать (крепь, вскрышу и др.)
  8. с целью ...
  9. подготовительные работы
  10. мощность пласта
- а) thickness of a seam  
б) shaft dimension  
в) with a view to  
г) to contribute to smth.  
д) development work  
е) to remove (timber, overburden, etc.)  
ж) drifts (gate roads) and crosscuts  
з) generally speaking

- и) to recover (coal)
- к) waste (barren) rock

### Text 8: Methods of Working Bedded Deposits Underground

**Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:**

**advantage** - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

**caving** - *n* обрушение (*кровли*); разработка с обрушением

**deliver** - *v* доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить (*речь*); читать (*лекцию*)

**entry** - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

**giant** - *n* гидромонитор

**gravity** - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by** ~ самотеком, под действием собственного веса

**haul** - *v* доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка (*по горизонтали*)

**longwall** - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining**; ~ **advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; ~ **advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ **to the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

**lose (lost)** - *v* терять; **loss** - *n* потеря, убыток

**pillar** - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

**predominate** - *v* преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

**protect** - *v* охранять, защищать

**reach** - *v* простираться, доходить до; добиваться, достигать

**satisfy** - *v* удовлетворять(ся)

**shield** - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

**room** - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

**stowing** - *n* закладка (*выработанного пространства*)

**method of working** система разработки

**the sequence of working the seams** - последовательность отработки пластов

**Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:**

The method of working (or method of mining) includes a definite sequence and organization of development work of a deposit, its openings and its face work in certain geological conditions. It depends on the mining plan and machines and develops with their improvements. A rational method of working should satisfy the following requirements in any particular conditions: 1) safety of the man; 2) maximum output of mineral; 3) minimum development work (per 1,000 tons output); 4) minimum production cost and 5) minimum losses of mineral.

Notwithstanding the considerable number of mining methods in existence, they can be reduced to the following main types: 1. Methods of working with long faces (continuous mining); 2. Methods of working with short faces (room-and-pillar). The characteristic feature of the continuous mining is the absence of any development openings made in advance of production faces. The main advantage of long continuous faces is that they yield more mineral. Besides, they allow the maximum use of combines (shearers), cutting machines, powered supports and conveyers. The longwall method permits an almost 100 per cent recovery of mineral instead of 50 to 80 per cent obtainable in room-and-pillar methods.

The basic principle of room-and-pillar method is that rooms from 4 to 12 meters wide (usually 6-7) are driven from the entries, each room is separated from each other by a rib pillar. Rib pillars are recovered or robbed after the rooms are excavated. The main disadvantage of shortwall work is a considerable loss of mineral and the difficulty of ventilation. In working bedded deposits methods of mining mentioned above may be used either with stowing or with caving.

In Russia, Germany (the Ruhr coal-field), France and Belgium nearly all the faces are now long ones. In Britain longwall faces predominate.

The USA, Canada, Australia and to some extent India are developing shortwall faces and creating the machines for them. In these countries shortwall faces are widely used.

In Russia the thick seams are taken out to full thickness up to 4.5 m thick if they are steep, and up to 3.5 m thick if they are gently sloping or inclined. In the Kuznetsk coal-field long faces are worked to the dip with ashield protection, using a method proposed by N.Chinakal. In shield mining coal is delivered to the lower working by gravity so that additional haulage is not required.

It should also be noted that in Russia hydraulic mining is widely used as it is one of the most economic and advantageous methods of coal getting. New hydraulic mines are coming into use in a number of coal-fields. Hydraulic mining is developing in other countries as well.

The aim of hydraulic mining is to remove coal by the monitors (or giants) which win coal and transport it hydraulically from the place of work right to the surface. It is quite obvious that the choice of the method of mining will primarily depend on the depth and the shape and the general type of the deposit.

**1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста.**

**Подтвердите свои ответы фактами из текста.**

1. A definite sequence and organization of development work is called mining.
2. Mining methods in existence can be reduced to the two main types.
3. The depth and the shape of the deposit influence the choice of the method of working.
4. As is known, in Belgium all the faces are short now, in Great Britain they amount to 84 per cent.
5. In Australian collieries shortwall faces are widely used.
6. The room-and-pillar method is characterized by the absence of any development openings.
7. High-capacity monitors win coal and transport it hydraulically right to the surface.

**2. Ответьте на следующие вопросы:**

1. What factors does mining depend on?
2. What is mining?
3. What are the most important factors which affect the choice of the method of working?
4. Do short faces or long faces predominate in Russia? What can you say about the Ruhr coal-field?
5. Is Canada developing shortwall faces or longwall faces?
6. What are the main disadvantages of shortwall faces?
7. What are the two main methods of working?
8. What is the main advantage of long continuous faces?
9. What methods of mining long faces do you know?
10. What method of mining is characterized by the absence of development openings?

**3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:**

- |   |  |
|---|--|
| 1. development face                     | а) сплошная система разработки           |
| 2. great losses                         | б) выемка целиков                        |
| 3. shield method of mining              | в) подготовительный забой                |
| 4. continuous mining                    | г) большие потери                        |
| 5. longwall advancing to the dip        | д) удовлетворять требованиям             |
| 6. the room-and-pillar method of mining | е) зависеть от геологических условий     |
| 7. to open up a deposit                 | ж) выемка лавами прямым ходом по падению |

- |     |  |   |
|-----|--|---|
| 8.  | pillar mining                            | з) щитовая система разработки           |
| 9.  | to satisfy the requirements              | и) вскрывать месторождение              |
| 10. | to depend upon the geological conditions | к) камерно-столбовая система разработки |

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний

слов:

- |     |  |  |
|-----|--|--|
| 1.  | включать (в себя)                      | а) safety  |
| 2.  | выемка лавами обратным ходом           | б) annual output                                 |
| 3.  | достигать 50%                          | в) to involve                                    |
| 4.  | превышать 60%                          | г) to propose a new method of mining             |
| 5.  | безопасность                           | д) long wall retreating                          |
| 6.  | годовая добыча                         | е) in connection with difficulties               |
| 7.  | основной недостаток системы разработки | ж) to exceed 60 per cent                         |
| 8.  | под-этаж                               | з) notwithstanding (in spite of)                 |
| 9.  | крутопадающий пласт                    | и) to reach 50 per cent                          |
| 10. | щитовая система разработки             | к) the main disadvantage of the method of mining |
| 11. | предложить новый способ разработки     | л) sublevel                                      |
| 12. | в связи с трудностями                  | м) the shield method of mining                   |
| 13. | несмотря на                            | н) open up a deposit                             |
| 14. | вскрывать месторождение                | о) steep seam                                    |

### **2.3 Подготовка доклада**

**Подготовьте доклад по одной из предложенных тем.**

1. Inigo Jones (1573-1652)
2. Christopher Wren (1632-1723)
3. Geoffrey Chaucer (1340-1400)
4. Samuel Johnson (1709-1784)
5. Alfred Tennyson (1809-1892)
6. Thomas Hardy (1840-1928)
7. John Milton (1608-1674)
8. William Makepeace Thackeray (1811-1863)
9. Henry Wadsworth Longfellow (1807 – 1882)
10. Joshua Reynolds (1723-1792)
11. Thomas More (1478 – 1535)
12. J.M.W. Turner (1775-1851)
13. Thomas Gainsborough (1727 – 1788)
14. Henry Moor (1898-1986)
15. Henry Irving (1838-1905)
16. William Gilbert (1836-1911)
17. Arthur Sullivan (1842-1900)
18. James Watt (1736 - 1819)
19. Thomas Telford (1757 - 1834)
20. Isambard Kingdom Brunel (1806 – 1859)
21. George Stephenson (1781 – 1848)
22. David Livingstone (1813 – 1873)
23. Tony Blair (1953)
24. Winston Churchill (1874 - 1965)
25. Margaret Hilda Thatcher (1925)
26. Sir Isaac Newton (1642 – 1727)
27. Alexander Graham Bell (1847 - 1922)

**Правила предоставления информации в докладе**

Размер	<b>A4</b>
Шрифт	Текстовый редактор Microsoft Word, шрифт Times New Roman 12
Поля	слева – 2 см., сверху и справа – 1 см., снизу – 1
Абзацный отступ	1 см устанавливается автоматически
Стиль	Примеры выделяются курсивом
Интервал	межстрочный интервал – 1
Объем	1 -2 страницы (до 7 минут устного выступления)
Шапка доклада	<b><i>Иванова Мария Ивановна</i></b> Екатеринбург, Россия ФГБОУ ВПО УГГУ, МД-13 НАЗВАНИЕ ДОКЛАДА
	Список использованной литературы

Краткое содержание статьи должно быть представлено на 7-10 слайдах, выполненных в PowerPoint.

**2.4 Подготовка к тесту**

Тест направлен на проверку страноведческих знаний и знаний межкультурной коммуникации. Для этого студентам необходимо повторить материал, представленный в *Социально-культурной сфере общения* по теме «Страны изучаемого языка» (Я и мир). Для успешного написания теста изучите следующий материал:

**THE GEOGRAPHICAL POSITION OF GREAT BRITAIN**

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland covers an area of some 244 thousand square miles. It is situated on the British Isles. The British Isles are separated from Europe by the Strait of Dover and the English Channel. The British Isles are washed by the North Sea in the east and the Atlantic Ocean in the west.

England is in the southern and central part of Great Britain. Scotland is in the north of the island. Wales is in the west. Northern Ireland is situated in the north-eastern part of Ireland.

England is the richest, the most fertile and most populated part in the country. There are mountains in the north and in the west of England, but all the rest of the territory is a vast plain. In the northwestern part of England there are many beautiful lakes. This part of the country is called Lake District.

Scotland is a land of mountains. The Highlands of Scotland are among the oldest mountains in the world. The highest mountain of Great Britain is in Scotland too. The chain of mountains in Scotland is called the Grampians. Its highest peak is Ben Nevis. It is the highest peak not only in Scotland but in the whole Great Britain as well. In England there is the Pennine Chain. In Wales there are the Cumbrian Mountains.

There are no great forests on the British Isles today. Historically, the most famous forest is Sherwood Forest in the east of England, to the north of London. It was the home of Robin Hood, the famous hero of a number of legends.

The British Isles have many rivers but they are not very long. The longest of the English rivers is the Severn. It flows into the Irish Sea. The most important river of Scotland is the Clyde. Glasgow stands on it. Many of the English and Scottish rivers are joined by canals, so that it is possible to travel by water from one end of Great Britain to the other.

The Thames is over 200 miles long. It flows through the rich agricultural and industrial districts of the country. London, the capital of Great Britain, stands on it. The Thames has a wide mouth, that's

why the big ocean liners can go up to the London port. Geographical position of Great Britain is rather good as the country lies on the crossways of the sea routes from Europe to other parts of the world. The sea connects Britain with most European countries such as Belgium, Holland, Denmark, Norway and some other countries. The main sea route from Europe to America also passes through the English Channel.

United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland occupies the territory of the British Isles. They lie to the north-west of Europe.

Once upon a time the British Isles were an integral part of the mainland. As a result of sinking of the land surface they became segregated. Great Britain is separated from the continent by the English Channel. The country is washed by the waters of the Atlantic Ocean. Great Britain is separated from Belgium and Holland by the North Sea, and from Ireland — by the Irish Sea.

There are several islands along the coasts. The total area of the British Isles is 325 000 km<sup>2</sup>. The main islands are Great Britain and Ireland.

The surface of the country is much varied. Great Britain is the country of valleys and plains.

The insular geographical position of Great Britain promoted the development of shipbuilding, different trading contacts with other countries. It has also allowed the country to stay independent for quite a long period of time.

### **THE BRITISH PARLIAMENT**

The British Parliament is the oldest in the world. It originated in the 12th century as Witenagemot, the body of wise councillors whom the King needed to consult pursuing his policy. The British Parliament consists of the House of Lords and the House of Commons and the Queen as its head.

The House of Commons plays the major role in law-making. It consists of Members of Parliament (called MPs for short). Each of them represents an area in England, Scotland, Wales and Ireland.

MPs are elected either at a general election or at a by-election following the death or retirement. Parliamentary elections are held every 5 years and it is the Prime Minister who decides on the exact day of the election. The minimum voting age is 18. And the voting is taken by secret ballot.

The election campaign lasts about 3 weeks, The British parliamentary system depends on political parties.

The party which wins the majority of seats forms the government and its leader usually becomes Prime Minister. The Prime Minister chooses about 20 MPs from his party to become the cabinet of ministers. Each minister is responsible for a particular area in the government. The second largest party becomes the official opposition with its own leader and «shadow cabinet». The leader of the opposition is a recognized post in the House of Commons.

The parliament and the monarch have different roles in the government and they only meet together on symbolic occasions, such as coronation of a new monarch or the opening of the parliament. In reality, the House of Commons is the one of three which has true power.

The House of Commons is made up of six hundred and fifty elected members, it is presided over by the speaker, a member acceptable to the whole house. MPs sit on two sides of the hall, one side for the governing party and the other for the opposition. The first 2 rows of seats are occupied by the leading members of both parties (called «front benches»). The back benches belong to the rank-and-file MPs.

Each session of the House of Commons lasts for 160-175 days. Parliament has intervals during his work. MPs are paid for their parliamentary work and have to attend the sittings.

As mention above, the House of Commons plays the major role in law making. The procedure is the following: a proposed law («a bill») has to go through three stages in order to become an act of Parliament; these are called «readings».

The first reading is a formality and is simply the publication of the proposal. The second reading involves debate on the principles of the bill; it is examination by parliamentary committee.

And the third reading is a report stage, when the work of the committee is reported on to the house. This is usually the most important stage in the process.

When the bill passes through the House of Commons, it is sent to the House of Lords for discussion, when the Lords agree it, the bill is taken to the Queen for royal assent, when the Queen signs the bill, it becomes act of the Parliament and the Law of the Land.

The House of Lords has more than 1000 members, although only about 250 take an active part in the work in the house. Members of this Upper House are not elected; they sit there because of their rank. The chairman of the House of Lords is the Lord Chancellor. And he sits on a special seat, called «Woolsack».

The members of the House of Lords debate the bill after it has been passed by the House of Commons. Some changes may be recommended and the agreement between the two houses is reached by negotiations.

### **BRITISH TRADITIONS AND CUSTOMS**

British nation is considered to be the most conservative in Europe. It is not a secret that every nation and every country has its own customs and traditions. In Great Britain people attach greater importance to traditions and customs than in other European countries. Englishmen are proud of their traditions and carefully keep them up. The best examples are their queen, money system, their weights and measures.

There are many customs and some of them are very old. There is, for example, the Marble Championship, where the British Champion is crowned; he wins a silver cup known among folk dancers as Morris Dancing. Morris Dancing is an event where people, worn in beautiful clothes with ribbons and bells, dance with handkerchiefs or big sticks in their hands, while traditional music-sounds.

Another example is the Boat Race, which takes place on the river Thames, often on Easter Sunday. A boat with a team from Oxford University and one with a team from Cambridge University hold a race.

British people think that the Grand National horse race is the most exciting horse race in the world. It takes place near Liverpool every year. Sometimes it happens the same day as the Boat Race takes place, sometimes a week later. Amateur riders as well as professional jockeys can participate. It is a very famous event.

There are many celebrations in May, especially in the countryside.

Halloween is a day on which many children dress up in unusual costumes. In fact, this holiday has a Celtic origin. The day was originally called All Halloween's Eve, because it happens on October 31, the eve of all Saint's Day. The name was later shortened to Halloween. The Celts celebrated the coming of New Year on that day.

Another tradition is the holiday called Bonfire Night. On November 5, 1605, a man called Guy Fawkes planned to blow up the Houses of Parliament where the king James 1st was to open Parliament on that day. But Guy Fawkes was unable to realize his plan and was caught and later, hanged. The British still remember that Guy Fawkes' Night. It is another name for this holiday. This day one can see children with figures, made of sacks and straw and dressed in old clothes. On November 5th, children put their figures on the bonfire, burn them, and light their fireworks.

In the end of the year, there is the most famous New Year celebration. In London, many people go to Trafalgar Square on New Year's Eve. There is singing and dancing at 12 o'clock on December 31st.

A popular Scottish event is the Edinburgh Festival of music and drama, which takes place every year. A truly Welsh event is the Eisteddfod, a national festival of traditional poetry and music, with a competition for the best new poem in Welsh. If we look at English weights and measures, we can be convinced that the British are very conservative people. They do not use the internationally accepted measurements. They have conserved their old measures. There are nine essential measures. For general use, the smallest weight is one ounce, then 16 ounce is equal to a pound. Fourteen pounds is one stone.

The English always give people's weight in pounds and stones. Liquids they measure in pints, quarts and gallons. There are two pints in a quart and four quarts or eight pints are in one gallon. For length, they have inches: foot, yards and miles.

## LONDON

As well as being the capital of England, London is the capital of the United Kingdom. London was founded by the Romans in 43 A.D. and was called Londinium. In 61 A.D. the town was burnt down and when it was rebuilt by the Romans it was surrounded by a wall. That area within the wall is now called the City of London. It is London's commercial and business centre. It contains the Bank of England, the Stock Exchange and the head offices of numerous companies and corporations. Here is situated the Tower of London.

The Tower was built by William the Conqueror who conquered England in 1066. He was crowned at Westminster Abbey. Now most of the Government buildings are located there.

During the Tudor period (16th century) London became an important economic and financial centre. The Londoners of the Elizabethan period built the first theatres. Nowadays the theatre land is stretched around Piccadilly Circus. Not far from it one can see the British Museum and the «Covent Garden» Opera House.

During the Victorian period (19th century) London was one of the most important centers of the Industrial Revolution and the centre of the British Empire. Today London is a great political centre, a great commercial centre, a paradise for theatre-goers and tourists, but it is also a very quiet place with its parks and its ancient buildings, museums and libraries.

## LONDON

London is the capital of Great Britain, its political, economic and commercial center. It's one of the largest cities in the world and the largest city in Europe. Its population is about 9 million. London is one of the oldest and most interesting cities in the world. Traditionally it's divided into several parts: the City, Westminster, the West End and the East End.

They are very different from each other and seem to belong to different towns and epochs. The heart of London is the City, its financial and business center. Numerous banks, offices and firms are situated there, including the Bank of England, the Stock Exchange and the Old Bailey. Few people live here, but over a million people come to the City to work. There are some famous ancient buildings within the City. Perhaps the most striking of them is St. Paul's Cathedral, the greatest of British churches. St. Paul's Cathedral has always dominated the center of London. It stands on the site of former Saxon and Norman churches. They latter were destroyed in the Great Fire and the present building, completed in 1710, is the work of the eminent architect Sir Christopher Wren. It is an architectural masterpiece.

Londoners have a particular affection for St. Paul's, which is the largest Protestant Church in England. Its high dome, containing the remarkable Whispering Gallery, is a prominent landmark towering above the multistoried buildings which line the river-bank.

The Tower of London was one of the first and most impressive castles built after the Norman invasion of England in 1066. Since the times of William I various kings have built and extended the Tower of London and used it for many purposes. The Tower has been used as a royal palace, an observatory, an arsenal, a state prison, and many famous and infamous people have been executed within its walls. It is now a museum. For many visitors the principal attraction is the Crown Jewels, the finest precious stones of the nation. A fine collection of armour is exhibited in the keep. The security of the Tower is ensured by a military garnison and by the Yeoman Warders or Beefeaters, who still wear their picturesque Tudor uniform.

Westminster is the historic, the governmental part of London. Westminster Abbey is a national shrine where the kings and queens are crowned and famous people are buried. Founded by Edward the Confessor in 1050, the Abbey was a monastery for along time. The present building dates largely from the times of Henry 3, who began to rebuild the church, a task which lasted nearly 300 years. The West towers were added in the eighteenth century. Since William I almost every English monarch has been

crowned in this great church, which contains the tombs and memorials of many of Britain's most eminent citizens: Newton, Darwin, Chaucer, Dickens, Tennyson, Kipling and etc. One of the greatest treasures of the Abbey is the oaken Coronation Chair made in 1300. The Abbey is also known for its Poet's Corner. Graves and memorials to many English poets and writers are clustered round about.

Across the road from Westminster Abbey is Westminster Palace, or the Houses of Parliament, the seat of the British Parliament. The Parliament of Great Britain and Northern Ireland consists of the House of Lords and the House of Commons. The House of Lords consists of just over 1,000 members of the different grades of nobility — dukes, marquises, earls, viscounts and barons.

The House of Commons consists of 650 members. They are elected by secret ballot by men and women aged 18 and over. Every Parliament is divided into Sessions. Each of these may last a year and usually begins early in November. The Clock Tower, which contains the hour-bell called Big Ben, is known over the world. The bell is named after Sir Benjamin Hall.

Buckingham Palace is the official residence of the Queen. The West End is the richest and most beautiful part of London. It is the symbol of wealth and luxury. The best hotels, shops, restaurants, clubs, and theatres are situated there. There are splendid houses and lovely gardens belonging to wealthy people.

Trafalgar Square is the geographical center of London. It was named in memory of Admiral Nelson's victory in the battle of Trafalgar in 1805. The tall Nelson's Column stands in the middle of the square. On the north side of Trafalgar Square is the National Gallery and the National Portrait Gallery.

Not far away is the British Museum — the biggest museum in London. It contains a priceless collection of ancient manuscripts, coins, sculptures, etc., and is famous for its library.

The East End is the poorest district of London. There are a lot of factories, workshops and docks here. The streets are narrow, the buildings are unimpressive. The East End is densely populated by working class families.

### **PLACES OF INTERESTS IN GREAT BRITAIN**

Britain is rich in its historic places which link the present with the past. The oldest part of London is Lud Hill, where the city is originated. About a mile west of it there is Westminster Palace, where the king lived and the Parliament met, and there is also Westminster Abby, the coronation church. Liverpool, the «city of ships», is England's second greatest port, ranking after London. The most interesting sight in the Liverpool is the docks. They occupy a river frontage of seven miles.

The University of Liverpool, established in 1903, is noted for its School of Tropical Medicine. And in the music world Liverpool is a well-known name, for it's the home town of «The Beatles».

Stratford-on-Avon lies 93 miles north-west of London. Shakespeare was born here in 1564, and here he died in 1616.

Cambridge and Oxford Universities are famous centers of learning. Stonehenge is a prehistoric monument, presumably built by Druids, members of an order of priests in ancient Britain. Tintagel Castle is King Arthur's reputed birthplace. Canterbury Cathedral is the seat of the Archbishop of Canterbury, head of the Church of England.

The British Museum is the largest and richest museum in the world. It was founded in 1753 and contains one of the world's richest collections of antiquities. The Egyptian Galleries contain human and animal mummies. Some parts of Athens' Parthenon are in the Greek section.

Madam Tussaud's Museum is an exhibition of hundreds of life-size wax models of famous people of yesterday and today. The collection was started by Madam Tussaud, a French modeller in wax, in the 18th century. Here you can meet Marilyn Monroe, Elton John, Picasso, the Royal Family, the Beatles and many others: writers, movie stars, singers, politicians, sportsmen, etc.

### **5. Подготовка к экзамену**

Подготовка к экзамену включает в себя повторение всех изученных тем курса.

Билет на экзамен включает в себя тест и практико-ориентированное задание.

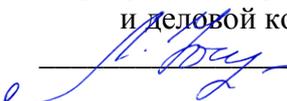
<i>Наименование оценочного средства</i>	<i>Характеристика оценочного средства</i>	<i>Методика применения оценочного средства</i>	<i>Наполнение оценочного средства в КОС</i>	<i>Составляющая компетенции, подлежащая оценки</i>
<b>Экзамен:</b>				
Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Тест состоит из 20 вопросов.	КОС - тестовые задания	Оценивание уровня знаний, умений, владений
Практико-ориентированное задание	Задание, в котором обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию	Количество заданий в билете – 1. Предлагаются задания по изученным темам в виде практических ситуаций.	КОС-Комплект заданий	Оценивание уровня знаний, умений и навыков

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой иностранных языков  
и деловой коммуникации

 Юсупова Л. Г.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ**

### **Б1.Б.1.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК**

Специальность:

***21.05.02 Прикладная геология***

Специализация №4

***Прикладная геохимия, минералогия, петрология***

форма обучения: очная

Автор: Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрены на заседании кафедры

*Иностранных языков и деловой*

*коммуникации*

*(название кафедры)*

Протокол № 184 от 17.04.2019

*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

## СОДЕРЖАНИЕ

ТЕМА 1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья).....	3
1.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы .....	3
1.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции .....	5
1.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения .....	6
ТЕМА 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование) .....	35
2.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы .....	35
2.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции .....	36
2.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения .....	38
ТЕМА 3. Социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир) .....	53
3.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы .....	53
3.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции .....	54
3.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения .....	58
ТЕМА 4. Профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность) .....	74
4.1 Лексические единицы, необходимые для освоения темы .....	74
4.2 Устные темы для развития коммуникативной компетенции .....	82
4.3 Систематизация грамматического материала: теория и упражнения .....	82

## **ТЕМА 1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)**

### **Тематика общения:**

1. Я и моя семья.
2. Дом, жилищные условия.
3. Мой рабочий день.
4. Досуг и развлечения.

### **Проблематика общения:**

1. Взаимоотношения в семье, семейные традиции.
2. Устройство квартиры/загородного дома.
3. Рабочий день студента.
4. Досуг в будние и выходные дни, активный и пассивный отдых.

### **1.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:**

<b>родственник</b>	relative, relation
<b>родители</b>	parents
<b>мать (мама)</b>	mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
<b>отец (папа)</b>	father (dad, daddy, papa, pa)
<b>жена</b>	wife
<b>муж</b>	husband
<b>супруг(а)</b>	spouse
<b>ребенок, дети</b>	child, children
<b>дочь</b>	daughter
<b>сын</b>	son
<b>сестра</b>	sister
<b>брат</b>	brother
<b>единственный ребенок</b>	only child
<b>близнец</b>	twin
<b>близнецы, двойняшки</b>	twins
<b>брат-близнец</b>	twin brother
<b>сестра-близнец</b>	twin sister
<b>однойцевые близнецы</b>	identical twins
<b>тройняшки</b>	triplets
<b>бабушка и дедушка</b>	grandparents
<b>бабушка</b>	grandmother (grandma, granny, grandmamma)
<b>дедушка</b>	grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
<b>внуки</b>	grandchildren
<b>внучка</b>	granddaughter
<b>внук</b>	grandson
<b>прабабушка</b>	great-grandmother
<b>прадедушка</b>	great-grandfather
<b>прабабушка и прадедушка</b>	great-grandparents
<b>правнуки</b>	great-grandchildren
<b>тётя</b>	aunt
<b>дядя</b>	uncle
<b>крестный (отец)</b>	godfather
<b>крестная (мать)</b>	godmother
<b>отчим, приемный отец</b>	stepfather
<b>мачеха, приемная мать</b>	stepmother
<b>сводный брат</b>	stepbrother
<b>сводная сестра</b>	stepsister
<b>брат по одному из родителей</b>	half-brother
<b>сестра по одному из родителей</b>	half-sister

<b>приемный, усыновленный сын</b>	adopted son
<b>приемная, удочеренная дочь</b>	adopted daughter
<b>приемный ребенок</b>	adopted child
<b>патронатная семья, приемная семья</b>	foster family
<b>приемный отец</b>	foster father
<b>приемная мать</b>	foster mother
<b>приемные родители</b>	foster parents
<b>приемный сын</b>	foster son
<b>приемная дочь</b>	foster daughter
<b>приемный ребенок</b>	foster child
<b>неполная семья (с одним родителем)</b>	single-parent family
<b>родня</b>	the kin, the folks
<b>племянница</b>	niece
<b>племянник</b>	nephew
<b>двоюродный брат</b>	cousin (male)
<b>двоюродная сестра</b>	cousin (female)
<b>двоюродный брат (сестра), кузен (кузина)</b>	first cousin
<b>троюродный брат (сестра)</b>	second cousin
<b>четвероюродный брат (сестра)</b>	third cousin
<b>родня со стороны мужа или жены</b>	in-laws
<b>свекровь</b>	mother-in-law (husband's mother)
<b>свёкор</b>	father-in-law (husband's father)
<b>тёща</b>	mother-in-law (wife's mother)
<b>тесть</b>	father-in-law (wife's father)
<b>невестка, сноха</b>	daughter-in-law
<b>зять</b>	son-in-law
<b>шурин, свояк, зять, деверь</b>	brother-in-law
<b>свояченица, золовка, невестка</b>	sister-in-law
<b>семейное положение</b>	marital status
<b>холостой, неженатый, незамужняя</b>	single
<b>женатый, замужняя</b>	married
<b>брак</b>	marriage
<b>помолвка</b>	engagement
<b>помолвленный, обрученный</b>	engaged
<b>развод</b>	divorce
<b>разведенный</b>	divorced
<b>бывший муж</b>	ex-husband
<b>бывшая жена</b>	ex-wife
<b>расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей</b>	separated
<b>вдова</b>	widow
<b>вдовец</b>	widower
<b>подружка, невеста</b>	girlfriend
<b>друг, парень, ухажер</b>	boyfriend
<b>любовник, любовница</b>	lover
<b>ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный</b>	fiance
<b>свадьба</b>	wedding
<b>невеста на свадьбе</b>	bride
<b>жених на свадьбе</b>	(bride)groom
<b>медовый месяц</b>	honeymoon

## **1.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:**

### **My family**

My name is Vladimir Petrov. I am ... years old. I was born in 19... in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20... I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

### **My student's life**

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV

programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

### *My flat*

I live in Ekaterinburg in a sixteen-storied dwelling house in the center of the city. Five years ago our old wooden house was pulled down & we moved here into three-room flat with all modern conveniences.

Now we have running water, gas, electricity, central heating & a refuse chute. We live on the top floor & from the balcony we have a good view of the park. Besides we needn't mount the staircase because there is a lift to take us up.

The entrance hall is rather small. There is a hallstand & a mirror-stand there.

The sitting-room is a spacious simply furnished room. The floor spacious is about 15 square meters. It is not overcrowded with furniture. Everything fits in well. Nothing is out of place here. Next to the window there is a sofa with a stand – lamp. The bookcase in the corner of the room is full of books. On the left there are two comfortable arm-chairs opposite the TV-set & leaf – table.

In the bedroom we have dark brown suite of furniture of the latest model & thick carpet. Near the wall there is a divan-bed. In the built-in-wardrobe we keep our clothes & bed linen.

The adjoining room is the children's room. The bright pattern of the curtains & of wall paper makes the room look gay. There is a writing desk with a desk lamp, a small sofa & a lot of toys there.

In the kitchen there is a fridge, a cupboard, a kitchen table & a gas-stove. Over the sink there is a plate-rack. All kitchen utensils are close at hand.

In the corridor there is a built-in-closet, where we keep our vacuum-cleaner, electric iron & other household objects.

In the bathroom there is a bath-tub & a shower, a towel-rack & a wash-basin with a shelf above it. There tooth-brushes, a cake of soap & some shaving articles on it. Near the bath-room there is a lavatory.

There is nothing special about our flat, no rich decorations but we are accustomed to it & cannot compare it to the old one.

### **1.3 Систематизация грамматического материала:**

1. Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях. Порядок слов в вопросительном предложении. Безличные предложения.

2. Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные).

3. Имя существительное. Артикли (определенный, неопределенный, нулевой).

4. Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*.оборот *there+be*.

5. Имя прилагательное и наречие. Степени сравнения. Сравнительные конструкции.

6. Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат).

### **Порядок слов в английском предложении**

В русском языке, благодаря наличию падежных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III Дополнение</b>	<b>IV</b>
----------	-----------	-----------------------	-----------

					Обстоятельство
Подлежащее	Сказуемое	Косвенное без предлога	Прямое	Косвенное с предлогом	
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

### **Вопросительное предложение**

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол to do в требуемой форме - do/does/did.

### **Общие вопросы**

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher?  
- Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:  
You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.

Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?

Примеры с модальными глаголами:

She can drive a car. – Она умеет водить машину.

Can she drive a car? - Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot )

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.

Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?

Do you speak English well? - Ты хорошо говоришь по-английски?

### **Ответы на общие вопросы**

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not

Например: Are you a student? - Ты студент?

Yes, I am. - Да.; No, I am not. - Нет.

Do you know him? – Ты знаешь его?

Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

### Специальные вопросы

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.

Специальные вопросы могут начинаться словами:

who? – кто? whom? – кого? whose? – чей? what? – что? какой? which? –  
который?

when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?

how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго?

сколько времени?

how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

#### Вопрос к прямому дополнению:

What are you reading? Что ты читаешь?

What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

#### Вопрос к обстоятельству

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.

When will he come back? – Когда он вернется?

What did he do it for? Зачем он это сделал?

Where are you from?

#### Вопрос к определению

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?

Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

#### Вопрос к сказуемому

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: "Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?", например:

What does he do? Что он делает?

#### Специальные вопросы к подлежащему

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)

what – что (для неодушевленных существительных)

The teacher read an interesting story to the students yesterday.

Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):

Who is reading this book? Кто читает эту книгу?

Who goes to school?

### **Альтернативные вопросы**

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:  
Is he reading or is he writing?

Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):

Is he reading or writing?

### **Разделительные вопросы**

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводиться на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:

You speak French, don't you? You are looking for something, aren't you? Pete works at a plant, doesn't he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:

It is not very warm today, is it? John doesn't live in London, does he?

### ***Выполните упражнения на закрепление материала:***

#### ***1. Write questions and answers for the following statements, as in the example.***

- 1 Paul was tired when he got home.  
...*Was Paul tired when he got home? Yes, he was...*
- 2 They live in London.
- 3 She can't play the piano.
- 4 The film starts at nine o'clock.
- 5 You had an English lesson last night.
- 6 She has got blue eyes.
- 7 We didn't want to go to the beach.
- 8 He should follow the doctor's advice.

**2. Write the short form of the following negative questions**

- 1 Can they not decide where to go on holiday?  
... *Can't they decide where to go on holiday?*...
- 2 Did Claire not invite you to her party?
- 3 Do you not enjoy watching horror films?
- 4 Have you not finished your homework yet?
- 5 Can she not go to town on her own?
- 6 Does he not know where we live?
- 7 Has Sue not done the shopping for you?
- 8 Did he not give you any details?

**3. Fill in the gaps with the correct question word(s).**

A: Now for the general knowledge part of the quiz.

1) ... *What...* is the capital of Egypt?

B: Cairo.

A: That's correct. 2) ... can you see the Mona Lisa?

B: In the Louvre, in Paris.

A: Well done, that's right. 3) ... wrote 'Romeo and Juliet'?

B: Charles Dickens.

A: No, that's incorrect. It was Shakespeare. 4) ... are the Olympic Games held?

B: Every four years.

A: Correct. 5) ... did the Second World War begin?

B: I think it was in 1939.

A: Yes, you're right. And the final question in this round is: 6) ... players are there in a hockey team?

B: Eleven.

A: Correct. Well, at the end of that round, Contestant 2 has the most points, so he goes through to the final round to play for our star prize.

**4. Fill in who, whose, what, which, where, when, how long, how often, what time, why, how much or how many.**

is your jacket?' 'It's the red one.'

1. '... *Which...* is your jacket?' 'It's the red one.'
2. '...is your birthday?' 'It's next week.'
3. '... is Mary?' 'She's in her bedroom.'
4. '... have you been waiting?' 'Only five minutes.'
5. '... do you go shopping?' 'Once a week.'
6. '... are you doing at the moment?' 'I'm watching TV.'
7. '... are you writing to?' 'Uncle Tom.'
8. '...do you start work?' 'At nine o'clock in the morning.'
9. '... pieces of toast do you want?' 'Two, please.'
10. '... isn't she at work today?' 'Because she's ill.'
11. '... did you spend last month?' 'About £500.'
12. '... party are you going tonight?' 'Alison's'

**5. Fill in the gaps with what, which or how.**

1 A: ... *What...* do you want to do when you leave school?

B: I'm not really sure. I'd like to be a vet.

2 A: ... bag do you prefer - the black one or the brown one?

B: I like the black one best.

3 A: ... old are you?

B: It was my birthday last week. Now I'm fifteen.

4 A: ... did you get my telephone number?

B: I looked in the staff address book.

5 A: ... shall we do on Saturday?

B: Let's just stay at home and watch a video.

- 6 A: ... house did you prefer — the one we saw first or second?  
 B: I didn't like either. We'll have to keep looking.
- 7 A: ... many pairs of shoes did you buy last year?  
 B: Only two. One in the summer and one in the winter.
- 8 A: ... is your favourite food?  
 B: Roast chicken.

**6. Write questions to which the words in bold are the answers.**

- 1 **The tiger** is the largest member of the cat family.  
 ... *Which is the largest member of the cat family?...*
- 2 A mature male tiger weighs **between 160 and 230 kg**.
- 3 Tigers are usually **orange with black stripes**.
- 4 Tigers live **in Russia, China, India and South-East Asia**.
- 5 **The Javan tiger, the Bali tiger and the Caspian tiger** are extinct.
- 6 Tigers eat **a variety of smaller animals, including deer**.
- 7 Tigers can produce young **at any time of year**.
- 8 Tigers usually have **two or three** cubs at a time.
- 9 Tigers live **for an average of eleven years**.
- 10 Tigers are hunted **for sport or for their fur**.

**7. Write questions to which the words in bold are the answers.**

Claudette is **32 years old**. She lives **in Paris, France**, and has lived there **since she was 5 years old**. Claudette works as **a lawyer** for a successful law firm, and she travels to work **by car** every day. Claudette is married. Her husband's name is **Jean**. They have **two** dogs. She loves **to take the dogs for long walks** every evening **after work**. Claudette has several hobbies, such as **reading and playing the piano**, but her **favourite hobby is cooking**. Jean thinks this is good, too, **because he gets to eat the wonderful meals she makes**.

**8. Write questions to which the words in bold are the answers.**

- 1 **The Petersons** have bought a dog.  
 ... *Who has bought a dog?...*
- 2 The Petersons have bought **a dog**.  
 ... *What have the Petersons bought?...*
- 3 Rachel is writing **a letter**.
- 4 **Rachel** is writing a letter.
- 5 **Brian** likes this car.
- 6 Brian likes **this car**.
- 7 Dad broke **the window**.
- 8 **Dad** broke the window.
- 9 **Mother** will make a birthday cake.
- 10 Mother will make **a birthday cake**.
- 11 **Robin** is going to bake some biscuits.
- 12 Robin is going to bake **some biscuits**.

**9. Write questions to which the words in bold are the answers.**

- 1 Wendy doesn't agree with **her friend's decision**.  
 ... *What doesn't Wendy agree with?...*
- 2 James is listening to **some old records**.
- 3 Sharon is waiting for **the bus**.
- 4 The boys were talking about **football**.
- 5 She has got a letter from **her pen-friend**.
- 6 Martin is thinking about **his holiday**.
- 7 This jacket belongs to **Stacey**.
- 8 Pauline was married to **Nigel**.

**10. Complete the questions.**

- 1 There are two books. The one on the table is Sue's.

- a) 'Which ...*book is Sue's...*?' 'The one on the table.'  
 b) 'Whose ...*book is on the table...*?' 'Sue's.'  
 2 Steven wrote four letters.  
 a) 'Who ... ?' 'Steven.'  
 b) 'How many ... ?' 'Four.'  
 3 Teresa is going to wash the car.  
 a) 'Who ... ?' 'Teresa.'  
 b) 'What ... ?' 'The car.'  
 4 Kate visited John in hospital yesterday.  
 a) 'Who ... ?' 'Kate.'  
 b) 'Who ... ?' 'John.'  
 5 David has taken Frank's new CD.  
 a) 'Whose ...?' 'Frank's.'  
 b) 'Who ...?' 'David.'  
 6 Alice is going to the cinema tonight.  
 a) 'Who ...?' 'Alice.'  
 b) 'Where ...?' 'The cinema.'

### Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением *it*. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: *It is/(was) winter.* (Была) Зима. *It often rains in autumn.* Осенью часто идет дождь. *It was getting dark.* Темнело. *It is cold.* Холодно. *It snows.* Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: *It is early morning.* Раннее утро. *It is five o'clock.* Пять часов. *It is two miles to the lake.* До озера две мили. *It is late.* Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: *It was easy to do this.* Было легко сделать это. *It was clear that he would not come.* Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: *It is said he will come.* Говорят, он придет.

### Местоимение. The Pronoun.

#### Классификации местоимений.

1	<b>personal</b>	личные
2	<b>possessive</b>	притяжательные
3	<b>demonstrative</b>	указательные
4	<b>indefinite and negative</b>	неопределенные и отрицательные
5	<b>quantifiers</b>	количественные
6	<b>reflexive</b>	возвратные
7	<b>reciprocal</b>	взаимные
8	<b>relative</b>	относительные
9	<b>defining</b>	определятельные
10	<b>interrogative</b>	вопросительные

#### I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		Объектный падеж	
<b>I</b>	я	<b>me</b>	мне, меня
<b>he</b>	он	<b>him</b>	его, ему



<b>any</b>	<b>anything</b> - что-то, что-нибудь
<b>thing</b>	
<b>no</b>	<b>nothing</b> - ничего, ничто
<b>every</b>	<b>everything</b> - все
<b>Body/one</b> - для одушевленных (кто-то):	
<b>some</b>	<b>somebody/someone</b> – кто-то, кто-нибудь
<b>any</b>	<b>anybody/anyone</b> - кто-то, кто-нибудь
<b>body/one</b>	
<b>no</b>	<b>nobody / no one</b> - никого, никто
<b>every</b>	<b>everybody /everyone</b> – все, каждый
<p>Местоимение <b>some</b> и основа <b>body</b> должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо <b>somebody</b> – кто-то, получится <b>some body</b> - какое-то тело,  <b>Something/somebody/someone</b> - в утвердительных предложениях, <b>anything/anybody/anyone</b> - в отрицательных и вопросительных предложениях, <b>nothing/nobody/no one</b> – в отрицательных.  <b>Anything/anybody/anyone</b> - также используются в утвердительных предложениях, но в значении <i>что угодно/кто угодно</i></p>	

<b>somewhere</b> - где-нибудь, куда-нибудь	<b>anywhere</b> - где угодно
<b>nowhere</b> - нигде	<b>everywhere</b> - везде

#### V. Количественные (quantifiers) местоимения

<p><b>Many</b> и <b>much</b> - оба слова обозначают “ много”, С исчисляемыми существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово <b>many</b>, а с неисчисляемыми - слово <b>much</b>.</p>	
<p><b>many girls</b> - много девочек  <b>many boys</b> - много мальчиков  <b>many books</b> - много книжек</p>	<p><b>much snow</b> - много снега  <b>much money</b> - много денег  <b>much time</b> - много времени</p>
<p><b>How many?</b> } сколько?  <b>How much?</b> }</p>	<p><b>How many girls?</b> - Сколько девочек?  <b>How much sugar?</b> - Сколько сахара?  <b>How much sugar?</b> - Сколько сахара?</p>
<p><b>a lot of...</b> - много - используется и с исчисляемыми, girls – много девочек  и с неисчисляемыми существительными <b>a lot of</b>  a lot без (of) используется и без существительного. sugar - много сахара  <b>Сравните:</b> He writes <b>a lot of</b> funny stories. Он пишет много забавных рассказов.  He writes <b>a lot</b>. Он много пишет.</p>	
<p style="text-align: center;"><u>В утвердительных</u> предложениях используйте <b>a lot of</b>.  <u>В отрицательных</u> и в вопросительных <b>many/much</b>,  <b>Сравните:</b>  (+)  My grandmother often cooks <b>a lot of</b> tasty things. Моя бабушка часто готовит много вкусного.  (-)  But we don't eat <b>much</b>. Но мы не едим много. (?) Do you eat much? Вы много едите?  Иногда слова <b>much</b> и <b>a lot</b> являются синонимами слова “часто”:  Do you ski <b>much</b>? Вы много (часто) катаетесь на лыжах? No, not much (= not often). Нет, не часто.</p>	

#### Few, little, a few, a little

С неисчисляемыми существительными используйте слово **little** (мало),  
а с исчисляемыми - **few** (мало).

<p><b>few books</b> - мало книг  <b>few girls</b> - мало девочек  <b>few boys</b> - мало мальчиков</p>	<p><b>little time</b> - мало времени  <b>little money</b> - мало денег  <b>little snow</b> - мало снега</p>
<p><b>little</b> } мало (т.е. надо еще)</p>	<p><b>a little</b> } немного (т.е. пока хватает)</p>

few	a few
-----	-------

### VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением - **self** в единственном числе и - **selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	Возвратное местоимение	Пример	Перевод
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

### VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

**Each other** - друг друга (относится к двум лицам или предметам).

**One another** - друг друга (относится к большему количеству лиц или предметов).

**They spoke to each other rather friendly.** Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.

**They always help one another.** Они всегда помогают друг другу.

### VIII. Относительные (relative) местоимения

Who (whom), whose, which, that

who	Именительный падеж <u>who</u> (подлежащее) <b>The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister.</b> Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.
	Объектный падеж <u>whom</u> (дополнение) <b>The man <u>whom</u> I love the best is your brother.</b> Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.
which	Для неодушевленных предметов и животных <b>The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice.</b> Цветы, которые ты мне принес, очень милые.
whose	Для одушевленных существительных <b>This is the man <u>whose</u> book we read yesterday.</b> Это человек, книгу которого мы читали вчера.
	Для неодушевленных существительных <b>We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow.</b> Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.
that	Для одушевленных существительных <b>This is the man <u>that</u> we saw yesterday.</b> Это мужчина, которого мы видели вчера.
	Для неодушевленных существительных <b>This is the film <u>that</u> we saw yesterday.</b> Это фильм, который мы видели вчера.

### IX. Определительные (defining) местоимения

#### all

Употребление	Примеры	Перевод
определяет неисчисляемые существительные	He spent <b>all his</b> time fishing on the lake.	Он провел все свое время, ловя рыбу на озере.
определяет исчисляемые существительные	<b>All the</b> boys like football. (the после all!)	Все мальчишки любят футбол.
<b>all = everything</b>	I know <b>all/everything</b> .	Я знаю всё.
<b>all = everybody</b>	<b>All</b> were hungry. <b>Everybody</b> was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
<b>we all = ail of us</b> <b>you all = all of you</b> <b>they all = ail of them</b>	We <b>all</b> love you very much = <b>All</b> of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

#### both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	<b>Both (the/my) friends</b> like football.	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	<b>Both these/the men</b> are Russian.	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	<b>He gave me two apples.</b> <b>Both</b> were sweet.	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	<b>They both (both of them) came</b> to visit us.	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции <b>both...and.</b>	<b>Both mother father</b> were at home	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях <b>вместо both</b> используется <b>neither</b>	<b>Both of them</b> know English. <b>Neither of them</b> know English.	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

#### either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
<b>either</b>	любой из двух (артикль не ставится)	<b>I've got 2 cakes.</b> <b>Take either cake.</b>	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	<b>There are windows on either side</b> of the house.	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	<b>Either of dogs</b> is always hungry.	Любая из собак вечно голодная.
<b>neither</b>	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	<b>Neither of examples</b> is correct.	Ни один из примеров не верен.
	в констр. <b>neither.. nor</b> (ни.. ни)	<b>I like neither tea, nor coffee.</b>	Я не люблю ни чай, ни кофе.

#### other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
<b>the other</b>	другой (второй), другой из двух	<b>You've got 2 balls: one and the other.</b>	У тебя 2 мяча: один и другой.
<b>another</b>	другой из многих, еще один	<b>Take another ball.</b>	Возьми другой мяч.

			(Любой, но не этот.)
<b>other</b>	другие (любые), не последние	<b>Take other 2 balls.</b>	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)
<b>the others</b>	другие (определенные)	<b>There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.</b>	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.

### X. Вопросительные (interrogative) местоимения

<b>what</b>	что	<b>What's this?</b>	Что это?
<b>which</b>	который	<b>Which of them?</b>	Который из них?
<b>who</b>	кто, кого	<b>Who was that?</b>	Кто это был?
<b>whom</b>	кого	<b>Whom did you meet?</b>	Кого ты встретил?
<b>whose</b>	чей	<b>Whose book is it?</b>	Чья это книга?

### Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	<b>Изменяется</b>	<b>Изменяется</b>
Падеж	<b>Изменяется</b>	<b>Не изменяется</b>

### Выполните упражнения на закрепление материала:

#### . Fill in the gaps with the correct subject or object pronoun.

- A: Do your brothers play football?  
B: Yes, ...*they*... play ... all the time ... think ...'s a brilliant game.
- A: Does Susan eat chocolate?  
B: Yes ... eats ... all the time ... says ...'s her favourite food.
- A: Do your parents know Mr. Jones?  
B: Yes, ... know ... very well ... lives next door to ... .
- A: Does Claire like David?  
B: No, ... doesn't like ... very much. ... says ...'s too noisy.
- A: Do you listen to rock music?  
B: Yes, ... listen to ... all the time. ... think ...'s fantastic.
- A: Does Tony enjoy fishing?  
B: Oh, yes ... enjoys ... very much. .... says ... relaxes him.

#### 2. Fill in the gaps with *there* or *it*.

- By the time I got home, ...*it*... was nearly ten o'clock.
- 'Is ... your birthday today?' No, ... was last week.'
- Come here, Simon ... is someone here to see you. I think ... is your friend, Rod.
- ... wasn't warm enough to go to the beach, so we went to the cinema.
- ... wasn't very much money left after I had paid for the shopping.

#### 3. Fill in the gaps with *one* or *it*.

- A: I need a loaf of bread.  
B: I'll buy ...*one*... this afternoon.
- A: Is the phone ringing?  
B: I can't hear ... .
- A: 'Titanic' is an amazing film.  
B: I know. I've seen ... twice.
- A: When was the last time you read a book?  
B: I haven't read ... for months.

- 5 A: Have you got a car?  
B: No. I can't afford ... .
- 6 A: Do you like the new Rolling Stones CD?  
B: I haven't heard ... yet.
- 7 A: I need a dress for the party.  
B: I'll lend you ... .

**4. Fill in the correct possessive adjective or pronoun.**

- 1 A: Have you met ...*your*... new neighbours yet?  
B: No. I've seen ... children in the garden, though.
- 2 A: You took ... coat home last night.  
B: I know, I'm sorry. I thought it was ... because they're both black.
- 3 A: What's wrong with Rosie?  
B: Oh, she's been having problems with ... back recently.
- 4 A: James is doing well at school.  
B: I know ... teacher says he's very advanced for his age.
- 5 A: Is this bag ... ?  
B: Oh, yes, thank you. I nearly forgot it.
- 6 A: Julie and Frank are so lucky ... house is beautiful.  
B: Yes, and it's so much bigger than ... I envy them.
- 7 A: I like ... shirt. It's like Sandra's.  
B: Actually, it is ... I borrowed it from her yesterday.
- 8 A: Why did you lend Tom ... car?  
B: Because ... is being repaired at the moment.

**5. Fill in *its* or *it's*.**

- 1 The car is nice to drive, but I don't like ...*its*... colour.  
2 This town is wonderful ... got lots of shops!  
3 I'm staying at home today because ... cold outside.  
4 Let's go in here ... my favourite restaurant.  
5 A bird has built ... nest in our garden.  
6 The company I work for has changed ... name.

**6. Fill in a possessive adjective or *the*.**

- 1 A dog bit him on ...*the*... leg.  
2 I banged ... head on the cupboard door.  
3 Karen put ... arm around Jane's shoulder.  
4 Don't put ... feet on the table!  
5 You shouldn't have punched Tom in ... stomach.  
6 Paul patted Lisa on ... shoulder.

**7. Fill in the gaps with *of* where necessary, and *my*, *your*, etc. own.**

- 1 John doesn't live with his parents any more. He's got a flat ...*of his own*...  
2 She doesn't travel by bus any more because she's got ... car.  
3 I don't need to borrow your umbrella. I've got one ... .  
4 Haven't you got ... pen? You're always borrowing mine.  
5 My job includes doing research in ... time.  
6 Sam is tired of using his friend's computer, so he is going to buy one... .  
7 The couple moved into ... house after they got married.  
8 Don't let the dog sleep on your bed. It's got a bed ... .

**8. Connect the nouns using *'s*, *'* or ...*of*...**

- 1 car/Helen ...*Helen's car*...  
2 the manager/the restaurant  
3 shoes/women  
4 the results/the test  
5 bicycles/my daughters

- 6 secretary/the assistant manager  
 7 the corner/the room  
 8 house/their parents  
 9 the back/the classroom  
 10 shoes/William  
 11 walk/an hour  
 12 partner/Jim  
 13 Rome/the streets  
 14 UN/headquarters

**9. Rewrite the sentences using the correct possessive form.**

- 1 Nobody went to **the meeting last week**.  
 ...*Nobody went to last week's meeting....*  
 2 The **drive** to the airport takes **two hours**.  
 3 They will get their exam results **six weeks from now**.  
 4 I look after **James - Karen — children**.  
 5 I received the letter in **the post - yesterday**.  
 6 It's autumn. **The tree - the leaves** are falling off.  
 7 Graham never listens to **his doctor - the advice**.  
 8 Are you going to **Jane - Paula - the party**?  
 9 He has never done a hard **day of work** in his life.  
 10 At the moment I'm staying with **a friend - my**.  
 11 I think I'll order **the special of today**.  
 12 The man knocked on **the house - the door**.  
 13 The ticket inspector looked at **the people – the tickets**.  
 14 **Mrs Jones - Miss Smith - cars** are being serviced.  
 15 **The sales target this month** is two million pounds.

**10. Fill in the gaps with the correct reflexive pronoun.**

- 1 The girl has hurt ... *herself*... .  
 2 He put the fire out by ...  
 3 She is looking at ... in the mirror.  
 4 They are serving ...  
 5 He cooked the food by ...  
 6 They bought this house for ...  
 7 They are enjoying ...  
 8 He introduced ...

**The Plural Form of Nouns**

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
после глухих согласных	<b>a book - books</b> <b>a cup - cups</b>	<b>книга - книги</b> <b>чашка - чашки</b>
после звонких согласных и гласных -	a name - names a girl - girls	<b>имя - имена</b> <b>девочка - девочки</b>
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -у: 1) гласная +у	<b>a toy - toys</b> <b>a boy - boys</b>	игрушка - игрушки мальчик - мальчики

2) согласная + у	<b>a family - families</b> <b>a story - stories</b>	<b>семья - семьи</b> <b>история - истории</b>
слово заканчивается на <i>-file</i>	<b>a leaf - leaves</b> <b>a shelf - shelves</b>	лист - листья полка - полки

Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	Мн. число	Перевод
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
<b>ox</b>	oxen	<b>бык - быки</b>
<b>tooth</b>	teeth	<b>зуб - зубы</b>

Слова - заместители существительных **Substitutions: one/ones**

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать *one* (в единственном числе) и *ones* (во множественном числе):

This table is bigger than that one - Этот стол больше, чем тот (стол).

These tables are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

**Со словами one/ones может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.**

**What apple do you want?**  
**Какое ты хочешь яблоко?**  
**The red one. Красное.**

**What apples do you want?**  
**Какие яблоки ты хочешь?**  
**The red ones. Красные.**

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски.	This girl speaks English well.
Р. п. Это собака той девочки.	It's a dog of that girl.
Д. п. Я дал яблоко той девочке. .	I gave an apple to that girl.
В. п. Я вижу маленькую девочку. .	I can see a little girl.
Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой.	I like to play with this girl.
П. п. Я часто думаю об этой девочке.	I often think about this girl.

**Притяжательный падеж. The Possessive Case**

**Образование притяжательного падежа**

	Образование	Примеры	Перевод
существительные в единственном числе	's	<b>bird's house</b> <b>child's ball</b>	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений)	's	<b>children's ball</b> <b>women's rights</b>	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	'	<b>girls' toy</b> <b>birds' house</b>	игрушка девочек домик птичек

Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,

my mother's book - мамина книга,

this girl's ball - мячик девочки,

the bird's house - домик птички

Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог of:

the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное door-handle,

**Выполните упражнения на закрепление материала:**

**1. Fill in the gaps with an appropriate noun + of to indicate quantity.**

- 1 a ... carton/glass/jug of ... orange juice
- 2 a ... cheese
- 3 a ... bread
- 4 a ... coffee
- 5 a ... water
- 6 a ... wine
- 7 a ... chocolate
- 8 a ... crisps
- 9 a ... honey
- 10 a ... meat
- 11 a ... spaghetti
- 12 a ... flour

**2. Fill the gaps with a, an, or some where necessary.**

- 1 a) We had ...some... delicious food last night,  
b) We had ...a... delicious meal last night.
- 2 a) There is ... beautiful furniture in that shop,  
b) There is ... beautiful table in that shop.
- 3 a) I'm thirsty. I need ... drink.  
b) I'm thirsty. I need ... water.
- 4 a) She's just bought ... expensive clothes.  
b) She's just bought ... expensive dress.
- 5 a) They booked ... room in advance.  
b) They booked ... accommodation in advance
- 6 a) The band played ... lovely song.  
b) The band played ... lovely music.
- 7 a) We had ... heatwave last week.  
b) We had ... hot weather last week.
- 8 a) I can't do this job alone. I need ... assistant  
b) I can't do this job alone. I need ... help.
- 9 a) He has got ... heavy luggage to carry.  
b) He has got ... heavy suitcase to carry.
- 10 a) I need ... cutlery to eat this food with.  
b) I need ... knife and fork to eat this food with.
- 11 a) She has got ... important job to do.  
b) She has got ... important work to do.
- 12 a) He found ... coin on the ground.  
b) He found ... money on the ground.

**3. Complete the sentences using the noun in brackets in the singular or plural form and a/an where necessary.**

1. He gave me a box' of my favourite ...chocolates.... (chocolate)
2. His favourite food is ... . (chocolate)
3. She bought ... on her way to work. (paper)
4. He placed all the important ... in his briefcase. (paper)
5. I need some ... to write this message on. (paper)
6. Hurry up! We don't have much .... (time)
7. She has visited us several ... this month. (time)
8. He has no ... but he is keen to learn. (experience)
9. She had a lot of exciting ... during her travels. (experience)
10. We went far a walk in the ... after lunch. (wood)
11. His desk is made of ..... . (wood)
12. Jane is in her... reading a book. (room)
13. We have got plenty of ... for a party in here. (room)
14. I am going to have my ... cut tomorrow. (hair)
15. There was ...in my soup. (hair)
16. I'm thirsty. I need ... of water. (glass)
17. Susan only wears her ... when she reads. (glass)
18. This ornament is made of coloured ..... (glass)
19. Helen bought ... in the sale at the electrical store. (iron)
20. The old gate was made of ... .(iron)

**4. Cross out the expressions which cannot be used with the nouns, as in the example.**

- 1 There are **several, many, much, plenty of, too little** things you can do to help.
- 2 He has met **a couple of, a few, very little, plenty of, too much** interesting people.
- 3 She earns **few, hardly any, plenty of, several, a great deal** of money.
- 4 We have got **no, many, lots of, a great deal of, a few** work to do.
- 5 Don't worry, there's **a little, plenty of, a couple of, many, a lot of** time.
- 6 **Both, Several, A large quantity of, Plenty of, Too much** students applied for the course.
- 7 He's got **no, hardly any, a little, some, a small amount of** qualifications.
- 8 She's got **hardly any, several, a little, a few, a lot of** experience in dealing with customers.
- 9 There is **too much, a lot of, hardly any, few, several** salt in this soup.
- 10 There is **a little, many, too much, a great number of, some** traffic on the roads today.

**5. Underline the correct word.**

- 1 A: I have a Physics exam tomorrow.  
B: Oh dear. Physics **is/are** a very difficult subject.
- 2 A: My office is three miles from my house.  
B: Three miles **is/are** a long way to walk to work.
- 3 A: My little brother has got measles.  
B: Oh dear. Measles **is/are** quite a serious illness.
- 4 A: Jane looked nice today, didn't she?  
B: Yes. Her clothes **were/was** very smart.
- 5 A: I've got two pounds. I'm going to buy a CD.  
B: Two pounds **is/are** not enough to buy a CD.
- 6 A: The classroom was empty when I walked past.  
B: Yes. The class **was/were** all on a school outing.
- 7 A: Have you just cleaned the stairs?  
B: Yes, so be careful. They **is/are** very slippery.
- 8 A: Did you ask John to fix your car?  
B: Yes. His advice **was/were** that I take it to a garage.

- 9 A: Did you enjoy your holiday?  
B: Yes, thank you. The weather **was/were** wonderful.
- 10 A: These trousers **is/are** very old.  
B: You should buy a new pair.
- 11 A: How **is/are** the company doing lately?  
B: Great. We opened up two more branches.
- 12 A: 'I am going to travel for two years when I finish school.  
B: Two years **is/are** a long time to be away from home.

**6. Finish the sentences, as in the example.**

- 1 You need a lot of experience to do this job. A lot of experience ...is needed to do this job...
- 2 They gave us some interesting information. The information ...
- 3 She likes Maths more than any other subject. Maths ...
- 4 We had mild weather this winter. The weather ...
- 5 We called the police immediately. The police ...
- 6 I told them some exciting news. The news ...
- 7 He was irritated because of the bad traffic. He was irritated because the ...
- 8 I stayed in very luxurious accommodation. The accommodation ...
- 9 The driver took the luggage out of the car. The luggage ...
- 10 She gave me very sensible advice. The advice she gave me ...
- 11 These shorts are too big for me. This pair of shorts ...
- 12 The hotel is in magnificent surroundings. The hotel surroundings ...
- 13 She's got long blonde hair. Her hair ...

**Артикль. The Article**

**1. Неопределенный a/an** (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот                      a dog –собака                      a boy – мальчик                      a girl -девочка  
a teacher - учитель

**2. Определенный the** (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот                      the houses –дома                      the water -вода                      the weather –погода  
the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т. д. Слово "an hour" (час) начинается с согласной буквы "h", но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю "a" также добавляется n = an

Упомянув объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при вторичном упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга -книги)  
- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

**Использование неопределенного артикля a**

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise!

	Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a weak.
в определенных конструкциях there is a... I have a... he has a... I see a... this is a... that is a... It is a... I am a... he/she is a...	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter... in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

#### **Использование определенного артикля the**

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth
с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей) животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Avrora the Sesame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

#### **Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний**

in the middle, in the corner in the morning, In the evening, in the afternoon what's the use? to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market	The table is in the middle of the room. I never drink coffee in the evening. What's the use of going there so late? Do you like going to the theatre? He works at the shop.
--	---

at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market the fact is (was) that... where is the...? in the country, to the country	The fact is that I have no money at all. Where is the doctor? We always spend summer in the country.
--	--

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

### Случаи, когда артикль не употребляется

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание "no"	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.
с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc HO: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netherlands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James' Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное	what animals can swim? I know what thing you have lost!

местоимение	
-------------	--

## ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

**По своей структуре** глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать

to order - приказывать

to read - читать

to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать

to dismiss - увольнять, отпускать

to realize - представлять себе

to shorten - укорачивать (ся)

to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)

to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио

to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять

to sit down - садиться

**По значению** глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

**Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.**

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

**Глаголы в изъявительном наклонении** выражают реальное действие, передают факты: His son goes to school. Его сын учится в школе.

She has written an interesting article. Она написала интересную статью.

A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

**Глаголы в повелительном наклонении** выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:

"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.

Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдержать обещание.

**Глаголы в сослагательном наклонении** выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

**Глаголы в действительном залоге** выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

**Глаголы в страдательном залоге** выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. Глаголы **совершенного вида** обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:

Он прочитал эту статью с интересом.

**Глаголы несовершенного вида** обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

### Глагол "to be"

A: Are you from England?

B: No, we aren't. We're from China.

He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?

I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы is /are; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только Yes или No, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма is (isn't) / are (aren't).  
 Например: Are you British? No, I'm not.  
 Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.  
 Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.  
 Yes, they are. No, they aren't.

### WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.

Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.

Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.

В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: was для I, he, she, it и –were для –we, you, they.

В вопросах was/were ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (I, you, he и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки not после was/were. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I was	I was not	I wasn't	Was I?
You were	You were not	You weren't	Were you?
He was	He was not	He wasn't	Was he?
She was	She was not	She wasn't	Was she?
It was	It was not	It wasn't	Was it?
We were	We were not	We weren't	Were we?
You were	You were not	You weren't	Were you?
They were	They were not	They weren't	Were they?

### ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there's. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn't .../There aren't ... Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.

Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем *there is / there are*, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, *it is / they are* - когда уже упоминали об этом. Например: *There is a house in the picture.*

*It is a big house.* (Но не: *It's a house in the picture.*)

*There are three books on the desk.*

*They are history books.* (Но не: *They are three books on the desk.*)

### Конструкция **There was/There were**

*This is a modern town today.*

*There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.*

*This is the same town fifty years ago.*

*There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.*

Конструкция *There was/There were* - это *There is / There are* в форме *past simple*. *There was* употребляется с существительными в единственном числе. Например: *There was a post office in the street thirty years ago.* *There were* употребляется с существительными во множественном числе. Например: *There were a few houses in the street thirty years ago.*

В вопросах *was/were* ставятся перед *there*. Например: *Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?*

Отрицания строятся путем постановки *not* после *was / were*. Например: *There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.*

Утверждение	Отрицание		Вопрос
<i>There was</i> <i>There were</i>	Полная форма <i>There was not</i> <i>There were not</i>	Краткая форма <i>There wasn't</i> <i>There weren't</i>	<i>Was there?</i> <i>Were there?</i>

Краткие ответы строятся с помощью *Yes* или *No* и *there was/there were*. Содержание вопроса не повторяется.

*Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.*

*Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.*

### Глагол **Have got**

*A bird has got a beak, a tail and wings.*

*Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.*

*What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.*

*She has got a headache.*

*Have (got)* используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: *He's got a ball.*

б) при описании людей, животных или предметов. Например: *She's got blue eyes.*

в) в следующих высказываниях: *I've got a headache. I've got a temperature. I've got a cough, I've got a toothache, I've got a cold, I've got a problem.*

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма <i>I have (got)</i>	Краткая форма <i>I've (got)</i>	Полная форма <i>I have not (got)</i>	Краткая форма <i>I haven't (got)</i>	<i>Have I (got)?</i>
<i>You have (got)</i>	<i>You've (got)</i>	<i>You have not (got)</i>	<i>You haven't (got)</i>	<i>Have you (got)?</i>
<i>He has (got)</i>	<i>He's (got)</i>	<i>He has not (got)</i>	<i>He hasn't (got)</i>	<i>Has he (got)?</i>
<i>She has (got)</i>	<i>She's (got)</i>	<i>She has not (got)</i>	<i>She hasn't (got)</i>	<i>Has she (got)?</i>
<i>It has (got)</i>	<i>It's (got)</i>	<i>It has not (got)</i>	<i>It hasn't (got)</i>	<i>Has it (got)?</i>
<i>We have (got)</i>	<i>We've (got)</i>	<i>We have not (got)</i>	<i>We haven't (got)</i>	<i>Have we (got)?</i> <i>Have you (got)?</i>

You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Have they (got)?
They have (got)	They've (got)	They have not (got)	They haven't (got)	

### Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?

No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child?  
Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
I had	Полная форма I did not have	Краткая форма I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

### Имя прилагательное. The Adjective

Категории	Прилагательное в русском языке	Прилагательное в английском языке
<b>Число</b>	изменяется	не изменяется
<b>Род</b>	изменяется	не изменяется
<b>Падеж</b>	изменяется	не изменяется

### Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: **простые и производные**

К **простым** именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе **ни приставок, ни суффиксов**: **small** - *маленький*, **long** - *длинный*, **white** - *белый*.

К **производным** именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

### Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	Пример	Перевод
<b>- ful</b>	useful doubtful	полезный сомневающийся
<b>- less</b>	helpless useless	беспомощный бесполезный
<b>- ous</b>	famous dangerous	известный опасный
<b>- al</b>	formal central	формальный центральный
<b>- able</b>	eatable capable	съедобный способный

### Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
<b>un -</b>	<b>uncooked</b> <b>unimaginable</b>	<b>невареный</b> <b>невообразимый</b>
<b>in -</b>	<b>incapable</b> <b>inhuman</b>	<b>неспособный</b> <b>негуманный</b>
<b>il -</b>	<b>illegal</b> <b>illiberal</b>	<b>нелегальный</b> <b>необразованный</b>
<b>im -</b>	<b>impossible</b> <b>impractical</b>	<b>невозможный</b> <b>непрактичный</b>
<b>dis -</b>	<b>dishonest</b> <b>disagreeable</b>	<b>бесчестный</b> <b>неприятный</b>
<b>ir -</b>	<b>irregular</b> <b>irresponsible</b>	<b>неправильный</b> <b>безответственный</b>

Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: **light-haired** – светловолосый, **snow-white** – белоснежный.

### Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	- ing
Описывают чувства и состояния	Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства
<b>interested</b> – интересующийся, заинтересованный	<b>interesting</b> - интересный
<b>bored</b> - скучающий	<b>boring</b> - скучный
<b>surprised</b> - удивленный	<b>surprising</b> - удивительный

### Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения**.

Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:

- **положительная** степень сравнения (**Positive Degree**);
- **сравнительная** степень сравнения (**Comparative Degree**);
- **превосходная** степень сравнения (**Superlative Degree**).

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

#### 1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления к **форме прилагательного в положительной степени** суффикса - **er**. Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке - добавляем “е” (большой - больше, холодный - холоднее).

**Превосходная степень** образуется путем прибавления суффикса - **est**. Артикль **the** **обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
<b>cold</b> - холодный	<b>colder</b> - холоднее	<b>the coldest</b> - самый холодный
<b>big</b> - большой	<b>bigger</b> - больше	<b>the biggest</b> - самый большой
<b>kind</b> - добрый	<b>kinder</b> - добрее	<b>the kindest</b> - самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble**:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
-----------------------	-----------------------	----------------------

<b>clever</b> — умный <b>easy</b> - простой <b>able</b> - способный <b>busy</b> - занятой	<b>cleverer</b> - умнее <b>easier</b> - проще <b>abler</b> - способнее <b>busier</b> - более занятой	<b>the cleverest</b> - самый умный <b>the easiest</b> - самый простой <b>the ablest</b> - самый способный <b>the busiest</b> - самый занятой
--	---	---

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов – **er** и – **est** соблюдаются следующие **правила орфографии**:

Если прилагательное заканчивается на немое “**e**”, то при прибавлении – **er** и – **est** немое “**e**” опускается:

**large** – **larger** - **the largest** / большой – больше – самый большой  
**brave** – **braver** – **the bravest** / смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается на согласную с предшествующим кратким гласным звуком, то в сравнительной и превосходной степени **конечная согласная буква удваивается**:

**big** – **bigger** – **biggest** / большой – больше – самый большой  
**hot** – **hotter** – **hottest** / горячий – горячее – самый горячий  
**thin** – **thinner** – **thinnest** / тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное заканчивается на “**y**” с предшествующей согласной, то в сравнительной и превосходной степени “**y**” переходит в “**i**”:

**busy** – **busier** – **busiest** / занятой – более занятой – самый занятой  
**easy** – **easier** – **easiest** / простой – проще – самый простой

### 2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а превосходную – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся перед именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
<b>beautiful</b> - красивый <b>interesting</b> – интересный <b>important</b> - важный	<b>more beautiful</b> - красивее <b>more interesting</b> - интереснее <b>more important</b> - важнее	<b>the most beautiful</b> - самый красивый <b>the most interesting</b> - самый интересный <b>the most important</b> - самый важный

### Особые формы

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
<b>good</b> - хороший <b>bad</b> - плохой <b>little</b> - маленький <b>much/many</b> - много <b>far</b> - далекий/далеко <b>old</b> - старый	<b>better</b> - лучше <b>worse</b> - хуже <b>less</b> - меньше <b>more</b> - больше <b>farther/further</b> - дальше <b>older/elder</b> - старше	<b>the best</b> - самый лучший <b>the worst</b> - самый плохой <b>the least</b> - самый маленький, меньше всего <b>the most</b> - больше всего <b>the farthest/furthest</b> - самый дальний <b>the oldest/eldest</b> - самый старый

### 3. less, the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой** степени качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
<b>beautiful</b> – красивый <b>interesting</b> - интересный	<b>less beautiful</b> - менее красивый	<b>the least beautiful</b> – самый некрасивый

<b>important</b> - важный	<b>less interesting</b> – менее интересный <b>less important</b> - менее важный	<b>the least interesting</b> – самый неинтересный <b>the least important</b> – самый неважный
---------------------------	--	--

#### Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
<b>As...as</b> (такой же, так же)	Для сравнения двух объектов одинакового качества	He is <b>as</b> strong <b>as</b> a lion. Он такой же сильный, как лев. She is <b>as</b> clever <b>as</b> an owl. Она такая же умная, как сова.
<b>Not so...as</b> (не такой, как)	в отрицательных предложениях	He is <b>not so</b> strong <b>as</b> a lion. Он не такой сильный, как лев. She is <b>not so</b> clever <b>as</b> an owl. Она не такая умная, как сова.
<b>The...the</b> (с двумя сравнительными степенями)	показывает зависимость одного действия от другого	<b>The more</b> we are together <b>the happier</b> we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. <b>The more</b> I learn this rule <b>the less</b> I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

#### Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением «гораздо, значительно»:  
His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*  
This table is **more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*
- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:  
I can run **as fast as** him (**as he can**). *Я могу бегать так же быстро, как он.*

#### Числительное. The numeral

Перед сотнями, тысячами, миллионами обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

**126 – one hundred twenty six**

**1139 – one thousand one hundred and thirty nine**

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

**НО:** окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом “of”:

**hundreds of children** – сотни детей

**thousands of birds** – тысячи птиц

**millions of insects** – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

**20+1=21** (twenty + one = **twenty one**)

**60+7=67** (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

### Как читать даты

<b>1043</b>	ten forty-three
<b>1956</b>	nineteen fifty-six
<b>1601</b>	sixteen o one
<b>2003</b>	two thousand three
<b>В 2003 году</b>	in two thousand three
<b>1 сентября</b>	the first of September
<b>23 февраля</b>	the twenty-third of February

### ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Ноль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1 /9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, ноль здесь читается [ou]:

224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

## **ТЕМА 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)**

### **Тематика общения:**

1. Высшее образование в России и за рубежом.
2. Мой вуз.
3. Студенческая жизнь.

### **Проблематика общения:**

1. Уровни высшего образования.
2. Уральский государственный горный университет.
3. Учебная и научная работа студентов.
4. Культурная и спортивная жизнь студентов.

### **2.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:**

#### **The Ural State Mining University**

<p><b>Mining University</b> – Горный университет;  <b>higher educational institution</b> - высшее учебное заведение;  <b>to provide</b> - зд. Предоставлять;  <b>full-time education</b> - очное образование;  <b>extramural education</b> - заочное образование;  <b>to award</b> – награждать;  <b>post-graduate courses</b> – аспирантура;</p>	<p><b>scientific research centre</b> - центр научных исследований;  <b>master of science</b> - кандидат наук;  <b>capable</b> – способный;  <b>to take part in</b> - принимать участие;  <b>graduate</b> – выпускник;  <b>to dedicate</b> – посвящать;  <b>to carry out scientific work</b> - выполнять научную работу;</p>
<p><b>Faculty of Mining Technology</b> - горно – технологический;  <b>Faculty of Engineering and Economics</b> - инженерно-экономический;  <b>Institute of World Economics</b> – Институт мировой экономики;  <b>Faculty of Mining Mechanics</b> - горно-механический;  <b>Faculty of Civil Protection</b> – гражданской защиты;  <b>Faculty of City Economy</b> – городского хозяйства;</p>	<p><b>Faculty of Geology &amp; Geophysics</b> – геологии и геофизики;  <b>Faculty of extramural education</b> – заочный;  <b>department</b> – кафедра;  <b>dean</b> – декан;  <b>to train specialists in</b> - готовить специалистов;  <b>to consist of</b> - состоять из;  <b>preparatory</b> – подготовительный;  <b>additional</b> – дополнительный;  <b>to offer</b> – предлагать;</p>
<p><b>to house</b> - размещать /ся/;  <b>building</b> – здание;  <b>Rector’s office</b> – ректорат;  <b>Dean’s office</b> – деканат;  <b>department</b> – кафедра;  <b>library</b> – библиотека;  <b>reading hall</b> - читальный зал;  <b>assembly hall</b> - актовый зал;  <b>layout</b> - расположение, план;  <b>administrative offices</b> - административные отделы;</p>	<p><b>computation centre</b> - вычислительный центр;  <b>canteen</b> – столовая;  <b>to have meals</b> – питаться;  <b>hostel</b> – общежитие;  <b>to go in for sports</b> - заниматься спортом;  <b>wrestling</b> – борьба;  <b>weight lifting</b> - тяжелая атлетика;  <b>skiing</b> - катание на лыжах;  <b>skating</b> - катание на коньках;  <b>chess</b> – шахматы;</p>
<p><b>academic work</b> - учебный процесс;  <b>academic year</b> - учебный год;  <b>to consist of</b> - состоять из;  <b>bachelor's degree</b> - степень бакалавра;</p>	<p><b>general geology</b> - общая геология;  <b>foreign language</b> - иностранный язык;  <b>to operate a computer</b> - работать на компьютере;</p>

<b>course of studies</b> - курс обучения; <b>to last</b> - длиться; <b>term</b> - семестр; <b>to attend lectures and classes</b> - посещать лекции и занятия; <b>period</b> - пара, 2 – х часовое занятие; <b>break</b> - перерыв; <b>subject</b> - предмет; <b>descriptive geometry</b> - начертательная геометрия;	<b>to take a test (an exam)</b> - сдавать зачет, экзамен; <b>to pass a test (an exam)</b> - сдать зачет, экзамен; <b>to fail a test (an exam)</b> - не сдать зачет, экзамен; <b>to fail in chemistry</b> - не сдать химию; <b>holidays, vacations</b> - каникулы; <b>to present graduation paper</b> - представлять дипломные работы; <b>for approval</b> - к защите;
---	---

*The Faculty of Mining Technology* trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining ) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

*The Institute of World Economics* trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

*The Faculty of Mining Mechanics* trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромисловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation of industrial units and technological complexes - электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

*The Faculty of Geology & Geophysics* trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические методы поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration of mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration of underground waters and engineering - геологическая разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петрология и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

## 2.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

This text is dedicated to the history of the Ural State Mining University formerly called the Sverdlovsk Mining Institute. It was founded in 1917. It is the oldest higher technical educational institution in the Urals. In 1920 the Mining Institute became a faculty of the Ural State University and in 1925 of the Ural Polytechnical Institute. In 1930 this faculty was reorganized into the Mining Institute. The Institute was named after V.V. Vakhrushev the USSR Coal Industry Minister in 1947. It was awarded the Order of the Red Banner of Labour in 1967.

In 1993 the Sverdlovsk Mining Institute was reorganized into The Ural State Academy of Mining and Geology. In 2004 The Ural State Academy of Mining and Geology was reorganized into The Ural State Mining University. The University provides full-time and extramural education in many specialities. There are post graduate courses at the University as well.

The University is an important scientific research center. Many doctors and masters of Science teach and carry out scientific work at the University. Capable students take part in research projects. The graduates of the University work all over the country.

There are six faculties at the Ural State Mining University: Faculty of Mining Technology; Faculty of Mining Mechanics; Faculty of Geology & Geophysics; Faculty of Civil Protection; Faculty of City Economy; Faculty of Extramural Education; and The Institute of World Economics.

Besides there is a Preparatory faculty where young people get special training before taking entrance exams. The Faculty of Additional Education offers an opportunity to get the second higher education.

Each faculty trains mining engineers in different specialities.

There are many specialities at the Faculty of Extramural Education where students have to combine work with studies. Very often the Ural State Mining University organizes training specialists in new modern specialities.

Faculties consist of Departments. Each faculty is headed by the Dean. The head of the Academy is the Rector.

The University is housed in four buildings. Building One houses - the Rector's office, the Deans' offices, number of administrative offices, Faculty of City Economy, the Faculty of Mining Mechanics with its numerous departments and laboratories (labs).

Building Two houses the Faculty of Mining Technology, Faculty of Civil Protection, the Deans' offices, many departments, labs and the computation centre.

Building Three houses the Faculty of Geology & of Geophysics, the Faculty of Extramural Education, the Dean's offices, many departments and labs. The Ural Geological Museum, the Museum of the History of the Ural State Mining University and some administrative offices are also housed in this building.

Building Four houses The Institute of World Economics, the Dean's office, departments and labs, the library, reading halls, the Assembly hall, the students cultural centre and a large canteen where students can have their meals.

The library and the reading halls provide students with all kinds of reading: textbooks, reference books / справочники/ dictionaries, magazines and fiction/ художественная литература/.

Besides not far from the University there are four five-storied buildings of the student hostel, where most students live. Near the hostels there is a House of Sports. There students can go in for different kinds of sports: chess, badminton, table tennis, boxing, wrestling, weight lifting, basketball, volleyball, handball.

The Ural State Mining University offers students three different programs of higher education such as: Bachelors, Diplomate Engineers and Magisters.

The course of studies for a bachelor's degree lasts four years. The academic year begins in September and ends in June. It consists of two terms - September to January and February to June. Students attend lectures and practical classes. As a rule, there are three or four periods of lectures and Classes a day with 20 minutes break between them.

During their first two years students take the following subjects: higher mathematics, physics, chemistry, theoretical air-mechanics, descriptive geometry, general geology, mineralogy, geodesy, history, a foreign language (English, French or German). Besides all the students learn to operate a computer.

Students take their tests and exams at the end of each term. After exams students have their holidays or vacations. At the end of the academic year the students of the academy have practical work at mines, mineral dressing plants, geological & geophysical parties. At the end of the final year students present their graduation papers for approval. After getting the Bachelor's degree the graduates have a possibility to continue their education. They can enter a Diplomate Engineer's course or studies

which lasts one academic year or the graduates can take a two-year program of Magister's degree. After defending final papers these graduates can enter the post-graduate courses.

### **2.3 Систематизация грамматического материала:**

1. Образование видовременных форм глагола в активном залоге.

#### **Образование видовременных форм глагола в активном залоге**

**Present Simple** употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,  
2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)

3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.

4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays / Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

**Present Continuous** употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.

2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)

3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)

4. действия, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах группы **Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)

2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],

Например: I don't know his name.

3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.

4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a tot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

**Present perfect** употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важного, что у нее есть новый мобильный телефон.)

2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжаются в настоящем, We has been a car salesman since /990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)

3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

**Present perfect continuous** употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется. Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

**Выполните упражнения на закрепление материала:**

**1. Put the verbs in brackets into the present simple or the present continuous.**

- 1 A: Do you know (you/know) that man over there?  
B: Actually, I do. He's Muriel's husband.
- 2 A: Are you doing anything tomorrow evening?  
B: Yes. I ... (see) Jack at nine o'clock.
- 3 A: I ... (see) you're feeling better.  
B: Yes, I am, thank you.
- 4 A: What's that noise?  
B: The people next door ... (have) a party.
- 5 A: Graham ... (have) a new computer.  
B: I know. I've already seen it.
- 6 A: This dress .... (not/fit) me any more.  
B: Why don't you buy a new one?
- 7 A: Your perfume ... (smell) nice. What is it?  
B: It's a new perfume called Sunshine.
- 8 A: What is Jane doing?  
B: She ... (smell) the flowers in the garden.
- 9 A: What ... (you/look) at?  
B: Some photos I took during my holidays. They aren't very good, though.
- 10 A: You ... (look) very pretty today.  
B: Thank you. I've just had my hair cut.
- 11 A: I ... (think) we're being followed.  
B: Don't be silly! It's just your imagination.
- 12 A: Is anything wrong?  
B: No. I ... (just/think) about the party tonight.
- 13 A: This fabric ... (feel) like silk.  
B: It is silk, and it was very expensive.
- 14 A: What are you doing?

- B: I ... (feel) the radiator to see if it's getting warm.
- 15 A: She ... (be) generous, isn't she?  
B: Yes, she has never been a mean person.
- 16 A: He ... (be) very quiet today, isn't he?  
B: Yes, I think he has some problems.
- 17 A: Would you like some cherries?  
B: Yes, please. I ... (love) cherries. They're my favourite fruit.
- 18 A: I'm sorry, but I ... (not understand) what you mean.  
B: Shall I explain it again?
- 19 A: The children are making lots of noise today.  
B: I know, but they ... (have) fun.
- 20 A: This cake ... (taste) awful.  
B: I think I forgot to put the sugar in it!

**2. Fill in the gaps with *recently, how long, yet, for, always, ever, already, since, so far or just.***

***Sometimes more than one answer is possible.***

- 1 A: Has Tom finished his exams ...yet...?  
B: No. He finishes them next Thursday.
- 2 A: ... has Janet been working at the hospital?  
B: She has been working there ... she left school.
- 3 A: How are you finding your new job?  
B: Great. I haven't had any problems ... .
- 4 A: Is John at home, please?  
B: No, I'm afraid he's ... gone out.
- 5 A: Have you been waiting long?  
B: Yes, I've been here ... two hours.
- 6 A: Has Martin ... been to Spain?  
B: No. I don't think so.
- 7 A: Have you spoken to Matthew ... ?  
B: Yes. I phoned him last night.
- 8 A: Can you do the washing-up for me, please?  
B: Don't worry. Mike has ... done it.
- 9 A: Lucy has ... been musical, hasn't she?  
B: Yes, she started playing the piano when she was five years old.
- 10 A: Shall we go to that new restaurant tonight?  
B: Yes. I have ... been there. It's really nice.
- 11 A: Your dog's been barking ... three hours!  
B: I'm sorry. I'll take him inside.
- 12 A: Have you finished reading that book yet?  
B: No. I've ... started it.

**3. Put the verbs in brackets into the present perfect or continuous, using short forms where appropriate.**

- 1 A: How long ...*have you known*... (you/know) Alison?  
B: We ... (be) friends since we were children.
- 2 A: Who ... (use) the car?  
B: I was. Is there a problem?
- 3 A: What are Andrew and David doing?  
B: They ... (work) in the garden for three hours.
- 4 A: Why is Sally upset?  
B: She ... (lose) her bag.
- 5 A: I ... (always/believe) that exercise is good for you.

- B: Of course, it's good to keep fit.
- 6 A: Emily ... (teach) maths since she left university.  
B: Yes, and she's a very good teacher, too.
- 7 A: Fred ... (open) a new shop.  
B: Really? Where is it?
- 8 A: This pie is delicious.  
B: Is it? I ... (not/taste) it yet.
- 9 A: Have you found your umbrella yet?  
B: No, I ... (look) for it for an hour now.
- 10 A: You look exhausted.  
B: Well, I ... (clean) the windows since 8 o'clock this morning.
- 11 A: Can I have some more lemonade, please?  
B: Sorry, your brother ... (just/drink) it all.
- 12 A: Have you got new neighbours?  
B: Yes, they ... (just/move) to the area.

**4. Put the verbs in brackets into the present perfect or the present perfect continuous.**

Dear Connie,

I hope you are enjoying yourself at university. I'm sure you 1)...*'ve been studying...* (study) hard. Everything is fine here at home. Billy 2) ... (just/receive) his school report. It was bad, as usual. He 3) ... (decide) to leave school next year and find a job. Fiona 4) ... (go) to the gym every day for the past two weeks. She 5) ... (try) to get in shape for the summer. She 6) ... (already/plan) her holiday in the sun. Your father 7) ... (sell) the old car and he 8) ... (buy) a new one. It's lovely — much nicer than the old one.

Anyway, write soon.

Love, Mum

**5. Fill in the gaps with have/has been (to) or have/has gone (to).**

Jack: Hi, Jill. Where's Paul?

Jill: Oh, he 1) ...*has gone to...* London for a few days.

Jack: Really! I 2) ... London recently. I came back yesterday. 3) ... you ... there?

Jill: No, I haven't. Paul 4) ... twice before, though. Where's Sarah?

Jack: She 5) ... Spain for two weeks with her parents. They 6) ... there to visit some friends.

Jill: When is she coming back?

Jack: They'll all be back next weekend.

**6. Choose the correct answer.**

1 'What time does the train leave?'

'I think it ..A... at 2 o'clock.'

A leaves

B has been leaving

C has left

2 'Where are Tom and Pauline?'

They ... e supermarket.'

A have just gone

B have been going

C go

3 'What is Jill doing these days?'

She ... for a job for six months.'

A is looking

B has been looking

C looks

- 4 Is Mandy watching TV?  
No. She ... her homework right now.  
A is always doing  
B is doing  
C does
- 5 'Have you been for a walk?'  
'Yes. I often ... for walks in the evenings.'  
A have gone  
B am going  
C go
- 6 'Have you seen any films lately?'  
'Yes. Actually, I ... two this week.'  
A have seen  
B am seeing  
C see
- 7 'What ... ?'  
'It's a piece of cherry pie. Mum made it yesterday.'  
A are you eating  
B do you eat  
C have you eaten
- 8 'Are you going on holiday this summer?'  
'Yes. I ... enough money.'  
A am saving  
B have already saved  
C save
- 9 'Is Todd reading the newspaper?'  
'No. He ... dinner at the moment.'  
A has been making  
B makes  
C is making
- 10 'Have you bought any new CDs recently?'  
'Yes. Actually, I ... two this week.'  
A have bought  
B have been buying  
C am buying
- 11 'What time does the play start?'  
'I think it ... at 8 o'clock.'  
A has been starting  
B starts  
C has started
- 12 'Where is Mark?'  
'He ... to the library to return some books.'  
A has gone  
B has been  
C is going
- 13 'What ... ?'  
'It's a letter to my pen-friend. I'm telling her my news.'  
A have you written  
B do you write  
C are you writing

**7. Underline the correct tense.**

1. Liz and I are good friends. We **know/have known** each other for four years.
2. Sarah is very tired. She **has been working / is working** hard all day.
3. Where is John? 'He's upstairs. He **does/is doing** his homework.'
4. I can't go to the party on Saturday. I **am leaving/ have been leaving** for Spain on Friday night.
5. Jane **has finished/is finishing** cleaning her room, and now she is going out with her friends.
6. I didn't recognise Tom. He **looks/is looking** so different in a suit.
7. I don't need to wash my car. Jim **washes/has washed** it for me already.
8. Ian **has been talking/is talking** to his boss for an hour now.
9. Claire's train **arrives/has arrived** at 3 o'clock. I must go and meet her at the station.
10. 'Would you like to borrow this book?' 'No, thanks. I **have read/have been reading** it before.'
11. 'Where **are you going/do you go**?' To the cinema. Would you like to come with me?'
12. Have you seen my bag? I **am searching/have been searching** for it all morning.
13. 'Is Colin here?' 'I don't know. I **haven't seen/ haven't been seeing** him all day.'
14. Sophie is very clever. She **is speaking/speaks** seven different languages.
15. We **are moving/have moved** house tomorrow. Everything is packed.

**8. Put the verbs in brackets into the correct tense.**

- 1 Who ...*has been using* ... (use) my toothbrush?
- 2 'What ... (you/do)?' 'I ... (write) a letter.'
- 3 Samantha ... (play) tennis with friends every weekend.
- 4 Tim and Matilda ... (be) married since 1991.
- 5 Uncle Bill ... (just/decorate) the bathroom.
- 6 Pauline and Tom ... (sing) in the school choir twice a week.
- 7 Who ... (you/speak) to?
- 8 Sarah is very happy. She ... (win) a poetry competition.
- 9 He ... (drink) two cups of coffee this morning.
- 10 My friend ... (live) in America at the moment.
- 11 They ... (usually/change) jobs every five years.
- 12 I ... (normally/cut) my hair myself.
- 13 Linda ... (study) in the library for three hours.
- 14 We ... (play) in a concert next weekend.
- 15 Who ... (read) my diary?
- 16 Tim ... (leave) the house at 7 o'clock every morning.
- 17 ... (your mother/work) in a bank?
- 18 ... (you/drink) coffee with your breakfast every day?
- 19 We ... (make) plans for our summer holidays right now.
- 20 They... (move) house in September.

**9. Put the verbs in brackets into the correct tense.**

- 1 A: What ...*are you doing*... (you/do)?  
B: Nothing. I ... (just/finish) my lunch.
- 2 A: Where ... (you/be) all morning?  
B: I ... (clean) my house since 8 o'clock.
- 3 A: ... (you/do) anything next weekend?  
B: No, I ... (not/make) any plans yet.
- 4 A: Jane looks great. ... (she/lose) weight?  
B: Yes, she ... (exercise) a lot recently.
- 5 A: ... (be/you) busy right now?  
B: Yes, I ... (just/start) typing this report.
- 6 A: Where is Peter?  
B: He ... (wash) the car at the moment.
- 7 A: Who ... (be) your favourite actor?

- B: I ... (like) Sean Connery since I was a child.  
 8 A: ... (you/do) your homework yet?  
 B: Almost; I ... (do) it now.

**10. Put the verbs in brackets into the correct tense.**

Dear Nick,

This is just a short note to tell you I 1) ...'m arriving/arrive... (arrive) at the airport at 5 pm on Saturday, 10th December. I 2) ... (be) very busy recently, and that's why I 3) ... (not/write) to you for a while. I 4) ... (plan) this trip for months, so now I 5) ... (look forward) to spending some time with you and your family. I 6) ... (hope) you will be able to meet me at the airport. Please give my love to your wife and the children.

See you soon,  
 James

**Past simple** употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом.  
 They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых.  
 Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.

Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn't use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

**Past continuous** употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (shorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д.  
when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

**Past perfect** употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,

They had done their homework before they went out to play yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to play.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом,

She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon.

(=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn't at home. She has gone out. (Сейчас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

**Выполните упражнения на закрепление материала:**

**1. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous. Which was the longer action in each sentence?**

1. They ...were cleaning... (clean) the windows when it ...started... (start) to rain.

*Cleaning the windows was the longer action.*

2. As he ... (drive) to work, he ... (remember) that his briefcase was still at home.

3. Melanie ... (cook) dinner when her husband ... (come) home.

4. I ... (hear) a loud crash as I ... (sit) in the garden.

5. She ... (type) a letter when her boss ... (arrive).

6. While the dog ... (dig) in the garden, it ... (find) a bone.

7. Mary ... (ride) her bicycle when she ... (notice) the tiny kitten.

8. While I ... (do) my homework, the phone ... (ring).

**2. A policeman is asking Mrs Hutchinson about a car accident she happened to see yesterday. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous.**

P: What 1) ...were you doing... (you/do) when you 2) ... (see) the accident, madam?

H: I ... (walk) down the street.

P: What exactly 4) ... (you/see)?

H: Well, the driver of the car 5)... (drive) down the road when suddenly the old man just 5) ... (step) in front of him! It 6) ... (be) terrible!

P: 8) ... (the driver/speed)?

H: No, not really, but the old man 9) ... (not/look) both ways before he ... (try) to cross the road.

P: 11) ... (anyone else/see) the accident?

H: Yes, the lady in the post office.

P: Thank you very much.

**3. Put the verbs in brackets into the past simple or the past continuous.**

A As soon as Margaret 1) ...got... (get) off the train, she 2) ... (pull) her coat around her. Rain 3) ... (fall) heavily and a cold wind 4) ... (blow) across the platform. She 5) ... (look) around, but no one 6)

... (wait) to meet her. She 7) ... (turn) to leave when she 8) ... (hear) footsteps. A man 9) ... (walk) towards her. He 10) ... (smile) at her, then he 11) ... (say), 'You're finally here.'

**B** George 1) ... (pick) up his bag then, 2) ... (throw) it over his shoulder. It 3) ... (get) dark and he 4) ... (have) a long way to go. He wished that he had let someone know that he was coming. It 5) ... (start) to rain, and he was feeling cold and tired from the long journey. Suddenly, he 6) ... (hear) a noise, then he 7) ... (see) two bright lights on the road ahead. A car 8) ... (head) towards him. It slowed down and finally 9) ... (stop) beside him. A man 10) ... (sit) at the wheel. He 11) ... (open) the door quickly and 12) ... (say) 'Get in, George.'

**C** Andy 1) ... (step) into the house and 2) ... (close) the door behind him. Everything 3) ... (be) quiet. His heart 4) ... (beat) fast and his hands 5) ... (shake) as he crept silently into the empty house, but he was trying not to panic. He soon 6) ... (find) what he 7) ... (look) for. He smiled with relief as he put on the clothes. The men who 8) ... (follow) him would never recognise him now.

**4. Imagine that you were present when these things happened, then, in pairs, ask and answer questions, as in the example.**

SA: What were you doing when the burglar broke in?

SB: I was watching TV.

SA: What did you do?

SB: I called for help.

1 The burglar broke in.

2 The storm broke.

3 The lights went out.

4 The boat overturned.

5 The earthquake hit.

6 The building caught fire.

**5. Rewrite each person's comment using used to or didn't use to.**

1 Sally - 'I don't walk to work any more.'

*I used to walk to work.*

2 Gordon - 'I've got a dog now.'

3 Lisa - 'I don't eat junk food any more.'

4 Jane - 'I go to the gym every night now.'

5 Paul - 'I'm not shy any more.'

6 Edward - 'I live in a big house now.'

7 Helen - 'I haven't got long hair any more.'

8 Frank - 'I eat lots of vegetables now.'

**6. Choose the correct answer.**

1 'I find it hard to get up early.'

'You ...3... to getting up early once you start working.'

A are used

B will get used

C were used

2 'Do you often exercise now?'

'No, but I ... to exercise a lot when I was at school.'

A used

B will get used

C am used

3 'Aren't you bothered by all that noise?'

'No, we ... to noise. We live in the city centre.'

A were used

B will get used

- C are used
- 4 'Does your sister travel a lot?'  
'No, but she ... to before she got married.'  
A didn't use  
B used  
C wasn't used
- 5 'I don't like wearing a suit every day.'  
'Don't worry, you ... to it very soon.'  
A are used  
B will get used  
C were used
- 6 'Sandra ... to using a computer, but now she enjoys it.'  
'It's a lot easier for her now.'  
A isn't used  
B will get used  
C wasn't used
- 7 'Do you remember the things we ... to do when we were kids?'  
'Of course I do. How could I forget what fun we had!'  
A used  
B were used  
C got used
- 8 'Do you like living in the city?'  
'Well, I ... to it yet, but it's okay.'  
A am not used  
B wasn't used  
C am used

**7. Fill in the gaps with one of the verbs from the list in the correct form. Use each verb twice.**

wash, walk, play, work

- 1 I used to ...*work*... in a shop, but now I work in an office.
- 2 I can't concentrate. I'm not used to ... in such a noisy office.
- 3 Tom lived in the country for years. He used to ... miles every day.
- 4 I'm exhausted. I'm not used to ... such long distances.
- 5 Mary used to ... her clothes by hand, but now she uses a washing machine.
- 6 We haven't got a washing machine, so we're used to ... our clothes by hand.
- 7 The children are bored with the bad weather. They're used to ... outside.
- 8 When we were younger, we used to ... cowboys and Indians.

**8. Put the verbs in brackets into the past simple or the present perfect.**

1. A: Do you know that man?  
B: Oh yes. He's a very good friend of mine. I 1) ...'*ve known*... (know) him for about ten years.  
A: I think I 2) ... (meet) him at a business meeting last month.
2. A: Mum 1) ... (lose) her purse.  
B: Where 2) ... (she/lose) it?  
A: At the supermarket while she was shopping.
3. A: Who was on the telephone?  
B: It 1) ... (be) Jane.  
A: Who is Jane?  
B: Someone who 2) ... (work) in my office for a few years. She's got a new job now, though.

4. A: Who is your favourite singer?  
 B: Freddie Mercury. He 1) ... (have) a wonderful voice.  
 A: Yes, I agree. He 2) ... (enjoy) performing live, too.

**9. Fill in the gaps with one of the verbs from the list in the past perfect continuous.**

read, scream, argue, try, eat, watch

1. Emily was angry. She ...*had been arguing*... with her parents for an hour.
2. Hannah felt sick. She ... chocolates all afternoon.
3. Allan had a headache. His baby sister ... for half an hour.
4. Emily was frightened. She ... a horror film for half an hour.
5. Simon was confused. He ... to win the game for hours.
6. John was very tired. He ... all night.

**10. Put the verbs in brackets into the correct past tense.**

**A:** On Monday morning, Jo 1) ... *missed*... (miss) the bus and had to walk to school. When she 2) ... (arrive), the bell 3) ... (already/ring)', and lessons 4) ... (start). The children 5) ... (work) quietly when Jo 6) ... (walk) into the classroom.

**B:** When Jamie 1) ... (get) to the party, a lot of people 2) ... (dance) to pop music. Everyone 3) ... (wear) jeans and T-shirts. Jamie 4) ... (buy) a new suit for the party and he 5) ... (wear) that. He 6) ... (feel) quite silly because everyone 7) ... (look) at him.

**Future simple** употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.
2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.
3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.
4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.
5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

**ПРИМЕЧАНИЕ**

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... while I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

**Be going to** употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее, Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.
2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the **future continuous**:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time.  
*This time next week, we'll be cruising round the islands.*

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*

*No. Why?*

*I need to make some photocopies.*

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

**Выполните упражнения на закрепление материала:**

**1. Tanya Smirnoff is a famous astrologer. She's been invited on a TV show to give her astrological predictions for next year. Using the prompts below, make sentences, as in the example.**

*e.g. An early earthquake will strike Asia.*

- 1 earthquake/strike/Asia
- 2 Tom Murray/win/elections
- 3 economy/not improve/significantly
- 4 number of road accidents/increase
- 5 America/establish/colony/on Mars
- 6 scientists/not discover/cure for common cold

**2. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the examples.**

SA: Are you going to pay the bill?

SB: Yes, that's what I'm going to do.

SA: Are you going to complain to the manager?

SB: No, that's not what I'm going to do.

1. pay the bill (✓)
2. complain to the manager (X)
3. take the skirt back to the shop (✓)
4. buy the jumper (✓)
5. ask the bank manager for a loan (X)
6. order the food (✓)
7. book the airline tickets (X)

**3. Fill in the gaps with the correct form of will or be going to and the verb in brackets.**

- 1 A: Why are you buying flour and eggs?  
B: Because I ...'m going to make... (make) a cake.
- 2 A: I have decided what to buy Mum for her birthday.  
B: Really. What ... (you/buy) for her?
- 3 A: Did you ask Jackie to the party?  
B: Oh no! I forgot! I ... (ask) her tonight.
- 4 A: Could I speak to Jim, please?  
B: Wait a minute. I ... (get) him for you.
- 5 A: What are your plans for the weekend?

- B: I ... (spend) some time with my friends.  
 6 A: What are you doing on Friday night?  
 B: Oh, I ... (probably/stay) at home with my family.  
 7 A: Have you tidied your room yet?  
 B: No, but I promise I ... (do) it this afternoon.  
 8 A: Look at that boy!  
 B: Oh yes! He ... (climb) the tree.  
 9 A: Jason is very clever for his age.  
 B: Yes. He says he ... (become) a doctor when he grows up.  
 10 A: I'm too tired to cut the grass.  
 B: Don't worry! I (cut) it for you.

**4. Fill in the gaps with shall, will or the correct form of be going to.**

- 1 A: It's too hot in here.  
 B: You're right. I ...will... open a window.  
 2 A: ... I put the baby to bed, now?  
 B: Yes, he looks a little tired.  
 3 A: Have you seen Lucy recently?  
 B: No, but I ... meet her for lunch later today.  
 4 A: Have you done the shopping yet?  
 B: No, but I ... probably do it tomorrow, after work.  
 5 A: ... we ask Mr Perkins for help with the project?  
 B: That's a good idea. Let's ask him now.

**5. Replace the words in bold with will/won't or shall I/we, as in the example.**

- 1 I've asked Paul to talk to the landlord, but he **refuses to** do it.  
*I've asked Paul to talk to the landlord, but he won't do it.*  
 2 **Do you want me** to make a reservation for you?  
 3 **Can** you call Barry for me, please?  
 4 **Why don't we** try this new dish?  
 5 Where **do you want me** to put these flowers?

**6. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example.**

- SA: *When will you do the gardening?*  
 SB: *I'll do it after I've done the shopping.*  
 1 do the gardening / do the shopping  
 2 post the letters / buy the stamps  
 3 iron the clothes / tidy the bedroom  
 4 water the plants / make the bed  
 5 do your homework / have my dinner  
 6 pay the bills / take the car to the garage

**7. Put the verbs in brackets into the present simple or the future simple.**

- 1 A: I'm going to the gym tonight.  
 B: Well, while you ...are... (be) there, I ... (do) the shopping.  
 2 A: ... (you/call) me when you ... (get) home?  
 B: Yes, of course.  
 3 A: As soon as John ... (come) in, tell him to come to my office.  
 B: Certainly, sir.  
 4 A: I'm exhausted.  
 B: Me too. I wonder if David ... (come) to help tonight.  
 5 A: Are you going to visit Aunt Mabel this afternoon?

- B: Yes, I ... (visit) her before I ... (do) the shopping.
- 6 A: Is George going to eat dinner with us?  
B: No, by the time he ... (get) home it ... (be) very late.
- 7 A: When ... (you/pay) the rent?  
B: When I ... (get) my pay cheque.
- 8 A: What are your plans for the future?  
B: I want to go to university after I ... (finish) school.
- 9 A: If you ... (pay) for dinner, I ... (pay) for the theatre.  
B: Okay, that's a good idea.
- 10 A: Can you give this message to Mike, please?  
B: Well, I'll try, but I doubt if I ... (see) him today.

**8. Put the verbs in brackets into the future simple, the present simple or the present continuous.**

- 1 A: I ...*am seeing*... (see) Roger at seven o'clock tonight.  
B: Really? I thought he was out of town.
- 2 A: ... (you/do) anything on Friday morning?  
B: No, I'm free.
- 3 A: I ... (go) to the cinema. There's a new film on. Do you want to come with me?  
B: What time ... (the film/start)?
- 4 A: Helen ... (have) a party the day after tomorrow. ... (you/go)?  
B: As a matter of fact, I haven't been invited.
- 5 A: The new exhibition ... (open) on April 3rd and ... (finish) on May 31st.  
B: I know. I ... (go) on the first day.
- 6 A: Aunt Maggie ... (come) to visit us tomorrow.  
B: I know. What time ... (she/arrive)?
- 7 A: Excuse me, what time ... (the train/leave)?  
B: At half past three, madam.
- 8 A: Michael Jackson ... (give) a concert at the Olympic Stadium next week.  
B: I know. I ... (want) to get a ticket.
- 9 A: I'm really thirsty.  
B: I ... (get) you a glass of water.
- 10 A: Are you looking forward to your party?  
B: Yes. I hope everyone ... (enjoy) it.
- 11 A: How old is your sister?  
B: She .. (be) twelve next month.
- 12 A: What are you doing tonight?  
B: I ... (probably/watch) TV after dinner.

**9. A) Cliff Turner has his own business and it is doing well. He has already decided to expand. Look at the prompts and say what he is going to do, as in the example.**

1. employ more staff  
*He's going to employ more staff.*
2. advertise in newspapers and magazines
3. equip the office with computers
4. increase production
5. move to bigger premises
6. open an office abroad

**B) Cliff is always busy. Look at his schedule and say what his arrangements are for the next few days. Make sentences, as in the example.**

Wednesday 12th: fly to Montreal

*He is flying to Montreal on Wednesday.*

Thursday 13th: give an interview to The Financial Times

Friday 14th: have lunch with sales representatives

Saturday 15th: have a meeting with Japanese ambassador

Sunday 16th: play tennis with Carol

**10. In Pairs, ask and answer the following questions using *I (don't) think/expect I will or I hope /'m sure/'m afraid I will/won't*, as in the example.**

SA: *Do you think you will pass your exams?*

SB: *I hope I will/I'm afraid I won't.*

1 pass/exams

2 move house

3 take up / new hobby

4 make / new friends

5 start having music lessons

6 have / party on / birthday

7 learn/drive

### **ТЕМА 3. Социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир)**

#### **Тематика общения:**

1. Екатеринбург – столица Урала.
2. Общее и различное в национальных культурах.

#### **Проблематика общения:**

1. Мой родной город.
2. Традиции и обычаи стран изучаемого языка.
3. Достопримечательности стран изучаемого языка.

#### **3.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:**

##### ***My town***

- a building – здание
- downtown – деловой центр города
- town outskirts – окраина города
- a road – дорога
- an avenue – проспект
- a pavement/a sidewalk - тротуар
- a pedestrian – пешеход
- a pedestrian crossing – пешеходный переход
- traffic lights – светофор
- a road sign – дорожный знак
- a corner – угол
- a school - школа
- a kindergarten – детский сад
- a university - университет
- an institute – институт
- an embassy - посольство
- a hospital - больница
- a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
- a department store – универмаг
- a shopping mall/centre – торговый центр
- a food market – продуктовый рынок
- a greengrocery – фруктово-овощной магазин
- a chemist's/a pharmacy/a drugstore - аптека
- a beauty salon – салон красоты
- a hairdressing salon/a hairdresser's - парикмахерская
- a dental clinic/a dentist's – стоматологическая клиника
- a vet clinic – ветеринарная клиника
- a laundry – прачечная
- a dry-cleaner's – химчистка
- a post-office – почтовое отделение
- a bank – банк
- a cash machine/a cash dispenser - банкомат
- a library – библиотека
- a sight/a place of interest - достопримечательность
- a museum – музей
- a picture gallery – картинная галерея
- a park – парк
- a fountain – фонтан
- a square – площадь
- a monument/a statue – памятник/статуя
- a river bank – набережная реки

a beach – пляж  
 a bay - залив  
 a café – кафе  
 a restaurant – ресторан  
 a nightclub – ночной клуб  
 a zoo - зоопарк  
 a cinema/a movie theatre - кинотеатр  
 a theatre – театр  
 a circus - цирк  
 a castle - замок  
 a church – церковь  
 a cathedral – собор  
 a mosque - мечеть  
 a hotel – отель, гостиница  
 a newsagent's – газетный киоск  
 a railway station – железнодорожный вокзал  
 a bus station - автовокзал  
 a bus stop – автобусная остановка  
 an underground (metro, subway, tube) station – станция метро  
 a stadium – стадион  
 a swimming-pool – плавательный бассейн  
 a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнес клуб  
 a playground – игровая детская площадка  
 a plant/a factory – завод/фабрика  
 a police station – полицейский участок  
 a gas station/a petrol station – заправочная автозаправка, бензоколонка  
 a car park/a parking lot - автостоянка  
 an airport - аэропорт  
 a block of flats – многоквартирный дом  
 an office block – офисное здание  
 a skyscraper - небоскреб  
 a bridge – мост  
 an arch – арка  
 a litter bin/a trash can – урна  
 a public toilet – общественный туалет  
 a bench - скамья

### ***3.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:***

#### **Ekaterinburg – an Industrial Centre**

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant

produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country's national economy.

### **The History of Ekaterinburg**

The famous Soviet poet V. Mayakovsky called our city "A Worker and a Fighter" and these words most fully reflect the features of Ekaterinburg.

Ekaterinburg is nowadays one of the leading industrial cities of Russia, an administrative & cultural centre of the Sverdlovsk region. It is the capital of the Urals.

Ekaterinburg has sprung up in the upper reaches of the Iset River in the middle part of the Urals Mountains near the border of Europe and Asia. It stretches from North to South for 25 km. and 15 km. from East to West.

The history of our city is very interesting. It was founded at the beginning of the XVIII century as a fortress-factory in connection with the construction of the Urals iron works. The works was constructed under the supervision of Tatishchev, a mining engineer, who was sent to the Urals by Peter the first. It was put into operation in November 1723. This date is considered to be the date of the birthday of city. It was named Ekaterinburg. On the place of the first works there is the Historical Square now.

The town grew and developed as the centre of an important mining area where the mining administration office was located. Ekaterinburg was an ordinary provincial town like many others in Russia before the October Revolution. It had only one theatre, four hospitals, one mining school and not a single higher school.

At the end of the XIX century Ekaterinburg became one of the centres of the revolutionary struggle. Many squares, streets and houses of the city keep the memory of the revolutionary events and the Civil War in the Urals. They are: the 1905 Square, a traditional place of the revolutionary demonstrations of the working people, the rocks "Kamenniye Palatki", a memorial park now, which was the place of illegal meetings of Ekaterinburg workers, the Opera House where the Soviet power was proclaimed in November 8, 1917 and many others.

Ekaterinburg is closely connected with the life and activities of many famous people. Here Y.M. Sverdlov, the leader of the Urals Party organization before the Revolution and the first President of the Soviet state, carried out his revolutionary work. In 1924 Ekaterinburg was renamed in his memory.

The name of such a famous scientist and inventor of the radio as Popov, and the names of such writers as Mamin-Sibiriyak and Bazhov are also connected with Ekaterinburg.

After the October Socialist Revolution the town has changed beyond recognition. It grew quickly in the years of the first five-year plan periods. Nowadays our city is constantly growing and

developing. Modern Ekaterinburg is a city of wide straight streets, multistoried blocks of flats, big shops, beautiful palaces of culture, cinemas, fine parks and squares.

The centre of the city is 1905 Square with the monument to V.I. Lenin and the building of the City Soviet. The main street is Lenin Avenue. The total area of the city is over 400 sq. km. The population is about two million.

In connection with its 250th anniversary and for its outstanding achievements in the development of the national economy of our country Ekaterinburg was awarded the Order of Lenin.

### **Ekaterinburg – a Center of Science & Education**

Ekaterinburg is one of the largest & most important centers of science & education in our country. The city has 15 higher schools. The oldest of them are the Mining & the Polytechnical Institutes, the Urals State University founded in 1920, the Medical & Pedagogical & many others. Ekaterinburg higher schools train specialists for practically all branches of industry, economy, education & science. The city has a student population of about 80 thousand. Besides, there are many secondary and vocational schools and over 50 technical schools (colleges). The oldest of them is the Mining Metallurgical College named after Polzunov, founded in 1847.

Much important scientific research work is carried on in Ekaterinburg. The Urals Branch of Sciences, now called the Urals Scientific Centre (UNZ), was founded in 1932. Its first chairman was the famous Soviet scientist, mineralogist and geochemist A.E. Fersman. UNZ is the main centre of scientific work now. It contains nine institutes which solve the most important theoretical and practical problems in the field of geology, mining, metallurgy, biology, economy and others.

The city has more than 120 research and designing institutions, among them Uralmechanobr, Unipromed, Nipigormash and others. It is worth mentioning that important scientific and research work is also carried on in educational establishments and at the industrial enterprises of the city, such as the Uralmash, Uralelectrotyazmash and others.

Thousands of research workers, among them 5 academicians, 10 Corresponding members of the Russian Academy of Sciences, many Doctors and Masters of Science are engaged in scientific and research work. Ekaterinburg has contributed greatly to the development of Russian science.

### **Ekaterinburg - a Cultural Centre**

Ekaterinburg is not only an industrial and educational, but also a large cultural centre. There is a lot to be seen in the city. There are many theatres, cinemas, museums, clubs, libraries, palaces of culture, the Art Gallery and the Circus in it.

The Art Gallery houses a splendid collection of paintings of Russian and Soviet artists such as Repin, Polenov, Levitan, Perov, Slusarev, Burak, Pimenov and many others. Here you will see one of the world famous collections of metal castings made in Kasli and especially a cast Iron pavilion. It was shown in Paris at the World Exhibition and awarded the Highest Prize.

Ekaterinburg is famous for its theaters. They are the Opera & Ballet House, the Drama Theatre, the Musical Comedy, the Children's and Puppet Theatres, the Cinema and Concert Hall "Cosmos". The Opera House was built in 1912. Many famous singers such as S. Lemeshev, I. Koslovsky, I. Arkhipova, B. Shtokolov and many others sang in that theatre. Ekaterinburg has a Philharmonic Society, film and television studios, the Urals Russian Folk Choir which is well known both at home and abroad.

There are many museums in the city: the Museum of Local Studies, the Sverdlov Museum, the Museum of Mamin-Sibiriyak, the Bazhov Museum, the Museum of Architecture. But the Urals Geological Museum is the most famous one. It is a real treasure-house of the Urals riches. The museum was opened in 1937.

Ekaterinburg is a green city with its squares, gardens and parks. The largest and the best of the parks is the Central Park of Culture and Rest. The Central Square of the City is the 1905 Square. Besides, there are some others: the Labor Square, one of the oldest of the city, located in front of the House of Trade Unions, the Komsomolskaya Square with the monument to the Urals Komsomol, the Paris Commune Square with the monument to Y.M. Sverdlov.

There are lots of monuments in the city. They are: the monument dedicated to the students and teachers of the Urals Polytechnical Institute who perished in the Great Patriotic War, the monument to the Urals Tank Corps, the monuments to Bazhov, Popov, Ordjonikidze, Malishev and many others.

There are a lot of places of interest in our city. Any visitor who comes to our city is invited to take sightseeing around it. We will be shown the historical places such as the rocks "Kamenniye Palatki", the Pupils' Creation Palace, the Historical Square, the 1905 Square.

There are several memorials to those who gave their lives in the struggle against fascism, the obelisk in the Square of Communards with the eternal flame. Such famous places of interest at the city pond with granite-lined embankment, the Palace of Youth, the lake Shartash, the Uktus Mountains and some others are most popular with the citizens of Ekaterinburg as well as with its visitors.

Ekaterinburg is a city of sports. There are a lot of sports grounds, stadiums, sports halls and a beautiful Palace of Sport in it. Ekaterinburg is often called the Winter Sports Capital. All sorts of important skiing & skating events are held in the Uktus Mountains.

*Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:*

### **The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland**

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world's largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o'clock. There are a lot of high days in Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine's day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don't like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern

monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul's Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It's the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent's Park. The last one is the home of London Zoo.

### 3.3 Систематизация грамматического материала:

1. Модальные глаголы и их эквиваленты.
2. Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге.
3. Основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь.

#### Модальные глаголы

<u>Глаголы</u>	<u>Значение</u>	<u>Примеры</u>
<b>CAN</b>	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас. You cannot play football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение вежливая просьба	Can we go home? — Нам можно пойти домой? Could you <a href="#">tell me</a> what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
<b>MAY</b>	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только <b>MIGHT (+ perfect infinitive)</b>	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
<b>MUST</b>	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
<b>SHOULD OUGHT TO</b>	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой <a href="#">зонт</a> .
<b>SHALL</b>	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых

		обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
<b>WILL</b>	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
<b>WOULD</b>	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
<b>NEED</b>	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
<b>NEEDN'T</b>	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
<b>DARE</b>	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

#### Модальные единицы эквивалентного типа

<b>to be able (to) = can</b>	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She <b>was able</b> to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
<b>to be allowed (to) = may</b>	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister <b>is allowed to</b> play outdoors. (Моей сестре разрешается играть на улице).
<b>to have (to) = ought, must, should</b>	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They <b>will have to</b> set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
<b>to be (to) = ought, must, should</b>	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We <b>are to</b> send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника).

#### Выполните упражнения на закрепление материала:

##### 1. *Rephrase the following sentences using must, mustn't, needn't, has to or doesn't have to.*

- 1 **You aren't allowed** to park your car in the college car park.  
...*You mustn't park your car in the college car park...*
- 2 **I strongly advise** you to speak to your parents about your decision.
- 3 **It isn't necessary** for Emma to attend tomorrow's staff meeting.
- 4 **Jack is obliged** to wear a suit and a tie at work because the manager says so.
- 5 **I'm sure** Antonio is from Milan.
- 6 **It's necessary** for Roger to find a job soon.
- 7 **It's forbidden** to use mobile phones inside the hospital.
- 8 Susan **is obliged to** work overtime because her boss says so.

##### 2. *Rephrase the following sentences using didn't need to or needn't have done.*

- 1 It wasn't necessary for him to wash the car. It wasn't dirty.  
...*He didn't need to wash the car...*
- 2 It wasn't necessary for her to buy so many oranges, but she did.
- 3 It wasn't necessary for us to take an umbrella. It wasn't raining.
- 4 It wasn't necessary for us to turn on the light. It wasn't dark.

- 5 It wasn't necessary for him to call me today, but he did.  
 6 It wasn't necessary for you to make sandwiches for me, but you did.  
 7 It wasn't necessary for them to make reservations at the restaurant, but they did.

**3. Rewrite the sentences using the word in bold.**

- 1 It isn't necessary for Mark to buy new clothes for the reception.  
**need** ...*Mark doesn't need to/needn't buy new clothes for the reception...*  
 2 You aren't allowed to pick these flowers. **must**  
 3 Sarah is obliged to type her compositions at university. **has**  
 4 It wasn't necessary for Paula to make the beds. **need**  
 5 It is your duty to obey the law. **must**  
 6 It wasn't necessary for Bob to wait for me, but he did. **need**  
 7 It is forbidden to throw litter on the beach. **must**  
 8 I'm sure Ronald is at home. **must**  
 9 It wasn't necessary for Alice to bake a cake for the party. **need**  
 10 It wasn't necessary for George to stay at work late last night, but he did. **have**

**4. Fill in the gaps with an appropriate modal verb.**

- 1 A: ... *May/Can/Could...* I borrow your pen, please?  
 B: No, you ... .I'm using it.  
 2 A: I'm bored. What shall we do?  
 B: We ... go for a walk.  
 A: No, we ... because it's raining.  
 B: Let's watch a video, then.  
 3 A: My parents told me I ... go to the party tonight.  
 B: Never mind, I ... go either. We ... stay at home together, though.  
 4 A: Sir, ... I speak to you for a moment, please?  
 B: Certainly, but later today; I'm busy now.  
 5 A: Excuse me?  
 B: Yes?  
 A: ... you tell me where the post office is, please?  
 B: Certainly. It's on the main road, next to the school.  
 6 A: Is anyone sitting on that chair?  
 B: No, you ... take it if you want to.

**5. Choose the correct answer.**

- 1 " Todd was a very talented child.'  
 I know. He ..*B...* play the piano well when he was seven.'  
 A couldn't B could C can  
 2 I've just taken a loaf out of the oven.  
 Oh, that's why I ... smell fresh bread when I came home.  
 A was able to B can't C could  
 3 'How was the test?'  
 Easy. All the children ... pass it.'  
 A were able to B could C can't  
 4 What are you doing this summer?'  
 'I hope I'll ... go on holiday with my friends.'  
 A could B be able to C can

**6 Rewrite the sentences using the words in bold.**

- 1 Do you mind if I leave the door open for a while?  
**can** ...*Can I leave the door open for a while?...*

- 2 You're obliged to take notes during the lecture. **have**
- 3 I'm sorry, but you aren't allowed to enter this room. **must**
- 4 Jack managed to unlock the door. **able**
- 5 It wasn't necessary for Ann to cook dinner, but she did. **need**
- 6 Let's play a game of chess. **could**
- 7 I'm certain Sarah is bored with her work. **must**
- 8 I strongly advise you to take up sport. **must**
- 9 I'm certain Liz isn't interested in your ideas. **can**
- 10 You may take the car tonight if you want. **can**

**7. Study the situations and respond to each one using an appropriate modal verb.**

- 1 You want to go on holiday with your friends this year. Ask your parents for **permission**.  
...*Can I go on holiday with my friends this year?...*
- 2 You are at a job interview. You type fast, you use computers and you speak two foreign languages. Tell the interviewer about your **abilities**.
- 3 Your brother is trying to decide what to buy your mother for her birthday. You **suggest** a box of chocolates.
- 4 Your jacket is dirty and you want to wear it next week. It is **necessary** to take it to the dry cleaner's.
- 5 You want to have a day off work next week. Ask for your boss' **permission**.
- 6 You are in the car with your uncle. It's hot and you want him to open the window. Make a **request**.
- 7 Your mother is going to the shops. She asks you if you want anything. You tell her it **isn't necessary** to get anything for you.

**8. Complete the sentences using must or can't.**

- 1 I'm certain they go to bed early on Sunday nights. They ...*must go to bed early on Sunday nights...*
- 2 I'm sure John didn't stay late at the office. John ...*can't have stayed late at the office...*
- 3 I'm certain he hasn't arrived yet. He ...
- 4 I'm certain they are working together. They ...
- 5 I'm sure Amy hasn't finished her homework. Amy ...
- 6 I'm certain she was having a bath when I rang. She ...
- 7 I'm sure he hasn't won the prize. He ...
- 8 I'm sure she is looking for a new house. She ...
- 9 I'm certain Paul didn't invite Linda to the party. Paul ...
- 10 I'm certain you have been planning the project. You ...
- 11 I'm sure she was writing a letter. She ...
- 12 I'm certain they hadn't paid the bill. They ...
- 13 I'm sure he had been fixing the pipe. He ...

**9. Rephrase the following sentences in as many ways as possible.**

- 1 Perhaps Laura has left the phone off the hook. ...*Laura may/might/could have left the phone off the hook...*
- 2 Surgeons are obliged to scrub their hands before operating on patients.
- 3 Do you mind if I open the window?
- 4 It wasn't necessary for Peter to wash the dog, so he didn't.
- 5 Emily managed to reach the top shelf, even though she didn't have a ladder.
- 6 It's forbidden to copy files without the manager's permission.
- 7 Why don't we spend this evening at home?
- 8 I'm certain Patrick misunderstood my instructions.
- 9 I'm sure Helen didn't know about her surprise party.

### 10. Rephrase the following sentences in as many ways as possible.

- 1 Perhaps they are at work.  
They ...*may/might/could be at work*...
- 2 Perhaps he is waiting outside. He ...
- 3 It's possible she will work late tonight. She ...
- 4 It's likely he was driving too fast. He ...
- 5 It's possible they made a mistake. They ...
- 6 Perhaps he has missed the bus. He ...
- 7 It's possible she has been playing in the snow. She ...
- 8 It's likely we will be leaving tomorrow. We ...
- 9 It's likely he will stay there. He ...
- 10 Perhaps she had been trying to call you. She ...
- 11 It's likely they had seen the film already. They ...
- 12 It's possible he is studying in the library. He ...

### Страдательный залог (Passive Voice)

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходиться, to fly летать, cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться  
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

### Особенности употребления форм Passive:

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. –At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технических инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)

This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)

Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)

Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

### **Прямой пассив (The Direct Passive)**

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.

My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это: to answer отвечать кому-л.

to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.

to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:

Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

### **Косвенный пассив (The Indirect Passive)**

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.

б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся: to bring приносить

to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять

to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить

to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать

to teach учить to tell сказать и др.

Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.

Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)

A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:

John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.

The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):

He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили...Кому? Это глаголы: to address адресовать

to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать

to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам. The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained...)

### Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия ( 70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:

He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:

The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:

The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогу. Сравните:

The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)

The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаще всего используется, когда речь идет об авторстве:

The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:

The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:

He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

### Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:

I am invited to a party.

Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на –ся(-сь):

Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.

Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.

I was told that you're ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с by при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):

They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:

The experiments were made last year.

1) Опыты были проведены в прошлом году.

2) Опыты проводились в прошлом году.

3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском she и she, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения it с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:

It is said... Говорят...

It was said... Говорили...

It is known... Известно...

It was thought... Думали, полагали...

It is reported... Сообщают...

It was reported... Сообщали... и т.п.

В таких оборотах it играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: It was expected that he would return soon. Ожидали, что он скоро вернется.

### Выполните упражнения на закрепление материала:

**1. What happens to a car when it is taken for a service? Look at the prompts and make sentences using the present simple passive, as in the example.**

1. the oil / change

*The oil is changed.*

2. the brakes / test

3. the filters / replace

4. air / put / in the tyres

5. the battery / check

6. the lights / test
7. broken parts / repair
8. it / take / for a test drive
9. the radiator / fill / with water

**2. Mr Sullivan, who is a director, is preparing a scene for his new film. Read the orders and respond using the present continuous passive, as in the example.**

1. Move that scenery, please.  
*It's being moved now, Mr Sullivan.*
2. Put those props in place, please.
3. Call the actors, please.
4. Check their costumes, please.
5. Turn on the lights, please.

**3. Detective Maguire is talking to a police officer about a burglary which happened early yesterday morning. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example**

1. Have you dusted the house for fingerprints yet?  
the house / dust / for fingerprints yesterday  
*Yes, the house was dusted for fingerprints yesterday.*
2. Have you found any evidence yet?  
a piece of material / find / this morning
3. Have you interviewed the house owners yet?  
they / interview / last night
4. Have you questioned the neighbours yet?  
they / question / this morning
5. Have you arrested any suspects yet?  
two men / arrest / yesterday evening
6. Have you interrogated the suspects yet?  
they / interrogate / last night
7. Have you recovered the stolen goods yet?  
they / recover / this morning
8. Have you written your report yet?  
it / complete / an hour ago

**4. Helen and Chris moved house two years ago. Yesterday, they drove past their old house and saw that it looked very different. Describe the changes using the present perfect simple passive, as in the example.**

1. the outside walls / paint  
*The outside walls have been painted.*
2. new windows / put in
3. a garden pond / make
4. the trees / cut down
5. a lot of flowers / plant
6. the old gate / replace

**5. A young actress is hoping to star in a new film. Her friend is asking her what is going to happen. Respond to her questions using the passive infinitive, as in the example.**

1. Will they audition you for the new film?  
*Well, I hope to be auditioned.*
2. Will they give you a leading role?
3. Will they pay you a lot of money?
4. Will they send you to Hollywood?

5. Will they introduce you to all the stars?
6. Will they ask you to give a TV interview?
7. Will they give you an award?

**6. Put the verbs in brackets into the correct passive tense.**

1. A: Who looks after your garden for you?  
B: It *...is looked after...* (look after) by my brother.
2. A: That's a beautiful dress. Where did you buy it?  
B: Actually, it ... (make) for me by my aunt.
3. A: Have you typed that letter yet, Miss Brown?  
B: It ... (type) right now, sir.
4. A: Did you make the coffee when you got to work this morning?  
B: No, it .... (already/make) by the time I got there.
5. A: Are you going to pick up the children today?  
B: No, they ... (pick up) by Roger. I've already arranged it.
6. A: Where is your watch?  
B: I broke it. It ... (repair) at the moment.
7. A: Has the new furniture for my bedroom arrived?  
B: No, it ... (not/deliver) yet.
8. A: They are building a new sports centre in town.  
B: I know. It ... (open) by the mayor next month.

**7. Rewrite the sentences in the passive, where possible.**

1. John opened the door.  
*...The door was opened by John.*
2. They didn't come home late last night.  
*...It cannot be changed.*
3. Their nanny takes them to the park every day.
4. I left very early yesterday afternoon.
5. Meg asked the policeman for directions.
6. Charles is moving house next month.
7. The letter arrived two days ago.
8. Sam took these photographs.

**8. Fill in by or with.**

1. The lock was broken *...with...* a hammer.
2. This book was written ... my favourite author.
3. The cake was decorated... icing.
4. The tiger was shot ... a gun.
5. Claire was shouted at ... her teacher.
6. He was hit on the head ... an umbrella.

**9. Rewrite the sentences in the passive.**

1. Someone is repairing the garden fence.  
*...The garden fence is being repaired....*
2. Do they teach Latin at this school?
3. I don't like people pointing at me.
4. She hit him on the head with a tennis racquet.
5. Michael has made the preparations.
6. Is Tim cleaning the house?
7. Who built the Pyramids?
8. The boss is going to give us a pay rise.

9. I expect they will deliver my new car soon.
10. The police are questioning the suspects.
11. Did your next door neighbours see the thieves?
12. Paul remembers his teacher asking him to star in the school play.
13. A lot of children use computers nowadays.
14. Who smashed the kitchen window?
15. They won't have completed the work by the end of the month.
16. The children will post the letters.
17. People make wine from grapes.
18. Had Helen closed the windows before she left the house?
19. Jill hasn't done the housework yet.
20. They may not deliver the parcel today.

**10. Put the verbs in brackets into the correct passive tense.**

A: Do you still work at Browns and Co?

B: Yes, I do. I 1) ...*have been employed*... (employ) by Mr Brown for five years now, you know.

A: Oh. Do you still enjoy it?

B: Oh yes! I 2) ... (give) a promotion last year and I'm very happy.

A: A promotion? So, what is your job now?

B: I 3) ... (make) Head of European Sales.

A: So, what do you do?

B: Well, sometimes I 4) ... (send) to other countries on business.

A: I see. Do they pay you well?

B: Well, I 5) ... (pay) quite well and I expect I 6) ... (give) a pay rise soon.

A: Good for you!

**Согласование времен (Sequence of Tenses)**

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

**Правило 1:** Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

**Правило 2:** Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно Past Simple), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He <b>can speak</b> French – Он говорит по-французски.	Boris said that he <b>could speak</b> French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They <b>are listening</b> to him – Они слушают его	I <b>thought they were listening</b> to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher <b>has asked</b> my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary <b>told</b> me that our teacher <b>had asked</b> my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.

Past Simple » Past Perfect	I <b>invited</b> her – Я пригласил ее.	Peter <b>didn't know</b> that I <b>had invited</b> her – Петр не знал, что я пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She <b>was crying</b> – Она плакала	John <b>said</b> that she <b>had been crying</b> – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It <b>has been raining</b> for an hour – Дождь идет уже час.	He <b>said</b> that it <b>had been raining</b> for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She <b>will show</b> us the map – Она покажет нам карту.	I <b>didn't expect</b> she <b>would show</b> us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

**Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.**

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that  
 these » those  
 here » there  
 now » then  
 yesterday » the day before  
 today » that day  
 tomorrow » the next (following) day  
 last week (year) » the previous week (year)  
 ago » before  
 next week (year) » the following week (year)

**Перевод прямой речи в косвенную в английском языке**

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

**1. Убираем кавычки и ставим слово that**

Например, у нас есть предложение:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово that – «что».

She said that ..... Она сказала, что....

**2. Меняем действующее лицо**

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не можем говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she ..... Она сказала, что она....

**3. Согласовываем время**

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшем временем. Возьмем наше предложение:

She said, "I will buy a dress". Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем will на would. *см. таблицу выше.*

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

**4. Меняем некоторые слова**

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

*She said, "I am driving now".* Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем *now* (сейчас) на *then* (тогда) см. таблицу выше.

*She said that she was driving then.* Она сказала, что она была за рулем тогда.

### Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (*do, does, did*) в таких предложениях.

*He asked, "Do you like this cafe?"* Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим *if*, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

*He asked if I liked that cafe.* Он спросил, нравится ли мне то кафе.

Давайте рассмотрим еще один пример:

*She said, "Will he call back?"* Она сказала: «Он перезвонит?»

*She said if he would call back.* Она сказала, перезвонит ли он.

### Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: *what* – что *when* – когда *how* – как *why* - почему *where* – где *which* – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место *if* ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

*She said, "When will you come?"* Она сказала: «Когда ты придешь?»

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

*She said when I would come.* Она сказала, когда я приду.

*He asked, "Where does she work?"* Он спросил: «Где она работает?»

*He asked where she worked.* Он спросил, где она работает.

### Выполните упражнения на закрепление материала:

#### 1. Fill in the gaps with the correct pronoun or possessive adjective.

- James said, 'My boss wants me to go to London tomorrow.'  
James said ...*his*... boss wanted to go to London the following day.
- Mary said, 'I'm waiting for my son to come out of school.'  
Mary said that ... was waiting for ... son to come out of school.
- George said, 'I've bought a new car for my mum.'  
George said ... had bought a new car for ... mum.
- Julie said to me, 'I need you to help me with the shopping.'  
Julie told me that ... needed ... to help ... with the shopping.
- John said, 'I'd like to take you out to dinner.'  
John said ... 'd like to take ... out to dinner.
- Helen said to Jane, 'I think your new haircut is lovely.'  
Helen told Jane that ... thought ... new haircut was lovely.

#### 2. Turn the following sentences into reported speech.

- Robin said, 'These biscuits taste delicious.' ...  
*Robin said (that) the biscuits tasted delicious....*

2. "I can't see you this afternoon because I've got a lot to do," Ann told me.
3. She came into the room holding some letters in her hand and said, 'I found these while I was tidying the desk drawers.'
4. Fiona said, 'That picture was painted by my great-grandfather.'
5. "Those were good times for my family," Jack said.
6. 'I received a parcel this morning, but I haven't opened it yet,' Tom said.
7. "You mustn't do that again," Mum said to Bob.
8. "These shoes are worn out. You'd better throw them away," Mum said to me.

**3. Turn the following sentences into reported speech.**

- 1 He said, 'I'm going to the station.'
- ...*He said (that) he was going to the station....*
- 2 Tina said, 'You should exercise regularly.'
- 3 They said, 'We had booked the room before we left.'
- 4 Tom said, 'This meal is delicious.'
- 5 'I've written you a letter,' she said to her friend.
- 6 'We've decided to spend our holidays in Jordan,' they told us.
- 7 Jill said, "I'll go to the bank tomorrow."
- 8 She said to him, 'We've been invited to a wedding.'
- 9 She told me, 'You must leave early tomorrow.'
- 10 They've gone out for the evening,' Jessie said to me.
- 11 They said, 'We may visit Joe tonight.'
- 12 She said, 'I can meet you on Tuesday.'
- 13 Keith said, 'There is a letter for you on the table.'
- 14 'We won't be visiting Tom this evening,' Sam told us.
- 15 Eric said, 'They had been talking on the phone for an hour before I interrupted them.'
- 16 'I haven't spoken to Mary since last week,' Gloria said.
- 17 They delivered the letters this morning,' she said.
- 18 He said, 'I'd like to buy this jumper.'
- 19 They aren't going on holiday this year,' he said.
- 20 Jane said, 'I haven't finished my homework yet.'
- 21 'I'm going to bed early tonight,' Caroline said.
- 22 'My mother is coming to visit us,' I said.
- 23 'We don't want to watch a film tonight,' the children said.
- 24 'He's playing in the garden now,' his mother said.
- 25 She said, 'You must do your homework now.'

**4. Turn the sentences into reported speech. In which of the following sentences do the tenses not change? In which do they not have to be changed? Why?**

- 1 The article says, "The artist only uses oil paints."
- ...*The article says (that) the artist only uses oil paints....*
- ... *The tenses do not change because the introductory verb is in the present simple....*
- 2 "They are working hard today," he said.
- 3 'I've done the things you asked me to do,' Mary said.
- 4 The sun rises in the east,' she said.
- 5 'He broke the window,' they said.
- 6 'We've never been on holiday abroad,' they said.
- 7 Mum says, 'Dinner is ready.'
- 8 "I'll start cooking at six o'clock," she said.
- 9 'We went to the supermarket yesterday,' he said.
- 10 Mrs Jones says, 'My daughter is going to have a baby.'
- 11 'You're never going to get a job,' Dad always says.

- 12 'Fish live in water,' he said.  
 13 'We went to the beach last weekend,' they said.  
 14 'He showed me his photographs,' she said.  
 15 'I'm working on my project now,' Billy said.

**5. Turn the following sentences into reported speech.**

- 1 'Seaweed grows in the sea,' the teacher said to the students.  
 ...*The teacher said to the students/told the students (that) seaweed grows/grew in the sea....*  
 2 'I saw Amanda at the cinema,' she said, (up-to-date reporting)  
 3 'They don't live here any more,' he said to me. (out-of-date reporting)  
 4 'Canada is a large country,' he said.  
 5 'The Statue of Liberty is in America,' she said to us  
 6 'I'll help you with your homework,' he said, (out-of-date reporting)  
 7 'I would go on holiday if I had enough money,' Bill said, (up-to-date reporting)  
 8 'If I'm free, I'll call you,' Tom said, (up-to-date reporting)  
 9 'You should make a decision,' he said to us.  
 10 'You can ask John for advice,' she said, (up-to-date reporting)

**6. Turn the following into reported questions.**

- 1 'Where do you live?' I asked her.  
 ...*I asked her where she lived....*  
 2 'How old will you be on your next birthday?' he asked me.  
 3 'Where is your umbrella?' she asked her daughter.  
 4 'Do you like playing football?' John asked us.  
 5 'The boss asked, 'What time are you going home today?''  
 6 'Will you take the children to school today?' he asked.  
 7 'Who called you today?' she asked.  
 8 'When will you decorate the kitchen?' Martha asked.  
 9 'Who broke my vase?' I asked.  
 10 'Father asked, 'Will you help me lift these boxes, please?''  
 11 'Can you speak a foreign language?' she asked her.  
 12 'Where is the tourist information centre?' we asked.

**7. Yesterday, Marion met a couple who were on holiday in London. They were looking at a map. She asked them some questions. Turn them into reported questions.**

- 1 'Are you lost?'  
 ...*Marion asked them if/whether they were lost....*  
 2 'Can you speak English?'  
 3 'Where are you from?'  
 4 'Is your hotel near here?'  
 5 'Where do you want to go?'  
 6 'Were you looking for Big Ben?'  
 7 'Have you been to the British Museum?'  
 8 'Have you visited Buckingham Palace?'  
 9 'Do you like London?'

**8. Fill in the gaps with the introductory verbs in the list in the correct form.**

- order, tell, ask, beg, suggest  
 1 'Please visit me in hospital,' Joan said to Colin.  
 Joan ...*asked...* Colin to visit her in hospital.  
 2 'Let's eat out this evening,' Paul said to her.  
 Paul ... *eating out* that evening.

- 3 'Please, please be careful,' she said to him.  
She ... him to be careful.
- 4 'Don't go near the fire,' Dad said to us.  
Dad ... us not to go near the fire.
- 5 'Be quiet!' the commander said to the troops.  
The commander ... the troops to be quiet

**9. Turn the following sentences into reported speech.**

- 1 'Let's try the exercise again.'  
*The ballet teacher suggested trying the exercise again.*
- 2 'Lift your leg higher please, Rachel.'
- 3 'Turn your head a little more.'
- 4 'Don't lean back.'

**10. Turn the following sentences into reported speech.**

- 1 The doctor said to the patient, 'Come back to see me again next week.'  
... *The doctor told the patient to go back and see him again the following week/the week after.*
- 2 The guard said to the driver, 'Stop!'
- 3 He said, 'Shall we go for a walk?'
- 4 She said to him, 'Please, please don't leave me!'
- 5 Jenny said to Dave, 'Please help me with this'
- 6 She said to him, 'Open the window, please.'
- 7 Mother said, 'How about going for a drive?'
- 8 She said, 'Let's eat now.'

#### ТЕМА 4. Профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность)

##### Тематика общения:

1. Избранное направление профессиональной деятельности.

#### 4.1 Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

##### My speciality

##### The Earth's Crust and Useful Minerals

**cause** - *v* заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**

**clay** - *n* глина; глинозем

**consolidate** - *v* твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**

**crust** - *n* кора; *геол.* земная кора

**decay** - *v* гнить, разлагаться; *n* выветривание (*пород*); распад, разложение

**derive** - *v* (from) происходить, вести свое происхождение (*от*); наследовать

**destroy** - *v* разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный

**dissolve** *v* растворять

**expose** - *v* выходить (*на поверхность*); обнажаться; **exposure** - *n* обнажение

**external** - *a* внешний

**extrusive** - *a* эффузивный, излившийся (*о горной породе*)

**force** - *v* заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие

**glacier** - *n* ледник, глетчер

**grain** - *n* зерно; **angular grains** - угловатые зерна (*минералов*); **grained** - *a* зернистый

**gravel** - *n* гравий, крупный песок

**internal** - *a* внутренний

**intrusive** - *a* интрузивный, плутонический

**iron** - *n* железо

**layer** - *n* пласт

**like** - *a* похожий, подобный; *syn* **similar**; *ant* **unlike**; *adv* подобно

**lime** - *n* известь; **limestone** - *n* известняк

**loose** - *a* несвязанный, свободный; рыхлый

**make up** - *v* составлять; *n* состав (*вещества*)

**particle** - *n* частица; включение

**peat** - *n* торф; торфяник

**represent** - *v* представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative** - *a* характерный, типичный

**rock** - *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода

**sand** - *n* песок

**sandstone** - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник

**sediment** - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary** - *a* осадочный; **sedimentation** - *n* образование осадочных пород

**schist** - *n* (*кристаллический*) сланец; **schistose** - *a* сланцеватый, слоистый

**shale** - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay** - глинистый сланец;

**combustible ...**, **oil ...** - горючий сланец

**siltstone** - *n* алевроит

**stratification** - *n* напластование, залегание

**stratify** - *v* напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered**, **bedded**

**substance** - *n* вещество, материал; сущность

**thickness** - *n* толщина, мощность

**value** - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable** - *a* ценный (*о руде*)

**vary** - *v* изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from)**; **variable** - *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

**contain** - *v* содержать (*в себе*), вмещать

**crack** - *n* трещина; щель; *v* давать трещину; трескаться, раскалываться

**contract** - *v* сжиматься; сокращаться

**dust** - *n* пыль

**expand** - *v* расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant*

**contract**

**fissure** - *n* трещина (*в породе, угле*); расщелина; щель

**fracture** - *n* трещина; излом; разрыв; *v* ломать(ся); раздроблять (*породу*)

**freeze** - *v* замерзать; замораживать; застывать

**gradual** - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

**hard** - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft**; тяжелый (*о работе*); *adv* сильно, упорно; **hardly** *adv*

едва, с трудом

**hole** - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

**influence** - *n* влияние; *v* (**on, upon**) влиять (*не что-л.*)

**lateral** - *a* боковой

**occur** - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence** - *n*

залегание; **mode of occurrence** - условия залегания

**penetrate** - *v* проникать (*внутрь*), проходить через (*что-л.*)

**phenomenon** - *n* явление; *pl* **phenomena**

**pressure** - *n* давление; **lateral pressure** боковое (*горизонтальное*) давление; **rock pressure**

горное давление, давление породы

**rate** - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

**refer** - *v* (to) ссылаться (*на что-л.*); относиться (*к периоду, классу*)

**resist** - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n*

сопротивление; **resistant** - *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

**size** - *n* размер; величина; класс (*угля*)

**solution** - *n* раствор; **soluble** - *a* растворимый; **solvent** - растворитель; *a* растворяющий

**succession** - *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

**undergo** (*underwent, undergone*) - *v* испытывать (*что-л.*), подвергаться (*чему-л.*)

**uniform** - *a* однородный; одинаковый

**weathering** - *n* выветривание; эрозия (*воздействию, влиянию и т.д.*)

**to be subjected to** подвергаться

### Rocks of Earth's Crust

**abyssal** - *a* абиссальный, глубинный; **hypabyssal** - *a* гипабиссальный

**adjacent** - *a* смежный, примыкающий

**ash** - *n* зола

**belt** - *n* пояс; лента; ремень

**body** - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные)

вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

**common** - *a* обычный; общий; *syn* **general**; *ant* **uncommon**

**cool** - *v* охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

**dimension** - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

**dust** - *n* пыль

**dyke** - *n* дайка

**extrusion** - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия

(*внедрение в породу изверженной массы*)

**fine** - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный,

ясный (*о погоде*); изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **finest** - *n pl* мелочь; мелкий уголь

**flow** - *v* течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы

**fragmentary** - *a* обломочный, пластический

**glass** - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный

**gold** - *n* золото

**inclined** - *a* наклонный

**mica** - *n* слюда

**permit** - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**

**probably** - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**

**shallow** - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий

**sill** - *n* sill, пластовая интрузия

**stock** - *n* штوك, небольшой батолит

**vein** - *n* жила, прожилок, пропласток

**band** - *n* слой; полоса; прослойка (*породы*); *syn* **layer**

**cleave** - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж

**constituent** - *n* составная часть, компонент

**define** - *v* определять, давать определение

**distribute** - *v* (**among**) распределять (между); раздавать;

**disturb** - *v* нарушать; смещать

**excess** - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**

**flaky** - *a* слоистый; похожий на хлопья

**fluid** - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда

**foliate** - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated** - *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**

**marble** - *n* мрамор

**mention** - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание

**plate** - *n* пластина; полоса (*металла*)

**pressure** - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление

горных пород

**relate** - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation** - *n* отношение;

**relationship** - *n* родство; свойство; **relative** - *a* относительный; соответственный

**run (ran, run)** - *v* бегать, двигаться; течь; работать (*о машине*); тянуться, простираться; управлять (*машиной*); вести (*дело, предприятие*)

**schistose** - *a* сланцеватый; слоистый

**sheet** - *n* полоса

**slate** - *n* сланец; *syn* **shale**

**split (split)** - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**

**trace** - *n* след; **tracing** - *n* прослеживание

**at least** по крайней мере

**to give an opportunity (of)** давать возможность (*кому-л., чему-л.*)

**in such a way** таким образом

### Fossil Fuels

**accumulate** - *v* накапливать; скопляться

**ancient** - *a* древний, старинный; *ant* **modern**

**associate** - *v* связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**

**burn (burnt)** - *v* сжигать; гореть; жечь

**charcoal** - *n* древесный уголь

**convenient** - *a* удобный, подходящий

**crude** - *a* сырой, неочищенный

**dig (dug)** - *v* добывать; копать; **digger** - *n* угольный экскаватор; землеройная машина

**divide** - *v* делить; (*from*) отделять; разделять

**evidence** - *n* доказательство; очевидность; признак(и)

**fossil** - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое (*органического происхождения*);

окаменелость

**heat** - *v* нагревать; *n* теплота  
**liquid** - *a* жидкий; *n* жидкость; *ant* **solid**  
**manufacture** - *v* изготавливать, производить; *syn* **produce**  
**mudstone** - *n* аргиллит  
**purpose** - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**  
**shale** - *n* глинистый сланец  
**the former ... the latter** - первый (*из вышеупомянутых*) последний (*из двух названных*)  
**bench** - *n* слой, пачка (*пласта*)  
**blend** - *v* смешивать(ся); вклинивать(ся)  
**combustion** - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание  
**continuity** - *n* непрерывность, неразрывность  
**domestic** - *a* внутренний; отечественный  
**estimate** - *v* оценивать; *n* оценка; смета  
**fault** - *n* разлом, сдвиг (*породы*); сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов  
**fold** - *n* изгиб, складка, флексура; **folding** - *n* складчатость, смешение (*пласта*) без разрыва  
**inflare** - *v* воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя  
**intermediate** - *a* промежуточный; вспомогательный  
**liable** - *a* (to) подверженный; подлежащий (*чему-л.*)  
**luster** - *n* блеск (*угля, металла*); **lustrous** - *a* блестящий  
**matter** - *n* вещество; материя  
**moisture** - *n* влажность, сырость; влага  
**parting** - *n* прослойка  
**plane** - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования  
**rank** - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля  
**regular** - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный;  
**regularity** *n* непрерывность; правильность  
**similar** - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**  
**smelt** - *v* плавить (*руды*); выплавлять (*металл*)  
**store** - *v* запасать, хранить на складе; вмещать  
**strata** - *n pl om stratum* пласты породы; свита (*пластов*); формация, напластования породы; *syn* **measures**  
**thickness** - *n* мощность (*пласта, жилы*)  
**uniform** - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие  
**utilize** - *v* использовать; *syn* **use, apply, employ**  
**volatile** - *a* летучий, быстро испаряющийся

### Prospecting and Exploration

**aerial** - *a* воздушный; надземный  
**certain** - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно  
**cost** - (cost) *v* стоить; *n* цена; стоимость  
**crop** - *v* (out) обнажать(ся), выходить на поверхность (*о пласте, породе*); *syn* **expose**; засеивать, собирать урожай  
**dredging** - *n* выемка грунта; драгирование  
**drill** - *v* бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение  
**drive (drore, driven)** - *v* проходить (*горизонтальную выработку*); приводить в движение; управлять (*машиной*); *n* горизонтальная выработка; привод; передача  
**evidence** - *n* основание; признак(и); свидетельства  
**expect** - *v* ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

**explore** - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей;  
**exploratory** - a разведочный; **exploration** - n детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

**galena** - n галенит, свинцовый блеск

**indicate** - v указывать, показывать; служить признаком; означать

**lead** - n свинец

**look for** - v искать

**open up** - v вскрывать (*месторождение*); нарезать (*новую лаву, забой*); **opening** - n горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

**panning** - n промывка (*золотоносного песка в лотке*)

**processing** - n обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

**prove** - v разведывать (*характер месторождения или залегания*); доказывать; испытывать, пробовать; **proved** - a разведанный, достоверный; **proving** - n опробование, предварительная разведка

**search** - v исследовать; (for) искать (*месторождение*); n поиск; *syn* **prospecting**

**sign** - n знак, символ; признак, примета

**store** - v хранить, накапливать (*о запасах*)

**work** - v работать; вынимать, извлекать (*уголь, руду*); вырабатывать; **workable** - a подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий (*о пласте*); рентабельный; **working** - n разработка, горная выработка

**adit** - n горизонтальная подземная выработка, штольня

**angle** - n угол

**approximate** - a приблизительный

**bit** - n режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit** - алмазная буровая коронка

**borehole** - n скважина, буровая скважина

**crosscut** - n квершлаг

**dip** - n падение (*залежи*); уклон, откос; v падать

**enable** - v давать возможность или право (*что-л. сделать*)

**exploit** - v разрабатывать (*месторождение*); эксплуатировать; **exploitation** - n разработка; эксплуатация

**measure** - n мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

**overburden** - n покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

**pit** - n шахта; карьер, разрез; шурф

**reliable** - a надежный; достоверный

**rig** - n буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

**sample** - n образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

**section** - n участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение;

**geological** ~ геологический разрез (*пород*)

**sequence** - n последовательность; порядок следования; ряд

**sink (sank, sunk)** - v проходить (*шахтный ствол, вертикальную выработку*); углублять; погружать; опускать; **sinking** - n проходка (*вертикальных или наклонных выработок*); **shaft sinking** - проходка ствола

**slope** - n наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping** - a наклонный; **gently sloping** - с небольшим наклоном

**steep** - a крутой, крутопадающий, наклонный

**strike** - n *зд.* простирание; v простираться; **across the strike** - вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

**trench** - n траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

**to make use (of)** использовать, применять

**to take into consideration** принимать во внимание; *syn* **take into account**

### General Information on Mining

**access** - *n* доступ

**affect** - *v* воздействовать (*на что-л.*); влиять; *syn* **influence**

**barren** - *a* непродуктивный; пустой (*о породе*)

**chute** - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

**compare** - *v* (with) сравнивать, проводить параллель

**contribute** - *v* способствовать, содействовать; делать вклад (*в науку*); **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

**cross-section** - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

**develop** - *v* разрабатывать (*месторождение*); развивать (*добычу*); производить подготовительные работы; **development** - *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

**drift** - *n* штрек, горизонтальная выработка

**ensure** - *v* обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

**face** - *n* забой; лава

**floor** - *л* почва горной выработки, почва пласта (жила); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

**govern** - *v* править, управлять; руководить; определять, обуславливать

**inclination** - *n* уклон, скат, наклон (*пластов*); наклонение; **seam** ~ падение (*пласта*); наклон (*пласта*)

**incline** - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

**inclined** - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный (*о пластах*); **steeply** ~ крутопадающий

**level** - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень (*инструмент*); нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

**recover** - *v* извлекать (*целики*); выбирать, очищать; добывать (*уголь и т.п.*); восстанавливать

**remove** - *v* удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal** - *n* вскрыша; выемка; уборка (*породы*); извлечение (*крепя*); перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

**rib** - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

**roof** - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта (*или жиля*); перекрытие; ~ **support** - крепление кровли

**shaft** - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

**tabular** - *a* пластовый (*о месторождении*); пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

**waste** - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

**well** - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

**capital investment** - капитальные вложения

**gate road** - промежуточный штрек

**in bulk** - навалом, в виде крупных кусков

**metal-bearing** - содержащий металл

**production face/working** - очистной забой

**productive mining** - эксплуатационные работы

**in view of** - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

**with a view to** - с целью

**advantage** - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

**caving** - *n* обрушение (*кровли*); разработка с обрушением

**deliver** - *v* доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить (*речь*); читать (*лекцию*)

**entry** - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

**giant** - *n* гидромонитор

**gravity** - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by** ~ самотеком, под действием собственного веса

**haul** - *v* доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка (*по горизонтали*)

**longwall** - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining**; ~ **advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; ~ **advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ **to the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

**lose (lost)** - *v* терять; **loss** - *n* потеря, убыток

**pillar** - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

**predominate** - *v* преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

**protect** - *v* охранять, защищать

**reach** - *v* простираться, доходить до; добиваться, достигать

**satisfy** - *v* удовлетворять(ся)

**shield** - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

**room** - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

**stowing** - *n* закладка (*выработанного пространства*)

**method of working** система разработки

**the sequence of working the seams** - последовательность отработки пластов

**goaf** — завал; обрушенное пространство

**double-ended drum bearer** — комбайн с двойным барабаном

**to identify** — опознавать

**appraisal** — оценка

**susceptibility** — чувствительность

**concealed** — скрытый, не выходящий на поверхность

**crusher** — дробилка

**concentration** — обогащение

**blending** — смешивание; составление шихты

**screen** — сортировать (обыден. уголь); просеивать

**froth floatation** — пенная флотация

**core drilling** — колонковое бурение

**to delineate** — обрисовывать, описывать

**lender** — заимодавец

**feasibility** — возможность

**in situ mining** — повторная разработка месторождения в массиве

**screening** — просеивание; грохочение

**processing** — обработка, разделение минералов

### Mining and Environment

**break** *v* (**broke, broken**) отбивать (*уголь или породу*), обрушивать кровлю; разбивать; ломать; *л* отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(*руды или породы*); расширять забой; **breakage** *л* разрыхление, дробление

**drill** - *n* бур; перфоратор; бурильный молоток; сверло; *v* бурить; *car* ~ буровая тележка;

**mounted** ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение

**dump** - *n* отвал (*породы*); склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; *v* сваливать (*в отвал*); разгружать; отваливать; опрокидывать (*вагонетку*);

**dumper** опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn tip*

**environment** - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

**explode** - *v* взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive** - *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

**friable** - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле*)

**handle** - *v* перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

**heap** - *v* наваливать; нагрывать; *n* породный отвал, терриконик; *syn spoil ~, waste ~*

**hydraulicling** - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

**load** - *v* нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader** - *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader** - комбайн, комбинированная горная машина

**lorry** - *n* грузовик; платформа; *syn truck*

**mention** - *v* упоминать

**overcasting** - *n* перелопачивание (*породы*)

**pump** - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламный насос; *v* качать; накачивать; откачивать

**reclamation** - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка (*после открытых работ*)

**sidecasting** - *n* внешнее отвалообразование

**site** - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

**slice** - *n* слой; **slicing** - *n* выемка слоями, разработка слоями

**strip** - *v* производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать (*лаву*); вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper** - *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping** - *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

**unit** - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

**washery** - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

**to attract smb's attention** привлекать чье-л. внимание

**backhoe** - *n* обратная лопата

**blast** - *n* взрыв; *v* взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

**block out** - *v* нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

**clearing** - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

**crash** - *v* дробить; разрушать; обрушать(ся)

**earth-mover** - *n* землеройное оборудование; *syn excavator*

**excavator** - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket** ~ многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

**grab** - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; *v* захватывать;

**grabbing** - погрузка грейфером; захватывание

**hoist** - *n* подъемное установка (машина); подъемник; лебедка; *v* поднимать; **hoisting** шахтный подъем

**plough** - *n* струг

**power shovel** - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

**range** - *n* колебание в определенных пределах

**rate** - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход (*воды*)

**remote** - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

**result** - *v* (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

**safety** - *n* безопасность; техника безопасности

**slope** - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; *v* очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face**; **sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием (*руды*)

**support** - *v* крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering**; **powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

#### **4.2 Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:**

##### **My speciality is Geology**

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition and the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth's surface and on its surface.

2. Petrology which studies the rocks of the Earth.

3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.

4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.

5. Historic Geology which treats of the Earth's history.

6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.

7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kazakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

#### **4.3 Систематизация грамматического материала:**

1. Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий.

2. Основные сведения о сослагательном наклонении.

##### **Инфинитив. The Infinitive**

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы **not**, которая ставится перед ним: *It was difficult not to speak. Было трудно не говорить.*

### Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

### Глаголы, после которых используется инфинитив:

to agree - соглашаться  
 to arrange - договариваться  
 to ask – (по)просить  
 to begin – начинать  
 to continue – продолжать  
 to decide – решать  
 to demand - требовать  
 to desire – желать  
 to expect – надеяться  
 to fail – не суметь  
 to forget – забывать  
 to hate - ненавидеть  
 to hesitate – не решаться  
 to hope - надеяться  
 to intend – намереваться  
 to like – любить, нравиться  
 to love – любить, желать  
 to manage - удаваться  
 to mean - намереваться  
 to prefer - предпочитать  
 to promise - обещать  
 to remember – помнить  
 to seem - казаться  
 to try – стараться, пытаться  
 to want – хотеть

*Например:*

He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*

She began to talk. *Она начала говорить.*

### Значение разных форм инфинитива в таблице

Формы инфинитива	Чему я рад?	
Simple	I am glad <b>to speak</b> to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad <b>to be speaking</b> to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad <b>to have spoken</b> to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad <b>to have been speaking</b> to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad <b>to be told</b> the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.

Perfect Passive	I am glad <b>to have been told</b> the news.	Рад, что мне рассказали новости.
-----------------	--	----------------------------------

### Причастие. Participle

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

#### Формы причастия

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	<b>writing</b>	<b>being written</b>
	Perfect	<b>having written</b>	<b>having been written</b>
Participle II (Past Participle)			<b>written</b>

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая, not broken — не разбитый.

#### Как переводить разные формы причастия на русский язык

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая
having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строя
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

### Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

#### Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	<b>writing</b>	<b>being written</b>
Perfect	<b>having written</b>	<b>having been written</b>

**Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!**

admit (признавать),	advise (советовать),	avoid (избегать),
burst out (разразиться),	delay (задерживать),	deny (отрицать),
dislike (не нравиться),	enjoy (получать удовольствие),	escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить),	forgive (прощать),	give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать),	mention (упоминать),	mind (возражать - только в “?” и “-“),
miss (скучать),	put off (отложить),	postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать),	suggest (предлагать),	understand (понимать).

**Герундий после глаголов с предлогами**

accuse of (обвинять в),	agree to (соглашаться с),	blame for (винить за),
complain of (жаловаться на),	consist in (заключаться в),	count on / upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с),	depend on (зависеть от),	dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться),	hear of (слышать о),	insist on (настаивать на),

keep from (удерживать(ся) от), look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать),  
 look like (выглядеть как), object to (возражать против),  
 persist in (упорно продолжать), praise for (хвалить за), prevent from (предотвращать от),  
 rely on (полагаться на), result in (приводить к), speak of, succeed in (преуспевать в),  
 suspect of (подозревать в), thank for (благодарить за), think of (думать о)  
 He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

**to be + прилагательное / причастие + герундий**

be afraid of (бояться чего-либо), be ashamed of (стыдиться чего-либо),  
 be engaged in (быть занятым чем-либо), be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо),  
 be good at (быть способным к), be interested in (интересоваться чем-либо),  
 be pleased at (быть довольным), be proud of (гордиться чем-либо),  
 be responsible for (быть ответственным за), be sorry for (сожалеть о чем-либо),  
 be surprised at (удивляться чему-либо), be tired of (уставать от чего-либо),  
 be used to (привыкать к).  
 I'm tired of waiting. — *Я устал ждать.*

**Выполните упражнения на закрепление материала:**

**1. Complete the sentences with the correct infinitive tense.**

- 1 She has grown taller. She seems ...*to have grown taller.*
- 2 He is getting used to his new job. He appears
- 3 Kate makes friends easily. She tends
- 4 He has finished the report. He claims
- 5 It is raining over there. It seems
- 6 He is on a diet. He appears
- 7 They have sailed round the world. They claim
- 8 She is feeling better. She seems

**2. Fill in the correct infinitive tense.**

- 1 A: What would you like ...*to do...* (do) tonight?  
B: Let's ... (go) to an Italian restaurant.
- 2 A: What's Liz doing?  
B: She seems ... (look) for something in her bag.
- 3 A: Alan has been offered a new job!  
B: No, he hasn't. He just pretended ... (offer) a new job.
- 4 A: Colin claims ... (meet) lots of famous people.  
B: I know, but I don't believe him.
- 5 A: Look at those two men outside. What are they doing?  
B: They appear ... (empty) the rubbish bins.
- 6 A: Would you like to go to the cinema tonight?  
B: Not really. I would prefer ... (go) to the theatre.
- 7 A: Tara seems ... (work) hard all morning.  
B: Yes, she hasn't even stopped for a cup of coffee.
- 8 A: Why is Tom at work so early this morning?  
B: He wants ... (finish) early so that he can go to the concert tonight.

**3. Rephrase the following sentences, as in the example.**

- 1 He must wash the car. I want ...*him to wash the car...*
- 2 You mustn't be late for work. I don't want ...
- 3 Claire must tidy her bedroom. I want ...

- 4 She mustn't go to the disco. I don't want ...  
 5 They must go to school tomorrow. I want ...  
 6 Gary mustn't make so much noise. I don't want ...  
 7 You mustn't make a mess. I don't want ...  
 8 He must mend his bike. I want ...

**4. Complete the sentences with *too* or *enough* and the adjective in brackets.**

- 1 A: Would you like to come to the disco?  
 B: Oh no. I'm *...too tired...* to go to a disco, (tired)  
 2 A: Can you reach that top shelf?  
 B: No, I'm not *...* to reach it. (tall)  
 3 A: Did they go on a picnic yesterday?  
 B: No. It was *...* to go on a picnic, (cold)  
 4 A: Did Jane enjoy the horror film?  
 B: No. She was *...* to enjoy it. (scared)  
 5 A: Does Tom go to school?  
 B: No. He isn't *...* to go to school yet. (old)  
 6 A: Will you go to London by bus?  
 B: No. The bus is *...*. I'll take the train, (slow)  
 7 A: Did she like the dress you bought?  
 B: Yes, but it was *...*. (big)  
 8 A: Take a photograph of me!  
 B: I can't. It isn't *...* in here, (bright)

**5. Rewrite the sentences using *too*.**

- 1 This music is so slow that I can't dance to it.  
*...This music, is too slow for me to dance to...*  
 2 The bird is so weak that it can't fly.  
 3 She's so busy that she can't come out with us.  
 4 The car was so expensive that he couldn't buy it.  
 5 These shoes are so small that they don't fit me.  
 6 The book is so boring that she can't read it.  
 7 I was so tired that I couldn't keep my eyes open.  
 8 The coffee was so strong that he couldn't drink it.

**6. Underline the correct preposition and fill in the gaps with the *-ing* form of the verb in brackets.**

- 1 He is ill. He is complaining **with/about** *...having...* (have) a headache.  
 2 Marcus went out instead **for/of** *...* (do) his homework.  
 3 Tracy was very excited **with/about** *...* (go) to the party.  
 4 I hope you have a good excuse **of/for** *...* (be) so late.  
 5 Sam is interested **in/for** *...* (take up) French lessons.  
 6 You can't stop him **to/from** *...* (take) the job if he wants to.  
 7 Susie ran because she was worried **about/of** *...* (miss) the bus.  
 8 Thank you **to/for** *...* (help) me with my homework.  
 9 She felt tired because she wasn't used **to/with** *...* (work) so hard.  
 10 His boss blamed him **for/of** *...* (lose) the deal.  
 11 I am in charge **in/of** *...* (make) the Christmas deliveries.  
 12 We are thinking **of/from** *...* (buy) a new car next month.  
 13 Sandra apologised **for/about** *...* (ruin) the performance.  
 14 Ian was talking **with/about** *...* (open) a shop in York.

**7. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the *-ing* form.**

- 1 It's no use ...*talking*... (talk) to Bob; he won't change his mind.
- 2 She will ... (return) the books next weekend.
- 3 It was good of you ... (help) me fix my bicycle.
- 4 The man suggested ... (call) the police in, to investigate.
- 5 I can't get used to ... (live) in such a hot country.
- 6 He admitted ... (rob) the bank.
- 7 You had better ... (hurry), or you'll be late for work.
- 8 They refused ... (give) me my money back.
- 9 She is too short ... (become) a fashion model.
- 10 My parents let me ... (stay) up late at weekends.
- 11 Our teacher makes us ... (do) homework every evening.
- 12 The kitchen windows need ... (clean).
- 13 They have begun ... (make) preparations for the party.
- 14 He advised her ... (speak) to her boss.
- 15 I dislike ... (go) to the theatre alone.
- 16 Mr. Roberts was seen ... (leave) his house at 12:15 last night.
- 17 My sister can't stand ... (watch) horror films. She gets terribly scared.
- 18 Can you imagine ... (spend) your holidays on the moon?
- 19 There's no point in ... (call) again. There's no one at home.
- 20 I don't allow people ... (smoke) in my house.
- 21 It was silly of you ... (forget) to lock the door.
- 22 He risks ... (lose) his wallet when he leaves it on his desk.

**8. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.**

- 1 A: Is Anne in the room?  
B: Yes. I can see her ...*dancing*... (dance) with her husband over there.
- 2 A: Did you see the robber?  
B: Yes. I saw him ... (get) into the car and drive away.
- 3 A: Is John here today?  
B: Yes. I heard him ... (talk) on the phone as I walked past his office.
- 4 A: Colin is good at speaking in public, isn't he?  
B: Yes. I heard him ... (make) a speech last month. It was excellent.
- 5 A: I walked past the sports centre today.  
B: So did I, and I stopped for a moment to watch some boys ... (play) football.
- 6 A: Your hair looks great today.  
B: Thanks. I watched the hairdresser ... (dry) it so I could learn how to do it myself.
- 7 A: That's a music school, isn't it?  
B: That's right. I often hear the students ... (sing) as I walk past.
- 8 A: Did you stay until the end of the contest?  
B: Yes. I listened to the chairman ... (announce) the results before I went home.
- 9 A: How do you know Tim is at home?  
B: I saw him ... (cut) the grass as I was driving home.
- 10 A: How do you know that man stole the watch?  
B: I saw him ... (put) it in his pocket and leave the shop without paying.

**9. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.**

- 1 I'll never forget ...*sailing*... (sail) down the Danube on that warm spring night last year.
- 2 Please don't forget ... (pay) the bill.
- 3 John said he remembers ... (buy) the newspaper, but now he can't find it.
- 4 Did you remember ... (post) my letters today?
- 5 Gloria regrets ... (shout) at her sister.
- 6 I regret ... (inform) you that we cannot give you your money back.

- 7 The students went on ... (write) for another hour.  
 8 After cleaning the windows, he went on ... (wash) the car.  
 9 We are sorry ... (announce) that the 7:15 train to Liverpool has been cancelled.  
 10 I'm sorry for ... (miss) your birth day party; I'll make it up to you.  
 11 She stopped ... (go) to the gym after she had got back into shape.  
 12 They stopped ... (have) a rest before they continued their journey.  
 13 They tried ... (open) the door, but it was stuck.  
 14 You should try ... (make) your own clothes. It's much cheaper.  
 15 I'm sorry. I didn't mean ... (break) your vase.  
 16 Being a teacher means ... (correct) a lot of homework.  
 17 I like ... (tidy) my room at week ends because I don't have time during the week.  
 18 They like ... (play) in the sea on hot days.

**10. Put the verbs in brackets into the correct infinitive form or the -ing form.**

My neighbour, Mr. Mason, loves 1) ...*spending*... (spend) time in his garden. He would rather 2) ... (work) outside than stay indoors, even when it is snowing! Early in the morning, you can 3) ... (see) Mr. Mason 4) ... (eat) breakfast in his garden, and late at night he is there again, with a cup of cocoa in his hand. I'd like 5) ... (help) sometimes when there is lots of work to do, but Mr. Mason prefers 6) ... (do) everything himself. He doesn't mind 7) ... (get) cold and wet in the winter, and his wife says it's no use 8) ... (try) to make him wear a waterproof jacket because he hates 9) ... (wear) them! Mr. Mason says he will go on 10) ... (garden) until he is too old 11) ... (do) it!

**Основные сведения о сослагательном наклонении**

Conditionals are clauses introduced with *if*. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

**Type 0 Conditionals:** They are used to express something which is always true. We can use *when* (whenever) instead of *if*. *If/When the sun shines, snow melts.*

**Type 1 Conditionals:** They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

**Type 2 Conditionals:** They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

**Type 3 Conditionals:** They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/ could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary

			to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the if -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the if - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the if - clause, then no comma is necessary.

*e.g. a) If I see Tim, I'll give him his book.*

*b) I'll give Tim his book if I see him.*

We do not normally use will, would or should in an if - clause. However, we can use will or would after if to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as / don't know, I doubt, I wonder, etc.).

We can use should after if to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

*e.g. a) If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)*

*b) If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)*

*c) If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)*

*d) I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)*

*e) If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)*

We can use unless instead of if... not in the if -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after unless.

*e.g. Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.)*

(NOT: Unless you don't leave now, ...)

We can use were instead of was for all persons in the if - clause of Type 2 conditionals.

*e.g. If Rick was/were here, we could have a party.*

We use If I were you ... when we want to give advice.

*e.g. If I were you, I wouldn't complain about it.*

The following expressions can be used instead of if: provided/providing that, as long as, suppose/supposing, etc.

*e.g. a) You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)*

*b) We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)*

*c) Suppose/Supposing the boss came now, ...*

We can omit if in the if - clause. When if is omitted, should (Type 1), were (Type 2), had (Type 3) and the subject are inverted.

*e.g. a) Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)*

*b) Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)*

*c) Had he known, he would have called. (If he had known, ...)*

**Выполните упражнения на закрепление материала:**

**1. Look at the prompts and make Type 1 conditional sentences, as in the example.**

e.g. If we cut down all the forests, the world's climate will change.

- 1 cut down/ all forests / world's climate / change
- 2 not stop/use / aerosols /destroy / ozone layer
- 3 find / alternative sources of energy / solve / some of our environmental problems
- 4 temperatures / go up / by a few degrees /sea levels / rise
- 5 recycle / waste / save / natural resources
- 6 population / continue to increase / not be enough food for everyone

**2. Lisa is trying to decide where to go on holiday. She would like to go to one of these places. In pairs, ask and answer questions using the prompts below, as in the example.**

**A) SPAIN FOR A WEEK**

£180 Inclusive!!

2-star hotel beach

Free water sports

**B) A TWO WEEK CAMPING HOLIDAY IN THE SOUTH OF FRANCE**

ONLY £280 per person

Self-catering

1. How long / be away / choose / Spain?

SA: How long will she be away if she chooses Spain?

SB: If she chooses Spain, she'll be away for a week.

2. Where / go / like / camping?

3. How much / pay / go to / France?

4. What / do / go to / Spain?

5. Where / go / want / cheap holiday?

**3. Study the situations, then make Type 2 conditional sentences, as in the example.**

I don't have a car, so I have to wait for the bus every day.

1. If I ...had... (have) a car, I ...wouldn't have to... (not/have to) wait for the bus every day.

I never do my homework, so my teacher always gets angry with me.

2. If I ... (do) my homework, my teacher ... (not/get) angry with me.

I live in a small house, so I can't invite friends over.

3. If I ... (live) in a bigger house, I ... (be able to) invite friends over.

I never get up early, so I y am always late for school.

4. If I ... (get up) earlier, I ... (not/be) late for school.

**4. Complete the sentences to make Type 3 conditional sentences, as in the example.**

1. If he ...hadn't noticed... (not/notice) the mould in one of his glass dishes, Alexander Fleming ...would never have discovered... (never/discover) penicillin.

2. If he ... (sell) some of his paintings, Van Gogh ... (get) some recognition during his lifetime.

3. If Barbara Streisand ... (change) the shape of her nose, her career ... (never/be) the same.

4. If Anne Sullivan ... (not/teach) her, Helen Keller ... (not/be able to) communicate.

5. If Naomi Campbell ... (not/be) so beautiful, she ... (never/become) a supermodel.

**5. Read the story below and make Type 3 conditional sentences, as in the example.**

e.g. 1) ...if Sally hadn't been in a hurry, she would nave left some important notes at home....

Sally had a terrible day yesterday. She was in a hurry, so she left some important notes at home. She wasn't prepared for her meeting with a new client, so the meeting was a disaster. The client was

disappointed, and as a result he refused to do business with the company. The boss shouted at Sally, so she got upset.

**6. Match the items in column A with those in column B in order to make correct Type 0 conditional sentences, as in the example.**

e.g. 1 - c ...if you add sugar to a cup of coffee, the coffee tastes sweeter...

A

1. Add sugar to a cup of coffee.
2. Throw salt onto snow.
3. Put an apple in a bowl of water.
4. Water plants regularly.
5. Lie in the sun too long.
6. Take regular exercise.

B

- a The apple floats.
- b Your skin turns red.
- c The coffee tastes sweeter.
- d You feel healthy.
- e The plants grow.
- f The snow melts.

**7. Put the verbs in brackets into the correct tense.**

1 A: What time will you be home tonight?

B: I'm not sure. If I ...have to... (have to) work late. I ...'ll call... (call) you.

2 A: I felt very tired at work today.

B: Well, if you ... (not/watch) the late film, you ... (not/feel) so tired

3 A: Should I buy that car?

B: Why not? If I ... (have) the money, I ... (buy) it myself.

4 A: If you ... (pass) a chemist's, ... (you/get) me some cough medicine?

B: Yes, certainly.

5 A: My sister seems very upset at the moment.

B: Were I you, I ... (talk) to her about it.

6 A: Unless you ... (hurry), you ... (be) late again.

B: No, I won't. There's plenty of time.

7 A: Oh! I forgot to ask Sarah over for dinner.

B: If I ... (speak) to her today, I ... (ask) her for you.

8 A: May I join the club, please?

B: Provided you ... (be) over eighteen, you can join the club.

9 A: What a lovely restaurant! I'm glad we came here.

B: If you ... (not/burn) the dinner, we ... (not/come) here!

10 A: Just think. If I ... (not/move) to York, I ... (never/meet) you.

B: I know, wasn't it lucky?

11 A: Jo doesn't spend enough time with me.

B: Well, if she ... (have) the time, I'm sure she ... (try), but she's very busy.

12 A: Did you give Bill the message?

B: No, but when I ... (see) him, I ... (tell) him the news.

**8. Choose the correct answer.**

1 'If you ...C... that plate, you'll burn your fingers.'

'Why? Has it been in the oven?'

A would touch

B will touch

C touch

2 '... you're busy, we'll talk now.'

'That's fine. I'm not busy at the moment.'

A If

B Provided

C Unless

3 'If you watch the news, you ... a lot.'

'I know. I watch it every day.'

A learn

B were learning

C would learn

4 '... you wear warm clothes, you won't get cold.'

'I'll wear an extra jumper.'

A Unless

B Providing

C Supposing

5 'Shall I invite John to the party?'

'Well, were I you, I ... him.'

A would invite

B will invite

C am inviting

6 '... the teacher comes back now, what will you do?'

'I don't know.'

A When

B Providing

C Supposing

7 'Could I see the menu, please?'

'Yes, sir. If you ... a seat, I will fetch it for you.'

A take

B had taken

C have taken

8 'Don't cry. Everything will be alright.'

'Yes, but if I ... the bus, I wouldn't have been late for school.'

A didn't miss

B hadn't missed

C don't miss

9 'When water boils, it ... steam.'

'Yes, I know; and the steam is hot, too.'

A would produce

B produce

C produces

10 'Can you help me, please?'

'Well, if I wasn't studying, I ... you.'

A would help

B help

C will help

11 'John crashed his car yesterday.'

'I know, but if he hadn't been changing the cassette, he ...'

A won't crash

B wouldn't crash

C wouldn't have crashed

12 'Can I have some chocolate, please?'

'If you behave yourself, I ... you some later.'

A would buy

B might buy

C buy

13 'Should you see Colin ... and tell me.'

'I will.'

A come

B to come

C will come

14 'If we were rich, we ... expensive clothes.'

'Well, unfortunately we aren't rich!'

A could afford

B can afford

C afford

**9. Put the verbs in brackets into the correct tense.**

1 If I ...were... (be) you, I wouldn't drive in the snow.

2 Peter ... (be able to) help you if he was here.

3 If I had closed the window, the cat ... (not/jump) out.

4 I ... (call) for help if I got stuck in a lift.

5 Had I known him, I ... (talk) to him.

6 John ... (may/lose) his job if he is rude to the boss.

7 If you ... (save) some money, you would have been able to go on holiday last year.

8 You may win if you ... (take) part in the contest.

9 If I had toothache, I ... (go) to the dentist.

10 They would have helped us move house if we ... (ask) them.

11 If Jane ... (be) older, she could live by herself.

12 We would have changed our plans if we ... (hear) the weather forecast.

13 Emma ... (send) a card if she had remembered it was their anniversary.

14 Robert ... (feel) better if you talked to him.

15 If Sam was still living nearby, you ... (can/invite) him for dinner.

16 If you ... (put) your money in your wallet, you will not lose it.

17 If you ... (like) chocolate, you will love this cake.

18 If Bill ... (come) home early, he will eat dinner with us.

19 Sandra will join us later unless she ... (have) a lot of work to do.

**10. Fill in the gaps using when or if.**

1 A: Have you phoned Paul yet?

B: No, I'll phone him ...when... I get home.

2 A: ... I get a new job soon, I may have a party.

B: That's a good idea.

3 A: I really liked that dress we saw.

B: Well, you can buy it ... you get paid.

4 A: Shall we go somewhere this weekend?

B: Yes ... it's sunny, we could go to the beach.

5 A: Did you make this cake yourself?

B: Yes ... you like it, I'll give you the recipe.

6 A: Is Jane still asleep?

B: Yes ... she wakes up, I'll tell her you're here.

7 A: Have you done your homework?

B: No. I'll do it ... we've finished dinner.

8 A: We've run out of milk.

B: Well, ... I go to the shops, I'll buy some more.



Министерство образования и науки РФ  
ФГБОУ ВПО  
«Уральский государственный горный  
университет»

**Е. М. Суднева**

## **БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

*Сборник заданий к практическим  
и самостоятельным работам*  
по курсу «Безопасность жизнедеятельности»  
для студентов направления 130300  
«Прикладная геология»

Екатеринбург  
2013

УДК 796.00

С 89

Рецензент: *А.В. Морозова*, доцент кафедры Геологии Уральского государственного горного университета

Сборник заданий рассмотрен на заседании кафедры геологии и защиты в чрезвычайных ситуациях 29 апреля 2016 г. (протокол № 8) и рекомендован для издания в УГГУ.

**Суднева Е.М.**

С 89

Безопасность жизнедеятельности: сборник заданий к практическим и самостоятельным работам по курсу «Безопасность жизнедеятельности» / Е. М. Суднева. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. - 35 с.

Данный сборник составлен в полном соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования с учетом особенностей профессиональной деятельности будущих специалистов.

Сборник включает в себя задания для самостоятельной подготовки студентов к лабораторным и практическим работам.

Данный сборник поможет студентам освоить материал изучаемой дисциплины, необходимый для успешной работы в любой области их деятельности.

Для студентов всех специальностей направления 130300 – «Прикладная геология».

© Суднева Е. М., 2013

© Уральский государственный  
горный университет, 2013

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Практикум по теме: Здоровье и окружающая среда .....	6
Практикум по теме: Чрезвычайные ситуации .....	17
Практикум по теме: Поведенческие реакции человека в экстремальных ситуациях .....	25
Акт обследования объекта и предписание.....	26
Образец оформления рабочей тетради по БЖД .....	28
Темы рефератов.....	29
Приложение .....	31

### **1. Практикум по теме:           Здоровье и окружающая среда**

В *Уставе Всемирной организации здравоохранения* говорится о высшем уровне здоровья как об одном из основных прав человека. Не менее важно право человека на информацию о тех факторах, которые определяют здоровье человека или являются факторами риска, то есть их воздействие может привести к развитию болезни.

*Здоровье* – это первая и важнейшая потребность человека, определяющая способность его к труду и обеспечивающая гармоническое развитие личности. Оно является важнейшей предпосылкой к познанию окружающего мира, к самоутверждению и счастью человека. Активная долгая жизнь – это важное слагаемое человеческого фактора.

*Здоровье* – такое состояние организма человека, когда функции всех его органов и систем уравновешены с внешней средой и отсутствуют какие-либо болезненные изменения.

Само понятие «*здоровье*» является условным и объективно устанавливается на основе антропометрических, клинических, физиологических и биохимических показателей.

По определению Всемирной организации здравоохранения (ВОЗ) "*здоровье* – это состояние физического, духовного и социального благополучия, а не только отсутствие болезней и физических дефектов".

Вообще, можно говорить о трех видах здоровья: о здоровье физическом, психическом и нравственном (социальном):

*Физическое здоровье* - это естественное состояние организма, обусловленное нормальным функционированием всех его органов и систем. Если хорошо работают все органы и системы, то и весь организм человека (система саморегулирующаяся) правильно функционирует и развивается.

*Психическое здоровье* зависит от состояния головного мозга, оно характеризуется уровнем и качеством мышления, развитием внимания и памяти, степенью эмоциональной устойчивости, развитием волевых качеств.

*Нравственное здоровье* определяется теми моральными принципами, которые являются основой социальной жизни человека, т.е. жизни в определенном человеческом обществе. Отличительными признаками нравственного здоровья человека являются, прежде

всего, сознательное отношение к труду, овладение сокровищами культуры, активное неприятие нравов и привычек, противоречащих нормальному образу жизни. Физически и психически здоровый человек может быть нравственным уродом, если он пренебрегает нормами морали. Поэтому социальное здоровье считается высшей мерой человеческого здоровья. Нравственно здоровым людям присущ ряд общечеловеческих качеств, которые и делают их настоящими гражданами.

Целостность человеческой личности проявляется, прежде всего, во взаимосвязи и взаимодействии психических и физических сил организма.

Состояние здоровья определяется функцией физиологических систем организма с учётом их возрастных и половых факторов, а также зависит от географических и климатических условий.

На основе этих критериев даётся формальное заключение о состоянии здоровья при наборе в армию, приёме на работу и в учебные заведения.

Состояние здоровья не исключает уже имеющегося в организме, но ещё не обнаруженного болезнетворного начала; оно не исключает также колебаний в самочувствии человека. Следовательно, хотя понятие «здоровье» и противопоставлено понятию «болезнь», но может быть связано с ним многочисленными переходными состояниями

Динамические наблюдения и периодические обследования могут констатировать границы здоровья и болезни в стартовых условиях, когда явная патология отсутствует.

Отсюда возникают понятия об объективном и субъективном здоровье, когда, с одной стороны, при плохом самочувствии отсутствуют объективные подтверждающие его данные, с другой – когда эти данные отличаются, а самочувствие остаётся до определённого времени хорошим.

Отсюда также возникает понятие «*практически здоровый человек*» – состояние, при котором объективно имеются патологические изменения, не отражающиеся на жизненном восприятии и работоспособности человека.

В понятие здоровья вкладываются не только абсолютные качественные, но и количественные признаки, т.к. существует понятие степени здоровья.

*Степень здоровья* – широта адаптивных возможностей организма, определяемая социальной средой, физической тренировкой, перенесёнными заболеваниями, трудовым навыком и т.д.

Важную роль в понятии здоровья играют и *социальные факторы*, т.к. в него входят и социальная полноценность человека. Однако социальный фактор не следует считать абсолютным, потому что социальная полноценность и общественная значимость человека далеко не всегда являются тождественными понятиями.

*Индивидуальное здоровье* не является точно детерминируемым, что связано с большой широтой индивидуальных колебаний важнейших показателей жизнедеятельности организма, а также с многообразием факторов, влияющих на него.

*Здоровье населения* – статистическое понятие, характеризующееся комплексом демографических показателей: рождаемость, смертность, детская смертность, уровень физического развития, заболеваемость, средняя продолжительность жизни и др.

Здоровье населения обеспечивает условия для роста производительности труда, улучшает качественные характеристики воспроизводства населения и трудовых ресурсов. В то же время имеет место и обратное влияние – прогресс в области экономики, науки и культуры способствует улучшению здоровья населения и страны.

Большое значение для сохранения жизни и здоровья населения имеет повышение качества оказания *медицинской помощи*. В этих целях проводится укрупнение и развитие больниц и поликлиник, совершенствование профилактических форм работы.

Одной из важных форм профилактики является *диспансеризация* населения. Это активный метод

систематического наблюдения за состоянием здоровья как практически здорового населения, так и больных, страдающих длительно протекающими хроническими заболеваниями, составляющий основу профилактического направления отечественного здравоохранения.

Одним из важнейших приобретенных по наследству свойств здорового организма является постоянство внутренней среды. Это понятие ввел французский ученый *Клод Бернар* (1813 – 1878), считавший постоянство внутренней среды условием свободной и независимой жизни человека. Внутренняя среда образовалась в процессе эволюции. Она определяется в первую очередь составом и свойствами крови и лимфы.

Постоянство внутренней среды – замечательное свойство организма, которое в какой-то мере освободило его от физических и химических влияний внешней среды. Однако это постоянство – оно называется гомеостазом – имеет свои границы, определяемые наследственностью. А потому, наследственность является одним из важнейших факторов здоровья.

Организм человека приспособлен к определенным физическим (температура, влажность, атмосферное давление), химическим (состав воздуха, воды, пищи), биологическим (разнообразные живые существа) показателям окружающей среды.

Если человек длительно находится в условиях, значительно отличающихся от тех, к которым он приспособлен, нарушается постоянство внутренней среды организма, что может повлиять на здоровье и нормальную жизнь.

В наш век человек, как и все живые организмы, подвержен внешним воздействиям, которые приводят к изменениям наследственных свойств. Эти изменения называются мутационными (мутациями). Особенно возросло количество мутаций за последнее время. Отклонения от определенных, привычных свойств окружающей среды можно отнести к факторам риска заболевания. Итак, заболеваемость и смертность связаны, прежде всего, с условиями среды и образом жизни людей.

*Здоровье и окружающая среда.*

Немаловажное значение оказывает на здоровье и состояние

окружающей среды. Каждый из нас имеет право знать обо всех экологических изменениях, происходящих и в местности, где он живет, и во всей стране. Мы должны знать все о пище, которую употребляем, о состоянии воды, которую пьем, а медики обязаны объяснить опасность жизни в зонах, зараженных радиацией.

Вмешательство человека в регулирование природных процессов не всегда приносит желаемые положительные результаты. Нарушение хотя бы одного из природных компонентов приводит, в силу существующих между ними взаимосвязей, к перестройке сложившейся структуры природно-территориальных компонентов. Загрязнение поверхности суши, гидросферы, атмосферы и Мирового океана, в свою очередь, сказывается на состоянии здоровья людей, эффект "озоновой дыры" влияет на образование злокачественных опухолей, загрязнение атмосферы на состояние дыхательных путей, а загрязнение вод – на пищеварение, резко ухудшает общее состояние здоровья человечества, снижает продолжительность жизни.

В настоящее время хозяйственная деятельность человека все чаще становится основным источником загрязнения биосферы. В природную среду во все больших количествах попадают газообразные, жидкие и твердые отходы производств. Различные химические вещества, находящиеся в отходах, попадая в почву, воздух или воду, переходят по экологическим звеньям из одной цепи в другую, попадая, в конце концов, в организм человека.

На земном шаре практически невозможно найти место, где бы не присутствовали в той или иной концентрации загрязняющие вещества. Даже во льдах Антарктиды, где нет никаких промышленных производств, а люди живут только на небольших научных станциях, ученые обнаружили различные токсичные (ядовитые) вещества современных производств. Они заносятся сюда потоками атмосферы с других континентов.

Вещества, загрязняющие природную среду, очень разнообразны. В зависимости от своей природы, концентрации, времени действия на организм человека они могут вызвать различные неблагоприятные последствия. Кратковременное воздействие небольших концентраций таких веществ может вызвать головокружение, тошноту, першение в горле, кашель. Попадание в организм человека больших концентраций токсических веществ может привести к потере

сознания, острому отравлению и даже смерти. Примером подобного действия могут являться смоги, образующиеся в крупных городах в безветренную погоду, или аварийные выбросы токсичных веществ промышленными предприятиями в атмосферу.

Реакции организма на загрязнения зависят от индивидуальных особенностей: возраста, пола, состояния здоровья. Как правило, более уязвимы дети, пожилые и престарелые, больные люди.

Кроме химических загрязнителей в природной среде встречаются и биологические, вызывающие у человека различные заболевания. Это болезнетворные микроорганизмы, вирусы, гельминты, простейшие. Они могут находиться в атмосфере, воде, почве, в теле других живых организмов, в том числе и в самом человеке.

Специфика среды обитания человека заключается в сложнейшем переплетении социальных и природных факторов. На заре человеческой истории природные факторы играли решающую роль в эволюции человека. На современного человека воздействие природных факторов в значительной степени нейтрализуется социальными факторами. В новых природных и производственных условиях человек в настоящее время нередко испытывает влияние весьма необычных, а иногда чрезмерных и жестких факторов среды, к которым эволюционно он еще не готов.

Человек, как и другие виды живых организмов, способен адаптироваться, то есть приспособливаться к условиям окружающей среды. Адаптацию человека к новым природным и производственным условиям можно охарактеризовать как совокупность социально-биологических свойств и особенностей, необходимых для устойчивого существования организма в конкретной экологической среде.

В настоящее время значительная часть болезней человека связана с ухудшением экологической обстановки в нашей среде обитания: загрязнением атмосферы, воды и почвы, недоброкачественными продуктами питания, возрастанием шума.

Приспосабливаясь к неблагоприятным экологическим условиям, организм человека испытывает состояние напряжения, утомления.

Напряжение – мобилизация всех механизмов, обеспечивающих определенную деятельность организма человека. В зависимости от величины нагрузки, степени подготовки организма, его функционально-структурных и энергетических ресурсов снижается возможность функционирования организма на заданном уровне, то есть наступает утомление.

Кроме этого, необходимо учитывать еще объективный фактор воздействия на здоровье – *наследственность*. Это присущее всем организмам свойство повторять в ряду поколений одинаковые признаки и особенности развития, способность передавать от одного поколения к другому материальные структуры клетки, содержащие программы развития из них новых особей.

Влияют на наше здоровье и биологические ритмы. Одной из важнейших особенностей процессов, протекающих в живом организме, является их ритмический характер.

В настоящее время установлено, что свыше трехсот процессов, протекающих в организме человека, подчинены суточному ритму.

*Наследственные болезни, вызванные плохой экологической обстановкой:*

Влияние солей тяжелых металлов на наследственность.

Тяжелые металлы – высокотоксичные вещества, долго сохраняющие свои ядовитые свойства. По данным Всемирной Организацией Здравоохранения, они уже сейчас занимают второе место по степени опасности, уступая пестицидам и значительно опережая такие широко известные загрязнители, как двуокись углерода и серы. В прогнозе же они должны стать самыми опасными, более опасными, чем отходы АЭС (второе место) и твердые отходы (третье место).

Отравление солями тяжелых металлов начинается еще до рождения человека. Соли тяжелых металлов проходят через плаценту, которая вместо того, чтобы оберегать плод, день за днем его отравляет. Нередко концентрация вредных веществ у плода даже выше, чем у матери. Младенцы появляются на свет с пороками развития мочеполовой системы, до 25 процентов малышей – с

отклонениями от нормы при формировании почек. Зачатки внутренних органов появляются уже на пятой неделе беременности и с этого момента испытывают на себе влияние солей тяжелых металлов, а поскольку они влияют и на организм матери, выводя из строя почки, печень, нервную систему, не стоит удивляться, что сейчас практически не встретишь нормальных физиологических родов, а малыши приходят в эту жизнь с недостатком веса, с физическими и психическими пороками развития.

И с каждым годом жизни соли тяжелых металлов, растворенные в воде, прибавляют им болезней или усугубляют врожденные заболевания, прежде всего органов пищеварения и почек. Нередко у одного ребенка страдают 4-6 систем в организме. Мочекаменная и желчекаменная болезни – своего рода индикатор неблагополучия, а они теперь встречаются даже у дошколят. Есть и другие тревожные сигналы. Так, превышение уровня свинца приводит к снижению интеллекта. Психологическое обследование показало, что таких детей у нас до 12 процентов.

Какие же мероприятия должны обеспечить сегодня охрану здоровья человека и среды его обитания от вредного влияния техногенных металлов? Можно обозначить два основных пути: санитарно-технический – уменьшение содержания металлов в объектах внешней среды до предельно допустимых (безопасных) уровней путем внедрения архитектурно-планировочных, технологических, технических и других мероприятий; гигиенический – научная разработка допустимых уровней содержания их во внешней среде, требований и рекомендаций в сочетании с постоянным контролем состояния и качества этой среды.

Профилактика хронических интоксикаций металлами и их соединениями должна обеспечиваться прежде всего их заменой, где это возможно, на безвредные или менее токсичные вещества. В случаях же, когда не представляется реальным исключить их применение, необходима разработка таких технологических схем и конструкций, которые бы резко ограничивали возможность загрязнения ими воздуха производственных помещений и наружной атмосферы. В отношении транспорта, являющегося, как об этом было сказано выше, одним из значительных источников выброса свинца в атмосферу, следует повсеместно внедрять экологически чистое

горючее. Весьма радикальным средством является создание безотходных или малоотходных технологий.

Наряду с указанными выше мероприятиями необходимо постоянное осуществление эффективного контроля над уровнем содержания металлов в организме. С этой целью при медицинском обследовании работающих и населения в случаях их контакта с техногенными металлами должно проводиться определение их в биологических средах организма крови, моче, волосах.

#### *Краткая характеристика экологической обстановки в России*

Из всех предприятий России, выбрасывающих вредные вещества в атмосферу и водоемы – 33% дают предприятия металлургии, 29% – энергетические объекты, 7% – химические, 8% – угольной промышленности. Более половины выбросов приходится на транспорт. Особенно тяжелая обстановка складывается в городах, где велика концентрация населения. В России определены 55 городов, в которых уровень загрязнения очень велик. Ежегодно в нашей стране улавливается и обезвреживается лишь около 76 % общего количества вредных веществ, выбрасываемых в атмосферу. Значительно хуже дело обстоит с очисткой сточных вод: 82% сбрасываемых вод не подвергается очистке. Реки Волга, Дон, Енисей, Лена, Кубань, Печора загрязнены органикой, соединениями азота, тяжелыми металлами, фенолами, нефтепродуктами. В настоящее время свыше 70 миллионов человек дышат воздухом, насыщенным опасными для здоровья веществами, в пять и более раз превышающими предельно допустимые концентрации (ПДК). В окружающую среду человеком введено около 4 миллионов химических соединений, из которых лишь немногие изучены на токсическое воздействие.

В России имеется около 30 тысяч предприятий и объектов, использующих радиоактивные вещества и изделия на их основе.

Большой урон экосистемам на территории России нанесен ядерными испытаниями. На полигонах Новой Земли произвели 118 поверхностных и подземных ядерных взрывов – их последствия выяснены не до конца.

#### *Санитарно-эпидемиологическая обстановка в РФ*

XX век породил неоправданный оптимизм в отношении того,

что с инфекционными болезнями в скором времени будет покончено. Однако события последних десятилетий показали, что в мире резко активизировались такие инфекции, как туберкулёз, малярия, которые становятся основной причиной смертности; как в России, так и в других странах вновь заявляет о себе дифтерия.

Эпидемиологическая ситуация, сложившаяся в последние годы, остаётся напряжённой. Ежегодно в РФ регистрируется от 33 до 44 миллионов случаев инфекционных заболеваний.

Одной из самых актуальных медицинских и социально-экономических проблем остаётся грипп и ОРВИ.

В РФ (в отличие от ведущих стран мира) до настоящего времени отсутствует производство отечественной вакцины против краснухи. В этих условиях краснуха остаётся неуправляемой инфекцией с возникновением каждые 10 - 12 лет эпидемий. Во время эпидемий краснуха может стать причиной уродств более чем у 2% детей, родившихся живыми.

Динамика заболеваемости почти по всей группе кишечных инфекций в истекшем году имела тенденцию к снижению. Стабилизировалась заболеваемость сальмонеллёзом, острой кишечной инфекцией неустановленной этиологии, ротавирусным инфекционным кампиллобактериозом. Однако ежегодно в стране регистрируется до 100 вспышек кишечных инфекций пищевого и водного характера.

Серьёзной проблемой здравоохранения продолжают оставаться вирусные гепатиты, наносящие ущерб как здоровью населения, так и экономике страны.

Особенно тяжёлое положение складывается по социально обусловленным заболеваниям. Стремительность нарастания масштабов пандемии заболевания, вызываемого вирусом иммунодефицита человека (ВИЧ-инфекции), в мире, отсутствие надёжных средств профилактики и лечения позволяет отнести эту проблему к одной из самых острых

Состояние здоровья детей, проживающих в городах и населённых пунктах с высоким уровнем загрязнения

атмосферного воздуха (Подольск, Ярославль, Воскресенск, Новокузнецк, Салават, Пермь, Казань, Мончегорск) характеризуется значительным снижением неспецифической сопротивляемости организма к развитию инфекционных и других заболеваний.

Проблема многих населенных пунктов – наличие многочисленных мобильных и стационарных источников шума. Более 30% жителей городов РФ подвержены действию сверхнормативных уровней шума и вибрации.

Безопасность и качество пищевых продуктов и продовольственного сырья является одним из основных факторов, определяющих здоровье населения и сохранение его генофонда. Более 5% продукции не отвечает гигиеническим требованиям по содержанию антибиотиков, что влияет также на аллергизацию населения, прежде всего детей.

Негативное влияние на состояние здоровья оказывают также неблагоприятные условия труда, повышающие риск появления профессиональной патологии.

#### ЗАДАНИЕ ДЛЯ ДОКЛАДА:

*Здоровье населения России.*

*Здоровье населения Свердловской области.*

*Здоровье жителей города Екатеринбурга.*

План:

1. Месторасположение населенного пункта
2. Демография
3. Состояние техносферной, природной, социальной среды области (города)
4. Здравоохранение (заболеваемость взрослых и детей)

## **2. Практикум по теме: Чрезвычайные ситуации**

*Чрезвычайная ситуация (ЧС)* – обстановка на определенной

территории, акватории, сложившаяся в результате аварии, катастрофы, стихийного бедствия, эпидемии, эпизоотии, эпифитотии, которая может повлечь или повлекла за собой человеческие жертвы, ущерб здоровью людей или окружающей среде, значительные материальные потери и нарушение жизнедеятельности людей.

*Эпидемия* – распространение какой-либо инфекционной болезни человека, значительно превышающее уровень обычной (спорадической) заболеваемости на данной территории.

*Эпизоотия* – широкомасштабное распространение инфекционной болезни среди одного или многих видов животных на определённой территории, значительно превышающее уровень заболеваемости, обычно регистрируемый на данной территории.

*Эпифитотия* – массовое развитие инфекционной болезни растений на значительной территории в определённый период.

«О классификации чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера» от 21 мая 2007 года № 304 г. Москва.

Во исполнение Федерального закона «О защите населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера» Правительство Российской Федерации постановляет:

1. Установить, что чрезвычайные ситуации природного и техногенного характера подразделяются на:

а) чрезвычайную ситуацию локального характера, в результате которой территория, на которой сложилась чрезвычайная ситуация и нарушены условия жизнедеятельности людей (далее – *зона чрезвычайной ситуации*), не выходит за пределы территории объекта, при этом количество людей, погибших или получивших ущерб здоровью (далее – *количество пострадавших*), составляет не более 10 человек, либо размер ущерба окружающей природной среде и материальных потерь (далее – *размер материального ущерба*) составляет не более 100 тыс. рублей;

б) чрезвычайную ситуацию муниципального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации не выходит за пределы территории одного поселения или внутригородской территории города федерального значения, при этом количество

пострадавших составляет не более 50 человек либо размер материального ущерба составляет не более 5 млн. рублей, а также данная чрезвычайная ситуация не может быть отнесена к чрезвычайной ситуации локального характера;

в) чрезвычайную ситуацию межмуниципального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации затрагивает территорию двух и более поселений, внутригородских территорий города федерального значения или межселенную территорию, при этом количество пострадавших составляет не более 50 человек либо размер материального ущерба составляет не более 5 млн. рублей;

г) чрезвычайную ситуацию регионального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации не выходит за пределы территории одного субъекта Российской Федерации, при этом количество пострадавших составляет свыше 50 человек, но не более 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 5 млн. рублей, но не более 500 млн. рублей;

д) чрезвычайную ситуацию межрегионального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации затрагивает территорию двух и более субъектов Российской Федерации, при этом количество пострадавших составляет свыше 50 человек, но не более 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 5 млн. рублей, но не более 500 млн. рублей;

е) чрезвычайную ситуацию федерального характера, в результате которой количество пострадавших составляет свыше 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 500 млн. рублей».

**Задание:** выбрать чрезвычайную ситуацию техногенного, природного или биолого-социального характера, данные внести в таблицу № 1. Код ЧС смотреть в приложении № 1.

Таблица № 1

**Формы статистического учета данных о чрезвычайных ситуациях.  
*Техногенные чрезвычайные ситуации (форма № 7/ЧС)***

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Время возникновения ЧС:	
	московское (час, мин.)	
	местное (час, мин.)	
5	Место: страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
6	Общая площадь зоны ЧС (кв.км.)	
7	Объект экономики (наименование)	
	отрасль	
	министерство (ведомство)	
	форма собственности	
8	Номер лицензии, дата и кем выдана	
	Дата утверждения декларации, кем утверждена	
	Номер страхового документа, дата, кем выдан	
9	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
10	Причины возникновения ЧС	
11	Поражающие факторы источника ЧС	
12	Основные характеристики ЧС	
13	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
	аварийно-спасательные работы (перечень/длительность, час)	
	аварийно-восстановительные работы (перечень/длительность час)	
14	Силы и средства, задействованные в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС	
	наименование/количество чел.	
	техника наименование/количество ед.	
	материальные ресурсы перечень/количество	
15	Работы по организации защиты населения:	
	инженерная защита:	
	укрытие в защитных сооружениях различных типов, (чел.)	
	радиационно-химическая защита:	
	выдано средств индивидуальной защиты (чел.)	
	медицинская защита:	

	население которому была оказана медицинская помощь (чел.)	
	госпитализировано (чел.)	
	в т.ч. детей до 14 лет, (чел.)	
	эвакуационные мероприятия:	
	всего эвакуировано из зоны ЧС, (чел.)	
	в том числе:	
	автомобильным транс-ом (чел.)	
	железнодорожным транс-ом (чел.)	
	авиационным транс-ом (чел.)	
	морским (речным) транс-ом (чел.)	
	транспортные средства эвакуации, кол-во единиц, по видам	
	расчетное время на проведение эвакуации (час, мин.)	
	районы размещения эвакуируемого населения	
16	Состояние зданий и сооружений, ед.:	
	разрушено всего	
	повреждено всего	
	уничтожено всего	
17	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. (млн.) руб.)	
18	Потери, чел. пострадавшие/пораженные/погибшие	
	население:	
	дети до 14 лет	
	взрослые от 14 до 60 лет	
	старше 60 лет	
	промперсонал	
	личный состав сил РСЧС	
19	Дополнительная текстовая информация	
20	Мероприятия по предупреждению ЧС	

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_\_ г. \_\_\_\_\_

(фамилия, И.О. № телефона и  
и подпись исполнителя)

(фамилия, И., О., № телефона  
и подпись руководителя)

## *Природные чрезвычайные ситуации (форма № 8/ЧС)*

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Время возникновения ЧС:	
	московское (час, мин.)	
	местное (час, мин.)	
5	Место: страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
6	Общая площадь зоны ЧС (кв.км.)	
7	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
8	Причины возникновения ЧС	
9	Поражающие факторы источника ЧС	
10	Основные характеристики ЧС	
11	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
	аварийно-спасательные работы (перечень/длительность, час)	
	аварийно-восстановительные работы (перечень/длительность час)	
12	Силы и средства, задействованные в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС (наименование/количество чел.)	
	техника (наименование/количество ед.)	
	расход материальных ресурсов (перечень/количество израсходованных)	
13	Работы по организации защиты населения:	
	инженерная защита:	
	укрытие в защитных сооружениях различных типов, (чел.)	
	радиационно-химическая защита:	
	выдано средств индивидуальной защиты чел.)	
	медицинская защита:	
	население которому была оказана меди- цинская помощь (чел.)	
	госпитализировано (чел.)	

	в т.ч. детей до 14 лет, (чел.)	
	эвакуационные мероприятия:	
	всего эвакуировано из зоны ЧС, (чел.)	
	в том числе:	
	автомобильным транспортом (чел.)	
	железнодорожным транспортом (чел.)	
	авиационным транспортом (чел.)	
	морским (речным) транспортом (чел.)	
	транспортные средства эвакуации, кол-во единиц, по видам	
	расчетное время на проведение эвакуации (час, мин.)	
	районы размещения эвакуируемого населения	
14	Состояние зданий и сооружений, ед.:	
	разрушено всего	
	повреждено всего	
	уничтожено огнем всего	
15	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. (млн.) руб.)	
16	Потери, чел.	
	пострадавшие/пораженные/погибшие население:	
	дети до 14 лет	
	взрослые от 14 до 60 лет	
	старше 60 лет	
	промпersoнал	
	личный состав сил РСЧС	
17	Сельскохозяйственные животные:	
	погибло (тыс. голов)	
	эвакуировано из опасных зон (тыс. голов)	
	вынужденный забой (тыс. голов)	
18	Уничтожено сельскохозяйственных угодий (тыс.га)	
19	Дополнительная текстовая информация	
20	Мероприятия по предупреждению ЧС	

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

\_\_\_\_\_  
(фамилия, И. О., № телефона и  
и подпись исполнителя)

\_\_\_\_\_  
(фамилия, И. О., № телефона  
и подпись руководителя)

## *Биолого-социальные чрезвычайные ситуации (форма № 9 ЧС)*

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Место, страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
5	Общая площадь зоны ЧС (кв. км.)	
6	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
7	Причины возникновения ЧС	
8	Вид бактериального средства, возбудитель	
9	Основные характеристики ЧС:	
9.1	эпидемия:	
	выявлено заболевших (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
	госпитализировано (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
	умерло (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
9.2	эпизоотия:	
	всего по учету (тыс.голов)	
	выявлено заболевших (тыс. голов)	
	из них погибло (тыс. голов)	
9.3	эпифитотия:	
	всего по учету (тыс. га)	
	потери всего (тыс. га)	
10	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
10.1	противоэпидемические:	
	эвакуировано из опасных зон (чел.)	
	организована обсервация	
	введен карантин	
10.2	противоэпизоотические:	
	эвакуировано из опасных зон (тыс. голов)	
	оказана ветеринарная помощь (тыс. голов)	
10.3	противоэпифитотические:	
	обработано зараженных с/х культур (мест скопления вредителей) (тыс. га)	
11	Силы и средства, участвовавшие в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС	
	наименование/количество чел.)	

	техника (наименование количество ед.)	
	расход материальных ресурсов (перечень/количество израсходованных)	
12	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. млн.) руб.)	
13	Дополнительная текстовая информация	
14	Мероприятия по предупреждению ЧС	

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_\_\_\_\_ г.

\_\_\_\_\_  
(фамилия, И., О., № телефона и  
и подпись исполнителя)

\_\_\_\_\_  
(фамилия, И., О., № телефона  
и подпись руководителя)

### **3. Практикум по теме: Поведенческие реакции человека в экстремальных ситуациях**

Экстремальная ситуация – это такое усложнение условий жизни и деятельности, которое приобрело для личности, группы особую значимость. Любая ситуация предполагает включенность в нее субъекта. Поэтому экстремальная ситуация воплощает в себе единство объективного и субъективного. Объективное — это крайне усложненные внешние условия и процесс деятельности; субъективное — психологическое состояние, установки, способы действий в резко изменившихся обстоятельствах. Экстремальная ситуация может иметь разные формы проявления: а) понижение организованности поведения; б) – торможение действий и движения; в) повышение эффективности деятельности. Экстремальная ситуация может быть скоропреходящей или длительной. При определении пригодности человека к той или иной профессии необходимо определить и учитывать, наряду с особенностями психических процессов и свойств личности, его потенциальную возможность вырабатывать и сохранять готовность к активным действиям в экстремальных ситуациях.

#### **Задание по Экстремальной ситуации:**

План (на примере прохождения практики в окрестностях города Сухой Лог):

1. Инструктаж по технике безопасности.
2. Адаптационный синдром (место, условия проживания).
3. Воздействие окружающей среды на биохимическое состояние человека.
4. Физиологическое состояние (заболевание индивида и окружающих, какое было заболевание, чем лечились, какова была реакция на укус клеща).
5. Умственная и физическая работоспособность.
6. Отъезд.

#### 4. Акт обследования объекта и предписание

Образец

Акт-предписание N \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
(наименование проверяемой организации  
или индивидуального предпринимателя и  
вышестоящей организации)

\_\_\_\_\_  
(должность, Ф.И.О. представителя  
юридического лица или представителя  
индивидуального предпринимателя)

Мною, государственным инспектором по энергетическому надзору Управления государственного энергетического надзора \_\_\_\_\_ комиссией в составе: \_\_\_\_\_  
(фамилия, имя, отчество, должность)

на основании распоряжения (приказа) органа государственного энергетического надзора \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г N \_\_\_\_\_

в присутствии \_\_\_\_\_  
(должность, фамилия, имя, отчество)

в период с \_\_\_\_\_ по \_\_\_\_\_ 2000 г. проведена проверка

\_\_\_\_\_  
(вид проверки)

\_\_\_\_\_  
(наименование проверяемой организации)  
по теме \_\_\_\_\_

Краткая характеристика установленного оборудования, характеристика сетей:

В результате проведенной проверки установлено:

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_

### Предписание

В порядке государственного энергетического надзора предлагается выполнить следующие мероприятия по устранению выявленных нарушений:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Срок исполнения \_\_\_\_\_

### Выводы:

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_

Информацию о выполнении настоящего акта-предписания представлять

\_\_\_\_\_ (Куда, кому, срок и порядок представления)

Инспектор  
(старший группы, председатель комиссии,  
члены комиссии)

(личный штамп) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ (подпись)

\_\_\_\_\_ (Ф.И.О.)

При проверке присутствовали:

\_\_\_\_\_ (должность)

\_\_\_\_\_ (подпись)

\_\_\_\_\_ (Ф.И.О.)

Акт-предписание ( \_\_\_\_\_ экз.) для исполнения получил:

\_\_\_\_\_ (руководитель  
проверяемой организации)

\_\_\_\_\_ (подпись)

\_\_\_\_\_ (Ф.И.О.)

Рег. N \_\_\_\_\_

## 5. Образец оформления титульного листа рабочей тетради по БЖД

Практика:

ЧС	тЭС	коп	Риск р	Риск п	Отравления	Термические поражения	Десмургия	шмп	Акт обследования	ГОЧС	отчеты			реферат
											город	ЧС	ЭС	

Теория:

Медицина, БЖД	ЧС	Риск, несчастные случаи, ошибки	Техногенные опасности	Природные опасности
---------------	----	---------------------------------	-----------------------	---------------------

## ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ

1. Автономное выживание человека в природной среде
2. Обеспечение безопасности в геологии
3. Обеспечение безопасности на предприятии горно-добывающей промышленности
4. Обеспечение безопасности на промышленно опасных объектах
5. Психология поведения людей в мультипликативных ЧС (на примере природных и техногенных ЧС)
6. Методы психофизиологической коррекции пострадавших в ЧС
7. Поведенческие реакции человека в ЧС (на примере стихийных бедствий)
8. Психология выживания в ЧС (на примере природных и техногенных ЧС)
9. Обеспечение безопасности жизнедеятельности на предприятии по обогащению урана
10. Научно-технический прогресс и безопасность труда
11. Производственный травматизм в России
12. Радиоактивные излучения как источник информации о предприятиях атомной промышленности и их продукции
13. Расследование и учет нарушений при обращении с радиационными источниками и радиоактивными веществами в России
14. Влияние электромагнитных излучений на организм человека и способы борьбы с ними
15. Вопросы совершенствования оценки травмобезопасности рабочих мест при их аттестации по условиям труда
16. Обеспечение пожарной безопасности на производственном объекте
17. Обеспечение пожарной безопасности на геологическом предприятии
18. Назначение и классификация защитных сооружений
19. Влияние изменений окружающей среды на здоровье человека
20. Обеспечение безопасности жизнедеятельности на ЖД транспорте

21. Безопасность жизнедеятельности на предприятиях повышенной опасности
22. Инженерная психология
23. Защита окружающей среды от подвижных источников выбросов
24. Выживание в экстремальных ситуациях
25. Разработка стандарта рабочего места
26. Поведение человека в аварийных ситуациях
27. Обеспечение безопасности жизнедеятельности при эпизоотии, эпидемии, эпифитотии
28. Последствия техногенного последствия на биосферу
29. Воздействие производственных вибрации и шума на организм человека
30. Законодательное и нормативно-правовое обеспечение безопасности жизнедеятельности
31. Информационно- психологическая безопасность
32. Основные угрозы экономической безопасности РФ
33. Психологические свойства личности и воздействие различных видов трудовой деятельности на исполнителей

Перечень чрезвычайных ситуаций, подлежащих государственному  
статистическому учету

Наименование источника ЧС	Код ЧС
I. Техногенные чрезвычайные ситуации	10000
1.1. Транспортные аварии (катастрофы)	10100
1.1.1. Аварии грузовых поездов	10101
1.1.2. Аварии пассажирских поездов и поездов метрополитена	10102
1.1.3. Аварии грузовых судов и флота рыбной промышленности	10103
1.1.4 Аварии (катастрофы) пассажирских судов	10104
1.1.5. Авиационные катастрофы в аэропортах и населенных пунктах	10105
1.1.6. Авиационные катастрофы вне аэропортов и населенных пунктов	10106
1.1.7 Аварии (катастрофы) на автодорогах (крупные автомобильные катастрофы)	10107
1.1.8. Аварии транспорта на мостах, в тоннелях, горных выработках, на железнодорожных переездах.	10108
1.1.9. Аварии на магистральных трубопроводах	10109
1.1.10. Аварии на внутрипромысловых нефтепроводах	10110
1.1.11. Аварии с плавучими буровыми установками и буровыми судами	10111
1.2. Пожары и взрывы (с возможным последующим горением)	10200
1.2.1. Пожары (взрывы) в зданиях, на коммуникациях и технологическом оборудовании промышленных объектов	10201
1.2.2. Пожары (взрывы) на объектах добычи, переработки и хранения легковоспламеняющихся, горючих и взрывчатых веществ.	10202
1.2.3. Пожары (взрывы) на транспорте и судах рыбной промышленности	10203
1.2.4. Пожары (взрывы) в шахтах, подземных и горных выработках, метрополитенах.	10204
1.2.5. Пожары (взрывы) в зданиях и сооружениях жилого, социально-бытового, культурного назначения.	10205
1.2.6. Обнаружение неразорвавшихся боеприпасов	10206
1.2.7. Обнаружение, утрата взрывчатых веществ (боеприпасов)	10207
1.2.8. Пожары (взрывы) на магистральных газонефтепродуктопроводах	10208

1.3. Аварии с выбросом (угрозой выброса ( аварийно химически опасных веществ (АХОВ)	10300
1.3.1. Аварии с выбросом (угрозой выброса) АХОВ при их производстве, переработке или хранении (захоронении)	10301
1.3.2. Аварии на транспорте с выбросом (угрозой выброса) АХОВ	10302
1.3.3. Образование и распространение АХОВ в процессе химических реакций, начавшихся в результате аварии	10303
1.3.4. Аварии с боевыми отравляющими веществами	10304
1.3.5. Обнаружение (утрата) источников АХОВ	10305
1.3.6. Внезапные выбросы метана, углекислого газа и других ядовитых веществ и газов	10306
1.3.7. Выбросы на нефтяных и газовых месторождениях (открытые фонтаны нефти и газа)	10307
1.4. Аварии с выбросом (угрозой выброса) радиоактивных веществ (РВ)	10400
1.4.1. Аварии на АЭС, атомных энергетических установках производственного и научно-исследовательского назначения с выбросом (угрозой выброса) РВ	10401
1.4.2. Аварии с выбросом (угрозой выброса) РВ на предприятиях ядерно-топливного цикла	10402
1.4.3. Аварии транспортных средств и космических аппаратов с ядерными установками или грузом РВ на борту	10403
1.4.4. Аварии при промышленных и испытательных ядерных взрывах с выбросом (угрозой выброса) РВ	10404
1.4.5. Аварии с ядерными боеприпасами в местах их хранения, эксплуатации, уничтожения или при транспортировке.	10405
1.4.6. Обнаружение (утрата) источников ионизирующих излучений	10406
1.5. Аварии с выбросом (угрозой выброса) опасных биологических веществ (ОБВ)	10500
1.5.1. Аварии с выбросом (угрозой выброса) ОБВ на предприятиях и в научно-исследовательских учреждениях (лабораториях)	10501
1.5.2. Аварии на транспорте с выбросом (угрозой выброса) ОБВ	10502
1.5.3. Обнаружение (утрата) ОБВ	10503
1.6. Внезапное обрушение зданий, сооружений, пород	10600
1.6.1. Обрушение элементов транспортных коммуникаций	10601
1.6.2. Обрушение производственных зданий и сооружений	10602
1.6.3. Обрушение зданий и сооружений жилого, социально-бытового и культурного назначения	10603
1.6.4. Обрушение пород и полезных ископаемых в горных выработках, включая карьеры.	10604

1.6.5. Авария на подземном сооружении	10605
1.7. Аварии в электроэнергетических системах	10700
1.7.1. Аварии на автономных электростанциях с долговременным перерывом электроснабжения потребителей	10701
1.7.2. Аварии в электроэнергетических системах (сетях) с долговременным перерывом электроснабжения основных потребителей или обширных территорий	10702
1.7.3. Выход из строя транспортных электрических контактных сетей	10703
1.8. Аварии на коммунальных системах жизнеобеспечения	10800
1.8.1. Аварии на канализационных системах с массовым выбросом загрязняющих веществ	10801
1.8.2. Аварии в системах снабжения населения питьевой водой	10802
1.8.3. Аварии на тепловых сетях ( системах горячего водоснабжения) в холодное время года	10803
1.8.4. Аварии на коммунальных газопроводах	10804
1.9. Аварии на очистных сооружениях	10900
1.9.1. Аварии на очистных сооружениях сточных вод промышленных предприятий с массовым выбросом загрязняющих веществ	10901
1.9.2. Аварии на промышленных установках по очистке газов ( массовый выброс загрязняющих веществ)	10902
1.10. Гидродинамические аварии	11000
1.10.1. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек, др) с образованием волн прорыва и катастрофических затоплений	11001
1.10.2. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек и др) с образованием прорывного паводка	11002
1.10.3. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек и др), повлекшие смыв плодородных почв или отложение наносов на обширных территориях	11003
1.10.4. Прорывы плывунов, пульпы и глинистой массы, а также затопление водой действующих горных выработок при разработке полезных ископаемых	11004
1.10.5. Размыв береговой полосы штормовыми нагонами	11005
2. Природные чрезвычайные ситуации	20000
2.1. Опасные геофизические явления	20100
2.1.1. Землетрясения	20101
2.1.2. Извержения вулканов	20102
2.2. Опасные геологические явления	20103
2.2.1. Оползни	20201
2.2.2. Сели	20202
2.2.3. Обвалы, осыпи	20203
2.2.4. Склоновой смыв	20204

2.2.5. Просадка лессовых пород	20205
2.2.6. Каретовая просадка (провал) земной поверхности	20206
2.2.7. Абразия, эрозия	20207
2.2.8. Лурумы	20208
2.2.9. Повышение уровня грунтовых вод	20209
2.3. Опасные метеорологические (агрометеорологические) явления	20300
2.3.1. Бури (9-11 баллов)	20301
2.3.2. Ураганы (12-15 баллов)	20302
2.3.3. Смерчи, торнадо	20303
2.3.4. Шквалы	20304
2.3.5. Вертикальные вихри	20305
2.3.6. Крупный град	20306
2.3.7. Сильный дождь (ливень)	20307
2.3.8. Сильный снегопад	20308
2.3.9. Сильный гололед	20309
2.3.10. Сильный мороз	20310
2.3.11. Сильная метель	20311
2.3.12. Сильная жара	20312
2.3.13. Сильный туман	20313
2.3.14. Засуха	20314
2.3.15. Суховей	20315
2.3.16. Заморозки	20316
2.3.17. Лавины	20317
2.3.18. Пыльные бури	20318
2.4. Морские опасные гидрологические явления	20400
2.4.1. Тропические циклоны ( тайфуны)	20401
2.4.2. Цунами	20402
2.4.3. Сильное волнение ( 5 баллов и более)	20403
2.4.4. Сильное колебание уровня моря	20404
2.4.5. Сильный тягун в портах	20405
2.4.6. Ранний ледяной покров и припай	20406
2.4.7. Напор льдов, интенсивный дрейф льдов	20407
2.4.8. Непроходимый (труднопроходимый) лед	20408
2.4.9. Обледенение судов и портовых сооружений	20409
2.4.10. Отрыв прибрежных льдов	20410
2.4.11. Затирание плавсредств и их гибель напором льда	20411
2.5. Опасные гидрологические явления	20500
2.5.1. Высокие уровни воды (наводнения, половодье, дождевые паводки, заторы, ветровые нагоны)	20501
2.5.2. Низкие уровни вод	20502
2.5.3. Ранний ледостав	20503
2.6. Природные пожары	20600

2.6.1. Лесные пожары	20601
2.6.2. Пожары степных и хлебных массивов	20602
2.6.3. Торфяные пожары	20603
2.6.4. Подземные пожары горючих ископаемых	20604
3. Биолого-социальные чрезвычайные ситуации	30000
3.1. Инфекционная заболеваемость людей	30100
3.1.1. Единичные случаи экзотических и особо опасных инфекционных заболеваний	30101
3.1.2. Групповые случаи опасных инфекционных заболеваний	30102
3.1.3. Эпидемическая вспышка особо опасных инфекционных заболеваний	30103
3.1.4. Эпидемия	30104
3.1.5. Пандемия	30105
3.1.6. Инфекционные заболевания людей невыявленной этиологии	30106
3.2. Инфекционная заболеваемость сельскохозяйственных животных	30200
3.2.1. Единичные случаи экзотических и особо опасных инфекционных заболеваний	30201
3.2.2. Энзоотия	30202
3.2.3. Эпизоотии	30203
3.2.4. Панзоотии	30204
3.2.5. Инфекционные заболевания сельскохозяйственных животных и водных организмов (гидробионтов) невыявленной этиологии	30205
3.2.6. Инфекционные заболевания водных животных и гидробионтов	30206
3.3. Поражение сельскохозяйственных растений болезнями и вредителями	30300
3.3.1. Прогрессирующая эпифитотия	30301
3.3.2. Панфитотия	30302
3.3.3. Болезни сельскохозяйственных растений невыявленной этиологии	30303
3.3.4. Массовое распространение вредителей растений	30304

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
физической культуры  
Д.Ф. Шулиманов



**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ  
по самостоятельной работе**

**Б1.Б.1.05.01 ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ**

Специальность:

***21.05.02 Прикладная геология***

Специализация №4

***Прикладная геохимия, минералогия, петрология***

форма обучения: очная

Одобрены на заседании кафедры

***Физической культуры***

*(название кафедры)*

\_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ .2019

*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

## Содержание

Цели и задачи дисциплины .....	3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы .....	3
Требования к оформлению теста .....	3
Содержание теста.....	3
Содержание опроса.....	9
Выполнение работы над ошибками.....	11

### Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

### Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

### Требования к оформлению теста

Задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в тесте.

Выполненный тест необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если тест выполнен без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен, тест, вопросы для проведения опроса.

### Содержание теста

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращением, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности
3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность

		<p>В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений</p> <p>Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом</p>
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	<p>А) физических и психических качеств людей</p> <p>Б) техники двигательных действий</p> <p>В) работоспособности человека</p> <p>Г) природных физических свойств человека</p>
5	Отличительным признаком физической культуры является:	<p>А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям</p> <p>Б) физическое совершенство</p> <p>В) выполнение физических упражнений</p> <p>Г) занятия в форме уроков</p>
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	<p>А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества</p> <p>Б) общим принципам образования и воспитания</p> <p>В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания</p> <p>Г) принципам обучения</p>
7	Физическими упражнениями называются:	<p>А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье</p> <p>Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения</p> <p>В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики</p> <p>Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания</p>
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	<p>А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия</p> <p>Б) величиной их воздействия на организм</p> <p>В) временем и количеством повторений двигательных действий</p> <p>Г) напряжением отдельных мышечных групп</p>
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	<p>А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий</p> <p>Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей</p> <p>В) утомлением, возникающим при их выполнении</p> <p>Г) частотой сердечных сокращений</p>
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	<p>А) мала и ее следует увеличить</p> <p>Б) переносится организмом относительно легко</p> <p>В) достаточно большая и ее можно повторить</p> <p>Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить</p>
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	<p>А) 120-130 уд/мин</p> <p>Б) 130-140 уд/мин</p> <p>В) 140-150 уд/мин</p> <p>Г) свыше 150 уд/мин</p>
12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	<p>А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости</p> <p>Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации</p> <p>В) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения.</p>

		Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) равной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддерживать работоспособность в течение дня, потому что:	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма
21	Систематические и грамотно	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений

	организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерства образования России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышением частоты шагов. 6. Прыжки. 7. Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2, 1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2. Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2, 3, 1, 4 В) 3, 2, 4, 1 Г) 4, 2, 3, 1

27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	<p>А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы</p> <p>Б) упражнения, способствующие снижению массы тела</p> <p>В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки</p> <p>Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений</p>
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	<p>А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходить к упражнениям, нагружающим другую группу мышц</p> <p>Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы</p> <p>В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений</p> <p>Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе</p>
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	<p>А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью</p> <p>Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени</p> <p>В) способность быстро набирать скорость</p> <p>Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой</p>
30	Для развития быстроты используют:	<p>А) подвижные и спортивные игры</p> <p>Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции</p> <p>В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений</p> <p>Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью</p>
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	<p>А) подвижных и спортивных игр</p> <p>Б) челночного бега</p> <p>В) прыжков в высоту</p> <p>Г) метаний</p>
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	<p>А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона</p> <p>Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений.</p> <p>В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев</p> <p>Г) эластичность мышц и связок</p>
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	<p>А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений</p> <p>Б) выполняются 12-16 циклов движения</p> <p>В) упражнения выполняются до появления пота</p> <p>Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений</p>
34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять перечисленные ниже упражнения. Укажите их целесообразную	<p>А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7</p> <p>Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1</p> <p>В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6</p> <p>Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1</p>

	последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6. Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	
35	При развитии гибкости следует стремиться	<p>А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах</p> <p>Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах</p> <p>В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленном суставах</p> <p>Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов</p>
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	<p>А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки</p> <p>Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению</p> <p>В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь</p> <p>Г) способность сохранять заданные параметры работы</p>
37	Выносливость человека не зависит от:	<p>А) функциональных возможностей систем энергообеспечения</p> <p>Б) быстроты двигательной реакции</p> <p>В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть</p> <p>Г) силы мышц</p>
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	<p>А) максимальная активность систем энергообеспечения</p> <p>Б) умеренная интенсивность</p> <p>В) максимальная интенсивность</p> <p>Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата</p>
39	Техникой физических упражнений принято называть	<p>А) способ целесообразного решения двигательной задачи</p> <p>Б) способ организации движений при выполнении упражнений</p> <p>В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений</p> <p>Г) рациональную организацию двигательных действий</p>
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	<p>А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия</p> <p>Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие</p> <p>В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи</p> <p>Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи</p>
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы целостного или расчлененного упражнения. Выбор метода зависит от	<p>А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы</p> <p>Б) сложности основы техники</p> <p>В) количества элементов, составляющих двигательное</p>

		действие Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

### Критерии оценивания теста

**Оценка за тест** определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

### Результат теста

*Тест оценивается на «зачтено», «не зачтено»:*

46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОПРОСА

1. Определение понятий в области физической культуры
2. Понятие «здоровье» и основные его компоненты
3. Факторы, определяющие здоровье человека.
4. Образ жизни и его составляющие.
5. Разумное чередование труда и отдыха, как компонент ЗОЖ.
6. Рациональное питание и ЗОЖ.
7. Отказ от вредных привычек и соблюдение правил личной и общественной гигиены.
8. Двигательная активность — как компонент ЗОЖ.
9. Выполнение мероприятий по закаливанию организма.
10. Физическое самовоспитание и самосовершенствование как необходимое условие реализации мероприятий ЗОЖ.
11. Врачебный контроль как обязательная процедура для занимающихся физической культурой.
12. Самоконтроль — необходимая форма контроля человека за физическим состоянием.
13. Методика самоконтроля физического развития.
14. Самостоятельное измерение артериального давления и частоты сердечных сокращений.
15. Проведение функциональных проб для оценки деятельности сердечно-сосудистой системы.
16. Проведение функциональных проб для оценки деятельности дыхательной системы.
17. Самоконтроль уровня развития физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости, силы и выносливости
18. Ведение дневника самоконтроля.
19. Цель и задачи физического воспитания в вузе.

20. Специфические функции физической культуры.
21. Социальная роль и значение спорта.
22. Этапы становления физической культуры личности студента.
23. Понятия физическая культура, физическое воспитание, физическое развитие, физическое совершенство.
24. Реабилитационная физическая культура, виды, краткая характеристика.
25. Разделы учебной программы дисциплины «Физическая культура».
26. Комплектование учебных отделений студентов для организации и проведения занятий по физическому воспитанию.
27. Преимущества спортивно-ориентированной программы дисциплины «Физическая культура» для студентов.
28. Особенности комплектования студентов с различным характером заболеваний в специальном учебном отделении.
29. Зачетные требования по учебной дисциплине «Физическая культура».
30. Формирование двигательного навыка.
31. Устойчивость организма к воздействию неблагоприятных факторов.
32. Мотивация и направленность самостоятельных занятий.
33. Утренняя гигиеническая гимнастика.
34. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
35. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
36. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
37. Особенности самостоятельных занятий женщин.
38. Мотивация и направленность самостоятельных занятий. Утренняя гигиеническая гимнастика.
39. Физические упражнения в течение учебного дня: физкультминутки, физкультпаузы.
40. Самостоятельные тренировочные занятия: структура, требования к организации и проведению.
41. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
42. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
43. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
44. Особенности самостоятельных занятий женщин.
45. Роль физической культуры в профессиональной деятельности бакалавра и специалиста.
46. Производственная физическая культура, ее цели и задачи.
47. Методические основы производственной физической культуры.
48. Производственная физическая культура в рабочее время.
49. Физическая культура и спорт в свободное время.
50. Профилактика профессиональных заболеваний и травматизма средствами физической культуры.
51. Понятие ППФП, её цель, задачи. Прикладные знания, умения и навыки.
52. Прикладные психические качества.
53. Прикладные специальные качества.
54. Факторы, определяющие содержание ППФП: формы труда, условия труда.
55. Факторы, определяющие содержание ППФП: характер труда, режим труда и отдыха.
56. Дополнительные факторы, определяющие содержание ППФП.
57. Средства ППФП.
58. Организация и формы ППФП в вузе.
59. Понятия общей и специальной физической подготовки.
60. Отличия понятий спортивная подготовка и спортивная тренировка.
61. Стороны подготовки спортсмена.
62. Средства спортивной подготовки.
63. Структура отдельного тренировочного занятия.
64. Роль подготовительной части занятия в тренировочном процессе.
65. Понятие «физическая нагрузка», эффект ее воздействия на организм.
66. Внешние признаки утомления.
67. Виды и параметры физических нагрузок.
68. Интенсивность физических нагрузок.
69. Психофизиологическая характеристика умственной деятельности.
70. Работоспособность: понятие, факторы, периоды
71. Физические упражнения в течение учебного дня для поддержания работоспособности.
72. Бег как самое эффективное средство восстановления и повышения работоспособности.
73. Плавание и работоспособность.
74. Методические принципы физического воспитания, сущность и значение.
75. Принципы сознательности и активности, наглядности в процессе физического воспитания.
76. Принципы доступности и индивидуализации, систематичности и динамичности.
77. Средства физической культуры.
78. Общепедагогические методы физического воспитания.
79. Методы обучения технике двигательного действия.
80. Этапы обучения двигательного действия.

81. Методы развития физических качеств: равномерный, повторный, интервальный.
82. Метод круговой тренировки, игровой и соревновательный методы.
83. Сила как физическое качество, общая характеристика силовых упражнений.
84. Методы развития силы.
85. Выносливость — виды выносливости, особенности развития выносливости.
86. Развитие физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости.
87. Понятие «спорт». Его принципиальное отличие от других видов занятий физическими упражнениями.
88. Массовый спорт: понятие, цель, задачи.
89. Спорт высших достижений: понятие, цель, задачи.
90. Студенческий спорт, его организационные особенности.
91. Студенческие спортивные соревнования.
92. Студенческие спортивные организации.
93. Всероссийский физкультурно-спортивный комплекс «ГТО» (Готов к труду и обороне).

### **Выполнение работы над ошибками**

При получении проверенного теста необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данного теста. Тесты, тесты являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
физической культуры  
Д.Ф. Шулиманов



**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ**  
**по контрольной работе**

**Б1.Б.1.05.01 ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ**

Специальность:  
***21.05.02 Прикладная геология***

Специализация №4  
***Прикладная геохимия, минералогия, петрология***

форма обучения: очная

Одобрены на заседании кафедры  
***Физической культуры***  
*(название кафедры)*

Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ .2019  
*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

## Содержание

Цели и задачи дисциплины .....	3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы .....	3
Требования к оформлению контрольной работы .....	3
Содержание контрольной работы.....	3
Выполнение работы над ошибками.....	9
Критерии оценивания контрольной работы .....	9
Образец ..... титульного ..... листа	10

### 1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

### 3. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен 1 вариант контрольной работы.

#### Содержание контрольной работы

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращением, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности
3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела, функциональные возможности дыхания и

		кровообращения, физическая работоспособность В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин
12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации В) в результате повышается эффективность и

		экономичность дыхания и кровообращения. Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) равной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддержать работоспособность в течение дня, потому что:	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма

21	Систематические и грамотно организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	<p>А) хорошая циркуляция крови во время упражнений обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма</p> <p>Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии</p> <p>В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма</p> <p>Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям</p>
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	<p>А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения</p> <p>Б) это обусловлено необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся.</p> <p>В) выделение частей в уроке требует Министерства образования России</p> <p>Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них</p>
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышением частоты шагов. 6. Прыжки. 7. Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	<p>А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8</p> <p>Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4</p> <p>В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4</p> <p>Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4</p>
24	Под силой как физическим качеством понимается:	<p>А) способность поднимать тяжелые предметы</p> <p>Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений</p> <p>В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений</p> <p>Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.</p>
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	<p>А) 1, 2, 5, 4, 3, 6</p> <p>Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5</p> <p>В) 2, 6, 4, 5, 3, 1</p> <p>Г) 2, 1, 3, 4, 5, 6</p>
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2. Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	<p>А) 1, 2, 3, 4</p> <p>Б) 2, 3, 1, 4</p> <p>В) 3, 2, 4, 1</p> <p>Г) 4, 2, 3, 1</p>

27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	<p>А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы</p> <p>Б) упражнения, способствующие снижению массы тела</p> <p>В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки</p> <p>Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений</p>
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	<p>А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходит к упражнениям, нагружающим другую группу мышц</p> <p>Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы</p> <p>В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений</p> <p>Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе</p>
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	<p>А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью</p> <p>Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени</p> <p>В) способность быстро набирать скорость</p> <p>Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой</p>
30	Для развития быстроты используют:	<p>А) подвижные и спортивные игры</p> <p>Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции</p> <p>В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений</p> <p>Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью</p>
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	<p>А) подвижных и спортивных игр</p> <p>Б) челночного бега</p> <p>В) прыжков в высоту</p> <p>Г) метаний</p>
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	<p>А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона</p> <p>Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений.</p> <p>В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев</p> <p>Г) эластичность мышц и связок</p>
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	<p>А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений</p> <p>Б) выполняются 12-16 циклов движения</p> <p>В) упражнения выполняются до появления пота</p> <p>Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений</p>
34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять перечисленные ниже упражнения.	<p>А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7</p> <p>Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1</p> <p>В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6</p> <p>Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1</p>

	Укажите их целесообразную последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6. Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	
35	При развитии гибкости следует стремиться	<p>А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах</p> <p>Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах</p> <p>В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленном суставах</p> <p>Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов</p>
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	<p>А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки</p> <p>Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению</p> <p>В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь</p> <p>Г) способность сохранять заданные параметры работы</p>
37	Выносливость человека не зависит от:	<p>А) функциональных возможностей систем энергообеспечения</p> <p>Б) быстроты двигательной реакции</p> <p>В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть</p> <p>Г) силы мышц</p>
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	<p>А) максимальная активность систем энергообеспечения</p> <p>Б) умеренная интенсивность</p> <p>В) максимальная интенсивность</p> <p>Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата</p>
39	Техникой физических упражнений принято называть	<p>А) способ целесообразного решения двигательной задачи</p> <p>Б) способ организации движений при выполнении упражнений</p> <p>В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений</p> <p>Г) рациональную организацию двигательных действий</p>
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	<p>А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия</p> <p>Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие</p> <p>В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи</p> <p>Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи</p>
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы целостного или расчлененного	<p>А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы</p> <p>Б) сложности основы техники</p>

	упражнения. Выбор метода зависит от	В) количества элементов, составляющих двигательное действие Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

#### **Выполнение работы над ошибками**

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

#### **Критерии оценивания контрольной работы**

**Оценка за контрольную работу** определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

#### **Результат контрольной работы**

*Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:*

46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

*Образец оформления титульного листа*



**Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный горный университет»**

Кафедра физической культуры

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

**по дисциплине  
ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ**

Выполнил: Иванов Иван Иванович  
Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель: Петров Петр Петрович

**Екатеринбург  
2018**

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
физической культуры  
Д.Ф. Шулиманов



**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ  
по контрольной работе**

**Б1.Б.1.05.02 ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И  
СПОРТУ**

Специальность:

**21.05.02 Прикладная геология**

Специализация №4

**Прикладная геохимия, минералогия, петрология**

форма обучения: очная

Одобрены на заседании кафедры

*Физической культуры*

(название кафедры)

Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ .2019

(Дата)

Екатеринбург  
2019

## Содержание

Цели и задачи дисциплины .....	3
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы .....	3
Требования к оформлению контрольной работы .....	3
Содержание контрольной работы.....	3
Выполнение работы над ошибками.....	10
Критерии оценивания контрольной работы .....	10
Образец титульного листа .....	11

### **1. Цели и задачи дисциплины**

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

## **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы**

Дисциплина «Элективные курсы по физической культуре и спорту» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

## **3. Требования к оформлению контрольной работы**

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «элективные курсы по физической культуре и спорту» представлено 2 варианта контрольной работы.

### **Содержание контрольной работы**

#### **Вопросы для групповой дискуссии**

1. Что можно отнести к средствам физического воспитания?
2. Влияние климатогеографического фактора на здоровье и работоспособность человека
3. Чем отличается спорт от физической культуры?
4. Что мы относим к материальным ценностям физической культуры, а что – к духовным?
5. В чем состоит взаимосвязь физической и умственной деятельности человека?
6. Причины возникновения таких явлений как гипокинезия и гиподинамия
7. Для чего нужна адаптивная физическая культура?
8. При выборе вида спорта на какие аспекты и характеристики необходимо обратить основное внимание.

### **Контрольная работа №1**

#### **Вариант 1**

#### **ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.**

1. Часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности – это:
  - а) физическая культура; б) спорт; в) туризм; г) физическое развитие.
2. Физическое воспитание – это:
  - а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
  - б) приобщение человека к физической культуре;
  - в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;

г) процесс формирования определенных физических и психических качеств.

3. Чем спорт отличается от физической культуры:

а) наличием специального оборудования; б) присутствием зрителей; в) наличием соревновательного момента; г) большой физической нагрузкой.

4. Какой из ниже перечисленных принципов не относится к основным принципам физического воспитания:

а) сознательности и активности; б) наглядности; в) последовательности; г) систематичности;

5. Под физическим развитием понимается:

а) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни;  
б) размеры мускулатуры, форма тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность;  
в) процесс совершенствования физических качеств, при выполнении физических упражнений;  
г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом.

#### **ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.**

1. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

а) естественное состояние организма без болезней и недугов;  
б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;  
в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;  
г) все перечисленное.

2. Состояние здоровья обусловлено:

а) резервными возможностями организма; б) образом жизни;  
в) уровнем здравоохранения; г) отсутствием болезней.

3. Что не относится к внешним факторам, влияющим на человека:

а) природные факторы; б) факторы социальной среды; в) генетические факторы;  
г) биологические факторы.

4. Сколько времени необходимо нормальному человеку для ночного сна:

а) 5 – 6 часов; б) 6 – 7 часов; в) 7 – 8 часов; г) 8 – 9 часов.

5. К активному отдыху относится:

а) сон; б) отдых сидя; в) занятия двигательной деятельностью; г) умственная деятельность.

#### **ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.**

1. Физическими упражнениями называются:

а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;  
б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;  
в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;  
г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Занятия физическими упражнениями отличаются от трудовых действий:

а) интенсивностью; б) задачами; в) местом проведения; г) все ответы верны.

3. Физические упражнения являются:

а) принципом физического воспитания; б) методом физического воспитания;  
в) средством физического воспитания; г) функцией физического воспитания.

4. Что не относится к методам физического воспитания:

а) игровой; б) регламентированного упражнения; в) словесный и сенсорный;  
г) самостоятельный.

5. Метод в физической культуре – это

а) основное положение, определяющее содержание учебного процесса по физической культуре;  
б) руководящее положение, раскрывающее принципы физической культуры;  
в) конкретная причина, заставляющая человека выполнять физические упражнения;  
г) способ применения физических упражнений.

#### **ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.**

1. Физическая подготовка – это:

а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;  
б) приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;  
в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;  
г) процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.

2. К основным физическим качествам относятся:

- а) рост, вес, объем бицепсов, становая сила; б) бег, прыжки, метания, лазания;
- в) сила, выносливость, быстрота, ловкость, гибкость; г) взрывная сила, прыгучесть, меткость.

3. Различают гибкость:

- а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
- г) простую и сложную.

4. Какие виды спорта развивают преимущественно выносливость:

- а) спортивные единоборства; б) циклические; в) спортивные игры; г) ациклические.

5. Скоростно-силовые качества преимущественно развиваются:

- а) в тяжелой атлетике; б) в акробатике; в) в конькобежном спорте; г) в лыжном спорте.

## **Вариант 2**

### **ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.**

1. На что преимущественно влияют занятия по физической культуре:

- а) на интеллектуальные способности;
- б) на удовлетворение социальных потребностей;
- в) на воспитание лидерских качеств;
- г) на полноценное физическое развитие.

2. Физическая культура – это:

- а) часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности;
- б) часть науки о природе двигательной деятельности человека
- в) вид воспитательного процесса, специфика которого заключена в обучении двигательным актам и управлением развитием и совершенствованием физических качеств человека;
- г) процесс физического образования и воспитания, выражающий высокую степень развития индивидуальных физических способностей.

3. Что не относится к компонентам физической культуры:

- а) физическое развитие; б) спорт высших достижений; в) оздоровительно-реабилитационная физическая культура;
- г) гигиеническая физическая культура.

4. Выбрать правильное определение термина «Физическое развитие»:

- а) физическое развитие – это педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
- б) физическое развитие – это приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;
- в) физическое развитие – это биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
- г) физическое развитие – это процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.

5. Теоретический материал учебного предмета «Физическая культура и спорт» в высших учебных заведениях включает в себя:

- а) фундаментальные знания общетеоретического характера;
- б) инструктивно-методические знания;
- в) знания о правилах выполнения двигательных действий;
- г) все вышеперечисленное.

### **ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.**

1. Что понимается под закаливанием:

- а) купание в холодной воде и хождение босиком;
- б) приспособление организма к воздействиям внешней среды;
- в) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми;
- г) укрепление здоровья.

2. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

- а) естественное состояние организма без болезней и недугов;
- б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;
- в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;
- г) все перечисленное.

3. Какое понятие не относится к двигательной активности человека:

- а) гипоксия; б) гиподинамия; в) гипокинезия; г) гипердинамия.

4. Какая из перечисленных функций не относится к функции кожи:

- а) защита внутренней среды организма; б) терморегуляция; в) выделение из организма продуктов обмена веществ;
- г) звукоизоляция.

5. Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому что:

- а) обеспечивает ритмичность работы организма;

- б) позволяет правильно планировать дела в течение дня;
- в) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня;
- г) позволяет избегать неоправданных физических напряжений.

#### **ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.**

1. Физическое упражнение - это:

- а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;
- б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;
- в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;
- г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Положительное влияние физических упражнений на развитие функциональных возможностей организма будет зависеть:

- а) от технической и физической подготовленности занимающихся;
- б) от особенностей реакций систем организма в ответ на выполняемые упражнения;
- г) от состояния здоровья и самочувствия занимающихся во время выполнения упражнений;
- г) от величины физической нагрузки и степени напряжения в работе определенных мышечных групп.

3. Что не относится к средствам физического воспитания:

- а) физические упражнения;
- б) подвижные игры;
- в) соревнования;
- в) спортивные игры.

4. Что относится к методическим принципам физического воспитания:

- а) сознательность и активность;
- б) наглядность и доступность;
- в) систематичность и динамичность;
- г) все вышеперечисленное.

5. Регулярные занятия физическими упражнениями способствует повышению работоспособности, потому что:

- а) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости;
- б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации;
- в) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения;
- г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнять большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.

#### **ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.**

1. Степень владения техникой действий, при которой повышена концентрация внимания на составные операции (части), наблюдается нестабильное решение двигательной задачи – это

- а) двигательное умение; в) массовый спорт; в) двигательный навык;
- г) спорт высших достижений.

2. Для воспитания быстроты используются:

- а) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции;
- б) подвижные и спортивные игры;
- в) упражнения на быстроту реакции и частоту движений;
- г) двигательные упражнения, выполняемые с максимальной скоростью.

3. Различают два вида выносливости:

- а) абсолютная и относительная; б) общая и специальная; в) активная и пассивная;
- г) динамическую и статическую.

4. Процесс воспитания физических качеств, обеспечивающих преимущественное развитие тех двигательных способностей, которые необходимы для конкретной спортивной дисциплины - это

- а) общая физическая подготовка; б) двигательное умение; в) специальная физическая подготовка; г) двигательный навык.

5. Различают силу:

- а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
- г) статическую и динамическую.

## **Контрольная работа №2**

### **Вариант 1**

#### **ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.**

1. В комплекс утренней гимнастики следует включать:

- а) упражнения с отягощением; б) упражнения статического характера;
  - в) упражнения на гибкость и дыхательные упражнения; г) упражнения на выносливость.
2. К объективным показателям самоконтроля относится:
- а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.
3. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:
- а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.
4. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:
- а) после приема пищи; б) после сна натошак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.

**ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.**

1. Регулярные занятия доступным видом спорта, участия в соревнованиях с целью укрепления здоровья, коррекции физического развития и телосложения, активного отдыха, достижение физического совершенствования – это:
- а) спорт высших достижений;
  - б) лечебная физическая культура;
  - в) профессионально-прикладная физическая культура;
  - г) массовый спорт.
2. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает гибкость и ловкость:
- а) фехтование;
  - б) баскетбол;
  - в) фигурное катание;
  - г) художественная гимнастика.
3. Количество игровых одной команды в волейболе на площадке:
- а) 7; б) 6; в) 5; г) 8.
4. Как осуществляется контроль за влиянием физических нагрузок на организм во время занятий физическими упражнениями:
- а) по частоте дыхания;
  - б) по частоте сердечно-сосудистых сокращений;
  - в) по объему выполненной работы.

**ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.**

1. Степень владения техникой действия, при которой управление движением происходит автоматически, и действия отличаются надежностью – это:
- а) двигательное умение;
  - б) массовый спорт;
  - в) двигательный навык;
  - г) спорт высших достижений.
2. Как дозируются упражнения на гибкость:
- а) до появления пота;
  - б) до снижения амплитуды движений;
  - в) по 12-16 циклов движений;
  - г) до появления болевых ощущений.
3. При воспитании силы применяются специальные упражнения с отягощениями. Их отличительная особенность заключается в том, что:
- а) в качестве отягощения используется собственный вес человека;
  - б) они выполняются до утомления;
  - в) они вызывают значительное напряжение мышц;
  - г) они выполняются медленно.
4. В каком из перечисленных видов спорта преимущественно развивается выносливость:
- а) в фигурном катании;
  - б) в пауэрлифтинге;
  - в) в художественной гимнастике;
  - г) в лыжном спорте.

**ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.**

1. Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:
- а) обеспечивают усиленную работу мышц;
  - б) обеспечивают выполнение большого объема мышечной работы с разной интенсивностью;
  - в) обеспечивают усиленную работу систем дыхания и кровообращения;
  - г) обеспечивают усиленную работу системы энергообеспечения.
2. Меры профилактики переутомления:

- а) посидеть 3-4 минуты;
- б) сменить вид деятельности;
- в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;
- г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

3. При нагрузке средней интенсивности частота пульса достигает:

- а) 100 – 130 уд/мин;
- б) 130 – 150 уд/мин;
- в) 150 – 170 уд/мин;
- г) более 170 уд/мин

4. Что называется «разминкой», проводимой в подготовительной части занятия:

- а) чередование легких и трудных общеразвивающих упражнений;
- б) чередование беговых и общеразвивающих упражнений;
- в) подготовка организма к предстоящей работе;
- г) чередование беговых упражнений и ходьбы.

#### **ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.**

Специально направленное и избирательное использование средств физической культуры и спорта для подготовки человека к определенной профессиональной деятельности – это:

- а) спорт высших достижений;
- б) лечебная физическая культура;
- в) производственная физическая культура;
- г) массовый спорт.

1. ППФП строится на основе и в единстве с:

- а) физической подготовкой; б) технической подготовкой; в) тактической подготовкой;
- г) психологической подготовкой.

3. Какая из нижеперечисленных задач не является задачей ППФП:

- а) развитие физических способностей, специфических для данной профессии;
- б) формирование профессионально-прикладных сенсорных умений и навыков;
- в) сообщение специальных знаний для успешного освоения практических навыков трудовой деятельности;
- г) повышение функциональной устойчивости организма к неблагоприятному воздействию факторов окружающей среды.

4. Что не является формой занятий по ППФП:

- а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

### **Вариант 2**

#### **ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.**

1. Определение повседневных изменений в подготовке занимающихся – это:

- а) педагогический поэтапный контроль;
- б) педагогический текущий контроль;
- в) педагогический оперативный контроль;
- г) педагогический двигательный контроль.

1. В комплекс утренней гимнастики не рекомендуется включать:

- а) упражнения на гибкость;
- б) дыхательные упражнения;
- в) упражнения с отягощением;
- г) упражнения для всех групп мышц.

2. Самостоятельные тренировочные занятия не рекомендуется выполнять:

- а) за час до приема пищи;
- б) после сна натошак;
- в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда;
- г) за 3 часа до отхода ко сну.

4. Дневник самоконтроля нужен для:

- а) коррекции содержания и методики занятий физическими упражнениями;
- б) контроля родителей;
- в) лично спортсмену;
- г) лично тренеру.

#### **ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.**

1. К циклическим видам спорта не относится:

- а) волейбол;
- б) стайерский бег;
- в) плавание;

г) спортивная ходьба.

2. Какой из перечисленных видов спорта преимущественно развивает координацию движений:

а) спортивная гимнастика;

б) лыжный спорт;

в) триатлон;

г) атлетическая гимнастика.

3. Систематическая плановая многолетняя подготовка и участие в соревнованиях в избранном виде спорта с целью достижения максимальных спортивных результатов – это:

а) спорт высших достижений;

б) лечебная физическая культура;

в) профессионально-прикладная физическая культура;

г) массовый спорт.

4. Какие упражнения включаются в разминку почти во всех видах спорта:

а) упражнения на развитие выносливости;

б) упражнения на развитие гибкости и координации движений;

в) бег и общеразвивающие упражнения.

### **ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.**

1. Какая из представленных способностей не относится к группе координационных:

а) способность сохранять равновесие;

б) способность точно дозировать величину мышечных усилий;

в) способность быстро реагировать на стартовый сигнал;

г) способность точно воспроизводить движения в пространстве.

2. Почему на занятиях по «физической культуре» выделяют подготовительную, основную и заключительную части:

а) так удобнее распределять различные по характеру упражнения;

б) выделение частей занятий связано с необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся;

в) выделение частей в занятии требует Министерства науки и образования;

г) перед занятием, как правило, ставятся 3 задачи, и каждая часть предназначена для них.

3. Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:

а) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий;

б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей;

в) утомлением, возникающим в результате их выполнения;

г) частотой сердечных сокращений.

4. Назовите количество игроков на волейбольной площадке:

а) 4; б) 5; в) 6; г) 7.

### **ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.**

1. К объективным показателям самоконтроля относится:

а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.

2. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:

а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.

3. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:

а) после приема пищи; б) после сна натошак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.

4. Меры профилактики переутомления:

а) посидеть 3-4 минуты;

б) сменить вид деятельности;

в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;

г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

### **ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.**

1. Система методически обоснованных физических упражнений, физкультурно-оздоровительных и спортивных мероприятий, направленных на повышение и сохранение устойчивой и профессиональной дееспособности – это:

а) физкультурная пауза;

б) производственная физическая культура;

в) спорт высших достижений;

г) массовый спорт.

2. Профессионально-прикладная физическая подготовка - это

а) специализированный вид физического воспитания, осуществляемый в соответствии с особенностями и требованиями данной профессии;

б) система профессиональных мероприятий, осуществляемая в соответствии с особенностями данной профессии;

- в) процесс формирования специализированных знаний, умений и навыков;  
г) целенаправленное воздействие на развитие физических качеств человека посредством нормированных нагрузок.
3. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает координационные способности монтажников-высотников:  
а) фехтование; б) баскетбол; в) мото-спорт; г) гимнастика.
4. Что не является формой занятий по ППФП:  
а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

#### **Выполнение работы над ошибками**

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

#### **Критерии оценивания контрольной работы**

**Оценка за контрольную работу** определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балла. Максимум 40 баллов.

#### **Результат контрольной работы**

*Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:*

20-40 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;

0-19 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

*Образец оформления титульного листа*



**Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный горный университет»**

Кафедра физической культуры

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

по дисциплине  
**ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ**

Выполнил: Иванов Иван Иванович  
Группа \_\_\_\_\_

Преподаватель: Петров Петр Петрович

**Екатеринбург  
2018**

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
физической культуры  
Д.Ф. Шулиманов



**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ  
по самостоятельной работе**

**Б1.Б.1.05.02 ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И  
СПОРТУ**

Специальность:

**21.05.02 Прикладная геология**

Специализация №4

**Прикладная геохимия, минералогия, петрология**

форма обучения: очная

Одобрены на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Протокол №     от     . 2019

(Дата)

Екатеринбург  
2019

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к практическим занятиям физической культурой и спортом .....	3
1.1. Планирование, формы и организация самостоятельных занятий .....	3
1.1.1. Утренняя физическая гимнастика.....	3
1.1.2. Упражнения в течение учебного дня.....	4
1.1.3. Самостоятельные тренировочные занятия.....	4
1.1.4. Методика самостоятельных тренировочных занятий.....	5
1.1.5. Особенности самостоятельных занятий для женщин.....	6
1.2 Самоконтроль занимающихся за состоянием своего организма.....	7
1.2.1 Оценка физического развития.....	9
1.2.2. Оценка функционального состояния (подготовленности).....	10
2. Другие виды самостоятельной работы	
2.1 Самостоятельная подготовка к сдаче обязательных тестов оценки общей физической подготовленности.....	12
2.1.1 Тест на скоростно-силовую подготовленность (бег на 100 м).....	12
2.1.2 Техника выполнения упражнения.....	12
2.1.3 Методы самостоятельной тренировки.....	13
2.1.4. Средства тренировки быстроты.....	13
2.1.5. Подготовка и сдача контрольного норматива.....	14
2.2. Тест на силовую подготовленность для женщин .....	15
2.2.1. Техника выполнения упражнения.....	15
2.3. Тест на силовую подготовленность для мужчин.....	15
2.3.1. Техника выполнения упражнения.....	15
2.3.2. Методы развития силы.....	16
2.4. Тест на общую выносливость (бег 2000 и 3000 м).....	17
2.4.1. Техника бега на длинные дистанции.....	17
2.4.3. Возможные ошибки и осложнения в ходе проведения самостоятельных тренировок.....	18
3.Актуальность задачи повышения уровня готовности обучающихся к зачетным занятиям, на основе управляемой адаптации к смене видов учебно-познавательной деятельности.....	21

# **1. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к практическим занятиям физической культурой и спортом**

## 1.1. Планирование, формы и организация самостоятельных занятий

Планирование самостоятельных занятий осуществляется студентами при консультации преподавателей и должно быть направлено на достижение единой цели – сохранение хорошего здоровья, поддержание высокого уровня физической и умственной работоспособности, достижение поставленной задачи.

Существуют три формы самостоятельных занятий:

1. Утренняя физическая гимнастика (УФГ).
2. Упражнения в течение учебного (рабочего) дня.
3. Самостоятельные тренировочные занятия.

### 1.1.1. Утренняя физическая гимнастика

Выполняется ежедневно. В комплекс УФГ следует включать упражнения для всех групп мышц, упражнения на гибкость и дыхание, бег, бег (прыжковые упражнения).

Не рекомендуется выполнять:

- упражнения статического характера;
- со значительными отягощениями;
- упражнения на выносливость.

При выполнении УФГ рекомендуется придерживаться определенной последовательности выполнения упражнений:

- медленный бег, ходьба (2-3 мин.);
- потягивающие упражнения в сочетании с глубоким дыханием;
- упражнение на гибкость и подвижность для мышц рук, шеи, туловища и ног;
- силовые упражнения без отягощений или с небольшими отягощениями для рук, туловища, ног (сгибание-разгибание рук в упоре лежа, упражнения с легкими гантелями, с эспандерами);
- различные наклоны в положении стоя, сидя, лежа, приседания на одной и двух ногах и др.;
- легкие прыжки или подскоки (например, со скалкой) – 20-30 с.;
- упражнения на расслабление с глубоким дыханием.

При составлении комплексов УФГ рекомендуется физиологическую нагрузку на организм повышать постепенно, с максимумом во второй половине комплекса. К концу выполнения комплекса нагрузка снижается и организм приводится в спокойное состояние.

Между сериями из 2-3 упражнений (а при силовых – после каждого) выполняется упражнение на расслабление или медленный бег (20-30с.).

УФГ должна сочетаться с самомассажем и закаливанием организма. Сразу же после выполнения комплекса УФГ рекомендуется сделать самомассаж основных мышечных групп ног, туловища, рук (5-7 мин.) и выполнить водные процедуры с учетом правил и принципов закаливания.

#### 1.1.2. Упражнения в течение учебного дня

Выполняются в перерывах между учебными и самостоятельными занятиями.

Они обеспечивают предупреждение наступающего утомления, способствуют поддержанию высокой работоспособности на длительное время без перенапряжения.

При выполнении этих упражнений следует придерживаться следующих правил:

1. Проводить в хорошо проветренных помещениях или на открытом воздухе.
2. Растягивать и расслаблять мышцы, испытывающие статическую нагрузку.
3. Нагружать неработающие мышцы.

#### 1.1.3. Самостоятельные тренировочные занятия

Можно проводить индивидуально или в группе из 3-5 человек и более. Групповая тренировка более эффективна, чем индивидуальная. Заниматься рекомендуется 3-4 раза в неделю по 1,5 -2 часа. Заниматься менее двух раз в неделю нецелесообразно, т.к. это не способствует повышению уровня тренированности организма. Тренировочные занятия должны носить комплексный характер, т.е. способствовать развитию всего комплекса физических качеств, а также укреплению здоровья и повышению общей работоспособности организма.

Каждое самостоятельное тренировочное занятие состоит из трех частей:

1. Подготовительная часть (разминка) (15-20 мин. для одночасового занятия): ходьба (2-3 мин.), медленный бег (8-10 мин.), общеразвивающие упражнения на все группы мышц, соблюдая последовательность «сверху вниз», затем выполняются специально-подготовительные упражнения, выбор которых зависит от содержания основной части.

2. В основной части (30-40 мин.) изучаются спортивная техника и тактика, осуществляется тренировка развития физических, волевых качеств. При выполнении упражнений в основной части занятия необходимо придерживаться следующей последовательности:

После разминки выполняются упражнения, направленные на изучение и совершенствование техники, и упражнения на быстроту, затем упражнения для развития силы и в конце основной части занятия – для развития выносливости.

3. В заключительной части (5-10 мин.) выполняются медленный бег (3-8 мин.), переходящий в ходьбу (2-6 мин.), упражнения на расслабление в сочетании с глубоким дыханием, которые обеспечивают постепенное снижение тренировочной нагрузки и приведение организма в сравнительно спокойное состояние.

#### 1.1.4. Методика самостоятельных тренировочных занятий

Методические принципы, которыми необходимо руководствоваться при проведении самостоятельных тренировочных занятий, следующие:

- принцип сознательности и активности предполагает углубленное изучение занимающимися теории и методики спортивной тренировки, осознанное отношение к тренировочному процессу, понимание целей и задач занятий, рациональное применение средств и методов тренировки в каждом занятии, учет объема и интенсивности выполняемых упражнений и физических нагрузок, умение анализировать и оценивать итоги тренировочных занятий;

- принцип систематичности требует непрерывности тренировочного процесса, рационального чередования физических нагрузок и отдыха, преемственности и последовательности тренировочных нагрузок от занятия к занятию. Эпизодические занятия или занятия с большими перерывами (более 4-5 дней) неэффективны и приводят к снижению достигнутого уровня тренированности;

- принцип доступности и индивидуализации обязывает планировать и включать в каждое тренировочное занятие физические упражнения, по своей сложности и интенсивности доступные для выполнения занимающимися. При определении содержания тренировочных занятий необходимо соблюдать правила: от простого – к сложному, от легкого – к трудному, от известного – к неизвестному, а также осуществлять учет индивидуальных особенностей занимающихся: пол, возраст, физическую подготовленность, уровень здоровья, волевые качества, трудолюбие, тип высшей нервной деятельности и т.п. Подбор упражнений, объем и интенсивность тренировочных нагрузок нужно осуществлять в соответствии с силами и возможностями организма занимающихся;

- принцип динамичности и постепенности определяет необходимость повышения требований к занимающимся, применение новых, более сложных физических упражнений, увеличение тренировочных нагрузок по объему и интенсивности. Переход к более высоким тренировочным нагрузкам должен проходить постепенно с учетом функциональных возможностей и индивидуальных особенностей занимающихся.

Если в тренировочных занятиях был перерыв по причине болезни, то начинать занятия следует после разрешения врача при строгом соблюдении принципа постепенности. Вначале тренировочные нагрузки значительно снижаются и постепенно доводятся до занимающегося в тренировочном плане уровня.

Все выше перечисленные принципы находятся в тесной взаимосвязи. Это различные стороны единого, целостного повышения функциональных возможностей занимающихся.

### 1.1.5. Особенности самостоятельных занятий для женщин

Организм женщины имеет анатомо-физиологические особенности, которые необходимо учитывать при проведении самостоятельных занятий физическими упражнениями или спортивной тренировки. В отличие от мужского, у женского организма менее прочное строение костей, ниже общее развитие мускулатуры тела, более широкий тазовый пояс и мощнее мускулатура тазового дна. Для здоровья женщины большое значение имеет развитие мышц брюшного пресса, спины и тазового дна. От их развития зависит нормальное положение внутренних органов. Особенно важно развитие мышц тазового дна.

Одной из причин недостаточного развития этих мышц у студенток и работниц умственного труда является малоподвижный образ жизни. При положении сидя мышцы тазового дна не противодействуют внутрибрюшному давлению и растягиваются от тяжести лежащих над ними органов. В связи с этим мышцы теряют свою эластичность и прочность, что может привести к нежелательным изменениям положения внутренних органов и к ухудшению их функциональной деятельности.

Ряд характерных для организма женщины особенностей имеется и в деятельности сердечно-сосудистой, дыхательной, нервной и других систем. Все это выражается более продолжительным периодом восстановления организма после физической нагрузки, а также более быстрой потерей состояния тренированности при прекращении тренировок.

Особенности женского организма должны строго учитываться в организации, содержании, методике проведения самостоятельных занятий. Подбор физических упражнений, их характер и интенсивность должны соответствовать физической подготовленности, возрасту, индивидуальным возможностям студенток. Необходимо исключать случаи форсирования тренировок для того, чтобы быстро достичь высоких результатов. Разминку следует проводить более тщательно и более продолжительно, чем при занятиях мужчин. Рекомендуется остерегаться резких сотрясений, мгновенных напряжений и усилий, например, при занятиях прыжками и в упражнениях с отягощением. Полезны упражнения, в положении сидя, и лежа на спине с подниманием, отведением, приведением и круговыми движениями ног, с подниманием ног и таза до положения «березка», различного рода приседания.

Даже для хорошо физически подготовленных студенток рекомендуется исключить упражнения, вызывающие повышение внутрибрюшного давления и затрудняющие деятельность органов брюшной полости и малого таза. К таким упражнениям относятся прыжки в глубину, поднятие больших тяжестей и другие, сопровождающиеся задержкой дыхания и натуживанием.

При выполнении упражнений на силу и быстроту движений следует более постепенно увеличивать тренировочную нагрузку, более плавно доводить ее до оптимальных пределов, чем при занятиях мужчин.

Упражнения с отягощениями применяются с небольшими весами, сериями по 8-12 движений с вовлечением в работу различных мышечных групп. В интервалах между сериями выполняются упражнения на расслабление с глубоким дыханием и другие упражнения, обеспечивающие активный отдых.

Функциональные возможности аппарата кровообращения и дыхания у девушек и женщин значительно ниже, чем у юношей и мужчин, поэтому нагрузка на выносливость для девушек и женщин должна быть меньше по объему и повышаться на более продолжительном отрезке времени.

Женщинам при занятиях физическими упражнениями и спортом следует особенно внимательно осуществлять самоконтроль. Необходимо наблюдать за влиянием занятий на течение овариально-менструального цикла и характер его изменения. Во всех случаях неблагоприятных отклонений необходимо обращаться к врачу.

Женщинам противопоказаны физические нагрузки, спортивная тренировка и участие в спортивных соревнованиях в период беременности. После родов к занятиям физическими упражнениями и спортом рекомендуется приступать не ранее чем через 8-10 месяцев.

#### 1.2. Самоконтроль занимающихся за состоянием своего организма

Данные самоконтроля записываются в дневник, они помогают контролировать и регулировать правильность подбора средств, методику проведения учебно-тренировочных занятий. У отдельных занимающихся количество показателей самоконтроля в дневнике и порядок записи могут быть различными, но одинаково важно для всех правильно оценивать отдельные показатели, лаконично фиксировать их в дневнике.

В дневнике самоконтроля рекомендуется регулярно регистрировать:

- субъективные данные (самочувствие, сон, аппетит, болевые ощущения);
- объективные данные (частота сердечных сокращений (ЧСС), масса тела, тренировочные нагрузки, нарушения режима, спортивные результаты).

Субъективные данные:

Самочувствие - отмечается как хорошее, удовлетворительное или плохое. При плохом самочувствии фиксируется характер необычных ощущений.

Сон - отмечается продолжительность и глубина сна, его нарушения (трудное засыпание, беспокойный сон, бессонница, недосыпание и др.).

Аппетит - Отмечается как хороший, удовлетворительный, пониженный и плохой. Различные отклонения состояния здоровья быстро отражаются, поэтому его ухудшение, как правило, является результатом переутомления или заболевания.

Болевые ощущения - фиксируются по месту их локализации, характеру (острые, тупые, режущие и т.п.) и силе проявления.

Объективные данные:

ЧСС – важный показатель состояния организма. Его рекомендуется подсчитывать регулярно, в одно и то же время суток, в покое. Лучше всего утром, лежа, после пробуждения, а также до тренировки (за 3-5 мин) и сразу после спортивной тренировки.

Нормальными считаются следующие показатели ЧСС в покое:

- мужчины (тренированные/не тренированные) 50-60/70-80;
- женщины (тренированные/не тренированные) 60-70/75-85.

С увеличением тренированности ЧСС понижается.

Интенсивность физической нагрузки также определяется по ЧСС, которая измеряется сразу после выполнения упражнений.

При занятиях физическими упражнениями рекомендуется придерживаться следующей градации интенсивности:

- малая интенсивность – ЧСС до 130 уд/мин. При этой интенсивности эффективного воспитания выносливости не происходит, однако создаются предпосылки для этого, расширяется сеть кровеносных сосудов в скелетных мышцах и в сердечной мышце (целесообразно применять при выполнении разминки);

- средняя интенсивность от 130 до 150 уд/мин.;

- большая интенсивность – ЧСС от 150 до 180 уд/мин. В этой тренировочной зоне интенсивности к аэробным механизмам подключаются анаэробные механизмы энергообеспечения, когда энергия образуется при распаде энергетических веществ в условиях недостатка кислорода;

- предельная интенсивность – ЧСС 180 уд/мин. и больше. В этой зоне интенсивности совершенствуются анаэробные механизмы энергообеспечения.

Существенным моментом при использовании ЧСС для дозирования нагрузки является ее зависимость от возраста.

Известно, что по мере старения уменьшается возможность усиления сердечной деятельности за счет учащения сокращения сердца во время мышечной работы. Оптимальную ЧСС с учетом возраста при продолжительных упражнениях можно определить по формулам:

- для начинающих: ЧСС (оптимальная) = 170 – возраст (в годах)
- для занимающихся регулярно в течении 1-2 лет:

- ЧСС (оптимальная) = 180 – возраст (в годах)

Зависимость максимальной величины ЧСС от возраста при тренировке на выносливость можно определить по формуле:

- ЧСС (максимальная) = 220 – возраст (в годах)

Например, для занимающихся в возрасте 18 лет максимальная ЧСС будет равна  $220 - 18 = 202$  уд/мин.

Важным показателем приспособленности организма к нагрузкам является скорость восстановления ЧСС сразу после окончания нагрузки. Для этого определяется ЧСС в первые 10 секунд после окончания нагрузки, пересчитывается на 1 мин. и принимается за 100%. Хорошей реакцией восстановления считается:

- снижение через 1 мин. на 20%;
- через 3 мин. – на 30%;
- через 5 мин. – на 50%,
- через 10 мин. – на 70 – 75%. (отдых в виде медленной ходьбы).

Масса тела должна определяться периодически (1-2 раза в месяц) утром натощак, на одних и тех же весах. В первом периоде тренировки масса обычно снижается, а затем стабилизируется и в дальнейшем за счет прироста мышечной массы несколько увеличивается. При резком снижении массы тела следует обратиться к врачу.

Тренировочные нагрузки в дневник самоконтроля записываются коротко, вместе с другими показателями самоконтроля они дают возможность объяснить различные отклонения в состоянии организма.

Спортивные результаты показывают, правильно ли применяются средства и методы тренировочных занятий. Их анализ может выявить дополнительные резервы для роста физической подготовленности и спортивного мастерства.

В процессе занятий физическими упражнениями рекомендуется периодически оценивать уровень своего физического развития и физической (функциональной) подготовленности.

#### 1.2.1. Оценка физического развития

Проводится с помощью антропометрических измерений: рост стоя и сидя, масса тела, окружность грудной клетки, жизненная емкость легких (ЖЁЛ) и сила кисти сильнейшей руки, которые дают возможность определить:

- уровень и особенности физического развития;
- степень его соответствия полу и возрасту;
- имеющиеся отклонения;
- улучшение физического развития под воздействием занятий физическими упражнениями.

Применяются следующие антропометрические индексы:

- Весо-ростовой показатель
- ВРП= масса тела (грамм.)/длина тела (см.)

Хорошая оценка:

- для женщин 360-405 г/см.;
- для мужчин 380-415 г/см.

Индекс Брока

Оптимальная масса тела для людей ростом от 155 до 165 см. равна длине тела в сантиметрах минус 100. При росте 165-175 см. вычитают 105, при росте более 175 см. – 110.

Силовой показатель (СП)

Показывает соотношение между массой тела и мышечной силой. Обычно, чем больше мышечная масса, тем больше сила. Силовой показатель определяется по формуле и выражается в процентах:

$$\frac{\text{сила (кг)}}{\text{общая масса тела (кг)}} \times 100$$

Для сильнейшей руки:

- для мужчин - 65-80%
- для женщин - 48-50%.

### 1.2.2. Оценка функционального состояния (подготовленности)

Определение резервных возможностей организма

Осуществляется с помощью физиологических проб сердечно-сосудистой (ССС) и дыхательной (ДС) систем.

Общие требования:

1. Проводить в одно и то же время суток.
2. Не ранее чем через 2 часа после приема пищи.
3. При температуре 18-20 градусов, влажности менее 60%.

Функциональная проба с приседанием

Проверяемый отдыхает стоя 3 мин., на 4-й мин. подсчитывается ЧСС за 15 с. с пересчетом на 1 мин. (исходная частота). Далее выполняется 20 приседаний за 40 с., поднимая руки вперед. Сразу после приседаний подсчитывается ЧСС в течение первых 15 с. с пересчетом на 1 мин. Определяется увеличение ЧСС после приседаний сравнительно с исходной в процентах.

Оценка:

- отлично – до 20%;

- хорошо – 20-40%;
- удовлетворительно – 40-65%;
- плохо – 66-75%;
- более 75%.

#### Ортостатическая проба

Применяется для оценки сосудистого тонуса.

Отдых 5 минут в положении лежа, подсчитывают ЧСС в положении лежа за 1 мин. (исходная ЧСС), после чего занимающийся встает, и снова подсчитывает пульс за 1 мин.

Оценка:

- «хорошо» - не более 11 ударов (чем меньше разница, тем лучше);
- «удовлетворительно» - от 12 до 18 ударов (потливость);
- «неудовлетворительно» - более 19 ударов (потливость, шум в ушах).

Проба Штанге (задержка дыхания на вдохе),

проба Генча (задержка дыхания на выдохе)

Оценивается устойчивость организма к недостатку кислорода, а также общий уровень тренированности.

После 5 мин. отдыха сидя, сделать 2-3 глубоких вдоха и выдоха, затем сделать полный вдох (выдох) и задержать дыхание. Отмечается время от момента задержания дыхания до ее прекращения.

Оценка	Юноши	Девушки
Отлично	90 сек	80 сек
Хорошо	80-89 сек	70-79 сек
Удовлетворительно	50-79 сек	40-69 сек
Неудовлетворительно	50 и ниже	40 и ниже

#### Проба Генча

Оценка	Юноши	Девушки
Отлично	45 сек	35 сек
Хорошо	40-44 сек	30-34 сек
Удовлетворительно	30-39 сек	20-29 сек
Неудовлетворительно	30 и ниже	20 и ниже

С нарастанием тренированности время задержания дыхания возрастает, при снижении или отсутствии тренированности – снижается.

Самоконтроль прививает занимающимся грамотное и осмысленное отношение к своему здоровью и к знаниям физической культурой и спортом, имеет большое воспитательное значение.

## **2. Другие виды самостоятельной работы**

### **2.1. Самостоятельная подготовка к сдаче обязательных тестов оценки общей физической подготовленности**

#### **2.1.1 Тест на скоростно-силовую подготовленность (бег на 100 метров)**

Нормативы:

- у студенток нормативы в беге на 100 метров следующие: 15,7 сек - 5 очков; 16,0 - 4; 17,0 - 3; 17,9 - 2; 18,7 - 1.

- студенты должны показать результаты в следующих пределах: 13,2 сек - 5 очков; 13,8 - 4; 14,0 - 3; 14,3 - 2; 14,6 - 1.

#### **2.1.2. Техника выполнения упражнения**

При анализе бега на 100 м. принято выделять следующие основные фазы:

- старт и стартовый разгон;
- бег по дистанции;
- финиширование.

**Старт и стартовый разгон**

Существует два вида старта: низкий и высокий. Экспериментальные данные показывают, что новичкам и спортсменам 2-го разряда лучше применять высокий старт. Такая закономерность наблюдается до результата 11,4-11,6 с. и объясняется технической сложностью низкого старта. Поэтому следует ограничиться только овладением техникой высокого старта.

По команде «На старт» занимающийся подходит к стартовой линии, ставит сильнейшую (толчковую ногу) вплотную к линии, маховая нога располагается на 1,5-2 стопы назад на носок, расстояние между ними 15-20 см. Туловище выпрямлено, руки опущены, вес тела распределяется равномерно на обе ноги.

По команде «Внимание» вес тела переносится на впереди согнутую стоящую ногу, разноименная рука вперед. Проекция плеч находится за стартовой линией на расстоянии 5-8 см. Взгляд направлен вперед - вниз.

По команде «Марш» бегун мощно разгибает толчковую ногу и стремится максимально быстро вынести маховую ногу вперед с постановкой ее сверху вниз на дорожку. Руки работают максимально активно, плечевой пояс не закрепощен, кисти расслаблены. Стартовый разгон характеризуется постепенным увеличением длины шагов, уменьшением наклона туловища и приближением стоп к средней линии.

**Бег по дистанции**

Перед бегущим стоит задача удержать развитую горизонтальную скорость до финиша. Этому будет способствовать сохранение длины и частоты шагов.

Во время бега маховая нога ставится с носка спереди проекции общего центра тяжести тела (ОЦТТ) сверху вниз. Взаимодействие маховой ноги с грунтом называется передним толчком. Задний толчок выполняется мощным разгибанием бедра и сгибанием стопы. Голова держится прямо. Руки согнуты (угол сгибания в локтевых суставах примерно 90 град.).

При движении руки вперед кисть поднимается до уровня плеч. Назад рука отводится до «отказа» и угол сгибания в локтевом суставе увеличивается. Пальцы рук слегка согнуты.

#### Финиширование

Наклон туловища увеличивается. На последних метрах дистанции необходимо стремиться не потерять свободы движений и пробегать финиш без снижения скорости.

#### 2.1.3. Методы самостоятельной тренировки

- Повторный метод - повторное выполнение упражнений с около-предельной и предельной скоростью. Отдых продолжается до восстановления. Упражнения повторяются до тех пор, пока скорость не начнет снижаться.

- Переменный метод - когда пробегаются дистанции, например, с варьированием скорости и ускорения. Цель - исключить стабилизацию скорости («скоростной барьер»).

- Соревновательный метод - предполагает выполнение упражнений на быстроту в условиях соревнований. Эмоциональный подъем на соревнованиях способствует мобилизации на максимальные проявления быстроты, позволяет выйти на новый рубеж скорости.

#### 2.1.4. Средства тренировки быстроты

Частоту движений, а вместе с ней и быстроту циклических движений развивают с помощью упражнений, которые можно выполнять с максимальной скоростью, а также с помощью скоростно-силовых упражнений для ациклических движений. При этом упражнения должны отвечать следующим требованиям:

- техника упражнений должна обеспечивать выполнение движений на предельных скоростях;

- упражнения должны быть хорошо освоены, чтобы не требовалось волевого усилия для их выполнения;

- продолжительность упражнений должна быть такой, чтобы скорость не снижалась вследствие утомления - 20-22 с.

Основным средством отработки бега по дистанции является бег с максимальной скоростью. Такой бег выполняется 5-6 раз по 30-40 метров. В тренировке можно чередовать бег в обычных, облегченных (с горки, угол 4-5 град.) и затрудненных (в горку или с сопротивлением) условиях.

Для развития скоростной выносливости рекомендуется пробегать большую дистанцию (120-150 м), когда очередная пробежка начинается при пульсе 120 уд/мин.

Для тренировки в беге на 100 метров следует использовать кроссы (6 км, 30 мин), повторный бег на отрезках 200 м в 3/4 силы. Спортивные игры (баскетбол, футбол) также приносят пользу в развитии быстроты.

Можно рекомендовать и упрощенную методику, обеспечивающую минимально необходимый уровень подготовленности:

- повторный метод - в одном занятии 3-4 пробегания по 20-30 метров с максимальной скоростью и интервалами отдыха для восстановления пульса до 110-120 уд/мин;

- переменный метод - пробегание 2-х отрезков по 30 метров с максимальной скоростью и последующим переходом на спокойный бег 150--200 метров. Выполняется 3-4 подхода.

Для ощутимого сдвига в подготовленности такие тренировки рекомендуется проводить 3-4 раза в неделю.

#### 2.1.5. Подготовка и сдача контрольного норматива

При подготовке к сдаче бега на 100 метров следует учитывать общие требования по питанию при занятиях физическими упражнениями:

1. По времени - прием пищи не менее чем за 2-3 часа.
2. По составу - не есть тяжелой пищи (мясо, яйца, масло, молочные продукты, жирную, долго перевариваемую пищу).

Не рекомендуется выходить на старт с переполненным желудком.

Непосредственно перед сдачей норматива необходимо провести разминку с использованием специальных упражнений:

1. Бег с высоким подниманием бедра.
2. Бег с «захлестыванием» голени назад.
3. Семенящий бег.
4. Прыжки с ноги на ногу (шаги).
5. Бег в упоре стоя у гимнастической стенки.
6. Бег с ускорением с высокого старта с подачей стартовых команд (2-3 ускорения по 10-15 метров).

Разминка заканчивается за 10 минут до старта.

Непосредственно перед стартом нельзя отдыхать лежа, сидя, необходимо постоянно находиться в движении (прохаживаться, выполнять упражнения на растяжку). Частота сердечных сокращений непосредственно перед стартом должна быть 110 – 120 уд/мин.

Психологическая подготовка заключается в мысленном «прокручивании» в голове этапов преодоления дистанции: старта, стартового разбега, бега по дистанции, финиширования с концентрацией внимания на технике выполнения каждого этапа.

При выполнении теста не разрешается:

- наступать на линию старта (стартовая линия входит в дистанцию);
- перебегать на соседние дорожки.

## 2.2. Тест на силовую подготовленность для женщин

(поднимание (сед) и опускание туловища из положения лежа, ноги закреплены, руки за головой)

Нормативы: 60 раз - 5 очков, 50 - 4, 40 - 3, 30 - 2, 20 - 1.

Это упражнение используется для оценки развития мышц живота (брюшного пресса).

О мышцах брюшного пресса следует сказать особо. Эта группа мышц участвует в большинстве движений. Она создает хороший «мышечный корсет», охватывающий брюшную полость и способствующий нормальному функционированию внутренних органов, что положительно влияет на состояние здоровья.

### 2.2.1. Техника выполнения упражнения

И.п. (исходное положение) – лежа на спине, ноги согнуты в коленях, стопы прижаты к полу, руки в замок за головой, локти разведены.

Это силовое упражнение состоит из 4-х фаз:

- поднимание туловища;
- фиксация его в вертикальном положении;
- опускание;
- пауза в горизонтальном положении.

Голова держится прямо, локти в стороны, дыхание ритмично.

## 2.3. Тест на силовую подготовленность для мужчин (подтягивание на перекладине)

Учебной программой по физической культуре предусмотрено тестирование студентов для определения уровня их силового развития. Нормативы следующие: 15 раз - 5 очков, 12 - 4, 9 - 3, 7 - 2, 5 - 1;

### 2.3.1. Техника выполнения упражнения

Каждый цикл подтягивания в висе на перекладине включает:

- исходное положение - вис на вытянутых руках хватом сверху (большими пальцами внутрь);
- подъем до пересечения подбородком линии перекладины;
- опускание в исходное положение.

При выполнении теста разрешается сгибание, разведение ног, запрещаются рывковые движения туловищем и руками, хлестовые движения ногами. Выполнение засчитывается только при полном выпрямлении рук в локтевых суставах.

Наиболее экономично подтягивание при хвате рук на ширине плеч. Если кисти рук расположены ближе друг к другу, то положение тела становится менее устойчивым и отклонения придется компенсировать за счет дополнительных мышечных усилий, что будет увеличивать энергозатраты и снижать результат. Возрастают энергозатраты и при широком хвате (шире плеч). Это связано с тем, что для фиксации лопаток при широком хвате требуется большая, чем при хвате на ширине плеч, сила мышц, приближающих лопатки к позвоночному столбу.

Опускание в вис (в исходное положение) после подтягивания должно выполняться спокойно. Дыхание не задерживается.

### 2.3.2. Методы развития силы

На практике распространены следующие методы силовой подготовки:

- метод максимальных усилий;
- метод повторных усилий;
- метод динамических усилий.

Согласно методу максимальных усилий выполнение упражнений организуется таким образом, чтобы занимающийся смог подтянуться 1-3 раза в одном подходе (при условии, что он способен самостоятельно подтянуться как минимум 2-3 раза). Такое достигается за счет применения дополнительного внешнего отягощения. Делается 5-6 подходов с перерывами 2-4 минуты.

По методу повторных усилий подтягивания в одном подходе выполняются до «отказа». Если занимающийся имеет максимальный индивидуальный показатель 10-15 подтягиваний и более, то следует применять отягощение весом 30-70% от максимального. Например, занимающийся может подтянуться 1 раз с максимальным отягощением 10 кг. Значит, для тренировки по методу повторных усилий следует подобрать вес отягощения 3-7 кг. Выполняется 3-6 подходов с отдыхом между ними 2-4 мин.

Разнообразить упражнения можно, применяя метод динамических усилий. Если занимающийся легко выполняет 10-15 подтягиваний, то следует применять отягощения до 30% от максимального. В одном подходе 10-15 повторений. Темп - максимально быстрый. Всего 3-6 подходов. Во время отдыха следует добиваться наиболее полного восстановления, чтобы в следующем подходе выполнить упражнение без существенной потери скорости.

Сравнивая динамический и статический методы развития силы, необходимо отметить следующее:

- При динамическом режиме работы мышц происходит достаточное кровоснабжение. Мышца функционирует как насос - при расслаблении наполняется кровью и получает кислород и питательные вещества.

- Во время статического усилия мышца постоянно напряжена и непрерывно давит на кровеносные сосуды. В результате она не получает кислород и питательные вещества. Это ограничивает продолжительность работы мышц.

#### 2.4. Тест на общую выносливость - бег 2000 и 3000 метров

Нормативы:

- студентки - бег 2000 метров - 10 мин.15 сек. - 5 очков; 10.50 - 4; 11.15 - 3; 11.50 - 2; 12.15 - 1;

- студенты - бег 3000 метров - 12.00 - 5; 12.35 - 4; 13.10 - 3; 13.50 - 2; 14.00 - 1.

##### 2.4.1. Техника бега на длинные дистанции

Бег на средние и длинные дистанции начинается с высокого старта. По команде «На старт!» бегун ставит у линии более сильную ногу, а другую отставляет назад на носок (на 30 – 50 см), немного сгибает ноги, туловище наклоняет вперед и тяжесть тела переносит на впереди стоящую ногу. По команде «Марш!» бегун начинает бег, делая первые шаги в большом наклоне, который постепенно уменьшается. Длина шагов увеличивается, бег ускоряется, бегун набирает скорость и в короткое время переходит к свободному бегу на дистанции. Бег на дистанции. Во время бега на дистанции туловище вертикально или слегка наклонено вперед (5-7°). Небольшой наклон туловища вперед позволяет лучше использовать силы отталкивания и быстрее продвигаться вперед. Слишком большой наклон приводит к «падающему» бегу, при котором труднее выносить вперед согнутую ногу, в связи с чем уменьшается длина шага, а следовательно, и скорость бега. Кроме того, при большом наклоне постоянно напряжены мышцы, удерживающие туловище от увеличивающегося наклона. Отсутствие наклона ухудшает условия отталкивания, однако улучшает возможность выноса вперед согнутой в коленном суставе свободной ноги. При правильном положении туловища создаются благоприятные условия для работы мышц и внутренних органов. Наклон туловища у бегунов изменяется в пределах 2-3°: увеличивается к моменту отталкивания и уменьшается в полетной фазе. Положение головы существенно влияет на положение туловища. Надо держать голову прямо и смотреть вперед. В фазе отталкивания таз подается вперед, что является важной особенностью техники бега на длинные дистанции и позволяет полнее использовать силу реакции опоры. В технике бега на длинные дистанции важнее всего движения ног. Нога, немного согнутая, ставится на грунт упруго и эластично с передней части стопы, а затем касается его всей стопой. Постановка ноги на переднюю часть стопы позволяет эффективнее использовать эластические свойства мышц голени, активно участвующие в отталкивании.

Следы стоп на дорожке у бегунов находятся на одной линии, носки почти не разворачиваются в стороны. Эффективное отталкивание характеризуется выпрямлением ноги во всех суставах. Угол отталкивания в беге на средние дистанции примерно равен 50-55°. При правильном отталкивании таз подан вперед, голень маховой согнутой ноги параллельна бедру толчковой ноги. Быстрый вынос маховой ноги вперед облегчает отталкивание. Бегуны на длинные дистанции меньше поднимают бедро маховой ноги вверх, чем бегуны на средние и короткие дистанции. Длина шага на длинные дистанции не постоянна даже у одних и тех же бегунов. Колебания зависят от наступившего утомления, неравномерности пробегания отдельных участков дистанции, качества беговой дорожки, ветра и состояния бегуна. Обычно шаг с сильнейшей ноги на несколько сантиметров больше, чем шаг со слабейшей ноги. Длина шага равна 160 – 215 см. Повышение скорости бега за счет увеличения длины шага ограничено, так как слишком длинный шаг требует очень больших затрат сил. Кроме того, длина шага в основном зависит от индивидуальных данных бегуна. Поэтому скорость бега повышают за счет увеличения частоты шагов, которая зависит от тренированности бегуна. Движения плечевого пояса и рук связаны с движениями ног. Выполнять их надо легко, не напряженно. Это во многом зависит от умения расслаблять мышцы плечевого пояса. Движения рук помогают бегуну сохранять равновесие тела во время бега. Амплитуда движения рук зависит от скорости бега. Кисти при движении вперед не пересекают средней линии тела и поднимаются примерно до уровня ключицы. При движении рук назад кисти доходят до задней линии туловища (если смотреть на бегуна сбоку). Руки двигаются маятникообразно, пальцы рук свободно сложены, предплечья не напряжены, плечи не поднимаются вверх. При финишировании, длина которого зависит от дистанции и оставшихся сил бегуна, движения руками делаются быстрее, наклон тела увеличивается, а угол отталкивания уменьшается. Спортсмен переходит на скоростной бег, при котором скорость повышается главным образом за счет увеличения частоты шагов. К концу дистанции вследствие утомления некоторые бегуны наклоняют туловище назад. Такое положение туловища не способствует эффективности бега, так как усилия отталкивания направляются больше вверх. Техника бега на вираже имеет некоторые особенности: туловище немного наклонено влево, к бровке, правая рука движется несколько размашистей левой, причем правый локоть дальше отводится в сторону, а правая стопа ставится с некоторым поворотом внутрь. Ритм дыхания зависит от индивидуальных особенностей и скорости бега (с увеличением скорости бега увеличивается и частота дыхания). Бегун не должен задерживать дыхание. Дышать следует одновременно через нос и полуоткрытый рот, при этом важно следить за полным выдохом.

#### 2.4.3. Возможные ошибки и осложнения в ходе проведения самостоятельных тренировок

В некоторых случаях тренировка может стать причиной различных осложнений, включая травмы опорно-двигательного аппарата.

Основная причина травматизма опорно-двигательного аппарата - перенапряжение. Слишком быстрое увеличение тренировочных нагрузок является чрезмерным для детренированных мышц, связок и суставов. К дополнительным факторам, способствующим повреждению опорно-двигательного аппарата, можно отнести:

- бег по твердому грунту;
- избыточную массу тела;
- обувь, не пригодную для бега;
- грубые ошибки в технике.

Следовательно, меры по профилактике травм должны быть направлены на устранение или ослабление воздействия этих факторов:

- Во время кроссового бега часто болит в правом боку (печень), либо в левом боку (селезенка). Печень важный орган в жизнедеятельности нашего организма (синтез жиров и углеводов, обмен белков и витаминов) является кровяным депо. Так вот в результате переполнения кровью печени возникают колики. Глубокое дыхание снижает приток крови к правому предсердию, уменьшает болевые ощущения. Бег не надо прекращать, необходимо снизить скорость передвижения и стараться дышать глубже.

- В процессе тренировок после значительного перерыва (отдыха) или при резком увеличении нагрузок могут появляться боли в мышцах, как правило, на другой день. Во время физической работы в организме образуются продукты распада, часть которых выводится из организма через мочевыделительную систему, а другая часть, в том числе, молочная кислота задерживается в мышечных тканях. Чтобы избавиться от нее, необходимо мышцу непосредственно после физической нагрузки заставить растянуться (с помощью упражнений на растяжение), а на следующий день выполнять какую-либо физическую работу, т.е. сокращаться. Эти меры помогут ускорить вывод молочной кислоты из мышц. Боли могут длиться несколько дней и если не предпринимать никаких мер, мышца теряет эластичность, становится твердой. В этом случае могут помочь: массаж, банные процедуры, применение согревающих мазей и гелей.

- При выполнении напряженной физической работы длительное время, например, кроссовый бег, возникают такие состояния, которые получили название «мертвая точка» и «второе дыхание». Уже через некоторое время бега в организме начинаются изменения, которые заставляют нас прекратить мышечную деятельность. Такое временное снижение работоспособности получило название «мертвая точка». Механизм возникновения такого состояния недостаточно изучен. Предполагают, что он обусловлен временным нарушением

деятельности скелетных мышц и органов, обеспечивающих доставку кислорода в организм. Эти нарушения приводят к изменениям в работе нервных центров, что, в свою очередь, приводит к нарушениям в работе отдельных физиологических систем. Время возникновения и продолжительность этого состояния зависит от многих факторов, в частности от длительности и интенсивности физической нагрузки (например, при беге на 5-10 км и более возникает через 5-6 мин бега), от тренированности. Чем лучше тренирован человек, тем позже возникает это состояние и протекает менее тяжело (почти незаметно). Преодоление этого состояния требует значительного волевого усилия. В процессе проведения учебных и тренировочных занятий необходимо приучать себя преодолевать это неприятное ощущение, возникающее при кислородной недостаточности и накоплении продуктов кислотного распада при обмене веществ. Наступлению «второго дыхания» способствуют усиленные дыхательные упражнения, глубокие выдохи, освобождающие организм от накопившейся углекислоты, что способствует наступлению кислотно-щелочного баланса в организме. Преодолеть состояние «мертвой точки» можно, если снизить интенсивность физической нагрузки, но это нежелательно, т.к. не будет адаптации организма к такого рода деятельности.

- При занятиях физическими упражнениями могут возникнуть отклонения в деятельности сердца - учащенное сердцебиение. Оно может быть следствием стенокардии, ссоры, неурядицы в быту, семье, боязни, страха, дистрофий миокарда. Возникновение болей - сигнал опасности, в этих случаях необходимо прекратить занятия и обратиться к врачу.

- Существует состояние, называемое гравитационным шоком. Часто возникает при внезапной остановке после относительно интенсивного бега (чаще после финиша) в связи с прекращением действия «мышечного насоса». Большая масса крови застаивается в раскрытых капиллярах и венах мышц нижних конечностей, на периферии. Возникает анемия (обескровливание) мозга, недостаточное снабжение его кислородом. Появляется резкое побледнение, слабость, головокружение, тошнота, потеря сознания, исчезновение пульса. Пострадавшего необходимо уложить на спину, поднять вверх ноги (выше головы), обеспечив отток венозной крови к сердцу, улучшив снабжение головного мозга кислородом, поднести к носу ватку смоченную нашатырным спиртом. Основная профилактика гравитационного шока - исключение внезапной остановки, постепенное замедление бега.

- Гипогликемическое состояние - следствие недостаточного количества в организме сахара, нарушение углеводного обмена в результате длительной физической нагрузки. Ощущается сильный голод, головокружение, иногда потеря сознания. Профилактика – легко усваиваемые углеводы до начала длительной физической нагрузки (немного сахара, меда и т.п.) или специальные питательные смеси.

- Солнечный и тепловой удары - возникают при длительной работе под действием солнечных лучей на обнаженную голову или тело. Тепловой удар - остро развивающееся болезненное состояние, обусловленное перегреванием организма. Его признаками являются: усталость, головная боль, слабость, боли в ногах, спине, тошнота, шум в ушах, повышение температуры, потемнение в глазах, ухудшение дыхания (прерывистое), потеря сознания.

Первая помощь: пострадавшего поместить в прохладное место, снять одежду, приподнять голову, охладить область сердца (холодный компресс), напоить. Дать понюхать нашатырный спирт, сердечные средства. При нарушении дыхания сделать искусственное дыхание.

При обморожениях на охлажденном участке вначале чувствуется легкое пощипывание, затем чувствительность теряется. Особенно поддаются ему пальцы рук, ног, нос, уши. Если произошло обморожение нельзя растирать пораженные места снегом, это только повредит кожу. Необходимо поместить обмороженный участок в тепло не растирать, а согревать при комнатной температуре. Обмороженные места смазать жиром (вазелином).

### **3. Актуальность задачи повышения уровня готовности обучающихся к зачетным занятиям, на основе управляемой адаптации к смене видов учебно-познавательной деятельности**

Выполнение контрольных нормативов требует от студента мобилизации всех своих сил и здесь следует принимать во внимание и учитывать все что может повлиять на конечный результат, в том числе характер учебно-познавательной деятельности предшествующий зачетному занятию.

В течение учебного дня, занимаясь то одним видом учебно-познавательной деятельности, то другим, обучающиеся должны переключаться с выполнения одного вида задач на другой, и каждый раз проходит какое-то время, пока будет достигнуто оптимальное соответствие состояния личности и организма обучающегося к условиям проведения определенного вида учебно-познавательной деятельности – период адаптации.

Можно говорить о том, что к каждому учебному занятию кроме практической и теоретической подготовленности, определенного уровня умений и навыков по предмету, от студентов требуется некоторая психофизиологическая и физическая готовность. В этом случае под ней подразумевается готовность психических, физиологических и обеспечивающих двигательные действия систем человека к выполнению определенного рода учебно-познавательной деятельности.

Многообразие видов учебно-познавательной деятельности определяет многообразие психофизиологических и физических состояний обучающихся. Под психофизиологическим и физическим состоянием предлагается понимать целостные психофизиологические и

физические реакции обучаемого на внешние и внутренние факторы, направленные на достижение полезного результата.

Параметром психофизиологического и физического состояния является величина, характеризующая какую-либо из реакций организма обучаемого на внешние или внутренние факторы.

Уровень психофизиологической и физической готовности к предстоящему занятию, зависит от индивидуальных особенностей личности обучаемого и определенных внешних факторов, воздействующих на него на предыдущем занятии. Эти факторы можно разделить на три вида:

- санитарно-гигиенические условия;
- временные условия;
- организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности.

К санитарно-гигиеническим условиям относятся температура и влажность воздуха, освещенность, содержание кислорода в воздухе, эргономичность учебных мест, запыленность, загазованность места проведения занятия. К временным условиям относятся: время дня, день недели, месяц семестра, время года, а также время, прошедшее после последнего приема пищи.

Вышеперечисленные факторы оказывают существенное влияние на психофизиологическую и физическую готовность. Второй фактор заставляет учитывать объективные закономерности колебания уровня работоспособности студентов в течение учебного дня, учебной недели, семестра. Как известно, в течение учебного дня объективно наблюдается два периода подъема работоспособности: один в первой половине дня, второй – в послеобеденное время. Каждому периоду характерны три фазы: вработывание, повышенная работоспособность, снижение работоспособности. В течение недели те же фазы распределяются следующим образом: понедельник, вторник – вработывание; среда, четверг – повышенная работоспособность; пятница, суббота – снижение работоспособности. Исследования показали, что и семестровый цикл разделяется на те же фазы.

Влияние фактора «организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности» в данном случае рассматривается, как влияние особенностей психофизиологической и физической деятельности обучаемых на предыдущем занятии на их психофизиологическую и физическую готовность к последующему виду учебно-познавательной деятельности, в нашем случае к зачету. Психофизиологическая деятельность характеризуется напряженностью и характером мыслительной деятельности, а также нервно-эмоциональной напряженностью учебной деятельности.

Физическая деятельность характеризуется интенсивностью, видом мышечных действий и работой обеспечивающих эту деятельность физиологических систем. Мышечные действия

могут носить статический и динамический характер: поддержание рабочей позы «сидя», «стоя», выполнение чертежной, письменной работы, настройка и обслуживание аппаратуры, выполнение гимнастических упражнений и т.п. При этом используются, в той или иной степени, основные физические качества: сила, быстрота, выносливость, ловкость.

Влияние всех вышеперечисленных факторов преломляется через индивидуальные особенности личности, такие как типологические свойства нервной системы и темперамента, возрастные, морфологические, биохимические особенности организма, уровень физической подготовленности, состояние здоровья и другие, выливаясь, в итоге, в психофизиологическую и физическую готовность студента к предстоящему виду учебно-познавательной деятельности.

Следует отметить, что особенно явно эти проблемы проявляются при чередовании занятий по общенаучным, общеинженерным и специальным дисциплинам с практическими занятиями по физической культуре. В этом случае происходит смена видов деятельности, в одном из которых доминирующую роль играет умственная работа с пониженной двигательной активностью и сохранением определенной рабочей позы, в другом – разнообразная активная двигательная деятельность с сопровождающей ее мыслительной работой.

Методика проведения занятий предусматривает проведение вводной (подготовительной) части для организации обучающихся, приведения их в состояние готовности к решению задач основной части, в нашем случае к сдаче контрольного норматива, и заключительной – для подведения итогов, приведения организма в относительно спокойное состояние (для занятий по физической культуре), но при проведении этих частей занятий, как правило, не учитывается характер предыдущей и последующей деятельности студентов. Неучтение этого факта отрицательно влияет на скорость адаптации к виду учебно-познавательной деятельности, что особенно наглядно проявляется при чередовании практических занятий по физической культуре с занятиями по общеинженерным и специальным дисциплинам.

Складывается противоречие между имеющим место в практике обучения несоответствием уровня психофизиологической и физической готовности обучающихся, объективно складывающейся в ходе проведения предшествующего занятия, видом учебно-познавательной деятельности последующего занятия и неучтением этого факта в общепринятых методиках проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий, в том числе, по дисциплине «физическая культура»

Это противоречие можно устранить, обеспечив управление процессом адаптации студентов к смене видов учебно-познавательной деятельности в ходе проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий.

Для каждой темы занятия по физической культуре в зависимости от педагогической ситуации, складывающейся из контекстной пары - вид предшествующего и вид последующего

занятия, можно установить наиболее предпочтительные адаптирующие, предметно-ориентированные варианты проведения подготовительной и заключительной частей, оперативно поддерживающие достаточно высокий уровень психофизиологической и физической готовности при чередовании этих занятий с занятиями по другим дисциплинам.

Видится актуальной задача управления процессом адаптации обучаемых к смене видов учебно-познавательной деятельности с целью сокращения времени вработывания и повышения эффективности как занятий, так и сдачи контрольных нормативов. Для решения этой задачи представляется наиболее целесообразным использовать проведение подготовительной (разминки) и заключительной частей занятий с адаптирующим, предметно-ориентированным содержанием.

В этом случае под управлением адаптацией следует понимать процесс педагогического воздействия с целью установления оптимального соответствия личности обучаемого и условий осуществления учебной деятельности в ходе осуществления им познавательной деятельности, которое позволяет индивидууму более эффективно удовлетворять актуальные познавательные потребности, и реализовывать связанные с ними значимые цели.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому  
комплексу  
С.А. Упоров



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**ЭКОНОМИКА ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ**

Специальность

**21.05.02 Прикладная геология**

Специализация

**№ 4 "Прикладная геохимия, минералогия, петрология"**

Авторы: Мочалова Л.А., доцент, д.э.н.; Комарова О.Г.

Одобрена на заседании кафедры

Рассмотрена методической комиссией

Экономики и менеджмента

(название кафедры)

Факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Зав.кафедрой

(подпись)

Председатель

(подпись)

Мочалова Л.А.

(Фамилия И.О.)

Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 17.04.2019

(Дата)

Протокол № 7 от 19.04.2019

(Дата)

Екатеринбург  
2019

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.....	5
ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ.....	18
САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ.....	29
ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА.....	32
ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ.....	36
ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ.....	38
ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ.....	88
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	89
ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	100

## ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированным видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества специалиста и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планиро-

вание самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «Экономика. Основы экономических теорий» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Экономика. Основы экономических теорий» являются:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля);
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. подготовка доклада, подготовка к выполнению практико-ориентированного задания);
- подготовка к тестированию;
- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

# ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

## Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

### 1.1. Экономическая теория: предмет и метод, основные этапы развития

1. Дайте определение понятию «экономика».
2. Что изучает экономическая теория? Охарактеризуйте различные подходы к предмету экономической теории.
3. Назовите основные отличия между макро- и микроэкономикой. В чем проявляется их взаимосвязь?
6. Перечислите и охарактеризуйте функции экономической теории.
7. Какова взаимосвязь между экономическими фактами, теорией и государственной экономической политикой?
8. Охарактеризуйте методы экономической теории.
9. Дайте определение экономическим категориям и законам. Какое значение они имеют с точки зрения познания экономической действительности? Претерпевают ли они изменения в историческом аспекте?
10. В чем заключается сущность меркантилистской концепции? Каковы основные цели, рекомендации, положения школы?
11. Что такое физиократизм, каковы его основные идеи?
12. В чем заключается сущность концепции А. Смита об «экономическом человеке» и «невидимой руке»?
13. В чем заключаются характерные особенности классической политической экономии, раскройте ее роль и значение.
14. Каковы исторические предпосылки возникновения марксизма?
15. Что такое маргинальная революция и каковы основные положения маржиналистов?
16. Обрисуйте основные особенности институционального направления в экономической науке.
17. В чем отличие концепции, выдвинутой Дж. М. Кейнсом, от неоклассической теории?
18. Что такое чикагский монетаризм? Охарактеризуйте его основные положения.
19. Охарактеризуйте понятие «потребность». На какие группы делятся потребности экономических субъектов?
20. Что такое «благо»? Охарактеризуйте виды благ, приведите примеры.
21. Кто такие экономические субъекты (агенты)? Охарактеризуйте их функции в экономическом кругообороте.
22. Изобразите простую модель экономического кругооборота. Назовите факторы, которые не учитываются в данной модели.
23. Каково предназначение экономических ресурсов?
24. Какие вы знаете факторы производства?
25. Сформулируйте сущность основной проблемы экономической теории.
26. Почему кривая производственных возможностей имеет выпуклый вид по отношению к началу координат? Что означала бы прямая, а не выпуклая линия производственных возможностей?
27. Какой вид хозяйствования является эффективным, а какой неэффективным? Приведите конкретные примеры.
28. Дайте определение понятию «экономические интересы». Охарактеризуйте проблему упорядочения личных, коллективных и общественных интересов.

### 1.2. Сущность и типы экономических систем. Отношения собственности

1. Дайте определение понятию «экономическая система».

2. Охарактеризуйте способы координации выбора, реализуемого экономическими субъектами, которые осуществляют деятельность в определенной экономической системе.
3. Что собой представляют издержки эксплуатации экономической системы? Назовите их виды. Проведите аналогию между данными издержками в экономике и трением в физике.
4. Назовите основные элементы экономической системы с точки зрения формационного подхода, объясните их экономическую сущность и охарактеризуйте взаимосвязи между ними.
5. Что следует понимать под термином «воспроизводство»? Охарактеризуйте виды воспроизводства.
6. Объясните значимость каждой стадии производственного цикла: производства, распределения, обмена и потребления. В чем проявляется диалектическая связь производства и потребления?
7. Дайте определение понятию «собственность». Охарактеризуйте объективную и субъективную стороны отношений собственности.
8. Имеется ли разница между содержанием терминов «право собственности» и «отношения собственности»?
9. Чем различаются владение, распоряжение, пользование объектом собственности? Кто является полным собственником, а кто – частичным?
10. Назовите достоинства и недостатки частной и государственной форм собственности. Охарактеризуйте их разновидности.
11. Назовите основные критерии отличия традиционной, административно-командной и рыночной экономики. Каким образом в каждой из перечисленных экономических систем происходит решение трех основных вопросов экономики: ЧТО, КАК и ДЛЯ КОГО производить?
12. Что следует понимать под такой системой хозяйства как смешанная экономика? Охарактеризуйте известные вам национальные модели смешанной экономики (например, американскую, шведскую, японскую, южнокорейскую, российскую).
13. Что такое переходная экономика?
14. Охарактеризуйте типы переходной экономики.
15. Каковы цели и задачи переходной экономики в России в 90-е годы XX в.?
16. Каковы достоинства и недостатки административно-командной системы?

### **1.3. Общая характеристика рыночной системы хозяйствования**

1. Дайте определение рынку. Назовите основополагающие предпосылки и условия его формирования и развития.
2. Что собой представляет процесс разделения труда? Назовите его виды и формы проявления. С чем связано то, что с расширением и углублением разделения труда одновременно разворачивается процесс его обобществления?
3. Охарактеризуйте сущность общественного разделения труда и специализации, которые являются важнейшими условиями возникновения рынка.
4. Что собой представляет товарное производство?
5. Чем отличаются друг от друга понятия «благо» и «товар»? Как можно объяснить то, что не всякое благо, имеющее потребительскую ценность, является товаром?
6. Что собой представляет меновая стоимость товара? Охарактеризуйте подходы к ее определению.
7. Чем отличаются друг от друга формы простого товарного обмена и товарного обращения?
8. Почему для развития рынка важна экономическая обособленность, или хозяйственная автономия, рыночных субъектов?
9. Каким образом свободный обмен экономическими ресурсами способствует повышению эффективности рыночной экономики?

10. Охарактеризуйте основные элементы рынка (цена, спрос, предложение, конкуренция).
11. Что означает понятие «невидимая рука рынка»?
12. Назовите различные виды рынка в соответствии с различными классификационными признаками.
13. Охарактеризуйте достоинства рыночной экономики по сравнению с другими экономическими системами.
14. Назовите проблемы, которые рынок не может решить? Каковы причины его несостоятельности?
15. Необходимо ли вмешательство государства в рыночную экономику? Если да, то в чем оно должно заключаться?
16. Что собой представляет инфраструктура рынка? Каково ее предназначение? Назовите элементы инфраструктуры современного рынка.
17. Охарактеризуйте направления и задачи преобразования административно-командной системы в рыночную.
18. Объясните экономическую роль приватизации в переходной экономике.
19. Назовите цели, способы и этапы приватизации в России.
20. Объясните смысл следующего утверждения: «Зачастую то, что является оптимальным с позиции рынка, является социально неприемлемым».
21. Что собой представляет социальная политика государства? Каковы ее основные направления и формы реализации?
22. Какая форма социальной политики государства экономически более приемлема: активная или пассивная? Поясните свой ответ.
23. Что такое социальная справедливость? Существуют ли противоречия между понятиями «распределение доходов» и «социальная справедливость» в условиях рыночной и административно-командной экономики? Если да, то какие?
24. Охарактеризуйте термин «благополучие». Каковы его экономический и этический аспекты?
25. Проанализируйте следующее утверждение американского экономиста П. Хейне: «Поскольку в действительности доход не распределяется, он, по существу, не может и перераспределяться... Самое большое, что может сделать государство, – это изменить правила игры в надежде обеспечить более желанный результат». Ответьте, почему же мы продолжаем использовать выражение «государственная политика перераспределения доходов»?
26. Проклассифицируйте доходы по различным признакам.
27. Охарактеризуйте различные концепции справедливого распределения доходов, указав их достоинства и недостатки.
28. В чем заключается отличие функционального и персонального распределений доходов?
29. Как изменит конфигурацию кривой Лоренца социальная политика государства, направленная на увеличение трансфертов для малообеспеченных семей и повышение ставок налогообложения доходов наиболее обеспеченной доли населения?
30. Согласны ли вы со следующим утверждением: «Чем ниже коэффициент Джини, тем в большей степени мы можем утверждать, что распределение доходов осуществляется в условиях совершенной конкуренции»? Аргументируйте свой ответ.

## **Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ**

### **2.1. Спрос и предложение. Формирование рыночной цены**

1. Дайте определение понятиям «спрос» и «объем спроса».

2. Используя термин «платежеспособный спрос», поясните, чем отличаются друг от друга такие экономические категории, как «производитель» и «продавец», «потребитель» и «покупатель».
3. Сформулируйте закон спроса и назовите исключения из него.
4. Перечислите неценовые факторы, влияющие на объем спроса.
5. Чем отличается движение по кривой и сдвиг кривой спроса?
6. Дайте определение понятиям «предложение» и «объем предложения».
7. Сформулируйте закон предложения. Поясните, почему кривая предложения является восходящей.
8. Назовите неценовые факторы, влияющие на объем предложения.
9. Охарактеризуйте подходы Л. Вальраса и А. Маршалла к установлению рыночного равновесия. Объясните различия между ними.
10. Что означает двойное и множественное рыночное равновесие?
11. Назовите случаи отсутствия рыночного равновесия в статичной модели.
12. В чём заключается отличие между статичной и динамической моделями рыночного равновесия?

## **2.2. Теория потребительского выбора**

1. Сформулируйте три объяснения закона спроса.
2. Дайте определение понятию «полезность». В каких единицах измеряется полезность?
3. Что вы понимаете под термином «предельная полезность»?
4. Какова динамика предельной полезности по мере увеличения количества потребляемого блага?
5. Может ли предельная полезность принимать отрицательное значение?
6. Чем, по-вашему, объясняется сходство кривой предельной полезности и кривой рыночного спроса (обе имеют отрицательный наклон)? Может ли кривая спроса иметь положительный наклон?
7. На основании различия понятий «общая» и «предельная полезность» объясните «парадокс Смита»: почему вода, столь полезная для человека, стоит так дешево, а алмаз, чья польза намного меньше для удовлетворения жизненных потребностей, стоит так дорого?
8. Объясните следующее утверждение. «Не потому дорог бензин, что высоки затраты на добычу нефти, а, наоборот, из-за высокой ценности для автомобилистов бензина будут высоки и затраты на добычу нефти».
9. Охарактеризуйте закон убывающей предельной полезности. Как может быть использован данный закон при объяснении потребительского поведения?
10. Сформулируйте правило максимизации общей полезности.
11. Охарактеризуйте смысл эффектов дохода и замещения. В каком случае они объясняют действие закона спроса.
12. Что собой представляют товары Гиффена?
13. Какие эффекты взаимного влияния потребителей Вы знаете?
14. Что собой представляет излишек потребителя? Каких видов он бывает и как рассчитывается?

## **2.3. Производство экономических благ. Издержки и прибыль предприятия**

1. Охарактеризуйте сущность деятельности предприятия.
2. Назовите виды предприятий в соответствии с различными классификационными признаками.
3. Почему, по Вашему мнению, предприятия объединяются? Какие формы объединения предприятий Вы знаете?

4. Каково предназначение производственной функции? Претерпевает ли она изменение при совершенствовании технологии производства?
5. Свяжите между собой понятия «масштаб производства» и «предельная производительность фактора». Что такое постоянная, возрастающая и убывающая отдача от масштаба?
6. Сформулируйте правило использования факторов производства.
7. Что собой представляет изокванта? Назовите и поясните свойства изокванты. Каких видов она бывает?
8. Какие издержки производства являются внешними (явными), а какие - внутренними (неявными)? Приведите примеры.
9. Охарактеризуйте различия между следующими понятиями: «бухгалтерская прибыль», «экономическая прибыль», «нормальная прибыль».
10. Если предприятие имеет нулевой объем производства, то будет ли оно иметь определенные затраты; если да, то какие?
11. На чем основано деление издержек производства на постоянные и переменные?
12. Объясните, почему равенство предельного дохода и предельных издержек является условием максимальной прибыли (минимальных убытков).
13. Объясните экономический смысл излишка производителя. Каких видов он бывает и как рассчитывается?

#### **2.4. Предприятие в условиях совершенной и несовершенной конкуренции**

1. Что следует понимать под рыночной структурой? Какие типы рыночных структур Вы знаете? В чем заключаются их особенности?
2. Что собой представляет модель предприятия? С какой целью она используется?
3. Назовите основные черты такой рыночной структуры, как совершенная (чистая) конкуренция.
4. Ответьте, почему предприятие, функционирующее в условиях совершенной конкуренции, называют «ценополучателем»?
5. Какую форму имеет кривая спроса на продукцию конкурентного предприятия?
6. Чем определяется угол наклона кривой общей выручки конкурентного предприятия? При каких условиях линия будет более крутой или более пологой (пунктирные линии)?
7. Может ли конкурентное предприятие влиять на величину своей общей выручки? Если да, то таким образом? Если нет, то почему?
8. Охарактеризуйте сущность чистой монополии. Есть ли реальные возможности существования данной рыночной структуры?
9. Зачем предприятие-монополист прибегает к снижению цен, ведь оно должно быть заинтересовано в максимально высокой цене?
10. Какие бывают входные барьеры для вступления в отрасль?
11. Почему в условиях чистой монополии кривая спроса и кривая предельного дохода не совпадают?
12. Что такое ценовая дискриминация? Назовите ее виды.
13. Назовите типичные черты олигополистического рынка. Приведите конкретные примеры олигополий.
14. Охарактеризуйте модели ценового поведения олигополистов.
15. На чем основана рыночная власть у предприятий – монополистических конкурентов: ведь их объемы производства и продаж, как правило, очень малы?
16. Охарактеризуйте ситуации равновесия монополистического конкурента в краткосрочном и долгосрочном периодах.
17. Дайте понятие дифференциации продукции. Назовите ее формы.
18. В чем проявляется влияние монополизма (несовершенной конкуренции) на интересы потребителей и интересы общества в целом?

19. Назовите основные направления антимонопольной политики государства.

### **2.5. Рынки факторов производства**

1. Отметьте особенности рынков факторов производства по сравнению с рынками готовой продукции?

2. Кем и чем определяются спрос и предложение природных ресурсов на рынке?

3. В чем заключаются особенности труда по сравнению с другими факторами производства?

4. От чего зависит эластичность спроса на труд?

5. Почему формы кривых предложения одного работника и рыночного предложения труда неодинаковы?

6. Объясните экономическую сущность заработной платы. Что такое ставка заработной платы? Какие факторы лежат в основе дифференциации ставок заработной платы?

7. В чем главное отличие капитала от прочих факторов производства?

8. В чем разница между физическим и финансовым капиталом?

9. Объясните сущность амортизации. Почему амортизационные отчисления относятся к экономическим издержкам?

10. Назовите три сегмента рынка капиталов. Что является ценой на данных сегментах рынка? Кто обеспечивает на них спрос и предложение?

11. Почему при принятии инвестиционных решений необходимо учитывать рыночную ставку процента? Объясните сущность процедуры дисконтирования при инвестировании.

12. В чем заключается специфика рынка природных ресурсов?

13. Объясните сущность экономической ренты.

14. Каковы причины возникновения дифференциальной ренты? Как определяется цена природного ресурса?

15. Охарактеризуйте сущность предпринимательства.

16. В чем заключаются особенности различных видов предпринимательства?

17. Какими специфическими чертами обладает предпринимательство как фактор производства, которые выделяют его из всего комплекса факторов производства?

18. Зависят ли способности к предпринимательству от следующих факторов: а) образования; б) национальности; в) климата, в условиях которого живет человек; г) наследственности; д) социально-общественного устройства страны?

19. Какие функции по отношению к предпринимательству выполняет прибыль? Охарактеризуйте факторы экономической прибыли.

20. Предпринимательство связано с риском. Ответьте, с чем конкретно связан этот риск и какие существуют способы по его снижению.

21. Что такое юридическое лицо? Каковы признаки предприятия как юридического лица?

22. В чем заключается смысл существования предприятия в соответствии с технологическим и институциональным подходами?

23. Назовите достоинства и недостатки следующих форм предпринимательства: а) индивидуального предприятия; б) партнерства (хозяйственного товарищества); в) корпорации (хозяйственного общества). Можно ли назвать одну из данных форм наиболее оптимальной для ведения бизнеса?

24. Выделите основные особенности организационно-правовых форм предпринимательской деятельности в России.

25. Чем отличаются цели создания коммерческих и некоммерческих организаций?

26. Объясните роль малых, средних и крупных предприятий в экономике. Каково распределение функций между ними с точки зрения развития экономики?

27. Опишите порядок создания и регистрации нового предприятия в России? Какие трудности в данном случае могут возникнуть? Какие ресурсы необходимы?
28. Охарактеризуйте понятие «банкротство». Какова процедура банкротства предприятий в России? Что такое санация? Что включают в себя мероприятия по санации предприятия?
29. Дайте определение терминам «управление» и «менеджмент».
30. Назовите функции, уровни и основные элементы менеджмента на предприятии. Объясните смысл следующих понятий: диверсификация производства, концентрация производства, централизация производства?

### **Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ**

#### **3.1. Национальная экономика: цели и результаты развития**

1. Дайте определение макроэкономики. В чем специфика объекта её изучения?
2. Как можно объяснить возникновение макроэкономики в 1930-х гг. XX века? Какое событие в это время вызвало к ней особый интерес?
3. Назовите основные макроэкономические цели. С помощью каких инструментов макроэкономической политики они достижимы?
4. Что такое макроэкономическая модель? Насколько детально макроэкономическая модель должна отражать реальность?
5. Объясните сущность следующих терминов: эндогенные переменные, экзогенные переменные; переменные потока, переменные запаса.
6. Опишите секторальную структуру национальной экономики.
7. Что собой представляют модели закрытой и открытой экономики?
8. Назовите основные формы результатов функционирования национальной экономики. В чем заключаются их особенности?
9. Дайте определение понятию «национальное богатство». Что является источником его возникновения?
10. Назовите основные макроэкономические показатели системы национальных счетов. Покажите взаимосвязь между ними.
11. Кто такие «резиденты» и «нерезиденты» страны?
12. Охарактеризуйте методы расчета валового внутреннего продукта. Почему при его расчете учитывается стоимость только конечной продукции?
13. Объясните смысл показателя «национальный доход» и опишите методику его расчета.
14. Поясните отличие личного дохода от личного располагаемого дохода.
15. В чем заключается проблема полноты учета всего совокупного общественного продукта в составе валового внутреннего продукта. Каким образом она решается?
16. Что собой представляет теневая (ненаблюдаемая) экономика и как можно учесть ее продукцию при расчете совокупного общественного продукта?
17. В чем различие между номинальным и реальным ВВП?
18. Какие индексы цен вы знаете? Опишите методику их расчета.
19. Охарактеризуйте отраслевую структуру национальной экономики.
20. Что собой представляет межотраслевой баланс? Каким образом и с какой целью он составляется?

#### **3.2. Макроэкономическое равновесие и макроэкономическая динамика**

1. Что собой представляет макроэкономическое равновесие? Охарактеризуйте ситуацию частичного и общего макроэкономического равновесия.
2. Охарактеризуйте взгляды кейнсианцев и классиков к проблеме обеспечения стабильности макроэкономического равновесия.

3. Каковы подходы кейнсианской и классической школ к анализу экономики в краткосрочном и долгосрочном периодах? Дайте определение понятию «гистерезис».
4. Дайте определение совокупному спросу. Назовите его составляющие элементы. Какие факторы вызывают динамику совокупного спроса?
5. Дайте определение совокупному предложению. Какие факторы вызывают динамику совокупного предложения?
6. В чем заключается особенность синтетической кривой предложения?
7. Какие причины могут привести к смещению кривой совокупного предложения?
8. Ситуацию макроэкономического равновесия можно графически проиллюстрировать при помощи следующих моделей: 1) «кейнсианский крест»; 2) модель *AD-AS*. В чем вы видите сходства и различия двух указанных моделей?
9. Согласны ли вы со следующим высказыванием: «Политика, направленная на стимулирование совокупного спроса, всегда ведет к инфляции»?
10. Чем определяется наклон кривой потребления и кривой сбережений?
11. Что такое предельная склонность к потреблению и предельная склонность к сбережению? Как объяснить то, что их сумма равна единице?
12. Что собой представляют инвестиции? Назовите факторы, влияющие на инвестиции.
13. Какая из составных частей совокупных расходов (абстрагируемся от государственных расходов и чистого экспорта) отличается большей нестабильностью – потребительские расходы или инвестиционные расходы? Аргументируйте свой ответ.
14. В чем вы видите разницу между планируемыми и фактическими инвестициями? Почему вообще возникает это расхождение?
15. Что такое инфляционный и дефляционный разрыв?
16. Что означает выражение «автономные инвестиции»? От чего независимы такого рода инвестиции?
17. Объясните действие эффекта мультипликатора автономных расходов. Ответьте, почему увеличение любого из компонентов автономных расходов вызывает рост совокупного дохода на величину, большую, чем сам прирост расходов.
18. Каким образом мультипликатор автономных расходов связан с предельной склонностью к потреблению?
19. Каким образом проявляет себя эффект мультипликатора на различных участках кривой совокупного предложения: а) при ситуации, далекой от состояния полной занятости; б) при состоянии, приближающемся к ситуации полной занятости; в) при состоянии полной занятости?
20. В чем заключается «парадокс бережливости»? Почему он проявляется себя лишь в условиях экономики с неполной занятостью?
21. Что включает в себя понятие «макроэкономическая динамика»?
22. В чем проявляются циклические колебания экономики? С помощью каких показателей можно охарактеризовать экономическую конъюнктуру?
23. В чем отличие экономического цикла от тренда? Изобразите их графически.
24. Охарактеризуйте фазы экономического цикла.
25. Какие вы знаете виды экономических циклов в зависимости от продолжительности? Противоречат ли они друг другу?
26. Охарактеризуйте факторы экономических циклов и соответствующие методологические подходы к их рассмотрению.
27. Приведите примеры нововведений, в различной степени влияющих на экономическую конъюнктуру.
28. Что такое инфляция? Чем отличается инфляция от обычного повышения цен?
29. В чем проявляется подавленная инфляция? В чем вы видите смысл эпитета «подавленная»? Как можно объяснить причины «брежневской» стабильности цен; что стало результатом этого?

30. Каковы проявления открытой инфляции? С помощью каких показателей ее можно измерить и проанализировать?
31. Назовите основные причины инфляции.
32. В чем принципиальное различие между инфляцией спроса и инфляцией издержек? Как бы вы изобразили графически инфляцию спроса и инфляцию издержек с помощью кривых совокупного спроса и совокупного предложения?
33. В чем вы видите различия между умеренной, галопирующей и гиперинфляцией? Каковы критерии их разграничения? Каков критерий гиперинфляции по Кейгену?
34. Что собой представляют инфляционные ожидания? В чем различие концепций адаптивных и рациональных инфляционных ожиданий?
35. Что демонстрирует кривая Филлипса? Как выглядит данная кривая в краткосрочном и долгосрочном периодах?
36. Каковы социально-экономические последствия инфляции?
37. Назовите методы борьбы с инфляцией в соответствии со стадиями инфляционного процесса.
38. Что понимается под экономическим ростом?
39. Назовите основные факторы экономического роста.
40. Чем определяются экстенсивный и интенсивный типы развития экономики различных стран?
41. Назовите показатели экономического роста.
42. В чем суть модели экономического роста Харрода-Домара? Что такое гарантированный и естественный темп прироста?
43. В чем заключается ограниченность модели Харрода-Домара? Каким образом в модели Солоу преодолена ограниченность модели Харрода-Домара?
44. В чем суть золотого правила накопления?
45. Каким образом увеличение темпа роста населения влияет на равновесный экономический рост?
46. Как научно-технический прогресс влияет на равновесный экономический рост? Перечислите виды нейтрального научно-технического прогресса и прокомментируйте их.
47. Назовите меры государства, способствующие росту экономики.

### **3.3. Деньги, кредит, банки. Кредитно-денежная политика**

1. Что такое деньги?
2. Назовите и дайте объяснение функциям денег.
3. Объясните, почему при использовании денег в качестве орудия обмена издержки обращения ниже, чем при использовании бартера.
4. Как влияет инфляция на полезность денег как меры стоимости и средства накопления?
5. Опишите историю появления денег. Охарактеризуйте различные формы денег в соответствии с эволюцией их развития.
6. Каковы преимущества бумажных денег по сравнению с монетами, изготовленными из драгоценных металлов? Каковы преимущества золотых и серебряных монет? Объясните, почему бумажные деньги вытеснили из обращения золотые и серебряные монеты.
7. Охарактеризуйте особенности наличных и безналичных денег.
8. Что собой представляет денежное обращение? Какие основные показатели характеризуют денежное обращение?
9. Представьте структуру денежной массы с учетом ликвидности ее элементов.
10. Сформулируйте закон денежного обращения. Какие факторы влияют на количество денег в обращении?
11. Какой основной фактор определяет: а) спрос на деньги для сделок; б) спрос на деньги как средство накопления?

12. Как определяется равновесная ставка процента на денежном рынке? Какое воздействие на спрос на деньги для сделок и равновесную ставку процента может оказать: а) расширение использования кредитных карточек; б) уменьшение промежутка между выплатами очередной заработной платы рабочим; в) увеличение номинального ВВП?

13. Допустим, что денежный рынок изначально находился в состоянии равновесия, а затем увеличилось предложение денег. Как при этом изменилась равновесная процентная ставка? Какое влияние оказало ее изменение на объем производства, занятости, уровень цен, уровень доходности других финансовых активов? Что произойдет при уменьшении предложения денег?

14. Охарактеризуйте модель одновременного равновесия на рынках благ и денег.

15. Какие факторы являются постоянными, а какие – переменными при построении линий *IS* и *LM*?

16. Что собой представляет кредит? Какие формы кредита вы знаете?

18. Что способствует возникновению предложения и спроса на кредит?

19. Охарактеризуйте структуру современной кредитно-денежной системы. Назовите ее основные функции.

20. Каковы основные функции Центрального банка в современной кредитно-денежной системе?

21. Что собой представляет кредитно-денежная политика Центрального банка?

22. Как инструменты кредитно-денежной политики могут повлиять на ставку процента и предложение денег?

23. Назовите основные виды кредитно-денежной политики.

24. Что собой представляют коммерческие банки? Какие функции они выполняют в рамках современной кредитно-денежной системы?

25. Охарактеризуйте операции коммерческих банков.

26. Что такое банковские резервы?

27. В чем заключается сущность дилеммы «прибыльность – ликвидность», стоящей перед коммерческими банками?

28. Охарактеризуйте процесс создания кредитных денег коммерческими банками. Как наличие избыточных резервов влияет на способность банков создавать деньги? Как стремление к обеспечению ликвидности влияет на способность банков создавать деньги?

29. Что такое денежный мультипликатор и как он рассчитывается?

30. Какую функцию выполняют специализированные кредитно-финансовые учреждения в кредитно-денежной системе?

#### **3.4. Государственные финансы и налогообложение. Бюджетно-налоговая политика**

1. Охарактеризуйте сущность финансов и их функции в экономике страны.

2. Опишите структуру финансовой системы государства.

3. Объясните значение государственных финансов с точки зрения выполнения государством своих экономических, политических, социальных и иных функций.

4. Назовите основные направления расходования государственных средств и источники их финансирования.

5. Составьте основное уравнение государственных расходов и доходов.

6. Что собой представляет государственный бюджет? Объясните необходимость формирования госбюджета, опишите его структуру.

7. Охарактеризуйте процедуру принятия государственного бюджета в развитой стране.

8. Что собой представляют внебюджетные фонды? Приведите примеры внебюджетных фондов в России.

9. Охарактеризуйте понятие «бюджетный федерализм». Каким образом формируются бюджеты разных уровней и как происходит расходование привлеченных средств?

10. Какие регионы в России являются регионами-донорами, а какие – дотационными регионами?
11. Что означают понятия: «общий профицит», «первичный профицит», «общий дефицит» и «первичный дефицит»?
12. Назовите причины и виды бюджетного дефицита. Какие существуют способы сокращения бюджетного дефицита и каковы последствия их применения для национальной экономики (в частности, в чем выражаются эффекты монетаризации и вытеснения)?
13. Что собой представляет государственный долг? К каким последствиям может привести внутренний и внешний государственный долг? Может ли государство стать банкротом?
14. Существует ли, по вашему мнению, проблема перемещения государственного долга, возникающего в результате заимствований на внешних и внутренних финансовых рынках, на будущие поколения?
15. Что собой представляет управление государственным долгом? В чем проявляется цикличность данного процесса? Какие факторы существенно влияют на него?
16. Проклассифицируйте государственные ценные бумаги в соответствии с различными признаками. Может ли вызвать выпуск государственных ценных бумаг инфляционные процессы в стране?
17. Охарактеризуйте сущность налогов и их роль в национальной экономике.
18. Выскажите собственное отношение к следующим высказываниям: а) «Налоги – это дозволенная форма грабежа» (Ф. Аквинский); б) «Налоги для тех, кто их выплачивает, – признак рабства, а свободы» (А. Смит); в) «Налоги – это то, чем мы оплачиваем цивилизованное общество» (О. Холмс).
19. Назовите принципы, которыми необходимо руководствоваться при построении налоговой системы страны.
20. Охарактеризуйте налоговые теории равенства выгод и равенства жертв с точки зрения их достоинств и недостатков. Приведите примеры из реальной жизни.
21. Охарактеризуйте основные элементы налоговой системы страны.
22. Дайте классификацию налогов по различным признакам. Приведите конкретные примеры различных видов налогов из зарубежной и отечественной практики.
23. Назовите отличительные особенности прямых и косвенных налогов.
24. Обоснуйте ваше мнение относительно характера налогообложения в России – прогрессивный, пропорциональный или регрессивный.
25. В чем заключается проблема перемещения налогов? По какому из перечисленных налогов налоговое бремя может быть переложено по закону с плательщика налога на носителя налога: налог на доходы физических лиц, налог на имущество физических лиц, акцизы, налог на добавленную стоимость, налог на прибыль организаций?
26. Какая закономерность описывается кривой Лаффера?
27. Объясните, как Вы понимаете выражение «налоговая лазейка». Несут ли один и тот же социально-экономический смысл понятия «налоговая оптимизация» и «налоговое правонарушение»?
28. Как влияет размер налогов на величину ВВП? Охарактеризуйте различные подходы к данной проблеме.
29. Охарактеризуйте сущность бюджетно-налоговой политики. Назовите ее основные инструменты.
30. Что собой представляет дискреционная бюджетно-налоговая политика? Каковы пути ее реализации? В чем заключаются ее недостатки?
31. Каковы особенности недискреционной бюджетно-налоговой политики? Объясните смысл действия встроенных стабилизаторов на экономическую конъюнктуру?
32. В чем заключаются основные отличия между стимулирующей и сдерживающей бюджетно-налоговой политикой?

### **3.5. Мировая экономика и внешнеэкономическая политика**

1. Охарактеризуйте механизм функционирования мировой экономики.
2. Каковы достоинства и недостатки открытой и закрытой экономики? С чем связана тенденция повышения открытости экономики стран?
3. Назовите виды международных экономических отношений.
4. В чем проявляется международное разделение труда? Какие факторы оказывают на него влияние? С помощью каких показателей можно определить уровень участия страны в международном разделении труда?
5. Охарактеризуйте меркантилистскую теорию международной торговли. В чем заключается ее ограниченность?
6. Сформулируйте принцип абсолютного преимущества Смита и принцип сравнительного преимущества Рикардо. Если страна имеет абсолютное преимущество в производстве какого-то товара, означает ли это, что она имеет и сравнительное преимущество в его производстве?
7. Сформулируйте теорему международной торговли Хекшера-Олина.
8. В чем заключается парадокс Леонтьева? Почему его нельзя считать полным опровержением теории Хекшера-Олина?
9. Охарактеризуйте сущность двух видов внешнеторговой политики (фритрейдерства и протекционизма) с точки зрения достоинств и недостатков. Какие могут существовать тарифные и нетарифные ограничения при реализации политики протекционизма?
10. Что такое платежный баланс и для чего он составляется? В чем заключается смысл системы двойной записи при его составлении? Какие операции регистрируются по кредиту, а какие – по дебету?
11. Охарактеризуйте структуру платежного баланса. Какой баланс называется активным, а какой – пассивным?
12. Дайте определение понятиям «валюта», «валютный рынок», «валютная система», «валютная котировка», «валютный курс». Поясните влияние девальвации и ревальвации валюты на экономику страны.
13. Каким образом определяются номинальные и реальные валютные курсы? В чем заключается суть паритета покупательной способности?
14. Сравните системы фиксированных и плавающих валютных курсов. Каковы достоинства и недостатки каждой из них?
15. Проанализируйте этапы формирования мировой валютной системы. Каковы их особенности? Как решается проблема дефицита платежного баланса в условиях: Золотого стандарта, Бреттон-Вудской системы, Ямайской системы?
16. Если курс национальной валюты повысится (понижится), как это скажется на условиях экспортной и импортной деятельности?
17. Что такое «конвертируемость национальной валюты»? Какие выделяются виды валют в зависимости от их конвертируемости? Приведите примеры.
18. В чем заключается смысл мировой экономической интеграции? Назовите ее формы. Приведите примеры.
19. Охарактеризуйте этапы формирования Европейского союза. В чем заключается смысл развития данной интеграционной группировки?
20. Охарактеризуйте деятельность международных организаций с точки зрения выполнения ими функций по мониторингу и регулированию важнейших процессов мировой экономики.

# ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

## Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ – это наука, изучающая и формирующая теоретические представления об экономических процессах и явлениях, о функционировании хозяйства, об экономических отношениях, которые основаны, с одной стороны, на логике и историческом опыте, а с другой – на теоретических концепциях и взглядах ученых-экономистов.

ПРИКЛАДНАЯ ЭКОНОМИКА является *точной* наукой. Она ставит перед собой практические задачи управления хозяйственной деятельностью. Ей свойственны расчеты с использованием реальной информации, конкретных показателей экономической деятельности. Прикладная экономика приближена к микроэкономике.

МИКРОЭКОНОМИКА (приставка «микро-» означает «малый») изучает экономическое поведение индивидуумов, отдельных домохозяйств, предприятий и отраслей.

МАКРОЭКОНОМИКА (приставка «макро-» означает «большой») занимается изучением законов функционирования национальной экономики в целом, а также входящих в нее так называемых агрегатов – домохозяйств, предприятий, правительственного сектора – и связей между ними. Под агрегатами понимается совокупность отдельных экономических единиц (например, домохозяйств), которые в процессе экономического анализа рассматриваются как единое целое.

ПОЗИТИВНАЯ ЭКОНОМИКА ищет объективные, или научные, объяснения функционирования экономики; она имеет дело с тем, что было, есть или может быть.

НОРМАТИВНАЯ ЭКОНОМИКА предлагает рецепты действий, основанные на субъективных оценочных суждениях; она имеет дело с тем, что должно быть.

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ПОЛИТИКА представляет собой комплекс мер, направленных на регулирование поведения экономических агентов (потребителей и производителей) или последствий их деятельности с целью достижения поставленных экономических целей (экономической свободы, экономического роста, полной занятости, стабилизации цен, справедливого налогообложения и др.), в достижении которых заинтересованы все макроэкономические субъекты. При реализации экономической политики государство использует административные (прямые) и экономические (косвенные) методы воздействия, эффективность которых зависит от степени учета основных принципов экономической теории и результатов ее исследований.

МЕРКАНТИЛИЗМ (от итал. слова «мерканте» – купец, торговец) – направление экономической мысли, представители которого источник богатства видели во внешней торговле (за счет активного торгового баланса).

ФИЗИОКРАТИЗМ (от греч. слова «физиократия» – власть природы) – это теоретическая школа, которая получила развитие одновременно с меркантилизмом. Представители физиократизма центральную роль в экономике отводили сельскохозяйственному производству, выражали интересы крупного капиталистического фермерства, критиковали меркантилизм.

КЛАССИЧЕСКАЯ ПОЛИТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИЯ (от лат. слова «классикус» – образцовый) – экономическое течение, ориентированное на решение проблем свободного предпринимательства.

ПОЛИТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИЯ МАРКСИЗМА возникла в XIX в. в Германии. Основоположителем экономического научного направления является Карл Маркс (основной труд – «Капитал»). Продолжил и развил идеи Маркса Фридрих Энгельс.

МАРЖИНАЛИЗМ (от фр. слова «мѣжинал» – предельный, дополнительный) – направление экономической теории, которое широко использует в анализе экономических процессов и законов предельные величины. В качестве самостоятельного течения экономической мысли маржинализм оформился во второй половине XIX в. Маржинальная револю-

ция заключается в переходе от концепции классической экономической школы к неоклассической теории.

**КЕЙНСИАНИЗМ** – учение, получившее развитие с середины 30-х гг. XX в.

**ЧИКАГСКИЙ МОНЕТАРИЗМ** – экономическая теория, основанная на определяющей роли денежной массы, находящейся в обращении, на состоянии экономики в целом, а также на осуществлении политики стабилизации экономики, ее функционирования и развития.

**РЕСУРСЫ** – это совокупность всех материальных и нематериальных благ, используемых при создании экономических благ. Все ресурсы условно делят на два класса: свободные (неэкономические) и экономические.

**СВОБОДНЫЕ (НЕЭКОНОМИЧЕСКИЕ) РЕСУРСЫ** – ресурсы, находящиеся в неограниченном количестве и, как следствие, имеющие нулевую цену на рынке.

**ЭКОНОМИЧЕСКИЕ РЕСУРСЫ** – ресурсы, находящиеся в ограниченном количестве и, как следствие, имеющие определённую цену на рынке.

**ФАКТОРЫ ПРОИЗВОДСТВА** – экономические ресурсы, вовлеченные в производство.

**ПОТРЕБНОСТЬ** – это состояние неудовлетворенности или нужды человека в чём-либо. Именно потребности выступают внутренним побудительным фактором активной деятельности человека.

**БЛАГО** – это средство, непосредственно удовлетворяющее потребности. Количество потребностей наряду с редкостью (ограниченностью) блага определяет его ценность. Ценность блага есть то, что за него можно получить. Стоимость блага есть то, что за него надо отдать.

**ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СУБЪЕКТЫ (АГЕНТЫ)** – это участники экономических отношений, возникающих в процессе производства, распределения, обмена и потребления экономических благ.

**ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КРУГООБОРОТ** – это движение экономических благ и ресурсов между экономическими субъектами, которое сопровождается денежными потоками (доходами и расходами).

**АЛЬТЕРНАТИВНАЯ СТОИМОСТЬ БЛАГА** – это определённая жертва для собственника блага, которая выражается в количестве другого блага, от производства которого следует отказаться, чтобы произвести определенное количество данного блага.

**ПРОИЗВОДСТВО** представляет собой процесс взаимодействия средств производства и людей с целью получения необходимых экономических благ. В зависимости от вида удовлетворяемых создаваемым экономическим благом потребностей различают материальное и нематериальное производство.

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ** предполагает определенным образом осуществляемое разделение созданного экономического блага между участниками процесса производства. В качестве известных способов распределения созданного блага выступают следующие: поровну, по потребностям, по затратам, по результатам труда, по вложенному капиталу.

**ОБМЕН** обеспечивает выход созданного экономического блага на рынок, связывая процессы производства и потребления. Он способствует перемещению в пространстве различных экономических благ таким образом, чтобы полнее удовлетворялись потребности экономических субъектов.

**ПОТРЕБЛЕНИЕ** представляет собой процесс использования экономического блага по назначению. Это конечная цель производства, его предпосылка и условие, а также собственно «производство» рабочей силы. В зависимости от функционального назначения потребляемого блага различают личное и производственное потребление.

**СОБСТВЕННОСТЬ** выражает объективно складывающиеся экономические отношения между людьми в процессе производства, распределения, обмена и потребления по поводу присвоения средств производства и произведенных благ.

**ПРАВО СОБСТВЕННОСТИ** – определенная совокупность правомочий, принадлежащих лицу-правообладателю.

**ФОРМА СОБСТВЕННОСТИ** – это вид собственности, характеризующийся по признаку субъекта собственности.

**ЧАСТНАЯ СОБСТВЕННОСТЬ** выступает в качестве собственности одного или группы членов общества.

**ГОСУДАРСТВЕННАЯ СОБСТВЕННОСТЬ** выступает в качестве собственности всех членов общества. В зависимости от уровня органов власти и управления, которые распоряжаются объектом собственности, выделяют следующие ее формы: федеральную, субфедеральную (региональную), местную (муниципальную).

**РАЗДЕЛЕНИЕ ТРУДА** – это исторический процесс обособления различных видов трудовой деятельности в самостоятельные или взаимосвязанные производства.

**ТОВАРНОЕ ПРОИЗВОДСТВО** – это такая общественная форма производства, при которой блага производятся не для собственного потребления, а для удовлетворения потребностей других экономических субъектов.

**РЫНОЧНАЯ СИСТЕМА ХОЗЯЙСТВОВАНИЯ** – это система взаимосвязей между экономическими субъектами, основанная на действии механизма саморегуляции, равноправии прав частных собственников, меновых отношениях и платности всех экономических благ.

**ПРИВАТИЗАЦИЯ** – передача государственной собственности в частные руки. Она способствует устранению фактической монополии государственной собственности, обеспечению многообразия и равноправия различных форм собственности.

## **Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ**

**СПРОС ( $D$ )** – обобщающий термин, описывающий поведение фактических и потенциальных покупателей товара.

**ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА ПО ЦЕНЕ ( $E^D_P$ )** показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на товар при изменении его цены на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

**ПЕРЕКРЕСТНАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА ( $E^{DA}_{PB}$ )** показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на товар А при изменении цены товара В на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

**ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА ПО ДОХОДУ ( $E^D_I$ )** показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на товар при изменении величины доходов покупателей на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ ( $S$ )** – обобщающий термин, описывающий поведение фактических и потенциальных продавцов товара.

**ЭЛАСТИЧНОСТЬ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ЦЕНЕ ( $E^S_P$ )** показывает, на сколько процентов изменится объем предложения товара при изменении его цены на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

**ПЕРЕКРЕСТНАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ( $E^{SA}_{PB}$ )** показывает, на сколько процентов изменится объем предложения товара А при изменении цены товара В на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

**ПОЛЕЗНОСТЬ ( $U$ )** – это удовлетворение, получаемое людьми от потребления благ. Это понятие сугубо индивидуальное.

**КРИВАЯ БЕЗРАЗЛИЧИЯ** – это кривая, демонстрирующая все возможные наборы двух благ (А и В), дающие потребителю равный объем удовлетворения (т. е. они для него абсолютно равноценны).

**БЮДЖЕТНАЯ ЛИНИЯ** – это линия, показывающая различные наборы двух благ (*A* и *B*), которые могут быть приобретены при данной величине дохода (бюджета) и ценах благ.

**ИЗЛИШЕК ПОТРЕБИТЕЛЯ** (рента потребителя) – это разница между той суммой денег, которую потребитель согласен уплатить за покупаемое экономическое благо, и той суммой, которую он действительно платит.

**ПРЕДПРИЯТИЕ** – это самостоятельно хозяйствующий субъект, созданный в порядке, установленном действующим законодательством, и осуществляющий производство продукции, выполнение работ и оказание услуг в целях удовлетворения общественных потребностей и получения прибыли.

**ПРОИЗВОДСТВО** – процесс преобразования ресурсов в блага, прямо или косвенно служащих удовлетворению человеческих потребностей.

**ТЕХНОЛОГИЯ** – это определенная устойчивая комбинация факторов производства.

**ИЗОКВАНТА** – это кривая, демонстрирующая все возможные сочетания двух факторов производства, обеспечивающие один и тот же объем выпуска экономического блага (*Q*).

**ИЗОКОСТА** – это линия, показывающая различные сочетания двух факторов производства, которые обеспечивают определенную сумму общих затрат, ограниченных бюджетом производителя.

**ИЗДЕРЖКИ ПРОИЗВОДСТВА** – это совокупность затрат, связанных с использованием факторов для производства экономического блага.

**ИЗЛИШЕК ПРОИЗВОДИТЕЛЯ** (рента производителя) – это разница между той суммой денежных средств, которую он получает от реализации определенного количества экономического блага, и той суммой, на которую он согласен.

**РЫНОЧНАЯ СТРУКТУРА** – характеристика рынка с точки зрения его воздействия на положение и поведение производителей, а также влияния производителей на его состояние.

**МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ СОВЕРШЕННОЙ (ЧИСТОЙ) КОНКУРЕНЦИИ** – модель поведения предприятия в условиях идеальных конкурентных отношений, когда предприятий много, у всех из них равные возможности и отсутствует возможность влияния на рынок и цену продукции.

**МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ ЧИСТОЙ МОНОПОЛИИ** – модель поведения предприятия, когда одно предприятие становится единственным производителем продукции, у которой нет близких заменителей; оно может влиять на рынок и цену продукции. Это чисто теоретическая модель. В качестве сфер деятельности, где она может наблюдаться, являются те, которые относятся к естественным монополиям.

**ЦЕНОВАЯ ДИСКРИМИНАЦИЯ** («ценовое разделение») – это продажа одной и той же продукции разным потребителям (группам потребителей) по разным ценам, при этом различия в ценах не обусловлены различиями в издержках производства. Смысл проведения данной ценовой политики состоит в стремлении монополиста присвоить себе излишек потребителя.

**МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ ОЛИГО-ПОЛИИ** – модель поведения предприятия в условиях рыночной ситуации, когда на рынке функционирует несколько производителей продукции, которые обладают определенной властью над ценой (их власть ограничена количеством производителей, поделивших рынок между собой). Эта модель характерна для сфер деятельности, которые требуют значительных капиталовложений: металлургия, электротехника, химическая промышленность, машиностроение, топливная энергетика.

**МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ МОНОПОЛИСТИЧЕСКОЙ КОНКУРЕНЦИИ** – модель поведения предприятия в рыночной ситуации, которая характеризуется наличием множества производителей, производящих дифференцированную продукцию.

**РЫНОК ТРУДА** – это сфера взаимоотношений между продавцами и покупателями трудовых услуг, т. е. между теми, кто желает работать (в их число входят занятые и безработные), и теми, кто нанимает работников для производства товаров и услуг.

**ЗАРАБОТНАЯ ПЛАТА** – это доход от предоставления трудовых услуг.

**СТАВКА ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ** – цена, выплачиваемая за использование единицы труда в течение определенного периода: часа, дня и т. д.

**КАПИТАЛ** в широком смысле – ценность, приносящая приток дохода; самовозрастающая стоимость. Это производственные фонды предприятий, земля, ценные бумаги, банковские депозиты, человеческий капитал (накопленные профессиональные знания).

**ССУДНЫЙ ПРОЦЕНТ** – цена, уплачиваемая собственнику капитала за его использование в течение определенного периода времени.

**ИНВЕСТИРОВАНИЕ** – процесс создания или пополнения запаса капитала.

**ДИСКОНТИРОВАНИЕ** – процедура определения сегодняшней стоимости будущей суммы денег.

**ЭКОНОМИЧЕСКАЯ РЕНТА** – доход, получаемый собственником ресурса, предложение которого строго ограничено.

**ПРИРОДНАЯ РЕНТА** – доход от использования природного ресурса, предложение которого строго ограничено.

**ОБЩАЯ РЕНТА** – доход, который получает собственник природного ресурса. Она включает абсолютную ренту и при возможности дифференцированную.

**АБСОЛЮТНАЯ РЕНТА** – доход, который получают все собственники природного ресурса независимо от его качества.

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ РЕНТА** – дополнительный доход от использования природного ресурса, образуемый благодаря лучшим характеристикам (сверхприбыль).

**ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВО** – сфера деятельности, предполагающая наличие способности организовывать производство, объединять факторы производства для создания продукции, создавать что-то новое, рисковать, нести ответственность за свою деятельность.

**ПРИБЫЛЬ** – это вознаграждение за такой человеческий ресурс, как предпринимательские способности.

**УПРАВЛЕНИЕ** – это сознательное воздействие на объекты и процессы, а также на участие в них людей, осуществляемое с целью придания определенной направленности хозяйственной деятельности и получения желаемых результатов.

**МЕНЕДЖМЕНТ** – это определенная философия, основанная на интуиции и профессионализме организаторов деятельности или процесса, умении добиваться поставленных целей при использовании труда, интеллекта, мотивов поведения других людей.

### **Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ**

**МАКРОЭКОНОМИКА** – это комплекс знаний, взглядов, идей, объясняющих поведение экономики страны как единого целого и основных ее совокупных величин.

**НАЦИОНАЛЬНАЯ ЭКОНОМИКА** представляет собой совокупность всех экономических явлений и процессов, происходящих в стране на основе действующих в ней имущественных отношений и организационных форм.

**НАЦИОНАЛЬНОЕ БОГАТСТВО** – это многолетний результат функционирования национальной экономики, отражающий её экономический потенциал и представляющий всю совокупность благ и ресурсов, которыми она располагает на данный момент времени.

**СИСТЕМА НАЦИОНАЛЬНЫХ СЧЕТОВ (СНС)** – это система взаимосвязанных показателей совокупного выпуска и совокупного дохода страны, характеризующих результаты функционирования экономики, ориентированной на рыночные отношения.

**ВАЛОВОЙ ВНУТРЕННИЙ ПРОДУКТ (ВВП)** (англ. GIP – Gross Internal Product) – это суммарная рыночная стоимость всех конечных товаров и услуг, произведенных в течение

ние года внутри страны предприятиями-резидентами и предприятиями-нерезидентами с использованием национальных и зарубежных факторов производства.

**ВАЛОВОЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПРОДУКТ (ВВП)** (англ. GNP – Gross National Product) – это суммарная рыночная стоимость всех конечных товаров и услуг, произведенных в течение года предприятиями-резидентами внутри страны и за ее пределами с использованием национальных факторов производства.

**ЧИСТЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПРОДУКТ (ЧНП)** (англ. NNP – Net National Product) – созданный валовой национальный продукт за вычетом той части инвестиций, которая пошла на обновление устаревших и изношенных основных фондов.

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ДОХОД (НД)** (англ. NI – National Income) – это совокупный доход, заработанный резидентами страны за вклад собственных факторов производства в процесс создания валового национального продукта.

**ЛИЧНЫЙ ДОХОД (ЛД)** (англ. PI – Personal Income) – это совокупный доход, заработанный или полученный домохозяйствами за год.

**ЛИЧНЫЙ РАСПОЛАГАЕМЫЙ ДОХОД (ЛРД)** (англ. DI – Domestic Income) – это доход, используемый домашними хозяйствами на потребление (осуществление текущих расходов по приобретению товаров и услуг) и сбережения (накопление богатства).

**ЧИСТОЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЕ БЛАГОСОСТОЯНИЕ (ЧЭБ)** – это интегральный результат функционирования внутренней экономики в определенном году, демонстрирующий благосостояние страны в целом. ЧЭБ применяется в дополнение к показателю ВВП, который не даёт точной картины экономического благосостояния.

**ТЕНЕВАЯ (НЕНАБЛЮДАЕМАЯ ЭКОНОМИКА)** включает в себя сферы производства, распределения, обмена и потребления товарно-материальных ценностей, денег, услуг, которые не контролируются обществом и органами государственного управления.

**МЕЖОТРАСЛЕВОЙ БАЛАНС (МОБ)** является одним из важных разделов современной СНС, он отражает процессы, происходящие на нынешнем этапе развития экономики, позволяет производить системный счет основных показателей СНС и анализ взаимосвязей между отраслями экономики, выявлять главные экономические пропорции, изучать структурные сдвиги и особенности ценообразования в экономике и т. д.

**МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ** – это равновесие национальной экономики, характеризуемое сбалансированностью и пропорциональностью экономических явлений и процессов. Макроэкономическое равновесие необходимо для обеспечения стабильности развития экономики страны и достижения макроэкономических целей.

**СОВОКУПНЫЙ СПРОС (AD)** – это суммарные планируемые (желаемые) расходы экономических субъектов на конечные товары и услуги, предлагаемые на рынке благ, при каждом возможном уровне цен.

**СОВОКУПНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ (AS)** – реальный объем национального производства при каждом возможном уровне цен.

**ПОТРЕБЛЕНИЕ (С)** – это сумма денег, которая тратится домохозяйствами на приобретение потребительских благ.

**СБЕРЕЖЕНИЯ (S)** – это та часть личного располагаемого дохода, которая отложена для будущего потребления.

**ИНВЕСТИЦИИ (I)** – это расходы, связанные с обновлением и увеличением производственных мощностей и прочих капитальных активов.

**ДЕНЬГИ** – всеобщий эквивалент; универсальный товар, обмениваемый на любые экономические блага и пригодный для расчетов и платежей. Деньги являются общепризнанным высоколиквидным активом: на них можно всё купить.

**ДЕНЕЖНОЕ ОБРАЩЕНИЕ** – это денежный кругооборот, движение денег, опосредующее оборот товаров и услуг, а также финансовых активов.

**ДЕНЕЖНАЯ МАССА** – совокупность всего многообразия денежных средств, обращающихся в стране: обслуживающих экономические связи и принадлежащих различным экономическим субъектам.

**СКОРОСТЬ ОБРАЩЕНИЯ ДЕНЕГ** – это среднегодовое количество оборотов, совершаемых деньгами, находящимися в обращении. Скорость обращения денег показывает среднегодовое количество владельцев, в состав дохода которых вошла одна и та же денежная единица, или среднегодовое количество сделок, в которых она участвовала.

**ДЕНЕЖНАЯ СИСТЕМА** – это форма организации денежного обращения в стране, сложившаяся исторически и закреплённая национальным законодательством.

**ДЕНЕЖНАЯ РЕФОРМА** – полное или частичное преобразование денежной системы страны, проводимое государством в целях укрепления национальной валюты, стабилизации денежной единицы в условиях нарушения денежного обращения.

**ДЕНЕЖНЫЙ РЫНОК** – это рынок, на котором взаимодействуют между собой спрос и предложение денег, а также формируется равновесная цена денег (равновесная процентная ставка).

**ПРОЦЕНТНАЯ СТАВКА** – это цена денег, уплачиваемая за их использование. Процентная ставка бывает номинальной ( $R$ ) и реальной ( $r$ ). В отличие от номинальной реальная процентная ставка корректируется, или «дефлируется», в соответствии с темпом инфляции.

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ ДЕНЕГ ( $M_s$ )** – это общее количество денег, находящихся в обращении. Предложение денег обеспечивается банковской системой страны (Центральным и коммерческими банками).

**СПРОС НА ДЕНЬГИ ( $M_d$ )** – это величина денежных средств, которыми желают (планируют) обладать экономические субъекты.

**КРЕДИТ** представляет собой особую форму движения денег, связанную с мобилизацией свободных денежных средств национальной экономики и их распределением на условиях возвратности, срочности, платности в целях расширенного воспроизводства.

**КРЕДИТНЫЙ РЫНОК** – это общее обозначение тех рынков, где возникают и взаимодействуют между собой спрос и предложение различных видов кредитных ресурсов.

**КРЕДИТНО-ДЕНЕЖНАЯ СИСТЕМА** представляет собой комплекс кредитно-финансовых учреждений, активно используемых государством в целях регулирования экономики.

**ДЕПОЗИТЫ**, или банковские вклады ( $D$ ), – это денежные средства, переданные клиентом во временное пользование банка.

**БАНК** – это кредитно-финансовое учреждение, аккумулирующее денежные средства, предоставляющее кредиты, производящее денежные расчеты, осуществляющее выпуск банкнот и ценных бумаг, выступающее посредником во взаимных платежах и расчетах между государствами, предприятиями и домохозяйствами.

**БАНКОВСКАЯ СИСТЕМА** – совокупность банков страны. В организационном плане банковская система может быть одноуровневой и двухуровневой. Для России, как и для большинства стран мира, характерна двухуровневая банковская система: верхний уровень – Центральный банк («банк банков»), второй уровень – подконтрольные ему коммерческие банки.

**ЦЕНТРАЛЬНЫЙ БАНК** – эмиссионный, кредитный, расчетный и валютный центр страны, а также центр кредитно-денежного регулирования экономики.

**КРЕДИТНО-ДЕНЕЖНАЯ (МОНЕТАРНАЯ) ПОЛИТИКА** – комплекс взаимосвязанных мероприятий, предпринимаемых Центральным банком в целях регулирования деловой активности в стране путем воздействия на кредитно-денежное обращение.

**КОММЕРЧЕСКИЙ БАНК** – кредитно-финансовое учреждение, наделённое исключительным правом привлекать свободные денежные средства субъектов хозяйствования и населения и размещать их от своего имени и за свой счет на условиях возвратности, срочности, платности, а также осуществлять другие банковские операции.

**БАНКОВСКИЕ РЕЗЕРВЫ** – это часть привлечённых на депозиты денежных средств, не выданных в качестве кредитов (не использованных в активных операциях).

**ФИНАНСЫ** – система отношений между экономическими субъектами по поводу формирования, распределения и использования фондов денежных средств.

**ФИНАНСОВАЯ СИСТЕМА** – совокупность финансовых отношений национальной экономики. С точки зрения субъектов экономики, вступающих в финансовые отношения.

**ФИНАНСОВЫЙ РЫНОК** – это рынок, на котором формируются спрос и предложение на все финансовые ресурсы страны и осуществляется их движение в направлении обеспечения финансовыми средствами различных сфер экономики.

**РЫНОК ЦЕННЫХ БУМАГ** представляет собой рынок, на котором формируются и развиваются экономические отношения по поводу выпуска и обращения ценных бумаг между его участниками.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ФИНАНСЫ** призваны обеспечить государство денежными средствами, необходимыми для выполнения им экономических, политических и социальных функций.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ДОХОДЫ** – денежные средства, привлечённые для реализации государственных функций.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЕ РАСХОДЫ** – это часть финансовых отношений, обусловленная использованием государственных доходов.

**БЮДЖЕТ ГОСУДАРСТВА** – это консолидированный бюджет РФ.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ БЮДЖЕТ** – это главное звено финансовой системы страны. Он представляет собой форму образования и использования централизованного фонда денежных средств для обеспечения функций органов государственной власти. На основании Конституции РФ государственный бюджет носит название федерального.

**БЮДЖЕТНЫЙ ДЕФИЦИТ** – ситуация превышения расходной части бюджета над доходной.

**БЮДЖЕТНЫЙ ПРОФИЦИТ** – ситуация превышения доходной части бюджета над расходной.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ВНЕБЮДЖЕТНЫЕ ФОНДЫ** – это фонды денежных средств, образуемые вне государственного бюджета и предназначенные для реализации конституционных прав граждан на пенсионное обеспечение, охрану здоровья и медицинскую помощь.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ДОЛГ** – это величина государственной задолженности. Он равняется сумме накопленных в стране за определенный период бюджетных дефицитов за вычетом накопленных бюджетных профицитов.

**НАЛОГ** – обязательный и безвозмездный платёж, взимаемый в пользу государства с дохода или стоимости имущества физического и юридического лица в размере, заранее определенном и установленном в законодательном порядке.

**НАЛОГОВАЯ СИСТЕМА** – это совокупность всех налогов, методы и принципы их построения, способы исчисления и взимания, налоговый контроль, устанавливаемые в законодательном порядке.

**БЮДЖЕТНО-НАЛОГОВАЯ (ФИСКАЛЬНАЯ) ПОЛИТИКА** – это воздействие государства на уровень деловой активности в стране посредством изменения государственных расходов и налогов.

**СОЦИАЛЬНАЯ ПОЛИТИКА** – комплекс мер государства, направленных на обеспечение социальной справедливости и поддержание достойного уровня благосостояния населения.

**СОЦИАЛЬНАЯ СПРАВЕДЛИВОСТЬ** проявляется в правомерном распределении национального дохода, наличии одинаковых возможностей для получения работы согласно имеющимся способностям и профессиональной подготовке, наличии системы социальной защиты населения и социальных гарантий.

**БЛАГОСОСТОЯНИЕ** – это количественная и качественная характеристика условий жизнедеятельности населения. Рассмотрение сущности данного термина требует учета двух подходов.

**ДОХОДЫ** – совокупность денежных средств и материальных благ, которыми обладает человек, семья, социальная группа, население в целом.

**ПРОЖИТОЧНЫЙ МИНИМУМ** выражает минимально допустимую материальную обеспеченность, ниже которой возникает угроза воспроизводству населения страны.

**ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДОХОДОВ** – изъятие части доходов наиболее обеспеченных экономических субъектов в пользу менее обеспеченных.

**ЗАНЯТОСТЬ** – это обеспеченность населения рабочими местами.

**БЕЗРАБОТИЦА** – это социально-экономическое явление, при котором часть трудоспособного населения не занята в общественном производстве по причине превышения предложения рабочей силы над спросом на нее.

**ЕСТЕСТВЕННАЯ БЕЗРАБОТИЦА ( $U'$ )** – безработица, существующая при полной занятости, которой соответствует потенциальный ВВП. Естественная безработица способствует созданию резерва рабочей силы, поддержанию конкуренции между работниками и тем самым повышению производительности труда.

**СОЦИАЛЬНАЯ ЗАЩИТА** – система мер, осуществляемых обществом в целом и его звеньями по обеспечению приемлемого материального и социального положения граждан.

**СОЦИАЛЬНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ** – социальная отрасль экономики, обеспечивающая людей, находящихся на длительном или постоянном иждивении государства и общества.

**СОЦИАЛЬНОЕ СТРАХОВАНИЕ** – важный элемент социального обеспечения населения, ориентированный на обеспечение человека экономической защитой в случае болезни и старости, в связи с несчастными случаями и болезнями по производственной причине, в связи с безработицей.

**ПЕНСИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ** – форма социального обеспечения, имеющая следующие цели: борьба с бедностью, компенсация утраченного заработка, обеспечение материальной достаточности гражданина.

**СОЦИАЛЬНАЯ РЕАБИЛИТАЦИЯ** – это восстановление нарушенной социальной справедливости по отношению к невинно пострадавшим. К ним относятся: жертвы противозаконных репрессий; жертвы войн; лица, пострадавшие от катастроф, стихийных бедствий и аварий; инвалиды по болезни, жертвы эпидемий, пострадавшие от вредности производства; вынужденные переселенцы.

**СОЦИАЛЬНЫЕ ГАРАНТИИ** – это система обязательств общества перед своими членами по удовлетворению их насущных потребностей.

**УРОВЕНЬ ЖИЗНИ** определяется, с одной стороны, количеством и качеством жизненных благ, используемых для удовлетворения потребностей населения, а с другой – степенью развития самих потребностей людей.

**КАЧЕСТВО ЖИЗНИ** определяется качественной стороной жизни населения – здоровьем, физическим развитием, уровнем образования, условиями труда, возможностями использования свободного времени, состоянием экологии. Применение данного показателя затруднительно из-за сложности проявления качественных характеристик жизни в количественном и стоимостном выражениях.

**МАКРОЭКОНОМИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА** – нестабильное развитие национальной экономики.

**ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ** – это периодические взлеты и падения деловой активности, проявляющиеся во всевозможных формах несоответствия совокупного спроса и предложения.

**СТАБИЛИЗАЦИОННАЯ (АНТИЦИКЛИЧЕСКАЯ) ПОЛИТИКА** – комплекс мероприятий, способствующих сглаживанию негативных последствий макроэкономической динамики.

**ИНФЛЯЦИЯ** – это переполнение экономики страны избыточной денежной массой при отсутствии адекватного увеличения товарной массы, которое приводит к повышению общего уровня цен, обесценению денежной единицы, снижению ее покупательной способности.

**ИНФЛЯЦИЯ ИЗДЕРЖЕК** – инфляция, которая вызвана факторами, лежащими на стороне совокупного предложения.

**ИНФЛЯЦИОННЫЕ ОЖИДАНИЯ** – это оценка экономическими субъектами изменения темпов инфляции в будущем периоде. Они выражаются в показателе под названием «ожидаемый темп инфляции ( $\pi_e$ )».

**АНТИИНФЛЯЦИОННАЯ ПОЛИТИКА** – макроэкономическая политика, направленная на обеспечение стабилизации общего уровня цен, предупреждения или смягчения инфляционной напряженности.

**ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ** – долговременное устойчивое увеличение масштабов экономики, выражающееся в поступательном росте реального ВВП и улучшении других показателей деловой активности.

**МИРОВАЯ ЭКОНОМИКА** – это система экономических отношений, сложившаяся и развивающаяся между странами; другими словами, это вся совокупность национальных экономик в той части, которая сориентирована на внешние рынки и использует внешние ресурсы и продукцию для внутреннего развития.

**ОТКРЫТАЯ ЭКОНОМИКА** – это экономика страны с высокой степенью вовлеченности в мировые хозяйственные связи, предполагающая отсутствие ограничений международного обмена ресурсами и благами. Снятие внешнеэкономических ограничений способствует усилению конкуренции и тем самым повышению эффективности национальной экономики.

**ЗАКРЫТАЯ ЭКОНОМИКА** (автаркия) предполагает экономическую самообеспеченность страны (примеры: бывшие страны Совета Экономической Взаимопомощи, Северная Корея, Куба).

**МЕЖДУНАРОДНЫЕ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ОТНОШЕНИЯ** – это система хозяйственных связей между экономиками различных стран.

**МЕЖДУНАРОДНАЯ ТОРГОВЛЯ** заключается в экспорте (вывозе) и импорте (ввозе) благ (товаров и услуг).

**МЕЖДУНАРОДНОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ ТРУДА** заключается в специализации отдельных стран на производстве определенных видов благ, которыми эти страны обмениваются между собой.

**АБСОЛЮТНОЕ ПРЕИМУЩЕСТВО** – возможность страны производить благодаря ее естественным и приобретенным преимуществам какой-либо товар с меньшими затратами труда на единицу продукции по сравнению с другими странами, производящими этот же товар.

**СРАВНИТЕЛЬНОЕ ПРЕИМУЩЕСТВО** – это способность страны производить товар с относительно меньшими издержками замещения по сравнению с другими странами. Издержки замещения (альтернативные издержки) представляют собой соотношение абсолютных удельных затрат труда по двум видам товаров в одной стране.

**ВНЕШНЕТОРГОВАЯ ПОЛИТИКА** – это государственная политика в области внешней торговли. Известны два основных направления внешнеторговой политики государства: протекционизм и фритрейдерство.

**ФРИТРЕЙДЕРСТВО** – политика свободной торговли, которая не предполагает установление каких-либо ограничений на внешнеторговый оборот, в т. ч. взимание таможенных пошлин. Такую политику может проводить страна с высокоэффективной экономикой, в котором отечественные предприниматели способны выдерживать иностранную конкуренцию и активно внедряться на мировой рынок. Свободная торговля дает возможность открытой экономике страны и мировой экономике эффективно размещать ресурсы и повышать уровень материального благосостояния.

**ПРОТЕКЦИОНИЗМ** – политика государства, направленная на ограничение внешней торговли с целью защиты собственных производителей (в случае наличия более сильных иностранных конкурентов) или потребителей (в случае продажи за границу большого ко-

личества благ или ресурсов, востребованных внутри страны) путем установления тарифных и нетарифных ограничений.

**ТАРИФНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ** заключаются во взимании таможенных пошлин с ввозимых и вывозимых ресурсов и благ, затрудняя тем самым их движение. Таможенные пошлины увеличивают цену ресурсов и благ и снижают их конкурентоспособность на мировом рынке.

**НЕТАРИФНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ** – прямые административные нормы, определяющие количество, качество и номенклатуру вывозимых или ввозимых в страну ресурсов и благ.

**ПЛАТЕЖНЫЙ БАЛАНС** – это систематизированная запись итогов всех экономических сделок между резидентами данной страны и остальным миром в течение определенного периода времени (месяца, квартала, года).

**МЕЖДУНАРОДНЫЕ ВАЛЮТНЫЕ ОТНОШЕНИЯ** – это отношения между странами по поводу обмена валютой.

**ВАЛЮТА** – это денежная единица страны или группы стран (например, рубль, доллар, фунт стерлингов, евро, йена и т. д.). В узком смысле – это денежные знаки иностранных государств.

**ВАЛЮТНЫЙ РЫНОК** – это особый рынок, на котором осуществляются валютные сделки. Подавляющая часть денежных активов, продаваемых на валютном рынке, имеет вид депозита до востребования в крупнейших банках, осуществляющих торговлю друг с другом, лишь незначительная часть валютного рынка приходится на обмен наличных денег.

**ВАЛЮТНЫЙ (ОБМЕННЫЙ) КУРС** – это относительная цена валют двух стран, или валюта одной страны, выраженная в единицах другой страны.

**ВАЛЮТНАЯ КОТИРОВКА** – установление курса национальной денежной единицы в иностранной валюте на определенный момент времени.

**ВАЛЮТНАЯ СИСТЕМА** – совокупность валютных отношений, складывающихся на уровне отдельной страны, группы стран или мира в целом.

**СИСТЕМА ФИКСИРОВАННЫХ ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ** – это валютная система, при которой номинальный валютный курс фиксируется Центральным банком страны.

**СИСТЕМА ПЛАВАЮЩИХ ( ГИБКИХ ) ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ** – это валютная система, при которой номинальный валютный курс формируется на валютном рынке в результате взаимодействия спроса и предложения валют, без какого-либо вмешательства Центрального банка в этот процесс.

**СИСТЕМА СМЕШАННЫХ ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ** – это валютная система, при которой номинальный валютный курс формируется на валютном рынке в результате взаимодействия спроса и предложения валют, а также валютных интервенций Центрального банка.

**КОНВЕРТИРУЕМОСТЬ (ОБРАТИМОСТЬ) НАЦИОНАЛЬНОЙ ВАЛЮТЫ** – способность валюты страны свободно использоваться в международном платежном обороте для совершения различных расчетов.

**ВАЛЮТНАЯ ПОЛИТИКА** – это совокупность государственных мероприятий в сфере международных расчетов. Она непосредственно связана с внешнеторговой политикой и состоянием денежного обращения.

**МИРОВАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ИНТЕГРАЦИЯ** – это процесс экономического взаимодействия стран, приводящий к сближению хозяйственных механизмов, принимающий форму межгосударственных соглашений и согласованно регулируемый межгосударственными органами.

## САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

- составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;
- перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);
- обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);
- определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;
- при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;
- все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);
- если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;
- следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьезный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить

специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;
- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис – это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта – основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование – наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

## ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА

Одной из форм текущего контроля является доклад, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада является обязательной для обучающихся, если доклад презентацией указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) к докладу - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;

- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обуславливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

### *Выступление*

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);
- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слушатели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас

это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

### *Презентация*

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;
- составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;
- подберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;
- подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;
- создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;
- просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

### *Требования к оформлению презентации*

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS Power Point.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносятся опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным средством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

## ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных заданий от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;
- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунков, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;
- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;
2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;
3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

# ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

## 1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

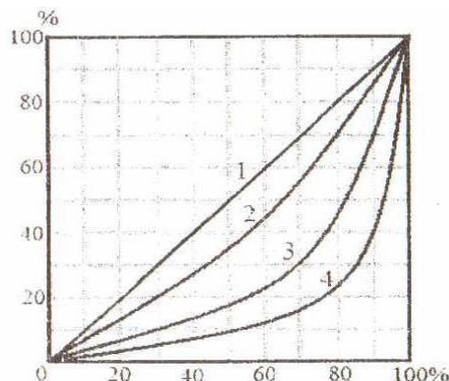
### 1.3. Общая характеристика рыночной системы хозяйствования

#### *Благосостояние. Распределение доходов*

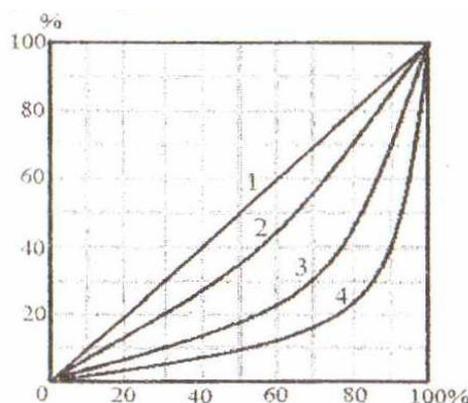
1. На основании следующих данных постройте кривую Лоренца; обозначьте точки, через которые вы ее строили. Какие действия государства могли бы приблизить кривую Лоренцу: а) к линии абсолютного равенства; б) к линии абсолютного неравенства?

Доли населения, по 20%	Доля доходов, %
Первая (низшая)	2
Вторая	8
Третья	10
Четвертая	15
Пятая (высшая)	65

2. Распределение доходов в обществе иллюстрирует линия 3. Если предельная ставка прогрессивного налога на доход любого домохозяйства будет снижена, то кривая Лоренца сместится в положение...



3. Наименьшее неравенство в распределении доходов в обществе отражает линия...



4. В таблице представлены данные по распределению доходов между группами населения в двух странах. В какой стране степень неравенства больше? Почему? Постройте кривую Лоренца для страны А.

Доли населения, по 20%	Доля доходов, %	
	Страна А	Страна В
Первая (низшая)	5	2
Вторая	10	8
Третья	17	10

Четвертая	28	15
Пятая (высшая)	40	65

5. При оценке степени неравенства в персональном распределении доходов с помощью кривой Лоренца следует обращать внимание на форму кривой. На рис. 1 и 2 представлены кривые Лоренца для двух стран с одинаковым коэффициентом Джини. О чем говорят представленные формы кривых: а) степень неравенства больше в стране А; б) степень неравенства больше в стране Б; в) в странах одинаковая степень неравенства? Выберите правильный ответ и поясните.

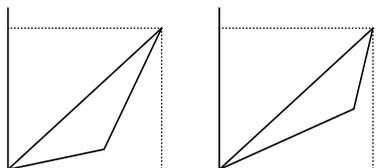


Рис. 1. Страна А      Рис. 2. Страна Б

6. Проанализируйте ситуацию неравенства в распределении доходов в России в период 1991–2000 гг., учитывая, что условно допустимое значение коэффициента Джини составляет 0,3.

Коэффициент Джини в России

1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
0,260	0,289	0,398	0,409	0,381	0,375	0,375	0,379	0,394	0,400	0,400	0,400

### Примеры решения типовых задач

1. В таблице представлены данные по распределению доходов между группами населения в конкретной стране. Рассчитайте на основании представленной информации квинтильный коэффициент, демонстрирующий степень неравенства в стране.

Доля населения, по 20 %	1	2	3	4	5
Доля доходов, %	5	10	18	27	40

*Решение.* Квинтильный коэффициент позволяет осуществлять сопоставление доходов, в среднем получаемых наиболее и наименее обеспеченными группами населения, каждая из которых составляет 20 % от общей численности населения:  $K.к. = 40 \% / 5 \% = 8$  раз.

2. Ниже представлено распределение семей граждан страны по уровню годового дохода. Постройте кривую Лоренца.

Группы семей по уровню доходов	Доля от общей суммы доходов, %
Беднейшие 20%	3,7
Вторые 20%	9,0
Средние 20%	15,0
Четвертые 20%	23,0
Высшие 20%	49,3

*Решение.* Кривая Лоренца представляет собой графический метод определения неравномерности распределения совокупного дохода общества между различными группами населения. Построение кривой происходит следующим образом. Вначале все население страны и совокупный доход общества делятся на 5 частей – квинтилей (квинтиль – это 1/5 часть исследуемой совокупности), т.е. по 20 %. Далее определяется, какой % дохода получают каждые 20 % населения. На основании этих данных производятся расчеты кумулятивных (накопленных) долей и строится кумулятивная кривая, которая показывает фактическое распределение дохода в обществе.

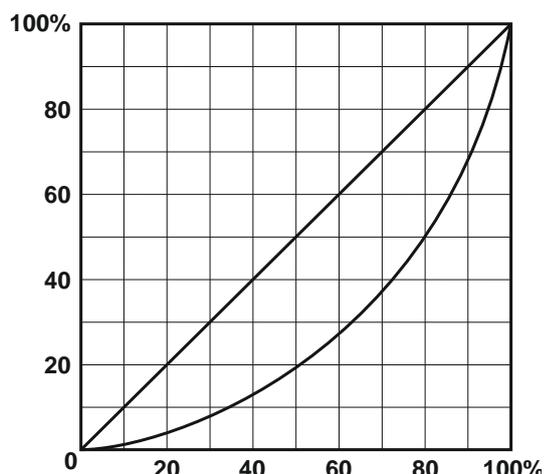
Прямая линия, проводимая из начала осей координат (биссектриса), дает представление о равном распределении дохода. Это линия абсолютного равенства. Линия абсолютного неравенства идет под прямым углом (ломаная линия). Точки на ней означают, что все население не получает никакого дохода, кроме одного – единственного, последнего в ряду человека, который присваивает 100 % всего дохода.

Следует отметить, что чем больше кривая Лоренца отклоняется от линии абсолютного равенства и, соответственно, становится ближе к линии абсолютного неравенства, тем больше неравенство в персональном распределении доходов в обществе.

Учитывая то, что построение кривой Лоренца осуществляется с использованием кумулятивного метода, представим имеющиеся данные в виде, необходимом для графического изображения.

Группы семей по уровню доходов	Доля от общей суммы доходов, %	Доля от общей численности семей нарастающим итогом, %	Доля от общей суммы доходов нарастающим итогом, %
Беднейшие 20%	3,7	20	3,7
Вторые 20%	9,0	40	12,7
Средние 20%	15,0	60	27,7
Четвертые 20%	23,0	80	50,7
Высшие 20%	49,3	100	100

Используя две последних колонки таблицы, строим кривую Лоренца.



## Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ

### Тема 2.1. Спрос и предложение. Формирование рыночной цены

#### *Спрос и эластичность спроса*

1. Известно, что товар  $X$  приобретается всего двумя потребителями, и при этом спрос первого потребителя описывается функцией  $Qd_1 = 90 - P$ , а спрос второго – функцией  $Qd_2 = 240 - 2P$ . Чему будет равна цена при величине рыночного спроса 42?

2. Как изменится спрос на товар, если изменится цена на товар-субститут: а) спрос на уголь (при росте цены на нефть); б) спрос на чай (при росте цены на кофе); в) спрос на мясо кур (при снижении цены на мясо говядины). В каком направлении сдвинется кривая спроса на эти товары, т. е. уголь, чай, мясо кур?

3. Как изменится спрос на товар, если изменится цена на товар-комплемент: а) спрос на ягоды (при росте цены на сахар); б) спрос на фотоаппараты (при росте цены на

фотопленку); в) спрос на энергоемкие марки автомобилей (при росте цены на бензин). В каком направлении сдвинется кривая спроса на эти товары, т. е. ягоды, фотоаппараты, автомобили?

4. По цене  $P_1 = 100$  руб. было продано 100 000 т картофеля, а когда цену повысили до  $P_2 = 120$  руб., то – 80 000 т. Определите коэффициент эластичности спроса на картофель по цене.

5. В результате повышения цены товара с 5 до 7 ден. ед. объем спроса на него сократился с 9 до 7 млн шт. Определите коэффициент эластичности спроса на товар по цене.

6. При повышении цены на товар с 20000 до 40000 руб. за 1 шт. объем спроса на него сократился со 100 до 50 шт. в день. Определите, чему в этом случае будут равны коэффициент эластичности спроса на товар по цене и изменение общей выручки продавца.

7. Коэффициент эластичности спроса на данный товар по цене равен 0,8, по доходу – 0,4. В предстоящем периоде доходы населения увеличатся на 10 %, цена товара снизится на 5 %. На сколько процентов изменится объем спроса на данный товар?

8. Коэффициент эластичности спроса на данный товар по цене равен – 0,5, а по доходу + 0,9. В предстоящем периоде доходы населения увеличатся на 4 %, а цена товара уменьшится на 3 %. Как изменится объем спроса на данный товар?

9. Коэффициент перекрестной эластичности спроса на товар X по цене товара Y равна +1,5. Что вы можете сказать об этих двух товарах? О чем свидетельствует величина коэффициента эластичности?

### **Предложение и эластичность предложения**

10. На рынке товара три производителя, предложение которых задано следующими уравнениями:  $Q_{s1} = 2P - 10$ ;  $Q_{s2} = 3P$ ;  $Q_{s3} = P + 5$ . Определите и исследуйте эластичность во всех трех случаях.

11. На рынке товара все производители имеют одинаковые индивидуальные функции предложения  $Q_s = 2P - 10$ . Рассчитайте коэффициент эластичности предложения товара по цене, если  $P = 45$  руб. и число производителей на рынке равно: а) 20; б) 50; в) 100.

### **Микроэкономическое равновесие**

12. Предположим, что общий объем спроса и предложения пшеницы в месяц характеризуется данными, представленными в таблице.

Таблица

P, \$/т	Qd, тыс. т	Qs, тыс. т
3,4	85	72
3,7	80	73
4,0	75	75
4,3	70	77
4,6	65	79
4,9	60	81

А. Какова будет равновесная цена пшеницы? Каков равновесный объем? Покажите графически.

Б. Допустим, правительством установлен потолок цены 3,7 \$ за 1 т. Какие последствия влечет данная цена? Покажите графически.

В. Допустим, правительством установлен пол цены 4,6 \$ за 1 т. Какие последствия влечет данная цена? Покажите графически.

13. Функция спроса на товар А:  $Q_d = 8 - 2P$ , а функция предложения:  $Q_s = -7 + 3P$ . Определите равновесную цену товара и равновесный объем продаж. Что произойдет, если правительство установит цену на уровне 5 руб.?

14. На рынке соевых бобов функции спроса и предложения следующие:  $Q_d = 100 - 10P$ ;  $Q_s = 20 + 5P$ , где  $Q_d$  – величина спроса, кг;  $Q_s$  – величина предложения, кг;  $P$  – цена,

долл. Каков будет результат при назначении правительством нижнего уровня цены в 7 долл.?

15. Спрос и предложение на рынке некоторого продукта описываются уравнениями:  $Q_d = 25 - 0,2P$  и  $Q_s = 4P - 80$ , где  $Q_d$  – объем спроса (тыс. шт.);  $Q_s$  – объем предложения (тыс. шт.),  $P$  – цена, ден. ед. Государство вмешалось и установило минимальную цену на товар в размере 30 ден. ед. за 1 тыс. шт.

Задание 1. Выберите из предложенных ниже вариантов один правильный ответ и вставьте в предложение.

Примером рынка с таким участием государства может служить рынок \_\_\_\_\_ .

Варианты: крепких спиртных напитков; товаров первой необходимости; пшеницы в сверхурожайный год; горюче-смазочных материалов.

Задание 2. Выберите из предложенных ниже вариантов два правильных ответа и вставьте в предложение.

Установление минимальной цены имеет целью помочь \_\_\_\_\_ и приведет к ситуации \_\_\_\_\_ товара на рынке.

Варианты: дефицита, потребителям, товаропроизводителям, излишка.

Задание 3. Решите задачу.

До вмешательства государства рынок характеризовался как равновесный с объемом продаж \_\_\_\_\_ тыс. шт.

16. Рынок цемента характеризуется следующими функциями спроса и предложения:  $Q_d = 12 - P$ ;  $Q_s = -3 + 2P$ . Определите: 1) какая сумма налога будет собрана с продажи цемента, если государство установит 50 % налога с оборота (выручки); 2) насколько возрастет объем продажи цемента при отмене налога?

#### Примеры решения типовых задач

1. Товар  $X$  приобретается потребителями, принадлежащими к двум разным группам. Численность первой группы 100 чел., а второй – 200 чел. Спрос типичного потребителя, принадлежащего к первой группе, описывается функцией  $Q_{d1} = 50 - P$ , ко второй –  $Q_{d2} = 60 - 2P$ . Чему равна величина рыночного спроса при значении цены 22?

*Решение.* Рыночный спрос определяется как сумма индивидуальных спросов всех потребителей на рынке данного товара. Поэтому для определения величины рыночного спроса необходимо суммировать обе функции, учитывая количество потребителей в каждой группе:  $100(50 - P) + 200(60 - 2P) = 5000 - 100P + 12000 - 400P = 17000 - 500P$ . Подставив вместо  $P$  значение цены, равное 22, определяем величину спроса, которая составит 96.

2. Является ли предложение товара эластичным, если известно следующее:

Таблица

Рыночные данные		
Цена, руб.	1500	1700
Объем предложения, шт.	30000	34000

*Решение.* Определяем коэффициент эластичности предложения по цене товара с использованием следующей формулы:

$$E_s = \frac{\Delta P}{\Delta Q} \cdot \frac{P_1 + P_2}{Q_1 + Q_2}$$

Получаем, что

$$E_s = \frac{(34000 - 30000)}{(1500 + 1700)} = \frac{4000}{3200} = 1.$$

$$(17000 - 15000) (30000 + 34000) \quad 200 \quad 64000$$

Таким образом, мы имеем дело с предложением единичной эластичности по цене.

3. Функция спроса на товар  $Qd = 2500 - 200P$ , а предложения –  $Qs = 1000 + 100P$ . Определите равновесную цену и равновесный объем товара. Что произойдет в случае, если правительство зафиксирует цену товара на уровне 3 руб.?

*Решение.* В условиях рыночного равновесия объем спроса и объем предложения равны. Поэтому мы можем приравнять обе функции:  $Qd = Qs$ , т. е.  $2500 - 200P = 1000 + 100P$ . Решив это уравнение, найдем равновесную цену:  $P^* = 5$  руб. Подставив значение цены в любую из функций, определим равновесный объем товара:  $Q^* = 1500$  ед.

Если правительство зафиксирует цену товара на уровне 3 руб., объем спроса ( $Qd$ ) будет равен 1900 ед., а объем предложения ( $Qs$ ) – 1300 ед. Иначе говоря, на рынке образуется товарный дефицит, равный разнице между объемом спроса и объемом предложения:  $Qs - Qd = 1300 - 1900 = -600$  ед.

4. Допустим, функциями спроса и предложения холодильников «Север» являются соответственно  $Qd = 400 - P$  и  $Qs = 2P - 260$ , где  $Qd$  – величина спроса на холодильники, тыс. шт.;  $Qs$  – величина предложения холодильников, тыс. шт.;  $P$  – цена, ден. ед. Определите, к чему приведет введение налога с оборота (выручки) в размере 12,5 % от цены.

*Решение.* До введения налога равновесная цена товара на рынке составляла 220 ден. ед., а *равновесное* количество – 180 тыс. шт. (пояснения в предыдущей задаче). После введения налога в распоряжении производителя остается  $7/8$  цены, что уменьшает предложение:  $Qs = 2(7/8)P - 260$ . Поэтому новая цена равновесия равна 240 ден. ед., а объем продаж – 160 тыс. шт. При этом общая выручка уменьшается с 39,6 до 38,4 млн ден. ед., а выручка, оставшаяся в распоряжении производителя, – с 39,6 до 33,6 млн ден. ед.

## Тема 2.2. Теория потребительского выбора

### Количественная теория полезности

1. Если некто потребляет 8 единиц товара при совокупной полезности 38 ютилей и 9 единиц при совокупной полезности 45 ютилей, чему равна предельная полезность (в ютилях) 9-й потребленной единицы?

2. Заполните пустые ячейки таблицы и постройте кривые общей и предельной полезности товара.

Таблица

Полезность товара		
Номер единицы товара	Общая полезность	Предельная полезность
1	?	20
2	37	?
3	51	?
4	?	11
5	71	9

3. Цена товара  $A$  составляет 3 руб., цена товара  $B$  – 1,5 руб. Потребитель максимизирует удовлетворение от покупки товаров  $A$  и  $B$ . При этом он оценивает предельную полезность товара  $B$  в 60 единиц. Как потребитель оценивает предельную полезность товара  $A$ ?

4. В таблице предельная полезность каждого продукта для потребителя считается независимой от количества другого продукта. Цена продукта  $X$  составляет 2 долл., а цена продукта  $Y$  – 1 долл.

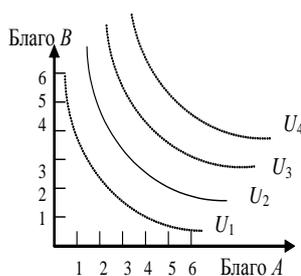
- А. Изобразите кривые предельной и общей полезности блага  $X$ .  
 Б. Ответьте, сколько единиц каждого продукта купит потребитель при доходе в 12 долл.?

Таблица

Предельная полезность продуктов			
Продукт $X$		Продукт $Y$	
номер единицы	предельная полезность	номер единицы	предельная полезность
1	40	1	22
2	35	2	20
3	30	3	18
4	25	4	16
5	20	5	14
6	15	6	12
7	10	7	10
8	5	8	8

### Сравнительная теория полезности

5. На рисунке представлена карта кривых безразличия.

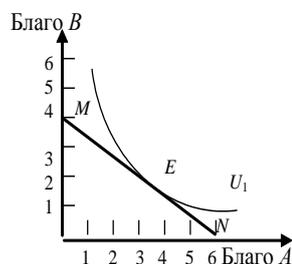


- А. Каков экономический смысл кривой безразличия?  
 Б. Что означает форма и положение кривой  $U_2$ , т. е. ее отрицательный наклон и выпуклость по отношению к началу координат?  
 В. Что означают кривые безразличия, расположенные выше и ниже  $U_2$ ?  
 Г. Могут ли пересекаться кривые безразличия?

Рис. Карта кривых безразличия

6. Допустим, некий потребитель считает, что ему одинаково полезно еженедельно выпивать как 8 стаканов молока и 3 стакана кефира, так и 6 стаканов молока и 4 стакана кефира. Чему в этом случае равна предельная норма замещения кефира молоком?

7. На рисунке представлены кривая безразличия и бюджетная линия.



- А. Каков экономический смысл бюджетной линии  $MN$ ? Чем определяется ее наклон? Если благо  $B$  подешевеет, как изменится наклон  $MN$ ?  
 Б. Каковы возможности потребления в каждой точке на бюджетной линии?  
 В. Что означает для потребителя касание кривой безразличия  $U_1$  и  $MN$  в точке  $E$ ?  
 Г. Возможно ли касание  $U_1$  линией  $MN$  в другой точке? Какие условия должны при этом измениться?  
 Д. Как можно выразить условия потребительского равновесия с помощью уравнения?

Рис. Касание кривой безразличия бюджетной линией

8. Потребитель имеет доход 3000 руб. На рисунке показаны две бюджетные линии и соответствующие им кривые безразличия.

А. Определите цену товара  $Y$ .

Б. Определите координаты двух точек линии спроса данного потребителя на товар  $X$ .

В. Напишите уравнения обеих бюджетных линий.

Г. Каков был бы доход потребителя, если бы цена товара  $Y$  равнялась 100 руб.?

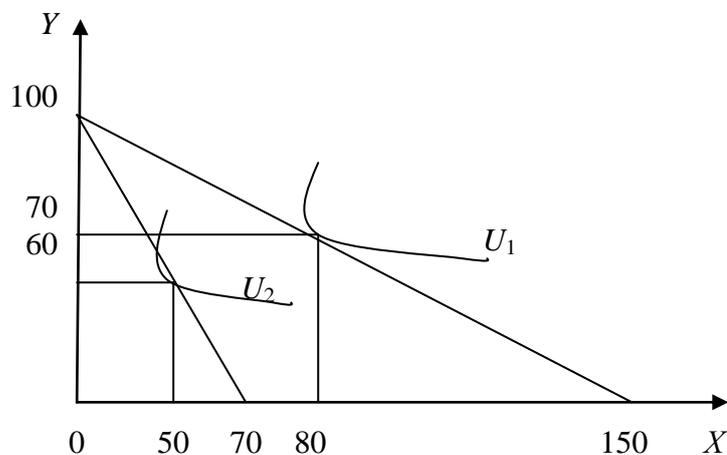


Рис. Ситуации равновесия потребителя

### Эффекты спроса

9. На рис. 8 представлена кривая спроса.

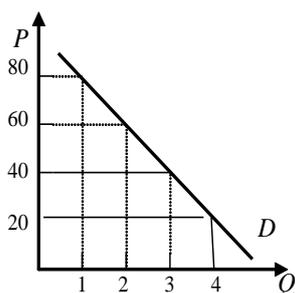


Рис. Кривая спроса

А. Какова рыночная цена первой, второй и третьей единиц блага при объеме рыночного спроса в 4 единицы блага?

Б. По какой максимальной цене потребитель оценивает каждую дополнительную единицу блага?

В. Сформулируйте понятие «излишек потребителя» и определите его величину при покупке 2, 3 и 4 единиц блага.

10. Функция спроса на товар задана уравнением  $Q_d = 50 - 2P$ , а функция предложения уравнением  $Q_s = 5 + 3P$ . Определите величину излишка потребителя.

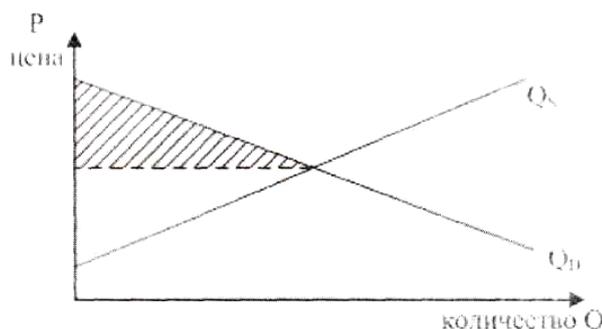


Рис. 9. Излишек потребителя

### Примеры решения типовых задач

1. Используя данные рисунка, определите излишек потребителя при покупке трёх единиц блага.

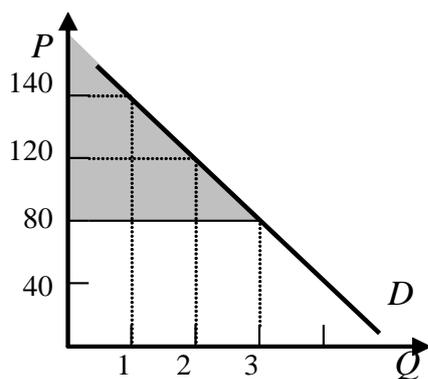


Рис. Излишек потребителя

*Решение.* На рисунке излишек потребителя – это окрашенная область, ограниченная сверху кривой спроса, а снизу – линией рыночной цены. Чем ниже цена, тем больше величина излишка потребителя.

При покупке трех единиц товара излишек потребителя составит:

$$(140 + 120 + 80) - (80 + 80 + 80) = 100 \text{ ден. ед.}$$

#### Примеры решения типовых задач

2. Представим гипотетическую ситуацию. Вы пришли в магазин за покупками, имея определенное количество денег (350 руб.). В магазине имеется два интересующих вас блага: благо *A* и благо *B*, цены которых соответственно равны 50 и 100 руб.

Таблица

Информация по предпочтениям покупателя

Номер единицы блага	Благо <i>A</i>		Благо <i>B</i>	
	$MU_A$	$MU_A/P_A$	$MU_B$	$MU_B/P_B$
1	5		9	
2	4		6	
3	3		5	
4	2		3	
5	1		1	
6	0,5		0,8	

*Решение.* Рассчитаем отношение предельной полезности к цене для каждого из благ.

Таблица

Отношение предельной полезности к цене для каждого из благ

Номер единицы блага	Благо <i>A</i> ( $P_A = 50$ руб.)		Благо <i>B</i> ( $P_B = 100$ руб.)	
	$MU_A$	$MU_A/P_A$	$MU_B$	$MU_B/P_B$
1	5	0,1	9	0,09
2	4	0,08	6	0,06
3	3	0,06	5	0,05
4	2	0,04	3	0,03
5	1	0,02	1	0,01
6	0,5	0,01	0,8	0,008

Второй закон Г. Госсена гласит, что при максимизации общей полезности отношения предельных полезностей к цене для каждого из благ должны быть равны. Из табл. 9 видно, что данное условие соблюдается при комбинациях: 1)  $3A + 2B$ ; 2)  $6A + 5B$ .

Проверим достаточность располагаемых средств для приобретения каждой из этих комбинаций:

1) необходимый бюджет =  $3 \cdot 50 + 2 \cdot 100 = 350$ ;

2) необходимый бюджет =  $6 \cdot 50 + 5 \cdot 100 = 800$ .

Таким образом, при комбинации  $3A + 2B$  общая полезность от покупки и потребления двух благ окажется максимальной.

3. На перемене студент решает выпить сок и/или съесть 1–2 порции салата. Проанализируйте его бюджетные возможности, если стакан сока стоит 50 руб., порция салата – 100 руб., а денежные средства, которые он готов потратить на еду, ограничиваются 200 руб.

*Решение.* Если студент потратит все деньги на сок, то он сможет приобрести 4 стакана ( $200 : 50 = 4$ ), если же он все деньги потратит на салаты, то сможет максимум купить 2 порции ( $200 : 100 = 2$ ).

Отложим на графике полученные точки и соединим их прямой, получим бюджетную линию. Совокупность потребительских наборов, лежащих левее и ниже данной прямой, будет являть собой бюджетную область рассматриваемого потребителя.

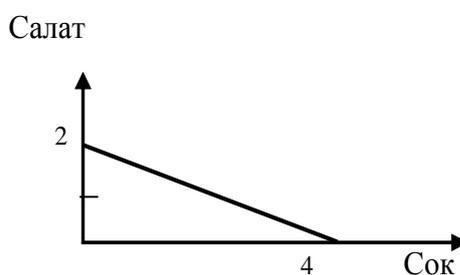


Рис. Бюджетная линия

### Тема 2.3. Производство экономических благ. Издержки и прибыль предприятия

1. Если производственная функция определяется уравнением  $Q = 100 + 12K + 10L$ , то какой вид имеют уравнения предельного продукта капитала и предельного продукта труда?

2. Заполните пустые ячейки табл. 10. На основе имеющихся данных изобразите кривые  $TP_L$ ,  $MP_L$ ,  $AP_L$ . Объясните действие закона убывающей отдачи.

Таблица

Общие, предельные и средние продукты труда

$K$	$L$	$TP_L$	$MP_L$	$AP_L$
10	0	0		
10	1	15		
10	2	40		
10	3	63		
10	4	76		
10	5	85		
10	6	90		
10	7	91		
10	8	88		

3. Заполните пропуски в таблице

Таблица

Общие, предельные и средние продукты труда

Объем применения	Общий выпуск	Предельный	Средний
------------------	--------------	------------	---------

переменного ресурса	продукции	продукт	продукт
3	9	-	?
4	?	30	?
5	140	?	?
6	?	?	25

4. Фирма использует в производстве товара капитал ( $K$ ) и труд ( $L$ ), при этом  $MP_K = 8$ , а  $MP_L = 20$ . Цены единиц факторов производства:  $P_K = 4$ ,  $P_L = 10$ . Является ли оптимальным использование ресурсов фирмой с точки зрения минимизации издержек?

5. В производстве некоего вида товара требуется два фактора: труд и земля. В каких из нижеперечисленных случаев достигается минимизация издержек?

Таблица

Предельные продукты и цены факторов производства

Случай	Предельный продукт земли	Цена земли	Предельный продукт труда	Цена труда
1	6	2	9	3
2	16	8	15	5
3	9	2	8	2
4	20	5	16	4

6. Предположим, что конкурирующая фирма использует 2 фактора в производственном процессе: труд и капитал. Предельный продукт труда составляет 10 ед. продукции, а предельный продукт капитала – 25 ед. Чему будет равна цена ед. капитала, если цена труда равна 5 ден. ед. и предприятие максимизирует прибыль?

7. Предположим, что производительность труда и капитала равны значениям, указанным в табл. 13. Цена единицы продукции, производимой с помощью этих факторов производства, равна 1\$. Цена единицы труда составляет 2\$, цена единицы капитала – 3\$. Определите, каково соотношение труда и капитала, обеспечивающее предприятию: а) минимальные издержки; б) максимальную прибыль?

Таблица

Цены и предельные продукты капитала и труда

$K$	$MP_K$	$MRP_K$	$MRP_K/P_K$	$L$	$MP_L$	$MRP_L$	$MRP_L/P_L$
1	24			1	22		
2	21			2	18		
3	18			3	16		
4	15			4	14		
5	9			5	12		
6	6			6	8		
7	3			7	2		
8	1			8	1		

8. Заполните пустые ячейки табл. 14.

Таблица 14

Определение предельного продукта труда в денежном выражении

Единицы труда	Совокупный продукт	Предельный продукт	Цена, руб.	Совокупный доход	Предельный продукт в денежной форме, руб.
1	10		5		
2	19		5		
3	27		5		

4	34		5		
5	40		5		
6	45		5		
7	49		5		
8	52		5		
9	54		5		
10	55		5		

9. В нижеприведенных примерах  $MRP_L$  и  $MRP_K$  – величины предельных продуктов в денежном выражении труда и капитала, а  $P_L$  и  $P_K$  – цены на них. Определите, соответствуют ли в каждом случае условия для достижения предприятием максимальной прибыли. Если нет, то укажите, какие ресурсы следует использовать в большем или меньшем количестве.

А.  $MRP_L = 8\$$ ;  $P_L = 4\$$ ;  $MRP_K = 8\$$ ;  $P_K = 4\$$ .

Б.  $MRP_L = 10\$$ ;  $P_L = 12\$$ ;  $MRP_K = 14\$$ ;  $P_K = 9\$$ .

В.  $MRP_L = 6\$$ ;  $P_L = 6\$$ ;  $MRP_K = 12\$$ ;  $P_K = 12\$$ .

Г.  $MRP_L = 12\$$ ;  $P_L = 26\$$ ;  $MRP_K = 16\$$ ;  $P_K = 19\$$ .

10. Дана производственная функция:  $Q = 7x_1 + 4x_2 - 3$ . Цена выпускаемой продукции равна 5. Найдите: а) предельный продукт факторов  $x_1$  и  $x_2$ ; б) предельный доход факторов  $x_1$  и  $x_2$ ; в) предельную норму технологического замещения фактора  $x_1$  фактором  $x_2$ .

11. Что собой представляет изокванта? Назовите и поясните свойства изокванты. Каких видов она бывает? Постойте изокванту по следующим данным:  $3x_1 + 5x_2 = 15$ .

12. Объем производства увеличивается. Проследите, как изменяются общие, постоянные, переменные и др. издержки. Что вы понимаете под этими издержками? Заполните таблицу, показав, как рассчитываются все виды издержек.

Таблица

Определение различных видов издержек производства

Выпуск продукции (в шт.) $Q$	Общие издержки $TC$	Общие постоянные издержки $TFC$	Общие переменные издержки $TVC$	Средние общие издержки $ATC$	Средние постоянные издержки $AFC$	Средние переменные издержки $AVC$	Предельные издержки $MC$
0	20						
1	30						
2	50						
3	80						
4	120						
5	170						

13. Заполните пустые ячейки таблицы

Таблица

Определение различных видов издержек производства

$Q$	$FC$	$VC$	$TC$	$AFC$	$AVC$	$ATC$	$MC$
0	60	0					
1	60	45					
2	60	85					
3	60	120					
4	60	150					
5	60	185					
6	60	225					
7	60	270					

8	60	325					
9	60	390					
10	60	465					

А. Изобразите кривые  $FC$ ,  $VC$ ,  $TC$ . Объясните, каким образом закон убывающей отдачи воздействует на форму кривых  $VC$  и  $TC$ .

Б. Изобразите кривые  $AFC$ ,  $AVC$ ,  $ATC$ ,  $MC$ . Объясните, почему кривая  $MC$  пересекает кривые  $ATC$  и  $AVC$  в точках их минимума?

14. В краткосрочном периоде фирма производит 500 ед. продукции. Средние переменные издержки – 20 руб., средние постоянные издержки – 5 руб. Чему будут равны общие издержки?

15. В краткосрочном периоде фирма производит 500 ед. продукции. Средние переменные издержки составляют 2 долл., средние постоянные издержки – 0,5 долл. Чему будут равны общие издержки?

### Примеры решения типовых задач

1. Заполните пропуски в таблице, отражающей зависимость результативности производства от объема используемого труда.

Таблица

Зависимость результативности производства от объема используемого труда

Объем труда, $L$	Объем выпуска, $Q$	Предельный продукт труда, $MP_L$	Средний продукт труда, $AP_L$
1	?	?	1000
2	?	1000	?
3	2790	?	?
4	?	610	?
5	?	?	770

*Решение.* Предельный продукт труда, или предельная производительность труда – это количество экономического блага, произведенное при использовании дополнительной единицы труда. Его величина определяется по формуле  $MP_L = \Delta Q / \Delta L$ .

Если известен  $MP_L$ , то  $\Delta Q = MP_L \cdot \Delta L$ , а  $Q_1 = Q_0 + \Delta Q$ .

Средний продукт, или средняя производительность, труда – это количество экономического блага, приходящееся на единицу труда. Его величина определяется по формуле  $AP_L = Q / L$ .

Если известен  $AP_L$ , то  $Q = AP_L \cdot L$ .

Сделаем необходимые расчёты и заполним пропуски в табл.

Таблица

Зависимость результативности производства от объема используемого труда

Количество труда, $L$	Объем выпуска, $Q$	Предельный продукт труда, $MP_L$	Средний продукт труда, $AP_L$
1	1000	-	1000
2	2000	1000	1000
3	2790	790	930
4	3400	610	850
5	3850	450	770

2. Производственные функции фирм  $A$  и  $B$  заданы соответствующими уравнениями:  $Q_A = 7K^2 + 8L^2 - 5KL$  и  $Q_B = 2KL^2 + 400$ , где  $K$  – количество единиц оборудования;  $L$  – количество труда рассматриваемых фирм. У какой фирмы предельная производи-

тельность труда выше, если на обоих производствах используется 5 ед. оборудования и 10 ед. труда?

*Решение.* Предельная производительность труда по фирме *A*:

$$MP_L = Q_A'(L) = 16L - 5K. \text{ При } L = 10 \text{ ед., } K = 5 \text{ ед.: } MP_L = 16 \cdot 10 - 5 \cdot 5 = 185.$$

Предельная производительность труда по фирме *B*:

$$MP_L = Q_B'(L) = 4KL. \text{ При } L = 10 \text{ ед., } K = 5 \text{ ед.: } MP_L = 4 \cdot 5 \cdot 10 = 200.$$

Таким образом, у фирмы *B* предельная производительность труда выше.

Задача 3. Вы создали собственную фирму. По окончании года, по расчетам бухгалтера, прибыль составила 8 млн руб. Насколько прибыльным оказался ваш бизнес, с вашей точки зрения, принимая во внимание тот факт, что вам пришлось оставить работу, которая приносила ежегодный доход в 3 млн руб. Кроме того, для создания фирмы вы вложили собственные денежные средства в размере 10 млн руб. Ставка процента составляет 20 % годовых. Будете ли вы иметь экономическую прибыль и чему она будет равна?

*Решение.* Экономическая прибыль = бухгалтерская прибыль – внутренние (неявные) издержки.

$$\text{Внутренние (неявные) издержки} = 3 + 10 \cdot 0,2 = 5 \text{ млн руб.}$$

$$\text{Экономическая прибыль} = 8 - 5 = 3 \text{ млн руб.}$$

Задача 4. Задана зависимость валовых издержек предприятия (*TC*) от выпуска продукции (*Q*).

Таблица

Зависимость валовых издержек предприятия от выпуска продукции

Выпуск продукции	0	1	2	3	4	5	6
Валовые издержки	60	100	130	155	190	245	335

Рассчитайте: постоянные (*FC*), переменные (*VC*), предельные (*MC*), средние общие (*ATC*), средние постоянные (*AFC*), средние переменные (*AVC*) издержки.

*Решение.* Постоянные издержки (*FC*) – это издержки, величина которых не изменяется при изменении объема производства.  $FC = TC$  при  $Q = 0$ .

Переменные издержки (*VC*) – это издержки, величина которых изменяется при изменении объема производства.  $VC = TC - FC$ .

Средние издержки (*ATC*) – это издержки на производство единицы экономического блага.  $ATC = TC/Q$ .

$$\text{Средние постоянные издержки: } AFC = FC/Q.$$

$$\text{Средние переменные издержки: } AVC = VC/Q.$$

Предельные издержки (*MC*) – это издержки, связанные с производством дополнительной единицы продукции.  $MC = \Delta TC / \Delta Q$ .

Сделаем необходимые расчёты и запишем все данные в табл.

Таблица

Определение издержек производства

<i>Q</i>	<i>TC</i>	<i>FC</i>	<i>VC</i>	<i>MC</i>	<i>ATC</i>	<i>AFC</i>	<i>AVC</i>
0	60	60	0	–	–	–	–
1	100	60	40	40	100,0	60	40,0
2	130	60	70	30	65,0	30	35,0
3	155	60	95	25	51,7	20	31,7
4	190	60	130	45	47,5	15	32,5
5	245	60	185	55	49,0	12	37,0
6	335	60	275	90	55,8	10	45,8

Задача 5. Предприятие находится в условиях совершенной конкуренции. Цена продукции, создаваемой фирмой, установилась на уровне 10 руб. Зависимость валовых издержек от выпуска продукции представлена в таблице. Какой объем производства выберет предприятие, максимизирующее прибыль?

Таблица

Выпуск продукции	10	11	12	13	14	15
Валовые издержки	80	86	93	102	112	125

Решение. Конкурентное предприятие постоянно старается пребывать в состоянии равновесия, которому соответствует оптимальный объем производства, обеспечивающий максимальную экономическую прибыль или минимальные убытки. Экономическая прибыль (убытки) =  $TR - TC$ . Если  $TR > TC$ , то главной целью предприятия является максимизация экономической прибыли, если  $TR < TC$ , то минимизация убытков.

Условием равновесия предприятия является равенство предельных издержек и предельного дохода, т. е.  $MC = MR$ . В условиях совершенной конкуренции  $MR = P$ . Поэтому для решения задачи будем учитывать условие:  $P = MR$ .

Определим предельные издержки по формуле  $MC = \Delta TC / \Delta Q$ , где  $Q$  – объем выпуска,  $TC$  – валовые издержки. Запишем полученные данные в таблице

Таблица

Выпуск продукции	10	11	12	13	14	15
Предельные издержки	–	6	7	9	10	12

Таким образом, объем производства, который выберет предприятие, максимизирующее прибыль, равен 14 ед., так как при данном объеме достигается равенство цены продукции и предельных издержек.

## Тема 2.4. Поведение предприятия в условиях совершенной и несовершенной конкуренции

### Предприятие в условиях совершенной конкуренции

1. Предприятие находится в условиях совершенной конкуренции. Цена установилась на уровне 10 руб. Зависимость общих затрат от выпуска продукции представлена в таблице

Таблица

$Q$	$TC$
10	80
11	86
12	93
13	102
14	113
15	125

Какой объем производства выберет это предприятие, если оно максимизирует прибыль?

2. Заполните пустые ячейки таблицы. Определите:

а) какой объем производства обеспечивает конкурентному предприятию максимальную экономическую прибыль;

б) не обнаруживает ли динамика экономических показателей развития данного предприятия действие закона убывающей отдачи;

в) при каком соотношении  $MR$  и  $MC$  данное предприятие примет решение о прекращении наращивания объемов производства.

Таблица  
Определение оптимального объема производства

$Q$	$P$	$TR$	$TC$	$TR - TC$	$MR$	$MC$
0	40		50			
1	40		100			
2	40		128			
3	40		148			
4	40		162			
5	40		180			
6	40		200			
7	40		222			
8	40		260			
9	40		305			
10	40		360			
11	40		425			

3. Кривая долгосрочных средних общих издержек фирмы ( $LATC$ ), функционирующей в некоторой отрасли, имеет следующий вид:

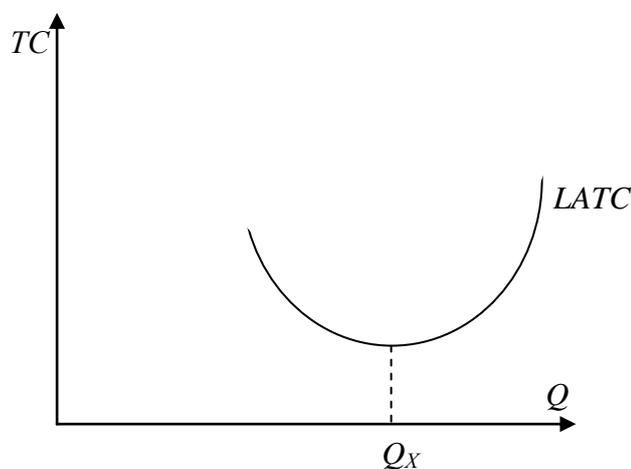


Рис. Кривая долгосрочных средних общих издержек фирмы

и задана функцией  $LATC = Q^2 - 4Q + 14$ , где  $Q$  – количество продукции. Каждая единица продукции в краткосрочном периоде реализуется по цене 20 ден. ед.

*Задание 1. Выберите из предложенных ниже вариантов один правильный ответ и вставьте в предложение.*

Фирмы, работающие на таком рынке, функционируют в условиях \_\_\_\_\_.

Варианты: совершенной конкуренции; монополистической конкуренции; олигополии; монополии.

*Задание 2. Выберите из предложенных ниже вариантов не менее двух правильных ответов и вставьте в предложение.*

Форма кривой долгосрочных средневаловых издержек определяется \_\_\_\_\_ и до точки  $Q_x$  иллюстрирует действие \_\_\_\_\_.

Варианты: эффекта масштаба производства; отрицательного эффекта масштаба производства; закона убывающей отдачи; положительного эффекта масштаба производства.

*Задание 3. Решите задачу.*

Цена в долгосрочном периоде установится на уровне \_\_\_\_\_ ден. ед.

4. Фирма, функционирующая на рынке совершенной конкуренции, выпекает 4 млн буханок хлеба в месяц. Если средние переменные издержки составляют 2,5 руб., а средние постоянные издержки – 0,5 руб., то какую прибыль фирма получит за месяц при цене 3,5 руб. за буханку?

### **Предприятие в условиях несовершенной конкуренции**

5. Функция спроса монополиста имеет вид  $P = 40 - 4Q$ , а функция совокупных издержек  $TC = 5Q^2 + 4Q + 750$ . Определите объем производства (в тыс. ед.) фирмы в условиях краткосрочного равновесия.

6. Спрос на продукцию монополизированной отрасли описывается функцией  $Q = 200 - P$ , а восходящий отрезок кривой предельных издержек выражен функцией  $MC = 5Q - 10$ . При какой цене монополист обеспечит себе максимальную экономическую прибыль?

7. Функция рыночного спроса имеет вид  $P = 42 - Q$ , а функция совокупных издержек фирмы  $TC = Q^2 + 2Q + 35$ . Определите оптимальный объем производства и цену в условиях совершенной конкуренции и чистой монополии.

8. Предприятие-монополист, у которого постоянные издержки равны 7500 тыс. руб., запланировало на следующий год следующие показатели:

Таблица

Показатели предприятия-монополиста

$P$ , руб./шт.	400	375	350	325	300
$Q$ , тыс. шт.	40	50	70	95	105
$TC$ , тыс. руб.	17500	19700	22800	26000	28000

Определите наиболее выгодные для предприятия  $P$  и  $Q$  с помощью двух методов: сопоставление  $TR$  и  $TC$ , сопоставление  $MR$  и  $MC$ . Дайте графическую иллюстрацию полученным результатам.

9. Функция спроса на продукцию монополиста имеет вид  $P = 14 - 5Q$ , а функция совокупных издержек –  $TC = 2Q^2 + 80$ . Определите коэффициент рыночной власти данной фирмы.

10. Среди участников отраслевого рынка представлены 4 компании, которые занимают следующие доли: 10, 20, 32 и 38 %. Определите индекс концентрации данной отрасли.

### *Примеры решения типовых задач*

1. Если общие издержки производства описаны в таблице, то какой объем производства выберет фирма в условиях совершенной конкуренции при сложившейся цене одной ед. в 60 руб. и размере постоянных издержек 60 руб.?

Таблица

Зависимость общих затрат от выпуска продукции

$Q$	1	2	3	4	5	6
$TC$	100	130	170	222	281	351

*Решение.* Заполним таблицу данными о предельных издержках, рассчитав их по формуле  $MC = \Delta TC / \Delta Q$ .

Таблица

Зависимость общих и предельных затрат от выпуска продукции

$Q$	1	2	3	4	5	6
-----	---	---	---	---	---	---

<i>TC</i>	100	130	170	222	281	351
<i>MC</i>	40	30	40	52	59	70

Фирма – совершенный конкурент – выберет такой объем производства, при котором предельные издержки не превышают цену (равны или чуть ниже ее уровня). Отсюда находим объем производства: он равен 5 ед. Выручка составит 300 руб. = 5 ед. · 60 руб., а затраты 281 руб. Отсюда прибыль равна 19 руб.

2. На рынке в условиях совершенной конкуренции действуют 10 фирм, общие издержки которых описываются одинаковой функцией  $TC = Q^2 - 10Q + 35$ . Рыночный спрос задан функцией  $Q = 110 - P$ . Найти равновесную цену ( $P^*$ ) и объем производства ( $Q^*$ ) для каждой из этих фирм.

*Решение.* Определим предельные издержки как первую производную общих издержек:  $MC = 2Q - 10$ . Учитывая, что  $MC = P$ , рассчитаем индивидуальное предложение каждой из фирм:  $P = 2Q - 10$ ;  $Q = 0,5P + 5$ . Рыночное предложение:  $Q = 10(0,5P + 5) = 5P + 50$ . Условием равновесия является равенство спроса и предложения:  $110 - P = 5P + 50$ ;  $P^* = 10$ ;  $Q^* = 100$ ; объем производства отдельной фирмы  $Q = 100/10 = 10$ .

3. Функция спроса монополиста имеет вид  $P = 50 - 10Q$ , а функция совокупных издержек  $TC = 5Q^2 + 20Q + 5$ . Определите объем производства, обеспечивающий фирме максимальную прибыль.

*Решение.* Поскольку условием максимизации прибыли является равенство предельных издержек и предельных доходов, определим их величину и приравняем друг к другу.

Предельные издержки выводятся из функции совокупных издержек:  $MC = TC'(Q) = 10Q + 20$ .

Предельные доходы выводятся из функции совокупных доходов и функции спроса:  $TR = P \cdot Q = (50 - 10Q)Q = 50Q - 10Q^2$ ;  $MR = TR'(Q) = 50 - 20Q$ .

Приравняем полученные функции предельных издержек и предельных доходов и определим величину оптимального объема производства:  $10Q + 20 = 50 - 20Q$ ;  $30Q = 30$ ;  $Q^* = 1$  тыс. ед.

Оптимальная цена выводится из функции спроса:

$$P = 50 - 10Q = 50 - 10 \cdot 1; P^* = 40 \text{ руб.}$$

4. Функция спроса монополиста имеет вид  $P = 5000 - 17Q$ , функция совокупных издержек –  $TC = 75000 + 200Q - 17Q^2 + Q^3$ . Определить: объем производства, обеспечивающий фирме максимальную прибыль; оптимальную рыночную цену; величину совокупной прибыли.

*Решение.* Условием максимизации прибыли является  $MC = MR$ . Найдем  $MC$  и  $MR$  из данных уравнений:

$$1. TR = PQ = (5000 - 17Q)Q = 5000Q - 17Q^2.$$

$$MR = (TR)' = dTR/dQ = 5000 - 34Q.$$

$$2. MC = (TC)' = dTC/dQ = 200 - 34Q + 3Q^2.$$

$$3. MC = MR; 200 - 34Q + 3Q^2 = 5000 - 34Q; 3Q^2 = 4800; Q^* = 40.$$

Оптимальный объем производства равен 40. Оптимальная рыночная цена находится путем подстановки оптимального объема производства ( $Q^*$ ) в функцию спроса:  $P = 5000 - 17Q$ ;  $P = 5000 - 17 \cdot 40 = 4320$  руб.

Совокупная прибыль может быть найдена как разница между  $TC$  и  $TR$  при  $Q^* = 40$ . Прибыль =  $TR - TC = 52000$  руб.

2. На рынке кондитерских изделий России конкурируют российские и зарубежные производители. Доля рынка представлена в таблице.

Таблица

Российские и зарубежные производители на рынке  
кондитерских изделий России

Компания	Доля рынка по стоимости, в %
<i>Nestle</i>	25,2

Объединенные кондитеры, в т. ч.	18,0
кондитерский концерн «Бабаевский»	8,4
фабрика «Красный октябрь»	6,0
фабрика «Рот Фронт»	3,6
<i>Kraft Foods</i>	12,9
<i>Mars</i>	11,2

Среди участников рынка шоколадной продукции важное место занимает кондитерский холдинг «Объединенные кондитеры», созданный в 2005 году. Индекс концентрации крупнейших иностранных корпораций, производящих кондитерские изделия, на российском рынке составляет более \_\_\_\_\_ %. (Ответ запишите с точностью до десятых).

*Решение.* Степень концентрации (индекс) рассчитывается как сумма рыночных долей крупнейших продавцов, действующих на рынке данного товара:  $I = \sum S_i$ , где  $S$  – рыночная доля производства (продаж) каждого предприятия отрасли. Из табл. 29 видно, что *Nestle*, *Kraft Foods*, *Mars* производят более 10 % каждая. Их суммарная доля составит:  $I = 25,2 + 12,9 + 11,2 = 49,3$ .

### Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ

#### Тема 3.1. Национальная экономика: цели и результаты развития

##### *Система национальных счетов и её показатели*

1. При производстве автомобилей на сумму 3,5 млн руб. фирма использовала полуфабрикаты на сумму 1 млн руб., выплатила рабочим заработную плату в размере 2 млн руб. Кроме того, она зачислила в амортизационный фонд 300 тыс. руб. Чему равна добавленная стоимость?

2. Производство одного трикотажного изделия проходит несколько этапов и на каждом этапе имеет свою стоимость: 1) овцеводческая ферма – 50 ден. ед.; 2) шерстеперерабатывающая фабрика – 100 ден. ед.; 3) трикотажное ателье – 200 ден. ед.; 4) предприятие оптовой торговли – 250 ден. ед.; 5) предприятие розничной торговли – 350 ден. ед. Найдите: стоимость конечного продукта, суммарную добавленную стоимость, величину исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП.

3. Предположим, что продажные цены материалов и продукции для производства шерстяного костюма составили: шерсть – 60 ден. ед., шерстяная ткань – 100 ден. ед., костюм (цена производителя) – 125 ден. ед., костюм (оптовая цена) – 175 ден. ед., костюм (розничная цена) – 250 ден. ед. Найдите: стоимость конечного продукта, суммарную добавленную стоимость, величину исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП.

4. На основании имеющихся статей расходов и доходов страны определите валовой национальный продукт по расходам, чистый национальный продукт, национальный доход, личный доход.

Показатели	Значения, млрд руб.
1. Государственные закупки товаров и услуг	70
2. Конечное потребление населения	220
3. Доходы от собственности	30
4. Чистый экспорт	34
5. Амортизационные отчисления	25
6. Дивиденды	10
7. Заработная плата наемных работников	200
8. Косвенные налоги на бизнес	15
9. Чистые внутренние инвестиции	28

10. Трансфертные выплаты	10
11. Налоги на доходы корпораций	28
12. Проценты на вложенный капитал	12
13. Прибыли корпораций	60
14. Рента	15

5. Определите личный располагаемый доход при наличии следующих данных (в ден. ед.): национальный доход – 3000, взносы на социальные нужды – 400, налоги на прибыль корпораций – 140, нераспределенная прибыль – 60, трансфертные платежи – 180, дивиденды – 40, подоходный налог – 20, налог на имущество физических лиц – 15.

6. Определите ВВП исходя из следующих данных (в ден. ед.): личные потребительские расходы – 300, зарплата наемных работников – 220, амортизация – 20, чистый экспорт – 15, прибыли корпораций – 55, госзакупки товаров и услуг – 60, чистые инвестиции – 28.

7. Определите чистый валовой продукт исходя из следующих данных (в ден. ед.): зарплата наемных работников – 300, арендная плата – 10, процент – 20, доход от собственности – 200, прибыль корпораций – 70, косвенные налоги – 16, амортизация – 13.

8. Известны следующие данные (в ден. ед.): ВВП – 5000, потребительские расходы – 3200, государственные расходы – 900, экспорт – 350, чистый экспорт – 80, амортизация – 150, косвенные налоги – 150. Найти: валовые инвестиции, величину импорта, чистый национальный продукт, национальный доход.

9. Известны следующие данные (в ден. ед.): государственные закупки – 57, личные потребительские расходы – 1810, экспорт – 367, импорт – 338, валовые инвестиции – 437, амортизация – 307, зарплата – 1442, рента – 33, процент на капитал – 201, косвенные налоги – 275, чистый факторный доход – 25. Найти валовой национальный продукт (ВНП).

10. Определите чистый национальный продукт (ЧНП) исходя из следующих данных: личные потребительские расходы – 255, зарплата наемных работников – 230, амортизация – 22, чистый экспорт – 5, прибыли корпораций – 56, госзакупки товаров и услуг – 70, чистые инвестиции – 38, трансферты – 15, чистый факторный доход – 3.

11. Известны следующие данные (в ден. ед.): государственные расходы – 70; потребительские расходы – 200; экспорт – 40; импорт – 30; валовые инвестиции – 100; амортизация – 30; зарплата – 170; рента – 50; процент на капитал – 80; косвенные налоги – 40; чистый факторный доход – 10. Найти чистый национальный продукт (ЧНП).

12. ВВП страны равен 4000 ден. ед., потребление – 2500, инвестиции – 400, государственные расходы – 1200, экспорт – 200. Чему равна величина импорта?

13. ВВП страны равен 5000 ден. ед., потребительские расходы – 3200, государственные расходы – 900, чистый экспорт – 80. Рассчитайте величину валовых инвестиций.

#### Индексы цен

14. Если номинальный ВВП страны за 2010 год составил 5 млрд ден. ед., а дефлятор ВВП в 2010 году равен 1,05, то реальный ВВП составил \_\_\_\_\_ млрд ден. ед.

15. Если номинальный ВВП страны за 2010 год равен 64 млрд ден. ед., а темп инфляции в 2010 году – 28 %, то реальный ВВП составил \_\_\_\_\_ млрд ден. ед.

16. В 1990 году номинальный ВВП составил 300 млрд долл. Через год дефлятор ВВП увеличился в 1,2 раза, а реальный ВВП вырос на 10 %. Определите номинальный ВВП в 1991 году, если 1990 год – базовый.

17. Предположим, что номинальный ВВП увеличился с 500 до 600 млрд долл., а дефлятор ВВП – со 125 до 150 %. Чему равна величина реального ВВП?

18. Допустим, что в экономике производится и потребляется три товара. Определите индекс потребительских цен в 2006 году, если 2005 год – базисный.

Товар	2005 год		2006 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
А	1500	4	1200	8

Б	1200	6	0	10
В	1200	10	1500	6

19. В экономике производятся только три товара: груши, гитары и гетры. Рассчитайте реальный ВВП и дефлятор ВВП в 2003 году, приняв за базовый 2002 год.

Товар	2002 год		2003 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
Груши	3	20	3	25
Гитары	35	6	40	5
Гетры	14	10	15	8

20. В стране производится только два товара: чай и кофе. Подсчитайте индекс Фишера 2003 года, приняв за базовый 2002 год.

Товар	2002 год		2003 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
Чай	1100	9	1000	6
Кофе	1200	4	1500	10

21. Рассчитайте дефлятор ВВП, если были произведены огурцы, помидоры и кабачки в количестве 100, 75 и 50 т соответственно и проданы по цене 100, 150 и 75 ден. ед. за 1 кг. В предыдущем году цены были: 60, 90 и 80 ден. ед. за 1 кг соответственно.

### Межотраслевой баланс

22. Пусть по экономике страны, которая состоит только из трех отраслей, для отчетного года построен межотраслевой баланс и рассчитаны коэффициенты прямых затрат. Определить конечный спрос на продукцию трех отраслей.

Отрасль экономики	Коэффициенты прямых затрат продукции $i$ -й отрасли на единицу продукции $j$ -й отрасли ( $a_{ij}$ )			Конечный спрос ( $y_{ij}$ )	Выпуск ( $x_{ij}$ )
	отрасль 1	отрасль 2	отрасль 3		
1	$a_{11}=0,250$	$a_{12}=0,400$	$a_{13}=0,083$	$y_1 = ?$	$x_1 = 140$
2	$a_{21}=0,140$	$a_{22}=0,120$	$a_{23}=0,100$	$y_2 = ?$	$x_2 = 110$
3	$a_{31}=0,800$	$a_{32}=0,600$	$a_{33}=0,133$	$y_3 = ?$	$x_3 = 420$

23. Пусть по экономике страны, которая состоит только из двух отраслей, для отчетного года построен межотраслевой баланс и рассчитаны коэффициенты прямых затрат. Определить конечный спрос на продукцию двух отраслей.

Отрасль экономики	Коэффициенты прямых затрат продукции $i$ -й отрасли на единицу продукции $j$ -й отрасли ( $a_{ij}$ )		Конечный спрос ( $y_{ij}$ )	Выпуск ( $x_{ij}$ )
	отрасль 1	отрасль 2		
1	$a_{11}=0,2$	$a_{12}=0,3$	$y_1 = ?$	$x_1 = 476$
2	$a_{21}=0,5$	$a_{22}=0,5$	$y_2 = ?$	$x_2 = 836$

24. В экономике, состоящей из трех отраслей, технология производства характеризуется коэффициентами прямых затрат  $a_{ij}$ , представленными в таблице. При полном использовании производственных мощностей отрасль I может произвести 717,51; отрасль II – 1338,98; отрасль III – 1389,83 ед. продукции. Каков должен быть спрос на конечную продукцию этих отраслей, чтобы их производственные мощности использовались полностью?

Отрасль	I	II	III
I	0,1	0,2	0,2
II	0,3	0,2	0,4
III	0,3	0,4	0,1

### Примеры решения типовых задач

1. Предположим, что имеется четырехстадийное производство, конечный продукт которого – 1 кг хлеба: 1-я стадия – агропитомник продает агрофирме выращенные семена пшеницы и удобрения для производства зерна за 10 ден. ед.; 2-я стадия – агрофирма производит зерно, затрачивая при этом 60 ден. ед., и продает его за 70 ден. ед.; 3-я стадия – мельница покупает у агрофирмы зерно, производит муку, затратив 30 ден. ед., и продает ее пекарне за 100 ден. ед.; 4-я стадия – пекарня выпекает хлеб, прибавив к стоимости муки 50 ден. ед., и продает его магазину за 150 ден. ед. Магазин, в свою очередь, продает 1 кг хлеба населению за 170 ден. ед. Найдите: стоимость конечного продукта, суммарную добавленную стоимость, величину исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП.

*Решение.* В качестве конечного продукта в данном случае выступает 1 кг хлеба, который приобретают потребители и используют его по назначению – употребляют в пищу. Его стоимость – 170 ден. ед.

Суммарная добавленная стоимость равна стоимости конечного продукта. Порядок её формирования представлен ниже.

Стадия производства и реализации продукции	Стоимость продукции или сырья, ден. ед.	Добавленная стоимость, ден. ед.
1. Выращивание семян пшеницы и производство удобрений	10	$10 - 0 = 10$
2. Производство зерна	70	$70 - 10 = 60$
3. Помол муки	100	$100 - 70 = 30$
4. Выпекание хлеба и оптовая продажа	150	$150 - 100 = 50$
5. Розничная продажа	170	$170 - 150 = 20$
Всего	500	170

Величина исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП равна сумме стоимостей промежуточной продукции – продукции, по отношению к которой цикл производства не завершён или она подлежит перепродаже:  $10 + 70 + 100 + + 150 = 330$  ден. ед.

2. Дано (в млрд руб.): личные потребительские расходы – 245; трансфертные платежи – 12; арендная плата – 14; амортизация – 27; взносы на социальные нужды – 20; проценты – 13; доход от собственности – 31; дивиденды – 16; чистый экспорт – 3; заработная плата наемных работников – 221; косвенные налоги на бизнес – 18; индивидуальные налоги – 26; нераспределенная прибыль корпораций – 21; прибыль корпораций – 56; налог на прибыль корпораций – 13; чистые инвестиции – 33; государственные закупки товаров и услуг – 72; чистый факторный доход – 4. Необходимо рассчитать: ВВП (по расходам и по доходам), ВНП, ЧНП, НД, ЛД, ЛРД.

*Решение.* Вначале рассчитаем ВВП с использованием метода по расходам по следующей формуле:

$$GIP = C + I_g + G + X_n,$$

где  $C$  – личные потребительские расходы (потребление), ден. ед.;

$I_g$  – валовые инвестиции в экономику (инвестиции-брутто), ден. ед.;  $I_g = I_n + I_r$ ;

$I_n$  – чистые инвестиции (инвестиции-нетто), ден. ед.;

$I_r$  – инвестиции замещения (направляются на обновление устаревших и изношенных основных фондов; финансируются за счёт амортизационных отчислений:  $I_r = D$ ), ден. ед.;

$D$  – амортизационные отчисления (амортизация), ден. ед.;

$G$  – государственные закупки товаров и услуг и др., ден. ед.;

$X_n$  – чистый экспорт, ден. ед.;  $X_n = X - Z$ ;

$X$  – экспорт, ден. ед.;

$Z$  – импорт, ден. ед.

Итак,  $GIP = 245 + (33 + 27) + 72 + 3 = 380$  млрд руб.

Рассчитаем ВВП с использованием метода по доходам по следующей формуле:

$$GIP = W + R + r + P + D + T_{ind},$$

где  $W$  – заработная плата наемных работников и надбавки к ней, ден. ед.;

$R$  – рентные доходы, получаемые домохозяйствами в результате сдачи в аренду имущества (арендная плата), ден. ед.;

$r$  – процент на ссудный капитал, ден. ед.;

$P$  – доходы от собственности и прибыль корпораций, ден. ед.;

$D$  – амортизационные отчисления, ден. ед.;

$T_{ind}$  – косвенные налоги (налог на добавленную стоимость, акцизы, таможенные пошлины), ден. ед.

$GIP = 221 + 14 + 13 + (31 + 56) + 27 + 18 = 380$  млрд руб.

Валовой национальный продукт (ВНП) определяется по формуле

$$GNP = GIP + NFP,$$

где  $NFP$  – чистый факторный доход, ден. ед.

$GNP = 380 + 4 = 384$  млрд руб.

Чистый национальный продукт (ЧНП) определяется по формуле

$$NNP = GNP - D,$$

$NNP = 384 - 27 = 357$  млрд руб.

Национальный доход (НД) определяется по формуле

$$NI = NNP - T_{ind},$$

$NI = 357 - 18 = 339$  млрд руб.

Личный доход (ЛД,  $PI$ ) рассчитывается следующим образом:

ЛД = национальный доход – взносы на социальные нужды – налог на прибыль корпораций – нераспределенная прибыль корпораций + дивиденды + трансфертные платежи.

$PI = 339 - 20 - 13 - 21 + 16 + 12 = 313$  млрд руб.

Личный располагаемый доход (ЛРД,  $DI$ ) рассчитывается следующим образом:

ЛРД = ЛД – индивидуальные налоги (подходный налог с физических лиц, налог на имущество физических лиц).

$DI = 313 - 26 = 287$  млрд руб.

3. Допустим, что в экономике производится и потребляется три товара. Определите индекс Фишера в 2006 году, если 2005 год – базисный.

Товар	2005 год		2006 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
А	2000	10	1100	11
Б	1500	2	1200	10
В	1200	10	1500	6

*Решение.* Индекс Фишера – индекс, представляющий собой среднегеометрическое значение из индексов Ласпейреса и Пааше:  $I_F = \sqrt{I_L \cdot I_P}$ .

Индекс Ласпейреса – индекс, где в качестве весов представлен неизменный набор благ (потребительская корзина), определяется по формуле

$$I_L = \frac{\sum(p^i_1 \cdot q^i_0)}{\sum(p^i_0 \cdot q^i_0)},$$

где  $q^i_0$  – количество блага  $i$ -го вида в базисном году;

$p^i_0$  – цена блага  $i$ -го вида в базисном году;

$p^i_1$  – цена блага  $i$ -го вида в текущем году.

$I_L = (11 \cdot 2000 + 10 \cdot 1500 + 6 \cdot 1200) / (10 \cdot 2000 + 2 \cdot 1500 + 10 \cdot 1200) = 1,263$ , или 126,3 %.

Индекс Пааше – индекс цен, где в качестве весов берутся количества благ, созданных в текущем году (изменяющийся набор благ), определяется по формуле

$$I_P = \frac{\sum(p^i_1 \cdot q^i_1)}{\sum(p^i_0 \cdot q^i_1)},$$

где  $q^i_1$  – количество блага  $i$ -го вида в текущем году.

$I_P = (11 \cdot 1100 + 10 \cdot 1200 + 6 \cdot 1500) / (10 \cdot 1100 + 2 \cdot 1200 + 10 \cdot 1500) = 1,165$ , или 116,5 %.

$I_F = \sqrt{1,263 \cdot 1,165} = 1,213$ , или 121,3 %.

4. Пусть по экономике страны, которая состоит только из двух отраслей, для отчетного года построен межотраслевой баланс и рассчитаны коэффициенты прямых затрат. Определить конечный спрос на продукцию двух отраслей.

Отрасль экономики	Коэффициенты прямых затрат продукции $i$ -й отрасли на единицу продукции $j$ -й отрасли ( $a_{ij}$ )		Конечный спрос ( $y_i$ )	Выпуск ( $x_i$ )
	отрасль 1	отрасль 2		
1	$a_{11}=0,2$	$a_{12}=0,3$	$y_1 = ?$	$x_1 = 440$
2	$a_{21}=0,5$	$a_{22}=0,5$	$y_2 = ?$	$x_2 = 840$

*Решение.* Межотраслевой баланс, построенный с использованием модели «затраты – выпуск», характеризуется следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + y_1 \\ x_2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + y_2, \end{cases}$$

где  $x_i$  – количество продукции  $i$ -й отрасли, ед.;

$y_i$  – количество конечной продукции  $i$ -й отрасли, ед.

Отсюда  $y_1 = x_1 - a_{11} \cdot x_1 - a_{12} \cdot x_2$ ,

$y_2 = x_2 - a_{21} \cdot x_1 - a_{22} \cdot x_2$ .

Итак,  $y_1 = 440 - 0,2 \cdot 440 - 0,3 \cdot 840 = 100$  ед.;

$y_2 = 840 - 0,5 \cdot 440 - 0,5 \cdot 840 = 200$  ед.

### Тема 3.2. Макроэкономическое равновесие и макроэкономическая динамика

#### Модель AD-AS

1. В классической интерпретации модели AD-AS потенциальный ВВП равен 1200. В базисном году прямая совокупного спроса описывалась функцией:  $Y = 1800 - 3P$ , в текущем году:  $Y = 1500 - 3P$ , где  $P$  – уровень цен, %. На сколько изменился уровень цен в текущем году по сравнению с базисным при учёте эффекта храповика.

2. В кейнсианской интерпретации модели AD-AS уровень цен зафиксирован на уровне 130 %. В базисном году прямая совокупного спроса описывалась функцией:  $Y = 1400 - 2P$ , в текущем году:  $Y = 1600 - 2P$ . Как поменялся фактический ВВП в текущем году по сравнению с базисным? Решите задачу аналитическим и графическим методами.

3. Совокупное предложение характеризуется данными, представленными ниже.

Уровень цен	250	225	200	175	150	125	125	125
Реальный ВВП	2000	2000	1900	1700	1400	1000	500	0

Совокупный спрос представлен тремя вариантами.

Уровень цен		250	225	200	175	150	125	100
Реальный ВВП	I	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000
	II	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500
	III	400	500	600	700	800	900	1000

Постройте график совокупного предложения и графики совокупного спроса, соответствующие трем вариантам. Определите равновесный объем ВВП и равновесный уровень цен для каждого из трех вариантов. Дайте их характеристику.

### Модель Кейнса

4. Если при увеличении личного располагаемого дохода с 400 до 800 млн руб. сбережения домохозяйств увеличились с 40 до 160 млн руб., то на сколько процентов увеличилась средняя склонность к сбережению?

5. Линейные уравнения для графиков потребления и сбережения имеют следующую общую форму:  $C = a + b \cdot Y$ ,  $S = -a + (1 - b) Y$ .

А. Постройте графики потребления и сбережений, используя данные таблицы:

Y, ден. ед.	0	100	200	300	400
C, ден. ед.	80	140	200	260	320

Б. Составьте уравнение потребления и сбережений. Определите равновесный уровень национального дохода для условий односекторной экономики.

В. Предположим, что объем сбережений при данном уровне Y падает на 20 ден. ед., а величины b, (1 - b) остаются неизменными. Составьте уравнение потребления и сбережений с новыми числовыми значениями и найдите фактор, который мог бы вызвать это изменение. Определите новый равновесный уровень национального дохода.

Г. Определите мультипликатор личных потребительских расходов.

6. Функция потребления имеет вид:  $C = 100 + 0,8Y$ .

а) рассчитайте потребительские расходы (потребление) и сбережения при данных значениях дохода:

Доход	Потребление	Сбережение
600		
800		
1000		
1200		
1400		

б) постройте графики потребления и сбережений;

в) определите предельную склонность к потреблению и предельную склонность к сбережению;

г) определите равновесный уровень национального дохода;

д) рассчитайте мультипликатор личных потребительских расходов.

7. Увеличение национального дохода на 10 млрд долл. произошло в результате первоначальных инвестиций некой величины. Если MPS равна 0,2, то каков был размер этих первоначальных инвестиций?

8. В базовом году ВВП составил 2400 ден. ед., в текущем году – 2200 ден. ед. Снижение ВВП связано с уменьшением инвестиций на 40 ден. ед. при неизменности прочих компонентов совокупных расходов. Чему равна предельная склонность к сбережению?

9. Если функция сбережений описывается формулой:  $S = -30 + 0,1Y$ , а автономные инвестиции равны 125 ден. ед., то каков будет равновесный уровень национального дохода в условиях двухсекторной экономики?

10. В экономике страны функция инвестиций определяется уравнением:  $I = 40 + 0,4Y$ , а функция сбережений – уравнением:  $S = -20 + 0,6Y$ . Определите равновесный уровень национального дохода.

11. Инвестиционный спрос в стране описывается функцией:  $I = 1000 - 5000r$ , где  $r$  измеряется в дол. ед. Функция потребления имеет вид:  $C = 100 + 0,7Y$ . Процентная ставка равна 10 %. Найти: а) объем инвестиций; б) равновесный уровень национального дохода.

12. Если реальный ВВП увеличился с 466 до 490 млрд ден. ед., расходы домашних хозяйств возросли на 10 млрд ден. ед. и инвестиционные расходы возросли на 6 млрд ден. ед., то чему равна величина мультипликатора инвестиционных расходов.

13. Реальный национальный доход изменился с 600 до 760 млрд ден. ед., предельная склонность к потреблению равна 0,7, потребительские расходы базового периода равны 360 млрд ден. ед. Чему равна средняя склонность к потреблению отчетного года?

14. Если предельная склонность к сбережению равна 0,3, средняя склонность к сбережению в базовом периоде – 0,4, потребительские расходы изменились с 400 до 472 млрд ден. ед., то чему равен реальный национальный доход в текущем периоде?

15. Если мультипликатор равен 5, то чему равна предельная склонность к потреблению?

16. Если уравнение потребления имеет вид  $C = 200 + 0,8Y$ , то при увеличении автономных инвестиций на 30 млрд ден. ед. равновесный ВВП увеличится на \_\_\_\_\_ млрд ден. ед.

17. Функция потребления задана формулой:  $C = 100 + 0,2Y$ . Определите величину равновесного национального дохода для односекторной экономики страны.

18. Если функция сбережений описывается формулой:  $S = -40 + 0,2Y$ , а инвестиции равны 100 ден. ед., то какова будет величина равновесного национального дохода в условиях двухсекторной экономики страны?

19. Сбережения в экономике описываются следующей функцией:  $S = -90 + 0,4Y$ ,  $I = 40$ . Чему равен совокупный доход в условиях равновесия двухсекторной экономики?

20. Потребление в экономике описывается следующей функцией:  $C = 90 + 0,8Y$ , инвестиции равны 60 ден. ед. Чему равен совокупный доход в условиях равновесия двухсекторной экономики?

21. Инвестиционный спрос в стране описывается функцией:  $I = 530 - 20r$ , где  $r$  – процентная ставка, %. Функция потребления имеет вид:  $C = 30 + 0,7Y$ . Реальная процентная ставка равна 10 %. Найти величину равновесного национального дохода.

22. Функция сбережения задана формулой:  $S = -80 + 0,2Y$ . Инвестиции равны 90 ден. ед, государственные закупки товаров и услуг – 40, экспорт – 30, импорт – 20. Определите величину равновесного национального дохода для односекторной, двухсекторной, трехсекторной и четырехсекторной экономики страны; покажите графически.

23. Заполните таблицу и сделайте соответствующие выводы.

$Y$	$C$	$S$	$\Delta Y$	$\Delta C$	$\Delta S$	$MPC$	$MPS$
1000		0					
1100		10					
1200		30					
1300		60					
1400		110					

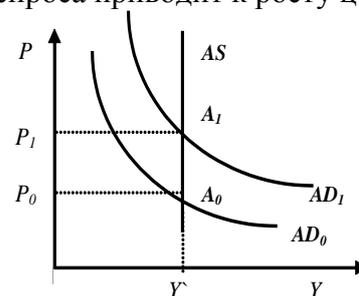
### Примеры решения типовых задач

1. В классической интерпретации модели  $AD-AS$  потенциальный ВВП равен 2000 ден. ед. В базовом году прямая совокупного спроса описывалась функцией:  $Y = 2200 - 2P$ , в

текущем году:  $Y = 2400 - 2P$ , где  $P$  – уровень цен, %. Как поменялся уровень цен в текущем году по сравнению с базисным? Решите задачу аналитическим и графическим методами.

*Решение.* В классической интерпретации модели  $AD-AS$  кривая совокупного предложения выглядит как вертикальная прямая, проводимая на уровне потенциального ВВП ( $Y = 2000$  ден. ед.). В данной ситуации увеличение совокупного спроса приводит к росту цен.

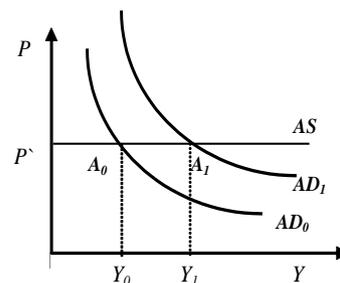
Находим уровень цен в базовом году, приравняв совокупный спрос и совокупное предложение ( $AD = AS$ ):  $2000 = 2200 - 2P$ ,  $P = 100$  %. Подобным образом определяем уровень цен в текущем году:  $2000 = 2400 - 2P$ ,  $P = 200$  %. Таким образом, уровень цен вырос на 100 %, или в 2 раза.



2. В кейнсианской интерпретации модели  $AD-AS$  уровень цен зафиксирован на уровне 150 %. В базовом году прямая совокупного спроса описывалась функцией:  $Y = 2100 - 2P$ , в текущем году:  $Y = 2200 - 2P$ , где  $P$  – уровень цен, %. Как поменялся реальный ВВП в текущем году по сравнению с базисным? Решите задачу аналитическим и графическим методами.

*Решение.* В кейнсианской интерпретации модели  $AD-AS$  кривая совокупного предложения выглядит как горизонтальная прямая, проводимая на уровне фиксированного индекса цен ( $P = 150$  %). В данной ситуации изменение совокупного спроса не влияет на уровень цен, но приводит к изменению реального ВВП.

Находим реальный ВВП в базовом году, подставляя в уравнение совокупного спроса фиксированное значение индекса цен:  $Y = 2100 - 2 \times 150 = 1800$  ден. ед. Подобным образом определяем реальный ВВП в текущем году:  $Y = 2200 - 2 \cdot 150 = 1900$  ден. ед. Таким образом, реальный ВВП вырос на 100 ден. ед.



3. Доход домохозяйства после уплаты налогов возрос по сравнению с прошлым годом с 200 до 220 млрд ден. ед., при этом потребление увеличилось на 15 млрд ден. ед. Определите предельную склонность к сбережению и предельную склонность к потреблению.

*Решение.* Предельная склонность к потреблению ( $MPC$ ) – это часть прироста дохода, которая потребляется.  $MPC$  определяется по следующей формуле:

$$MPC = \Delta C / \Delta Y,$$

где  $\Delta C$  – прирост потребления, ден. ед.;

$\Delta Y$  – прирост дохода, ден. ед.

Предельная склонность к сбережению ( $MPS$ ) – это часть прироста дохода, которая сберегается.  $MPS$  определяется по следующей формуле:

$$MPS = \Delta S / \Delta Y,$$

где  $\Delta S$  – прирост сбережений, ден. ед.

Так как  $C + S = Y$ , то  $\Delta C + \Delta S = \Delta Y$ ,  $\Delta C / \Delta Y + \Delta S / \Delta Y = 1$ ,  $MPC + MPS = 1$ . Отсюда,  $MPS = 1 - MPC$ .

Используя выше представленные формулы, рассчитаем необходимые показатели:  $MPC = 15 / (220 - 200) = 0,75$ ;  $MPS = 1 - 0,75 = 0,25$ .

4. Каков должен быть прирост инвестиций при  $MPS = 0,5$ , чтобы обеспечить прирост дохода в 4000 ден. единиц? В 2000 ден. единиц?

*Решение.* Инвестиционный мультипликатор указывает на то, что если происходит приращение общей суммы инвестиций (осуществляются автономные инвестиции), то национальный доход увеличивается на сумму ( $\Delta Y$ ), в  $m$  раз большую, чем сам прирост инвестиций ( $\Delta I$ ):  $m = \Delta Y / \Delta I$ .

По формуле  $m = 1 / MPS$  находим значение инвестиционного мультипликатора:  $m = 1/0,5 = 2$ . Таким образом, для того чтобы получить прирост дохода в 4000 ден. ед., необходим прирост инвестиций в 2000 ден. ед. ( $2000 \cdot 2 = 4000$ ), в 2000 ден. ед. – прирост инвестиций должен составить 1000 ден. ед. ( $1000 \cdot 2 = 2000$ ).

5. Предельная склонность к сбережению составляет 0,25, автономное потребление – 100 ден. ед. Инвестиции равны 50 ден. ед, государственные закупки товаров и услуг – 200, экспорт – 140, импорт – 70. Определите величину равновесного национального дохода для односекторной, двухсекторной, трехсекторной и четырехсекторной экономики страны.

*Решение.* Условие равновесия национальной экономики:  $Y = E$ . Левая часть уравнения представляет собой национальный доход ( $Y$ ), или совокупное предложение, правая часть иллюстрирует планируемые совокупные расходы ( $E$ ), или совокупный спрос.

Условие равновесия односекторной экономики:  $Y = C$ . Учитывая типовую функцию потребления:  $C = a + b \cdot Y$ , где  $a$  – автономное потребление,  $b = MPC$ , и то, что  $MPC = 1 - MPS$ , получаем:  $C = 100 + 0,75Y$ . Находим величину равновесного национального дохода для односекторной экономики:  $Y = 100 + 0,75Y$ ,  $Y_1^* = 400$  ден. ед.

Условие равновесия двухсекторной экономики:  $Y = C + I$ . Находим величину равновесного национального дохода:  $Y = 100 + 0,75Y + 50$ ,  $Y_2^* = 600$  ден. ед.

Условие равновесия трехсекторной экономики:  $Y = C + I + G$ . Находим величину равновесного национального дохода:  $Y = 100 + 0,75Y + 50 + 200$ ,  $Y_3^* = 1400$  ден. ед.

Условие равновесия четырехсекторной экономики:  $Y = C + I + G + X_n$ . Находим величину равновесного национального дохода:  $Y = 100 + 0,75Y + 50 + 200 + (140 - 70)$ ,  $Y_4^* = 1680$  ден. ед.

6. Заполните таблицу и сделайте соответствующие выводы.

$Y$	$C$	$S$	$\Delta Y$	$\Delta C$	$\Delta S$	$MPC$	$MPS$
4000	3110						
5000	4000						
6000	4850						
7000	5600						
8000	6200						
9000	6730						

*Решение.* Используя следующие формулы:  $S = Y - C$ ,  $MPC = \Delta C / \Delta Y$ ,  $MPS = \Delta S / \Delta Y$ , заполним пустые ячейки таблицы.

$Y$	$C$	$S$	$\Delta Y$	$\Delta C$	$\Delta S$	$MPC$	$MPS$
4000	3110	890	–	–	–	–	–
5000	4000	1000	1000	890	110	0,89	0,11
6000	4850	1150	1000	850	150	0,85	0,15
7000	5600	1400	1000	750	250	0,75	0,25
8000	6200	1800	1000	600	400	0,60	0,40
9000	6730	2270	1000	530	470	0,53	0,47

Динамика  $MPC$  и  $MPS$  подтверждает действие основного психологического закона Кейнса: при росте личного располагаемого дохода абсолютно увеличиваются потребление и сбережения, но при этом относительная доля потребления уменьшается, а относительная доля сбережений увеличивается.

### **Темп инфляции**

1. Имеются следующие данные о динамике уровня цен в стране:  $ИПЦ_{1998} = 120\%$ ,  $ИПЦ_{1999} = 122\%$ ,  $ИПЦ_{2000} = 128\%$ ,  $ИПЦ_{2001} = 136\%$ ,  $ИПЦ_{2002} = 140\%$ . Проследите динамику уровня инфляции за представленный период.

2. В условную потребительскую корзину входят следующие продукты питания: 3 кг хлеба, 2 л молока, 1 кг колбасы. Цены продуктов питания представлены ниже.

Продукт	Цена базисного периода, ден. ед.	Цена текущего периода, ден. ед.
1 кг хлеба	5	6
1 л молока	7	9
1 кг колбасы	8	10

Индекс цен базисного периода – 110 %. Рассчитать темп инфляции за рассматриваемый период.

3. В условную потребительскую корзину входят следующие товары: еда (5 ед.), жильё (3 ед.), развлечения (4 ед.). Цены базового периода: 1 ед. еды – 14 долл.; 1 ед. жилья – 10 долл.; 1 ед. развлечения – 5 долл. Цены текущего периода: 1 ед. еды – 30 долл.; 1 ед. жилья – 20 долл.; 1 ед. развлечения – 6 долл. Индекс цен базового периода – 100 %. Рассчитать темп инфляции в текущем периоде.

4. Предположим, что индекс потребительских цен учитывает только два товара: еду и жильё. Доля продуктов питания – 0,33, а жилья – 0,67. Цены на продукты питания выросли на 20 %, а на жильё снизились на 2 %. Каков темп инфляции за год?

5. Инфляционным налогом называют часть доходов, сгорающих в огне инфляции. Инженер подрядился сделать работу в течение месяца за 2000 руб. Определите «инфляционный налог», или сколько потеряет инженер, потому что не получил плату вперед, при инфляции, равной 50% в месяц.

6. На основании следующих данных рассчитайте инфляционный налог: темп инфляции составляет 40 % в год, наличность – 5 млрд руб., депозиты – 15 млрд руб. Номинальная процентная ставка – 30 %.

7. Как изменится темп инфляции в стране, если при фактическом уровне безработицы 7 %, ожидаемом темпе инфляции 9,5 % и коэффициенте эластичности инфляции по уровню безработицы 0,8 естественный уровень безработицы снизился с 6 до 5 %? Что при этом произойдёт с кривой Филлипса?

### **Показатели экономического роста**

8. Заполните пустые ячейки таблицы.

Показатели	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год	5-й год
Номинальный ВВП, трлн руб.	500	622	600	880	980
Индекс цен (дефлятор)	1,2	1,3	0,9	1,4	1,1
Реальный ВВП, трлн руб.					
Темп роста номинального ВВП, %					
Темп роста реального ВВП, %					
Темп прироста номинального ВВП, %					
Темп прироста реального ВВП, %					

### **Примеры решения типовых задач**

1. Рассчитайте темп инфляции для каждого года, если базовым годом считать каждый предыдущий, и сделайте вывод о виде наблюдаемой инфляции.

Годы	Индекс цен, %
------	---------------

1	100
2	114
3	125
4	129

*Решение.* При расчёте темпа инфляции используем формулу

$$\pi = ((P_1 - P_0) / P_0) \cdot 100 \%,$$

где  $P_1$  и  $P_0$  – индексы (уровни) цен текущего и базисного периодов соответственно, %.

В качестве базисного периода рассматриваем предыдущий год. Получаем результаты, представленные в таблице.

Годы	Индекс цен, %	Темп инфляции, %
1	100	–
2	114	14,00
3	125	9,65
4	129	3,20

В зависимости от темпов инфляции, она делится: на умеренную (ползучую) – до 10 % в год; галопирующую – от 10 до 200 % в год; гиперинфляцию – свыше 200 % в год. В данном случае наблюдается умеренная инфляция.

2. Объем депозитов в 3 раза превышает объем наличности при денежной массе, равной 5000 млрд руб. Рассчитайте величину инфляционного налога, если темп инфляции равен 20 % в год, а номинальная ставка процента 18 % годовых.

*Решение.* Денежная масса, равная 5000 млрд. рублей, состоит из наличности ( $C$ ) и депозитов ( $D$ ), что, исходя из условий задачи, соответствует  $1250 + 3750$ . Расчет инфляционного налога ведется по формуле

$$IT = \pi \cdot C + (\pi - i) \cdot D,$$

где  $IT$  – сумма инфляционного налога, ден. ед.;

$\pi$  – темп инфляции, дол. ед.;

$i$  – номинальная ставка процента, дол. ед.

Подставив в данную формулу исходные данные, получим

$$IT = 0,2 \cdot 1250 + (0,2 - 0,18) \cdot 3750 = 325.$$

Таким образом, величина инфляционного налога составляет 325 млрд руб.

3. Реальный ВВП страны в 2005 г. составил 150 ден. ед., в 2006 г. – 160 ден. ед. Определить темпы роста и прироста ВВП.

*Решение.*

$$\text{Темп роста ВВП} = (Y_1 / Y_0) \cdot 100 \%,$$

где  $Y_1$  – объем реального ВВП в отчетном периоде, ден. ед.;

$Y_0$  – объем реального ВВП в базисном периоде, ден. ед.

$$\text{Темп роста ВВП} = (160 / 150) \cdot 100 \% = 106 \%.$$

$$\text{Темп прироста ВВП} = ((Y_1 - Y_0) / Y_0) \cdot 100 \%.$$

$$\text{Темп прироста ВВП} = ((160 - 150) / 150) \cdot 100 \% = 6 \%.$$

### Тема 3.3. Деньги, кредит, банки. Кредитно-денежная политика

#### Денежное обращение

1. Если реальный ВВП увеличится в 1,12 раза, а денежная масса возрастет на 14 %, то что произойдет с уровнем цен при стабильной скорости обращения денег?

2. В таблице приведены данные о номинальном объеме ВВП и денежной массе США (млрд долл.).

Год	$M_1$	$M_2$	Номинал. ВВП	$V_1$	$V_2$
1969	209	392,5	963,9		
1971	234	471,9	1102,7		
1973	270,5	571,4	1359,3		
1975	295,5	664,7	1598,4		
1977	338,5	809,5	1990,5		

Сравните скорость обращения денег в США, исчисленную на основе  $M_1$  и  $M_2$ , за указанный в таблице период.

3. В среднем за год денежный агрегат  $M_2$  и ВВП в РФ составили величину, представленную в таблице. Рассчитайте коэффициент монетизации и скорость денежного обращения за указанные годы, сделайте соответствующие выводы.

Показатели	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
$M_2$ , трлн руб.	12,9	13,0	15,3	20,0	24,5	27,4	31,4
ВВП, трлн руб.	33,2	41,3	38,8	46,3	56,0	62,2	66,8

### Денежный рынок. Спрос на деньги. Предложение денег

4. Трансакционный спрос на деньги составляет 300 млрд долл. Спекулятивный спрос на деньги представлен в таблице.

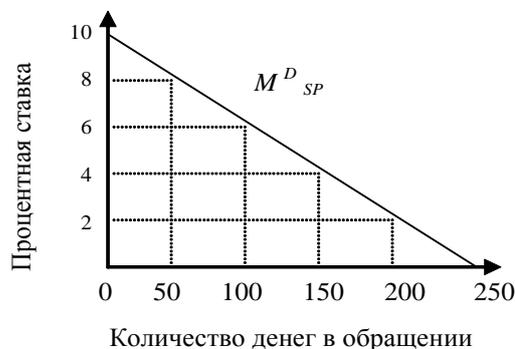
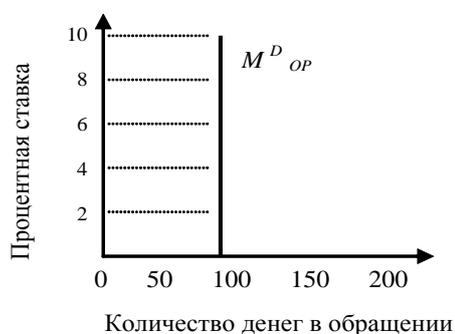
Ставка процента, %	Объем спроса на деньги, млрд долл.	
	спекулятивный	общий
14	30	?
13	50	?
12	70	?
11	90	?

А. Определите общий спрос на деньги.

Б. Предложение денег составляет 370 млрд долл. Определите равновесную процентную ставку.

В. Определите величину равновесной процентной ставки, если предложение денег сократилось до 350 млрд долл.

5. Рассмотрите графики операционного и спекулятивного спроса на деньги. Постройте график общего спроса на деньги, найдите точку равновесия на денежном рынке при предложении денег 250 млрд долл.



6. Трансакционный спрос на деньги составляет 400 млрд долл.

А. Определите общий спрос на деньги при имеющихся данных по спекулятивному спросу.

Ставка процента, %	Спекулятивный спрос на деньги, млрд долл.
--------------------	---

11	90
10	110
9	130
8	150

Б. Предложение денег составляет 510 млрд долл. Определите равновесную процентную ставку.

В. Определите равновесную процентную ставку, если предложение денег возросло до 530 млрд долл.

7. Предположим, что каждый доллар США, предназначенный для сделок, обращается в среднем 5 раз в год. Номинальный ВВП составляет 2000 млрд долл.

А. Определите величину спроса на деньги для сделок.

Б. В таблице показана величина спроса на деньги в целях накопления при различных ставках процента. Определите общий спрос на деньги.

Ставка процента, %	Объем спроса на деньги как средство накопления, млрд долл.
15	20
14	40
13	60
12	80
11	100
10	120
9	140

В. Предложение денег составляет 460 млрд руб. Определите равновесную ставку процента.

### **Модель IS-LM**

8. Спрос домашних хозяйств на отечественные блага характеризуется функцией  $C = 50 + 0,5Y$ , а спрос предпринимателей на инвестиции задан формулой  $I = 400 - 50r$ . Государство закупает товаров и услуг на 100 ед. Вывести уравнение линии IS.

9. Заданы функции, определяющие поведение экономических субъектов на рынках благ и денег:  $C = 50 + 0,6Y$ ;  $I = 200 - 20r$ ;  $M_{OP}^D = 0,4Y$ ;  $M_{SP}^D = 500 - 50r$ , где  $r$  – реальная процентная ставка, %. В обращении находится 400 ден. ед. Определите ситуацию совместного равновесия на рынках благ и денег.

10. Заданы функции, определяющие поведение экономических субъектов на рынках благ и денег:  $C = 50 + 0,6Y$ ;  $I = 200 - 20r$ ;  $M_{OP}^D = 0,4Y$ ;  $M_{SP}^D = 500 - 50r$ , где  $r$  – реальная процентная ставка, %. В обращении находится 400 ден. ед. Как они распределятся между  $M_{OP}^D$  и  $M_{SP}^D$  при достижении совместного равновесия на рынках благ и денег?

### **Кредит. Создание кредитных денег**

11. Какие формы кредита используются в каждом из нижеперечисленных случаев?

- 1) молодая семья берет кредит в банке сроком на несколько лет для покупки мебели;
- 2) государство выпускает облигационный заем для частичного погашения дефицита госбюджета;
- 3) завод по производству автомобильных двигателей поставляет автомобильному заводу партию своего товара с отсрочкой платежа;
- 4) коммерческий банк берет у другого коммерческого банка кредит.

12. В коммерческий банк внесен депозит на сумму 5000 руб. Норма обязательного банковского резервирования равна 5 %. Определить: а) какой максимальный кредит может

выдать данный коммерческий банк; б) какой кредит может выдать банковская система в целом.

13. Чему будет равен общий прирост денежной массы в стране, если при норме обязательного банковского резервирования 20 % первоначальное увеличение депозитов составило 500 долл.?

14. Норма обязательного банковского резервирования равна 0,25. Объем депозитов в два раза больше наличности. Подсчитайте денежный мультипликатор с учетом наличности.

### **Коммерческие банки**

15. Собственный капитал банка равен 7 млн руб., заемный – 23 млн руб.; ставка процента по ссудам (кредитный процент) – 14 %, по вкладам (депозитный процент) – 7 %. Расходы банка по выдаче кредита составляют 0,8 млн руб., по приему вкладов – 0,3 млн руб. Определите прибыль банка, если в кредит отдается 20 млн руб.

16. На основе баланса коммерческого банка определить следующее: 1) величину высоколиквидных активов банка, не приносящих ему доход; 2) величину кредитного портфеля банка; 3) величину инвестиционного портфеля банка; 4) величину собственных средств банка; 5) размер заемных средств банка; 6) величину обязательных и избыточных резервов банков, если норма обязательных резервов составляют 10 %.

АКТИВ		ПАССИВ	
Наличные деньги	200	Уставный капитал	200
Резервы в ЦБ	200	Вклады до востребования	100
Кредиты	200	Срочные вклады	250
Ценные бумаги	100	Нераспределенная прибыль	150
<b>БАЛАНС</b>	<b>700</b>	<b>БАЛАНС</b>	<b>700</b>

17. Даны балансы двух коммерческих банков. Необходимо оценить их деятельность с точки зрения дилеммы «прибыльность – ликвидность».

Банк А				Банк В			
АКТИВ		ПАССИВ		АКТИВ		ПАССИВ	
Наличные деньги	100	Уставный капитал	200	Наличные деньги	80	Уставный капитал	100
Резервы	50	Счета до востребования	500	Резервы	60	Счета до востребования	540
Ссуды	350			Ссуды	350		
Ценные бумаги	200			Ценные бумаги	150		
	<b>700</b>		<b>700</b>		<b>640</b>		<b>640</b>

### **Примеры решения типовых задач**

1. Если реальный ВВП увеличится в 1,2 раза, а денежная масса возрастет на 8 %, то что произойдет с уровнем цен при стабильной скорости обращения денег?

*Решение.* Используем модификацию уравнения Фишера, отражающую «монетарное правило» М. Фридмена:

$$\Delta M + \Delta V = \Delta P + \Delta Y,$$

где  $\Delta M$  – прирост количества денег в обращении, %;

$\Delta V$  – прирост скорости обращения денег, %;

$\Delta P$  – прирост общего уровня цен (темп инфляции), %;

$\Delta Y$  – прирост реального объема производства, т.е. реального ВВП, %.

Таким образом,  $\Delta P = \Delta M + \Delta V - \Delta Y$ ,  $\Delta P = 8 \% + 0 \% - 20 \% = -12 \%$ . Уровень цен снизится на 12 %.

2. По данным, представленным ниже, определите по годам скорость обращения денег в России за указанный период и коэффициент монетизации, сделайте соответствующие выводы.

Показатели	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
$M_2$ , трлн руб.	0,4	0,7	4,0	21,9	65,2	159,3	255,4
ВВП, трлн руб.	0,6	1,4	19,0	171,5	611,0	1658,3	2145,3

*Решение.* Скорость обращения денег рассчитываем на основании использования уравнения И. Фишера:

$$M \cdot V = P \cdot Y,$$

где  $M$  – прирост количества денег в обращении, ден. ед.;

$V$  – скорость обращения денег, количество оборотов в год;

$P$  – общий уровень цен, дол. ед.;

$Y$  – реальный объем производства, т.е. реальный ВВП, ден. ед.

Таким образом,  $V = P \cdot Y / M$ .

Учитывая, что коэффициент монетизации является обратной величиной скорости обращения денег и выражается в %, получаем следующую формулу:  $k = (M \cdot 100 \%) / (P \cdot Y)$ .

Итоги расчётов представлены ниже.

Показатели	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
$V$	1,50	2,00	4,75	7,83	9,37	10,41	8,40
$k$ , %	67	50	21	13	11	10	12

На основании полученных результатов можно сделать соответствующие выводы. С 1990 по 1995 гг. наблюдался рост скорости обращения денег и одновременно снижение коэффициента монетизации, что свидетельствует о том, что величина денежной массы уменьшалась по сравнению со стоимостью создаваемой продукции. Улучшение ситуации наблюдалось в 1996 г.

3. Операционный спрос на деньги составляет 500 млрд руб. Спекулятивный спрос в зависимости от процентной ставки представлен в таблице.

Ставка процента, %	Спекулятивный спрос на деньги, млрд долл.
14	30
13	50
12	70
11	90
10	110
9	130
8	150

А. Определите общий спрос на деньги.

Б. Предложение денег составляет 630 млрд руб. Определите равновесную ставку процента.

В. Определите величину равновесной ставки процента, если предложение денег выросло до 650 млрд руб.; сократилось до 550 млрд руб.

*Решение.*

А. Суммируя последовательно спекулятивный и операционный спрос на деньги, получим следующие значения общего спроса на деньги:

Ставка процента, %	Спекулятивный спрос на деньги, млрд долл.	Общий спрос на деньги, млрд долл.
14	30	530
13	50	550
12	70	570
11	90	590
10	110	610
9	130	630
8	150	650

Б. Равновесная ставка процента характеризует равновесие на денежном рынке, что предполагает равенство общего спроса на деньги и предложения денег. При предложении денег в 630 млрд руб. равновесная ставка процента, как видно из таблицы, будет равна 9 %.

В. При увеличении предложения денег до 650 млрд руб. и сокращения до 550 млрд руб. равновесная ставка процента будет соответственно составлять 8 и 13 %.

4. В коммерческий банк внесен депозит на сумму 10000 руб. Норма обязательного банковского резервирования равна 25 %. Определить, какой максимальный кредит может выдать: а) данный коммерческий банк; б) банковская система в целом.

*Решение.* Максимальный кредит, который может выдать данный коммерческий банк, определяется по формуле

$$K = D - R_{об},$$

где  $D$  – первоначальный депозит, ден. ед.;

$R_{об}$  – обязательные резервы коммерческого банка, ден. ед.;

$$R_{об} = r_{об} \cdot D,$$

где  $r_{об}$  – норма обязательного банковского резервирования, дол. ед.

$$K = 10000 - 0,25 \cdot 10000 = 7500 \text{ руб.}$$

Под максимальным кредитом, который может выдать банковская система в целом, понимается созданная кредитно-денежная масса ( $M$ ) в результате внесения денежных средств в банковскую систему:

$$M = D \cdot 1/r_{об},$$

где  $1/r_{об}$  представляет расчёт банковского (депозитного) мультипликатора, показывающего, во сколько раз созданная кредитно-денежная масса больше первоначального депозита.

Итак,  $M = 10000 \cdot 1/0,25 = 40000$  руб.

5. Даны балансы двух коммерческих банков. Необходимо их оценить с точки зрения решения дилеммы «прибыльность – ликвидность».

#### Банк А

АКТИВ, ден. ед.		ПАССИВ, ден. ед.	
Наличные деньги	200	Уставный капитал	100
Резервы в ЦБ	200	Вклады до востребования	100
Кредиты	100	Срочные вклады	350
Ценные бумаги	100	Прибыль банка	50
БАЛАНС	600	БАЛАНС	600

#### Банк Б

АКТИВ, ден. ед.		ПАССИВ, ден. ед.	
Наличные деньги	50	Уставный капитал	100
Резервы в ЦБ	100	Вклады до востребования	200
Кредиты	450	Срочные вклады	400
Ценные бумаги	200	Прибыль банка	100

БАЛАНС	800	БАЛАНС	800
--------	-----	--------	-----

*Решение.* Основными показателями, характеризующими деятельность коммерческого банка, являются: *платежеспособность (ликвидность)* – способность банка своевременно и в полном объеме обеспечивать выполнение своих обязательств перед клиентами – и *прибыльность* – способность банка получать от своей деятельности прибыль. Обеспечение полной платежеспособности (ликвидности) банком возможно в ситуации неиспользования вкладов клиентов (невыдачи кредитов). Однако прибыльность банковской деятельности как раз и обеспечивается привлечением средств по низкой процентной ставке и последующей выдачей кредитов по более высокой процентной ставке. Поэтому перед банком всегда существует дилемма «прибыльность – ликвидность».

Банк А больше ориентирован на обеспечение своей ликвидности (платежеспособности), так как доля его высоколиквидных активов, не приносящих ему доход больше, чем доля доходных активов, обеспечивающих прибыльность банка:

$$(200 + 200) / 600 > (100 + 100) / 600, 2/3 > 1/3.$$

Банк Б больше ориентирован на обеспечение своей прибыльности, так как доля его доходных активов, обеспечивающих прибыльность банка больше доли высоколиквидных активов, не приносящих ему доход:

$$(50 + 100) / 800 < (450 + 200) / 800, 3/16 < 13/16.$$

6. В экономике с постоянным уровнем цен ( $P = 4$ ) и отсутствием государственного вмешательства предприниматели ежегодно инвестируют в производство 100 ед. независимо от уровня реальной процентной ставки, а коэффициент чувствительности инвестиций к динамике процентной ставки равен 20. Население имеет предельную склонность к потреблению 0,5, а когда его доход достигнет 180 ед., оно доводит свой объем сбережений до 40 ед. В обращении находится 320 денежных единиц. Операционный спрос на деньги представлен функцией:  $M^D_{OP} = 0,8Y$ , спекулятивный спрос на деньги:  $M^D_{SP} = 120 - 40r$ .

А. Составьте уравнение *IS*.

Б. Составьте уравнение *LM*.

В. Определите долю операционного и спекулятивного спроса в общем объеме спроса на деньги в условиях совместного равновесия на рынках благ и денег.

*Решение.*

А. Составляем уравнение *IS*.

На основании представленных данных выводим функции: инвестиций  $I = 100 - 20r$ , потребления  $C = 50 + 0,5Y$ , сбережений  $S = -50 + 0,5Y$ .

Условие равновесия на рынке благ:  $I = S$ .

$$100 - 20r = -50 + 0,5Y, \text{ отсюда уравнение } IS: Y = 300 - 40r.$$

Б. Составляем уравнение *LM*.

$$M^D = M^D_{SP} + M^D_{OP}. \text{ Так как } M^D_{OP} = 0,8Y \text{ и } M^D_{SP} = 120 - 40r, \text{ то } M^D = 0,8Y + (120 - 40r).$$

Условие равновесия на рынке денег:  $M^S = M^D$ .

$$320 = 0,8Y + (120 - 40r). \text{ Уравнение } LM: Y = 250 + 50r.$$

В. Решаем систему уравнений:  $Y = 300 - 40r$ ,  $Y = 250 + 50r$ . При решении системы уравнений находим равновесный национальный доход ( $Y^* = 278$  ден. ед.) и равновесную процентную ставку ( $r^* = 0,56\%$ ).

Отсюда  $M^D_{OP} = 0,8 \cdot 278 = 222,4$  ден. ед. (или 69,5 % от денежной массы страны),  $M^D_{SP} = 120 - 40 \cdot 0,56 = 97,6$  ден. ед. (или 30,5 % от денежной массы страны).

7. С использованием модели *IS-LM* представьте последствия наступления следующих событий:

- снижение предельной склонности к сбережению;
- при каждой ставке процента объем инвестиций увеличивается;
- скорость обращения денег снижается;

- г) предложение денег увеличивается;  
 д) спрос на деньги как средство накопления снижается;  
 е) подоходный налог увеличивается;  
 ж) экспорт страны увеличивается.

*Решение.* Последствия наступления представленных событий отражены ниже.

Событие	На состоянии какого рынка отразится	График какой функции и как изменится	Что произойдет на графике модели IS-LM	Направление изменения $Y$	Направление изменения $r$
а	благ	$C \uparrow$	IS вверх-вправо	$\uparrow$	$\uparrow$
б	благ	$I \uparrow$	IS вверх-вправо	$\uparrow$	$\uparrow$
в	денег	$M^s \downarrow$	LM вверх-влево	$\downarrow$	$\uparrow$
г	денег	$M^s \uparrow$	LM вниз-вправо	$\uparrow$	$\downarrow$
д	денег	$M^D_{SP} \downarrow$	LM вниз-вправо	$\uparrow$	$\downarrow$
е	благ	$C \downarrow$	IS вниз-влево	$\downarrow$	$\downarrow$
ж	благ	$Xn \uparrow$	IS вверх-вправо	$\uparrow$	$\uparrow$

### Тема 3.4. Государственные финансы и налогообложение. Бюджетно-налоговая политика

#### Налоги

1. В таблице приведены данные о размере налогооблагаемого дохода и уровне предельных ставок налога. На основании имеющихся данных заполните таблицу. Сопоставьте динамику предельных и средних ставок налога. Сделайте выводы о характере данного налога (прогрессивный, пропорциональный, регрессивный).

Доход, млн ден. ед.	Налог, млн ден. ед.	Средняя налоговая ставка, %	Предельная налоговая ставка, %
12,5	2,50		-
22,5	4,95		24,5
32,5			26,0
42,5			28,5
52,5			32,0
62,5			36,0

2. Рассчитайте средние и предельные налоговые ставки по данным таблицы и укажите, является ли налог прогрессивным, регрессивным или пропорциональным.

$Y$	$T$	$ATR$	$MTR$
1 000	0		
2200	220		
4800	576		
6400	896		

3. Имеются следующие данные о размере налогооблагаемой базы и общей суммы уплачиваемого налога.

Размер налогооблагаемой базы, млн ден. ед.	10	30	50	80
Общая сумма налога, млн ден. ед.	1.2	4.5	8.8	20

Чему равна средняя ставка налога для 10, 30, 50 и 80млнден. ед.? Чему равна предельная ставка налога при изменении налогооблагаемой базы от 10 до 30, от 30 до 50, от 50 до 80 млн ден. ед.? Определите тип системы налогообложения.

4. Приведенная ниже таблица представляет данные о гипотетической налоговой системе.

Скорректированный совокупный доход, руб.	Вычеты из дохода и освобождение от уплаты налога, руб.	Налогооблагаемый доход, руб.	Личный подоходный налог, руб.
5000	5000		0
10000	9000		150
20000	12000		1200
50000	20000		4500
100000	30000		14500
500000	100000		97000

Просчитайте предельные и средние ставки налогов для каждого значения налогооблагаемого дохода в таблице. Определите, налоговая система является прогрессивной, пропорциональной или регрессивной?

5. Рассчитайте величину добавленной стоимости, налога на добавленную стоимость (НДС) и цену продукции с учётом НДС, если ставка налога 18 %.

Наименование производственной стадии	Покупатель продукции на каждой производственной стадии	Цена продукции, ден. ед.
1. Добыча боксита	Глиноземный завод	50
2. Производство глинозема	Алюминиевый завод	80
3. Выплавка алюминия	Металлургический завод	110
4. Металлопрокат	Потребитель	255

### **Государственный бюджет**

6. ВВП в условиях полной занятости составляет 30 млрд долл. Фактический объем ВВП = 26 млрд долл. Сумма налогов составляет 10 % от величины ВВП. Государственные расходы на товары и услуги равны 1,8 млрд долл., государственные трансферты – 0,1 млрд долл., выплаты по государственному долгу – 0,2 млрд долл. Определите сальдо государственного бюджета в условиях неполной и полной занятости.

7. ВВП в условиях полной занятости составляет 50 млрд долл. Фактический объем ВВП равен 44 млрд долл. Налоговые поступления в госбюджет составляют 30 % от величины ВВП. Государственные расходы на закупку товаров и услуг равны 9,2 млрд долл., государственные трансферты – 2 млрд долл. Определите сальдо государственного бюджета в условиях неполной и полной занятости.

8. В таблице приведены данные об уровне цен и государственном бюджете. Основываясь на этой информации, заполните таблицу полностью.

Год	Уровень цен, дол.ед.	Налоги, ден. ед.	Гос. расходы, ден. ед.	Сальдо госбюджета, ден. ед.	Номинальный гос. долг, ден. ед.	Реальный гос. долг, ден. ед.
1	1,00	100	120			
2	1,11	110	140			
3	1,20	120	130			
4	1,30	130	135			
5	1,52	140	145			

10. Предположим, что стимулирующая бюджетно-налоговая политика, в рамках которой государственные расходы увеличиваются на 20 млн руб., приводит в краткосрочном периоде к росту национального дохода на 80 млн руб. Определите величину мультипликатора государственных расходов.

11. Модель экономики страны А характеризуется следующими исходными данными:  $C = 100 + 0,7Y$ , где  $C$  – плановые потребительские расходы,  $Y$  – располагаемый доход;  $G = 200$ ,  $G$  – государственные расходы;  $I = 100$ ,  $I$  – валовые инвестиции. Определите величину мультипликатора государственных расходов.

12. Предположим, что равновесный объем ВВП равен 2000 ден. ед.,  $MPC = 0,5$ . Правительство решает увеличить государственные закупки на 200 ден. ед., но при этом не менять уровень равновесного ВВП. Как этого добиться?

13. Пусть  $MPC = 0,5$ . Определите, чему равен мультипликатор государственных расходов и налоговый мультипликатор. Почему налоговый мультипликатор меньше мультипликатора государственных расходов?

14. Функция потребления имеет вид  $C = 100 + 0,8Y$ . Государственные расходы выросли на 2. Чему равно изменение равновесного уровня национального дохода?

15. Функция потребления имеет вид:  $C = 100 + 0,8Y$ . Налоги сократились на 2. Чему равно изменение равновесного уровня дохода?

16. Модель экономики страны А характеризуется следующими исходными данными:

$C$  – плановые потребительские расходы,  $C = 200 + 0,8Y$ ;

$Y$  – национальный доход,  $Y = GIP - T$ ;

$G$  – государственные расходы,  $G = 300$ ;

$I$  – частные плановые инвестиции,  $I = 200$ .

А. Постройте кривую плановых потребительских расходов для экономики страны А.

Б. Постройте кривую совокупных расходов для экономики страны А.

В. Рассчитайте и покажите на рисунке равновесный объем ВВП для закрытой модели экономики.

Г. Определите величину мультипликатора государственных расходов.

Д. Определите величину налогового мультипликатора.

Е. Определите новый равновесный объем ВВП, если государственные расходы возросли до 600 ден. ед., а все прочие показатели развития экономики страны А остались без изменения.

Ж. Определите новый равновесный объем ВВП, если инвестиции возросли до 500 ден. ед., а все прочие совокупные расходы в экономике страны А остались без изменения.

З. Определите новый равновесный объем ВВП, если налоги выросли до 600 ден. ед., а все прочие показатели остались без изменения.

И. Определите новый равновесный объем ВВП, если одновременно произошло увеличение налогов до 600 ден. ед. и государственных расходов до 600 ден. ед., а все прочие показатели остались без изменения.

### Примеры решения типовых задач

1. В таблице приведены условные данные о размере налогооблагаемого дохода и уровне предельных ставок налога. На основании имеющихся данных заполните таблицу. Сопоставьте динамику предельных и средних ставок налога. Сделайте выводы о характере данного налога.

Доход, ден. ед.	Налог, ден. ед.	Средняя налоговая ставка, %	Предельная налоговая ставка, %
125	25	20	–
225	50	22,2	25,0
325			26,0
425			28,5

525			32,0
-----	--	--	------

*Решение.* Предельная налоговая ставка – ставка обложения налогом дополнительной единицы дохода или стоимости имущества– определяется как отношение прироста выплачиваемых налогов ( $\Delta T$ ), поделенного на прирост дохода ( $\Delta Y$ ):  $MTR = (\Delta T / \Delta Y) \cdot 100 \%$ .

Используя формулу предельной налоговой ставки, определяем прирост выплачиваемых налогов:  $\Delta T = MTR \cdot \Delta Y / 100 \%$ . Учитывая то, что  $\Delta Y = 100$  ден. ед., получаем  $\Delta T = MTR$  (ден. ед.). Находим величину выплачиваемых налогов по формуле:  $T_{t+1} = T_t + MTR_{t+1}$ .

Средняя налоговая ставка – ставка обложения всей суммы налогооблагаемого дохода или стоимости имущества– определяется как отношение величины выплачиваемых налогов ( $T$ ), поделенной на величину дохода ( $Y$ ):  $ATR = (T / Y) \cdot 100 \%$ .

Результаты расчётов приведены в таблице. Так как наблюдается рост налоговой ставки по мере возрастания величины объекта налогообложения, налог является прогрессивным.

Доход, ден. ед.	Налог, ден. ед.	Средняя налоговая ставка, %	Предельная налоговая ставка, %
125	25,0	20,0	–
225	50,0	22,2	25,0
325	76,0	23,4	26,0
425	104,5	24,6	28,5
525	136,5	26,0	32,0

2. ВВП в условиях полной занятости равен 20 млрд долл. Фактический объем ВВП составляет 16 млрд долл. Сумма налогов составляет 10 % от величины ВВП. Государственные расходы на товары и услуги равны 1,8 млрд долл., государственные трансферты – 0,1 млрд долл. Определите фактическое, структурное и циклическое сальдо государственного бюджета.

*Решение.* Фактическое сальдо государственного бюджета – разница между фактическими доходами и расходами государственного бюджета (в условиях неполной занятости):

$$C_{\phi} = T_{\phi} - (G + TR),$$

где  $T_{\phi}$  – сумма налогов в условиях неполной занятости, ден. ед.;  $T_{\phi} = 0,1Y$ ; итак,  $T_{\phi} = 0,1 \cdot 16 = 1,6$  млрд долл.

$C_{\phi} = 1,6 - (1,8 + 0,1) = -0,3$  млрд долл. Наблюдается фактический бюджетный дефицит.

Структурное сальдо государственного бюджета – разница между доходами и расходами государственного бюджета, рассчитанная для уровня национального дохода, соответствующего полной занятости, т. е. потенциального ВВП:

$$C_c = T_c - (G + TR),$$

где  $T_c$  – сумма налогов в условиях неполной занятости, ден. ед.;  $T_c = 0,1Y$ ; итак,  $T_c = 0,1 \cdot 20 = 2$  млрд долл.

$C_c = 2 - (1,8 + 0,1) = 0,1$  млрд долл. Наблюдается структурный бюджетный профицит.

Циклическое сальдо государственного бюджета – разница между фактическим и структурным сальдо государственного бюджета:

$$C_{\pi} = C_{\phi} - C_c.$$

$C_{\pi} = -0,3 - 0,1 = -0,4$  млрд долл. Наблюдается циклический бюджетный дефицит.

3. Предположим, что фактический ВВП равен 2000 ден. ед., равновесный ВВП составляет 2600 ден. ед.,  $MPC = 0,75$ . Какие изменения в бюджетно-налоговой политике должны произойти, чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия?

*Решение.* Для того чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия путём прироста ВВП на 600 ден. ед., необходимо осуществить стимулирующую бюджетно-налоговую политику, предполагающую рост государственных расходов или снижение налогов.

Если государственные расходы увеличиваются на  $\Delta G$ , то ВВП возрастает на величину  $\Delta Y = \Delta G \cdot m_g$ , где  $m_g$  – мультипликатор государственных расходов. Отсюда  $\Delta G = \Delta Y / m_g$ .

Для определения мультипликатора государственных расходов может быть использована следующая формула:

$$m_g = 1 / (1 - b),$$

где  $b = MPC$  – предельная склонность к потреблению, дол. ед.

Таким образом,  $m_g = 1 / (1 - 0,75) = 4$ .

$\Delta G = 600 / 4 = 150$  ден. ед.

Если налоговые отчисления снижаются на  $\Delta T$ , то ВВП возрастает на величину  $\Delta Y = \Delta T \cdot m_t$ , где  $m_t$  – налоговый мультипликатор. Отсюда  $\Delta T = \Delta Y / m_t$ .

Для определения налогового мультипликатора может быть использована следующая формула:

$$m_t = -b / (1 - b).$$

Таким образом,  $m_t = -0,75 / (1 - 0,75) = -3$ .

$\Delta T = 600 / (-3) = -200$  ден. ед.

Для того чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия, необходимо или увеличить государственные расходы на 150 ден. ед., или снизить налоги на 200 ден. ед.

### **Тема 3.5. Мировая экономика и внешнеэкономическая политика**

#### ***Теории международной торговли***

1. Допустим, что Россия производит 360 электровозов и 2400 вагонов, а Украина – 160 электровозов и 800 вагонов. Если бы Россия производила только электровозы, то их ежегодный выпуск составил бы 600 шт., а если бы только вагоны, то выпустила бы их 6000 шт. Соответственно, Украина могла бы производить либо 200 электровозов, либо 4000 вагонов.

Определите, какая страна обладает абсолютным и сравнительным преимуществом в производстве этих видов продукции; к каким выгодам приводят специализация и внешняя торговля?

2. В Казахстане один работник производит 1 т мяса или 20 ц пшеницы в год, а в Кыргызстане – 2 т мяса или 10 ц пшеницы. Всего в Казахстане на производстве мяса и пшеницы специализируются 400 тыс. человек, а в Кыргызстане – 100 тыс. человек. Президенты Казахстана и Кыргызстана подписывают соглашение об экономическом сотрудничестве, включая эффективное разделение труда в производстве пшеницы и мяса. Как будут выглядеть кривые производственных возможностей двух государств по производству мяса и пшеницы?

3. Россия и Германия производят два вида товара: каждая – велосипеды и очки. В России общее количество труда, расходуемое на их производство, составляет 1000 час, а в Германии – 1200 час. В России необходимо затратить 5 час на производство каждого велосипеда и 2 час – на каждые очки. В Германии и на велосипед, и на очки требуется по 3 час.

А. Покажите графически границу производственных возможностей при одновременном производстве двух товаров отдельно для России и Германии.

Б. Подсчитайте относительную цену велосипедов, выраженную через цену очков, в России и Германии.

В. Изобразите графически расширение возможностей потребления и велосипедов, и очков в России и Германии в результате торговли.

4. Предположим, что страны *A* и *B* производят только два товара – велосипеды и очки. Уровень затрат труда на их производство характеризуется данными таблицы, а предельные издержки замещения остаются неизменными при любых объемах производства.

Страна	Затраты на выпуск 1 велосипеда, час	Затраты на выпуск 1 очков, час
<i>A</i>	100	20
<i>B</i>	160	40

А. Какая из стран имеет абсолютное преимущество в производстве велосипедов (очков)?

Б. Какая из стран имеет сравнительное преимущество в производстве велосипедов (очков)?

В. Какие товары будут экспортировать и импортировать страны *A* и *B* в условиях свободной торговли?

Г. В каких пределах должна установиться соотношение мировых цен на велосипед и очки в условиях свободной торговли между странами *A* и *B*?

5. Ознакомьтесь с характеристиками производственных возможностей стран *X* и *Y*. Предположим, что структура спроса такова, что при отсутствии внешней торговли в стране *X* производится и потребляется 8 тыс. автомобилей и 3 тыс. т риса, а в стране *Y* – 8 тыс. автомобилей и 9 тыс. т риса.

Продукт	Производственные возможности страны <i>X</i>					
	Автомобиль, тыс. шт.	10	8	6	4	2
Рис, тыс. т	0	3	6	9	12	15
Продукт	Производственные возможности страны <i>Y</i>					
	Автомобиль, тыс. шт.	20	16	12	8	4
Рис, тыс. т	0	3	6	9	12	15

А. Изобразите графики производственных возможностей стран *X* и *Y* при учете того, что издержки замещения постоянны.

Б. На производстве каких товаров выгодно специализироваться странам *X* и *Y*? Почему?

В. Каков будет прирост мирового производства автомобилей и риса, полученный в результате такой специализации?

Г. В каких пределах может установиться мировая цена одного автомобиля?

Д. Предположим, что мировая цена устанавливается на уровне «1 автомобиль за 1 т риса» и что объемы внешней торговли составляют 10 тыс. автомобилей и 10 тыс. т риса. Каким будет выигрыш от специализации и торговли для каждой страны?

6. Ознакомьтесь с характеристиками производственных возможностей стран *X* и *Y*. Предположим, что структура спроса такова, что при отсутствии внешней торговли в стране *X* производится и потребляется 6 тыс. т пшеницы и 9 тыс. т кукурузы, а в стране *Y* – 16 тыс. т пшеницы и 6 тыс. т кукурузы.

Продукт, тыс. т	Производственные возможности страны <i>X</i>					
	Пшеница	12	10	8	6	4
Кукуруза	0	3	6	9	12	18
Продукт, тыс. т	Производственные возможности страны <i>Y</i>					
	Пшеница	24	20	16	12	8
Кукуруза	0	3	6	9	12	18

А. Изобразите графики производственных возможностей стран *X* и *Y* при учете того, что издержки замещения постоянны.

Б. На производстве каких товаров выгодно специализироваться странам *X* и *Y*? Почему?

В. Каков будет прирост мирового производства пшеницы и кукурузы, полученный в результате такой специализации?

Г. В каких пределах может установиться мировая цена 1 т пшеницы и 1 т кукурузы?

### **Тарифные и нетарифные ограничения**

7. Россия производит и потребляет постоянные магниты. Их внутреннее предложение:  $Q^S = 50 + 5P$ , а спрос:  $Q^D = 400 - 10P$ . Мировая цена на магниты составляет 10 долл. Правительство вводит квоту, ограничивающую импорт магнитов в размере 50 шт.

А. Сколько магнитов и по какой цене Россия будет производить в условиях свободы торговли?

Б. Каков будет объем их импорта при мировой цене на магниты 10 долл.?

В. Как импортная квота повлияет на внутренние цены магнитов?

Г. Насколько увеличатся доходы импортеров, получивших право на импорт в рамках квоты, от ее введения?

Д. Каковы будут потери потребителей?

8. Россия производит 70, потребляет 20 и экспортирует 50 легких спортивных самолетов в год по цене 6000 долл. за самолет. Правительство, считая самолетостроение перспективной отраслью, предоставляет производителям субсидию в размере 15% от стоимости самолета, в результате чего внутренняя цена самолета увеличивается до 6450 долл., а его цена на внешнем рынке сокращается до 5550 долл.

А. Почему внутренняя цена на самолет увеличилась меньше, чем размер субсидии?

Б. Как введение субсидии отразилось на объемах внутреннего производства и экспорта самолетов?

В. Как повлияло введение субсидии на потребителей и доходы бюджета?

Г. Какое воздействие оказало введение субсидии на условия торговли России?

9. Говядина стоит 5,4 долл. за 1 кг. По этой цене российские фермеры производят 20 тыс. т, тогда как спрос на российском рынке достигает 60 тыс. т. В странах ближнего зарубежья, являющихся экспортерами говядины в Россию, ее цена составляет 3,6 долл. за 1 кг. По такой цене российские фермеры смогут произвести только 5 тыс. т при спросе, увеличивающемся до 65 тыс. т. Для защиты внутреннего рынка Россия вводит импортную квоту, лицензия на получение которой стоит как раз столько, сколько составляет разница между внутренней ценой говядины и ее ценой в странах ближнего зарубежья, то есть 1,8 долл. за 1 кг.

А. Каков объем импорта говядины при свободе торговли и при защите внутреннего рынка импортной квотой?

Б. Как скажется введение квоты на потребителях и на производителях?

В. Каков доход импортеров, получивших разрешение на импорт в рамках квоты, от ее введения?

### **Платежный баланс**

10. К какому счету – счету текущих операций или счету движения капиталов – Выотнесли бы: а) покупку японцами гостиницы в США; б) покупку американцами японских установок для опреснения морской воды? Учитывая, что и гостиница, и опреснительная установка с точки зрения экономической теории являются товарами, установите, в чем состоит их различие?

11. Классифицируйте каждую из названных операций (отток или приток капитала) с точки зрения российской экономики: а) «новый русский» приобретает виллу в Испании; б) крупный московский банк предоставляет правительству Казахстана ссуду в 100 тыс. долл.; в) российский импортер вина берет краткосрочный займ в одном из итальянских банков для оплаты приобретаемой им партии итальянского ликера; г) кондитерская фабрика в Самаре приобретает акции американской корпорации по производству шоколадных конфет.

12. На основании приведенных статей составьте платежный баланс страны «Дельта», классифицируя каждую из операций как кредит или дебет, выделяя основные его разделы – текущий баланс и баланс движения капиталов, определяя сальдо по итогам каждого счета и итоговое сальдо. Экспорт нефти 6 млн долл. Импорт зерна 5 млн долл. Экспорт оружия 2 млн долл. Доходы от туризма иностранцев в «Дельте» 6 млн долл. Денежные пе-

реводы иностранцам из «Дельты» 2 млн долл. Покупка акций частных корпораций страны «Альфа» 6 млн долл. Покупка золота у иностранных граждан 1 млн долл.

13. На основании приведенных статей составьте платежный баланс страны «Альфа», классифицируя каждую из операций как кредит или дебет.

Операция	Сумма, млрд руб.
Экспорт нефти	90
Импорт зерна	60
Экспорт оружия	30
Доходы от туризма иностранцев в «Альфе»	70
Денежные переводы иностранцам из «Альфы»	35
Покупка акций частных корпораций страны «Дельта»	70
Покупка золота у иностранных граждан	15

14. Европейская компания закупает автомобили в США по цене 12000 долл. Валютный курс составляет: 1 евро = 1,2 долл. Какими будут последствия повышения курса евро по отношению к доллару США на 10 % для импортера?

15. Допустим, курс доллара к евро составляет 1:3, следовательно, один и тот же товар стоит в США, например, 400 долл., а в Европе 1200 евро. Какой экспортер получит дополнительный доход (США или европейская страна), если курс доллара искусственно понизится до 1:2? Определите величину дополнительного дохода.

16. Допустим, корзина американского потребителя стоит 200 долл., а российского – 7500 руб. Номинальный валютный курс американского доллара составляет: 1 долл. = 30 руб. Чему равен реальный валютный курс?

17. Два одинаковых по своим качествам автомобиля – российский и американский – стоят соответственно 210 тыс. руб. и 10 тыс. долл. Номинальный обменный курс американского доллара составляет 30 руб.

А. Чему равен реальный обменный курс доллара?

Б. Как должен измениться номинальный обменный курс американской валюты, чтобы реальный обменный курс составил 1?

В. Из-за высокой инфляции российский автомобиль стал стоить 270 тыс. руб. Как при этом изменился реальный обменный курс, если номинальный курс остался прежним? Как должен измениться номинальный обменный курс, чтобы реальный обменный курс остался неизменным?

18. Спрос домашних хозяйств на отечественные блага выражается формулой:  $C = 1000 + 0,6Y$ , а на импортные:  $Z = 0,2Y$ . Объем инвестиций представлен функцией:  $I = 5000 - 1250r + 0,1Y$ . Государственные расходы в точности равны сумме подоходного налога, ставка которого составляет 25 %. Экспорт страны равен 10000 ден. ед. В обращении находится 20000 ден. ед., а операционный и спекулятивный спрос на деньги соответственно представлен формулами:  $M_{OP}^D = 0,5Y$ ;  $M_{SP}^D = 20625(r - 1,5) - 2000$ . Определить состояние торгового баланса страны при достижении совместного равновесия на рынках благ и денег.

### Примеры решения типовых задач

1. Предположим, что страны *A* и *B* производят только два товара – сахар и сталь. Уровень затрат труда на их производство характеризуется данными таблицы, а предельные издержки замещения остаются неизменными при любых объемах производства.

Страна	Затраты на выпуск 1 т стали, час	Затраты на выпуск 1 т сахара, час
<i>A</i>	150	100
<i>B</i>	120	120

А. Какая из стран имеет абсолютное преимущество в производстве стали (сахара)?

Б. Какая из стран имеет сравнительное преимущество в производстве стали (сахара)?

В. Какие товары будут экспортировать и импортировать страны  $A$  и  $B$  в условиях свободной торговли?

Г. В каких пределах должно установиться соотношение мировых цен на сталь и сахар в условиях свободной торговли между странами  $A$  и  $B$ ?

*Решение.*

А. Абсолютное преимущество – возможность страны производить благодаря ее естественным и приобретенным преимуществам какой-либо товар с меньшими издержками труда на единицу продукции по сравнению с другими странами, производящими этот же товар. Абсолютным преимуществом в производстве стали обладает страна  $B$  ( $120 \text{ т/час} < 150 \text{ т/час}$ ), в производстве сахара – страна  $A$  ( $100 \text{ т/час} < 120 \text{ т/час}$ ).

Б. Сравнительное преимущество – способность страны производить товар или услугу с относительно меньшими издержками замещения по сравнению с другими странами. Издержки замещения представляет собой соотношение абсолютных удельных затрат труда по двум видам товаров в одной стране.

Издержки замещения стали определяются по формуле

$$Za = a/b,$$

Где  $a$  – удельные затраты труда на производство стали, час./т стали;

$b$  – удельные затраты труда на производство сахара, час./т сахара.

Страна  $B$  имеет сравнительное преимущество в производстве стали, так как издержки замещения у неё минимальны:

$$Za (\text{страна } A) = 150 \text{ час/т стали} : 100 \text{ час/т сахара} = 1,5 \text{ т сахара /т стали};$$

$$Za (\text{страна } B) = 120 \text{ час/т стали} : 120 \text{ час/т сахара} = 1 \text{ т сахара /т стали} \rightarrow \min.$$

Издержки замещения сахара определяются по формуле

$$Zb = b/a.$$

Страна  $A$  имеет сравнительное преимущество в производстве сахара, так как издержки замещения у неё минимальны:

$$Zb (\text{страна } A) = 100 \text{ час/т сахара} : 150 \text{ час/т стали} = 0,67 \text{ т стали/т сахара} \rightarrow \min;$$

$$Zb (\text{страна } B) = 120 \text{ час/т сахара} : 120 \text{ час/т стали} = 1 \text{ т стали/т сахара}.$$

В. Международная торговля является выгодной в том случае, если две страны торгуют товарами, которые каждая из стран производит с меньшими издержками, чем страна-партнер. Страны должны экспортировать те товары, которые они производят с меньшими издержками, и импортировать те товары, которые производятся другими странами с меньшими издержками.

В условиях свободной торговли страна  $A$  будет экспортировать сахар и импортировать сталь, страна  $B$  будет экспортировать сталь и импортировать сахар.

Г. В условиях свободной торговли мировая цена стали установится в следующих пределах:  $1 \text{ т сахара} < 1 \text{ т стали} < 1,5 \text{ т сахара}$ ; мировая цена сахара:  $0,67 \text{ т стали} < 1 \text{ т сахара} < 1 \text{ т стали}$ .

2. В стране внутренний спрос на товар  $Q^D = 50 - P$  и внутреннее предложение  $Q^S = -10 + P$ , а мировая цена на товар составляет 20 долл. Какова будет цена товара на внутреннем рынке при импортной квоте, равной 10 ед. товара?

*Решение.* В условиях закрытой экономики равновесный объем товара будет равен 20 ед. при равновесной цене 30 долл.:

$$Q^D = Q^S; 50 - P = -10 + P, P = 30, Q = 20.$$

В условиях открытой экономики внутренняя цена товара установится на уровне мировой цены 20 долл. Отсюда: внутренний спрос  $Q^D = 50 - 20 = 30$  ед. больше предложения товара отечественных производителей  $Q^S = -10 + 20 = 10$  ед. на величину импорта в размере 20 ед.

Политика импортного квотирования приводит к увеличению цены товара на внутреннем рынке до 25 долл.:  $Q^D = 50 - 25 = 25$  ед.,  $Q^S = -10 + 25 = 15$  ед.;  $Q^D - Q^S = 25 - 15 = 10$  ед.

3. Платежный баланс условной страны Скорпио за год представлен в таблице (млрд долл.).

- Каково сальдо торгового баланса?
- Каково сальдо баланса текущих операций?
- Каково сальдо баланса движения капиталов?
- Каково сальдо баланса официальных расчетов страны?
- Каково изменение официальных резервов страны?

Экспорт товаров	+ 40
Импорт товаров	- 30
Экспорт услуг	+ 15
Импорт услуг	- 10
Доходы от зарубежных инвестиций	+ 20
Доходы на зарубежные инвестиции	- 10
Трансферты из-за границы	+ 1
Трансферты за границу	- 6
Приток капитала	+ 10
Отток капитала	- 40

*Решение.* Представим платежный баланс условной страны Скорпио за год в следующем виде (млрд долл.):

Платежный баланс условной страны Скорпио за год выглядит следующим образом (млрд долл.):

КРЕДИТ (+)		ДЕБЕТ (-)	
I. Счет текущих операций			
1. Экспорт товаров	+ 40	2. Импорт товаров	- 30
<i>Сальдо торгового баланса + 10</i>			
3. Экспорт услуг	+ 15	4. Импорт услуг	- 10
5. Доходы от зарубежных инвестиций	+20	6. Доходы на зарубежные инвестиции	-10
7. Трансферты из-за границы	- 6	8. Трансферты за границу	+ 1
<i>Сальдо баланса текущих операций + 20</i>			
II. Счет движения капитала			
9. Приток капитала	+ 10	10. Отток капитала	- 40
<i>Сальдо баланса движения капитала - 30</i>			
<i>Сальдо баланса текущих операций и движения капитала (сальдо баланса официальных расчетов) - 10</i>			
11. Изменение официальных валютных резервов		+ 10	

Таким образом, платежный баланс условной страны Скорпио, имея отрицательное итоговое сальдо, является пассивным.

4. Два одинаковых по своим качествам автомобиля – российский и американский – стоят соответственно 210 тыс. руб. и 10 тыс. долл. Номинальный обменный курс американского доллара составляет: 1 долл. = 30 руб. Чему равен реальный обменный курс доллара?

*Решение.* Реальный обменный курс определяем по формуле

$$\varepsilon = P / (e \cdot P^*),$$

где  $\varepsilon$  – реальный обменный курс;

$P$  – цена отечественного товара, руб.;

$P^*$  – цена товара за рубежом, долл.;

$e$  – номинальный обменный курс, руб./долл.

Реальный обменный курс составит:  $210 \text{ тыс. руб.} / (30 \text{ руб./долл.} \times 10 \text{ тыс. долл.}) = 0,7$ . Значит, за 1 российский автомобиль можно приобрести 0,7 американского.  $0,7 > 1 \rightarrow$  отечественный товара является более конкурентоспособным.

5. Ниже приведена карта спроса и предложения на рынке фунтов стерлингов (£):

Цена £, \$	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
Объем предложения £, млн	160	170	180	190	200	220
Объем спроса на £, млн	200	190	180	170	160	150

А. Федеральная резервная система США устанавливает валютный курс на уровне:  $1 \text{ £} = 2,1 \text{ \$}$ . Должна ли ФРС в этой ситуации покупать или продавать фунты стерлингов? Если да, то какое количество?

Б. Что произойдет в этом случае с официальными валютными резервами США?

*Решение.*

А. В соответствии с имеющимися данными при валютном курсе  $1 \text{ £} = 2,1 \text{ \$}$  существует дефицит фунтов стерлингов в размере 20 млн ( $170 - 190$ ). Таким образом, для поддержания фиксированного валютного курса Федеральная резервная система США должна продавать 20 млн фунтов стерлингов.

Б. Официальные валютные резервы уменьшатся на 20 млн фунтов стерлингов.

## ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:

1. готовясь к тестированию, проработать информационный материал по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

2. четко выяснить все условия тестирования заранее. Студент должен знать, сколько тестов ему будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т. д.;

3. приступая к работе с тестами, внимательно и до конца нужно прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов; выбрать правильные (их может быть несколько); на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам;

- в процессе решения желательно применять несколько подходов в решении задания. Это позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант;

- не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, нужно переходить к другим тестовым заданиям; к трудному вопросу можно обратиться в конце;

- обязательно необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

# ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

## Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

### Тема 1.2. Сущность и типы экономических систем. Отношения собственности

**1. Правильная последовательность фаз (стадий) общественного производства такова:**

- а) производство, распределение, обмен, потребление;
- б) производство, обмен, распределение, потребление;
- в) распределение, производство, обмен, потребление;
- г) распределение, потребление, производство, обмен.

**2. Воспроизводство, которое связано с привлечением дополнительных экономических ресурсов, называется:**

- а) простым;
- б) сокращающимся;
- в) интенсивным;
- г) экстенсивным.

**3. Непрерывное возобновление процесса создания благ и услуг в увеличивающихся размерах называется:**

- а) расширенным воспроизводством;
- б) воспроизводством;
- в) производством;
- г) простым воспроизводством.

**4. Из приведенных ниже комбинаций включает различные факторы производства только следующая:**

- а) нефть, нефтяник, владелец нефтяной компании, газ;
- б) работник конвейера, конвейер, автомобиль;
- в) поле, трактор, фермер-предприниматель, доярка;
- г) банкир, компьютер, деньги.

**5. Капитал как фактор производства – это:**

- а) оборудование, орудия труда, машины, сырье, с помощью которых производятся товары;
- б) накопления и сбережения физических и юридических лиц;
- в) деньги и ценные бумаги;
- г) денежные средства, используемые в расчетах между покупателем и продавцом.

**6. Что вы понимаете под экономической категорией «собственность»:**

- а) обладание материальными или духовными благами;
- б) юридически закрепленное право владеть, распоряжаться, использовать принадлежащие людям материальные или духовные блага;
- в) отношения между людьми по поводу присвоения материальных и духовных благ;
- г) комплекс прав владельца блага.

**7. «Пучок прав собственности» предполагает:**

- а) право на исключение из доступа к ресурсам других агентов;
- б) право на получение ресурса;
- в) право на получение дохода от ресурса;

г) право на передачу всех предыдущих полномочий.

**8. Владение – это:**

- а) право производительно или лично потреблять вещь;
- б) право физического обладания вещью;
- в) право определения способа использования вещи.

**9. Общественная собственность НЕ может выступать в форме:**

- а) акционерной;
- б) коллективной;
- в) государственной;
- г) общенародной.

**10. В какой из вариантов включены основные вопросы, решаемые любой экономической системой:**

- а) что производится, как производится, для кого производится;
- б) что потребляется, как производится, кто производит;
- в) что потребляется, как потребляется, кем потребляется;
- г) что производится, как потребляется, кем производится?

**11. Главным критерием дифференциации экономических систем является:**

- а) характер распределяемых доходов;
- б) основная форма собственности;
- в) предпосылки для экономического роста;
- г) состояние рыночного обмена.

**12. Стихийный способ координации деятельности экономических агентов характерен:**

- а) для рыночной экономики;
- б) плановой экономики;
- в) традиционной экономики;
- г) любой экономической системы.

**13. Одно из преимуществ административно-командной экономики состоит в следующем:**

- а) возможности быстрой концентрации ресурсов в государственном секторе;
- б) свободном выборе хозяйствующими субъектами видов деятельности;
- в) возможности полного удовлетворения потребностей общества;
- г) формировании цен на основе взаимодействия спроса и предложения.

**14. Когда экономические проблемы решаются частично рынком, частично государством, то экономика:**

- а) административно-командная;
- б) рыночная;
- в) натуральная;
- г) смешанная.

**15. К трансакционным издержкам НЕ относятся:**

- а) издержки, связанные с поиском информации;
- б) издержки, связанные с оплатой сырья и материалов;
- в) издержки оппортунистического поведения;
- г) издержки, связанные со спецификацией и защитой прав собственности.

### Тема 1.3. Общая характеристика рыночной системы хозяйствования

**1. Какой из ниже перечисленных элементов является наиболее важным для рыночной экономики:**

- а) эффективные профсоюзы;
- б) продуманное государственное регулирование;
- в) ответственные действия предпринимателей;
- г) активная конкуренция на рынке.

**2. К характеристике рыночной экономики НЕ относится:**

- а) централизованное планирование;
- б) предпринимательская деятельность;
- в) частная собственность;
- г) конкуренция.

**3. Проблема «как производить» в рыночной экономике решается:**

- а) через стремление производителей к получению прибыли и, следовательно, к минимизации издержек производства;
- б) на основе широкого использования в экономике средств производства;
- в) на основе динамики и объема потребительского спроса, которые определяются через цены на конечные продукты;
- г) на основе специализации, которая используется при применении разных технологических способов производства;
- д) нет верного ответа.

**4. Фиаско рынка проявляется в ...**

- а) отсутствии стимулов к производству товаров и услуг коллективного пользования;
- б) неспособности уравнивать экономические интересы продавцов и покупателей;
- в) отсутствии механизмов «вымывания» неконкурентоспособных предприятий;
- г) неспособности информировать фирмы об объемах и структуре производства.

**5. К функциям рынка не относится ...**

- а) социальная;
- б) ценообразующая;
- в) стимулирующая;
- г) посредническая.

**6. Рынок не обеспечивает:**

- а) удовлетворения потребностей всех членов общества;
- б) экономического стимулирования эффективности производства;
- в) установления ценностных эквивалентов для обмена;
- г) согласования производства и потребления по структуре.

**7. Роль государства в экономике в период развития капитализма свободной конкуренции определялась взглядами ...**

- а) классической политэкономии;
- б) монетаризма;
- в) институционализма;
- г) кейнсианства.

**8. Натуральной форме общественного хозяйства НЕ присущи отношения:**

- а) обмена;
- б) распределения;
- в) потребления;
- г) производства.

**9. Товарное производство непременно предполагает:**

- а) обособленность товаропроизводителей;
- б) господство государственной собственности;
- в) преобладание ручного труда;
- г) непосредственную связь производства и потребления.

**10. Главным критерием при разделении рынка на легальный и нелегальный является:**

- а) степень конкурентности рынков;
- б) экономическое назначение объектов рыночных отношений;
- в) уровень насыщенности рынков;
- г) степень соответствия законодательству;
- д) территориальный (географический) признак.

**11. Рыночная инфраструктура НЕ включает:**

- а) товарные биржи;
- б) фондовые биржи;
- в) бюджет государства;
- г) банки и кредитные организации;
- д) биржи труда.

**12. Классический рынок характеризуется...**

- а) неограниченным числом участников и свободной конкуренцией между ними;
- б) отсутствием самостоятельности в коммерческой деятельности;
- в) монополизмом производителя;
- г) государственным регулированием.

**13. Решение проблемы внешних эффектов, предложенное Р. Коузом, предполагает, кроме всего прочего, что величина \_\_\_\_\_ издержек незначительна, или они отсутствуют.**

- а) транзакционных;
- б) социальных;
- в) внешних;
- г) предельных.

**14. Международный пример решения проблемы загрязнения окружающей среды как проблемы внешних эффектов под названием «Киотский протокол» предусматривает...**

- а) создание рынка прав на загрязнение;
- б) введение платы за выбросы;
- в) введение корректирующих налогов;
- г) запрет на применение отходных технологий.

**15. Общественные блага характеризуются \_\_\_\_\_ в потреблении.**

- а) неисключаемостью и неконкурентностью;
- б) неисключаемостью и конкурентностью;
- в) неконкурентностью и исключаемостью;
- г) исключаемостью и конкурентностью.

## Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ

### Тема 2.2. Теория потребительского выбора

**1. Условная единица полезности, введенная сторонниками количественного подхода для измерения удовлетворения от потребления блага, называется:**

- а) ютиль;
- б) экю;
- в) тратта;
- г) сеньораж.

**2. Под предельной полезностью понимается:**

- а) способность товаров и услуг удовлетворять человеческие потребности;
- б) субъективная оценка благ людьми;
- в) добавочная полезность или удовлетворение, извлекаемое потребителем из одной дополнительной единицы конкретного продукта;
- г) объективное свойство экономических благ;
- д) нижний предел цены.

**3. Закон уменьшающейся предельной полезности констатирует, что:**

- а) предельная полезность товара  $X$  падает по мере приобретения дополнительных единиц других товаров;
- б) общая полезность товара  $X$  повышается при потреблении последующих единиц этого товара;
- в) общая полезность максимизируется, когда выполняется условие  $MU_x/P_x = MU_y/P_y$ ;
- г) приобретение каждой дополнительной единицы товара  $X$  приносит все меньше удовлетворения покупателю.

**4. Теория потребительского поведения предполагает, что потребитель стремится максимизировать:**

- а) разницу между общей и предельной полезностью;
- б) общую полезность;
- в) предельную полезность;
- г) каждую из перечисленных величин.

**5. Общая полезность блага максимальна, если предельная полезность его дополнительной единицы:**

- а) увеличивается;
- б) уменьшается;
- в) является величиной положительной;
- г) является величиной отрицательной;
- д) равна 0.

**6. Чтобы максимизировать полезность, потребитель должен так распределить доход, чтобы:**

- а) предельная полезность каждого потребленного товара была одинаковой;
- б) общая полезность каждого товара в расчете на единицу товара была одинаковой;
- в) предельная полезность каждого товара, полученная в расчете на 1 руб. была одинаковой;
- г) приобретать максимальное количество товаров, не являющихся заменителями.

**7. Кривая безразличия:**

- а) представляет совокупность набора товаров, для приобретения которой используется весь доход потребителя;
- б) отражает объективные рыночные характеристики, касающиеся величины дохода и цен;
- в) меняет свой наклон, если изменяется доход потребителя;
- г) введена в экономический анализ Вальрасом;
- д) это линия, каждая точка которой представляет комбинацию товаров, дающую потребителю равный объем удовлетворения потребности.

#### **8. Предельная норма замещения:**

- а) всегда положительна;
- б) представляет собой отношение предельных полезностей товаров-заменителей;
- в) показывает, от какого количества одного блага потребитель должен отказаться для приобретения единицы другого блага так, чтобы уровень общей полезности не изменился;
- г) характеризует наклон бюджетной линии.

#### **9. Бюджетная линия:**

- а) характеризует предельную полезность товара;
- б) показывает общую полезность;
- в) при изменении цен товаров не меняет своего наклона;
- г) представляет все доступные комбинации товаров при заданных ценах и величине дохода потребителя;
- д) определяет субъективную информацию потребителя о его предпочтениях.

#### **10. Потребительское равновесие на карте безразличия – это:**

- а) любое пересечение бюджетной линии и кривой безразличия;
- б) любая точка на самой высокой из кривых безразличия;
- в) та точка, в которой наклон бюджетной линии равен наклону касательной к ней кривой безразличия;
- г) любая точка, расположенная на бюджетной линии;
- д) любая точка, расположенная на пространстве, ограниченном бюджетной линией.

#### **11. Эффект дохода гласит, что...**

- а) при постоянном доходе снижение цены увеличивает покупательную способность;
- б) при постоянном доходе снижение цены вызовет уменьшение покупательной способности;
- в) в определенных ситуациях закон спроса нарушается, а кривая спроса получает положительный наклон;
- г) с ростом дохода потребитель начинает приобретать только «престижные» товары.

#### **12. Эффект замещения – это...**

- а) изменение объема и структуры потребления вследствие изменения относительной цены и перемещения из одной точки кривой безразличия в другую;
- б) изменение объема и структуры потребления вследствие перемещения на более высокую или низкую кривую безразличия;
- в) вытеснение из потребления низкокачественных товаров более качественными и дорогостоящими;
- г) демонстрационное потребление с положительной зависимостью между ценой и количеством спроса на товар.

#### **13. Под эффектом Веблена понимается...**

- а) демонстрационное потребление, т. е. увеличение потребительского спроса, связанное с тем, что товар имеет более высокую цену;
- б) спонтанный спрос, управляемый сиюминутным желанием;
- в) изменение спроса группы людей из-за того, что другие люди потребляют данный товар;
- г) изменение спроса на товар, обусловленное качествами, присущими самому товару.

**14. Ситуация, когда снижение цены приводит к уменьшению спроса, а увеличение цены – повышению спроса на некачественный или низший товар, который занимает значительное место в структуре потребления, называется эффектом ...**

- а) Гиффена;
- б) Веблена;
- в) сноба;
- г) дохода.

**15. Излишек потребителя – это сумма денег:**

- а) которая не нужна потребителю;
- б) которую государство забирает у потребителя при помощи налогов;
- в) которую выигрывает потребитель из-за разницы между ценой, которую он готов уплатить, и рыночной ценой;
- г) которую потребитель желает отдать тем фирмам-производителям, у которых наиболее высококачественная продукция.

### **Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ**

#### **Тема 3.1. Национальная экономика: цели и результаты развития**

**1. Специфическим методом макроэкономики является:**

- а) метод индукции;
- б) агрегирование;
- в) метод синтеза;
- г) метод научной абстракции;
- д) метод функционального анализа.

**2. Функцией предпринимательского сектора в рамках модели экономики страны является:**

- а) предложение факторов производства;
- б) потребление экономических благ;
- в) предложение общественных экономических благ;
- г) предложение денег;
- д) предложение частных экономических благ.

**3. В модели кругооборота экономики страны в качестве доходов государственного сектора выступают:**

- а) трансферты;
- б) факторные доходы;
- в) налоги и сборы;
- г) сбережения;
- д) инвестиции.

**4. Национальное богатство в широком понимании:**

- а) стоимость имущества, которым владеет страна: лесов, рек, полей, фабрик, заводов, имущества ее граждан;
- б) стоимость всех факторов производства;
- в) совокупность всех ценностей, которыми располагает страна на каждом этапе развития.

**5. Повторный счет при расчете ВВП устраняется путем исключения из его величины:**

- а) стоимости конечной продукции;
- б) стоимости промежуточной продукции;
- в) добавленной стоимости;
- г) государственных субсидий;
- д) косвенных налогов.

**6. Какие из нижеперечисленных доходов вы включили бы в ВВП?**

- а) зарплату репетитора на дому;
- б) продажу старого холодильника;
- в) доход владельца автозаправочной станции;
- г) денежный перевод внуку от бабушки, живущей в другом городе.

**7. Для расширения производственного потенциала страны необходимо, чтобы:**

- а) ВНП превышал ЧНП на величину амортизации;
- б) НДС превышал объем потребительских расходов населения и государства;
- в) инвестиции превышали величину амортизации;
- г) ЧНП превышал НДС.

**8. При расчете стоимости потребительской корзины базового года учитываются:** (два ответа)

- а) цены произведенных товаров и услуг базового года;
- б) цены произведенных товаров и услуг текущего года;
- в) объемы производства товаров и услуг базового года;
- г) объемы производства товаров и услуг текущего года.

**9. Если объем номинального ВВП и уровень цен повысились, то:**

- а) реальный ВВП не изменился;
- б) реальный ВВП увеличился, но в меньшей степени, чем цены;
- в) реальный ВВП сократился;
- г) эта информация не позволяет определить динамику реального ВВП.

**10. К третичному сектору экономики относится следующий вид экономической деятельности:**

- а) образование;
- б) лесное хозяйство;
- в) обрабатывающее производство;
- г) добыча полезных ископаемых;
- д) производство и распределение электроэнергии, газа и воды.

**11. Межотраслевые пропорции отражают количественные соотношения между:**

- а) различными отраслями национальной экономики;
- б) отдельными производствами отрасли;
- в) накоплением и потреблением;
- г) национальными отраслями производства различных стран.

**12. Законная, но официально не зарегистрированная деятельность – это:**

- а) криминальная экономическая деятельность;
- б) скрытая (квази-легальная) экономическая деятельность;
- в) нелегальная экономическая деятельность;
- г) неформальная экономическая деятельность.

**Тема 3.2. Макроэкономическое равновесие и макроэкономическая динамика**

**1. Согласно кейнсианской модели для повышения совокупного спроса при нарушении макроэкономического равновесия, применяются...**

- а) отвлечение потенциальных расходов;
- б) инъекции;
- в) повышение учетной ставки;
- г) изъятия в виде сбережений.

**2. Какое из перечисленных утверждений о кривой AD является ошибочным?**

- а) отрицательная зависимость между уровнем цен и объёмом выпуска выводится из уравнения количественной теории денег при условии фиксированного предложения денег и скорости их обращения;
- б) кривая AD имеет положительный наклон;
- в) когда Центральный банк увеличивает предложение денег, изменения в экономике могут быть описаны движением от одной точки на стационарной кривой AD до другой;
- г) при движении вдоль кривой AD предполагается, что предложение денег остаётся постоянным;
- д) каждая точка на кривой AD представляет собой объём товаров и услуг, который потребители могут приобрести при данном уровне цен.

**3. Нарушение равновесия в результате увеличения совокупного спроса на кейнсианском отрезке совокупного предложения приведет к росту:**

- а) объема производства и росту цен;
- б) объема производства и снижению цен;
- в) объема производства при неизменных ценах;
- г) цен при неизменном объеме производства.

**4. Воздействие отрицательного шока совокупного предложения отражается:**

- а) сдвигом кривой AS влево – вверх;
- б) сдвигом кривой AS вправо – вниз;
- в) движением вдоль кривой AS;
- г) изменением наклона кривой AS.

**5. Отношение объема потребления к объему дохода является формальным выражением...**

- а) акселератора;
- б) предельной склонности к потреблению;
- в) мультипликатора инвестиций;
- г) средней склонности к потреблению.

**6. Валовые инвестиции – это...**

- а) затраты на средства производства, предназначенные на возмещение стоимости потребленного основного капитала и его прирост;
- б) затраты на средства производства;

- в) затраты на средства производства, предназначенные на возмещение стоимости потребленного основного капитала;
- г) затраты на повышение уровня квалификации наемных работников.

**7. Эффект мультипликатора при ситуации неполной занятости:**

- а) действует не в полную силу;
- б) проявляется максимально;
- в) отсутствует;
- г) действует, но не всегда.

**8. Потребительские расходы:  $C = 100 + 0,8Y$ ; национальный доход  $Y = 1000$ ; объем сбережений:**

- а) 200;
- б) 800;
- в) 400;
- г) 100.

**9. Согласно монетаристской концепции обратная зависимость между инфляцией и безработицей существует...**

- а) в краткосрочном периоде;
- б) в долгосрочном периоде;
- в) как в краткосрочном, так и в долгосрочном периоде;
- г) только в странах с переходной экономикой.

**10. Если для удвоения цен необходимо 10 лет, среднегодовой темп инфляции:**

- а) 17 %;
- б) 10 %;
- в) 3 %;
- г) 7 %.

**11. Инфляция, сопровождаемая всеобщим государственным контролем, называется ...**

- а) подавленная;
- б) открытая;
- в) ожидаемая;
- г) сбалансированная.

**12. Ярко выраженная антиинфляционная политика предполагает:**

- а) повышение уровня налогообложения и сокращение государственных расходов;
- б) рост налогов и более высокий уровень государственных расходов;
- в) снижение налогов и более высокий уровень государственных расходов;
- г) постоянство уровня и государственных расходов, и налоговых поступлений.

**13. Если индекс цен в базовом году составил 182,5 %, в текущем – 232,5 %, то темп инфляции в текущем году равен:**

- а) 50 %;
- б) 127 %;
- в) 1,27;
- г) 27,4 %.

**14. Если в стране за текущий год реальная заработная плата увеличилась на 8 % при уровне инфляции 3 %, то номинальная оплата труда:**

- а) повысилась на 5 %;
- б) повысилась на 11 %;
- в) снизилась на 3 %;
- г) повысилась на 3,67 %.

**15. К среднесрочным экономическим циклам относят циклы:**

- а) Кондратьева;
- б) Митчелла;
- в) Китчина;
- г) Жуглара.

**16. Величина реального ВВП в (t-1)-й год составила 15932,3 млрд. руб., в t-й год 16802,8. Чему будут равны темп роста и темп прироста?**

- а) 105,76% и 5,76%;
- б) 105,96% и 5,96%;
- в) 104,58% и 4,58%;
- г) 105,46% и 5,46%;
- д) 103,89% и 3,89%.

**17. К интенсивным факторам экономического развития НЕ относятся:**

- а) использование достижений НТП;
- б) увеличение количества используемых ресурсов;
- в) повышение квалификации работников;
- г) рост производительности труда;
- д) повышение фондоотдачи и снижение материалоемкости.

**Тема 3.3. Деньги, кредит, банки. Кредитно-денежная политика**

**1. Что не относится к функциям денег?**

- а) измерять стоимость товаров и услуг;
- б) сохранять богатство;
- в) способствовать обороту товаров и услуг;
- г) улучшать благосостояние людей.

**2. В состав денежного агрегата М3 не входят:**

- а) бумажные деньги;
- б) облигации государственного займа;
- в) акции предприятий;
- г) металлические деньги.

**3. Бумажные деньги отличаются от кредитных тем, что:**

- а) бумажные деньги – это наличные, а кредитные деньги существуют в форме записей на банковских счетах;
- б) бумажные деньги не подлежат вывозу за пределы страны;
- в) бумажные деньги имеют принудительную покупательную способность, а кредитные деньги – это векселя эмиссионного банка;
- г) бумажные деньги предназначены для оплаты недорогих товаров, а кредитные используются при оплате дорогостоящих товаров и услуг.

**4. Равновесие на денежном рынке имеет место при:**

- а) равенстве предложения и спроса на деньги;

- б) равенстве операционного и спекулятивного спроса;
- в) равенстве реальных кассовых остатков и предложения денег;
- г) равенстве операционного спроса на деньги и предложения денег;
- д) равенстве спекулятивного спроса на деньги и предложения денег.

**5. Функцией деятельности Центрального банка является:**

- а) получение прибыли;
- б) кредитование предприятий;
- в) первичный учет векселей;
- г) поддержка устойчивости и покупательной способности национальной валюты.

**6. Депозиты...**

- а) составляют основную часть ресурсов коммерческих банков;
- б) представляют собой отношение суммы вкладов к сумме выданных кредитов;
- в) являются основной сферой приложения капитала пенсионных фондов;
- г) являются элементом регулирования банковской системы, защищая вкладчиков от потерь при банкротстве банков.

**7. Снижение учётной ставки Центрального банка свидетельствует о проведении \_\_\_\_\_ политики.**

- а) рестрикционной фискальной;
- б) рестрикционной монетарной;
- в) экспансионной фискальной;
- г) экспансионной монетарной.

**8. Допустим, Вы разместили имеющуюся у Вас сумму денег в размере 100 тыс. руб. в банке под 10 % годовых. Таким образом, через год Вы получили 110 тыс. руб. Инфляция за этот период времени составила 15 %. Вывод о выгодности размещения Ваших денежных средств таков:**

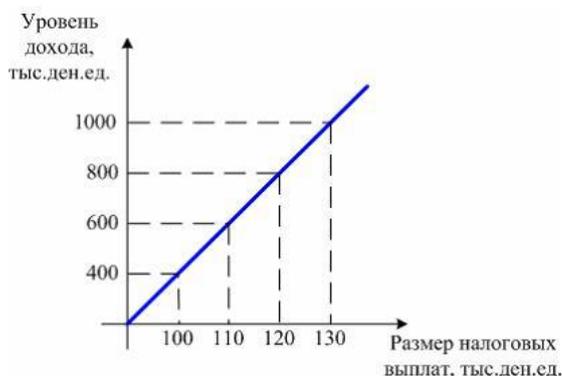
- а) удачно, реальная процентная ставка равна 25 %;
- б) не удачно, реальная процентная ставка равна (- 5 %);
- в) не удачно, реальная процентная ставка равна (- 10 %);
- г) удачно, реальная процентная ставка равна 5 %.

**Тема 3.4. Государственные финансы и налогообложение. Бюджетно-налоговая политика**

**1. Основной принцип налогообложения:**

- а) неравенство налогообложения;
- б) независимость производства от уровня налогообложения;
- в) равенство и справедливость;
- г) независимость налоговых изъятий от величины дохода.

**2. На основании данных графической модели определите тип налоговой системы по характеру начисления налога...**



- а) регрессивная;
- б) прогрессивная;
- в) пропорциональная;
- г) фиксированная.

**3. К бюджетным расходам относятся:**

- а) государственные займы;
- б) эмиссия денег;
- в) трансфертные платежи;
- г) налоговые платежи.

**4. Дефицит госбюджета составлял 250 ден. ед., налоговые поступления выросли на 200 ден. ед., при прочих равных условиях:**

- а) дефицит бюджета сократился до 50 ден. ед.;
- б) возник профицит бюджета в 50 ден. ед.;
- в) дефицит бюджета вырос на 50 ден. ед.;
- г) госбюджет стал сбалансированным.

**5. Предположим, что фактический ВВП равен 200 ден. ед., равновесный ВВП составляет 240 ден. ед.,  $MPC = 0,8$ . Какие изменения в бюджетно-налоговой политике должны произойти, чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия?**

- а) увеличение государственных расходов на 8 ден. ед.;
- б) уменьшение государственных расходов на 8 ден. ед.;
- в) увеличение государственных расходов на 40 ден. ед.;
- г) увеличение налогов на 10 ден. ед..

**6. Увеличение правительственных расходов в краткосрочном периоде приводит к:**

- а) снижению совокупного спроса;
- б) увеличению ВВП;
- в) снижению ВВП;
- г) росту цен.

**7. Увеличение предложения денег вызовет:**

- а) сдвиг кривой IS вправо;
- б) сдвиг кривой IS влево;
- в) сдвиг кривой LM вправо;
- г) сдвиг кривой LM влево;
- д) сдвиги обеих кривых вправо.

**8. Инструментом стимулирующей бюджетно-налоговой политики является:**

- а) повышение налогов и сокращение государственных расходов;
- б) сокращение налогов и государственных расходов;
- в) повышение налогов и государственных расходов;
- г) снижение налогов и повышение государственных расходов.

### **Тема 3.5. Мировая экономика и внешнеэкономическая политика**

#### **1. Бреттон-Вудская валютная система действовала:**

- а) с 1867 по 1944 гг.;
- б) с 1881 по 1922 гг.;
- в) с 1944 по 1976 гг.;
- г) с 1935 по 1953 гг.

#### **2. При плавающем валютном курсе наблюдается следующее:**

- а) предсказуемость и стабильность;
- б) фиксация валютного курса на одном уровне;
- в) автоматическая корректировка платежного баланса;
- г) возможность возникновения избыточного спроса или избыточного предложения иностранной валюты.

**3. Исходя из паритета покупательной способности, если телефон продается за 400 долларов в США и за 10000 рублей в РФ, то обменный курс, выраженный в количестве рублей, приходящихся на 1 доллар, составит...**

- а) 25;
- б) 1;
- в) 40;
- г) 0,04.

#### **4. Внутренняя конвертируемость валюты – это:**

- а) обратимость валюты для нерезидентов;
- б) обратимость валюты для резидентов;
- в) возможность использования валюты при осуществлении любых видов внешнеэкономических операций;
- г) возможность использования валюты при осуществлении некоторых видов внешнеэкономических операций.

#### **5. Парадокс Леонтьева заключается в том, что:**

- а) страны экспортируют те товары, которые они производят с меньшими удельными издержками труда, и импортируют те товары, которые производятся другими странами с меньшими удельными издержками труда;
- б) в экспорте развитой страны при относительно избыточном факторе капитала преобладают относительно более трудоемкие товары, а в импорте – капиталоемкие;
- в) в импорте развитой страны при относительно избыточном факторе капитала преобладают относительно более трудоемкие товары, а в экспорте – капиталоемкие;
- г) страны с одинаковой обеспеченностью факторами производства выигрывают от внешней торговли при специализации на тех производствах, в которых наблюдается эффект масштаба.

#### **6. К мерам государственного протекционизма относится...**

- а) введение таможенных пошлин на импортируемые товары;
- б) введение налоговых льгот для филиалов зарубежных компаний;

- в) отмена любых ограничений на экспорт товаров;
- г) полная отмена таможенных пошлин на импортируемые товары.

**7. Основной целью существования Всемирной торговой организации является:**

- а) надзор за валютными курсами и макроэкономической политикой стран-членов и развитием международной экономики в целом;
- б) выявление тенденции в экономическом развитии стран-членов, влияния военных действий в сфере экономики на платежные балансы других стран;
- в) регулирование торговли товарами и услугами между странами;
- г) предоставление кредитов развивающимся странам и странам с переходной экономикой для осуществления мероприятий структурной политики;
- д) осуществление банковского надзора и международных расчетов.

## ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачету* по дисциплине «Экономика. Основы экономических теорий» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «Экономика. Основы экономических теорий».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.



## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.....	5
ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ.....	18
САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ.....	29
ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА.....	32
ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ.....	36
ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ.....	38
ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ.....	88
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ.....	89
ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	100

## ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированным видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества специалиста и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планиро-

вание самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «Экономика. Основы экономических теорий» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Экономика. Основы экономических теорий» являются:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля);
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. подготовка доклада, подготовка к выполнению практико-ориентированного задания);
- подготовка к тестированию;
- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

# ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

## Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

### 1.1. Экономическая теория: предмет и метод, основные этапы развития

1. Дайте определение понятию «экономика».
2. Что изучает экономическая теория? Охарактеризуйте различные подходы к предмету экономической теории.
3. Назовите основные отличия между макро- и микроэкономикой. В чем проявляется их взаимосвязь?
6. Перечислите и охарактеризуйте функции экономической теории.
7. Какова взаимосвязь между экономическими фактами, теорией и государственной экономической политикой?
8. Охарактеризуйте методы экономической теории.
9. Дайте определение экономическим категориям и законам. Какое значение они имеют с точки зрения познания экономической действительности? Претерпевают ли они изменения в историческом аспекте?
10. В чем заключается сущность меркантилистской концепции? Каковы основные цели, рекомендации, положения школы?
11. Что такое физиократизм, каковы его основные идеи?
12. В чем заключается сущность концепции А. Смита об «экономическом человеке» и «невидимой руке»?
13. В чем заключаются характерные особенности классической политической экономии, раскройте ее роль и значение.
14. Каковы исторические предпосылки возникновения марксизма?
15. Что такое маргинальная революция и каковы основные положения маржиналистов?
16. Обрисуйте основные особенности институционального направления в экономической науке.
17. В чем отличие концепции, выдвинутой Дж. М. Кейнсом, от неоклассической теории?
18. Что такое чикагский монетаризм? Охарактеризуйте его основные положения.
19. Охарактеризуйте понятие «потребность». На какие группы делятся потребности экономических субъектов?
20. Что такое «благо»? Охарактеризуйте виды благ, приведите примеры.
21. Кто такие экономические субъекты (агенты)? Охарактеризуйте их функции в экономическом кругообороте.
22. Изобразите простую модель экономического кругооборота. Назовите факторы, которые не учитываются в данной модели.
23. Каково предназначение экономических ресурсов?
24. Какие вы знаете факторы производства?
25. Сформулируйте сущность основной проблемы экономической теории.
26. Почему кривая производственных возможностей имеет выпуклый вид по отношению к началу координат? Что означала бы прямая, а не выпуклая линия производственных возможностей?
27. Какой вид хозяйствования является эффективным, а какой неэффективным? Приведите конкретные примеры.
28. Дайте определение понятию «экономические интересы». Охарактеризуйте проблему упорядочения личных, коллективных и общественных интересов.

### 1.2. Сущность и типы экономических систем. Отношения собственности

1. Дайте определение понятию «экономическая система».

2. Охарактеризуйте способы координации выбора, реализуемого экономическими субъектами, которые осуществляют деятельность в определенной экономической системе.
3. Что собой представляют издержки эксплуатации экономической системы? Назовите их виды. Проведите аналогию между данными издержками в экономике и трением в физике.
4. Назовите основные элементы экономической системы с точки зрения формационного подхода, объясните их экономическую сущность и охарактеризуйте взаимосвязи между ними.
5. Что следует понимать под термином «воспроизводство»? Охарактеризуйте виды воспроизводства.
6. Объясните значимость каждой стадии производственного цикла: производства, распределения, обмена и потребления. В чем проявляется диалектическая связь производства и потребления?
7. Дайте определение понятию «собственность». Охарактеризуйте объективную и субъективную стороны отношений собственности.
8. Имеется ли разница между содержанием терминов «право собственности» и «отношения собственности»?
9. Чем различаются владение, распоряжение, пользование объектом собственности? Кто является полным собственником, а кто – частичным?
10. Назовите достоинства и недостатки частной и государственной форм собственности. Охарактеризуйте их разновидности.
11. Назовите основные критерии отличия традиционной, административно-командной и рыночной экономики. Каким образом в каждой из перечисленных экономических систем происходит решение трех основных вопросов экономики: ЧТО, КАК и ДЛЯ КОГО производить?
12. Что следует понимать под такой системой хозяйства как смешанная экономика? Охарактеризуйте известные вам национальные модели смешанной экономики (например, американскую, шведскую, японскую, южнокорейскую, российскую).
13. Что такое переходная экономика?
14. Охарактеризуйте типы переходной экономики.
15. Каковы цели и задачи переходной экономики в России в 90-е годы XX в.?
16. Каковы достоинства и недостатки административно-командной системы?

### **1.3. Общая характеристика рыночной системы хозяйствования**

1. Дайте определение рынку. Назовите основополагающие предпосылки и условия его формирования и развития.
2. Что собой представляет процесс разделения труда? Назовите его виды и формы проявления. С чем связано то, что с расширением и углублением разделения труда одновременно разворачивается процесс его обобществления?
3. Охарактеризуйте сущность общественного разделения труда и специализации, которые являются важнейшими условиями возникновения рынка.
4. Что собой представляет товарное производство?
5. Чем отличаются друг от друга понятия «благо» и «товар»? Как можно объяснить то, что не всякое благо, имеющее потребительскую ценность, является товаром?
6. Что собой представляет меновая стоимость товара? Охарактеризуйте подходы к ее определению.
7. Чем отличаются друг от друга формы простого товарного обмена и товарного обращения?
8. Почему для развития рынка важна экономическая обособленность, или хозяйственная автономия, рыночных субъектов?
9. Каким образом свободный обмен экономическими ресурсами способствует повышению эффективности рыночной экономики?

10. Охарактеризуйте основные элементы рынка (цена, спрос, предложение, конкуренция).
11. Что означает понятие «невидимая рука рынка»?
12. Назовите различные виды рынка в соответствии с различными классификационными признаками.
13. Охарактеризуйте достоинства рыночной экономики по сравнению с другими экономическими системами.
14. Назовите проблемы, которые рынок не может решить? Каковы причины его несостоятельности?
15. Необходимо ли вмешательство государства в рыночную экономику? Если да, то в чем оно должно заключаться?
16. Что собой представляет инфраструктура рынка? Каково ее предназначение? Назовите элементы инфраструктуры современного рынка.
17. Охарактеризуйте направления и задачи преобразования административно-командной системы в рыночную.
18. Объясните экономическую роль приватизации в переходной экономике.
19. Назовите цели, способы и этапы приватизации в России.
20. Объясните смысл следующего утверждения: «Зачастую то, что является оптимальным с позиции рынка, является социально неприемлемым».
21. Что собой представляет социальная политика государства? Каковы ее основные направления и формы реализации?
22. Какая форма социальной политики государства экономически более приемлема: активная или пассивная? Поясните свой ответ.
23. Что такое социальная справедливость? Существуют ли противоречия между понятиями «распределение доходов» и «социальная справедливость» в условиях рыночной и административно-командной экономики? Если да, то какие?
24. Охарактеризуйте термин «благополучие». Каковы его экономический и этический аспекты?
25. Проанализируйте следующее утверждение американского экономиста П. Хейне: «Поскольку в действительности доход не распределяется, он, по существу, не может и перераспределяться... Самое большое, что может сделать государство, – это изменить правила игры в надежде обеспечить более желанный результат». Ответьте, почему же мы продолжаем использовать выражение «государственная политика перераспределения доходов»?
26. Проклассифицируйте доходы по различным признакам.
27. Охарактеризуйте различные концепции справедливого распределения доходов, указав их достоинства и недостатки.
28. В чем заключается отличие функционального и персонального распределений доходов?
29. Как изменит конфигурацию кривой Лоренца социальная политика государства, направленная на увеличение трансфертов для малообеспеченных семей и повышение ставок налогообложения доходов наиболее обеспеченной доли населения?
30. Согласны ли вы со следующим утверждением: «Чем ниже коэффициент Джини, тем в большей степени мы можем утверждать, что распределение доходов осуществляется в условиях совершенной конкуренции»? Аргументируйте свой ответ.

## **Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ**

### **2.1. Спрос и предложение. Формирование рыночной цены**

1. Дайте определение понятиям «спрос» и «объем спроса».

2. Используя термин «платежеспособный спрос», поясните, чем отличаются друг от друга такие экономические категории, как «производитель» и «продавец», «потребитель» и «покупатель».
3. Сформулируйте закон спроса и назовите исключения из него.
4. Перечислите неценовые факторы, влияющие на объем спроса.
5. Чем отличается движение по кривой и сдвиг кривой спроса?
6. Дайте определение понятиям «предложение» и «объем предложения».
7. Сформулируйте закон предложения. Поясните, почему кривая предложения является восходящей.
8. Назовите неценовые факторы, влияющие на объем предложения.
9. Охарактеризуйте подходы Л. Вальраса и А. Маршалла к установлению рыночного равновесия. Объясните различия между ними.
10. Что означает двойное и множественное рыночное равновесие?
11. Назовите случаи отсутствия рыночного равновесия в статичной модели.
12. В чём заключается отличие между статичной и динамической моделями рыночного равновесия?

## **2.2. Теория потребительского выбора**

1. Сформулируйте три объяснения закона спроса.
2. Дайте определение понятию «полезность». В каких единицах измеряется полезность?
3. Что вы понимаете под термином «предельная полезность»?
4. Какова динамика предельной полезности по мере увеличения количества потребляемого блага?
5. Может ли предельная полезность принимать отрицательное значение?
6. Чем, по-вашему, объясняется сходство кривой предельной полезности и кривой рыночного спроса (обе имеют отрицательный наклон)? Может ли кривая спроса иметь положительный наклон?
7. На основании различия понятий «общая» и «предельная полезность» объясните «парадокс Смита»: почему вода, столь полезная для человека, стоит так дешево, а алмаз, чья польза намного меньше для удовлетворения жизненных потребностей, стоит так дорого?
8. Объясните следующее утверждение. «Не потому дорог бензин, что высоки затраты на добычу нефти, а, наоборот, из-за высокой ценности для автомобилистов бензина будут высоки и затраты на добычу нефти».
9. Охарактеризуйте закон убывающей предельной полезности. Как может быть использован данный закон при объяснении потребительского поведения?
10. Сформулируйте правило максимизации общей полезности.
11. Охарактеризуйте смысл эффектов дохода и замещения. В каком случае они объясняют действие закона спроса.
12. Что собой представляют товары Гиффена?
13. Какие эффекты взаимного влияния потребителей Вы знаете?
14. Что собой представляет излишек потребителя? Каких видов он бывает и как рассчитывается?

## **2.3. Производство экономических благ. Издержки и прибыль предприятия**

1. Охарактеризуйте сущность деятельности предприятия.
2. Назовите виды предприятий в соответствии с различными классификационными признаками.
3. Почему, по Вашему мнению, предприятия объединяются? Какие формы объединения предприятий Вы знаете?

4. Каково предназначение производственной функции? Претерпевает ли она изменение при совершенствовании технологии производства?
5. Свяжите между собой понятия «масштаб производства» и «предельная производительность фактора». Что такое постоянная, возрастающая и убывающая отдача от масштаба?
6. Сформулируйте правило использования факторов производства.
7. Что собой представляет изокванта? Назовите и поясните свойства изокванты. Каких видов она бывает?
8. Какие издержки производства являются внешними (явными), а какие - внутренними (неявными)? Приведите примеры.
9. Охарактеризуйте различия между следующими понятиями: «бухгалтерская прибыль», «экономическая прибыль», «нормальная прибыль».
10. Если предприятие имеет нулевой объем производства, то будет ли оно иметь определенные затраты; если да, то какие?
11. На чем основано деление издержек производства на постоянные и переменные?
12. Объясните, почему равенство предельного дохода и предельных издержек является условием максимальной прибыли (минимальных убытков).
13. Объясните экономический смысл излишка производителя. Каких видов он бывает и как рассчитывается?

#### **2.4. Предприятие в условиях совершенной и несовершенной конкуренции**

1. Что следует понимать под рыночной структурой? Какие типы рыночных структур Вы знаете? В чем заключаются их особенности?
2. Что собой представляет модель предприятия? С какой целью она используется?
3. Назовите основные черты такой рыночной структуры, как совершенная (чистая) конкуренция.
4. Ответьте, почему предприятие, функционирующее в условиях совершенной конкуренции, называют «ценополучателем»?
5. Какую форму имеет кривая спроса на продукцию конкурентного предприятия?
6. Чем определяется угол наклона кривой общей выручки конкурентного предприятия? При каких условиях линия будет более крутой или более пологой (пунктирные линии)?
7. Может ли конкурентное предприятие влиять на величину своей общей выручки? Если да, то таким образом? Если нет, то почему?
8. Охарактеризуйте сущность чистой монополии. Есть ли реальные возможности существования данной рыночной структуры?
9. Зачем предприятие-монополист прибегает к снижению цен, ведь оно должно быть заинтересовано в максимально высокой цене?
10. Какие бывают входные барьеры для вступления в отрасль?
11. Почему в условиях чистой монополии кривая спроса и кривая предельного дохода не совпадают?
12. Что такое ценовая дискриминация? Назовите ее виды.
13. Назовите типичные черты олигополистического рынка. Приведите конкретные примеры олигополий.
14. Охарактеризуйте модели ценового поведения олигополистов.
15. На чем основана рыночная власть у предприятий – монополистических конкурентов: ведь их объемы производства и продаж, как правило, очень малы?
16. Охарактеризуйте ситуации равновесия монополистического конкурента в краткосрочном и долгосрочном периодах.
17. Дайте понятие дифференциации продукции. Назовите ее формы.
18. В чем проявляется влияние монополизма (несовершенной конкуренции) на интересы потребителей и интересы общества в целом?

19. Назовите основные направления антимонопольной политики государства.

### **2.5. Рынки факторов производства**

1. Отметьте особенности рынков факторов производства по сравнению с рынками готовой продукции?

2. Кем и чем определяются спрос и предложение природных ресурсов на рынке?

3. В чем заключаются особенности труда по сравнению с другими факторами производства?

4. От чего зависит эластичность спроса на труд?

5. Почему формы кривых предложения одного работника и рыночного предложения труда неодинаковы?

6. Объясните экономическую сущность заработной платы. Что такое ставка заработной платы? Какие факторы лежат в основе дифференциации ставок заработной платы?

7. В чем главное отличие капитала от прочих факторов производства?

8. В чем разница между физическим и финансовым капиталом?

9. Объясните сущность амортизации. Почему амортизационные отчисления относятся к экономическим издержкам?

10. Назовите три сегмента рынка капиталов. Что является ценой на данных сегментах рынка? Кто обеспечивает на них спрос и предложение?

11. Почему при принятии инвестиционных решений необходимо учитывать рыночную ставку процента? Объясните сущность процедуры дисконтирования при инвестировании.

12. В чем заключается специфика рынка природных ресурсов?

13. Объясните сущность экономической ренты.

14. Каковы причины возникновения дифференциальной ренты? Как определяется цена природного ресурса?

15. Охарактеризуйте сущность предпринимательства.

16. В чем заключаются особенности различных видов предпринимательства?

17. Какими специфическими чертами обладает предпринимательство как фактор производства, которые выделяют его из всего комплекса факторов производства?

18. Зависят ли способности к предпринимательству от следующих факторов: а) образования; б) национальности; в) климата, в условиях которого живет человек; г) наследственности; д) социально-общественного устройства страны?

19. Какие функции по отношению к предпринимательству выполняет прибыль? Охарактеризуйте факторы экономической прибыли.

20. Предпринимательство связано с риском. Ответьте, с чем конкретно связан этот риск и какие существуют способы по его снижению.

21. Что такое юридическое лицо? Каковы признаки предприятия как юридического лица?

22. В чем заключается смысл существования предприятия в соответствии с технологическим и институциональным подходами?

23. Назовите достоинства и недостатки следующих форм предпринимательства: а) индивидуального предприятия; б) партнерства (хозяйственного товарищества); в) корпорации (хозяйственного общества). Можно ли назвать одну из данных форм наиболее оптимальной для ведения бизнеса?

24. Выделите основные особенности организационно-правовых форм предпринимательской деятельности в России.

25. Чем отличаются цели создания коммерческих и некоммерческих организаций?

26. Объясните роль малых, средних и крупных предприятий в экономике. Каково распределение функций между ними с точки зрения развития экономики?

27. Опишите порядок создания и регистрации нового предприятия в России? Какие трудности в данном случае могут возникнуть? Какие ресурсы необходимы?
28. Охарактеризуйте понятие «банкротство». Какова процедура банкротства предприятий в России? Что такое санация? Что включают в себя мероприятия по санации предприятия?
29. Дайте определение терминам «управление» и «менеджмент».
30. Назовите функции, уровни и основные элементы менеджмента на предприятии. Объясните смысл следующих понятий: диверсификация производства, концентрация производства, централизация производства?

### **Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ**

#### **3.1. Национальная экономика: цели и результаты развития**

1. Дайте определение макроэкономики. В чем специфика объекта её изучения?
2. Как можно объяснить возникновение макроэкономики в 1930-х гг. XX века? Какое событие в это время вызвало к ней особый интерес?
3. Назовите основные макроэкономические цели. С помощью каких инструментов макроэкономической политики они достижимы?
4. Что такое макроэкономическая модель? Насколько детально макроэкономическая модель должна отражать реальность?
5. Объясните сущность следующих терминов: эндогенные переменные, экзогенные переменные; переменные потока, переменные запаса.
6. Опишите секторальную структуру национальной экономики.
7. Что собой представляют модели закрытой и открытой экономики?
8. Назовите основные формы результатов функционирования национальной экономики. В чем заключаются их особенности?
9. Дайте определение понятию «национальное богатство». Что является источником его возникновения?
10. Назовите основные макроэкономические показатели системы национальных счетов. Покажите взаимосвязь между ними.
11. Кто такие «резиденты» и «нерезиденты» страны?
12. Охарактеризуйте методы расчета валового внутреннего продукта. Почему при его расчете учитывается стоимость только конечной продукции?
13. Объясните смысл показателя «национальный доход» и опишите методику его расчета.
14. Поясните отличие личного дохода от личного располагаемого дохода.
15. В чем заключается проблема полноты учета всего совокупного общественного продукта в составе валового внутреннего продукта. Каким образом она решается?
16. Что собой представляет теневая (ненаблюдаемая) экономика и как можно учесть ее продукцию при расчете совокупного общественного продукта?
17. В чем различие между номинальным и реальным ВВП?
18. Какие индексы цен вы знаете? Опишите методику их расчета.
19. Охарактеризуйте отраслевую структуру национальной экономики.
20. Что собой представляет межотраслевой баланс? Каким образом и с какой целью он составляется?

#### **3.2. Макроэкономическое равновесие и макроэкономическая динамика**

1. Что собой представляет макроэкономическое равновесие? Охарактеризуйте ситуацию частичного и общего макроэкономического равновесия.
2. Охарактеризуйте взгляды кейнсианцев и классиков к проблеме обеспечения стабильности макроэкономического равновесия.

3. Каковы подходы кейнсианской и классической школ к анализу экономики в краткосрочном и долгосрочном периодах? Дайте определение понятию «гистерезис».
4. Дайте определение совокупному спросу. Назовите его составляющие элементы. Какие факторы вызывают динамику совокупного спроса?
5. Дайте определение совокупному предложению. Какие факторы вызывают динамику совокупного предложения?
6. В чем заключается особенность синтетической кривой предложения?
7. Какие причины могут привести к смещению кривой совокупного предложения?
8. Ситуацию макроэкономического равновесия можно графически проиллюстрировать при помощи следующих моделей: 1) «кейнсианский крест»; 2) модель *AD-AS*. В чем вы видите сходства и различия двух указанных моделей?
9. Согласны ли вы со следующим высказыванием: «Политика, направленная на стимулирование совокупного спроса, всегда ведет к инфляции»?
10. Чем определяется наклон кривой потребления и кривой сбережений?
11. Что такое предельная склонность к потреблению и предельная склонность к сбережению? Как объяснить то, что их сумма равна единице?
12. Что собой представляют инвестиции? Назовите факторы, влияющие на инвестиции.
13. Какая из составных частей совокупных расходов (абстрагируемся от государственных расходов и чистого экспорта) отличается большей нестабильностью – потребительские расходы или инвестиционные расходы? Аргументируйте свой ответ.
14. В чем вы видите разницу между планируемыми и фактическими инвестициями? Почему вообще возникает это расхождение?
15. Что такое инфляционный и дефляционный разрыв?
16. Что означает выражение «автономные инвестиции»? От чего независимы такого рода инвестиции?
17. Объясните действие эффекта мультипликатора автономных расходов. Ответьте, почему увеличение любого из компонентов автономных расходов вызывает рост совокупного дохода на величину, большую, чем сам прирост расходов.
18. Каким образом мультипликатор автономных расходов связан с предельной склонностью к потреблению?
19. Каким образом проявляет себя эффект мультипликатора на различных участках кривой совокупного предложения: а) при ситуации, далекой от состояния полной занятости; б) при состоянии, приближающемся к ситуации полной занятости; в) при состоянии полной занятости?
20. В чем заключается «парадокс бережливости»? Почему он проявляется себя лишь в условиях экономики с неполной занятостью?
21. Что включает в себя понятие «макроэкономическая динамика»?
22. В чем проявляются циклические колебания экономики? С помощью каких показателей можно охарактеризовать экономическую конъюнктуру?
23. В чем отличие экономического цикла от тренда? Изобразите их графически.
24. Охарактеризуйте фазы экономического цикла.
25. Какие вы знаете виды экономических циклов в зависимости от продолжительности? Противоречат ли они друг другу?
26. Охарактеризуйте факторы экономических циклов и соответствующие методологические подходы к их рассмотрению.
27. Приведите примеры нововведений, в различной степени влияющих на экономическую конъюнктуру.
28. Что такое инфляция? Чем отличается инфляция от обычного повышения цен?
29. В чем проявляется подавленная инфляция? В чем вы видите смысл эпитета «подавленная»? Как можно объяснить причины «брежневской» стабильности цен; что стало результатом этого?

30. Каковы проявления открытой инфляции? С помощью каких показателей ее можно измерить и проанализировать?
31. Назовите основные причины инфляции.
32. В чем принципиальное различие между инфляцией спроса и инфляцией издержек? Как бы вы изобразили графически инфляцию спроса и инфляцию издержек с помощью кривых совокупного спроса и совокупного предложения?
33. В чем вы видите различия между умеренной, галопирующей и гиперинфляцией? Каковы критерии их разграничения? Каков критерий гиперинфляции по Кейгену?
34. Что собой представляют инфляционные ожидания? В чем различие концепций адаптивных и рациональных инфляционных ожиданий?
35. Что демонстрирует кривая Филлипса? Как выглядит данная кривая в краткосрочном и долгосрочном периодах?
36. Каковы социально-экономические последствия инфляции?
37. Назовите методы борьбы с инфляцией в соответствии со стадиями инфляционного процесса.
38. Что понимается под экономическим ростом?
39. Назовите основные факторы экономического роста.
40. Чем определяются экстенсивный и интенсивный типы развития экономики различных стран?
41. Назовите показатели экономического роста.
42. В чем суть модели экономического роста Харрода-Домара? Что такое гарантированный и естественный темп прироста?
43. В чем заключается ограниченность модели Харрода-Домара? Каким образом в модели Солоу преодолена ограниченность модели Харрода-Домара?
44. В чем суть золотого правила накопления?
45. Каким образом увеличение темпа роста населения влияет на равновесный экономический рост?
46. Как научно-технический прогресс влияет на равновесный экономический рост? Перечислите виды нейтрального научно-технического прогресса и прокомментируйте их.
47. Назовите меры государства, способствующие росту экономики.

### **3.3. Деньги, кредит, банки. Кредитно-денежная политика**

1. Что такое деньги?
2. Назовите и дайте объяснение функциям денег.
3. Объясните, почему при использовании денег в качестве орудия обмена издержки обращения ниже, чем при использовании бартера.
4. Как влияет инфляция на полезность денег как меры стоимости и средства накопления?
5. Опишите историю появления денег. Охарактеризуйте различные формы денег в соответствии с эволюцией их развития.
6. Каковы преимущества бумажных денег по сравнению с монетами, изготовленными из драгоценных металлов? Каковы преимущества золотых и серебряных монет? Объясните, почему бумажные деньги вытеснили из обращения золотые и серебряные монеты.
7. Охарактеризуйте особенности наличных и безналичных денег.
8. Что собой представляет денежное обращение? Какие основные показатели характеризуют денежное обращение?
9. Представьте структуру денежной массы с учетом ликвидности ее элементов.
10. Сформулируйте закон денежного обращения. Какие факторы влияют на количество денег в обращении?
11. Какой основной фактор определяет: а) спрос на деньги для сделок; б) спрос на деньги как средство накопления?

12. Как определяется равновесная ставка процента на денежном рынке? Какое воздействие на спрос на деньги для сделок и равновесную ставку процента может оказать: а) расширение использования кредитных карточек; б) уменьшение промежутка между выплатами очередной заработной платы рабочим; в) увеличение номинального ВВП?

13. Допустим, что денежный рынок изначально находился в состоянии равновесия, а затем увеличилось предложение денег. Как при этом изменилась равновесная процентная ставка? Какое влияние оказало ее изменение на объем производства, занятости, уровень цен, уровень доходности других финансовых активов? Что произойдет при уменьшении предложения денег?

14. Охарактеризуйте модель одновременного равновесия на рынках благ и денег.

15. Какие факторы являются постоянными, а какие – переменными при построении линий *IS* и *LM*?

16. Что собой представляет кредит? Какие формы кредита вы знаете?

18. Что способствует возникновению предложения и спроса на кредит?

19. Охарактеризуйте структуру современной кредитно-денежной системы. Назовите ее основные функции.

20. Каковы основные функции Центрального банка в современной кредитно-денежной системе?

21. Что собой представляет кредитно-денежная политика Центрального банка?

22. Как инструменты кредитно-денежной политики могут повлиять на ставку процента и предложение денег?

23. Назовите основные виды кредитно-денежной политики.

24. Что собой представляют коммерческие банки? Какие функции они выполняют в рамках современной кредитно-денежной системы?

25. Охарактеризуйте операции коммерческих банков.

26. Что такое банковские резервы?

27. В чем заключается сущность дилеммы «прибыльность – ликвидность», стоящей перед коммерческими банками?

28. Охарактеризуйте процесс создания кредитных денег коммерческими банками. Как наличие избыточных резервов влияет на способность банков создавать деньги? Как стремление к обеспечению ликвидности влияет на способность банков создавать деньги?

29. Что такое денежный мультипликатор и как он рассчитывается?

30. Какую функцию выполняют специализированные кредитно-финансовые учреждения в кредитно-денежной системе?

#### **3.4. Государственные финансы и налогообложение. Бюджетно-налоговая политика**

1. Охарактеризуйте сущность финансов и их функции в экономике страны.

2. Опишите структуру финансовой системы государства.

3. Объясните значение государственных финансов с точки зрения выполнения государством своих экономических, политических, социальных и иных функций.

4. Назовите основные направления расходования государственных средств и источники их финансирования.

5. Составьте основное уравнение государственных расходов и доходов.

6. Что собой представляет государственный бюджет? Объясните необходимость формирования госбюджета, опишите его структуру.

7. Охарактеризуйте процедуру принятия государственного бюджета в развитой стране.

8. Что собой представляют внебюджетные фонды? Приведите примеры внебюджетных фондов в России.

9. Охарактеризуйте понятие «бюджетный федерализм». Каким образом формируются бюджеты разных уровней и как происходит расходование привлеченных средств?

10. Какие регионы в России являются регионами-донорами, а какие – дотационными регионами?
11. Что означают понятия: «общий профицит», «первичный профицит», «общий дефицит» и «первичный дефицит»?
12. Назовите причины и виды бюджетного дефицита. Какие существуют способы сокращения бюджетного дефицита и каковы последствия их применения для национальной экономики (в частности, в чем выражаются эффекты монетаризации и вытеснения)?
13. Что собой представляет государственный долг? К каким последствиям может привести внутренний и внешний государственный долг? Может ли государство стать банкротом?
14. Существует ли, по вашему мнению, проблема перемещения государственного долга, возникающего в результате заимствований на внешних и внутренних финансовых рынках, на будущие поколения?
15. Что собой представляет управление государственным долгом? В чем проявляется цикличность данного процесса? Какие факторы существенно влияют на него?
16. Проклассифицируйте государственные ценные бумаги в соответствии с различными признаками. Может ли вызвать выпуск государственных ценных бумаг инфляционные процессы в стране?
17. Охарактеризуйте сущность налогов и их роль в национальной экономике.
18. Выскажите собственное отношение к следующим высказываниям: а) «Налоги – это дозволенная форма грабежа» (Ф. Аквинский); б) «Налоги для тех, кто их выплачивает, – признак рабства, а свободы» (А. Смит); в) «Налоги – это то, чем мы оплачиваем цивилизованное общество» (О. Холмс).
19. Назовите принципы, которыми необходимо руководствоваться при построении налоговой системы страны.
20. Охарактеризуйте налоговые теории равенства выгод и равенства жертв с точки зрения их достоинств и недостатков. Приведите примеры из реальной жизни.
21. Охарактеризуйте основные элементы налоговой системы страны.
22. Дайте классификацию налогов по различным признакам. Приведите конкретные примеры различных видов налогов из зарубежной и отечественной практики.
23. Назовите отличительные особенности прямых и косвенных налогов.
24. Обоснуйте ваше мнение относительно характера налогообложения в России – прогрессивный, пропорциональный или регрессивный.
25. В чем заключается проблема перемещения налогов? По какому из перечисленных налогов налоговое бремя может быть переложено по закону с плательщика налога на носителя налога: налог на доходы физических лиц, налог на имущество физических лиц, акцизы, налог на добавленную стоимость, налог на прибыль организаций?
26. Какая закономерность описывается кривой Лаффера?
27. Объясните, как Вы понимаете выражение «налоговая лазейка». Несут ли один и тот же социально-экономический смысл понятия «налоговая оптимизация» и «налоговое правонарушение»?
28. Как влияет размер налогов на величину ВВП? Охарактеризуйте различные подходы к данной проблеме.
29. Охарактеризуйте сущность бюджетно-налоговой политики. Назовите ее основные инструменты.
30. Что собой представляет дискреционная бюджетно-налоговая политика? Каковы пути ее реализации? В чем заключаются ее недостатки?
31. Каковы особенности недискреционной бюджетно-налоговой политики? Объясните смысл действия встроенных стабилизаторов на экономическую конъюнктуру?
32. В чем заключаются основные отличия между стимулирующей и сдерживающей бюджетно-налоговой политикой?

### **3.5. Мировая экономика и внешнеэкономическая политика**

1. Охарактеризуйте механизм функционирования мировой экономики.
2. Каковы достоинства и недостатки открытой и закрытой экономики? С чем связана тенденция повышения открытости экономики стран?
3. Назовите виды международных экономических отношений.
4. В чем проявляется международное разделение труда? Какие факторы оказывают на него влияние? С помощью каких показателей можно определить уровень участия страны в международном разделении труда?
5. Охарактеризуйте меркантилистскую теорию международной торговли. В чем заключается ее ограниченность?
6. Сформулируйте принцип абсолютного преимущества Смита и принцип сравнительного преимущества Рикардо. Если страна имеет абсолютное преимущество в производстве какого-то товара, означает ли это, что она имеет и сравнительное преимущество в его производстве?
7. Сформулируйте теорему международной торговли Хекшера-Олина.
8. В чем заключается парадокс Леонтьева? Почему его нельзя считать полным опровержением теории Хекшера-Олина?
9. Охарактеризуйте сущность двух видов внешнеторговой политики (фритрейдерства и протекционизма) с точки зрения достоинств и недостатков. Какие могут существовать тарифные и нетарифные ограничения при реализации политики протекционизма?
10. Что такое платежный баланс и для чего он составляется? В чем заключается смысл системы двойной записи при его составлении? Какие операции регистрируются по кредиту, а какие – по дебету?
11. Охарактеризуйте структуру платежного баланса. Какой баланс называется активным, а какой – пассивным?
12. Дайте определение понятиям «валюта», «валютный рынок», «валютная система», «валютная котировка», «валютный курс». Поясните влияние девальвации и ревальвации валюты на экономику страны.
13. Каким образом определяются номинальные и реальные валютные курсы? В чем заключается суть паритета покупательной способности?
14. Сравните системы фиксированных и плавающих валютных курсов. Каковы достоинства и недостатки каждой из них?
15. Проанализируйте этапы формирования мировой валютной системы. Каковы их особенности? Как решается проблема дефицита платежного баланса в условиях: Золотого стандарта, Бреттон-Вудской системы, Ямайской системы?
16. Если курс национальной валюты повысится (понижится), как это скажется на условиях экспортной и импортной деятельности?
17. Что такое «конвертируемость национальной валюты»? Какие выделяются виды валют в зависимости от их конвертируемости? Приведите примеры.
18. В чем заключается смысл мировой экономической интеграции? Назовите ее формы. Приведите примеры.
19. Охарактеризуйте этапы формирования Европейского союза. В чем заключается смысл развития данной интеграционной группировки?
20. Охарактеризуйте деятельность международных организаций с точки зрения выполнения ими функций по мониторингу и регулированию важнейших процессов мировой экономики.

# ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

## Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ – это наука, изучающая и формирующая теоретические представления об экономических процессах и явлениях, о функционировании хозяйства, об экономических отношениях, которые основаны, с одной стороны, на логике и историческом опыте, а с другой – на теоретических концепциях и взглядах ученых-экономистов.

ПРИКЛАДНАЯ ЭКОНОМИКА является *точной* наукой. Она ставит перед собой практические задачи управления хозяйственной деятельностью. Ей свойственны расчеты с использованием реальной информации, конкретных показателей экономической деятельности. Прикладная экономика приближена к микроэкономике.

МИКРОЭКОНОМИКА (приставка «микро-» означает «малый») изучает экономическое поведение индивидуумов, отдельных домохозяйств, предприятий и отраслей.

МАКРОЭКОНОМИКА (приставка «макро-» означает «большой») занимается изучением законов функционирования национальной экономики в целом, а также входящих в нее так называемых агрегатов – домохозяйств, предприятий, правительственного сектора – и связей между ними. Под агрегатами понимается совокупность отдельных экономических единиц (например, домохозяйств), которые в процессе экономического анализа рассматриваются как единое целое.

ПОЗИТИВНАЯ ЭКОНОМИКА ищет объективные, или научные, объяснения функционирования экономики; она имеет дело с тем, что было, есть или может быть.

НОРМАТИВНАЯ ЭКОНОМИКА предлагает рецепты действий, основанные на субъективных оценочных суждениях; она имеет дело с тем, что должно быть.

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ПОЛИТИКА представляет собой комплекс мер, направленных на регулирование поведения экономических агентов (потребителей и производителей) или последствий их деятельности с целью достижения поставленных экономических целей (экономической свободы, экономического роста, полной занятости, стабилизации цен, справедливого налогообложения и др.), в достижении которых заинтересованы все макроэкономические субъекты. При реализации экономической политики государство использует административные (прямые) и экономические (косвенные) методы воздействия, эффективность которых зависит от степени учета основных принципов экономической теории и результатов ее исследований.

МЕРКАНТИЛИЗМ (от итал. слова «мерканте» – купец, торговец) – направление экономической мысли, представители которого источник богатства видели во внешней торговле (за счет активного торгового баланса).

ФИЗИОКРАТИЗМ (от греч. слова «физиократия» – власть природы) – это теоретическая школа, которая получила развитие одновременно с меркантилизмом. Представители физиократизма центральную роль в экономике отводили сельскохозяйственному производству, выражали интересы крупного капиталистического фермерства, критиковали меркантилизм.

КЛАССИЧЕСКАЯ ПОЛИТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИЯ (от лат. слова «классикус» – образцовый) – экономическое течение, ориентированное на решение проблем свободного предпринимательства.

ПОЛИТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИЯ МАРКСИЗМА возникла в XIX в. в Германии. Основоположителем экономического научного направления является Карл Маркс (основной труд – «Капитал»). Продолжил и развил идеи Маркса Фридрих Энгельс.

МАРЖИНАЛИЗМ (от фр. слова «мёжинал» – предельный, дополнительный) – направление экономической теории, которое широко использует в анализе экономических процессов и законов предельные величины. В качестве самостоятельного течения экономической мысли маржинализм оформился во второй половине XIX в. Маржинальная револю-

ция заключается в переходе от концепции классической экономической школы к неоклассической теории.

**КЕЙНСИАНИЗМ** – учение, получившее развитие с середины 30-х гг. XX в.

**ЧИКАГСКИЙ МОНЕТАРИЗМ** – экономическая теория, основанная на определяющей роли денежной массы, находящейся в обращении, на состоянии экономики в целом, а также на осуществлении политики стабилизации экономики, ее функционирования и развития.

**РЕСУРСЫ** – это совокупность всех материальных и нематериальных благ, используемых при создании экономических благ. Все ресурсы условно делят на два класса: свободные (неэкономические) и экономические.

**СВОБОДНЫЕ (НЕЭКОНОМИЧЕСКИЕ) РЕСУРСЫ** – ресурсы, находящиеся в неограниченном количестве и, как следствие, имеющие нулевую цену на рынке.

**ЭКОНОМИЧЕСКИЕ РЕСУРСЫ** – ресурсы, находящиеся в ограниченном количестве и, как следствие, имеющие определённую цену на рынке.

**ФАКТОРЫ ПРОИЗВОДСТВА** – экономические ресурсы, вовлеченные в производство.

**ПОТРЕБНОСТЬ** – это состояние неудовлетворенности или нужды человека в чём-либо. Именно потребности выступают внутренним побудительным фактором активной деятельности человека.

**БЛАГО** – это средство, непосредственно удовлетворяющее потребности. Количество потребностей наряду с редкостью (ограниченностью) блага определяет его ценность. Ценность блага есть то, что за него можно получить. Стоимость блага есть то, что за него надо отдать.

**ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СУБЪЕКТЫ (АГЕНТЫ)** – это участники экономических отношений, возникающих в процессе производства, распределения, обмена и потребления экономических благ.

**ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КРУГООБОРОТ** – это движение экономических благ и ресурсов между экономическими субъектами, которое сопровождается денежными потоками (доходами и расходами).

**АЛЬТЕРНАТИВНАЯ СТОИМОСТЬ БЛАГА** – это определённая жертва для собственника блага, которая выражается в количестве другого блага, от производства которого следует отказаться, чтобы произвести определенное количество данного блага.

**ПРОИЗВОДСТВО** представляет собой процесс взаимодействия средств производства и людей с целью получения необходимых экономических благ. В зависимости от вида удовлетворяемых создаваемым экономическим благом потребностей различают материальное и нематериальное производство.

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ** предполагает определенным образом осуществляемое разделение созданного экономического блага между участниками процесса производства. В качестве известных способов распределения созданного блага выступают следующие: поровну, по потребностям, по затратам, по результатам труда, по вложенному капиталу.

**ОБМЕН** обеспечивает выход созданного экономического блага на рынок, связывая процессы производства и потребления. Он способствует перемещению в пространстве различных экономических благ таким образом, чтобы полнее удовлетворялись потребности экономических субъектов.

**ПОТРЕБЛЕНИЕ** представляет собой процесс использования экономического блага по назначению. Это конечная цель производства, его предпосылка и условие, а также собственно «производство» рабочей силы. В зависимости от функционального назначения потребляемого блага различают личное и производственное потребление.

**СОБСТВЕННОСТЬ** выражает объективно складывающиеся экономические отношения между людьми в процессе производства, распределения, обмена и потребления по поводу присвоения средств производства и произведенных благ.

**ПРАВО СОБСТВЕННОСТИ** – определенная совокупность правомочий, принадлежащих лицу-правообладателю.

**ФОРМА СОБСТВЕННОСТИ** – это вид собственности, характеризующийся по признаку субъекта собственности.

**ЧАСТНАЯ СОБСТВЕННОСТЬ** выступает в качестве собственности одного или группы членов общества.

**ГОСУДАРСТВЕННАЯ СОБСТВЕННОСТЬ** выступает в качестве собственности всех членов общества. В зависимости от уровня органов власти и управления, которые распоряжаются объектом собственности, выделяют следующие ее формы: федеральную, субфедеральную (региональную), местную (муниципальную).

**РАЗДЕЛЕНИЕ ТРУДА** – это исторический процесс обособления различных видов трудовой деятельности в самостоятельные или взаимосвязанные производства.

**ТОВАРНОЕ ПРОИЗВОДСТВО** – это такая общественная форма производства, при которой блага производятся не для собственного потребления, а для удовлетворения потребностей других экономических субъектов.

**РЫНОЧНАЯ СИСТЕМА ХОЗЯЙСТВОВАНИЯ** – это система взаимосвязей между экономическими субъектами, основанная на действии механизма саморегуляции, равноправии прав частных собственников, меновых отношениях и платности всех экономических благ.

**ПРИВАТИЗАЦИЯ** – передача государственной собственности в частные руки. Она способствует устранению фактической монополии государственной собственности, обеспечению многообразия и равноправия различных форм собственности.

## **Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ**

**СПРОС ( $D$ )** – обобщающий термин, описывающий поведение фактических и потенциальных покупателей товара.

**ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА ПО ЦЕНЕ ( $E^D_P$ )** показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на товар при изменении его цены на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

**ПЕРЕКРЕСТНАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА ( $E^{DA}_{PB}$ )** показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на товар А при изменении цены товара В на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

**ЭЛАСТИЧНОСТЬ СПРОСА ПО ДОХОДУ ( $E^D_I$ )** показывает, на сколько процентов изменится объем спроса на товар при изменении величины доходов покупателей на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ ( $S$ )** – обобщающий термин, описывающий поведение фактических и потенциальных продавцов товара.

**ЭЛАСТИЧНОСТЬ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ЦЕНЕ ( $E^S_P$ )** показывает, на сколько процентов изменится объем предложения товара при изменении его цены на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

**ПЕРЕКРЕСТНАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ( $E^{SA}_{PB}$ )** показывает, на сколько процентов изменится объем предложения товара А при изменении цены товара В на один процент при условии, что прочие факторы останутся неизменными.

**ПОЛЕЗНОСТЬ ( $U$ )** – это удовлетворение, получаемое людьми от потребления благ. Это понятие сугубо индивидуальное.

**КРИВАЯ БЕЗРАЗЛИЧИЯ** – это кривая, демонстрирующая все возможные наборы двух благ (А и В), дающие потребителю равный объем удовлетворения (т. е. они для него абсолютно равноценны).

**БЮДЖЕТНАЯ ЛИНИЯ** – это линия, показывающая различные наборы двух благ (*A* и *B*), которые могут быть приобретены при данной величине дохода (бюджета) и ценах благ.

**ИЗЛИШЕК ПОТРЕБИТЕЛЯ** (рента потребителя) – это разница между той суммой денег, которую потребитель согласен уплатить за покупаемое экономическое благо, и той суммой, которую он действительно платит.

**ПРЕДПРИЯТИЕ** – это самостоятельно хозяйствующий субъект, созданный в порядке, установленном действующим законодательством, и осуществляющий производство продукции, выполнение работ и оказание услуг в целях удовлетворения общественных потребностей и получения прибыли.

**ПРОИЗВОДСТВО** – процесс преобразования ресурсов в блага, прямо или косвенно служащих удовлетворению человеческих потребностей.

**ТЕХНОЛОГИЯ** – это определенная устойчивая комбинация факторов производства.

**ИЗОКВАНТА** – это кривая, демонстрирующая все возможные сочетания двух факторов производства, обеспечивающие один и тот же объем выпуска экономического блага (*Q*).

**ИЗОКОСТА** – это линия, показывающая различные сочетания двух факторов производства, которые обеспечивают определенную сумму общих затрат, ограниченных бюджетом производителя.

**ИЗДЕРЖКИ ПРОИЗВОДСТВА** – это совокупность затрат, связанных с использованием факторов для производства экономического блага.

**ИЗЛИШЕК ПРОИЗВОДИТЕЛЯ** (рента производителя) – это разница между той суммой денежных средств, которую он получает от реализации определенного количества экономического блага, и той суммой, на которую он согласен.

**РЫНОЧНАЯ СТРУКТУРА** – характеристика рынка с точки зрения его воздействия на положение и поведение производителей, а также влияния производителей на его состояние.

**МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ СОВЕРШЕННОЙ (ЧИСТОЙ) КОНКУРЕНЦИИ** – модель поведения предприятия в условиях идеальных конкурентных отношений, когда предприятий много, у всех из них равные возможности и отсутствует возможность влияния на рынок и цену продукции.

**МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ ЧИСТОЙ МОНОПОЛИИ** – модель поведения предприятия, когда одно предприятие становится единственным производителем продукции, у которой нет близких заменителей; оно может влиять на рынок и цену продукции. Это чисто теоретическая модель. В качестве сфер деятельности, где она может наблюдаться, являются те, которые относятся к естественным монополиям.

**ЦЕНОВАЯ ДИСКРИМИНАЦИЯ** («ценовое разделение») – это продажа одной и той же продукции разным потребителям (группам потребителей) по разным ценам, при этом различия в ценах не обусловлены различиями в издержках производства. Смысл проведения данной ценовой политики состоит в стремлении монополиста присвоить себе излишек потребителя.

**МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ ОЛИГО-ПОЛИИ** – модель поведения предприятия в условиях рыночной ситуации, когда на рынке функционирует несколько производителей продукции, которые обладают определенной властью над ценой (их власть ограничена количеством производителей, поделивших рынок между собой). Эта модель характерна для сфер деятельности, которые требуют значительных капиталовложений: металлургия, электротехника, химическая промышленность, машиностроение, топливная энергетика.

**МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ МОНОПОЛИСТИЧЕСКОЙ КОНКУРЕНЦИИ** – модель поведения предприятия в рыночной ситуации, которая характеризуется наличием множества производителей, производящих дифференцированную продукцию.

**РЫНОК ТРУДА** – это сфера взаимоотношений между продавцами и покупателями трудовых услуг, т. е. между теми, кто желает работать (в их число входят занятые и безработные), и теми, кто нанимает работников для производства товаров и услуг.

**ЗАРАБОТНАЯ ПЛАТА** – это доход от предоставления трудовых услуг.

**СТАВКА ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ** – цена, выплачиваемая за использование единицы труда в течение определенного периода: часа, дня и т. д.

**КАПИТАЛ** в широком смысле – ценность, приносящая приток дохода; самовозрастающая стоимость. Это производственные фонды предприятий, земля, ценные бумаги, банковские депозиты, человеческий капитал (накопленные профессиональные знания).

**ССУДНЫЙ ПРОЦЕНТ** – цена, уплачиваемая собственнику капитала за его использование в течение определенного периода времени.

**ИНВЕСТИРОВАНИЕ** – процесс создания или пополнения запаса капитала.

**ДИСКОНТИРОВАНИЕ** – процедура определения сегодняшней стоимости будущей суммы денег.

**ЭКОНОМИЧЕСКАЯ РЕНТА** – доход, получаемый собственником ресурса, предложение которого строго ограничено.

**ПРИРОДНАЯ РЕНТА** – доход от использования природного ресурса, предложение которого строго ограничено.

**ОБЩАЯ РЕНТА** – доход, который получает собственник природного ресурса. Она включает абсолютную ренту и при возможности дифференцированную.

**АБСОЛЮТНАЯ РЕНТА** – доход, который получают все собственники природного ресурса независимо от его качества.

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ РЕНТА** – дополнительный доход от использования природного ресурса, образуемый благодаря лучшим характеристикам (сверхприбыль).

**ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВО** – сфера деятельности, предполагающая наличие способности организовывать производство, объединять факторы производства для создания продукции, создавать что-то новое, рисковать, нести ответственность за свою деятельность.

**ПРИБЫЛЬ** – это вознаграждение за такой человеческий ресурс, как предпринимательские способности.

**УПРАВЛЕНИЕ** – это сознательное воздействие на объекты и процессы, а также на участие в них людей, осуществляемое с целью придания определенной направленности хозяйственной деятельности и получения желаемых результатов.

**МЕНЕДЖМЕНТ** – это определенная философия, основанная на интуиции и профессионализме организаторов деятельности или процесса, умении добиваться поставленных целей при использовании труда, интеллекта, мотивов поведения других людей.

### **Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ**

**МАКРОЭКОНОМИКА** – это комплекс знаний, взглядов, идей, объясняющих поведение экономики страны как единого целого и основных ее совокупных величин.

**НАЦИОНАЛЬНАЯ ЭКОНОМИКА** представляет собой совокупность всех экономических явлений и процессов, происходящих в стране на основе действующих в ней имущественных отношений и организационных форм.

**НАЦИОНАЛЬНОЕ БОГАТСТВО** – это многолетний результат функционирования национальной экономики, отражающий её экономический потенциал и представляющий всю совокупность благ и ресурсов, которыми она располагает на данный момент времени.

**СИСТЕМА НАЦИОНАЛЬНЫХ СЧЕТОВ (СНС)** – это система взаимосвязанных показателей совокупного выпуска и совокупного дохода страны, характеризующих результаты функционирования экономики, ориентированной на рыночные отношения.

**ВАЛОВОЙ ВНУТРЕННИЙ ПРОДУКТ (ВВП)** (англ. GIP – Gross Internal Product) – это суммарная рыночная стоимость всех конечных товаров и услуг, произведенных в тече-

ние года внутри страны предприятиями-резидентами и предприятиями-нерезидентами с использованием национальных и зарубежных факторов производства.

**ВАЛОВОЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПРОДУКТ (ВНП)** (англ. GNP – Gross National Product) – это суммарная рыночная стоимость всех конечных товаров и услуг, произведенных в течение года предприятиями-резидентами внутри страны и за ее пределами с использованием национальных факторов производства.

**ЧИСТЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПРОДУКТ (ЧНП)** (англ. NNP – Net National Product) – созданный валовой национальный продукт за вычетом той части инвестиций, которая пошла на обновление устаревших и изношенных основных фондов.

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ДОХОД (НД)** (англ. NI – National Income) – это совокупный доход, заработанный резидентами страны за вклад собственных факторов производства в процесс создания валового национального продукта.

**ЛИЧНЫЙ ДОХОД (ЛД)** (англ. PI – Personal Income) – это совокупный доход, заработанный или полученный домохозяйствами за год.

**ЛИЧНЫЙ РАСПОЛАГАЕМЫЙ ДОХОД (ЛРД)** (англ. DI – Domestic Income) – это доход, используемый домашними хозяйствами на потребление (осуществление текущих расходов по приобретению товаров и услуг) и сбережения (накопление богатства).

**ЧИСТОЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЕ БЛАГОСОСТОЯНИЕ (ЧЭБ)** – это интегральный результат функционирования внутренней экономики в определенном году, демонстрирующий благосостояние страны в целом. ЧЭБ применяется в дополнение к показателю ВВП, который не даёт точной картины экономического благосостояния.

**ТЕНЕВАЯ (НЕНАБЛЮДАЕМАЯ ЭКОНОМИКА)** включает в себя сферы производства, распределения, обмена и потребления товарно-материальных ценностей, денег, услуг, которые не контролируются обществом и органами государственного управления.

**МЕЖОТРАСЛЕВОЙ БАЛАНС (МОБ)** является одним из важных разделов современной СНС, он отражает процессы, происходящие на нынешнем этапе развития экономики, позволяет производить системный счет основных показателей СНС и анализ взаимосвязей между отраслями экономики, выявлять главные экономические пропорции, изучать структурные сдвиги и особенности ценообразования в экономике и т. д.

**МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ** – это равновесие национальной экономики, характеризуемое сбалансированностью и пропорциональностью экономических явлений и процессов. Макроэкономическое равновесие необходимо для обеспечения стабильности развития экономики страны и достижения макроэкономических целей.

**СОВОКУПНЫЙ СПРОС (AD)** – это суммарные планируемые (желаемые) расходы экономических субъектов на конечные товары и услуги, предлагаемые на рынке благ, при каждом возможном уровне цен.

**СОВОКУПНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ (AS)** – реальный объем национального производства при каждом возможном уровне цен.

**ПОТРЕБЛЕНИЕ (С)** – это сумма денег, которая тратится домохозяйствами на приобретение потребительских благ.

**СБЕРЕЖЕНИЯ (S)** – это та часть личного располагаемого дохода, которая отложена для будущего потребления.

**ИНВЕСТИЦИИ (I)** – это расходы, связанные с обновлением и увеличением производственных мощностей и прочих капитальных активов.

**ДЕНЬГИ** – всеобщий эквивалент; универсальный товар, обмениваемый на любые экономические блага и пригодный для расчетов и платежей. Деньги являются общепризнанным высоколиквидным активом: на них можно всё купить.

**ДЕНЕЖНОЕ ОБРАЩЕНИЕ** – это денежный кругооборот, движение денег, опосредующее оборот товаров и услуг, а также финансовых активов.

**ДЕНЕЖНАЯ МАССА** – совокупность всего многообразия денежных средств, обращающихся в стране: обслуживающих экономические связи и принадлежащих различным экономическим субъектам.

**СКОРОСТЬ ОБРАЩЕНИЯ ДЕНЕГ** – это среднегодовое количество оборотов, совершаемых деньгами, находящимися в обращении. Скорость обращения денег показывает среднегодовое количество владельцев, в состав дохода которых вошла одна и та же денежная единица, или среднегодовое количество сделок, в которых она участвовала.

**ДЕНЕЖНАЯ СИСТЕМА** – это форма организации денежного обращения в стране, сложившаяся исторически и закреплённая национальным законодательством.

**ДЕНЕЖНАЯ РЕФОРМА** – полное или частичное преобразование денежной системы страны, проводимое государством в целях укрепления национальной валюты, стабилизации денежной единицы в условиях нарушения денежного обращения.

**ДЕНЕЖНЫЙ РЫНОК** – это рынок, на котором взаимодействуют между собой спрос и предложение денег, а также формируется равновесная цена денег (равновесная процентная ставка).

**ПРОЦЕНТНАЯ СТАВКА** – это цена денег, уплачиваемая за их использование. Процентная ставка бывает номинальной ( $R$ ) и реальной ( $r$ ). В отличие от номинальной реальная процентная ставка корректируется, или «дефлируется», в соответствии с темпом инфляции.

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ ДЕНЕГ ( $M_s$ )** – это общее количество денег, находящихся в обращении. Предложение денег обеспечивается банковской системой страны (Центральным и коммерческими банками).

**СПРОС НА ДЕНЬГИ ( $M_d$ )** – это величина денежных средств, которыми желают (планируют) обладать экономические субъекты.

**КРЕДИТ** представляет собой особую форму движения денег, связанную с мобилизацией свободных денежных средств национальной экономики и их распределением на условиях возвратности, срочности, платности в целях расширенного воспроизводства.

**КРЕДИТНЫЙ РЫНОК** – это общее обозначение тех рынков, где возникают и взаимодействуют между собой спрос и предложение различных видов кредитных ресурсов.

**КРЕДИТНО-ДЕНЕЖНАЯ СИСТЕМА** представляет собой комплекс кредитно-финансовых учреждений, активно используемых государством в целях регулирования экономики.

**ДЕПОЗИТЫ**, или банковские вклады ( $D$ ), – это денежные средства, переданные клиентом во временное пользование банка.

**БАНК** – это кредитно-финансовое учреждение, аккумулирующее денежные средства, предоставляющее кредиты, производящее денежные расчеты, осуществляющее выпуск банкнот и ценных бумаг, выступающее посредником во взаимных платежах и расчетах между государствами, предприятиями и домохозяйствами.

**БАНКОВСКАЯ СИСТЕМА** – совокупность банков страны. В организационном плане банковская система может быть одноуровневой и двухуровневой. Для России, как и для большинства стран мира, характерна двухуровневая банковская система: верхний уровень – Центральный банк («банк банков»), второй уровень – подконтрольные ему коммерческие банки.

**ЦЕНТРАЛЬНЫЙ БАНК** – эмиссионный, кредитный, расчетный и валютный центр страны, а также центр кредитно-денежного регулирования экономики.

**КРЕДИТНО-ДЕНЕЖНАЯ (МОНЕТАРНАЯ) ПОЛИТИКА** – комплекс взаимосвязанных мероприятий, предпринимаемых Центральным банком в целях регулирования деловой активности в стране путем воздействия на кредитно-денежное обращение.

**КОММЕРЧЕСКИЙ БАНК** – кредитно-финансовое учреждение, наделённое исключительным правом привлекать свободные денежные средства субъектов хозяйствования и населения и размещать их от своего имени и за свой счет на условиях возвратности, срочности, платности, а также осуществлять другие банковские операции.

**БАНКОВСКИЕ РЕЗЕРВЫ** – это часть привлечённых на депозиты денежных средств, не выданных в качестве кредитов (не использованных в активных операциях).

**ФИНАНСЫ** – система отношений между экономическими субъектами по поводу формирования, распределения и использования фондов денежных средств.

**ФИНАНСОВАЯ СИСТЕМА** – совокупность финансовых отношений национальной экономики. С точки зрения субъектов экономики, вступающих в финансовые отношения.

**ФИНАНСОВЫЙ РЫНОК** – это рынок, на котором формируются спрос и предложение на все финансовые ресурсы страны и осуществляется их движение в направлении обеспечения финансовыми средствами различных сфер экономики.

**РЫНОК ЦЕННЫХ БУМАГ** представляет собой рынок, на котором формируются и развиваются экономические отношения по поводу выпуска и обращения ценных бумаг между его участниками.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ФИНАНСЫ** призваны обеспечить государство денежными средствами, необходимыми для выполнения им экономических, политических и социальных функций.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ДОХОДЫ** – денежные средства, привлечённые для реализации государственных функций.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЕ РАСХОДЫ** – это часть финансовых отношений, обусловленная использованием государственных доходов.

**БЮДЖЕТ ГОСУДАРСТВА** – это консолидированный бюджет РФ.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ БЮДЖЕТ** – это главное звено финансовой системы страны. Он представляет собой форму образования и использования централизованного фонда денежных средств для обеспечения функций органов государственной власти. На основании Конституции РФ государственный бюджет носит название федерального.

**БЮДЖЕТНЫЙ ДЕФИЦИТ** – ситуация превышения расходной части бюджета над доходной.

**БЮДЖЕТНЫЙ ПРОФИЦИТ** – ситуация превышения доходной части бюджета над расходной.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ВНЕБЮДЖЕТНЫЕ ФОНДЫ** – это фонды денежных средств, образуемые вне государственного бюджета и предназначенные для реализации конституционных прав граждан на пенсионное обеспечение, охрану здоровья и медицинскую помощь.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ДОЛГ** – это величина государственной задолженности. Он равняется сумме накопленных в стране за определенный период бюджетных дефицитов за вычетом накопленных бюджетных профицитов.

**НАЛОГ** – обязательный и безвозмездный платёж, взимаемый в пользу государства с дохода или стоимости имущества физического и юридического лица в размере, заранее определенном и установленном в законодательном порядке.

**НАЛОГОВАЯ СИСТЕМА** – это совокупность всех налогов, методы и принципы их построения, способы исчисления и взимания, налоговый контроль, устанавливаемые в законодательном порядке.

**БЮДЖЕТНО-НАЛОГОВАЯ (ФИСКАЛЬНАЯ) ПОЛИТИКА** – это воздействие государства на уровень деловой активности в стране посредством изменения государственных расходов и налогов.

**СОЦИАЛЬНАЯ ПОЛИТИКА** – комплекс мер государства, направленных на обеспечение социальной справедливости и поддержание достойного уровня благосостояния населения.

**СОЦИАЛЬНАЯ СПРАВЕДЛИВОСТЬ** проявляется в правомерном распределении национального дохода, наличии одинаковых возможностей для получения работы согласно имеющимся способностям и профессиональной подготовке, наличии системы социальной защиты населения и социальных гарантий.

**БЛАГОСОСТОЯНИЕ** – это количественная и качественная характеристика условий жизнедеятельности населения. Рассмотрение сущности данного термина требует учета двух подходов.

**ДОХОДЫ** – совокупность денежных средств и материальных благ, которыми обладает человек, семья, социальная группа, население в целом.

**ПРОЖИТОЧНЫЙ МИНИМУМ** выражает минимально допустимую материальную обеспеченность, ниже которой возникает угроза воспроизводству населения страны.

**ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДОХОДОВ** – изъятие части доходов наиболее обеспеченных экономических субъектов в пользу менее обеспеченных.

**ЗАНЯТОСТЬ** – это обеспеченность населения рабочими местами.

**БЕЗРАБОТИЦА** – это социально-экономическое явление, при котором часть трудоспособного населения не занята в общественном производстве по причине превышения предложения рабочей силы над спросом на нее.

**ЕСТЕСТВЕННАЯ БЕЗРАБОТИЦА ( $U'$ )** – безработица, существующая при полной занятости, которой соответствует потенциальный ВВП. Естественная безработица способствует созданию резерва рабочей силы, поддержанию конкуренции между работниками и тем самым повышению производительности труда.

**СОЦИАЛЬНАЯ ЗАЩИТА** – система мер, осуществляемых обществом в целом и его звеньями по обеспечению приемлемого материального и социального положения граждан.

**СОЦИАЛЬНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ** – социальная отрасль экономики, обеспечивающая людей, находящихся на длительном или постоянном иждивении государства и общества.

**СОЦИАЛЬНОЕ СТРАХОВАНИЕ** – важный элемент социального обеспечения населения, ориентированный на обеспечение человека экономической защитой в случае болезни и старости, в связи с несчастными случаями и болезнями по производственной причине, в связи с безработицей.

**ПЕНСИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ** – форма социального обеспечения, имеющая следующие цели: борьба с бедностью, компенсация утраченного заработка, обеспечение материальной достаточности гражданина.

**СОЦИАЛЬНАЯ РЕАБИЛИТАЦИЯ** – это восстановление нарушенной социальной справедливости по отношению к невинно пострадавшим. К ним относятся: жертвы противозаконных репрессий; жертвы войн; лица, пострадавшие от катастроф, стихийных бедствий и аварий; инвалиды по болезни, жертвы эпидемий, пострадавшие от вредности производства; вынужденные переселенцы.

**СОЦИАЛЬНЫЕ ГАРАНТИИ** – это система обязательств общества перед своими членами по удовлетворению их насущных потребностей.

**УРОВЕНЬ ЖИЗНИ** определяется, с одной стороны, количеством и качеством жизненных благ, используемых для удовлетворения потребностей населения, а с другой – степенью развития самих потребностей людей.

**КАЧЕСТВО ЖИЗНИ** определяется качественной стороной жизни населения – здоровьем, физическим развитием, уровнем образования, условиями труда, возможностями использования свободного времени, состоянием экологии. Применение данного показателя затруднительно из-за сложности проявления качественных характеристик жизни в количественном и стоимостном выражениях.

**МАКРОЭКОНОМИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА** – нестабильное развитие национальной экономики.

**ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ** – это периодические взлеты и падения деловой активности, проявляющиеся во всевозможных формах несоответствия совокупного спроса и предложения.

**СТАБИЛИЗАЦИОННАЯ (АНТИЦИКЛИЧЕСКАЯ) ПОЛИТИКА** – комплекс мероприятий, способствующих сглаживанию негативных последствий макроэкономической динамики.

**ИНФЛЯЦИЯ** – это переполнение экономики страны избыточной денежной массой при отсутствии адекватного увеличения товарной массы, которое приводит к повышению общего уровня цен, обесценению денежной единицы, снижению ее покупательной способности.

**ИНФЛЯЦИЯ ИЗДЕРЖЕК** – инфляция, которая вызвана факторами, лежащими на стороне совокупного предложения.

**ИНФЛЯЦИОННЫЕ ОЖИДАНИЯ** – это оценка экономическими субъектами изменения темпов инфляции в будущем периоде. Они выражаются в показателе под названием «ожидаемый темп инфляции ( $\pi_e$ )».

**АНТИИНФЛЯЦИОННАЯ ПОЛИТИКА** – макроэкономическая политика, направленная на обеспечение стабилизации общего уровня цен, предупреждения или смягчения инфляционной напряженности.

**ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РОСТ** – долговременное устойчивое увеличение масштабов экономики, выражающееся в поступательном росте реального ВВП и улучшении других показателей деловой активности.

**МИРОВАЯ ЭКОНОМИКА** – это система экономических отношений, сложившаяся и развивающаяся между странами; другими словами, это вся совокупность национальных экономик в той части, которая сориентирована на внешние рынки и использует внешние ресурсы и продукцию для внутреннего развития.

**ОТКРЫТАЯ ЭКОНОМИКА** – это экономика страны с высокой степенью вовлеченности в мировые хозяйственные связи, предполагающая отсутствие ограничений международного обмена ресурсами и благами. Снятие внешнеэкономических ограничений способствует усилению конкуренции и тем самым повышению эффективности национальной экономики.

**ЗАКРЫТАЯ ЭКОНОМИКА** (автаркия) предполагает экономическую самообеспеченность страны (примеры: бывшие страны Совета Экономической Взаимопомощи, Северная Корея, Куба).

**МЕЖДУНАРОДНЫЕ ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ОТНОШЕНИЯ** – это система хозяйственных связей между экономиками различных стран.

**МЕЖДУНАРОДНАЯ ТОРГОВЛЯ** заключается в экспорте (вывозе) и импорте (ввозе) благ (товаров и услуг).

**МЕЖДУНАРОДНОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ ТРУДА** заключается в специализации отдельных стран на производстве определенных видов благ, которыми эти страны обмениваются между собой.

**АБСОЛЮТНОЕ ПРЕИМУЩЕСТВО** – возможность страны производить благодаря ее естественным и приобретенным преимуществам какой-либо товар с меньшими затратами труда на единицу продукции по сравнению с другими странами, производящими этот же товар.

**СРАВНИТЕЛЬНОЕ ПРЕИМУЩЕСТВО** – это способность страны производить товар с относительно меньшими издержками замещения по сравнению с другими странами. Издержки замещения (альтернативные издержки) представляют собой соотношение абсолютных удельных затрат труда по двум видам товаров в одной стране.

**ВНЕШНЕТОРГОВАЯ ПОЛИТИКА** – это государственная политика в области внешней торговли. Известны два основных направления внешнеторговой политики государства: протекционизм и фритрейдерство.

**ФРИТРЕЙДЕРСТВО** – политика свободной торговли, которая не предполагает установление каких-либо ограничений на внешнеторговый оборот, в т. ч. взимание таможенных пошлин. Такую политику может проводить страна с высокоэффективной экономикой, в котором отечественные предприниматели способны выдерживать иностранную конкуренцию и активно внедряться на мировой рынок. Свободная торговля дает возможность открытой экономике страны и мировой экономике эффективно размещать ресурсы и повышать уровень материального благосостояния.

**ПРОТЕКЦИОНИЗМ** – политика государства, направленная на ограничение внешней торговли с целью защиты собственных производителей (в случае наличия более сильных иностранных конкурентов) или потребителей (в случае продажи за границу большого ко-

личества благ или ресурсов, востребованных внутри страны) путем установления тарифных и нетарифных ограничений.

**ТАРИФНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ** заключаются во взимании таможенных пошлин с ввозимых и вывозимых ресурсов и благ, затрудняя тем самым их движение. Таможенные пошлины увеличивают цену ресурсов и благ и снижают их конкурентоспособность на мировом рынке.

**НЕТАРИФНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ** – прямые административные нормы, определяющие количество, качество и номенклатуру вывозимых или ввозимых в страну ресурсов и благ.

**ПЛАТЕЖНЫЙ БАЛАНС** – это систематизированная запись итогов всех экономических сделок между резидентами данной страны и остальным миром в течение определенного периода времени (месяца, квартала, года).

**МЕЖДУНАРОДНЫЕ ВАЛЮТНЫЕ ОТНОШЕНИЯ** – это отношения между странами по поводу обмена валютой.

**ВАЛЮТА** – это денежная единица страны или группы стран (например, рубль, доллар, фунт стерлингов, евро, йена и т. д.). В узком смысле – это денежные знаки иностранных государств.

**ВАЛЮТНЫЙ РЫНОК** – это особый рынок, на котором осуществляются валютные сделки. Подавляющая часть денежных активов, продаваемых на валютном рынке, имеет вид депозита до востребования в крупнейших банках, осуществляющих торговлю друг с другом, лишь незначительная часть валютного рынка приходится на обмен наличных денег.

**ВАЛЮТНЫЙ (ОБМЕННЫЙ) КУРС** – это относительная цена валют двух стран, или валюта одной страны, выраженная в единицах другой страны.

**ВАЛЮТНАЯ КОТИРОВКА** – установление курса национальной денежной единицы в иностранной валюте на определенный момент времени.

**ВАЛЮТНАЯ СИСТЕМА** – совокупность валютных отношений, складывающихся на уровне отдельной страны, группы стран или мира в целом.

**СИСТЕМА ФИКСИРОВАННЫХ ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ** – это валютная система, при которой номинальный валютный курс фиксируется Центральным банком страны.

**СИСТЕМА ПЛАВАЮЩИХ ( ГИБКИХ ) ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ** – это валютная система, при которой номинальный валютный курс формируется на валютном рынке в результате взаимодействия спроса и предложения валют, без какого-либо вмешательства Центрального банка в этот процесс.

**СИСТЕМА СМЕШАННЫХ ВАЛЮТНЫХ КУРСОВ** – это валютная система, при которой номинальный валютный курс формируется на валютном рынке в результате взаимодействия спроса и предложения валют, а также валютных интервенций Центрального банка.

**КОНВЕРТИРУЕМОСТЬ (ОБРАТИМОСТЬ) НАЦИОНАЛЬНОЙ ВАЛЮТЫ** – способность валюты страны свободно использоваться в международном платежном обороте для совершения различных расчетов.

**ВАЛЮТНАЯ ПОЛИТИКА** – это совокупность государственных мероприятий в сфере международных расчетов. Она непосредственно связана с внешнеторговой политикой и состоянием денежного обращения.

**МИРОВАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ИНТЕГРАЦИЯ** – это процесс экономического взаимодействия стран, приводящий к сближению хозяйственных механизмов, принимающий форму межгосударственных соглашений и согласованно регулируемый межгосударственными органами.

## САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

- составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;
- перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);
- обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);
- определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;
- при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;
- все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);
- если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;
- следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьезный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить

специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;
- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис – это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта – основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование – наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

## ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА

Одной из форм текущего контроля является доклад, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада является обязательной для обучающихся, если доклад презентацией указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) к докладу - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;

- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обуславливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

### *Выступление*

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);
- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слушатели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас

это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

### *Презентация*

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;
- составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;
- подберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;
- подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;
- создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;
- просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

### *Требования к оформлению презентации*

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS Power Point.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносятся опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным средством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

## ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных заданий от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;
- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунков, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;
- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;
2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;
3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

## ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

### 1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

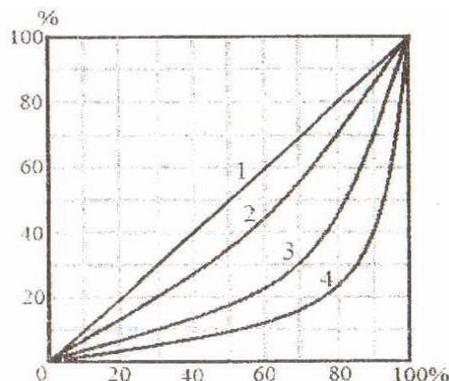
#### 1.3. Общая характеристика рыночной системы хозяйствования

##### *Благосостояние. Распределение доходов*

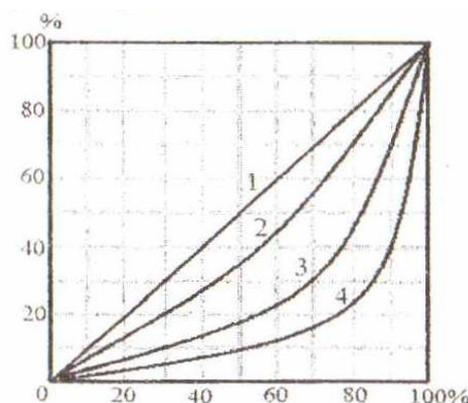
1. На основании следующих данных постройте кривую Лоренца; обозначьте точки, через которые вы ее строили. Какие действия государства могли бы приблизить кривую Лоренцу: а) к линии абсолютного равенства; б) к линии абсолютного неравенства?

Доли населения, по 20%	Доля доходов, %
Первая (низшая)	2
Вторая	8
Третья	10
Четвертая	15
Пятая (высшая)	65

2. Распределение доходов в обществе иллюстрирует линия 3. Если предельная ставка прогрессивного налога на доход любого домохозяйства будет снижена, то кривая Лоренца сместится в положение...



3. Наименьшее неравенство в распределении доходов в обществе отражает линия...



4. В таблице представлены данные по распределению доходов между группами населения в двух странах. В какой стране степень неравенства больше? Почему? Постройте кривую Лоренца для страны А.

Доли населения, по 20%	Доля доходов, %	
	Страна А	Страна В
Первая (низшая)	5	2
Вторая	10	8
Третья	17	10

Четвертая	28	15
Пятая (высшая)	40	65

5. При оценке степени неравенства в персональном распределении доходов с помощью кривой Лоренца следует обращать внимание на форму кривой. На рис. 1 и 2 представлены кривые Лоренца для двух стран с одинаковым коэффициентом Джини. О чем говорят представленные формы кривых: а) степень неравенства больше в стране А; б) степень неравенства больше в стране Б; в) в странах одинаковая степень неравенства? Выберите правильный ответ и поясните.

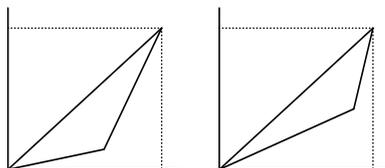


Рис. 1. Страна А      Рис. 2. Страна Б

6. Проанализируйте ситуацию неравенства в распределении доходов в России в период 1991–2000 гг., учитывая, что условно допустимое значение коэффициента Джини составляет 0,3.

Коэффициент Джини в России

1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
0,260	0,289	0,398	0,409	0,381	0,375	0,375	0,379	0,394	0,400	0,400	0,400

### Примеры решения типовых задач

1. В таблице представлены данные по распределению доходов между группами населения в конкретной стране. Рассчитайте на основании представленной информации квинтильный коэффициент, демонстрирующий степень неравенства в стране.

Доля населения, по 20 %	1	2	3	4	5
Доля доходов, %	5	10	18	27	40

*Решение.* Квинтильный коэффициент позволяет осуществлять сопоставление доходов, в среднем получаемых наиболее и наименее обеспеченными группами населения, каждая из которых составляет 20 % от общей численности населения:  $K.к. = 40 \% / 5 \% = 8$  раз.

2. Ниже представлено распределение семей граждан страны по уровню годового дохода. Постройте кривую Лоренца.

Группы семей по уровню доходов	Доля от общей суммы доходов, %
Беднейшие 20%	3,7
Вторые 20%	9,0
Средние 20%	15,0
Четвертые 20%	23,0
Высшие 20%	49,3

*Решение.* Кривая Лоренца представляет собой графический метод определения неравномерности распределения совокупного дохода общества между различными группами населения. Построение кривой происходит следующим образом. Вначале все население страны и совокупный доход общества делятся на 5 частей – квинтилей (квинтиль – это 1/5 часть исследуемой совокупности), т.е. по 20 %. Далее определяется, какой % дохода получают каждые 20 % населения. На основании этих данных производятся расчеты кумулятивных (накопленных) долей и строится кумулятивная кривая, которая показывает фактическое распределение дохода в обществе.

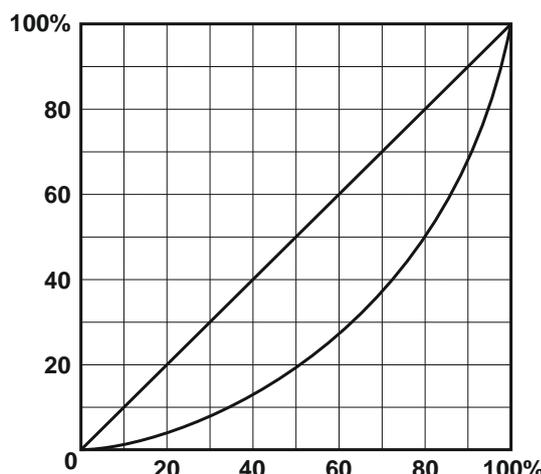
Прямая линия, проводимая из начала осей координат (биссектриса), дает представление о равном распределении дохода. Это линия абсолютного равенства. Линия абсолютного неравенства идет под прямым углом (ломаная линия). Точки на ней означают, что все население не получает никакого дохода, кроме одного – единственного, последнего в ряду человека, который присваивает 100 % всего дохода.

Следует отметить, что чем больше кривая Лоренца отклоняется от линии абсолютного равенства и, соответственно, становится ближе к линии абсолютного неравенства, тем больше неравенство в персональном распределении доходов в обществе.

Учитывая то, что построение кривой Лоренца осуществляется с использованием кумулятивного метода, представим имеющиеся данные в виде, необходимом для графического изображения.

Группы семей по уровню доходов	Доля от общей суммы доходов, %	Доля от общей численности семей нарастающим итогом, %	Доля от общей суммы доходов нарастающим итогом, %
Беднейшие 20%	3,7	20	3,7
Вторые 20%	9,0	40	12,7
Средние 20%	15,0	60	27,7
Четвертые 20%	23,0	80	50,7
Высшие 20%	49,3	100	100

Используя две последних колонки таблицы, строим кривую Лоренца.



## Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ

### Тема 2.1. Спрос и предложение. Формирование рыночной цены

#### *Спрос и эластичность спроса*

1. Известно, что товар  $X$  приобретается всего двумя потребителями, и при этом спрос первого потребителя описывается функцией  $Qd_1 = 90 - P$ , а спрос второго – функцией  $Qd_2 = 240 - 2P$ . Чему будет равна цена при величине рыночного спроса 42?

2. Как изменится спрос на товар, если изменится цена на товар-субститут: а) спрос на уголь (при росте цены на нефть); б) спрос на чай (при росте цены на кофе); в) спрос на мясо кур (при снижении цены на мясо говядины). В каком направлении сдвинется кривая спроса на эти товары, т. е. уголь, чай, мясо кур?

3. Как изменится спрос на товар, если изменится цена на товар-комплемент: а) спрос на ягоды (при росте цены на сахар); б) спрос на фотоаппараты (при росте цены на

фотопленку); в) спрос на энергоемкие марки автомобилей (при росте цены на бензин). В каком направлении сдвинется кривая спроса на эти товары, т. е. ягоды, фотоаппараты, автомобили?

4. По цене  $P_1 = 100$  руб. было продано 100 000 т картофеля, а когда цену повысили до  $P_2 = 120$  руб., то – 80 000 т. Определите коэффициент эластичности спроса на картофель по цене.

5. В результате повышения цены товара с 5 до 7 ден. ед. объем спроса на него сократился с 9 до 7 млн шт. Определите коэффициент эластичности спроса на товар по цене.

6. При повышении цены на товар с 20000 до 40000 руб. за 1 шт. объем спроса на него сократился со 100 до 50 шт. в день. Определите, чему в этом случае будут равны коэффициент эластичности спроса на товар по цене и изменение общей выручки продавца.

7. Коэффициент эластичности спроса на данный товар по цене равен 0,8, по доходу – 0,4. В предстоящем периоде доходы населения увеличатся на 10 %, цена товара снизится на 5 %. На сколько процентов изменится объем спроса на данный товар?

8. Коэффициент эластичности спроса на данный товар по цене равен – 0,5, а по доходу + 0,9. В предстоящем периоде доходы населения увеличатся на 4 %, а цена товара уменьшится на 3 %. Как изменится объем спроса на данный товар?

9. Коэффициент перекрестной эластичности спроса на товар X по цене товара Y равна +1,5. Что вы можете сказать об этих двух товарах? О чем свидетельствует величина коэффициента эластичности?

### **Предложение и эластичность предложения**

10. На рынке товара три производителя, предложение которых задано следующими уравнениями:  $Q_{s1} = 2P - 10$ ;  $Q_{s2} = 3P$ ;  $Q_{s3} = P + 5$ . Определите и исследуйте эластичность во всех трех случаях.

11. На рынке товара все производители имеют одинаковые индивидуальные функции предложения  $Q_s = 2P - 10$ . Рассчитайте коэффициент эластичности предложения товара по цене, если  $P = 45$  руб. и число производителей на рынке равно: а) 20; б) 50; в) 100.

### **Микроэкономическое равновесие**

12. Предположим, что общий объем спроса и предложения пшеницы в месяц характеризуется данными, представленными в таблице.

Таблица

P, \$/т	Qd, тыс. т	Qs, тыс. т
3,4	85	72
3,7	80	73
4,0	75	75
4,3	70	77
4,6	65	79
4,9	60	81

А. Какова будет равновесная цена пшеницы? Каков равновесный объем? Покажите графически.

Б. Допустим, правительством установлен потолок цены 3,7 \$ за 1 т. Какие последствия влечет данная цена? Покажите графически.

В. Допустим, правительством установлен пол цены 4,6 \$ за 1 т. Какие последствия влечет данная цена? Покажите графически.

13. Функция спроса на товар А:  $Q_d = 8 - 2P$ , а функция предложения:  $Q_s = -7 + 3P$ . Определите равновесную цену товара и равновесный объем продаж. Что произойдет, если правительство установит цену на уровне 5 руб.?

14. На рынке соевых бобов функции спроса и предложения следующие:  $Q_d = 100 - 10P$ ;  $Q_s = 20 + 5P$ , где  $Q_d$  – величина спроса, кг;  $Q_s$  – величина предложения, кг;  $P$  – цена,

долл. Каков будет результат при назначении правительством нижнего уровня цены в 7 долл.?

15. Спрос и предложение на рынке некоторого продукта описываются уравнениями:  $Q_d = 25 - 0,2P$  и  $Q_s = 4P - 80$ , где  $Q_d$  – объем спроса (тыс. шт.);  $Q_s$  – объем предложения (тыс. шт.),  $P$  – цена, ден. ед. Государство вмешалось и установило минимальную цену на товар в размере 30 ден. ед. за 1 тыс. шт.

Задание 1. Выберите из предложенных ниже вариантов один правильный ответ и вставьте в предложение.

Примером рынка с таким участием государства может служить рынок \_\_\_\_\_ .

Варианты: крепких спиртных напитков; товаров первой необходимости; пшеницы в сверхурожайный год; горюче-смазочных материалов.

Задание 2. Выберите из предложенных ниже вариантов два правильных ответа и вставьте в предложение.

Установление минимальной цены имеет целью помочь \_\_\_\_\_ и приведет к ситуации \_\_\_\_\_ товара на рынке.

Варианты: дефицита, потребителям, товаропроизводителям, излишка.

Задание 3. Решите задачу.

До вмешательства государства рынок характеризовался как равновесный с объемом продаж \_\_\_\_\_ тыс. шт.

16. Рынок цемента характеризуется следующими функциями спроса и предложения:  $Q_d = 12 - P$ ;  $Q_s = -3 + 2P$ . Определите: 1) какая сумма налога будет собрана с продажи цемента, если государство установит 50 % налога с оборота (выручки); 2) насколько возрастет объем продажи цемента при отмене налога?

#### Примеры решения типовых задач

1. Товар  $X$  приобретается потребителями, принадлежащими к двум разным группам. Численность первой группы 100 чел., а второй – 200 чел. Спрос типичного потребителя, принадлежащего к первой группе, описывается функцией  $Q_{d1} = 50 - P$ , ко второй –  $Q_{d2} = 60 - 2P$ . Чему равна величина рыночного спроса при значении цены 22?

*Решение.* Рыночный спрос определяется как сумма индивидуальных спросов всех потребителей на рынке данного товара. Поэтому для определения величины рыночного спроса необходимо суммировать обе функции, учитывая количество потребителей в каждой группе:  $100(50 - P) + 200(60 - 2P) = 5000 - 100P + 12000 - 400P = 17000 - 500P$ . Подставив вместо  $P$  значение цены, равное 22, определяем величину спроса, которая составит 96.

2. Является ли предложение товара эластичным, если известно следующее:

Таблица

Рыночные данные		
Цена, руб.	1500	1700
Объем предложения, шт.	30000	34000

*Решение.* Определяем коэффициент эластичности предложения по цене товара с использованием следующей формулы:

$$E_s = \frac{\Delta P}{\Delta Q} \cdot \frac{P_1 + P_2}{Q_1 + Q_2}$$

Получаем, что

$$E_s = \frac{(34000 - 30000)}{(1500 + 1700)} = \frac{4000}{3200} = 1.$$

$$(17000 - 15000) (30000 + 34000) \quad 200 \quad 64000$$

Таким образом, мы имеем дело с предложением единичной эластичности по цене.

3. Функция спроса на товар  $Qd = 2500 - 200P$ , а предложения –  $Qs = 1000 + 100P$ . Определите равновесную цену и равновесный объем товара. Что произойдет в случае, если правительство зафиксирует цену товара на уровне 3 руб.?

*Решение.* В условиях рыночного равновесия объем спроса и объем предложения равны. Поэтому мы можем приравнять обе функции:  $Qd = Qs$ , т. е.  $2500 - 200P = 1000 + 100P$ . Решив это уравнение, найдем равновесную цену:  $P^* = 5$  руб. Подставив значение цены в любую из функций, определим равновесный объем товара:  $Q^* = 1500$  ед.

Если правительство зафиксирует цену товара на уровне 3 руб., объем спроса ( $Qd$ ) будет равен 1900 ед., а объем предложения ( $Qs$ ) – 1300 ед. Иначе говоря, на рынке образуется товарный дефицит, равный разнице между объемом спроса и объемом предложения:  $Qs - Qd = 1300 - 1900 = -600$  ед.

4. Допустим, функциями спроса и предложения холодильников «Север» являются соответственно  $Qd = 400 - P$  и  $Qs = 2P - 260$ , где  $Qd$  – величина спроса на холодильники, тыс. шт.;  $Qs$  – величина предложения холодильников, тыс. шт.;  $P$  – цена, ден. ед. Определите, к чему приведет введение налога с оборота (выручки) в размере 12,5 % от цены.

*Решение.* До введения налога равновесная цена товара на рынке составляла 220 ден. ед., а *равновесное* количество – 180 тыс. шт. (пояснения в предыдущей задаче). После введения налога в распоряжении производителя остается  $7/8$  цены, что уменьшает предложение:  $Qs = 2(7/8)P - 260$ . Поэтому новая цена равновесия равна 240 ден. ед., а объем продаж – 160 тыс. шт. При этом общая выручка уменьшается с 39,6 до 38,4 млн ден. ед., а выручка, оставшаяся в распоряжении производителя, – с 39,6 до 33,6 млн ден. ед.

## Тема 2.2. Теория потребительского выбора

### Количественная теория полезности

1. Если некто потребляет 8 единиц товара при совокупной полезности 38 ютилей и 9 единиц при совокупной полезности 45 ютилей, чему равна предельная полезность (в ютилях) 9-й потребленной единицы?

2. Заполните пустые ячейки таблицы и постройте кривые общей и предельной полезности товара.

Таблица

Полезность товара		
Номер единицы товара	Общая полезность	Предельная полезность
1	?	20
2	37	?
3	51	?
4	?	11
5	71	9

3. Цена товара  $A$  составляет 3 руб., цена товара  $B$  – 1,5 руб. Потребитель максимизирует удовлетворение от покупки товаров  $A$  и  $B$ . При этом он оценивает предельную полезность товара  $B$  в 60 единиц. Как потребитель оценивает предельную полезность товара  $A$ ?

4. В таблице предельная полезность каждого продукта для потребителя считается независимой от количества другого продукта. Цена продукта  $X$  составляет 2 долл., а цена продукта  $Y$  – 1 долл.

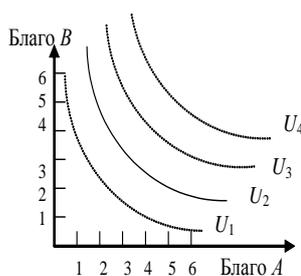
- А. Изобразите кривые предельной и общей полезности блага  $X$ .  
 Б. Ответьте, сколько единиц каждого продукта купит потребитель при доходе в 12 долл.?

Таблица

Предельная полезность продуктов			
Продукт $X$		Продукт $Y$	
номер единицы	предельная полезность	номер единицы	предельная полезность
1	40	1	22
2	35	2	20
3	30	3	18
4	25	4	16
5	20	5	14
6	15	6	12
7	10	7	10
8	5	8	8

### Сравнительная теория полезности

5. На рисунке представлена карта кривых безразличия.

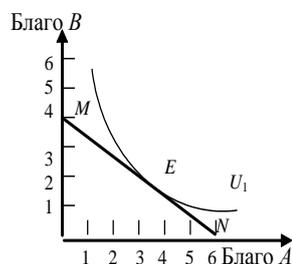


- А. Каков экономический смысл кривой безразличия?  
 Б. Что означает форма и положение кривой  $U_2$ , т. е. ее отрицательный наклон и выпуклость по отношению к началу координат?  
 В. Что означают кривые безразличия, расположенные выше и ниже  $U_2$ ?  
 Г. Могут ли пересекаться кривые безразличия?

Рис. Карта кривых безразличия

6. Допустим, некий потребитель считает, что ему одинаково полезно еженедельно выпивать как 8 стаканов молока и 3 стакана кефира, так и 6 стаканов молока и 4 стакана кефира. Чему в этом случае равна предельная норма замещения кефира молоком?

7. На рисунке представлены кривая безразличия и бюджетная линия.



- А. Каков экономический смысл бюджетной линии  $MN$ ? Чем определяется ее наклон? Если благо  $B$  подешевеет, как изменится наклон  $MN$ ?  
 Б. Каковы возможности потребления в каждой точке на бюджетной линии?  
 В. Что означает для потребителя касание кривой безразличия  $U_1$  и  $MN$  в точке  $E$ ?  
 Г. Возможно ли касание  $U_1$  линией  $MN$  в другой точке? Какие условия должны при этом измениться?  
 Д. Как можно выразить условия потребительского равновесия с помощью уравнения?

Рис. Касание кривой безразличия бюджетной линии

8. Потребитель имеет доход 3000 руб. На рисунке показаны две бюджетные линии и соответствующие им кривые безразличия.

А. Определите цену товара  $Y$ .

Б. Определите координаты двух точек линии спроса данного потребителя на товар  $X$ .

В. Напишите уравнения обеих бюджетных линий.

Г. Каков был бы доход потребителя, если бы цена товара  $Y$  равнялась 100 руб.?

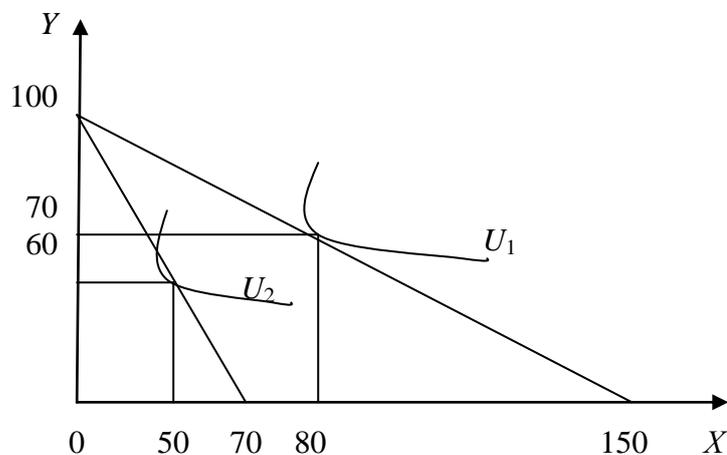


Рис. Ситуации равновесия потребителя

### Эффекты спроса

9. На рис. 8 представлена кривая спроса.

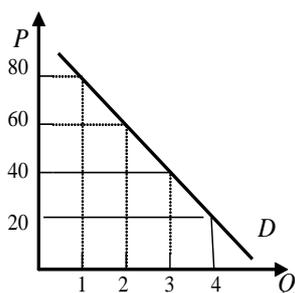


Рис. Кривая спроса

А. Какова рыночная цена первой, второй и третьей единиц блага при объеме рыночного спроса в 4 единицы блага?

Б. По какой максимальной цене потребитель оценивает каждую дополнительную единицу блага?

В. Сформулируйте понятие «излишек потребителя» и определите его величину при покупке 2, 3 и 4 единиц блага.

10. Функция спроса на товар задана уравнением  $Q_d = 50 - 2P$ , а функция предложения уравнением  $Q_s = 5 + 3P$ . Определите величину излишка потребителя.

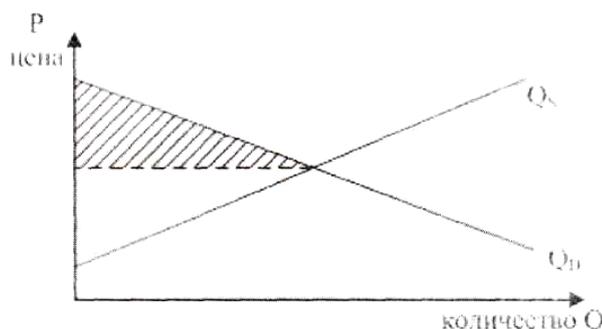


Рис. 9. Излишек потребителя

### Примеры решения типовых задач

1. Используя данные рисунка, определите излишек потребителя при покупке трёх единиц блага.

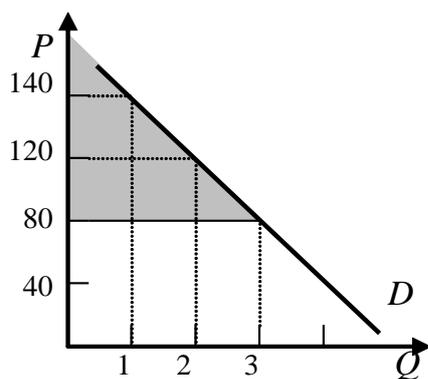


Рис. Излишек потребителя

*Решение.* На рисунке излишек потребителя – это окрашенная область, ограниченная сверху кривой спроса, а снизу – линией рыночной цены. Чем ниже цена, тем больше величина излишка потребителя.

При покупке трех единиц товара излишек потребителя составит:

$$(140 + 120 + 80) - (80 + 80 + 80) = 100 \text{ ден. ед.}$$

#### Примеры решения типовых задач

2. Представим гипотетическую ситуацию. Вы пришли в магазин за покупками, имея определенное количество денег (350 руб.). В магазине имеется два интересующих вас блага: благо *A* и благо *B*, цены которых соответственно равны 50 и 100 руб.

Таблица

Информация по предпочтениям покупателя

Номер единицы блага	Благо <i>A</i>		Благо <i>B</i>	
	$MU_A$	$MU_A/P_A$	$MU_B$	$MU_B/P_B$
1	5		9	
2	4		6	
3	3		5	
4	2		3	
5	1		1	
6	0,5		0,8	

*Решение.* Рассчитаем отношение предельной полезности к цене для каждого из благ.

Таблица

Отношение предельной полезности к цене для каждого из благ

Номер единицы блага	Благо <i>A</i> ( $P_A = 50$ руб.)		Благо <i>B</i> ( $P_B = 100$ руб.)	
	$MU_A$	$MU_A/P_A$	$MU_B$	$MU_B/P_B$
1	5	0,1	9	0,09
2	4	0,08	6	0,06
3	3	0,06	5	0,05
4	2	0,04	3	0,03
5	1	0,02	1	0,01
6	0,5	0,01	0,8	0,008

Второй закон Г. Госсена гласит, что при максимизации общей полезности отношения предельных полезностей к цене для каждого из благ должны быть равны. Из табл. 9 видно, что данное условие соблюдается при комбинациях: 1)  $3A + 2B$ ; 2)  $6A + 5B$ .

Проверим достаточность располагаемых средств для приобретения каждой из этих комбинаций:

1) необходимый бюджет =  $3 \cdot 50 + 2 \cdot 100 = 350$ ;

2) необходимый бюджет =  $6 \cdot 50 + 5 \cdot 100 = 800$ .

Таким образом, при комбинации  $3A + 2B$  общая полезность от покупки и потребления двух благ окажется максимальной.

3. На перемене студент решает выпить сок и/или съесть 1–2 порции салата. Проанализируйте его бюджетные возможности, если стакан сока стоит 50 руб., порция салата – 100 руб., а денежные средства, которые он готов потратить на еду, ограничиваются 200 руб.

*Решение.* Если студент потратит все деньги на сок, то он сможет приобрести 4 стакана ( $200 : 50 = 4$ ), если же он все деньги потратит на салаты, то сможет максимум купить 2 порции ( $200 : 100 = 2$ ).

Отложим на графике полученные точки и соединим их прямой, получим бюджетную линию. Совокупность потребительских наборов, лежащих левее и ниже данной прямой, будет являть собой бюджетную область рассматриваемого потребителя.

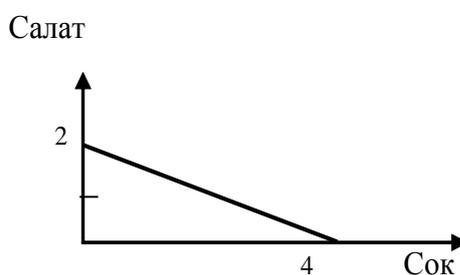


Рис. Бюджетная линия

### Тема 2.3. Производство экономических благ. Издержки и прибыль предприятия

1. Если производственная функция определяется уравнением  $Q = 100 + 12K + 10L$ , то какой вид имеют уравнения предельного продукта капитала и предельного продукта труда?

2. Заполните пустые ячейки табл. 10. На основе имеющихся данных изобразите кривые  $TP_L$ ,  $MP_L$ ,  $AP_L$ . Объясните действие закона убывающей отдачи.

Таблица

Общие, предельные и средние продукты труда

$K$	$L$	$TP_L$	$MP_L$	$AP_L$
10	0	0		
10	1	15		
10	2	40		
10	3	63		
10	4	76		
10	5	85		
10	6	90		
10	7	91		
10	8	88		

3. Заполните пропуски в таблице

Таблица

Общие, предельные и средние продукты труда

Объем применения	Общий выпуск	Предельный	Средний
------------------	--------------	------------	---------

переменного ресурса	продукции	продукт	продукт
3	9	-	?
4	?	30	?
5	140	?	?
6	?	?	25

4. Фирма использует в производстве товара капитал ( $K$ ) и труд ( $L$ ), при этом  $MP_K = 8$ , а  $MP_L = 20$ . Цены единиц факторов производства:  $P_K = 4$ ,  $P_L = 10$ . Является ли оптимальным использование ресурсов фирмой с точки зрения минимизации издержек?

5. В производстве некоего вида товара требуется два фактора: труд и земля. В каких из нижеперечисленных случаев достигается минимизация издержек?

Таблица

Предельные продукты и цены факторов производства

Случай	Предельный продукт земли	Цена земли	Предельный продукт труда	Цена труда
1	6	2	9	3
2	16	8	15	5
3	9	2	8	2
4	20	5	16	4

6. Предположим, что конкурирующая фирма использует 2 фактора в производственном процессе: труд и капитал. Предельный продукт труда составляет 10 ед. продукции, а предельный продукт капитала – 25 ед. Чему будет равна цена ед. капитала, если цена труда равна 5 ден. ед. и предприятие максимизирует прибыль?

7. Предположим, что производительность труда и капитала равны значениям, указанным в табл. 13. Цена единицы продукции, производимой с помощью этих факторов производства, равна 1\$. Цена единицы труда составляет 2\$, цена единицы капитала – 3\$. Определите, каково соотношение труда и капитала, обеспечивающее предприятию: а) минимальные издержки; б) максимальную прибыль?

Таблица

Цены и предельные продукты капитала и труда

$K$	$MP_K$	$MRP_K$	$MRP_K/P_K$	$L$	$MP_L$	$MRP_L$	$MRP_L/P_L$
1	24			1	22		
2	21			2	18		
3	18			3	16		
4	15			4	14		
5	9			5	12		
6	6			6	8		
7	3			7	2		
8	1			8	1		

8. Заполните пустые ячейки табл. 14.

Таблица 14

Определение предельного продукта труда в денежном выражении

Единицы труда	Совокупный продукт	Предельный продукт	Цена, руб.	Совокупный доход	Предельный продукт в денежной форме, руб.
1	10		5		
2	19		5		
3	27		5		

4	34		5		
5	40		5		
6	45		5		
7	49		5		
8	52		5		
9	54		5		
10	55		5		

9. В нижеприведенных примерах  $MRP_L$  и  $MRP_K$  – величины предельных продуктов в денежном выражении труда и капитала, а  $P_L$  и  $P_K$  – цены на них. Определите, соответствуют ли в каждом случае условия для достижения предприятием максимальной прибыли. Если нет, то укажите, какие ресурсы следует использовать в большем или меньшем количестве.

А.  $MRP_L = 8\$$ ;  $P_L = 4\$$ ;  $MRP_K = 8\$$ ;  $P_K = 4\$$ .

Б.  $MRP_L = 10\$$ ;  $P_L = 12\$$ ;  $MRP_K = 14\$$ ;  $P_K = 9\$$ .

В.  $MRP_L = 6\$$ ;  $P_L = 6\$$ ;  $MRP_K = 12\$$ ;  $P_K = 12\$$ .

Г.  $MRP_L = 12\$$ ;  $P_L = 26\$$ ;  $MRP_K = 16\$$ ;  $P_K = 19\$$ .

10. Дана производственная функция:  $Q = 7x_1 + 4x_2 - 3$ . Цена выпускаемой продукции равна 5. Найдите: а) предельный продукт факторов  $x_1$  и  $x_2$ ; б) предельный доход факторов  $x_1$  и  $x_2$ ; в) предельную норму технологического замещения фактора  $x_1$  фактором  $x_2$ .

11. Что собой представляет изокванта? Назовите и поясните свойства изокванты. Каких видов она бывает? Постойте изокванту по следующим данным:  $3x_1 + 5x_2 = 15$ .

12. Объем производства увеличивается. Проследите, как изменяются общие, постоянные, переменные и др. издержки. Что вы понимаете под этими издержками? Заполните таблицу, показав, как рассчитываются все виды издержек.

Таблица

Определение различных видов издержек производства

Выпуск продукции (в шт.) $Q$	Общие издержки $TC$	Общие постоянные издержки $TFC$	Общие переменные издержки $TVC$	Средние общие издержки $ATC$	Средние постоянные издержки $AFC$	Средние переменные издержки $AVC$	Предельные издержки $MC$
0	20						
1	30						
2	50						
3	80						
4	120						
5	170						

13. Заполните пустые ячейки таблицы

Таблица

Определение различных видов издержек производства

$Q$	$FC$	$VC$	$TC$	$AFC$	$AVC$	$ATC$	$MC$
0	60	0					
1	60	45					
2	60	85					
3	60	120					
4	60	150					
5	60	185					
6	60	225					
7	60	270					

8	60	325					
9	60	390					
10	60	465					

А. Изобразите кривые  $FC$ ,  $VC$ ,  $TC$ . Объясните, каким образом закон убывающей отдачи воздействует на форму кривых  $VC$  и  $TC$ .

Б. Изобразите кривые  $AFC$ ,  $AVC$ ,  $ATC$ ,  $MC$ . Объясните, почему кривая  $MC$  пересекает кривые  $ATC$  и  $AVC$  в точках их минимума?

14. В краткосрочном периоде фирма производит 500 ед. продукции. Средние переменные издержки – 20 руб., средние постоянные издержки – 5 руб. Чему будут равны общие издержки?

15. В краткосрочном периоде фирма производит 500 ед. продукции. Средние переменные издержки составляют 2 долл., средние постоянные издержки – 0,5 долл. Чему будут равны общие издержки?

### Примеры решения типовых задач

1. Заполните пропуски в таблице, отражающей зависимость результативности производства от объема используемого труда.

Таблица

Зависимость результативности производства от объема используемого труда

Объем труда, $L$	Объем выпуска, $Q$	Предельный продукт труда, $MP_L$	Средний продукт труда, $AP_L$
1	?	?	1000
2	?	1000	?
3	2790	?	?
4	?	610	?
5	?	?	770

*Решение.* Предельный продукт труда, или предельная производительность труда – это количество экономического блага, произведенное при использовании дополнительной единицы труда. Его величина определяется по формуле  $MP_L = \Delta Q / \Delta L$ .

Если известен  $MP_L$ , то  $\Delta Q = MP_L \cdot \Delta L$ , а  $Q_1 = Q_0 + \Delta Q$ .

Средний продукт, или средняя производительность, труда – это количество экономического блага, приходящееся на единицу труда. Его величина определяется по формуле  $AP_L = Q / L$ .

Если известен  $AP_L$ , то  $Q = AP_L \cdot L$ .

Сделаем необходимые расчёты и заполним пропуски в табл.

Таблица

Зависимость результативности производства от объема используемого труда

Количество труда, $L$	Объем выпуска, $Q$	Предельный продукт труда, $MP_L$	Средний продукт труда, $AP_L$
1	1000	-	1000
2	2000	1000	1000
3	2790	790	930
4	3400	610	850
5	3850	450	770

2. Производственные функции фирм  $A$  и  $B$  заданы соответствующими уравнениями:  $Q_A = 7K^2 + 8L^2 - 5KL$  и  $Q_B = 2KL^2 + 400$ , где  $K$  – количество единиц оборудования;  $L$  – количество труда рассматриваемых фирм. У какой фирмы предельная производи-

тельность труда выше, если на обоих производствах используется 5 ед. оборудования и 10 ед. труда?

*Решение.* Предельная производительность труда по фирме *A*:

$$MP_L = Q_A'(L) = 16L - 5K. \text{ При } L = 10 \text{ ед., } K = 5 \text{ ед.: } MP_L = 16 \cdot 10 - 5 \cdot 5 = 185.$$

Предельная производительность труда по фирме *B*:

$$MP_L = Q_B'(L) = 4KL. \text{ При } L = 10 \text{ ед., } K = 5 \text{ ед.: } MP_L = 4 \cdot 5 \cdot 10 = 200.$$

Таким образом, у фирмы *B* предельная производительность труда выше.

Задача 3. Вы создали собственную фирму. По окончании года, по расчетам бухгалтера, прибыль составила 8 млн руб. Насколько прибыльным оказался ваш бизнес, с вашей точки зрения, принимая во внимание тот факт, что вам пришлось оставить работу, которая приносила ежегодный доход в 3 млн руб. Кроме того, для создания фирмы вы вложили собственные денежные средства в размере 10 млн руб. Ставка процента составляет 20 % годовых. Будете ли вы иметь экономическую прибыль и чему она будет равна?

*Решение.* Экономическая прибыль = бухгалтерская прибыль – внутренние (неявные) издержки.

$$\text{Внутренние (неявные) издержки} = 3 + 10 \cdot 0,2 = 5 \text{ млн руб.}$$

$$\text{Экономическая прибыль} = 8 - 5 = 3 \text{ млн руб.}$$

Задача 4. Задана зависимость валовых издержек предприятия (*TC*) от выпуска продукции (*Q*).

Таблица

Зависимость валовых издержек предприятия от выпуска продукции

Выпуск продукции	0	1	2	3	4	5	6
Валовые издержки	60	100	130	155	190	245	335

Рассчитайте: постоянные (*FC*), переменные (*VC*), предельные (*MC*), средние общие (*ATC*), средние постоянные (*AFC*), средние переменные (*AVC*) издержки.

*Решение.* Постоянные издержки (*FC*) – это издержки, величина которых не изменяется при изменении объема производства.  $FC = TC$  при  $Q = 0$ .

Переменные издержки (*VC*) – это издержки, величина которых изменяется при изменении объема производства.  $VC = TC - FC$ .

Средние издержки (*ATC*) – это издержки на производство единицы экономического блага.  $ATC = TC/Q$ .

$$\text{Средние постоянные издержки: } AFC = FC/Q.$$

$$\text{Средние переменные издержки: } AVC = VC/Q.$$

Предельные издержки (*MC*) – это издержки, связанные с производством дополнительной единицы продукции.  $MC = \Delta TC / \Delta Q$ .

Сделаем необходимые расчёты и запишем все данные в табл.

Таблица

Определение издержек производства

<i>Q</i>	<i>TC</i>	<i>FC</i>	<i>VC</i>	<i>MC</i>	<i>ATC</i>	<i>AFC</i>	<i>AVC</i>
0	60	60	0	–	–	–	–
1	100	60	40	40	100,0	60	40,0
2	130	60	70	30	65,0	30	35,0
3	155	60	95	25	51,7	20	31,7
4	190	60	130	45	47,5	15	32,5
5	245	60	185	55	49,0	12	37,0
6	335	60	275	90	55,8	10	45,8

Задача 5. Предприятие находится в условиях совершенной конкуренции. Цена продукции, создаваемой фирмой, установилась на уровне 10 руб. Зависимость валовых издержек от выпуска продукции представлена в таблице. Какой объем производства выберет предприятие, максимизирующее прибыль?

Таблица

Выпуск продукции	10	11	12	13	14	15
Валовые издержки	80	86	93	102	112	125

Решение. Конкурентное предприятие постоянно старается пребывать в состоянии равновесия, которому соответствует оптимальный объем производства, обеспечивающий максимальную экономическую прибыль или минимальные убытки. Экономическая прибыль (убытки) =  $TR - TC$ . Если  $TR > TC$ , то главной целью предприятия является максимизация экономической прибыли, если  $TR < TC$ , то минимизация убытков.

Условием равновесия предприятия является равенство предельных издержек и предельного дохода, т. е.  $MC = MR$ . В условиях совершенной конкуренции  $MR = P$ . Поэтому для решения задачи будем учитывать условие:  $P = MR$ .

Определим предельные издержки по формуле  $MC = \Delta TC / \Delta Q$ , где  $Q$  – объем выпуска,  $TC$  – валовые издержки. Запишем полученные данные в таблице

Таблица

Выпуск продукции	10	11	12	13	14	15
Предельные издержки	–	6	7	9	10	12

Таким образом, объем производства, который выберет предприятие, максимизирующее прибыль, равен 14 ед., так как при данном объеме достигается равенство цены продукции и предельных издержек.

## Тема 2.4. Поведение предприятия в условиях совершенной и несовершенной конкуренции

### Предприятие в условиях совершенной конкуренции

1. Предприятие находится в условиях совершенной конкуренции. Цена установилась на уровне 10 руб. Зависимость общих затрат от выпуска продукции представлена в таблице

Таблица

$Q$	$TC$
10	80
11	86
12	93
13	102
14	113
15	125

Какой объем производства выберет это предприятие, если оно максимизирует прибыль?

2. Заполните пустые ячейки таблицы. Определите:

а) какой объем производства обеспечивает конкурентному предприятию максимальную экономическую прибыль;

б) не обнаруживает ли динамика экономических показателей развития данного предприятия действие закона убывающей отдачи;

в) при каком соотношении  $MR$  и  $MC$  данное предприятие примет решение о прекращении наращивания объемов производства.

Таблица  
Определение оптимального объема производства

$Q$	$P$	$TR$	$TC$	$TR - TC$	$MR$	$MC$
0	40		50			
1	40		100			
2	40		128			
3	40		148			
4	40		162			
5	40		180			
6	40		200			
7	40		222			
8	40		260			
9	40		305			
10	40		360			
11	40		425			

3. Кривая долгосрочных средних общих издержек фирмы ( $LATC$ ), функционирующей в некоторой отрасли, имеет следующий вид:

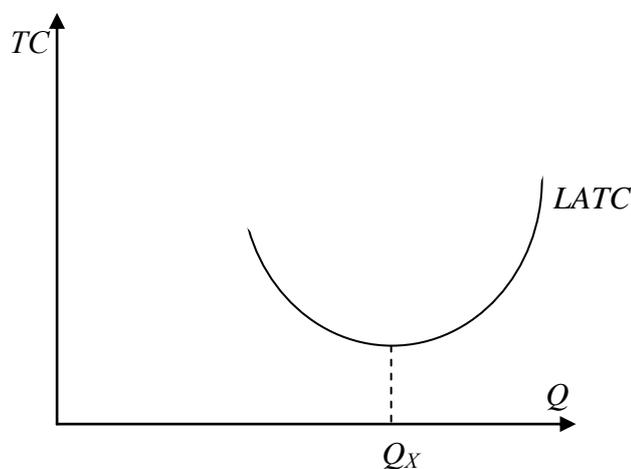


Рис. Кривая долгосрочных средних общих издержек фирмы

и задана функцией  $LATC = Q^2 - 4Q + 14$ , где  $Q$  – количество продукции. Каждая единица продукции в краткосрочном периоде реализуется по цене 20 ден. ед.

*Задание 1. Выберите из предложенных ниже вариантов один правильный ответ и вставьте в предложение.*

Фирмы, работающие на таком рынке, функционируют в условиях \_\_\_\_\_ .

Варианты: совершенной конкуренции; монополистической конкуренции; олигополии; монополии.

*Задание 2. Выберите из предложенных ниже вариантов не менее двух правильных ответов и вставьте в предложение.*

Форма кривой долгосрочных средневаловых издержек определяется \_\_\_\_\_ и до точки  $Q_x$  иллюстрирует действие \_\_\_\_\_ .

Варианты: эффекта масштаба производства; отрицательного эффекта масштаба производства; закона убывающей отдачи; положительного эффекта масштаба производства.

*Задание 3. Решите задачу.*

Цена в долгосрочном периоде установится на уровне \_\_\_\_\_ ден. ед.

4. Фирма, функционирующая на рынке совершенной конкуренции, выпекает 4 млн буханок хлеба в месяц. Если средние переменные издержки составляют 2,5 руб., а средние постоянные издержки – 0,5 руб., то какую прибыль фирма получит за месяц при цене 3,5 руб. за буханку?

### **Предприятие в условиях несовершенной конкуренции**

5. Функция спроса монополиста имеет вид  $P = 40 - 4Q$ , а функция совокупных издержек  $TC = 5Q^2 + 4Q + 750$ . Определите объем производства (в тыс. ед.) фирмы в условиях краткосрочного равновесия.

6. Спрос на продукцию монополизированной отрасли описывается функцией  $Q = 200 - P$ , а восходящий отрезок кривой предельных издержек выражен функцией  $MC = 5Q - 10$ . При какой цене монополист обеспечит себе максимальную экономическую прибыль?

7. Функция рыночного спроса имеет вид  $P = 42 - Q$ , а функция совокупных издержек фирмы  $TC = Q^2 + 2Q + 35$ . Определите оптимальный объем производства и цену в условиях совершенной конкуренции и чистой монополии.

8. Предприятие-монополист, у которого постоянные издержки равны 7500 тыс. руб., запланировало на следующий год следующие показатели:

Таблица

Показатели предприятия-монополиста

$P$ , руб./шт.	400	375	350	325	300
$Q$ , тыс. шт.	40	50	70	95	105
$TC$ , тыс. руб.	17500	19700	22800	26000	28000

Определите наиболее выгодные для предприятия  $P$  и  $Q$  с помощью двух методов: сопоставление  $TR$  и  $TC$ , сопоставление  $MR$  и  $MC$ . Дайте графическую иллюстрацию полученным результатам.

9. Функция спроса на продукцию монополиста имеет вид  $P = 14 - 5Q$ , а функция совокупных издержек –  $TC = 2Q^2 + 80$ . Определите коэффициент рыночной власти данной фирмы.

10. Среди участников отраслевого рынка представлены 4 компании, которые занимают следующие доли: 10, 20, 32 и 38 %. Определите индекс концентрации данной отрасли.

### *Примеры решения типовых задач*

1. Если общие издержки производства описаны в таблице, то какой объем производства выберет фирма в условиях совершенной конкуренции при сложившейся цене одной ед. в 60 руб. и размере постоянных издержек 60 руб.?

Таблица

Зависимость общих затрат от выпуска продукции

$Q$	1	2	3	4	5	6
$TC$	100	130	170	222	281	351

*Решение.* Заполним таблицу данными о предельных издержках, рассчитав их по формуле  $MC = \Delta TC / \Delta Q$ .

Таблица

Зависимость общих и предельных затрат от выпуска продукции

$Q$	1	2	3	4	5	6
-----	---	---	---	---	---	---

<i>TC</i>	100	130	170	222	281	351
<i>MC</i>	40	30	40	52	59	70

Фирма – совершенный конкурент – выберет такой объем производства, при котором предельные издержки не превышают цену (равны или чуть ниже ее уровня). Отсюда находим объем производства: он равен 5 ед. Выручка составит 300 руб. = 5 ед. · 60 руб., а затраты 281 руб. Отсюда прибыль равна 19 руб.

2. На рынке в условиях совершенной конкуренции действуют 10 фирм, общие издержки которых описываются одинаковой функцией  $TC = Q^2 - 10Q + 35$ . Рыночный спрос задан функцией  $Q = 110 - P$ . Найти равновесную цену ( $P^*$ ) и объем производства ( $Q^*$ ) для каждой из этих фирм.

*Решение.* Определим предельные издержки как первую производную общих издержек:  $MC = 2Q - 10$ . Учитывая, что  $MC = P$ , рассчитаем индивидуальное предложение каждой из фирм:  $P = 2Q - 10$ ;  $Q = 0,5P + 5$ . Рыночное предложение:  $Q = 10(0,5P + 5) = 5P + 50$ . Условием равновесия является равенство спроса и предложения:  $110 - P = 5P + 50$ ;  $P^* = 10$ ;  $Q^* = 100$ ; объем производства отдельной фирмы  $Q = 100/10 = 10$ .

3. Функция спроса монополиста имеет вид  $P = 50 - 10Q$ , а функция совокупных издержек  $TC = 5Q^2 + 20Q + 5$ . Определите объем производства, обеспечивающий фирме максимальную прибыль.

*Решение.* Поскольку условием максимизации прибыли является равенство предельных издержек и предельных доходов, определим их величину и приравняем друг к другу.

Предельные издержки выводятся из функции совокупных издержек:  $MC = TC'(Q) = 10Q + 20$ .

Предельные доходы выводятся из функции совокупных доходов и функции спроса:  $TR = P \cdot Q = (50 - 10Q)Q = 50Q - 10Q^2$ ;  $MR = TR'(Q) = 50 - 20Q$ .

Приравняем полученные функции предельных издержек и предельных доходов и определим величину оптимального объема производства:  $10Q + 20 = 50 - 20Q$ ;  $30Q = 30$ ;  $Q^* = 1$  тыс. ед.

Оптимальная цена выводится из функции спроса:

$$P = 50 - 10Q = 50 - 10 \cdot 1; P^* = 40 \text{ руб.}$$

4. Функция спроса монополиста имеет вид  $P = 5000 - 17Q$ , функция совокупных издержек –  $TC = 75000 + 200Q - 17Q^2 + Q^3$ . Определить: объем производства, обеспечивающий фирме максимальную прибыль; оптимальную рыночную цену; величину совокупной прибыли.

*Решение.* Условием максимизации прибыли является  $MC = MR$ . Найдем  $MC$  и  $MR$  из данных уравнений:

$$1. TR = PQ = (5000 - 17Q)Q = 5000Q - 17Q^2.$$

$$MR = (TR)' = dTR/dQ = 5000 - 34Q.$$

$$2. MC = (TC)' = dTC/dQ = 200 - 34Q + 3Q^2.$$

$$3. MC = MR; 200 - 34Q + 3Q^2 = 5000 - 34Q; 3Q^2 = 4800; Q^* = 40.$$

Оптимальный объем производства равен 40. Оптимальная рыночная цена находится путем подстановки оптимального объема производства ( $Q^*$ ) в функцию спроса:  $P = 5000 - 17Q$ ;  $P = 5000 - 17 \cdot 40 = 4320$  руб.

Совокупная прибыль может быть найдена как разница между  $TC$  и  $TR$  при  $Q^* = 40$ . Прибыль =  $TR - TC = 52000$  руб.

2. На рынке кондитерских изделий России конкурируют российские и зарубежные производители. Доля рынка представлена в таблице.

Таблица

Российские и зарубежные производители на рынке кондитерских изделий России

Компания	Доля рынка по стоимости, в %
<i>Nestle</i>	25,2

Объединенные кондитеры, в т. ч.	18,0
кондитерский концерн «Бабаевский»	8,4
фабрика «Красный октябрь»	6,0
фабрика «Рот Фронт»	3,6
<i>Kraft Foods</i>	12,9
<i>Mars</i>	11,2

Среди участников рынка шоколадной продукции важное место занимает кондитерский холдинг «Объединенные кондитеры», созданный в 2005 году. Индекс концентрации крупнейших иностранных корпораций, производящих кондитерские изделия, на российском рынке составляет более \_\_\_\_\_ %. (Ответ запишите с точностью до десятых).

*Решение.* Степень концентрации (индекс) рассчитывается как сумма рыночных долей крупнейших продавцов, действующих на рынке данного товара:  $I = \sum S_i$ , где  $S$  – рыночная доля производства (продаж) каждого предприятия отрасли. Из табл. 29 видно, что *Nestle*, *Kraft Foods*, *Mars* производят более 10 % каждая. Их суммарная доля составит:  $I = 25,2 + 12,9 + 11,2 = 49,3$ .

### Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ

#### Тема 3.1. Национальная экономика: цели и результаты развития

##### *Система национальных счетов и её показатели*

1. При производстве автомобилей на сумму 3,5 млн руб. фирма использовала полуфабрикаты на сумму 1 млн руб., выплатила рабочим заработную плату в размере 2 млн руб. Кроме того, она зачислила в амортизационный фонд 300 тыс. руб. Чему равна добавленная стоимость?

2. Производство одного трикотажного изделия проходит несколько этапов и на каждом этапе имеет свою стоимость: 1) овцеводческая ферма – 50 ден. ед.; 2) шерстеперерабатывающая фабрика – 100 ден. ед.; 3) трикотажное ателье – 200 ден. ед.; 4) предприятие оптовой торговли – 250 ден. ед.; 5) предприятие розничной торговли – 350 ден. ед. Найдите: стоимость конечного продукта, суммарную добавленную стоимость, величину исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП.

3. Предположим, что продажные цены материалов и продукции для производства шерстяного костюма составили: шерсть – 60 ден. ед., шерстяная ткань – 100 ден. ед., костюм (цена производителя) – 125 ден. ед., костюм (оптовая цена) – 175 ден. ед., костюм (розничная цена) – 250 ден. ед. Найдите: стоимость конечного продукта, суммарную добавленную стоимость, величину исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП.

4. На основании имеющихся статей расходов и доходов страны определите валовой национальный продукт по расходам, чистый национальный продукт, национальный доход, личный доход.

Показатели	Значения, млрд руб.
1. Государственные закупки товаров и услуг	70
2. Конечное потребление населения	220
3. Доходы от собственности	30
4. Чистый экспорт	34
5. Амортизационные отчисления	25
6. Дивиденды	10
7. Заработная плата наемных работников	200
8. Косвенные налоги на бизнес	15
9. Чистые внутренние инвестиции	28

10. Трансфертные выплаты	10
11. Налоги на доходы корпораций	28
12. Проценты на вложенный капитал	12
13. Прибыли корпораций	60
14. Рента	15

5. Определите личный располагаемый доход при наличии следующих данных (в ден. ед.): национальный доход – 3000, взносы на социальные нужды – 400, налоги на прибыль корпораций – 140, нераспределенная прибыль – 60, трансфертные платежи – 180, дивиденды – 40, подоходный налог – 20, налог на имущество физических лиц – 15.

6. Определите ВВП исходя из следующих данных (в ден. ед.): личные потребительские расходы – 300, зарплата наемных работников – 220, амортизация – 20, чистый экспорт – 15, прибыли корпораций – 55, госзакупки товаров и услуг – 60, чистые инвестиции – 28.

7. Определите чистый валовой продукт исходя из следующих данных (в ден. ед.): зарплата наемных работников – 300, арендная плата – 10, процент – 20, доход от собственности – 200, прибыль корпораций – 70, косвенные налоги – 16, амортизация – 13.

8. Известны следующие данные (в ден. ед.): ВВП – 5000, потребительские расходы – 3200, государственные расходы – 900, экспорт – 350, чистый экспорт – 80, амортизация – 150, косвенные налоги – 150. Найти: валовые инвестиции, величину импорта, чистый национальный продукт, национальный доход.

9. Известны следующие данные (в ден. ед.): государственные закупки – 57, личные потребительские расходы – 1810, экспорт – 367, импорт – 338, валовые инвестиции – 437, амортизация – 307, зарплата – 1442, рента – 33, процент на капитал – 201, косвенные налоги – 275, чистый факторный доход – 25. Найти валовой национальный продукт (ВНП).

10. Определите чистый национальный продукт (ЧНП) исходя из следующих данных: личные потребительские расходы – 255, зарплата наемных работников – 230, амортизация – 22, чистый экспорт – 5, прибыли корпораций – 56, госзакупки товаров и услуг – 70, чистые инвестиции – 38, трансферты – 15, чистый факторный доход – 3.

11. Известны следующие данные (в ден. ед.): государственные расходы – 70; потребительские расходы – 200; экспорт – 40; импорт – 30; валовые инвестиции – 100; амортизация – 30; зарплата – 170; рента – 50; процент на капитал – 80; косвенные налоги – 40; чистый факторный доход – 10. Найти чистый национальный продукт (ЧНП).

12. ВВП страны равен 4000 ден. ед., потребление – 2500, инвестиции – 400, государственные расходы – 1200, экспорт – 200. Чему равна величина импорта?

13. ВВП страны равен 5000 ден. ед., потребительские расходы – 3200, государственные расходы – 900, чистый экспорт – 80. Рассчитайте величину валовых инвестиций.

#### Индексы цен

14. Если номинальный ВВП страны за 2010 год составил 5 млрд ден. ед., а дефлятор ВВП в 2010 году равен 1,05, то реальный ВВП составил \_\_\_\_\_ млрд ден. ед.

15. Если номинальный ВВП страны за 2010 год равен 64 млрд ден. ед., а темп инфляции в 2010 году – 28 %, то реальный ВВП составил \_\_\_\_\_ млрд ден. ед.

16. В 1990 году номинальный ВВП составил 300 млрд долл. Через год дефлятор ВВП увеличился в 1,2 раза, а реальный ВВП вырос на 10 %. Определите номинальный ВВП в 1991 году, если 1990 год – базовый.

17. Предположим, что номинальный ВВП увеличился с 500 до 600 млрд долл., а дефлятор ВВП – со 125 до 150 %. Чему равна величина реального ВВП?

18. Допустим, что в экономике производится и потребляется три товара. Определите индекс потребительских цен в 2006 году, если 2005 год – базисный.

Товар	2005 год		2006 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
А	1500	4	1200	8

Б	1200	6	0	10
В	1200	10	1500	6

19. В экономике производятся только три товара: груши, гитары и гетры. Рассчитайте реальный ВВП и дефлятор ВВП в 2003 году, приняв за базовый 2002 год.

Товар	2002 год		2003 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
Груши	3	20	3	25
Гитары	35	6	40	5
Гетры	14	10	15	8

20. В стране производится только два товара: чай и кофе. Подсчитайте индекс Фишера 2003 года, приняв за базовый 2002 год.

Товар	2002 год		2003 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
Чай	1100	9	1000	6
Кофе	1200	4	1500	10

21. Рассчитайте дефлятор ВВП, если были произведены огурцы, помидоры и кабачки в количестве 100, 75 и 50 т соответственно и проданы по цене 100, 150 и 75 ден. ед. за 1 кг. В предыдущем году цены были: 60, 90 и 80 ден. ед. за 1 кг соответственно.

### Межотраслевой баланс

22. Пусть по экономике страны, которая состоит только из трех отраслей, для отчетного года построен межотраслевой баланс и рассчитаны коэффициенты прямых затрат. Определить конечный спрос на продукцию трех отраслей.

Отрасль экономики	Коэффициенты прямых затрат продукции $i$ -й отрасли на единицу продукции $j$ -й отрасли ( $a_{ij}$ )			Конечный спрос ( $y_{ij}$ )	Выпуск ( $x_{ij}$ )
	отрасль 1	отрасль 2	отрасль 3		
1	$a_{11}=0,250$	$a_{12}=0,400$	$a_{13}=0,083$	$y_1 = ?$	$x_1 = 140$
2	$a_{21}=0,140$	$a_{22}=0,120$	$a_{23}=0,100$	$y_2 = ?$	$x_2 = 110$
3	$a_{31}=0,800$	$a_{32}=0,600$	$a_{33}=0,133$	$y_3 = ?$	$x_3 = 420$

23. Пусть по экономике страны, которая состоит только из двух отраслей, для отчетного года построен межотраслевой баланс и рассчитаны коэффициенты прямых затрат. Определить конечный спрос на продукцию двух отраслей.

Отрасль экономики	Коэффициенты прямых затрат продукции $i$ -й отрасли на единицу продукции $j$ -й отрасли ( $a_{ij}$ )		Конечный спрос ( $y_{ij}$ )	Выпуск ( $x_{ij}$ )
	отрасль 1	отрасль 2		
1	$a_{11}=0,2$	$a_{12}=0,3$	$y_1 = ?$	$x_1 = 476$
2	$a_{21}=0,5$	$a_{22}=0,5$	$y_2 = ?$	$x_2 = 836$

24. В экономике, состоящей из трех отраслей, технология производства характеризуется коэффициентами прямых затрат  $a_{ij}$ , представленными в таблице. При полном использовании производственных мощностей отрасль I может произвести 717,51; отрасль II – 1338,98; отрасль III – 1389,83 ед. продукции. Каков должен быть спрос на конечную продукцию этих отраслей, чтобы их производственные мощности использовались полностью?

Отрасль	I	II	III
I	0,1	0,2	0,2
II	0,3	0,2	0,4
III	0,3	0,4	0,1

### Примеры решения типовых задач

1. Предположим, что имеется четырехстадийное производство, конечный продукт которого – 1 кг хлеба: 1-я стадия – агропитомник продает агрофирме выращенные семена пшеницы и удобрения для производства зерна за 10 ден. ед.; 2-я стадия – агрофирма производит зерно, затрачивая при этом 60 ден. ед., и продает его за 70 ден. ед.; 3-я стадия – мельница покупает у агрофирмы зерно, производит муку, затратив 30 ден. ед., и продает ее пекарне за 100 ден. ед.; 4-я стадия – пекарня выпекает хлеб, прибавив к стоимости муки 50 ден. ед., и продает его магазину за 150 ден. ед. Магазин, в свою очередь, продает 1 кг хлеба населению за 170 ден. ед. Найдите: стоимость конечного продукта, суммарную добавленную стоимость, величину исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП.

*Решение.* В качестве конечного продукта в данном случае выступает 1 кг хлеба, который приобретают потребители и используют его по назначению – употребляют в пищу. Его стоимость – 170 ден. ед.

Суммарная добавленная стоимость равна стоимости конечного продукта. Порядок её формирования представлен ниже.

Стадия производства и реализации продукции	Стоимость продукции или сырья, ден. ед.	Добавленная стоимость, ден. ед.
1. Выращивание семян пшеницы и производство удобрений	10	$10 - 0 = 10$
2. Производство зерна	70	$70 - 10 = 60$
3. Помол муки	100	$100 - 70 = 30$
4. Выпекание хлеба и оптовая продажа	150	$150 - 100 = 50$
5. Розничная продажа	170	$170 - 150 = 20$
Всего	500	170

Величина исключаемого повторного счёта при расчёте ВВП равна сумме стоимостей промежуточной продукции – продукции, по отношению к которой цикл производства не завершён или она подлежит перепродаже:  $10 + 70 + 100 + + 150 = 330$  ден. ед.

2. Дано (в млрд руб.): личные потребительские расходы – 245; трансфертные платежи – 12; арендная плата – 14; амортизация – 27; взносы на социальные нужды – 20; проценты – 13; доход от собственности – 31; дивиденды – 16; чистый экспорт – 3; заработная плата наемных работников – 221; косвенные налоги на бизнес – 18; индивидуальные налоги – 26; нераспределенная прибыль корпораций – 21; прибыль корпораций – 56; налог на прибыль корпораций – 13; чистые инвестиции – 33; государственные закупки товаров и услуг – 72; чистый факторный доход – 4. Необходимо рассчитать: ВВП (по расходам и по доходам), ВНП, ЧНП, НД, ЛД, ЛРД.

*Решение.* Вначале рассчитаем ВВП с использованием метода по расходам по следующей формуле:

$$GIP = C + I_g + G + X_n,$$

где  $C$  – личные потребительские расходы (потребление), ден. ед.;

$I_g$  – валовые инвестиции в экономику (инвестиции-брутто), ден. ед.;  $I_g = I_n + I_r$ ;

$I_n$  – чистые инвестиции (инвестиции-нетто), ден. ед.;

$I_r$  – инвестиции замещения (направляются на обновление устаревших и изношенных основных фондов; финансируются за счёт амортизационных отчислений:  $I_r = D$ ), ден. ед.;

$D$  – амортизационные отчисления (амортизация), ден. ед.;

$G$  – государственные закупки товаров и услуг и др., ден. ед.;

$X_n$  – чистый экспорт, ден. ед.;  $X_n = X - Z$ ;

$X$  – экспорт, ден. ед.;

$Z$  – импорт, ден. ед.

Итак,  $GIP = 245 + (33 + 27) + 72 + 3 = 380$  млрд руб.

Рассчитаем ВВП с использованием метода по доходам по следующей формуле:

$$GIP = W + R + r + P + D + T_{ind},$$

где  $W$  – заработная плата наемных работников и надбавки к ней, ден. ед.;

$R$  – рентные доходы, получаемые домохозяйствами в результате сдачи в аренду имущества (арендная плата), ден. ед.;

$r$  – процент на ссудный капитал, ден. ед.;

$P$  – доходы от собственности и прибыль корпораций, ден. ед.;

$D$  – амортизационные отчисления, ден. ед.;

$T_{ind}$  – косвенные налоги (налог на добавленную стоимость, акцизы, таможенные пошлины), ден. ед.

$GIP = 221 + 14 + 13 + (31 + 56) + 27 + 18 = 380$  млрд руб.

Валовой национальный продукт (ВНП) определяется по формуле

$$GNP = GIP + NFP,$$

где  $NFP$  – чистый факторный доход, ден. ед.

$GNP = 380 + 4 = 384$  млрд руб.

Чистый национальный продукт (ЧНП) определяется по формуле

$$NNP = GNP - D,$$

$NNP = 384 - 27 = 357$  млрд руб.

Национальный доход (НД) определяется по формуле

$$NI = NNP - T_{ind},$$

$NI = 357 - 18 = 339$  млрд руб.

Личный доход (ЛД,  $PI$ ) рассчитывается следующим образом:

ЛД = национальный доход – взносы на социальные нужды – налог на прибыль корпораций – нераспределенная прибыль корпораций + дивиденды + трансфертные платежи.

$PI = 339 - 20 - 13 - 21 + 16 + 12 = 313$  млрд руб.

Личный располагаемый доход (ЛРД,  $DI$ ) рассчитывается следующим образом:

ЛРД = ЛД – индивидуальные налоги (подходный налог с физических лиц, налог на имущество физических лиц).

$DI = 313 - 26 = 287$  млрд руб.

3. Допустим, что в экономике производится и потребляется три товара. Определите индекс Фишера в 2006 году, если 2005 год – базисный.

Товар	2005 год		2006 год	
	объем выпуска	цена	объем выпуска	цена
А	2000	10	1100	11
Б	1500	2	1200	10
В	1200	10	1500	6

*Решение.* Индекс Фишера – индекс, представляющий собой среднегеометрическое значение из индексов Ласпейреса и Пааше:  $I_F = \sqrt{I_L \cdot I_P}$ .

Индекс Ласпейреса – индекс, где в качестве весов представлен неизменный набор благ (потребительская корзина), определяется по формуле

$$I_L = \frac{\sum(p^i_1 \cdot q^i_0)}{\sum(p^i_0 \cdot q^i_0)},$$

где  $q^i_0$  – количество блага  $i$ -го вида в базисном году;

$p^i_0$  – цена блага  $i$ -го вида в базисном году;

$p^i_1$  – цена блага  $i$ -го вида в текущем году.

$I_L = (11 \cdot 2000 + 10 \cdot 1500 + 6 \cdot 1200) / (10 \cdot 2000 + 2 \cdot 1500 + 10 \cdot 1200) = 1,263$ , или 126,3 %.

Индекс Пааше – индекс цен, где в качестве весов берутся количества благ, созданных в текущем году (изменяющийся набор благ), определяется по формуле

$$I_P = \frac{\sum(p^i_1 \cdot q^i_1)}{\sum(p^i_0 \cdot q^i_1)},$$

где  $q^i_1$  – количество блага  $i$ -го вида в текущем году.

$I_P = (11 \cdot 1100 + 10 \cdot 1200 + 6 \cdot 1500) / (10 \cdot 1100 + 2 \cdot 1200 + 10 \cdot 1500) = 1,165$ , или 116,5 %.

$I_F = \sqrt{1,263 \cdot 1,165} = 1,213$ , или 121,3 %.

4. Пусть по экономике страны, которая состоит только из двух отраслей, для отчетного года построен межотраслевой баланс и рассчитаны коэффициенты прямых затрат. Определить конечный спрос на продукцию двух отраслей.

Отрасль экономики	Коэффициенты прямых затрат продукции $i$ -й отрасли на единицу продукции $j$ -й отрасли ( $a_{ij}$ )		Конечный спрос ( $y_i$ )	Выпуск ( $x_i$ )
	отрасль 1	отрасль 2		
1	$a_{11}=0,2$	$a_{12}=0,3$	$y_1 = ?$	$x_1 = 440$
2	$a_{21}=0,5$	$a_{22}=0,5$	$y_2 = ?$	$x_2 = 840$

*Решение.* Межотраслевой баланс, построенный с использованием модели «затраты – выпуск», характеризуется следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} x_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + y_1 \\ x_2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + y_2, \end{cases}$$

где  $x_i$  – количество продукции  $i$ -й отрасли, ед.;

$y_i$  – количество конечной продукции  $i$ -й отрасли, ед.

Отсюда  $y_1 = x_1 - a_{11} \cdot x_1 - a_{12} \cdot x_2$ ,

$y_2 = x_2 - a_{21} \cdot x_1 - a_{22} \cdot x_2$ .

Итак,  $y_1 = 440 - 0,2 \cdot 440 - 0,3 \cdot 840 = 100$  ед.;

$y_2 = 840 - 0,5 \cdot 440 - 0,5 \cdot 840 = 200$  ед.

### Тема 3.2. Макроэкономическое равновесие и макроэкономическая динамика

#### Модель AD-AS

1. В классической интерпретации модели AD-AS потенциальный ВВП равен 1200. В базисном году прямая совокупного спроса описывалась функцией:  $Y = 1800 - 3P$ , в текущем году:  $Y = 1500 - 3P$ , где  $P$  – уровень цен, %. На сколько изменился уровень цен в текущем году по сравнению с базисным при учёте эффекта храповика.

2. В кейнсианской интерпретации модели AD-AS уровень цен зафиксирован на уровне 130 %. В базисном году прямая совокупного спроса описывалась функцией:  $Y = 1400 - 2P$ , в текущем году:  $Y = 1600 - 2P$ . Как поменялся фактический ВВП в текущем году по сравнению с базисным? Решите задачу аналитическим и графическим методами.

3. Совокупное предложение характеризуется данными, представленными ниже.

Уровень цен	250	225	200	175	150	125	125	125
Реальный ВВП	2000	2000	1900	1700	1400	1000	500	0

Совокупный спрос представлен тремя вариантами.

Уровень цен		250	225	200	175	150	125	100
Реальный ВВП	I	1400	1500	1600	1700	1800	1900	2000
	II	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500
	III	400	500	600	700	800	900	1000

Постройте график совокупного предложения и графики совокупного спроса, соответствующие трем вариантам. Определите равновесный объем ВВП и равновесный уровень цен для каждого из трех вариантов. Дайте их характеристику.

### Модель Кейнса

4. Если при увеличении личного располагаемого дохода с 400 до 800 млн руб. сбережения домохозяйств увеличились с 40 до 160 млн руб., то на сколько процентов увеличилась средняя склонность к сбережению?

5. Линейные уравнения для графиков потребления и сбережения имеют следующую общую форму:  $C = a + b \cdot Y$ ,  $S = -a + (1 - b) Y$ .

А. Постройте графики потребления и сбережений, используя данные таблицы:

Y, ден. ед.	0	100	200	300	400
C, ден. ед.	80	140	200	260	320

Б. Составьте уравнение потребления и сбережений. Определите равновесный уровень национального дохода для условий односекторной экономики.

В. Предположим, что объем сбережений при данном уровне Y падает на 20 ден. ед., а величины b, (1 - b) остаются неизменными. Составьте уравнение потребления и сбережений с новыми числовыми значениями и найдите фактор, который мог бы вызвать это изменение. Определите новый равновесный уровень национального дохода.

Г. Определите мультипликатор личных потребительских расходов.

6. Функция потребления имеет вид:  $C = 100 + 0,8Y$ .

а) рассчитайте потребительские расходы (потребление) и сбережения при данных значениях дохода:

Доход	Потребление	Сбережение
600		
800		
1000		
1200		
1400		

б) постройте графики потребления и сбережений;

в) определите предельную склонность к потреблению и предельную склонность к сбережению;

г) определите равновесный уровень национального дохода;

д) рассчитайте мультипликатор личных потребительских расходов.

7. Увеличение национального дохода на 10 млрд долл. произошло в результате первоначальных инвестиций некой величины. Если MPS равна 0,2, то каков был размер этих первоначальных инвестиций?

8. В базовом году ВВП составил 2400 ден. ед., в текущем году – 2200 ден. ед. Снижение ВВП связано с уменьшением инвестиций на 40 ден. ед. при неизменности прочих компонентов совокупных расходов. Чему равна предельная склонность к сбережению?

9. Если функция сбережений описывается формулой:  $S = -30 + 0,1Y$ , а автономные инвестиции равны 125 ден. ед., то каков будет равновесный уровень национального дохода в условиях двухсекторной экономики?

10. В экономике страны функция инвестиций определяется уравнением:  $I = 40 + 0,4Y$ , а функция сбережений – уравнением:  $S = -20 + 0,6Y$ . Определите равновесный уровень национального дохода.

11. Инвестиционный спрос в стране описывается функцией:  $I = 1000 - 5000r$ , где  $r$  измеряется в дол. ед. Функция потребления имеет вид:  $C = 100 + 0,7Y$ . Процентная ставка равна 10 %. Найти: а) объем инвестиций; б) равновесный уровень национального дохода.

12. Если реальный ВВП увеличился с 466 до 490 млрд ден. ед., расходы домашних хозяйств возросли на 10 млрд ден. ед. и инвестиционные расходы возросли на 6 млрд ден. ед., то чему равна величина мультипликатора инвестиционных расходов.

13. Реальный национальный доход изменился с 600 до 760 млрд ден. ед., предельная склонность к потреблению равна 0,7, потребительские расходы базового периода равны 360 млрд ден. ед. Чему равна средняя склонность к потреблению отчетного года?

14. Если предельная склонность к сбережению равна 0,3, средняя склонность к сбережению в базовом периоде – 0,4, потребительские расходы изменились с 400 до 472 млрд ден. ед., то чему равен реальный национальный доход в текущем периоде?

15. Если мультипликатор равен 5, то чему равна предельная склонность к потреблению?

16. Если уравнение потребления имеет вид  $C = 200 + 0,8Y$ , то при увеличении автономных инвестиций на 30 млрд ден. ед. равновесный ВВП увеличится на \_\_\_\_\_ млрд ден. ед.

17. Функция потребления задана формулой:  $C = 100 + 0,2Y$ . Определите величину равновесного национального дохода для односекторной экономики страны.

18. Если функция сбережений описывается формулой:  $S = -40 + 0,2Y$ , а инвестиции равны 100 ден. ед., то какова будет величина равновесного национального дохода в условиях двухсекторной экономики страны?

19. Сбережения в экономике описываются следующей функцией:  $S = -90 + 0,4Y$ ,  $I = 40$ . Чему равен совокупный доход в условиях равновесия двухсекторной экономики?

20. Потребление в экономике описывается следующей функцией:  $C = 90 + 0,8Y$ , инвестиции равны 60 ден. ед. Чему равен совокупный доход в условиях равновесия двухсекторной экономики?

21. Инвестиционный спрос в стране описывается функцией:  $I = 530 - 20r$ , где  $r$  – процентная ставка, %. Функция потребления имеет вид:  $C = 30 + 0,7Y$ . Реальная процентная ставка равна 10 %. Найти величину равновесного национального дохода.

22. Функция сбережения задана формулой:  $S = -80 + 0,2Y$ . Инвестиции равны 90 ден. ед, государственные закупки товаров и услуг – 40, экспорт – 30, импорт – 20. Определите величину равновесного национального дохода для односекторной, двухсекторной, трехсекторной и четырехсекторной экономики страны; покажите графически.

23. Заполните таблицу и сделайте соответствующие выводы.

$Y$	$C$	$S$	$\Delta Y$	$\Delta C$	$\Delta S$	$MPC$	$MPS$
1000		0					
1100		10					
1200		30					
1300		60					
1400		110					

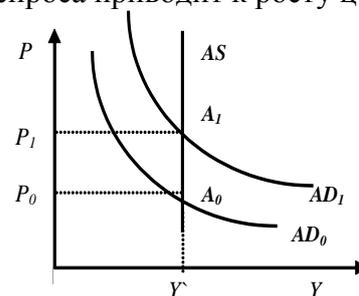
### Примеры решения типовых задач

1. В классической интерпретации модели  $AD-AS$  потенциальный ВВП равен 2000 ден. ед. В базовом году прямая совокупного спроса описывалась функцией:  $Y = 2200 - 2P$ , в

текущем году:  $Y = 2400 - 2P$ , где  $P$  – уровень цен, %. Как поменялся уровень цен в текущем году по сравнению с базисным? Решите задачу аналитическим и графическим методами.

*Решение.* В классической интерпретации модели  $AD-AS$  кривая совокупного предложения выглядит как вертикальная прямая, проводимая на уровне потенциального ВВП ( $Y = 2000$  ден. ед.). В данной ситуации увеличение совокупного спроса приводит к росту цен.

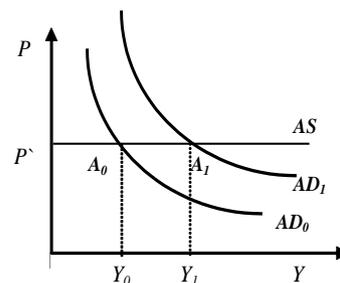
Находим уровень цен в базовом году, приравняв совокупный спрос и совокупное предложение ( $AD = AS$ ):  $2000 = 2200 - 2P$ ,  $P = 100$  %. Подобным образом определяем уровень цен в текущем году:  $2000 = 2400 - 2P$ ,  $P = 200$  %. Таким образом, уровень цен вырос на 100 %, или в 2 раза.



2. В кейнсианской интерпретации модели  $AD-AS$  уровень цен зафиксирован на уровне 150 %. В базовом году прямая совокупного спроса описывалась функцией:  $Y = 2100 - 2P$ , в текущем году:  $Y = 2200 - 2P$ , где  $P$  – уровень цен, %. Как поменялся реальный ВВП в текущем году по сравнению с базисным? Решите задачу аналитическим и графическим методами.

*Решение.* В кейнсианской интерпретации модели  $AD-AS$  кривая совокупного предложения выглядит как горизонтальная прямая, проводимая на уровне фиксированного индекса цен ( $P = 150$  %). В данной ситуации изменение совокупного спроса не влияет на уровень цен, но приводит к изменению реального ВВП.

Находим реальный ВВП в базовом году, подставляя в уравнение совокупного спроса фиксированное значение индекса цен:  $Y = 2100 - 2 \times 150 = 1800$  ден. ед. Подобным образом определяем реальный ВВП в текущем году:  $Y = 2200 - 2 \cdot 150 = 1900$  ден. ед. Таким образом, реальный ВВП вырос на 100 ден. ед.



3. Доход домохозяйства после уплаты налогов возрос по сравнению с прошлым годом с 200 до 220 млрд ден. ед., при этом потребление увеличилось на 15 млрд ден. ед. Определите предельную склонность к сбережению и предельную склонность к потреблению.

*Решение.* Предельная склонность к потреблению ( $MPC$ ) – это часть прироста дохода, которая потребляется.  $MPC$  определяется по следующей формуле:

$$MPC = \Delta C / \Delta Y,$$

где  $\Delta C$  – прирост потребления, ден. ед.;

$\Delta Y$  – прирост дохода, ден. ед.

Предельная склонность к сбережению ( $MPS$ ) – это часть прироста дохода, которая сберегается.  $MPS$  определяется по следующей формуле:

$$MPS = \Delta S / \Delta Y,$$

где  $\Delta S$  – прирост сбережений, ден. ед.

Так как  $C + S = Y$ , то  $\Delta C + \Delta S = \Delta Y$ ,  $\Delta C / \Delta Y + \Delta S / \Delta Y = 1$ ,  $MPC + MPS = 1$ . Отсюда,  $MPS = 1 - MPC$ .

Используя выше представленные формулы, рассчитаем необходимые показатели:  $MPC = 15 / (220 - 200) = 0,75$ ;  $MPS = 1 - 0,75 = 0,25$ .

4. Каков должен быть прирост инвестиций при  $MPS = 0,5$ , чтобы обеспечить прирост дохода в 4000 ден. единиц? В 2000 ден. единиц?

*Решение.* Инвестиционный мультипликатор указывает на то, что если происходит приращение общей суммы инвестиций (осуществляются автономные инвестиции), то национальный доход увеличивается на сумму ( $\Delta Y$ ), в  $m$  раз большую, чем сам прирост инвестиций ( $\Delta I$ ):  $m = \Delta Y / \Delta I$ .

По формуле  $m = 1 / MPS$  находим значение инвестиционного мультипликатора:  $m = 1/0,5 = 2$ . Таким образом, для того чтобы получить прирост дохода в 4000 ден. ед., необходим прирост инвестиций в 2000 ден. ед. ( $2000 \cdot 2 = 4000$ ), в 2000 ден. ед. – прирост инвестиций должен составить 1000 ден. ед. ( $1000 \cdot 2 = 2000$ ).

5. Предельная склонность к сбережению составляет 0,25, автономное потребление – 100 ден. ед. Инвестиции равны 50 ден. ед, государственные закупки товаров и услуг – 200, экспорт – 140, импорт – 70. Определите величину равновесного национального дохода для односекторной, двухсекторной, трехсекторной и четырехсекторной экономики страны.

*Решение.* Условие равновесия национальной экономики:  $Y = E$ . Левая часть уравнения представляет собой национальный доход ( $Y$ ), или совокупное предложение, правая часть иллюстрирует планируемые совокупные расходы ( $E$ ), или совокупный спрос.

Условие равновесия односекторной экономики:  $Y = C$ . Учитывая типовую функцию потребления:  $C = a + b \cdot Y$ , где  $a$  – автономное потребление,  $b = MPC$ , и то, что  $MPC = 1 - MPS$ , получаем:  $C = 100 + 0,75Y$ . Находим величину равновесного национального дохода для односекторной экономики:  $Y = 100 + 0,75Y$ ,  $Y_1^* = 400$  ден. ед.

Условие равновесия двухсекторной экономики:  $Y = C + I$ . Находим величину равновесного национального дохода:  $Y = 100 + 0,75Y + 50$ ,  $Y_2^* = 600$  ден. ед.

Условие равновесия трехсекторной экономики:  $Y = C + I + G$ . Находим величину равновесного национального дохода:  $Y = 100 + 0,75Y + 50 + 200$ ,  $Y_3^* = 1400$  ден. ед.

Условие равновесия четырехсекторной экономики:  $Y = C + I + G + X_n$ . Находим величину равновесного национального дохода:  $Y = 100 + 0,75Y + 50 + 200 + (140 - 70)$ ,  $Y_4^* = 1680$  ден. ед.

6. Заполните таблицу и сделайте соответствующие выводы.

$Y$	$C$	$S$	$\Delta Y$	$\Delta C$	$\Delta S$	$MPC$	$MPS$
4000	3110						
5000	4000						
6000	4850						
7000	5600						
8000	6200						
9000	6730						

*Решение.* Используя следующие формулы:  $S = Y - C$ ,  $MPC = \Delta C / \Delta Y$ ,  $MPS = \Delta S / \Delta Y$ , заполним пустые ячейки таблицы.

$Y$	$C$	$S$	$\Delta Y$	$\Delta C$	$\Delta S$	$MPC$	$MPS$
4000	3110	890	–	–	–	–	–
5000	4000	1000	1000	890	110	0,89	0,11
6000	4850	1150	1000	850	150	0,85	0,15
7000	5600	1400	1000	750	250	0,75	0,25
8000	6200	1800	1000	600	400	0,60	0,40
9000	6730	2270	1000	530	470	0,53	0,47

Динамика  $MPC$  и  $MPS$  подтверждает действие основного психологического закона Кейнса: при росте личного располагаемого дохода абсолютно увеличиваются потребление и сбережения, но при этом относительная доля потребления уменьшается, а относительная доля сбережений увеличивается.

### **Темп инфляции**

1. Имеются следующие данные о динамике уровня цен в стране:  $ИПЦ_{1998} = 120\%$ ,  $ИПЦ_{1999} = 122\%$ ,  $ИПЦ_{2000} = 128\%$ ,  $ИПЦ_{2001} = 136\%$ ,  $ИПЦ_{2002} = 140\%$ . Проследите динамику уровня инфляции за представленный период.

2. В условную потребительскую корзину входят следующие продукты питания: 3 кг хлеба, 2 л молока, 1 кг колбасы. Цены продуктов питания представлены ниже.

Продукт	Цена базисного периода, ден. ед.	Цена текущего периода, ден. ед.
1 кг хлеба	5	6
1 л молока	7	9
1 кг колбасы	8	10

Индекс цен базисного периода – 110 %. Рассчитать темп инфляции за рассматриваемый период.

3. В условную потребительскую корзину входят следующие товары: еда (5 ед.), жилье (3 ед.), развлечения (4 ед.). Цены базового периода: 1 ед. еды – 14 долл.; 1 ед. жилья – 10 долл.; 1 ед. развлечения – 5 долл. Цены текущего периода: 1 ед. еды – 30 долл.; 1 ед. жилья – 20 долл.; 1 ед. развлечения – 6 долл. Индекс цен базового периода – 100 %. Рассчитать темп инфляции в текущем периоде.

4. Предположим, что индекс потребительских цен учитывает только два товара: еду и жилье. Доля продуктов питания – 0,33, а жилья – 0,67. Цены на продукты питания выросли на 20 %, а на жилье снизились на 2 %. Каков темп инфляции за год?

5. Инфляционным налогом называют часть доходов, сгорающих в огне инфляции. Инженер подрядился сделать работу в течение месяца за 2000 руб. Определите «инфляционный налог», или сколько потеряет инженер, потому что не получил плату вперед, при инфляции, равной 50% в месяц.

6. На основании следующих данных рассчитайте инфляционный налог: темп инфляции составляет 40 % в год, наличность – 5 млрд руб., депозиты – 15 млрд руб. Номинальная процентная ставка – 30 %.

7. Как изменится темп инфляции в стране, если при фактическом уровне безработицы 7 %, ожидаемом темпе инфляции 9,5 % и коэффициенте эластичности инфляции по уровню безработицы 0,8 естественный уровень безработицы снизился с 6 до 5 %? Что при этом произойдет с кривой Филлипса?

### **Показатели экономического роста**

8. Заполните пустые ячейки таблицы.

Показатели	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год	5-й год
Номинальный ВВП, трлн руб.	500	622	600	880	980
Индекс цен (дефлятор)	1,2	1,3	0,9	1,4	1,1
Реальный ВВП, трлн руб.					
Темп роста номинального ВВП, %					
Темп роста реального ВВП, %					
Темп прироста номинального ВВП, %					
Темп прироста реального ВВП, %					

### **Примеры решения типовых задач**

1. Рассчитайте темп инфляции для каждого года, если базовым годом считать каждый предыдущий, и сделайте вывод о виде наблюдаемой инфляции.

Годы	Индекс цен, %
------	---------------

1	100
2	114
3	125
4	129

*Решение.* При расчёте темпа инфляции используем формулу

$$\pi = ((P_1 - P_0) / P_0) \cdot 100 \%,$$

где  $P_1$  и  $P_0$  – индексы (уровни) цен текущего и базисного периодов соответственно, %.

В качестве базисного периода рассматриваем предыдущий год. Получаем результаты, представленные в таблице.

Годы	Индекс цен, %	Темп инфляции, %
1	100	–
2	114	14,00
3	125	9,65
4	129	3,20

В зависимости от темпов инфляции, она делится: на умеренную (ползучую) – до 10 % в год; галопирующую – от 10 до 200 % в год; гиперинфляцию – свыше 200 % в год. В данном случае наблюдается умеренная инфляция.

2. Объем депозитов в 3 раза превышает объем наличности при денежной массе, равной 5000 млрд руб. Рассчитайте величину инфляционного налога, если темп инфляции равен 20 % в год, а номинальная ставка процента 18 % годовых.

*Решение.* Денежная масса, равная 5000 млрд. рублей, состоит из наличности ( $C$ ) и депозитов ( $D$ ), что, исходя из условий задачи, соответствует  $1250 + 3750$ . Расчет инфляционного налога ведется по формуле

$$IT = \pi \cdot C + (\pi - i) \cdot D,$$

где  $IT$  – сумма инфляционного налога, ден. ед.;

$\pi$  – темп инфляции, дол. ед.;

$i$  – номинальная ставка процента, дол. ед.

Подставив в данную формулу исходные данные, получим

$$IT = 0,2 \cdot 1250 + (0,2 - 0,18) \cdot 3750 = 325.$$

Таким образом, величина инфляционного налога составляет 325 млрд руб.

3. Реальный ВВП страны в 2005 г. составил 150 ден. ед., в 2006 г. – 160 ден. ед. Определить темпы роста и прироста ВВП.

*Решение.*

$$\text{Темп роста ВВП} = (Y_1 / Y_0) \cdot 100 \%,$$

где  $Y_1$  – объем реального ВВП в отчетном периоде, ден. ед.;

$Y_0$  – объем реального ВВП в базисном периоде, ден. ед.

$$\text{Темп роста ВВП} = (160 / 150) \cdot 100 \% = 106 \%.$$

$$\text{Темп прироста ВВП} = ((Y_1 - Y_0) / Y_0) \cdot 100 \%.$$

$$\text{Темп прироста ВВП} = ((160 - 150) / 150) \cdot 100 \% = 6 \%.$$

### Тема 3.3. Деньги, кредит, банки. Кредитно-денежная политика

#### Денежное обращение

1. Если реальный ВВП увеличится в 1,12 раза, а денежная масса возрастет на 14 %, то что произойдет с уровнем цен при стабильной скорости обращения денег?

2. В таблице приведены данные о номинальном объеме ВВП и денежной массе США (млрд долл.).

Год	$M_1$	$M_2$	Номинал. ВВП	$V_1$	$V_2$
1969	209	392,5	963,9		
1971	234	471,9	1102,7		
1973	270,5	571,4	1359,3		
1975	295,5	664,7	1598,4		
1977	338,5	809,5	1990,5		

Сравните скорость обращения денег в США, исчисленную на основе  $M_1$  и  $M_2$ , за указанный в таблице период.

3. В среднем за год денежный агрегат  $M_2$  и ВВП в РФ составили величину, представленную в таблице. Рассчитайте коэффициент монетизации и скорость денежного обращения за указанные годы, сделайте соответствующие выводы.

Показатели	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
$M_2$ , трлн руб.	12,9	13,0	15,3	20,0	24,5	27,4	31,4
ВВП, трлн руб.	33,2	41,3	38,8	46,3	56,0	62,2	66,8

### Денежный рынок. Спрос на деньги. Предложение денег

4. Трансакционный спрос на деньги составляет 300 млрд долл. Спекулятивный спрос на деньги представлен в таблице.

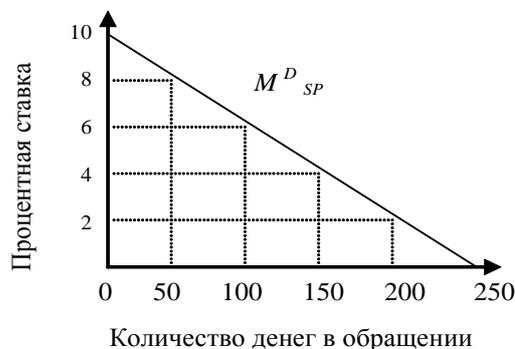
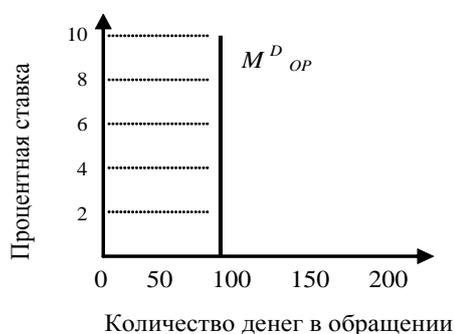
Ставка процента, %	Объем спроса на деньги, млрд долл.	
	спекулятивный	общий
14	30	?
13	50	?
12	70	?
11	90	?

А. Определите общий спрос на деньги.

Б. Предложение денег составляет 370 млрд долл. Определите равновесную процентную ставку.

В. Определите величину равновесной процентной ставки, если предложение денег сократилось до 350 млрд долл.

5. Рассмотрите графики операционного и спекулятивного спроса на деньги. Постройте график общего спроса на деньги, найдите точку равновесия на денежном рынке при предложении денег 250 млрд долл.



6. Трансакционный спрос на деньги составляет 400 млрд долл.

А. Определите общий спрос на деньги при имеющихся данных по спекулятивному спросу.

Ставка процента, %	Спекулятивный спрос на деньги, млрд долл.
--------------------	---

11	90
10	110
9	130
8	150

Б. Предложение денег составляет 510 млрд долл. Определите равновесную процентную ставку.

В. Определите равновесную процентную ставку, если предложение денег возросло до 530 млрд долл.

7. Предположим, что каждый доллар США, предназначенный для сделок, обращается в среднем 5 раз в год. Номинальный ВВП составляет 2000 млрд долл.

А. Определите величину спроса на деньги для сделок.

Б. В таблице показана величина спроса на деньги в целях накопления при различных ставках процента. Определите общий спрос на деньги.

Ставка процента, %	Объем спроса на деньги как средство накопления, млрд долл.
15	20
14	40
13	60
12	80
11	100
10	120
9	140

В. Предложение денег составляет 460 млрд руб. Определите равновесную ставку процента.

### **Модель IS-LM**

8. Спрос домашних хозяйств на отечественные блага характеризуется функцией  $C = 50 + 0,5Y$ , а спрос предпринимателей на инвестиции задан формулой  $I = 400 - 50r$ . Государство закупает товаров и услуг на 100 ед. Вывести уравнение линии IS.

9. Заданы функции, определяющие поведение экономических субъектов на рынках благ и денег:  $C = 50 + 0,6Y$ ;  $I = 200 - 20r$ ;  $M_{OP}^D = 0,4Y$ ;  $M_{SP}^D = 500 - 50r$ , где  $r$  – реальная процентная ставка, %. В обращении находится 400 ден. ед. Определите ситуацию совместного равновесия на рынках благ и денег.

10. Заданы функции, определяющие поведение экономических субъектов на рынках благ и денег:  $C = 50 + 0,6Y$ ;  $I = 200 - 20r$ ;  $M_{OP}^D = 0,4Y$ ;  $M_{SP}^D = 500 - 50r$ , где  $r$  – реальная процентная ставка, %. В обращении находится 400 ден. ед. Как они распределятся между  $M_{OP}^D$  и  $M_{SP}^D$  при достижении совместного равновесия на рынках благ и денег?

### **Кредит. Создание кредитных денег**

11. Какие формы кредита используются в каждом из нижеперечисленных случаев?

- 1) молодая семья берет кредит в банке сроком на несколько лет для покупки мебели;
- 2) государство выпускает облигационный заем для частичного погашения дефицита госбюджета;
- 3) завод по производству автомобильных двигателей поставляет автомобильному заводу партию своего товара с отсрочкой платежа;
- 4) коммерческий банк берет у другого коммерческого банка кредит.

12. В коммерческий банк внесен депозит на сумму 5000 руб. Норма обязательного банковского резервирования равна 5 %. Определить: а) какой максимальный кредит может

выдать данный коммерческий банк; б) какой кредит может выдать банковская система в целом.

13. Чему будет равен общий прирост денежной массы в стране, если при норме обязательного банковского резервирования 20 % первоначальное увеличение депозитов составило 500 долл.?

14. Норма обязательного банковского резервирования равна 0,25. Объем депозитов в два раза больше наличности. Подсчитайте денежный мультипликатор с учетом наличности.

### **Коммерческие банки**

15. Собственный капитал банка равен 7 млн руб., заемный – 23 млн руб.; ставка процента по ссудам (кредитный процент) – 14 %, по вкладам (депозитный процент) – 7 %. Расходы банка по выдаче кредита составляют 0,8 млн руб., по приему вкладов – 0,3 млн руб. Определите прибыль банка, если в кредит отдается 20 млн руб.

16. На основе баланса коммерческого банка определить следующее: 1) величину высоколиквидных активов банка, не приносящих ему доход; 2) величину кредитного портфеля банка; 3) величину инвестиционного портфеля банка; 4) величину собственных средств банка; 5) размер заемных средств банка; 6) величину обязательных и избыточных резервов банков, если норма обязательных резервов составляют 10 %.

АКТИВ		ПАССИВ	
Наличные деньги	200	Уставный капитал	200
Резервы в ЦБ	200	Вклады до востребования	100
Кредиты	200	Срочные вклады	250
Ценные бумаги	100	Нераспределенная прибыль	150
<b>БАЛАНС</b>	<b>700</b>	<b>БАЛАНС</b>	<b>700</b>

17. Даны балансы двух коммерческих банков. Необходимо оценить их деятельность с точки зрения дилеммы «прибыльность – ликвидность».

Банк А				Банк В			
АКТИВ		ПАССИВ		АКТИВ		ПАССИВ	
Наличные деньги	100	Уставный капитал	200	Наличные деньги	80	Уставный капитал	100
Резервы	50	Счета до востребования	500	Резервы	60	Счета до востребования	540
Ссуды	350			Ссуды	350		
Ценные бумаги	200			Ценные бумаги	150		
	700		700		640		640

### **Примеры решения типовых задач**

1. Если реальный ВВП увеличится в 1,2 раза, а денежная масса возрастет на 8 %, то что произойдет с уровнем цен при стабильной скорости обращения денег?

*Решение.* Используем модификацию уравнения Фишера, отражающую «монетарное правило» М. Фридмена:

$$\Delta M + \Delta V = \Delta P + \Delta Y,$$

где  $\Delta M$  – прирост количества денег в обращении, %;

$\Delta V$  – прирост скорости обращения денег, %;

$\Delta P$  – прирост общего уровня цен (темпы инфляции), %;

$\Delta Y$  – прирост реального объема производства, т.е. реального ВВП, %.

Таким образом,  $\Delta P = \Delta M + \Delta V - \Delta Y$ ,  $\Delta P = 8 \% + 0 \% - 20 \% = -12 \%$ . Уровень цен снизится на 12 %.

2. По данным, представленным ниже, определите по годам скорость обращения денег в России за указанный период и коэффициент монетизации, сделайте соответствующие выводы.

Показатели	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
$M_2$ , трлн руб.	0,4	0,7	4,0	21,9	65,2	159,3	255,4
ВВП, трлн руб.	0,6	1,4	19,0	171,5	611,0	1658,3	2145,3

*Решение.* Скорость обращения денег рассчитываем на основании использования уравнения И. Фишера:

$$M \cdot V = P \cdot Y,$$

где  $M$  – прирост количества денег в обращении, ден. ед.;

$V$  – скорость обращения денег, количество оборотов в год;

$P$  – общий уровень цен, дол. ед.;

$Y$  – реальный объем производства, т.е. реальный ВВП, ден. ед.

Таким образом,  $V = P \cdot Y / M$ .

Учитывая, что коэффициент монетизации является обратной величиной скорости обращения денег и выражается в %, получаем следующую формулу:  $k = (M \cdot 100 \%) / (P \cdot Y)$ .

Итоги расчётов представлены ниже.

Показатели	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
$V$	1,50	2,00	4,75	7,83	9,37	10,41	8,40
$k$ , %	67	50	21	13	11	10	12

На основании полученных результатов можно сделать соответствующие выводы. С 1990 по 1995 гг. наблюдался рост скорости обращения денег и одновременно снижение коэффициента монетизации, что свидетельствует о том, что величина денежной массы уменьшалась по сравнению со стоимостью создаваемой продукции. Улучшение ситуации наблюдалось в 1996 г.

3. Операционный спрос на деньги составляет 500 млрд руб. Спекулятивный спрос в зависимости от процентной ставки представлен в таблице.

Ставка процента, %	Спекулятивный спрос на деньги, млрд долл.
14	30
13	50
12	70
11	90
10	110
9	130
8	150

А. Определите общий спрос на деньги.

Б. Предложение денег составляет 630 млрд руб. Определите равновесную ставку процента.

В. Определите величину равновесной ставки процента, если предложение денег выросло до 650 млрд руб.; сократилось до 550 млрд руб.

*Решение.*

А. Суммируя последовательно спекулятивный и операционный спрос на деньги, получим следующие значения общего спроса на деньги:

Ставка процента, %	Спекулятивный спрос на деньги, млрд долл.	Общий спрос на деньги, млрд долл.
14	30	530
13	50	550
12	70	570
11	90	590
10	110	610
9	130	630
8	150	650

Б. Равновесная ставка процента характеризует равновесие на денежном рынке, что предполагает равенство общего спроса на деньги и предложения денег. При предложении денег в 630 млрд руб. равновесная ставка процента, как видно из таблицы, будет равна 9 %.

В. При увеличении предложения денег до 650 млрд руб. и сокращения до 550 млрд руб. равновесная ставка процента будет соответственно составлять 8 и 13 %.

4. В коммерческий банк внесен депозит на сумму 10000 руб. Норма обязательного банковского резервирования равна 25 %. Определить, какой максимальный кредит может выдать: а) данный коммерческий банк; б) банковская система в целом.

*Решение.* Максимальный кредит, который может выдать данный коммерческий банк, определяется по формуле

$$K = D - R_{об},$$

где  $D$  – первоначальный депозит, ден. ед.;

$R_{об}$  – обязательные резервы коммерческого банка, ден. ед.;

$$R_{об} = r_{об} \cdot D,$$

где  $r_{об}$  – норма обязательного банковского резервирования, дол. ед.

$$K = 10000 - 0,25 \cdot 10000 = 7500 \text{ руб.}$$

Под максимальным кредитом, который может выдать банковская система в целом, понимается созданная кредитно-денежная масса ( $M$ ) в результате внесения денежных средств в банковскую систему:

$$M = D \cdot 1/r_{об},$$

где  $1/r_{об}$  представляет расчёт банковского (депозитного) мультипликатора, показывающего, во сколько раз созданная кредитно-денежная масса больше первоначального депозита.

Итак,  $M = 10000 \cdot 1/0,25 = 40000$  руб.

5. Даны балансы двух коммерческих банков. Необходимо их оценить с точки зрения решения дилеммы «прибыльность – ликвидность».

#### Банк А

АКТИВ, ден. ед.		ПАССИВ, ден. ед.	
Наличные деньги	200	Уставный капитал	100
Резервы в ЦБ	200	Вклады до востребования	100
Кредиты	100	Срочные вклады	350
Ценные бумаги	100	Прибыль банка	50
БАЛАНС	600	БАЛАНС	600

#### Банк Б

АКТИВ, ден. ед.		ПАССИВ, ден. ед.	
Наличные деньги	50	Уставный капитал	100
Резервы в ЦБ	100	Вклады до востребования	200
Кредиты	450	Срочные вклады	400
Ценные бумаги	200	Прибыль банка	100

БАЛАНС	800	БАЛАНС	800
--------	-----	--------	-----

*Решение.* Основными показателями, характеризующими деятельность коммерческого банка, являются: *платежеспособность (ликвидность)* – способность банка своевременно и в полном объеме обеспечивать выполнение своих обязательств перед клиентами – и *прибыльность* – способность банка получать от своей деятельности прибыль. Обеспечение полной платежеспособности (ликвидности) банком возможно в ситуации неиспользования вкладов клиентов (невыдачи кредитов). Однако прибыльность банковской деятельности как раз и обеспечивается привлечением средств по низкой процентной ставке и последующей выдачей кредитов по более высокой процентной ставке. Поэтому перед банком всегда существует дилемма «прибыльность – ликвидность».

Банк А больше ориентирован на обеспечение своей ликвидности (платежеспособности), так как доля его высоколиквидных активов, не приносящих ему доход больше, чем доля доходных активов, обеспечивающих прибыльность банка:

$$(200 + 200) / 600 > (100 + 100) / 600, 2/3 > 1/3.$$

Банк Б больше ориентирован на обеспечение своей прибыльности, так как доля его доходных активов, обеспечивающих прибыльность банка, больше доли высоколиквидных активов, не приносящих ему доход:

$$(50 + 100) / 800 < (450 + 200) / 800, 3/16 < 13/16.$$

6. В экономике с постоянным уровнем цен ( $P = 4$ ) и отсутствием государственного вмешательства предприниматели ежегодно инвестируют в производство 100 ед. независимо от уровня реальной процентной ставки, а коэффициент чувствительности инвестиций к динамике процентной ставки равен 20. Население имеет предельную склонность к потреблению 0,5, а когда его доход достигнет 180 ед., оно доводит свой объем сбережений до 40 ед. В обращении находится 320 денежных единиц. Операционный спрос на деньги представлен функцией:  $M^D_{OP} = 0,8Y$ , спекулятивный спрос на деньги:  $M^D_{SP} = 120 - 40r$ .

А. Составьте уравнение *IS*.

Б. Составьте уравнение *LM*.

В. Определите долю операционного и спекулятивного спроса в общем объеме спроса на деньги в условиях совместного равновесия на рынках благ и денег.

*Решение.*

А. Составляем уравнение *IS*.

На основании представленных данных выводим функции: инвестиций  $I = 100 - 20r$ , потребления  $C = 50 + 0,5Y$ , сбережений  $S = -50 + 0,5Y$ .

Условие равновесия на рынке благ:  $I = S$ .

$$100 - 20r = -50 + 0,5Y, \text{ отсюда уравнение } IS: Y = 300 - 40r.$$

Б. Составляем уравнение *LM*.

$$M^D = M^D_{SP} + M^D_{OP}. \text{ Так как } M^D_{OP} = 0,8Y \text{ и } M^D_{SP} = 120 - 40r, \text{ то } M^D = 0,8Y + (120 - 40r).$$

Условие равновесия на рынке денег:  $M^S = M^D$ .

$$320 = 0,8Y + (120 - 40r). \text{ Уравнение } LM: Y = 250 + 50r.$$

В. Решаем систему уравнений:  $Y = 300 - 40r$ ,  $Y = 250 + 50r$ . При решении системы уравнений находим равновесный национальный доход ( $Y^* = 278$  ден. ед.) и равновесную процентную ставку ( $r^* = 0,56\%$ ).

Отсюда  $M^D_{OP} = 0,8 \cdot 278 = 222,4$  ден. ед. (или 69,5 % от денежной массы страны),  $M^D_{SP} = 120 - 40 \cdot 0,56 = 97,6$  ден. ед. (или 30,5 % от денежной массы страны).

7. С использованием модели *IS-LM* представьте последствия наступления следующих событий:

- снижение предельной склонности к сбережению;
- при каждой ставке процента объем инвестиций увеличивается;
- скорость обращения денег снижается;

- г) предложение денег увеличивается;
- д) спрос на деньги как средство накопления снижается;
- е) подоходный налог увеличивается;
- ж) экспорт страны увеличивается.

*Решение.* Последствия наступления представленных событий отражены ниже.

Событие	На состоянии какого рынка отразится	График какой функции и как изменится	Что произойдет на графике модели IS-LM	Направление изменения $Y$	Направление изменения $r$
а	благ	$C \uparrow$	IS вверх-вправо	$\uparrow$	$\uparrow$
б	благ	$I \uparrow$	IS вверх-вправо	$\uparrow$	$\uparrow$
в	денег	$M^s \downarrow$	LM вверх-влево	$\downarrow$	$\uparrow$
г	денег	$M^s \uparrow$	LM вниз-вправо	$\uparrow$	$\downarrow$
д	денег	$M^D_{SP} \downarrow$	LM вниз-вправо	$\uparrow$	$\downarrow$
е	благ	$C \downarrow$	IS вниз-влево	$\downarrow$	$\downarrow$
ж	благ	$Xn \uparrow$	IS вверх-вправо	$\uparrow$	$\uparrow$

### Тема 3.4. Государственные финансы и налогообложение. Бюджетно-налоговая политика

#### Налоги

1. В таблице приведены данные о размере налогооблагаемого дохода и уровне предельных ставок налога. На основании имеющихся данных заполните таблицу. Сопоставьте динамику предельных и средних ставок налога. Сделайте выводы о характере данного налога (прогрессивный, пропорциональный, регрессивный).

Доход, млnden.ед.	Налог, млnden.ед.	Средняя налоговая ставка, %	Предельная налоговая ставка, %
12,5	2,50		-
22,5	4,95		24,5
32,5			26,0
42,5			28,5
52,5			32,0
62,5			36,0

2. Рассчитайте средние и предельные налоговые ставки по данным таблицы и укажите, является ли налог прогрессивным, регрессивным или пропорциональным.

$Y$	$T$	$ATR$	$MTR$
1 000	0		
2200	220		
4800	576		
6400	896		

3. Имеются следующие данные о размере налогооблагаемой базы и общей суммы уплачиваемого налога.

Размер налогооблагаемой базы, млн ден. ед.	10	30	50	80
Общая сумма налога, млн ден. ед.	1.2	4.5	8.8	20

Чему равна средняя ставка налога для 10, 30, 50 и 80млнден. ед.? Чему равна предельная ставка налога при изменении налогооблагаемой базы от 10 до 30, от 30 до 50, от 50 до 80 млн ден. ед.? Определите тип системы налогообложения.

4. Приведенная ниже таблица представляет данные о гипотетической налоговой системе.

Скорректированный совокупный доход, руб.	Вычеты из дохода и освобождение от уплаты налога, руб.	Налогооблагаемый доход, руб.	Личный подоходный налог, руб.
5000	5000		0
10000	9000		150
20000	12000		1200
50000	20000		4500
100000	30000		14500
500000	100000		97000

Просчитайте предельные и средние ставки налогов для каждого значения налогооблагаемого дохода в таблице. Определите, налоговая система является прогрессивной, пропорциональной или регрессивной?

5. Рассчитайте величину добавленной стоимости, налога на добавленную стоимость (НДС) и цену продукции с учётом НДС, если ставка налога 18 %.

Наименование производственной стадии	Покупатель продукции на каждой производственной стадии	Цена продукции, ден. ед.
1. Добыча боксита	Глиноземный завод	50
2. Производство глинозема	Алюминиевый завод	80
3. Выплавка алюминия	Металлургический завод	110
4. Металлопрокат	Потребитель	255

### *Государственный бюджет*

6. ВВП в условиях полной занятости составляет 30 млрд долл. Фактический объем ВВП = 26 млрд долл. Сумма налогов составляет 10 % от величины ВВП. Государственные расходы на товары и услуги равны 1,8 млрд долл., государственные трансферты – 0,1 млрд долл., выплаты по государственному долгу – 0,2 млрд долл. Определите сальдо государственного бюджета в условиях неполной и полной занятости.

7. ВВП в условиях полной занятости составляет 50 млрд долл. Фактический объем ВВП равен 44 млрд долл. Налоговые поступления в госбюджет составляют 30 % от величины ВВП. Государственные расходы на закупку товаров и услуг равны 9,2 млрд долл., государственные трансферты – 2 млрд долл. Определите сальдо государственного бюджета в условиях неполной и полной занятости.

8. В таблице приведены данные об уровне цен и государственном бюджете. Основываясь на этой информации, заполните таблицу полностью.

Год	Уровень цен, дол.ед.	Налоги, ден. ед.	Гос. расходы, ден. ед.	Сальдо госбюджета, ден. ед.	Номинальный гос. долг, ден. ед.	Реальный гос. долг, ден. ед.
1	1,00	100	120			
2	1,11	110	140			
3	1,20	120	130			
4	1,30	130	135			
5	1,52	140	145			

10. Предположим, что стимулирующая бюджетно-налоговая политика, в рамках которой государственные расходы увеличиваются на 20 млн руб., приводит в краткосрочном периоде к росту национального дохода на 80 млн руб. Определите величину мультипликатора государственных расходов.

11. Модель экономики страны А характеризуется следующими исходными данными:  $C = 100 + 0,7Y$ , где  $C$  – плановые потребительские расходы,  $Y$  – располагаемый доход;  $G = 200$ ,  $G$  – государственные расходы;  $I = 100$ ,  $I$  – валовые инвестиции. Определите величину мультипликатора государственных расходов.

12. Предположим, что равновесный объем ВВП равен 2000 ден. ед.,  $MPC = 0,5$ . Правительство решает увеличить государственные закупки на 200 ден. ед., но при этом не менять уровень равновесного ВВП. Как этого добиться?

13. Пусть  $MPC = 0,5$ . Определите, чему равен мультипликатор государственных расходов и налоговый мультипликатор. Почему налоговый мультипликатор меньше мультипликатора государственных расходов?

14. Функция потребления имеет вид  $C = 100 + 0,8Y$ . Государственные расходы выросли на 2. Чему равно изменение равновесного уровня национального дохода?

15. Функция потребления имеет вид:  $C = 100 + 0,8Y$ . Налоги сократились на 2. Чему равно изменение равновесного уровня дохода?

16. Модель экономики страны А характеризуется следующими исходными данными:

$C$  – плановые потребительские расходы,  $C = 200 + 0,8Y$ ;

$Y$  – национальный доход,  $Y = GIP - T$ ;

$G$  – государственные расходы,  $G = 300$ ;

$I$  – частные плановые инвестиции,  $I = 200$ .

А. Постройте кривую плановых потребительских расходов для экономики страны А.

Б. Постройте кривую совокупных расходов для экономики страны А.

В. Рассчитайте и покажите на рисунке равновесный объем ВВП для закрытой модели экономики.

Г. Определите величину мультипликатора государственных расходов.

Д. Определите величину налогового мультипликатора.

Е. Определите новый равновесный объем ВВП, если государственные расходы возросли до 600 ден. ед., а все прочие показатели развития экономики страны А остались без изменения.

Ж. Определите новый равновесный объем ВВП, если инвестиции возросли до 500 ден. ед., а все прочие совокупные расходы в экономике страны А остались без изменения.

З. Определите новый равновесный объем ВВП, если налоги выросли до 600 ден. ед., а все прочие показатели остались без изменения.

И. Определите новый равновесный объем ВВП, если одновременно произошло увеличение налогов до 600 ден. ед. и государственных расходов до 600 ден. ед., а все прочие показатели остались без изменения.

### Примеры решения типовых задач

1. В таблице приведены условные данные о размере налогооблагаемого дохода и уровне предельных ставок налога. На основании имеющихся данных заполните таблицу. Сопоставьте динамику предельных и средних ставок налога. Сделайте выводы о характере данного налога.

Доход, ден. ед.	Налог, ден. ед.	Средняя налоговая ставка, %	Предельная налоговая ставка, %
125	25	20	–
225	50	22,2	25,0
325			26,0
425			28,5

525			32,0
-----	--	--	------

*Решение.* Предельная налоговая ставка – ставка обложения налогом дополнительной единицы дохода или стоимости имущества– определяется как отношение прироста выплачиваемых налогов ( $\Delta T$ ), поделенного на прирост дохода ( $\Delta Y$ ):  $MTR = (\Delta T / \Delta Y) \cdot 100 \%$ .

Используя формулу предельной налоговой ставки, определяем прирост выплачиваемых налогов:  $\Delta T = MTR \cdot \Delta Y / 100 \%$ . Учитывая то, что  $\Delta Y = 100$  ден. ед., получаем  $\Delta T = MTR$  (ден. ед.). Находим величину выплачиваемых налогов по формуле:  $T_{t+1} = T_t + MTR_{t+1}$ .

Средняя налоговая ставка – ставка обложения всей суммы налогооблагаемого дохода или стоимости имущества– определяется как отношение величины выплачиваемых налогов ( $T$ ), поделенной на величину дохода ( $Y$ ):  $ATR = (T / Y) \cdot 100 \%$ .

Результаты расчётов приведены в таблице. Так как наблюдается рост налоговой ставки по мере возрастания величины объекта налогообложения, налог является прогрессивным.

Доход, ден. ед.	Налог, ден. ед.	Средняя налоговая ставка, %	Предельная налоговая ставка, %
125	25,0	20,0	–
225	50,0	22,2	25,0
325	76,0	23,4	26,0
425	104,5	24,6	28,5
525	136,5	26,0	32,0

2. ВВП в условиях полной занятости равен 20 млрд долл. Фактический объем ВВП составляет 16 млрд долл. Сумма налогов составляет 10 % от величины ВВП. Государственные расходы на товары и услуги равны 1,8 млрд долл., государственные трансферты – 0,1 млрд долл. Определите фактическое, структурное и циклическое сальдо государственного бюджета.

*Решение.* Фактическое сальдо государственного бюджета – разница между фактическими доходами и расходами государственного бюджета (в условиях неполной занятости):

$$C_{\phi} = T_{\phi} - (G + TR),$$

где  $T_{\phi}$  – сумма налогов в условиях неполной занятости, ден. ед.;  $T_{\phi} = 0,1Y$ ; итак,  $T_{\phi} = 0,1 \cdot 16 = 1,6$  млрд долл.

$C_{\phi} = 1,6 - (1,8 + 0,1) = -0,3$  млрд долл. Наблюдается фактический бюджетный дефицит.

Структурное сальдо государственного бюджета – разница между доходами и расходами государственного бюджета, рассчитанная для уровня национального дохода, соответствующего полной занятости, т. е. потенциального ВВП:

$$C_c = T_c - (G + TR),$$

где  $T_c$  – сумма налогов в условиях неполной занятости, ден. ед.;  $T_c = 0,1Y$ ; итак,  $T_c = 0,1 \cdot 20 = 2$  млрд долл.

$C_c = 2 - (1,8 + 0,1) = 0,1$  млрд долл. Наблюдается структурный бюджетный профицит.

Циклическое сальдо государственного бюджета – разница между фактическим и структурным сальдо государственного бюджета:

$$C_{\pi} = C_{\phi} - C_c.$$

$C_{\pi} = -0,3 - 0,1 = -0,4$  млрд долл. Наблюдается циклический бюджетный дефицит.

3. Предположим, что фактический ВВП равен 2000 ден. ед., равновесный ВВП составляет 2600 ден. ед.,  $MPC = 0,75$ . Какие изменения в бюджетно-налоговой политике должны произойти, чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия?

*Решение.* Для того чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия путём прироста ВВП на 600 ден. ед., необходимо осуществить стимулирующую бюджетно-налоговую политику, предполагающую рост государственных расходов или снижение налогов.

Если государственные расходы увеличиваются на  $\Delta G$ , то ВВП возрастает на величину  $\Delta Y = \Delta G \cdot m_g$ , где  $m_g$  – мультипликатор государственных расходов. Отсюда  $\Delta G = \Delta Y / m_g$ .

Для определения мультипликатора государственных расходов может быть использована следующая формула:

$$m_g = 1 / (1 - b),$$

где  $b = MPC$  – предельная склонность к потреблению, дол. ед.

Таким образом,  $m_g = 1 / (1 - 0,75) = 4$ .

$\Delta G = 600 / 4 = 150$  ден. ед.

Если налоговые отчисления снижаются на  $\Delta T$ , то ВВП возрастает на величину  $\Delta Y = \Delta T \cdot m_t$ , где  $m_t$  – налоговый мультипликатор. Отсюда  $\Delta T = \Delta Y / m_t$ .

Для определения налогового мультипликатора может быть использована следующая формула:

$$m_t = -b / (1 - b).$$

Таким образом,  $m_t = -0,75 / (1 - 0,75) = -3$ .

$\Delta T = 600 / (-3) = -200$  ден. ед.

Для того чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия, необходимо или увеличить государственные расходы на 150 ден. ед., или снизить налоги на 200 ден. ед.

### **Тема 3.5. Мировая экономика и внешнеэкономическая политика**

#### ***Теории международной торговли***

1. Допустим, что Россия производит 360 электровозов и 2400 вагонов, а Украина – 160 электровозов и 800 вагонов. Если бы Россия производила только электровозы, то их ежегодный выпуск составил бы 600 шт., а если бы только вагоны, то выпустила бы их 6000 шт. Соответственно, Украина могла бы производить либо 200 электровозов, либо 4000 вагонов.

Определите, какая страна обладает абсолютным и сравнительным преимуществом в производстве этих видов продукции; к каким выгодам приводят специализация и внешняя торговля?

2. В Казахстане один работник производит 1 т мяса или 20 ц пшеницы в год, а в Кыргызстане – 2 т мяса или 10 ц пшеницы. Всего в Казахстане на производстве мяса и пшеницы специализируются 400 тыс. человек, а в Кыргызстане – 100 тыс. человек. Президенты Казахстана и Кыргызстана подписывают соглашение об экономическом сотрудничестве, включая эффективное разделение труда в производстве пшеницы и мяса. Как будут выглядеть кривые производственных возможностей двух государств по производству мяса и пшеницы?

3. Россия и Германия производят два вида товара: каждая – велосипеды и очки. В России общее количество труда, расходуемое на их производство, составляет 1000 час, а в Германии – 1200 час. В России необходимо затратить 5 час на производство каждого велосипеда и 2 час – на каждые очки. В Германии и на велосипед, и на очки требуется по 3 час.

А. Покажите графически границу производственных возможностей при одновременном производстве двух товаров отдельно для России и Германии.

Б. Подсчитайте относительную цену велосипедов, выраженную через цену очков, в России и Германии.

В. Изобразите графически расширение возможностей потребления и велосипедов, и очков в России и Германии в результате торговли.

4. Предположим, что страны *A* и *B* производят только два товара – велосипеды и очки. Уровень затрат труда на их производство характеризуется данными таблицы, а предельные издержки замещения остаются неизменными при любых объемах производства.

Страна	Затраты на выпуск 1 велосипеда, час	Затраты на выпуск 1 очков, час
<i>A</i>	100	20
<i>B</i>	160	40

А. Какая из стран имеет абсолютное преимущество в производстве велосипедов (очков)?

Б. Какая из стран имеет сравнительное преимущество в производстве велосипедов (очков)?

В. Какие товары будут экспортировать и импортировать страны *A* и *B* в условиях свободной торговли?

Г. В каких пределах должна установиться соотношение мировых цен на велосипед и очки в условиях свободной торговли между странами *A* и *B*?

5. Ознакомьтесь с характеристиками производственных возможностей стран *X* и *Y*. Предположим, что структура спроса такова, что при отсутствии внешней торговли в стране *X* производится и потребляется 8 тыс. автомобилей и 3 тыс. т риса, а в стране *Y* – 8 тыс. автомобилей и 9 тыс. т риса.

Продукт	Производственные возможности страны <i>X</i>					
	Автомобиль, тыс.шт.	10	8	6	4	2
Рис, тыс. т	0	3	6	9	12	15
Продукт	Производственные возможности страны <i>Y</i>					
	Автомобиль, тыс.шт.	20	16	12	8	4
Рис, тыс. т	0	3	6	9	12	15

А. Изобразите графики производственных возможностей стран *X* и *Y* при учете того, что издержки замещения постоянны.

Б. На производстве каких товаров выгодно специализироваться странам *X* и *Y*? Почему?

В. Каков будет прирост мирового производства автомобилей и риса, полученный в результате такой специализации?

Г. В каких пределах может установиться мировая цена одного автомобиля?

Д. Предположим, что мировая цена устанавливается на уровне «1 автомобиль за 1 т риса» и что объемы внешней торговли составляют 10 тыс. автомобилей и 10 тыс. т риса. Каким будет выигрыш от специализации и торговли для каждой страны?

6. Ознакомьтесь с характеристиками производственных возможностей стран *X* и *Y*. Предположим, что структура спроса такова, что при отсутствии внешней торговли в стране *X* производится и потребляется 6 тыс. т пшеницы и 9 тыс. т кукурузы, а в стране *Y* – 16 тыс. пшеницы и 6 тыс. т кукурузы.

Продукт, тыс. т	Производственные возможности страны <i>X</i>					
	Пшеница	12	10	8	6	4
Кукуруза	0	3	6	9	12	18
Продукт, тыс. т	Производственные возможности страны <i>Y</i>					
	Пшеница	24	20	16	12	8
Кукуруза	0	3	6	9	12	18

А. Изобразите графики производственных возможностей стран *X* и *Y* при учете того, что издержки замещения постоянны.

Б. На производстве каких товаров выгодно специализироваться странам *X* и *Y*? Почему?

В. Каков будет прирост мирового производства пшеницы и кукурузы, полученный в результате такой специализации?

Г. В каких пределах может установиться мировая цена 1 т пшеницы и 1 т кукурузы?

### **Тарифные и нетарифные ограничения**

7. Россия производит и потребляет постоянные магниты. Их внутреннее предложение:  $Q^S = 50 + 5P$ , а спрос:  $Q^D = 400 - 10P$ . Мировая цена на магниты составляет 10 долл. Правительство вводит квоту, ограничивающую импорт магнитов в размере 50 шт.

А. Сколько магнитов и по какой цене Россия будет производить в условиях свободы торговли?

Б. Каков будет объем их импорта при мировой цене на магниты 10 долл.?

В. Как импортная квота повлияет на внутренние цены магнитов?

Г. Насколько увеличатся доходы импортеров, получивших право на импорт в рамках квоты, от ее введения?

Д. Каковы будут потери потребителей?

8. Россия производит 70, потребляет 20 и экспортирует 50 легких спортивных самолетов в год по цене 6000 долл. за самолет. Правительство, считая самолетостроение перспективной отраслью, предоставляет производителям субсидию в размере 15% от стоимости самолета, в результате чего внутренняя цена самолета увеличивается до 6450 долл., а его цена на внешнем рынке сокращается до 5550 долл.

А. Почему внутренняя цена на самолет увеличилась меньше, чем размер субсидии?

Б. Как введение субсидии отразилось на объемах внутреннего производства и экспорта самолетов?

В. Как повлияло введение субсидии на потребителей и доходы бюджета?

Г. Какое воздействие оказало введение субсидии на условия торговли России?

9. Говядина стоит 5,4 долл. за 1 кг. По этой цене российские фермеры производят 20 тыс. т, тогда как спрос на российском рынке достигает 60 тыс. т. В странах ближнего зарубежья, являющихся экспортерами говядины в Россию, ее цена составляет 3,6 долл. за 1 кг. По такой цене российские фермеры смогут произвести только 5 тыс. т при спросе, увеличивающемся до 65 тыс. т. Для защиты внутреннего рынка Россия вводит импортную квоту, лицензия на получение которой стоит как раз столько, сколько составляет разница между внутренней ценой говядины и ее ценой в странах ближнего зарубежья, то есть 1,8 долл. за 1 кг.

А. Каков объем импорта говядины при свободе торговли и при защите внутреннего рынка импортной квотой?

Б. Как скажется введение квоты на потребителях и на производителях?

В. Каков доход импортеров, получивших разрешение на импорт в рамках квоты, от ее введения?

### **Платежный баланс**

10. К какому счету – счету текущих операций или счету движения капиталов – Выотнесли бы: а) покупку японцами гостиницы в США; б) покупку американцами японских установок для опреснения морской воды? Учитывая, что и гостиница, и опреснительная установка с точки зрения экономической теории являются товарами, установите, в чем состоит их различие?

11. Классифицируйте каждую из названных операций (отток или приток капитала) с точки зрения российской экономики: а) «новый русский» приобретает виллу в Испании; б) крупный московский банк предоставляет правительству Казахстана ссуду в 100 тыс. долл.; в) российский импортер вина берет краткосрочный займ в одном из итальянских банков для оплаты приобретаемой им партии итальянского ликера; г) кондитерская фабрика в Самаре приобретает акции американской корпорации по производству шоколадных конфет.

12. На основании приведенных статей составьте платежный баланс страны «Дельта», классифицируя каждую из операций как кредит или дебет, выделяя основные его разделы – текущий баланс и баланс движения капиталов, определяя сальдо по итогам каждого счета и итоговое сальдо. Экспорт нефти 6 млн долл. Импорт зерна 5 млн долл. Экспорт оружия 2 млн долл. Доходы от туризма иностранцев в «Дельте» 6 млн долл. Денежные пе-

реводы иностранцам из «Дельты» 2 млн долл. Покупка акций частных корпораций страны «Альфа» 6 млн долл. Покупка золота у иностранных граждан 1 млн долл.

13. На основании приведенных статей составьте платежный баланс страны «Альфа», классифицируя каждую из операций как кредит или дебет.

Операция	Сумма, млрд руб.
Экспорт нефти	90
Импорт зерна	60
Экспорт оружия	30
Доходы от туризма иностранцев в «Альфе»	70
Денежные переводы иностранцам из «Альфы»	35
Покупка акций частных корпораций страны «Дельта»	70
Покупка золота у иностранных граждан	15

14. Европейская компания закупает автомобили в США по цене 12000 долл. Валютный курс составляет: 1 евро = 1,2 долл. Какими будут последствия повышения курса евро по отношению к доллару США на 10 % для импортера?

15. Допустим, курс доллара к евро составляет 1:3, следовательно, один и тот же товар стоит в США, например, 400 долл., а в Европе 1200 евро. Какой экспортер получит дополнительный доход (США или европейская страна), если курс доллара искусственно понизится до 1:2? Определите величину дополнительного дохода.

16. Допустим, корзина американского потребителя стоит 200 долл., а российского – 7500 руб. Номинальный валютный курс американского доллара составляет: 1 долл. = 30 руб. Чему равен реальный валютный курс?

17. Два одинаковых по своим качествам автомобиля – российский и американский – стоят соответственно 210 тыс. руб. и 10 тыс. долл. Номинальный обменный курс американского доллара составляет 30 руб.

А. Чему равен реальный обменный курс доллара?

Б. Как должен измениться номинальный обменный курс американской валюты, чтобы реальный обменный курс составил 1?

В. Из-за высокой инфляции российский автомобиль стал стоить 270 тыс. руб. Как при этом изменился реальный обменный курс, если номинальный курс остался прежним? Как должен измениться номинальный обменный курс, чтобы реальный обменный курс остался неизменным?

18. Спрос домашних хозяйств на отечественные блага выражается формулой:  $C = 1000 + 0,6Y$ , а на импортные:  $Z = 0,2Y$ . Объем инвестиций представлен функцией:  $I = 5000 - 1250r + 0,1Y$ . Государственные расходы в точности равны сумме подоходного налога, ставка которого составляет 25 %. Экспорт страны равен 10000 ден. ед. В обращении находится 20000 ден. ед., а операционный и спекулятивный спрос на деньги соответственно представлен формулами:  $M_{OP}^D = 0,5Y$ ;  $M_{SP}^D = 20625(r - 1,5) - 2000$ . Определить состояние торгового баланса страны при достижении совместного равновесия на рынках благ и денег.

### Примеры решения типовых задач

1. Предположим, что страны *A* и *B* производят только два товара – сахар и сталь. Уровень затрат труда на их производство характеризуется данными таблицы, а предельные издержки замещения остаются неизменными при любых объемах производства.

Страна	Затраты на выпуск 1 т стали, час	Затраты на выпуск 1 т сахара, час
<i>A</i>	150	100
<i>B</i>	120	120

А. Какая из стран имеет абсолютное преимущество в производстве стали (сахара)?

Б. Какая из стран имеет сравнительное преимущество в производстве стали (сахара)?

В. Какие товары будут экспортировать и импортировать страны  $A$  и  $B$  в условиях свободной торговли?

Г. В каких пределах должно установиться соотношение мировых цен на сталь и сахар в условиях свободной торговли между странами  $A$  и  $B$ ?

*Решение.*

А. Абсолютное преимущество – возможность страны производить благодаря ее естественным и приобретенным преимуществам какой-либо товар с меньшими издержками труда на единицу продукции по сравнению с другими странами, производящими этот же товар. Абсолютным преимуществом в производстве стали обладает страна  $B$  ( $120 \text{ т/час} < 150 \text{ т/час}$ ), в производстве сахара – страна  $A$  ( $100 \text{ т/час} < 120 \text{ т/час}$ ).

Б. Сравнительное преимущество – способность страны производить товар или услугу с относительно меньшими издержками замещения по сравнению с другими странами. Издержки замещения представляет собой соотношение абсолютных удельных затрат труда по двум видам товаров в одной стране.

Издержки замещения стали определяются по формуле

$$Za = a/b,$$

Где  $a$  – удельные затраты труда на производство стали, час./т стали;

$b$  – удельные затраты труда на производство сахара, час./т сахара.

Страна  $B$  имеет сравнительное преимущество в производстве стали, так как издержки замещения у неё минимальны:

$$Za (\text{страна } A) = 150 \text{ час/т стали} : 100 \text{ час/т сахара} = 1,5 \text{ т сахара /т стали};$$

$$Za (\text{страна } B) = 120 \text{ час/т стали} : 120 \text{ час/т сахара} = 1 \text{ т сахара /т стали} \rightarrow \min.$$

Издержки замещения сахара определяются по формуле

$$Zb = b/a.$$

Страна  $A$  имеет сравнительное преимущество в производстве сахара, так как издержки замещения у неё минимальны:

$$Zb (\text{страна } A) = 100 \text{ час/т сахара} : 150 \text{ час/т стали} = 0,67 \text{ т стали/т сахара} \rightarrow \min;$$

$$Zb (\text{страна } B) = 120 \text{ час/т сахара} : 120 \text{ час/т стали} = 1 \text{ т стали/т сахара}.$$

В. Международная торговля является выгодной в том случае, если две страны торгуют товарами, которые каждая из стран производит с меньшими издержками, чем страна-партнер. Страны должны экспортировать те товары, которые они производят с меньшими издержками, и импортировать те товары, которые производятся другими странами с меньшими издержками.

В условиях свободной торговли страна  $A$  будет экспортировать сахар и импортировать сталь, страна  $B$  будет экспортировать сталь и импортировать сахар.

Г. В условиях свободной торговли мировая цена стали установится в следующих пределах:  $1 \text{ т сахара} < 1 \text{ т стали} < 1,5 \text{ т сахара}$ ; мировая цена сахара:  $0,67 \text{ т стали} < 1 \text{ т сахара} < 1 \text{ т стали}$ .

2. В стране внутренний спрос на товар  $Q^D = 50 - P$  и внутреннее предложение  $Q^S = -10 + P$ , а мировая цена на товар составляет 20 долл. Какова будет цена товара на внутреннем рынке при импортной квоте, равной 10 ед. товара?

*Решение.* В условиях закрытой экономики равновесный объем товара будет равен 20 ед. при равновесной цене 30 долл.:

$$Q^D = Q^S; 50 - P = -10 + P, P = 30, Q = 20.$$

В условиях открытой экономики внутренняя цена товара установится на уровне мировой цены 20 долл. Отсюда: внутренний спрос  $Q^D = 50 - 20 = 30$  ед. больше предложения товара отечественных производителей  $Q^S = -10 + 20 = 10$  ед. на величину импорта в размере 20 ед.

Политика импортного квотирования приводит к увеличению цены товара на внутреннем рынке до 25 долл.:  $Q^D = 50 - 25 = 25$  ед.,  $Q^S = -10 + 25 = 15$  ед.;  $Q^D - Q^S = 25 - 15 = 10$  ед.

3. Платежный баланс условной страны Скорпио за год представлен в таблице (млрд долл.).

- Каково сальдо торгового баланса?
- Каково сальдо баланса текущих операций?
- Каково сальдо баланса движения капиталов?
- Каково сальдо баланса официальных расчетов страны?
- Каково изменение официальных резервов страны?

Экспорт товаров	+ 40
Импорт товаров	- 30
Экспорт услуг	+ 15
Импорт услуг	- 10
Доходы от зарубежных инвестиций	+ 20
Доходы на зарубежные инвестиции	- 10
Трансферты из-за границы	+ 1
Трансферты за границу	- 6
Приток капитала	+ 10
Отток капитала	- 40

*Решение.* Представим платежный баланс условной страны Скорпио за год в следующем виде (млрд долл.):

Платежный баланс условной страны Скорпио за год выглядит следующим образом (млрд долл.):

КРЕДИТ (+)		ДЕБЕТ (-)	
I. Счет текущих операций			
1. Экспорт товаров	+ 40	2. Импорт товаров	- 30
<i>Сальдо торгового баланса + 10</i>			
3. Экспорт услуг	+ 15	4. Импорт услуг	- 10
5. Доходы от зарубежных инвестиций +20		6. Доходы на зарубежные инвестиции	-10
7. Трансферты из-за границы	- 6	8. Трансферты за границу	+ 1
<i>Сальдо баланса текущих операций + 20</i>			
II. Счет движения капитала			
9. Приток капитала	+ 10	10. Отток капитала	- 40
<i>Сальдо баланса движения капитала - 30</i>			
<i>Сальдо баланса текущих операций и движения капитала (сальдо баланса официальных расчетов) - 10</i>			
11. Изменение официальных валютных резервов + 10			

Таким образом, платежный баланс условной страны Скорпио, имея отрицательное итоговое сальдо, является пассивным.

4. Два одинаковых по своим качествам автомобиля – российский и американский – стоят соответственно 210 тыс. руб. и 10 тыс. долл. Номинальный обменный курс американского доллара составляет: 1 долл. = 30 руб. Чему равен реальный обменный курс доллара?

*Решение.* Реальный обменный курс определяем по формуле

$$\varepsilon = P / (e \cdot P^*),$$

где  $\varepsilon$  – реальный обменный курс;

$P$  – цена отечественного товара, руб.;

$P^*$  – цена товара за рубежом, долл.;

$e$  – номинальный обменный курс, руб./долл.

Реальный обменный курс составит:  $210 \text{ тыс. руб.} / (30 \text{ руб./долл.} \times 10 \text{ тыс. долл.}) = 0,7$ . Значит, за 1 российский автомобиль можно приобрести 0,7 американского.  $0,7 > 1 \rightarrow$  отечественный товара является более конкурентоспособным.

5. Ниже приведена карта спроса и предложения на рынке фунтов стерлингов (£):

Цена £, \$	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
Объем предложения £, млн	160	170	180	190	200	220
Объем спроса на £, млн	200	190	180	170	160	150

А. Федеральная резервная система США устанавливает валютный курс на уровне:  $1 \text{ £} = 2,1 \text{ \$}$ . Должна ли ФРС в этой ситуации покупать или продавать фунты стерлингов? Если да, то какое количество?

Б. Что произойдет в этом случае с официальными валютными резервами США?

*Решение.*

А. В соответствии с имеющимися данными при валютном курсе  $1 \text{ £} = 2,1 \text{ \$}$  существует дефицит фунтов стерлингов в размере 20 млн ( $170 - 190$ ). Таким образом, для поддержания фиксированного валютного курса Федеральная резервная система США должна продавать 20 млн фунтов стерлингов.

Б. Официальные валютные резервы уменьшатся на 20 млн фунтов стерлингов.

## ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:

1. готовясь к тестированию, проработать информационный материал по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

2. четко выяснить все условия тестирования заранее. Студент должен знать, сколько тестов ему будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т. д.;

3. приступая к работе с тестами, внимательно и до конца нужно прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов; выбрать правильные (их может быть несколько); на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам;

- в процессе решения желательно применять несколько подходов в решении задания. Это позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант;

- не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, нужно переходить к другим тестовым заданиям; к трудному вопросу можно обратиться в конце;

- обязательно необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

# ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

## Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ

### Тема 1.2. Сущность и типы экономических систем. Отношения собственности

**1. Правильная последовательность фаз (стадий) общественного производства такова:**

- а) производство, распределение, обмен, потребление;
- б) производство, обмен, распределение, потребление;
- в) распределение, производство, обмен, потребление;
- г) распределение, потребление, производство, обмен.

**2. Воспроизводство, которое связано с привлечением дополнительных экономических ресурсов, называется:**

- а) простым;
- б) сокращающимся;
- в) интенсивным;
- г) экстенсивным.

**3. Непрерывное возобновление процесса создания благ и услуг в увеличивающихся размерах называется:**

- а) расширенным воспроизводством;
- б) воспроизводством;
- в) производством;
- г) простым воспроизводством.

**4. Из приведенных ниже комбинаций включает различные факторы производства только следующая:**

- а) нефть, нефтяник, владелец нефтяной компании, газ;
- б) работник конвейера, конвейер, автомобиль;
- в) поле, трактор, фермер-предприниматель, доярка;
- г) банкир, компьютер, деньги.

**5. Капитал как фактор производства – это:**

- а) оборудование, орудия труда, машины, сырье, с помощью которых производятся товары;
- б) накопления и сбережения физических и юридических лиц;
- в) деньги и ценные бумаги;
- г) денежные средства, используемые в расчетах между покупателем и продавцом.

**6. Что вы понимаете под экономической категорией «собственность»:**

- а) обладание материальными или духовными благами;
- б) юридически закрепленное право владеть, распоряжаться, использовать принадлежащие людям материальные или духовные блага;
- в) отношения между людьми по поводу присвоения материальных и духовных благ;
- г) комплекс прав владельца блага.

**7. «Пучок прав собственности» предполагает:**

- а) право на исключение из доступа к ресурсам других агентов;
- б) право на получение ресурса;
- в) право на получение дохода от ресурса;

г) право на передачу всех предыдущих полномочий.

**8. Владение – это:**

- а) право производительно или лично потреблять вещь;
- б) право физического обладания вещью;
- в) право определения способа использования вещи.

**9. Общественная собственность НЕ может выступать в форме:**

- а) акционерной;
- б) коллективной;
- в) государственной;
- г) общенародной.

**10. В какой из вариантов включены основные вопросы, решаемые любой экономической системой:**

- а) что производится, как производится, для кого производится;
- б) что потребляется, как производится, кто производит;
- в) что потребляется, как потребляется, кем потребляется;
- г) что производится, как потребляется, кем производится?

**11. Главным критерием дифференциации экономических систем является:**

- а) характер распределяемых доходов;
- б) основная форма собственности;
- в) предпосылки для экономического роста;
- г) состояние рыночного обмена.

**12. Стихийный способ координации деятельности экономических агентов характерен:**

- а) для рыночной экономики;
- б) плановой экономики;
- в) традиционной экономики;
- г) любой экономической системы.

**13. Одно из преимуществ административно-командной экономики состоит в следующем:**

- а) возможности быстрой концентрации ресурсов в государственном секторе;
- б) свободном выборе хозяйствующими субъектами видов деятельности;
- в) возможности полного удовлетворения потребностей общества;
- г) формировании цен на основе взаимодействия спроса и предложения.

**14. Когда экономические проблемы решаются частично рынком, частично государством, то экономика:**

- а) административно-командная;
- б) рыночная;
- в) натуральная;
- г) смешанная.

**15. К трансакционным издержкам НЕ относятся:**

- а) издержки, связанные с поиском информации;
- б) издержки, связанные с оплатой сырья и материалов;
- в) издержки оппортунистического поведения;
- г) издержки, связанные со спецификацией и защитой прав собственности.

### Тема 1.3. Общая характеристика рыночной системы хозяйствования

**1. Какой из ниже перечисленных элементов является наиболее важным для рыночной экономики:**

- а) эффективные профсоюзы;
- б) продуманное государственное регулирование;
- в) ответственные действия предпринимателей;
- г) активная конкуренция на рынке.

**2. К характеристике рыночной экономики НЕ относится:**

- а) централизованное планирование;
- б) предпринимательская деятельность;
- в) частная собственность;
- г) конкуренция.

**3. Проблема «как производить» в рыночной экономике решается:**

- а) через стремление производителей к получению прибыли и, следовательно, к минимизации издержек производства;
- б) на основе широкого использования в экономике средств производства;
- в) на основе динамики и объема потребительского спроса, которые определяются через цены на конечные продукты;
- г) на основе специализации, которая используется при применении разных технологических способов производства;
- д) нет верного ответа.

**4. Фиаско рынка проявляется в ...**

- а) отсутствии стимулов к производству товаров и услуг коллективного пользования;
- б) неспособности уравнивать экономические интересы продавцов и покупателей;
- в) отсутствии механизмов «вымывания» неконкурентоспособных предприятий;
- г) неспособности информировать фирмы об объемах и структуре производства.

**5. К функциям рынка не относится ...**

- а) социальная;
- б) ценообразующая;
- в) стимулирующая;
- г) посредническая.

**6. Рынок не обеспечивает:**

- а) удовлетворения потребностей всех членов общества;
- б) экономического стимулирования эффективности производства;
- в) установления ценностных эквивалентов для обмена;
- г) согласования производства и потребления по структуре.

**7. Роль государства в экономике в период развития капитализма свободной конкуренции определялась взглядами ...**

- а) классической политэкономии;
- б) монетаризма;
- в) институционализма;
- г) кейнсианства.

**8. Натуральной форме общественного хозяйства НЕ присущи отношения:**

- а) обмена;
- б) распределения;
- в) потребления;
- г) производства.

**9. Товарное производство непременно предполагает:**

- а) обособленность товаропроизводителей;
- б) господство государственной собственности;
- в) преобладание ручного труда;
- г) непосредственную связь производства и потребления.

**10. Главным критерием при разделении рынка на легальный и нелегальный является:**

- а) степень конкурентности рынков;
- б) экономическое назначение объектов рыночных отношений;
- в) уровень насыщенности рынков;
- г) степень соответствия законодательству;
- д) территориальный (географический) признак.

**11. Рыночная инфраструктура НЕ включает:**

- а) товарные биржи;
- б) фондовые биржи;
- в) бюджет государства;
- г) банки и кредитные организации;
- д) биржи труда.

**12. Классический рынок характеризуется...**

- а) неограниченным числом участников и свободной конкуренцией между ними;
- б) отсутствием самостоятельности в коммерческой деятельности;
- в) монополизмом производителя;
- г) государственным регулированием.

**13. Решение проблемы внешних эффектов, предложенное Р. Коузом, предполагает, кроме всего прочего, что величина \_\_\_\_\_ издержек незначительна, или они отсутствуют.**

- а) транзакционных;
- б) социальных;
- в) внешних;
- г) предельных.

**14. Международный пример решения проблемы загрязнения окружающей среды как проблемы внешних эффектов под названием «Киотский протокол» предусматривает...**

- а) создание рынка прав на загрязнение;
- б) введение платы за выбросы;
- в) введение корректирующих налогов;
- г) запрет на применение отходных технологий.

**15. Общественные блага характеризуются \_\_\_\_\_ в потреблении.**

- а) неисключаемостью и неконкурентностью;
- б) неисключаемостью и конкурентностью;
- в) неконкурентностью и исключаемостью;
- г) исключаемостью и конкурентностью.

## Раздел 2. ОСНОВЫ МИКРОЭКОНОМИКИ

### Тема 2.2. Теория потребительского выбора

**1. Условная единица полезности, введенная сторонниками количественного подхода для измерения удовлетворения от потребления блага, называется:**

- а) ютиль;
- б) экю;
- в) тратта;
- г) сеньораж.

**2. Под предельной полезностью понимается:**

- а) способность товаров и услуг удовлетворять человеческие потребности;
- б) субъективная оценка благ людьми;
- в) добавочная полезность или удовлетворение, извлекаемое потребителем из одной дополнительной единицы конкретного продукта;
- г) объективное свойство экономических благ;
- д) нижний предел цены.

**3. Закон уменьшающейся предельной полезности констатирует, что:**

- а) предельная полезность товара  $X$  падает по мере приобретения дополнительных единиц других товаров;
- б) общая полезность товара  $X$  повышается при потреблении последующих единиц этого товара;
- в) общая полезность максимизируется, когда выполняется условие  $MU_x/P_x = MU_y/P_y$ ;
- г) приобретение каждой дополнительной единицы товара  $X$  приносит все меньше удовлетворения покупателю.

**4. Теория потребительского поведения предполагает, что потребитель стремится максимизировать:**

- а) разницу между общей и предельной полезностью;
- б) общую полезность;
- в) предельную полезность;
- г) каждую из перечисленных величин.

**5. Общая полезность блага максимальна, если предельная полезность его дополнительной единицы:**

- а) увеличивается;
- б) уменьшается;
- в) является величиной положительной;
- г) является величиной отрицательной;
- д) равна 0.

**6. Чтобы максимизировать полезность, потребитель должен так распределить доход, чтобы:**

- а) предельная полезность каждого потребленного товара была одинаковой;
- б) общая полезность каждого товара в расчете на единицу товара была одинаковой;
- в) предельная полезность каждого товара, полученная в расчете на 1 руб. была одинаковой;
- г) приобретать максимальное количество товаров, не являющихся заменителями.

**7. Кривая безразличия:**

- а) представляет совокупность набора товаров, для приобретения которой используется весь доход потребителя;
- б) отражает объективные рыночные характеристики, касающиеся величины дохода и цен;
- в) меняет свой наклон, если изменяется доход потребителя;
- г) введена в экономический анализ Вальрасом;
- д) это линия, каждая точка которой представляет комбинацию товаров, дающую потребителю равный объем удовлетворения потребности.

#### **8. Предельная норма замещения:**

- а) всегда положительна;
- б) представляет собой отношение предельных полезностей товаров-заменителей;
- в) показывает, от какого количества одного блага потребитель должен отказаться для приобретения единицы другого блага так, чтобы уровень общей полезности не изменился;
- г) характеризует наклон бюджетной линии.

#### **9. Бюджетная линия:**

- а) характеризует предельную полезность товара;
- б) показывает общую полезность;
- в) при изменении цен товаров не меняет своего наклона;
- г) представляет все доступные комбинации товаров при заданных ценах и величине дохода потребителя;
- д) определяет субъективную информацию потребителя о его предпочтениях.

#### **10. Потребительское равновесие на карте безразличия – это:**

- а) любое пересечение бюджетной линии и кривой безразличия;
- б) любая точка на самой высокой из кривых безразличия;
- в) та точка, в которой наклон бюджетной линии равен наклону касательной к ней кривой безразличия;
- г) любая точка, расположенная на бюджетной линии;
- д) любая точка, расположенная на пространстве, ограниченном бюджетной линией.

#### **11. Эффект дохода гласит, что...**

- а) при постоянном доходе снижение цены увеличивает покупательную способность;
- б) при постоянном доходе снижение цены вызовет уменьшение покупательной способности;
- в) в определенных ситуациях закон спроса нарушается, а кривая спроса получает положительный наклон;
- г) с ростом дохода потребитель начинает приобретать только «престижные» товары.

#### **12. Эффект замещения – это...**

- а) изменение объема и структуры потребления вследствие изменения относительной цены и перемещения из одной точки кривой безразличия в другую;
- б) изменение объема и структуры потребления вследствие перемещения на более высокую или низкую кривую безразличия;
- в) вытеснение из потребления низкокачественных товаров более качественными и дорогостоящими;
- г) демонстрационное потребление с положительной зависимостью между ценой и количеством спроса на товар.

#### **13. Под эффектом Веблена понимается...**

- а) демонстрационное потребление, т. е. увеличение потребительского спроса, связанное с тем, что товар имеет более высокую цену;
- б) спонтанный спрос, управляемый сиюминутным желанием;
- в) изменение спроса группы людей из-за того, что другие люди потребляют данный товар;
- г) изменение спроса на товар, обусловленное качествами, присущими самому товару.

**14. Ситуация, когда снижение цены приводит к уменьшению спроса, а увеличение цены – повышению спроса на некачественный или низший товар, который занимает значительное место в структуре потребления, называется эффектом ...**

- а) Гиффена;
- б) Веблена;
- в) сноба;
- г) дохода.

**15. Излишек потребителя – это сумма денег:**

- а) которая не нужна потребителю;
- б) которую государство забирает у потребителя при помощи налогов;
- в) которую выигрывает потребитель из-за разницы между ценой, которую он готов уплатить, и рыночной ценой;
- г) которую потребитель желает отдать тем фирмам-производителям, у которых наиболее высококачественная продукция.

### **Раздел 3. ОСНОВЫ МАКРОЭКОНОМИКИ**

#### **Тема 3.1. Национальная экономика: цели и результаты развития**

**1. Специфическим методом макроэкономики является:**

- а) метод индукции;
- б) агрегирование;
- в) метод синтеза;
- г) метод научной абстракции;
- д) метод функционального анализа.

**2. Функцией предпринимательского сектора в рамках модели экономики страны является:**

- а) предложение факторов производства;
- б) потребление экономических благ;
- в) предложение общественных экономических благ;
- г) предложение денег;
- д) предложение частных экономических благ.

**3. В модели кругооборота экономики страны в качестве доходов государственного сектора выступают:**

- а) трансферты;
- б) факторные доходы;
- в) налоги и сборы;
- г) сбережения;
- д) инвестиции.

**4. Национальное богатство в широком понимании:**

- а) стоимость имущества, которым владеет страна: лесов, рек, полей, фабрик, заводов, имущества ее граждан;
- б) стоимость всех факторов производства;
- в) совокупность всех ценностей, которыми располагает страна на каждом этапе развития.

**5. Повторный счет при расчете ВВП устраняется путем исключения из его величины:**

- а) стоимости конечной продукции;
- б) стоимости промежуточной продукции;
- в) добавленной стоимости;
- г) государственных субсидий;
- д) косвенных налогов.

**6. Какие из нижеперечисленных доходов вы включили бы в ВВП?**

- а) зарплату репетитора на дому;
- б) продажу старого холодильника;
- в) доход владельца автозаправочной станции;
- г) денежный перевод внуку от бабушки, живущей в другом городе.

**7. Для расширения производственного потенциала страны необходимо, чтобы:**

- а) ВНП превышал ЧНП на величину амортизации;
- б) НДС превышал объем потребительских расходов населения и государства;
- в) инвестиции превышали величину амортизации;
- г) ЧНП превышал НДС.

**8. При расчете стоимости потребительской корзины базового года учитываются:** (два ответа)

- а) цены произведенных товаров и услуг базового года;
- б) цены произведенных товаров и услуг текущего года;
- в) объемы производства товаров и услуг базового года;
- г) объемы производства товаров и услуг текущего года.

**9. Если объем номинального ВВП и уровень цен повысились, то:**

- а) реальный ВВП не изменился;
- б) реальный ВВП увеличился, но в меньшей степени, чем цены;
- в) реальный ВВП сократился;
- г) эта информация не позволяет определить динамику реального ВВП.

**10. К третичному сектору экономики относится следующий вид экономической деятельности:**

- а) образование;
- б) лесное хозяйство;
- в) обрабатывающее производство;
- г) добыча полезных ископаемых;
- д) производство и распределение электроэнергии, газа и воды.

**11. Межотраслевые пропорции отражают количественные соотношения между:**

- а) различными отраслями национальной экономики;
- б) отдельными производствами отрасли;
- в) накоплением и потреблением;
- г) национальными отраслями производства различных стран.

**12. Законная, но официально не зарегистрированная деятельность – это:**

- а) криминальная экономическая деятельность;
- б) скрытая (квази-легальная) экономическая деятельность;
- в) нелегальная экономическая деятельность;
- г) неформальная экономическая деятельность.

**Тема 3.2. Макроэкономическое равновесие и макроэкономическая динамика**

**1. Согласно кейнсианской модели для повышения совокупного спроса при нарушении макроэкономического равновесия, применяются...**

- а) отвлечение потенциальных расходов;
- б) инъекции;
- в) повышение учетной ставки;
- г) изъятия в виде сбережений.

**2. Какое из перечисленных утверждений о кривой AD является ошибочным?**

- а) отрицательная зависимость между уровнем цен и объёмом выпуска выводится из уравнения количественной теории денег при условии фиксированного предложения денег и скорости их обращения;
- б) кривая AD имеет положительный наклон;
- в) когда Центральный банк увеличивает предложение денег, изменения в экономике могут быть описаны движением от одной точки на стационарной кривой AD до другой;
- г) при движении вдоль кривой AD предполагается, что предложение денег остаётся постоянным;
- д) каждая точка на кривой AD представляет собой объём товаров и услуг, который потребители могут приобрести при данном уровне цен.

**3. Нарушение равновесия в результате увеличения совокупного спроса на кейнсианском отрезке совокупного предложения приведет к росту:**

- а) объема производства и росту цен;
- б) объема производства и снижению цен;
- в) объема производства при неизменных ценах;
- г) цен при неизменном объеме производства.

**4. Воздействие отрицательного шока совокупного предложения отражается:**

- а) сдвигом кривой AS влево – вверх;
- б) сдвигом кривой AS вправо – вниз;
- в) движением вдоль кривой AS;
- г) изменением наклона кривой AS.

**5. Отношение объема потребления к объему дохода является формальным выражением...**

- а) акселератора;
- б) предельной склонности к потреблению;
- в) мультипликатора инвестиций;
- г) средней склонности к потреблению.

**6. Валовые инвестиции – это...**

- а) затраты на средства производства, предназначенные на возмещение стоимости потребленного основного капитала и его прирост;
- б) затраты на средства производства;

- в) затраты на средства производства, предназначенные на возмещение стоимости потребленного основного капитала;
- г) затраты на повышение уровня квалификации наемных работников.

**7. Эффект мультипликатора при ситуации неполной занятости:**

- а) действует не в полную силу;
- б) проявляется максимально;
- в) отсутствует;
- г) действует, но не всегда.

**8. Потребительские расходы:  $C = 100 + 0,8Y$ ; национальный доход  $Y = 1000$ ; объем сбережений:**

- а) 200;
- б) 800;
- в) 400;
- г) 100.

**9. Согласно монетаристской концепции обратная зависимость между инфляцией и безработицей существует...**

- а) в краткосрочном периоде;
- б) в долгосрочном периоде;
- в) как в краткосрочном, так и в долгосрочном периоде;
- г) только в странах с переходной экономикой.

**10. Если для удвоения цен необходимо 10 лет, среднегодовой темп инфляции:**

- а) 17 %;
- б) 10 %;
- в) 3 %;
- г) 7 %.

**11. Инфляция, сопровождаемая всеобщим государственным контролем, называется ...**

- а) подавленная;
- б) открытая;
- в) ожидаемая;
- г) сбалансированная.

**12. Ярко выраженная антиинфляционная политика предполагает:**

- а) повышение уровня налогообложения и сокращение государственных расходов;
- б) рост налогов и более высокий уровень государственных расходов;
- в) снижение налогов и более высокий уровень государственных расходов;
- г) постоянство уровня и государственных расходов, и налоговых поступлений.

**13. Если индекс цен в базовом году составил 182,5 %, в текущем – 232,5 %, то темп инфляции в текущем году равен:**

- а) 50 %;
- б) 127 %;
- в) 1,27;
- г) 27,4 %.

**14. Если в стране за текущий год реальная заработная плата увеличилась на 8 % при уровне инфляции 3 %, то номинальная оплата труда:**

- а) повысилась на 5 %;
- б) повысилась на 11 %;
- в) снизилась на 3 %;
- г) повысилась на 3,67 %.

**15. К среднесрочным экономическим циклам относят циклы:**

- а) Кондратьева;
- б) Митчелла;
- в) Китчина;
- г) Жуглара.

**16. Величина реального ВВП в (t-1)-й год составила 15932,3 млрд. руб., в t-й год 16802,8. Чему будут равны темп роста и темп прироста?**

- а) 105,76% и 5,76%;
- б) 105,96% и 5,96%;
- в) 104,58% и 4,58%;
- г) 105,46% и 5,46%;
- д) 103,89% и 3,89%.

**17. К интенсивным факторам экономического развития НЕ относятся:**

- а) использование достижений НТП;
- б) увеличение количества используемых ресурсов;
- в) повышение квалификации работников;
- г) рост производительности труда;
- д) повышение фондоотдачи и снижение материалоемкости.

**Тема 3.3. Деньги, кредит, банки. Кредитно-денежная политика**

**1. Что не относится к функциям денег?**

- а) измерять стоимость товаров и услуг;
- б) сохранять богатство;
- в) способствовать обороту товаров и услуг;
- г) улучшать благосостояние людей.

**2. В состав денежного агрегата М3 не входят:**

- а) бумажные деньги;
- б) облигации государственного займа;
- в) акции предприятий;
- г) металлические деньги.

**3. Бумажные деньги отличаются от кредитных тем, что:**

- а) бумажные деньги – это наличные, а кредитные деньги существуют в форме записей на банковских счетах;
- б) бумажные деньги не подлежат вывозу за пределы страны;
- в) бумажные деньги имеют принудительную покупательную способность, а кредитные деньги – это векселя эмиссионного банка;
- г) бумажные деньги предназначены для оплаты недорогих товаров, а кредитные используются при оплате дорогостоящих товаров и услуг.

**4. Равновесие на денежном рынке имеет место при:**

- а) равенстве предложения и спроса на деньги;

- б) равенстве операционного и спекулятивного спроса;
- в) равенстве реальных кассовых остатков и предложения денег;
- г) равенстве операционного спроса на деньги и предложения денег;
- д) равенстве спекулятивного спроса на деньги и предложения денег.

**5. Функцией деятельности Центрального банка является:**

- а) получение прибыли;
- б) кредитование предприятий;
- в) первичный учет векселей;
- г) поддержка устойчивости и покупательной способности национальной валюты.

**6. Депозиты...**

- а) составляют основную часть ресурсов коммерческих банков;
- б) представляют собой отношение суммы вкладов к сумме выданных кредитов;
- в) являются основной сферой приложения капитала пенсионных фондов;
- г) являются элементом регулирования банковской системы, защищая вкладчиков от потерь при банкротстве банков.

**7. Снижение учётной ставки Центрального банка свидетельствует о проведении \_\_\_\_\_ политики.**

- а) рестрикционной фискальной;
- б) рестрикционной монетарной;
- в) экспансионной фискальной;
- г) экспансионной монетарной.

**8. Допустим, Вы разместили имеющуюся у Вас сумму денег в размере 100 тыс. руб. в банке под 10 % годовых. Таким образом, через год Вы получили 110 тыс. руб. Инфляция за этот период времени составила 15 %. Вывод о выгодности размещения Ваших денежных средств таков:**

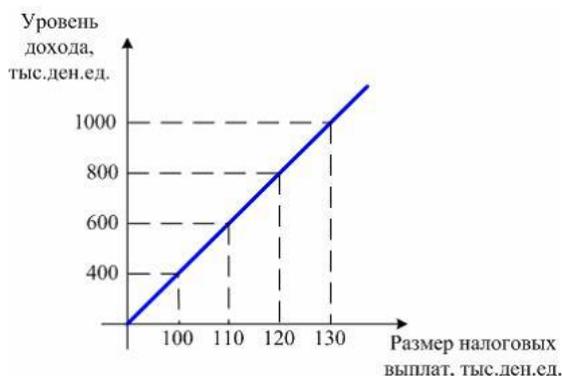
- а) удачно, реальная процентная ставка равна 25 %;
- б) не удачно, реальная процентная ставка равна (- 5 %);
- в) не удачно, реальная процентная ставка равна (- 10 %);
- г) удачно, реальная процентная ставка равна 5 %.

**Тема 3.4. Государственные финансы и налогообложение. Бюджетно-налоговая политика**

**1. Основной принцип налогообложения:**

- а) неравенство налогообложения;
- б) независимость производства от уровня налогообложения;
- в) равенство и справедливость;
- г) независимость налоговых изъятий от величины дохода.

**2. На основании данных графической модели определите тип налоговой системы по характеру начисления налога...**



- а) регрессивная;
- б) прогрессивная;
- в) пропорциональная;
- г) фиксированная.

**3. К бюджетным расходам относятся:**

- а) государственные займы;
- б) эмиссия денег;
- в) трансфертные платежи;
- г) налоговые платежи.

**4. Дефицит госбюджета составлял 250 ден. ед., налоговые поступления выросли на 200 ден. ед., при прочих равных условиях:**

- а) дефицит бюджета сократился до 50 ден. ед.;
- б) возник профицит бюджета в 50 ден. ед.;
- в) дефицит бюджета вырос на 50 ден. ед.;
- г) госбюджет стал сбалансированным.

**5. Предположим, что фактический ВВП равен 200 ден. ед., равновесный ВВП составляет 240 ден. ед.,  $MPC = 0,8$ . Какие изменения в бюджетно-налоговой политике должны произойти, чтобы экономическая система пришла в состояние макроэкономического равновесия?**

- а) увеличение государственных расходов на 8 ден. ед.;
- б) уменьшение государственных расходов на 8 ден. ед.;
- в) увеличение государственных расходов на 40 ден. ед.;
- г) увеличение налогов на 10 ден. ед..

**6. Увеличение правительственных расходов в краткосрочном периоде приводит к:**

- а) снижению совокупного спроса;
- б) увеличению ВВП;
- в) снижению ВВП;
- г) росту цен.

**7. Увеличение предложения денег вызовет:**

- а) сдвиг кривой IS вправо;
- б) сдвиг кривой IS влево;
- в) сдвиг кривой LM вправо;
- г) сдвиг кривой LM влево;
- д) сдвиги обеих кривых вправо.

**8. Инструментом стимулирующей бюджетно-налоговой политики является:**

- а) повышение налогов и сокращение государственных расходов;
- б) сокращение налогов и государственных расходов;
- в) повышение налогов и государственных расходов;
- г) снижение налогов и повышение государственных расходов.

### **Тема 3.5. Мировая экономика и внешнеэкономическая политика**

#### **1. Бреттон-Вудская валютная система действовала:**

- а) с 1867 по 1944 гг.;
- б) с 1881 по 1922 гг.;
- в) с 1944 по 1976 гг.;
- г) с 1935 по 1953 гг.

#### **2. При плавающем валютном курсе наблюдается следующее:**

- а) предсказуемость и стабильность;
- б) фиксация валютного курса на одном уровне;
- в) автоматическая корректировка платежного баланса;
- г) возможность возникновения избыточного спроса или избыточного предложения иностранной валюты.

**3. Исходя из паритета покупательной способности, если телефон продается за 400 долларов в США и за 10000 рублей в РФ, то обменный курс, выраженный в количестве рублей, приходящихся на 1 доллар, составит...**

- а) 25;
- б) 1;
- в) 40;
- г) 0,04.

#### **4. Внутренняя конвертируемость валюты – это:**

- а) обратимость валюты для нерезидентов;
- б) обратимость валюты для резидентов;
- в) возможность использования валюты при осуществлении любых видов внешнеэкономических операций;
- г) возможность использования валюты при осуществлении некоторых видов внешнеэкономических операций.

#### **5. Парадокс Леонтьева заключается в том, что:**

- а) страны экспортируют те товары, которые они производят с меньшими удельными издержками труда, и импортируют те товары, которые производятся другими странами с меньшими удельными издержками труда;
- б) в экспорте развитой страны при относительно избыточном факторе капитала преобладают относительно более трудоемкие товары, а в импорте – капиталоемкие;
- в) в импорте развитой страны при относительно избыточном факторе капитала преобладают относительно более трудоемкие товары, а в экспорте – капиталоемкие;
- г) страны с одинаковой обеспеченностью факторами производства выигрывают от внешней торговли при специализации на тех производствах, в которых наблюдается эффект масштаба.

#### **6. К мерам государственного протекционизма относится...**

- а) введение таможенных пошлин на импортируемые товары;
- б) введение налоговых льгот для филиалов зарубежных компаний;

- в) отмена любых ограничений на экспорт товаров;
- г) полная отмена таможенных пошлин на импортируемые товары.

**7. Основной целью существования Всемирной торговой организации является:**

- а) надзор за валютными курсами и макроэкономической политикой стран-членов и развитием международной экономики в целом;
- б) выявление тенденции в экономическом развитии стран-членов, влияния военных действий в сфере экономики на платежные балансы других стран;
- в) регулирование торговли товарами и услугами между странами;
- г) предоставление кредитов развивающимся странам и странам с переходной экономикой для осуществления мероприятий структурной политики;
- д) осуществление банковского надзора и международных расчетов.

## ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачету* по дисциплине «Экономика. Основы экономических теорий» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «Экономика. Основы экономических теорий».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой иностранных языков

и деловой коммуникации

Л.Г. Юсупова



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**Б1.Б.1.09 РУССКИЙ ЯЗЫК И КУЛЬТУРА РЕЧИ**

Специальность:

**21.05.02 Прикладная геология**

Специализация №4

**Прикладная геохимия, минералогия, петрология**

форма обучения: очная

Автор: Меленкова Е. С., канд. филол. наук, доц.

Одобрены на заседании кафедры  
Иностранных языков  
и деловой коммуникации  
*(название кафедры)*

---

Протокол №     от     . 2019

---

*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

Самостоятельная работа обучающегося в образовательном процессе рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда.

Самостоятельная работа – форма организации образовательного процесса, стимулирующая активность, самостоятельность, познавательный интерес студентов.

Основные виды аудиторных занятий по дисциплине «Русский язык и культура речи» – лекция и практическое занятие.

Формы контроля самостоятельной работы студентов – опрос, дискуссия, проверка на практическом занятии, разноуровневые задания, зачет.

### Обоснование затрат времени на самостоятельную работу обучающихся (СРО)

Суммарный объем часов на СРО очной формы обучения составляет 76 часов.

<i>№ п/п</i>	<i>Виды самостоятельной работы</i>	<i>Единица измерения</i>	<i>Норма времени, час</i>	<i>Расчетная трудоемкость СРО по нормам, час.</i>	<i>Принятая трудоемкость СРО, час.</i>
Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям					55
1	Повторение материала лекций	1 час	0,1-4,0	1,0 x 16	16
2	Самостоятельное изучение тем курса	1 тема	1,0-8,0	2,0 x 3	6
3	Ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля)	1 тема	0,5-1,0	1,0 x 13	13
4	Подготовка к практическим (семинарским) занятиям	1 занятие	0,3-2,0	2,0 x 8	16
5	Подготовка к дискуссии	1 занятие	1,0-4,0	4,0 x 1	4
Другие виды самостоятельной работы					21
6	Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (разноуровневые задания)	1 задание	1,0-25,0	1,0 x 21	21
Итого:					<b>76</b>

### Подготовка к лекции и опросу

Необходимость самостоятельной работы по подготовке к лекции или опросу определяется тем, что изучение любой дисциплины строится по определенной логике освоения ее разделов, представленных в РУП данной дисциплины.

Перечень примерных вопросов для самоконтроля.

#### Раздел 1. Культура речи и деловое общение

1. Каковы основные отличия общения в официальной и неофициальной обстановке?
2. Какие функции общения реализуются в ситуации занятия? Каких функций необходимо избегать?
3. Какие основные требования предъявляются к деловому общению?
4. По каким аспектам мы оцениваем культуру речи каждого человека?

5. Почему наши тексты должны соответствовать коммуникативным качествам речи?

## **Раздел 2. Современный русский язык. Типология языковых норм**

1. Как соотносятся понятия «язык» и «речь»?
2. Как можно охарактеризовать современный русский язык?
3. Какие разновидности выделяются в национальном русском языке?
4. Что такое литературный язык? Как это понятие соотносится с литературно-художественным стилем?
5. Перечислите типы языковых норм. Что такое императивная и диспозитивная норма?

## **Раздел 3. Стилистика русского языка. Официально-деловой стиль**

1. Перечислите функциональные стили, которые выделяются в современном русском языке. Дайте им краткую характеристику.
2. Каковы основные стилевые и языковые особенности официально-делового стиля?
3. Какие требования предъявляются к оформлению документов?

Часть тем дается на самостоятельное изучение с опорой на список предложенной литературы. Перечень и тем их количество определяется формой обучения.

### *Очная форма*

1. Общая характеристика функциональных стилей
2. Научный стиль русского языка
3. Силевая, языковая и жанровая специфика научного стиля

## **Подготовка к практическому занятию**

Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, с которым предстоит работа на занятии, или отработку навыков, проверка которых состоится непосредственно в аудитории (например, выполнение аналогичных, однотипных заданий). Здесь же можно отметить еще один вид СРО – это **выполнение самостоятельного письменного домашнего задания**.

К первому практическому занятию студенты самостоятельно готовят задания, посвященные лексикографии:

*Меленкова Е. С.* Культура речи и стилистика русского языка: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – С. 4-10.

Особое внимание при подготовке уделяется заданию 4, которое выполняется письменно.

К Разделу 2 по указанному выше пособию необходимо сделать следующие упражнения самостоятельно в качестве тренировки и отработки навыков владения нормами литературного русского языка:

- Зад. 5-12 стр. 10-19 (орфографические и пунктуационные нормы)
- Зад. 13-15 стр. 19-20 (акцентологические нормы)
- Зад. 16-20 стр. 20-23 (орфоэпические нормы)
- Зад. 21 стр. 23 (словообразовательные нормы)
- Зад. 22-29 стр. 23-26 (лексические нормы)

Зад. 30-40 стр. 27-31 (морфологические нормы)

Зад. 41-44 стр. 31-34 (синтаксические нормы)

При выполнении заданий рекомендуется обращаться к словарям и справочникам. В указанном учебном пособии есть отсылки к необходимой литературе.

Часть этих упражнений преподаватель на свое усмотрение предлагает в качестве самостоятельного письменного домашнего задания.

К Разделу 3 по указанному пособию необходимо сделать следующую работу самостоятельно:

Стр. 35-37 – конспект

Зад. 45 стр. 38-40, зад. 47 стр. 41-47 (в качестве подготовки к тестированию)

Стр. 47-50 – конспект

Зад. 48 стр. 50-56 (по вариантам в сильных группах)

Стр. 77-82 – конспект

Зад. 53 стр. 82-83, зад. 54 стр. 83-84 (в качестве подготовки к разноуровневым заданиям).

### **Подготовка к дискуссии**

Дискуссия – это целенаправленное обсуждение конкретного вопроса, сопровождающееся обменом мнениями, идеями между двумя и более лицами. Задача дискуссии – обнаружить различия в понимании вопроса и в споре попытаться установить истину. Обсуждение проблемы (нравственной, политической, научной, профессиональной и другой, которая не имеет общепринятого, однозначного решения) происходит в аудитории коллективно. Дискуссия позволяет включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса в рамках актуальной проблематики, оценить их умение формулировать и аргументировать собственную точку зрения.

При подготовке к дискуссии необходимо выбрать актуальную тему, разбиться на три группы 1) те, кто будет отстаивать точку зрения «ЗА», 2) те, кто будет приводить контраргументы и отстаивать позицию «ПРОТИВ», и 3) сторонние наблюдатели, которые будут оценивать происходящее и объяснять, почему они склоняются в итоге к мнению первой или второй команды. Первые две группы готовят тексты своих выступлений заранее. Также заранее можно сформулировать вопросы, которые будут корректироваться по ходу дискуссии.

### **Подготовка к зачету**

Зачет является традиционной формой проверки знаний, умений и навыков, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины.

Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: прежде всего нужно перечитать все лекции, конспекты, а также просмотреть материалы, которые самостоятельно готовились к лекциям или практическим занятиям. Поскольку зачет проходит в форме теста, можно предварительно потренироваться выполнять тестовые задания по дисциплине «Русский язык и культура речи».

Для подготовки к тесту рекомендуется использовать учебное пособие:

*Меленкова Е. С.* Культура речи и деловое общение: Тестовые задания для студентов всех специальностей очной и заочной формы обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011.

Тестовые задания позволяют обобщить полученные теоретические знания (часть заданий нацелена на проверку знания теории курса) и практические навыки (часть тестовых заданий составлена с опорой на упражнения, которые студенты выполняют при подготовке к занятиям).

## ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1. Основная литература

№ n/n	Наименование	Кол-во экз.
1	<i>Голуб И. Б.</i> Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. Б. Голуб. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 432 с. – 978-5-98704-534-3. – Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/39711.html">http://www.iprbookshop.ru/39711.html</a>	Электронный ресурс
2	<i>Культура устной и письменной речи делового человека:</i> Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания).	166
3	<i>Меленкова Е. С.</i> Культура речи и деловое общение: тестовые задания для студентов всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 78 с.	98
4	<i>Меленкова Е. С.</i> Русский язык делового общения: учебное пособие для студентов всех специальностей и направлений подготовки. Екатеринбург: УГГУ, 2018. 80 с.	101

### 2. Дополнительная литература

№ n/n	Наименование	Кол-во экз.
1.	<i>Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.</i> Русский язык и культура речи: учебное пособие для вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. – 544 с. (и другие стереотипные издания)	216
2.	<i>Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.</i> Русский язык и культура речи для инженеров: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Феникс, 2003. 384 с.	19
3.	<i>Веселкова Т. В.</i> Культура устной и письменной коммуникации [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т. В. Веселкова, И. С. Выходцева, Н. В. Любезнова. – Электрон. текстовые данные. – Саратов: Вузовское образование, 2016. – 268 с. – 2227-8397. – Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/54473.html">http://www.iprbookshop.ru/54473.html</a>	Электронный ресурс
4.	<i>Карякина М. В.</i> Русский язык и культура речи. Подготовка к контрольному тестированию. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 71 с.	40
5.	<i>Лапынина Н. Н.</i> Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: курс лекций / Н. Н. Лапынина. — Электрон. текстовые данные. – Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. – 161 с. – 978-5-89040-431-2. – Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/22667.html">http://www.iprbookshop.ru/22667.html</a>	Электронный ресурс
6.	<i>Лыткина О. И.</i> Теоретический курс культуры речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. И. Лыткина. – Электрон. текстовые данные. – М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2009. – 105 с. – 2227-8397. – Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/46332.html">http://www.iprbookshop.ru/46332.html</a>	Электронный ресурс
7.	<i>Меленкова Е. С.</i> Русский язык и культура речи: учебное пособие с упражнениями и контрольными работами для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 80 с.	38
8.	<i>Меленкова Е. С.</i> Стилистика русского языка: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 86 с.	27
9.	<i>Миняева В. И.</i> Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи: учебное пособие. 5-е изд., испр. и доп. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с.	20
10.	<i>Петрова Ю. А.</i> Культура и стиль делового общения [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. А. Петрова. – Электрон. текстовые данные. – М.: ГроссМедиа, 2007. – 190 с. – 5-476-003-476. – Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/1129.html">http://www.iprbookshop.ru/1129.html</a>	Электронный ресурс
11.	<i>Скворцов Л. И.</i> Большой толковый словарь правильной русской речи [Электронный ресурс]/ Скворцов Л. И. – Электрон. текстовые данные. – М.: Мир и Образование, Оникс, 2009. – 1104 с. – Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/14555.html">http://www.iprbookshop.ru/14555.html</a> . – ЭБС «IPRbooks».	Электронный ресурс
12.	<i>Усанова О. Г.</i> Культура профессионального речевого общения [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / О. Г. Усанова. – Электрон. текстовые	Электронный ресурс

	данные. – Челябинск: Челябинский государственный институт культуры, 2008. – 93 с. – 5-94839-062-4. – Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/56426.html">http://www.iprbookshop.ru/56426.html</a>	
13.	<i>Федосюк М. Ю., Ладыженская Т. А., Михайлова О. А., Николина Н. А.</i> Русский язык для студентов-нефилологов: учебное пособие. М.:Флинта: Наука, 2014 (и другие стереотипные издания)	169

### **ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. *ГОСТ 6.30-2003.* «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов» (электронная публикация <http://docs.cntd.ru/document/1200031361>).
2. *Грамота (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gramota.ru>.
3. *Культура письменной речи (сайт)* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gramma.ru>.
4. *Русский язык: энциклопедия русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://russkiyyazik.ru>.
5. *Стилистический энциклопедический словарь русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://stylistics.academic.ru>.

Автор-составитель: Меленкова Е. С., кандидат филологических наук, доцент

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**  
**УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Факультет геологии и геофизики**

**Кафедра “Математики”**



**ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ**

**Решебник задач по высшей математике**

**Екатеринбург 2019**

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Часть 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ЭЛЕМЕНТАМИ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ</b>	<b>6</b>
<b>1. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ АЛГЕБРУ</b>	
<b>Практическое занятие 1</b>	6
Множества, операции, отношения	6
<b>Практическое занятие 2</b>	12
Комплексные числа	12
<b>Задания для самостоятельной работы</b>	15
<b>2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ</b>	
<b>Практическое занятие 1</b>	20
Метод координат, векторы	20
<b>Практическое занятие 2</b>	31
Векторное и смешанное произведения	31
Прямая линия и плоскость, взаимное расположение прямой линии и плоскости	33
<b>Практическое занятие 3</b>	37
Абстрактные векторные пространства	37
<b>Практическое занятие 4</b>	58
Операторы, матрицы, определители и СЛАУ	58
<b>Практическое занятие 5</b>	73
Ядро и ранг линейного оператора. Критерии совместности СЛАУ	73
<b>Задания для самостоятельной работы</b>	82
Векторная алгебра	82
Прямые линии и плоскости	84
Операторы, матрицы	85
<b>Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ</b>	<b>93</b>
<b>Практическое занятие 1</b>	93
Собственные и инвариантные подпространства. Самосопряжённые и ортогональные операторы	93
<b>Практическое занятие 2</b>	114

Наклонная, перпендикуляр, проекция, оператор проектирования	114
<b>Практическое занятие 3</b>	121
Квадратичные формы. Поверхности второго порядка	121
<b>Задания для самостоятельной работы</b>	131
Собственные значения и собственные векторы	131
Инвариантные подпространства	132
Геометрия пространства $E^n$	134
<b>ЧАСТЬ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОДНОГО И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ</b>	138
<b>Практическое занятие 1</b>	138
Определение предела последовательности	138
Вычисление предела последовательности	140
Непрерывность и предел функции	146
<b>Практическое занятие 2</b>	150
Дифференцируемость функции одного переменного	150
Логарифмическое дифференцирование	155
Дифференцирование функций, заданных неявно	156
Дифференцирование функций, заданных параметрически	158
Понятие дифференциала функции. Приближённые вычисления	159
<b>Практическое занятие 3. Основные теоремы дифференци- ального исчисления</b>	161
Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши	161
Правила Лопиталя	165
Формула Тейлора и формула Маклорена	166
<b>Практическое занятие 4. Исследование функций одного пе- ременного</b>	170
Промежутки монотонности функции	170
Схема исследования функции на локальные экстремумы с помощью пер- вой производной	172
Полное исследование функции	177
<b>Практическое занятие 5. Интегрируемость функций одного переменного</b>	178

Непосредственное интегрирование	178
Подведение под дифференциал	178
Методы подстановки (замены переменной интегрирования) и интегрирования по частям	180
Формула Ньютона-Лейбница, вычисление определённого интеграла методом замены переменной и интегрирования по частям	181
<b>Практическое занятие 6. Дифференцируемость функций нескольких переменных</b>	183
Первые частные производные функций нескольких переменных	183
Частные производные функций нескольких переменных высших порядков	189
Дифференцируемость функций нескольких переменных	191
Дифференциалы высших порядков	193
Производные сложных и неявно заданных функций	194
<b>Практическое занятие 7</b>	197
Градиент функции и производная по направлению	197
Экстремум функции двух переменных	198
<b>Практическое занятие № 8</b>	200
Непосредственное вычисление суммы числового ряда	200
Необходимый признак сходимости	201
Признак сравнения	202
Признак Даламбера	203
Знакопеременные ряды	204
<b>Практическое занятие 9</b>	206
Функциональные ряды	206
Ряд Тейлора (Маклорена)	210
<b>Задания для самостоятельной работы</b>	212
Предел и дифференцируемость функций одного переменного	212
Дифференцируемость функций нескольких переменных.	218
Интегрируемость функции одного переменного	218
Числовые ряды	225
Функциональные ряды	227
<b>ЧАСТЬ 4. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ.</b>	
<b>ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ</b>	230

<b>Практическое занятие 1</b>	230
Базисные векторные поля	230
<b>Практическое занятие 2</b>	240
Вычисление криволинейных интегралов	240
<b>Практическое занятие 3</b>	243
Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах	243
Вычисление площади, объёма и массы	245
Вычисление двойного интеграла в полярных координатах	246
Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах	250
Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах	251
<b>Практическое занятие 4</b>	253
Приложения криволинейных и кратных интегралов	253
<b>Практическое занятие 5</b>	259
Поверхностные интегралы первого и второго рода	259
<b>Практическое занятие 6</b>	262
Векторный анализ	262
<b>Практическое занятие 7</b>	271
Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	271
Дифференциальные уравнения с однородной правой частью	273
Линейные дифференциальные уравнения первого порядка	274
Неполные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка	276
Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка	279
Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.	
Метод Лагранжа	281
Примеры из механики	283
<b>Практическое занятие 8</b>	286
Линейные системы ОДУ, методы Эйлера и Лагранжа	286
<b>Задания для самостоятельной работы</b>	293
Интегрирование и теория поля	293
Обыкновенные дифференциальные уравнения	298

# ЧАСТЬ 1. Линейная алгебра с элементами общей алгебры

## 1. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ АЛГЕБРУ

### Практическое занятие 1

#### Множества, операции, отношения

**Задача 1.1.1.** Найти все подмножества множества  $M = \{7, 9\}$ .

**Решение.** Подмножествами данного множества являются: пустое множество  $\emptyset$ ; само множество  $M$ ; одноэлементные множества  $\{7\}, \{9\}$ ; двухэлементные множества  $\{7, 9\}$ .  $\otimes$

**Задача 1.1.2.** Найти пересечение, объединение и разность множеств  $A = \{b, c, d, e, f\}$ ,  $B = \{e, f, k\}$ .

**Решение.** Пересечение множеств  $A \cap B$  содержит три элемента

$$A \cap B = \{e, f\},$$

объединение множеств содержит семь элементов

$$A \cup B = \{b, c, d, e, f, k\},$$

разность

$$A - B = \{c, d\}. \otimes$$

**Задача 1.1.3.** Найти пересечение множеств решений неравенств

$$2x - 3 > x + 1, \quad 3x - 8 < 2x + 1,$$

полагая, что  $x \in \mathbb{R}^1$ .

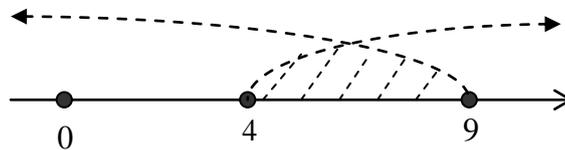


рис. 1.

**Решение.** Решением первого неравенства является множество действительных чисел  $x > 4$ , решением второго неравенства является множество действительных чисел  $x < 9$ . Их пересечением (рисунок 1.1.1) является множество  $M = \{x \in \mathbb{R}^1: 4 < x < 9\}$ .  $\otimes$

**Задача 1.1.4.** Найти произведение  $A \times B$  множеств

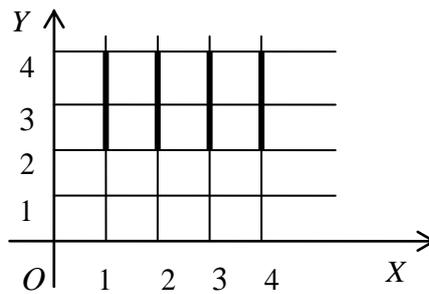
$$A = \{m, p\}, B = \{e, f, k\}$$

**Решение.** Составляем, согласно определению, всевозможные упорядоченные пары, первой компонентой которых является элемент множества  $A$ , а второй – элемент множества  $B$ :

$$A \times B = \{m, e\}, \{m, f\}, \{m, k\}, \{p, e\}, \{p, f\}, \{p, k\} \quad \otimes$$

**Задача 1.1.5.** Изобразить на координатной плоскости произведение  $A \times B$  множеств  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R}^1 : 2 \leq y \leq 4\}$ .

**Решение.** Множество  $A$  конечно, а множество  $B$  – бесконечно, поэтому произведение множеств состоит из бесконечного множества упорядоченных пар, первым компонентом которых являются числа 1, 2, 3 или 4, а вторым – любое действительное число из замкнутого промежутка  $[2, 4]$ . Множество пар координатной плоскости изобразится



в виде четырёх отрезков, параллельных оси ординат (рисунок 2).  $\otimes$

**Задача 1.1.6.** Доказать транзитивность отношения равенства для произвольных множеств.

**Решение.** Пусть  $X, Y$  и  $Z$  – произвольные множества. Покажем, что из  $X = Y$  и  $Y = Z \Rightarrow X = Z$ .

Пусть  $x \in X$ . Тогда, так как  $X = Y$ , имеем  $x \in Y$ . Но так как  $Y = Z$ , получаем  $x \in Z$ . Обратно, из  $x \in Z$  следует, что  $x \in Y$ . По закону тождества получаем  $X = Z$ .

$\otimes$

**Задача 1.1.7.** Доказать, что для произвольных множеств  $A, B$  и  $C$  справедливо равенство:  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ .

**Решение.** Покажем, что

$$A \setminus (B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

Пусть  $x \in A \setminus (B \cap C)$ . Откуда следует, что  $x \in A$  и  $x \notin B \cap C$ . То есть,  $x \in A$  и  $x \notin B$ , или  $x \in A$  и  $x \notin C$ . Поэтому

$$x \in A \setminus B, \text{ или } x \in A \setminus C,$$

то есть

$$x \in (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Следовательно, в соответствии с определением части множества включение

$$A \setminus (B \cap C) \supseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

доказано.

Включение  $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) \supseteq A \setminus (B \cap C)$  доказывается аналогично.

Из доказанных включений с учётом закона тождества получаем требуемое равенство  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ .  $\otimes$

**Задача 1.1.8.** Проверить непосредственно, что для множеств

$$X = \{5, 7\}, Y = \{9\}, Z = \{1\}$$

выполняется следующее равенство:  $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$ .

**Решение.** Для левой части равенства непосредственно получаем  $X \cup Y = \{5, 7, 9\}$  и далее имеем:

$$\begin{aligned} (X \cup Y) \times Z &= \{5, 7, 9\} \times \{1\} \\ &= \{0, 5, 7, 9, 3, 5, 7, 9\} \end{aligned}$$

Для правой части получаем аналогично:

$$\begin{aligned} (X \times Z) \cup (Y \times Z) &= \{5, 7\} \times \{1\} \cup \{9\} \times \{1\} \\ &= \{0, 5, 7, 3, 5, 7\} \cup \{0, 9, 1, 9\} \\ &= \{0, 5, 7, 3, 5, 7, 9, 1, 9\} \end{aligned}$$

Сравнивая полученные равенства, видим, что оба множества состоят из одних и тех же элементов, то есть, равны друг другу.  $\otimes$

**Задача 1.1.9.** Выяснить, является ли на подмножестве

$$R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$$

множества действительных чисел  $R^1$  алгебраической операция  $x * y = x^2$  и указать, обладает ли эта операция свойствами коммутативности и ассоциативности.

**Решение.** Пусть  $x, y, z$  – любые элементы из  $R^+$ . Тогда, очевидно,  $\forall x \in R^+ \ x^2 \in R^+$ , то есть операция  $\langle \cdot \rangle$  является бинарной алгебраической операцией. Так как по определению операции имеем

$$\forall x \neq y \ x * y = x^2 \neq y^2 = y * x,$$

то операция  $\langle \cdot \rangle$  не является коммутативной. Далее, так как

$$\forall x \neq y \neq z \in R^+ \ x * \langle y * z \rangle = x^2 \neq \langle x * y \rangle * z = \langle x * y \rangle^2 = x^4,$$

то операция  $\langle \cdot \rangle$  не является ассоциативной.  $\otimes$

**Задача 1.1.10.** Ассоциативна ли на множестве действительных чисел  $R^1$  операция  $x * y = \sin x \cdot \sin y$ .

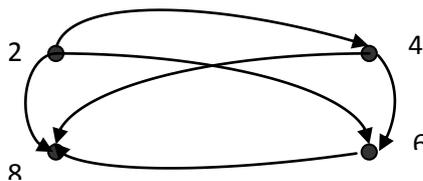
**Решение.** Для определённой операции имеем:

$$\forall x, y, z \in R \ \langle \langle x * y \rangle * z \rangle = \sin \langle \sin x \cdot \sin y \rangle \cdot \sin z,$$

$$x * \langle y * z \rangle = \sin x \cdot \sin \langle \sin y \cdot \sin z \rangle.$$

Очевидно, что  $\langle \langle x * y \rangle * z \rangle = x * \langle y * z \rangle$  выполняется не для всех  $x, y, z$ , следовательно, операция  $\langle \cdot \rangle$  свойством ассоциативности не обладает.  $\otimes$

**Задача 1.1.11.** На множестве  $M = \{4, 6, 8\}$  задано отношение «меньше». Изобразить это отношение: 1) выписав все упорядоченные пары; 2) построив граф отношения.



**Рис. 1.8.3.**

**Решение.** Отношение имеет вид:

$$2 < 4, 2 < 6, 2 < 8, 4 < 6, 4 < 8, 6 < 8.$$

Запишем отношение в виде подмножества  $\mathcal{R} \subset M \times M$  произведения множества  $M$  на себя, то есть в виде множества упорядоченных пар:

$$\{ \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 2, 8 \rangle, \langle 4, 6 \rangle, \langle 4, 8 \rangle, \langle 6, 8 \rangle \}.$$

Граф отношения приведён на рисунке 3.  $\otimes$

**Задача 1.1.12.** Пусть  $M = \{a, p, q\}$  и задано подмножество  $\mathcal{R}$  множества  $M \times M$

$$\mathcal{R} = \{(a, p), (a, q), (a, f), (f, f), (q, f), (a, q), (a, p), (q, p), (q, q)\}.$$

Обладает ли определяемое этим подмножеством отношение свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности?

**Решение.** Очевидно, что для элементов множества  $\mathcal{R}$  истинны следующие высказывания:

$$1) \{(a, f), (a, p), (q, q)\} \subseteq \mathcal{R};$$

$$2) \{(a, p) \subseteq \mathcal{R}, (a, q) \subseteq \mathcal{R}\};$$

$$3) \{(a, p) \subseteq \mathcal{R} \wedge (a, q) \subseteq \mathcal{R} \Rightarrow (a, q) \subseteq \mathcal{R}, (a, q) \subseteq \mathcal{R} \wedge (q, p) \subseteq \mathcal{R} \Rightarrow (a, p) \subseteq \mathcal{R}, (a, f) \subseteq \mathcal{R} \wedge (a, q) \subseteq \mathcal{R} \Rightarrow (a, q) \subseteq \mathcal{R}\}.$$

Поэтому отношение  $\mathcal{R}$  на множестве  $M$ , заданное множеством упорядоченных пар элементов  $M$ , рефлексивно, симметрично и транзитивно.  $\otimes$

**Задача 1.1.13.** Показать, что отношение включения  $\subset$  является отношением порядка.

**Решение.** 1) Пусть  $X$  – произвольное множество. Так как всегда  $X \subset X$ , то отношение  $\subset$  рефлексивно. 2) Пусть  $X, Y, Z$  – произвольные множества, для которых выполняются включения  $X \subset Y$  и  $Y \subset Z$ . Если  $x \in X$ , то в силу  $X \subset Y$  имеем  $x \in Y$ , а так как  $Y \subset Z$ , то и  $x \in Z$ . Поэтому  $(X \subset Y \wedge Y \subset Z) \Rightarrow X \subset Z$ , то есть отношение  $\subset$  транзитивно. 3) Так как по закону тождества имеем

$$(X \subset Y \wedge Y \subset X) \Leftrightarrow X = Y,$$

то отношение  $\subset$  антисимметрично.

Отношение  $\subset$  рефлексивно, транзитивно и антисимметрично и, следовательно, является отношением порядка.  $\otimes$

**Задача 1.1.14.** Пусть функция  $f: M_1 \rightarrow M_2$ , где  $M_1 \subset \mathbb{R}^1$  и  $M_2 \subset \mathbb{R}^1$ , задана формулой  $y = \pm\sqrt{1-x^2}$ . Требуется: найти множество определения  $M_1$  и множество значений  $M_2$  этой функции; выяснить, является ли данная функция отображением или преобразованием; выяснить, является ли  $f$  инъективной, сюръективной или биективной.

**Решение.** Множеством определения функции  $f$  является множество  $M_1 = \{x \in \mathbb{R}^1 : -1 \leq x \leq 1\}$ , а множеством значений – множество  $M_2 = M_1$ , следовательно  $f$  осуществляет отображение  $M_1$  на  $M_1$ , то есть является преобразованием. Так как  $\forall x \in M_1 : f(x) = f(-x)$ , то преобразование  $f$  не является инъективным, но очевидно, что  $f$  – сюръективно. Следовательно, отображение  $f$  не является биективным.  $\otimes$

**Задача 1.1.15.** Доказать, что множество натуральных чисел  $N$  с операцией  $\langle \cdot \rangle : x * y = \min \{x, y\}$  является полугруппой.

**Решение.** Исходя из определения полугруппы, нужно проверить, что операция  $\langle \cdot \rangle$  является алгебраической и ассоциативной. Так как

$$\forall x, y \in N : x * y = \min \{x, y\} \in N,$$

то операция  $\langle \cdot \rangle$  является алгебраической. Проверим её на ассоциативность, имеем:

$$\forall x, y, z \in N : (x * y) * z = \min \{ \min \{x, y\}, z \} = \min \{x, \min \{y, z\}\}.$$

Операция  $\langle \cdot \rangle$  ассоциативна. Поэтому  $\langle N, * \rangle$  – полугруппа.  $\otimes$

**Задача 1.1.16.** Доказать, что множество положительных действительных чисел  $R^+ = \{x \in \mathbb{R}^1 : x > 0\}$ , в котором операции «сложения» и «умножения на число» введены по правилам

$$\forall x, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R : x + y = x \cdot y \wedge \alpha \cdot x = x^\alpha,$$

является векторным пространством.

**Решение.** Согласно определению векторного пространства, в множестве  $R^+$  должны выполняться две группы аксиом.

**Аксиомы сложения:**

- 1)  $\forall x, y \in A : x + y = y + x$  (коммутативность);
- 2)  $\forall x, y, z \in A : (x + y) + z = x + (y + z)$  (ассоциативность);
- 3)  $\exists 0 \in A : \forall x \in A : x + 0 = x$  (существование нулевого элемента);
- 4)  $\forall x \in A : \exists (-x) \in A : x + (-x) = 0$  (существование противоположного элемента).

**Аксиомы умножения на число:**

- 5)  $\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R : (\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x$ ;
- 6)  $\forall x, y \in A \wedge \forall \alpha \in R : \alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y$ ;
- 7)  $\forall x \in A : 1 \cdot x = x$ ;
- 8)  $\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R : (\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x)$ .

Во множестве  $R^+$  операция «сложения» является бинарной алгебраической операцией, а операция «умножения на число» является внешней бинарной операцией, так как

$$\forall x, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R^1 \left\} x \cdot y \in R^+ \wedge x^\alpha \in R^+ .\right.$$

Проверим выполнение аксиом.

1) Коммутативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\forall x, y \in R^+ \left\} x \cdot y = y \cdot x .\right.$$

2) Ассоциативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\forall x, y, z \in R^+ \left\} (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z) .\right.$$

3) В качестве нулевого элемента выбираем единицу, так как

$$\forall x \in R^+ \left\} 1 \cdot x = x \cdot 1 = x .\right.$$

4) Противоположный элемент

$$-x = \frac{1}{x},$$

так как  $\forall x \in R^+ \left\} x \cdot \frac{1}{x} = 1 .\right.$

5) Так как  $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha \cdot x^\beta$ , то

$$\forall \alpha + \beta \left\} x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x .\right.$$

6) Так как  $(x \cdot y)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$ , то

$$\alpha \cdot (x \cdot y) \left\} = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y .\right.$$

7) Так как  $x^1 = x$ , то

$$1 \cdot x = x .$$

8) Так как  $x^{\alpha \cdot \beta} = (x^\beta)^\alpha$ , то

$$\forall \alpha \cdot \beta \left\} x = \alpha \cdot (\beta \cdot x) .\right.$$

Все аксиомы векторного пространства выполняются, следовательно, множество  $R^+$  с введёнными операциями является векторным пространством над полем действительных чисел  $R^1$ .  $\otimes$

## Практическое занятие 2

### Комплексные числа

**Задача 1.2.1.** Построить точку, изображающую комплексное число

$$z = -3 - 4i .$$

**Решение.** В данной задаче  $z = a + bi = -3 - 4i$ . Так как на комплексной плоскости  $a = x$  и  $b = y$ , то точка, изображающая на комплексной плоскости число  $z$ , имеет координаты  $x = -3$  и  $y = -4$ .  $\otimes$

**Задача 1.2.2.** Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = -4 - 4\sqrt{3}i$ .

**Решение.** Модуль числа  $|z| = \sqrt{(-4)^2 + (-4\sqrt{3})^2} = 8$ . Точка  $z$  лежит в третьей четверти, поэтому  $\arg z = \arctg \sqrt{3} = -\frac{2\pi}{3}$ .  $\otimes$

**Задача 1.2.3.** Выполнить указанные действия:

$$\frac{(-4i)(-i)}{2+i} - \frac{(+4i)(+i)}{2-i}$$

**Решение.** Выполняем действия, раскрывая скобки и учитывая свойство мнимой единицы  $i^2 = -1$ .  $\otimes$

**Задача 1.2.4.** Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие:  $-2 < \operatorname{Im} z \leq 3$ .

**Решение.** Так как на комплексной плоскости  $\operatorname{Im} z = y$ , то искомое множество точек является полосой, заключённой между прямыми линиями с уравнениями  $y = -2$  и  $y = 3$ , причём точки первой прямой этому множеству не принадлежат, а точки второй прямой принадлежат.  $\otimes$

**Задача 1.2.5.** Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие:  $|z - 1| < 3$ .

**Решение.** Положим  $z = x + iy$ . Тогда имеем  $z - 1 = (-1) + iy$ , откуда получаем

$$|z - 1| = \sqrt{(-1)^2 + y^2} < 3,$$

или

$$(-1)^2 + y^2 < 9.$$

Искомое множество точек комплексной плоскости является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке  $(0; 0)$ .  $\otimes$

**Задача 1.2.6.** Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие:  $\log_3 |z - 3i| < 1$ .

**Решение.** Положим  $z = x + iy$ . Тогда для числа  $z - 3i$  имеем

$$z - 3i = x + i(y - 3),$$

откуда получаем

$$|z - 3i| = \sqrt{x^2 + (y - 3)^2}.$$

Решая неравенство

$$\log_3 \sqrt{x^2 + (y - 3)^2} < 1,$$

получаем  $x^2 + (y - 3)^2 < 9$ . Искомое множество точек является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке с координатами  $(0; 3)$ .  $\otimes$

**Задача 1.2.7.** Представить комплексное число

$$z = -\cos \vartheta + i \sin \vartheta$$

в тригонометрической форме.

**Решение.** Стандартная запись комплексного числа в тригонометрической форме имеет вид  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ . По формулам приведения имеем  $-\cos \vartheta = \cos(\pi - \vartheta)$ . Поэтому, полагая  $r = 1$  и  $\varphi = \pi - \vartheta$ , получаем стандартную запись комплексного числа в тригонометрической форме

$$z = \cos(\pi - \vartheta) + i \sin(\pi - \vartheta). \otimes$$

**Задача 1.2.8.** Представить комплексное число  $z = 4 - 4\sqrt{3} \cdot i$  в тригонометрической форме.

**Решение.** 1) Находим модуль:  $|z| = \sqrt{4^2 + (-4\sqrt{3})^2} = 8$ .

2) Находим аргумент. Так как  $\cos \varphi = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ ,  $\sin \varphi = \frac{-4\sqrt{3}}{8} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , то  $\varphi = -\frac{\pi}{3}$ .

Следовательно,  $z = 8 \left[ \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right]. \otimes$

**Задача 1.2.9.** Выполнить умножение комплексных чисел:

$$8 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \cdot \frac{1}{16} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right).$$

**Решение.** Используя формулу умножения, получаем:

$$8 \cdot \frac{1}{16} \left( \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) \right) = \frac{1}{2} \left( \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{2} i. \otimes$$

**Задача 1.2.10.** Выполнить деление комплексных чисел:

$$2 \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) : 4 \left( \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right).$$

**Решение.** Используем формулу деления комплексных чисел, получаем:

$$\frac{2}{4} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) \right) = \frac{1}{2} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4} i. \otimes$$

**Задача 1.2.11.** Возвести комплексное  $2 \left( \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) \right)$  число в

седьмую степень.

**Решение.** По формуле возведения комплексного числа в степень имеем:

$$\begin{aligned} \left[ 2 \left( \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) \right) \right]^7 &= 2^7 \left( \cos\left(-\frac{21\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{21\pi}{4}\right) \right) = \\ &= -64\sqrt{2} + 64\sqrt{2} i. \otimes \end{aligned}$$

### Задания для самостоятельной работы

1. Пусть  $M = \{8, 11, 22\}$ . Образовать всевозможные подмножества этого множества и указать их число.

2. Пусть

$$X = \{2, 3, 4, 5, 6\}, Y = \{4, 6, 8, 10\}.$$

Найти  $X \cap Y$ ,  $X \cup Y$ ,  $X - Y$ ,  $Y - X$ .

3. Пусть  $X = [3) \cup (6, 7]$  и  $Y = [1, 6]$ . Найти  $X \cap Y$ ,  $X \cup Y$ ,  $X - Y$ ,  $Y - X$ .

4. Найти пересечение и объединение множеств решений неравенств:

$$3x + 4 \geq 7x - 16, |x - 3| < 1.$$

5. Изобразить на декартовой плоскости произведение множеств:

а)  $X = \{x: 2 \leq x \leq 6\}, Y = \{y: 3 < y \leq 5\}$ ;

б)  $X = \mathbb{R}, Y = \{y: -2 < y \leq 3\}$ ;

в)  $[1, 1] \times [1, 1]$ ;

г)  $[2, 2] \times (-\infty, +\infty)$ ;

д)  $(-\infty, +\infty) \times [2, -3]$ .

6. Доказать, что для произвольных множеств  $X, Y, Z$  справедливы равенства:

а)  $X \cup (X \cap Y) = X$ ;

б)  $X \cap (X \cup Y) = X$ ;

в)  $(X \cup Y) \cap (X \cap Y) = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$ ;

г)  $(X \setminus Y) \cap Z = (X \setminus Z) \cap Y$ ;

д)  $Y \cup (X \setminus Y) = X \cup Y$ ;

е)  $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$ ;

ж)  $(X \cap Y) \times Z = (X \times Z) \cap (Y \times Z)$ ;

з)  $(X - Y) \times Z = (X \times Z) - (Y \times Z)$ ;

и)  $X \cup Y \subset Z \Rightarrow X \times Y = (X \times Z) \cap (Y \times Z)$ .

7. Слушатели потока в 100 человек изучают английский, немецкий и французский языки. Причём, 28 слушателей изучают английский язык, 30 - немецкий, 42 - французский, 8 - английский и немецкий, 10 - английский и французский, 5 - немецкий и французский. Сколько слушателей

изучают только один язык? (проиллюстрировать решение задачи геометрически, используя диаграммы Эйлера).

8. Истинны или ложны для любых  $X, Y, Z$  следующие высказывания:

а)  $X \subset Y \wedge Y \subset Z \Rightarrow X \subset Z$ ;

б)  $X \neq Y \wedge Y \neq Z \Rightarrow X \neq Z$ .

9. Найти множество истинности предиката:  $\left\langle \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1} < 0 \right\rangle$ .

10. Найти множество истинности предиката:

$$\left\langle \begin{array}{l} \text{Корни системы} \\ \text{уравнений} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x - y = t - 1 \\ 2x - y = 3 - t \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{одновременно} \\ \text{положительны.} \end{array} \right\rangle$$

11. Найти множество истинности предиката:  $\langle x \cdot (x - 2) \cdot (x + 3) \geq 0 \rangle$ .

12. Записать высказывания, используя логические символы:

1) «существует такое число  $x$ , что для любого числа  $y$  справедливо равенство  $x + y = 0$ »;

2) «если число больше 6, то его квадрат больше 36».

13. Выяснить, являются ли алгебраическими операции сложения, вычитания, умножения и деления на указанных подмножествах множества  $R$  действительных чисел и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

а)  $N$ ; б)  $N_{2k} = \{2k : k \in N\}$ ; в)  $N_{2k-1} = \{2k-1 : k \in N\}$ ;

г)  $Z$ ; д)  $Z_{2k} = \{2k : k \in Z\}$ ; е)  $R$ ; ж)  $R - \{0\}$ ;

з)  $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$ ; и)  $R - Q$ ; к)  $\{1\}$ .

14. Выяснить, являются ли алгебраическими указанные операции на подмножестве  $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$  множества действительных чисел  $R$ , и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

1)  $x * y = \frac{x + y}{2}$ ; 2)  $x * y = x + y - 1$ ; 3)  $x * y = x^2 y$ ;

4)  $x * y = \sqrt{xy}$ ; 5)  $x * y = |x - y|$ ; 6)  $x * y = x^y$ ;

7)  $x * y = x^2 + y^2$ ; 8)  $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$ .

15. На множестве  $X = \{4, 6, 8\}$  рассматриваются отношения « $x$  равно  $y$ », « $x$  кратно  $y$ » и « $x$  больше  $y$  на 2». Какое из приведённых ниже подмножеств множества  $X \times X$  даёт соответствующее отношение?

а)  $\{ (2, 2), (4, 2), (8, 2), (4, 4), (8, 4), (8, 6), (2, 2), (4, 4), (6, 6), (8, 8) \}$ ;

б)  $\{ (2, 2), (4, 4), (8, 8) \}$ ;

в)  $\{ (2, 2), (4, 4), (6, 6), (8, 8) \}$ .

16. Доказать, что:

а) множество натуральных чисел  $N$  с операциями  $\langle \cdot \rangle : x * y = x$  и  $\langle \cdot \rangle : x \circ y = 1$  является полугруппой;

б) множества всех целых чисел  $Z$ , всех рациональных чисел  $Q$  и всех действительных чисел  $R$  являются аддитивными группами, если в качестве групповой операции выбрано сложение чисел.

17. Найти действительные числа  $x$  и  $y$ , если:

а)  $\frac{5x + 2xi - 3y - 3yi}{3 + 4i} = 2$ ; б)  $\frac{2u + 4i}{2x + y} - \frac{y}{x - i} = 0$ .

18. Найти  $\operatorname{Re} z$  и  $\operatorname{Im} z$ , если:

а)  $z = \frac{\langle -2i \rangle^3}{i} + 4i^{16}$ ; б)  $z = \frac{3 - 2i}{1 - 4i} + i^9$ ;

в)  $z = \frac{5i - 2}{3i + 1} + i + \frac{8i - 3}{2 - i}$ ; г)  $z = \frac{1}{4} \left( \frac{17 + 31i}{7 + i} + \frac{12}{\langle +i \rangle^4} \right) + i$ .

19. Выполнить указанные действия:

1)  $\langle +2i \rangle^6$ ;

2)  $\langle +3i \rangle \langle -5i \rangle + \langle -3i \rangle \langle +5i \rangle$ ;

3)  $\langle -1 - i \rangle \langle -1 + i \rangle \langle +1 + i \rangle \langle +1 - i \rangle$ ;

4)  $\langle +2i \rangle^5 - \langle -2i \rangle^5$ ;

5)  $\left( -\frac{1}{2} + \frac{i \cdot \sqrt{3}}{2} \right)^2$ ;

- 6)  $\frac{(-i)^5 - 1}{(+i)^5 + 1}$ ;
- 7)  $\frac{(+2i)^2 - (-i)^3}{(-i)^3 + (+i)^2}$ ;
- 8)  $\frac{(+2i)^3 + (-2i)^3}{(-i)^2 - (+i)^2}$ ;
- 9)  $\frac{(-4i)(-i) - (+4i)(+i)}{2+i} \cdot \frac{(+4i)(+i) - (-4i)(-i)}{2-i}$ ;
- 10)  $\frac{5+12i}{8-6i} + \frac{(+2i)^2}{2+i}$ ;
- 11)  $\left[ \frac{1}{3} \left( (-i)^4 + \frac{7-24i}{4-3i} \right) + i \right] \frac{8}{(+i)^2}$ .

20. Найти такие вещественные числа  $x$  и  $y$ , что следующие пары комплексных чисел будут комплексно-сопряжёнными:

- а)  $z_1 = y^2 - 2y + xy - x + y + (-y)i$ ,  $z_2 = -y^2 + 2y + 11 - 4i$ ;
- б)  $z_1 = x + y^2 + 1 + 4i$ ,  $z_2 = ixy^2 + iy^2 - 3$ .

21. Решить уравнения:

- 1)  $|z| + z = 1 + 2i$ ;
- 2)  $2|z| - 4az + 1 + ai = 0 \quad (a \in \mathbb{R})$ ;
- 3)  $|z| + z = 2 - i$ ;
- 4)  $3z^2 - (4 - 8i)z + 8(4 - 3i) = 0$ ;
- 5)  $2(-i)z^2 + (-i)z + 5(+i)z = 0$ ;
- 6)  $(+4i)z^2 + 2z + 6 - 6i = 0$ ;
- 7)  $z^4 - 12z^2 + 64 = 0$ .

22. Решить систему уравнений:

$$1) \begin{cases} (-i)x - (6+i)y = 4, \\ 5x - (4+2i)y = 4i; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} (-i)x + 3iy = 5, \\ 2x - (6-3i)y = 6. \end{cases}$$

23. Построить точки, изображающие комплексные числа:

$$1) z_1 = -3 + 3i; \quad 2) z_2 = 5 - i; \quad 3) z_3 = 2i; \quad 4) z_4 = -\sqrt{2}i.$$

24. Найти модуль и аргумент комплексных чисел:

$$1) z_1 = -3 + 3i; \quad 2) z_2 = -2i; \quad 3) z_3 = 5 - \sqrt{2}.$$

25. Найти множество точек комплексной плоскости, для которых:

$$1) -\frac{\pi}{6} < \arg z < \frac{\pi}{4}; \quad 2) 1 \leq |z+1| < 3; \quad 3) |z+i| = 1;$$

$$4) \frac{\pi}{4} \leq \arg (-2+i) \leq \pi; \quad 5) \begin{cases} \frac{\pi}{4} < \arg z < \pi, \\ |1-2i-z| = 2; \end{cases}$$

$$6) |z-1-i| \geq |z-2+i|; \quad 7) |z-1+2i| \geq 3; \quad 8) |z-2i| + |z-i| = 1.$$

26. Представить комплексные числа в тригонометрической форме:

$$1) z = 16 - 16\sqrt{3}i; \quad 2) z = -6\sqrt{3} - 6i; \quad 3) z = (\sqrt{5} - 2i)^2.$$

27. Представить комплексные числа в алгебраической форме:

$$1) z = 5\sqrt{2} \left( \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right);$$

$$2) z = 4 \left( \cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) \right).$$

28. Представив комплексные числа в тригонометрической форме, выполнить указанные действия:

$$\left( \cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right) \right) (3 + \sqrt{3}i);$$

$$4\sqrt{3} \left( \cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3} \right); \quad (\sqrt{3} - i);$$

$$\left( -\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}i \right) (1+i); \quad (\sqrt{5} + \sqrt{5}i)^3 (1+i)^2; \quad \frac{2\sqrt{3} - 2i}{(1+i)(\sqrt{2} + \sqrt{6}i)}.$$

29. Извлечь корни из комплексных чисел, предварительно представив их в тригонометрической форме:

$$1) \sqrt{-6 + 6\sqrt{3}i};$$

$$2) \sqrt[3]{-13,5\sqrt{2} - 13,5\sqrt{2}i};$$

$$3) \sqrt[4]{-8 - 8\sqrt{3}i}.$$

30. Представив комплексные числа

$$z_1 = -1 - i, z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i, z_3 = 1 + \sqrt{3}i$$

в тригонометрической форме, вычислить выражение  $\frac{z_1 z_3}{z_2}$ .

## 2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

### Практическое занятие 1

#### Метод координат, векторы

**Пример 2.1.1.** В декартовой системе координат задана точка  $A(5; 3)$ . Найти координаты точки  $B$ , расположенной симметрично точке  $A(5; 3)$  относительно координатной плоскости  $X^1OX^2$ .

**Решение.** Координаты точки  $B$  по осям  $OX^1$  и  $OX^2$  такие же, как и у точки  $A$ , а координата по оси  $OX^3$  имеет противоположный знак. Следовательно,  $B(5; -3)$ . ⊗

**Пример 2.1.2.** В декартовой системе координат своими разложениями по каноническому базису заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3, \vec{y} = 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{z} = 3\vec{e}_1 + 13\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

Найти значение линейной комбинации

$$\vec{u} = 3\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z}$$

этих векторов и сделать вывод о линейной зависимости, или линейной независимости системы

$\left\{ \begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{y} \\ \vec{z} \end{matrix} \right\}$  и взаимном расположении векторов.

**Решение.** Находим линейную комбинацию:

$$\begin{aligned} 3\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z} &= \\ &= 3\left(\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\right) + 2\left(2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3\right) - \left(3\vec{e}_1 + 13\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3\right) = \\ &= 0\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 = \vec{0}. \end{aligned}$$

Значением линейной комбинации трёх векторов с ненулевыми коэффициентами является нуль-вектор. Поэтому система векторов линейно зависима. Так как векторы заданы в пространстве  $R^3$ , заключаем, что они компланарны, то есть лежат в одной плоскости.  $\otimes$

**Пример 2.1.3.** В декартовой системе координат заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \quad \vec{y} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_3.$$

Найти норму вектора  $\vec{z} = 2\vec{x} - 5\vec{y}$ .

**Решение.** Находим вектор

$$\begin{aligned} \vec{z} = 2\vec{x} - 5\vec{y} &= 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3\right) - 5\left(4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_3\right) = \\ &= -18\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 24\vec{e}_3. \end{aligned}$$

Находим норму вектора  $\vec{z}$ :  $\|\vec{z}\| = \sqrt{(-18)^2 + 4^2 + (-24)^2} = \sqrt{916}$ .  $\otimes$

**Пример 2.1.4.** На плоскости  $R^2$  задан параллелограмм, три вершины которого имеют, соответственно, координаты  $O(0; 0)$ ,  $B(2; 2)$ ,  $D(6; 0)$  (рисунок 1.1). Найти:

- 1) координаты вершины  $C$ ;
- 2) косинус угла между сторонами  $OB$  и  $OD$ ;
- 3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

Решение. 1) По определению координаты вершины  $C$  равны координатам вектора

$\vec{OC}$  (рисунок 1.1), который равен сумме векторов

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}.$$

Так как  $\vec{OB} = e_1 + 2e_2$ , а  $\vec{OD} = 5e_1$ , то  $\vec{OC} = 6e_1 + 2e_2$ .

2) Вычисляем скалярное произведение векторов  $\vec{OB}$  и  $\vec{OD}$ :

$$\left( \vec{OB}, \vec{OD} \right) = 5.$$

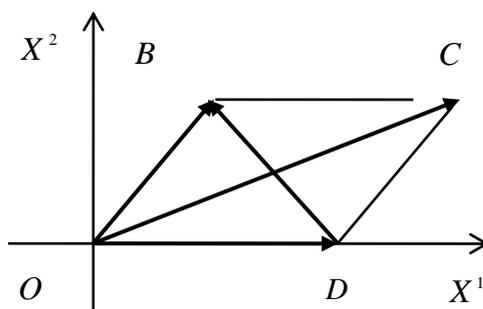


Рис. 1.1.

3) Вычисляем длины векторов:  $\vec{OB}$  и  $\vec{OD}$ :

$$\left\| \vec{OB} \right\| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2,236;$$

$$\left\| \vec{OD} \right\| = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5.$$

4) Находим  $\cos \left\{ \vec{OB}, \vec{OD} \right\}$ :  $\cos \left\{ \vec{OB}, \vec{OD} \right\} = \frac{5}{5 \cdot 2,236} \approx 0,447$ .

5) Находим диагональ  $\vec{DB}$ :

$$\vec{DB} = \vec{OB} - \vec{OD} = e_1 + 2e_2 - 5e_1 = -4e_1 + 2e_2.$$

6) Далее,  $\left\| \vec{OC} \right\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$ ;  $\left\| \vec{DB} \right\| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ .

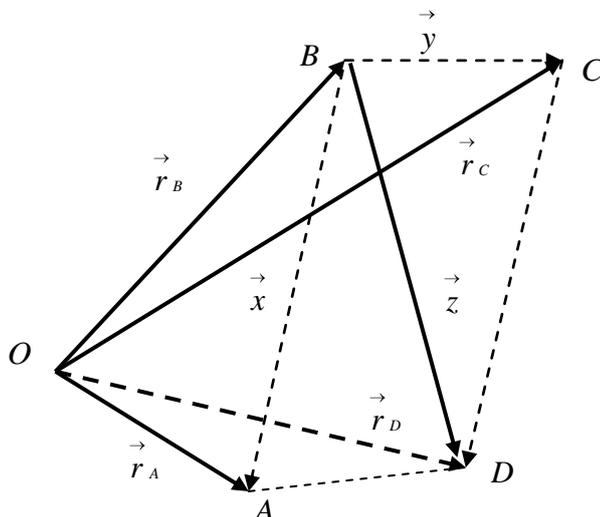
7) Находим косинус угла между диагоналями:

$$\cos\left\{\vec{OC}, \vec{DB}\right\} = \frac{\left(\vec{OC}, \vec{DB}\right)}{\|\vec{OC}\| \cdot \|\vec{DB}\|} = \frac{\left\langle 4 \right\rangle 6 + 2 \cdot 2}{2\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \otimes$$

**Пример 2.1.5.** Даны радиус-векторы трёх последовательных вершин параллелограмма  $ABCD$ . Найти радиус-вектор четвёртой вершины и косинусы углов между диагоналями параллелограмма, если известно, что:

$$\vec{r}_A = e_1 + e_2 + e_3, \quad \vec{r}_B = e_1 + 3e_2 + 5e_3, \quad \vec{r}_C = -7e_1 + 2e_2 - 10e_3;$$

**Решение.** Изобразим ситуацию на рисунке, не заботясь о точности изображения. Главное, чтобы рисунок отображал ситуацию качественно.



Из рисунка видно, что:

$$\vec{r}_A - \vec{r}_B = \vec{x}, \quad \vec{r}_C - \vec{r}_B = \vec{y}, \quad \vec{x} + \vec{y} = \vec{z},$$

$$\vec{r}_D = \vec{r}_B + \vec{z} = \vec{r}_B + \vec{r}_A - \vec{r}_B + \vec{r}_C - \vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_C - \vec{r}_B.$$

Подставляя разложения векторов в полученную формулу, вычисляем все требуемые в задаче величины.  $\otimes$

**Пример 2.1.6.** В пространстве  $R^2$  своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = 3e_1 + \sqrt{7}e_2, \quad \vec{y} = e_1 + \sqrt{24}e_2.$$

Найти какой-либо вектор  $\vec{z}$ , направленный по биссектрисе угла  $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ .

Решение. 1) Находим длины векторов  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$ :

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{3^2 + (\sqrt{7})^2} = 4;$$

$$\|\vec{y}\| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{24})^2} = 5.$$

2) Находим орты векторов  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$ :

$$\vec{e}_x = \frac{1}{\|\vec{x}\|} \cdot \vec{x} = \frac{3}{4} \vec{e}_1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \vec{e}_2; \quad \vec{e}_y = \frac{1}{\|\vec{y}\|} \cdot \vec{y} = \frac{1}{5} \vec{e}_1 + \frac{\sqrt{24}}{5} \vec{e}_2.$$

3) Находим диагональ ромба, построенного на ортах  $\vec{e}_x$  и  $\vec{e}_y$ :

$$\vec{z} = \vec{e}_x + \vec{e}_y = \frac{19}{20} \vec{e}_1 + \frac{5\sqrt{7} + 8\sqrt{6}}{20} \vec{e}_2.$$

Диагональ ромба направлена по биссектрисе угла, образованного его сторонами, поэтому найденный вектор  $\vec{z}$  является искомым вектором.  $\otimes$

**Пример 2.1.7.** В каноническом базисе декартовой системы координат пространства  $R^3$  своими координатами задан вектор

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

Найти направляющие косинусы данного вектора.

Решение. 1) Находим длину вектора:

$$\|\vec{x}\| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{21}.$$

2) Находим орт вектора:  $\vec{e}_x = \frac{1}{\sqrt{21}} \vec{e}_1 + \frac{-2}{\sqrt{21}} \vec{e}_2 + \frac{4}{\sqrt{21}} \vec{e}_3.$

3) Направляющие косинусы вектора равны координатам его орта, поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_1\right\} = \frac{1}{\sqrt{21}}, \quad \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_2\right\} = -\frac{2}{\sqrt{21}}, \quad \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_3\right\} = \frac{4}{\sqrt{21}}. \quad \otimes$$

**Пример 2.1.8.** В каноническом базисе декартовой системы координат пространства  $R^3$  своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3, \quad \vec{y} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Найти скалярное произведение  $(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y})$  двумя способами.

**Решение.** 1. Находим линейные комбинации  $\vec{x} - 2\vec{y}$  и  $3\vec{x} + \vec{y}$ :

$$\vec{x} - 2\vec{y} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 - 2(\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3) = -\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3,$$

$$3\vec{x} + \vec{y} = 3(\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3) + (\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3) = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Находим скалярное произведение  $(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y})$ :

$$\begin{aligned} & \left( -\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3, 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3 \right) = \\ & = -4 + 20 + 80 = 96. \end{aligned}$$

2. Используем свойства скалярного произведения:

$$\begin{aligned} & \left( \vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y} \right) = \left( \vec{x}, 3\vec{x} \right) + \left( \vec{x}, \vec{y} \right) + \left( -2\vec{y}, 3\vec{x} \right) + \left( -2\vec{y}, \vec{y} \right) = \\ & = 3 \left( \vec{x}, \vec{x} \right) + \left( \vec{x}, \vec{y} \right) - 6 \left( \vec{y}, \vec{x} \right) - 2 \left( \vec{y}, \vec{y} \right) = \\ & = 3 \|\vec{x}\|^2 - 5 \|\vec{x}\| \|\vec{y}\| \cos \left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} - 2 \|\vec{y}\|^2. \end{aligned}$$

Теперь можно произвести вычисления, используя данные задачи.  $\otimes$

**Пример 2.1.9.** Дано:  $\|\vec{x}\| = 3$ ,  $\|\vec{y}\| = 2\sqrt{5}$ ,  $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} = \frac{\pi}{4}$ . Найти

$$\left( \vec{x} + 3\vec{y}, 3\vec{x} - \vec{y} \right).$$

Р е ш е н и е. Используя свойства скалярного произведения, получаем:

$$\begin{aligned} \left( \vec{x} + 3\vec{y}, 3\vec{x} - \vec{y} \right) &= 3\|\vec{x}\|^2 - \left( \vec{x}, \vec{y} \right) + 9\left( \vec{y}, \vec{x} \right) - 3\|\vec{y}\|^2 = \\ &= 3\|\vec{x}\|^2 + 8\|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cos\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} - 3\|\vec{y}\|^2 = -33 + 24\sqrt{10}. \otimes \end{aligned}$$

**Пример 2.1.10.** В пространстве  $R^3$  своими координатами относительно канонического базиса заданы три вектора:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \quad \vec{a}_2 = 5\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_3 = -2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

1) Показать, что векторы  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$  образуют новый базис в пространстве  $R^3$ .

2) Найти координаты вектора  $\vec{x} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 6\vec{e}_3$  относительно базиса  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ .

Р е ш е н и е. 1) Исходя из определения линейной независимости, составляем систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \alpha_1 + 5\alpha_2 - 2\alpha_3 = 0, \\ 2\alpha_1 - 3\alpha_2 + 4\alpha_3 = 0, \\ -3\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Решая эту СЛАУ методом Гаусса, получаем  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ . Следовательно, система векторов линейно независима и, так как число векторов совпадает с размерностью пространства, является одним из базисов в пространстве  $R^3$ .

2) Для нахождения координат вектора  $\vec{x}$  относительно нового базиса записываем разложение вектора  $\vec{x}$  по векторам этого базиса и СЛАУ, следующую из этого разложения и инвариантности вектора как геометрического объекта:

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3 \Rightarrow \begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ 2x^1 - 3x^2 + 4x^3 = 1, \\ -3x^1 + x^2 + x^3 = 6. \end{cases}$$

Решаем СЛАУ методом Гаусса.

1) Из первого уравнения  $x^1 = 3 - 5x^2 + 2x^3$ . Подставляя во второе и третье уравнения, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 16x^2 - 5x^3 = 15. \end{cases}$$

2) Из второго уравнения  $x^2 = \frac{8}{13}x^3 + \frac{15}{13}$ . Подставляя в третье уравнение, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 63x^3 = 115. \end{cases}$$

Обратный ход: из третьего уравнения

$$x^3 = \frac{115}{63}.$$

Подставляя во второе уравнение, находим

$$x^2 = \frac{95}{63}.$$

Подставляя найденные значения в первое уравнение, получаем

$$x^1 = -\frac{56}{63}. \otimes$$

**Пример 2.1.11.** В пространстве  $R^3$  своими координатами относительно канонического базиса заданы радиус-векторы

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \quad \vec{y} = 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3, \quad \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Найти расстояние между конечными точками векторов

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \vec{x}, 2\vec{z} \end{pmatrix} \vec{x} + \vec{y},$$

$$\vec{v} = \vec{x} + \begin{pmatrix} 2\vec{x}, \vec{z} \end{pmatrix} \vec{y}.$$

Решение. 1) Находим скалярное произведение  $\begin{pmatrix} \vec{x}, 2\vec{z} \end{pmatrix}$ :

$$\begin{pmatrix} \vec{x}, 2\vec{z} \end{pmatrix} = \left( 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right) \right) = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + \left( -3 \cdot 2 \right) = 2.$$

2) находим вектор  $\vec{u} = \begin{pmatrix} \vec{x}, 2\vec{z} \end{pmatrix} \vec{x} + \vec{y}$ :

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \begin{pmatrix} \vec{x}, 2\vec{z} \end{pmatrix} \vec{x} + \vec{y} = 2 \left( 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 \right) + \left( 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3 \right) = \\ &= 14\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 10\vec{e}_3. \end{aligned}$$

3) Находим скалярное произведение  $\begin{pmatrix} 2 \cdot \vec{x}, \vec{z} \end{pmatrix}$ :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 2 \cdot \vec{x}, \vec{z} \end{pmatrix} &= \left( 2 \left( 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 \right), \left( \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \right) \right) = \\ &= \left( 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \right) = 4 + 4 - 6 = 2. \end{aligned}$$

4) Находим вектор  $\vec{v} = \vec{x} + \begin{pmatrix} 2\vec{x}, \vec{z} \end{pmatrix} \vec{y}$ :

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{x} + \begin{pmatrix} 2\vec{x}, \vec{z} \end{pmatrix} \vec{y} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + 2 \left( 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3 \right) = \\ &= 22\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2 - 11\vec{e}_3. \end{aligned}$$

5) Находим расстояние между векторами  $\vec{u}$  и  $\vec{v}$ :

$$\rho\left(\begin{matrix} \vec{u} \\ \vec{v} \end{matrix}\right) = \left\| \begin{matrix} \vec{u} \\ \vec{v} \end{matrix} \right\| = \sqrt{\left(\left\langle \begin{matrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{matrix} \right\rangle\right)^2 + 4^2 + 1^2} = \sqrt{81} = 9. \otimes$$

**Пример 2.1.12.** В пространстве  $R^3$  своими координатами относительно канонического базиса заданы три точки  $A\left(\left\langle \begin{matrix} 4 \\ 6 \\ 1 \end{matrix} \right\rangle\right)$ ,  $B\left(\left\langle \begin{matrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{matrix} \right\rangle\right)$ ,  $C\left(\left\langle \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{matrix} \right\rangle\right)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ , косинусы углов при вершинах треугольника и проекцию вектора  $\vec{AB} + \vec{AC}$  на направление вектора  $\vec{z} = e_1 + 2e_2 - 5e_3$ .

**Решение.** 1) Находим векторы, определяющие стороны треугольника:

$$\vec{AB} = -e_1 - e_2 - e_3;$$

$$\vec{AC} = -2e_1 - 2e_2 - 3e_3;$$

$$\vec{BC} = -e_1 - e_2 - 2e_3.$$

2) Находим длины сторон треугольника  $\Delta ABC$ :

$$\left\| \vec{AB} \right\| = \sqrt{\left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right\rangle\right)^2 + \left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right\rangle\right)^2 + \left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right\rangle\right)^2} = \sqrt{3};$$

$$\left\| \vec{AC} \right\| = \sqrt{\left(\left\langle \begin{matrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right\rangle\right)^2 + \left(\left\langle \begin{matrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right\rangle\right)^2 + \left(\left\langle \begin{matrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right\rangle\right)^2} = \sqrt{17};$$

$$\left\| \vec{BC} \right\| = \sqrt{\left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \right\rangle\right)^2 + \left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \right\rangle\right)^2 + \left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \right\rangle\right)^2} = \sqrt{6}.$$

3) Находим косинусы углов при вершинах треугольника по формуле

$$\cos \vartheta = \frac{\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{y} \end{matrix}\right)}{\left\| \vec{x} \right\| \cdot \left\| \vec{y} \right\|} = \frac{x^1 y^1 + x^2 y^2 + x^3 y^3}{\sqrt{\left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right\rangle\right)^2 + \left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right\rangle\right)^2 + \left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right\rangle\right)^2} \sqrt{\left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right\rangle\right)^2 + \left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right\rangle\right)^2 + \left(\left\langle \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right\rangle\right)^2}:$$

$$\cos \left\{ \begin{matrix} \vec{AB} \\ \vec{AC} \end{matrix} \right\} = \frac{\left(\begin{matrix} \vec{AB} \\ \vec{AC} \end{matrix}\right)}{\left\| \vec{AB} \right\| \cdot \left\| \vec{AC} \right\|} = \frac{7}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{17}} = \frac{7}{\sqrt{51}};$$

$$\cos\left\{\vec{BA}, \vec{BC}\right\} = \frac{\left(\vec{BA}, \vec{BC}\right)}{\|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{BC}\|} = \frac{-4}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}} = -\frac{4}{\sqrt{18}};$$

$$\cos\left\{\vec{CA}, \vec{CB}\right\} = \frac{\left(\vec{CA}, \vec{CB}\right)}{\|\vec{CA}\| \cdot \|\vec{CB}\|} = \frac{10}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{6}} = \frac{10}{\sqrt{102}}.$$

4) Находим проекцию вектора  $\vec{AB} + \vec{AC}$  на направление вектора  $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3$ :

$$\text{Pr}_{\vec{z}}\left\{\vec{AB} + \vec{AC}\right\} = \frac{\langle 3; 1 + \langle 3; 2 + \langle 4; \langle 5; \rangle = \frac{11}{\sqrt{1^2 + 2^2 + \langle 5^2}} = \frac{11}{\sqrt{30}}. \otimes$$

**Пример 2.1.13.** Пусть на плоскости  $X^1OX^2$  даны две точки  $A_1(x_1^1; x_1^2)$  и  $A_2(x_2^1; x_2^2)$ . Найти координаты точки  $A(x^1; x^2)$ , делящей отрезок  $A_1A_2$  в отношении  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda$ .

**Решение.** Предположим, что отрезок  $A_1A_2$  не параллелен оси  $OX^1$ . Точки  $A_1, A_2$  спроектируем на оси  $OX^1$ , и  $OX^2$  (рисунок).

Имеем по условию задачи

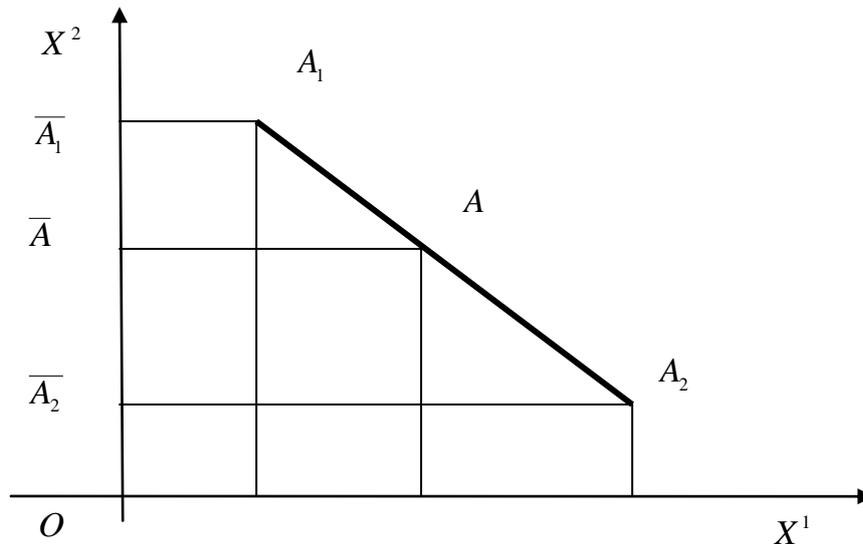
$$\frac{A_1A}{AA_2} = \frac{\overline{A_1A}}{\overline{AA_2}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda.$$

Далее получаем, что

$$\overline{A_1A} = |x_1^2 - x^2|, \quad \overline{AA_2} = |x^2 - x_2^2|.$$

Откуда

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{|x_1^2 - x^2|}{|x^2 - x_2^2|}.$$



Точка  $\bar{A}$  лежит между точками  $A_1$  и  $A_2$ , поэтому

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{|x_1^2 - \bar{x}^2|}{|\bar{x}^2 - x_2^2|} = \frac{x_1^2 - \bar{x}^2}{\bar{x}^2 - x_2^2}.$$

Из последнего равенства находим

$$x^2 = \frac{\lambda_2 x_1^2 + \lambda_1 x_2^2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2 \left( x_1^2 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^2 \right)}{\lambda_2 \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1 \right)} = \frac{x_1^2 + \lambda x_2^2}{\lambda + 1}.$$

Аналогично находим первую координату точки  $A$ :

$$x^1 = \frac{\lambda_2 x_1^1 + \lambda_1 x_2^1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2 \left( x_1^1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^1 \right)}{\lambda_2 \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1 \right)} = \frac{x_1^1 + \lambda x_2^1}{\lambda + 1}. \otimes$$

## Практическое занятие 2

### Векторное и смешанное произведения

**Пример 2.2.1.** Вычислить площадь треугольника, построенного на приведённых к общему началу векторах

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{y} = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3.$$

Решение. Если в некоторой декартовой системе координат векторы  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$  заданы своими разложениями

$$\vec{x} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 + x^3\vec{e}_3, \quad \vec{y} = y^1\vec{e}_1 + y^2\vec{e}_2 + y^3\vec{e}_3,$$

то справедлива формула

$$\left[ \begin{array}{c} \vec{x} \\ \vec{y} \end{array} \right] = (x^2y^3 - x^3y^2)\vec{e}_1 + (x^3y^1 - x^1y^3)\vec{e}_2 + (x^1y^2 - x^2y^1)\vec{e}_3.$$

Применим эту формулу для решения задачи.

1) Вычисляем векторное произведение:

$$\begin{aligned} \left[ \begin{array}{c} \vec{x} \\ \vec{y} \end{array} \right] &= (-2) \cdot (-6) - (-1) \cdot 1 \vec{e}_1 + (-1) \cdot (-2) - 3 \cdot (-6) \vec{e}_2 + \\ &+ 6 \cdot 1 - (-2) \cdot (-2) \vec{e}_3 = 13\vec{e}_1 + 20\vec{e}_2 - \vec{e}_3. \end{aligned}$$

2) Площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2} \left\| \left[ \begin{array}{c} \vec{x} \\ \vec{y} \end{array} \right] \right\|.$$

Вычисляем площадь треугольника:

$$S = \frac{1}{2} \left\| \left[ \begin{array}{c} \vec{x} \\ \vec{y} \end{array} \right] \right\| = \frac{1}{2} \sqrt{13^2 + 20^2 + (-1)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{169 + 400 + 1} = \frac{1}{2} \sqrt{570}. \quad \otimes$$

**Пример 2.2.2.** Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b}, \quad \vec{y} = 3\vec{a} + \vec{b},$$

если

$$\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\| = 1 \quad \text{и} \quad \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = \frac{\pi}{6}.$$

Решение. Вычисляем векторное произведение, используя его свойства:

$$\left[ \begin{array}{c} \vec{x} \\ \vec{y} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \vec{a} + 3\vec{b} \\ 3\vec{a} + \vec{b} \end{array} \right] = 3 \left[ \begin{array}{c} \vec{a} \\ \vec{a} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \vec{a} \\ \vec{b} \end{array} \right] +$$

$$+9 \begin{bmatrix} \vec{b}, \vec{a} \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} \vec{b}, \vec{b} \end{bmatrix} = -8 \begin{bmatrix} \vec{a}, \vec{b} \end{bmatrix}.$$

По определению площадь параллелограмма равна:

$$S = \left\| \begin{bmatrix} \vec{x}, \vec{y} \end{bmatrix} \right\| = 8 \left\| \begin{bmatrix} \vec{a}, \vec{b} \end{bmatrix} \right\| = 8 \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \sin \left\{ \begin{bmatrix} \vec{a}, \vec{b} \end{bmatrix} \right\} = 8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 4. \otimes$$

**Пример 2.2.3.** Найти орт вектора, перпендикулярного векторам

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \quad \vec{y} = 4\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Решение. Предлагается решить задачу самостоятельно.  $\otimes$

### Прямая линия и плоскость, взаимное расположение

#### прямой линии и плоскости

**Пример 2.2.4.** Получить уравнение плоскости  $H^2 \subset R^3$ , проходящей через начало координат  $O$  и через две точки  $M_1 \left( \begin{matrix} 4; -2; 1 \end{matrix} \right)$ ,  $M_2 \left( \begin{matrix} 4; -3 \end{matrix} \right)$ .

Решение. Радиус-векторы точек  $M_1$  и  $M_2$

$$\vec{x} \equiv \vec{OM}_1 = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{y} \equiv \vec{OM}_2 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3.$$

Нормальный вектор плоскости находим как векторное произведение, используя формулу

$$\begin{aligned} \vec{N} &= \left[ \vec{OM}_1, \vec{OM}_2 \right] \equiv \left[ \vec{x}, \vec{y} \right] = \\ &= \begin{vmatrix} 2 & y^3 & -x^3 y^2 \\ 3 & y^1 & -x^1 y^3 \\ 1 & y^2 & -x^2 y^1 \end{vmatrix} \vec{e}_1 + \begin{vmatrix} 3 & y^1 & -x^1 y^3 \\ 1 & y^2 & -x^2 y^1 \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \begin{vmatrix} 1 & y^2 & -x^2 y^1 \end{vmatrix} \vec{e}_3 = \\ &= \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} \cdot 1 \cdot 4 \vec{e}_1 + \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \begin{vmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} \vec{e}_3 = \\ &= 2\vec{e}_1 + 14\vec{e}_2 + 20\vec{e}_3. \end{aligned}$$

Из условия ортогональности радиус-вектора

$$\vec{OM} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3$$

текущей точки  $M$  плоскости её нормальному вектору

$$\left( \vec{N}, \vec{OM} \right) = 0,$$

получаем уравнение плоскости в неявном виде:

$$x^1 + 7x^2 + 10x^3 = 0. \otimes$$

**Пример 2.2.5.** Найти угол между плоскостями, определяемыми уравнениями:

$$3x^1 - x^2 + 3 = 0, \quad x^1 - 2x^2 + 5x^3 - 10 = 0.$$

**Решение.** Угол между плоскостями равен углу между их нормальными векторами

$$\vec{N}_1 = 3e_1 - e_2, \quad \vec{N}_2 = e_1 - 2e_2 + 5e_3.$$

Поэтому имеем:

$$\begin{aligned} \cos \left\{ \vec{N}_1, \vec{N}_2 \right\} &= \frac{\left( \vec{N}_1, \vec{N}_2 \right)}{\left\| \vec{N}_1 \right\| \cdot \left\| \vec{N}_2 \right\|} = \frac{3 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot 5}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 5^2}} = \\ &= \frac{5}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{30}} = \frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

Следовательно,  $\varphi = \arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$ .  $\otimes$

**Пример 2.2.6.** Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей с уравнениями

$$x^1 + x^2 + x^3 - 2 = 0, \quad x^1 - x^2 - 3x^3 + 6 = 0.$$

**Решение.** Проверяем, что плоскости не параллельны (то есть их нормальные векторы не коллинеарны), для чего проверяем пропорциональны или нет координаты нормальных векторов:

$$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{-3}.$$

Координаты не пропорциональны, следовательно, нормальные векторы неколлинеарны, то есть плоскости не параллельны.

Так как прямая линия принадлежит обеим плоскостям, её направляющий вектор ортогонален нормальным векторам плоскостей, поэтому находим его как векторное произведение нормальных векторов плоскостей:

$$\begin{aligned}
\vec{a} &= \left[ \vec{N}_1, \vec{N}_2 \right] = \left( 2y^3 - x^3y^2 \right) \vec{e}_1 + \left( 3y^1 - x^1y^3 \right) \vec{e}_2 + \left( 1y^2 - x^2y^1 \right) \vec{e}_3 = \\
&= \left[ \cdot \left( 3 \right) - 1 \cdot \left( 1 \right) \right] \vec{e}_1 + \left[ 1 - 1 \cdot \left( 3 \right) \right] \vec{e}_2 + \left[ \cdot \left( 1 \right) - 1 \cdot 1 \right] \vec{e}_3 = \\
&= -2 \vec{e}_1 + 4 \vec{e}_2 - 2 \vec{e}_3.
\end{aligned}$$

Направляющий вектор прямой не параллелен ни одной из координатных плоскостей, поэтому прямая линия пересекает все три координатные плоскости. Найдём, например, точку пересечения прямой и плоскости  $X^1OX^3$ , для чего решаем систему трёх уравнений

$$\begin{cases} x^1 + x^3 = 2, \\ x^1 - 3x^3 = -6 \\ x^2 = 0. \end{cases}$$

Получаем решение  $x_0^1 = 0$ ,  $x_0^2 = 0$ ,  $x_0^3 = 2$ .

Подставляя найденные координаты направляющего вектора и точки в канонические уравнения прямой линии, получаем канонические уравнения

$$\frac{x^1}{-2} = \frac{x^2}{4} = \frac{x^3 - 2}{-2}. \otimes$$

**Пример 2.2.7.** Найти точку пересечения прямой линии с уравнениями

$$\frac{x^1 - 2}{1} = \frac{x^2 - 3}{1} = \frac{x^3 + 1}{-4},$$

и плоскости с уравнением  $x^1 + x^2 + 2x^3 - 9 = 0$ .

**Решение.** Проверяем, пересекается ли прямая линия с плоскостью, для чего находим скалярное произведение нормального вектора плоскости и направляющего вектора прямой линии:

$$\left( \vec{N}, \vec{l} \right) = \left( \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4\vec{e}_3 \right) = -6 \neq 0.$$

Векторы не ортогональны, а следовательно, прямая линия и плоскость не параллельны. Параметрические уравнения прямой линии имеют вид:

$$\begin{cases} x^1 = 2 + t, \\ x^2 = 3 + t, \\ x^3 = -1 - 4t. \end{cases}$$

Найдём значение параметра  $t_0$ , соответствующее точке пересечения прямой линии и плоскости, для чего подставим  $x^1, x^2, x^3$  из параметрических уравнений прямой линии в уравнение плоскости. Решая получившееся уравнение, найдём  $t_0 = -1$ . Подставляя найденное значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, находим координаты точки пересечения:

$$x_0^1 = 1, x_0^2 = 2, x_0^3 = 3. \otimes$$

**Пример 2.2.8.** Найти расстояние от точки  $M \in \mathbb{R}^3$  до плоскости  $H^2$  с уравнением  $4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0$ .

**Решение.** Расстояние от точки  $M$  до плоскости – это длина вектора  $\vec{M_0M}$  с начальной точкой  $M$  и конечной точкой  $M_0$  – проекцией точки  $M$  на плоскость  $H^2$ .

Проекция точки на плоскость – это основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость. Поэтому следует составить уравнение прямой линии, проходящей через точку  $M \in \mathbb{R}^3$  перпендикулярно плоскости с уравнением

$$4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0,$$

и найти точку её пересечения с плоскостью.

Если в качестве направляющего вектора прямой линии выбрать нормальный вектор

плоскости  $\vec{l} = \vec{N} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$ , то канонические уравнения прямой линии примут вид

$$\frac{x^1 - 1}{4} = \frac{x^2 - 2}{6} = \frac{x^3 - 3}{4},$$

откуда получаем параметрические уравнения

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 4t, \\ x^2 = 2 + 6t, \\ x^3 = 3 + 4t. \end{cases}$$

Подставляя общее выражение для координат текущей точки прямой линии из параметрических уравнений в уравнение плоскости, получаем уравнение для параметра, решение которого даёт для параметра значение

$$t_0 = \frac{1}{4},$$

соответствующее искомой точке пересечения прямой линии и плоскости.

Подставляя это значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, получаем находим искомые координаты проекции  $M_0$  точки  $M \in \mathbb{R}^3$  на плоскость  $H^2$ :

$$x^1 = 2, x^2 = \frac{3}{2}, x^3 = 2.$$

Вектор

$$\vec{M_0M} = (-1)\vec{e}_1 + \left(\frac{3}{2} - 0\right)\vec{e}_2 + (-1)\vec{e}_3 = \vec{e}_1 + \frac{3}{2}\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Расстояние

$$\rho(M, H^2) = \sqrt{1 + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{17}}{2}.$$

### Практическое занятие 3

#### Абстрактные векторные пространства

**Пример 2.3.1.** Пусть  $P$  – числовое поле. На множестве объектов

$$P^n = \left\{ |a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}, a_k \in P \right\},$$

которые назовём вектор-столбцами, определим операции сложения вектор-столбцов и умножения вектора-столбца на числа из поля  $P$ :

$$1) \forall |a\rangle, |b\rangle \in P^n \quad |a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix}$$

$$2) \forall |a\rangle \in P^n \text{ и } \forall \alpha \in P \quad \alpha \cdot |a\rangle = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_1 \\ \alpha \cdot a_2 \\ \dots \\ \alpha \cdot a_n \end{pmatrix}.$$

Показать, что множество  $P^n$  является  $n$ -мерным векторным пространством.

**Решение.** Для доказательства требуется проверить выполнение всех аксиом векторного пространства и построить хотя бы один базис из вектор-столбцов.

**Аксиомы сложения.**

1) Аксиома ассоциативности выполняется в силу ассоциативности операции сложения в поле  $P$ , действительно

$$\begin{aligned} |a\rangle + |b\rangle + |c\rangle &= \left[ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_1 + b_1) + c_1 \\ (a_2 + b_2) + c_2 \\ \dots \\ (a_n + b_n) + c_n \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_1 + (b_1 + c_1) \\ a_2 + (b_2 + c_2) \\ \dots \\ a_n + (b_n + c_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \dots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \left[ \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} \right] = |a\rangle + |b\rangle + |c\rangle. \end{aligned}$$

2) Аксиома коммутативности выполняется в силу коммутативности операции сложения в поле  $P$ , действительно

$$|a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 + a_1 \\ b_2 + a_2 \\ \dots \\ b_n + a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = |b\rangle + |a\rangle.$$

3) Вектор-нуль определим так

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома о нейтральном элементе выполняется, действительно имеем:

$$\forall |a\rangle \in P^n \quad |a\rangle + |0\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + 0 \\ a_2 + 0 \\ \dots \\ a_n + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}.$$

4) Противоположный вектор-столбец определим так

$$\forall |a\rangle \in P^n \quad -|a\rangle = \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \dots \\ -a_n \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома об обратном (противоположном элементе) выполняется, действительно имеем:

$$|a\rangle + (-|a\rangle) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \dots \\ -a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - a_1 \\ a_2 - a_2 \\ \dots \\ a_n - a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

**Аксиомы умножения вектор-столбца на числа.** Аналогично показывается, что выполняются аксиомы умножения вектор-столбца на числа:

$$1) \forall |a\rangle \in P^n \quad \text{и} \quad \forall \alpha \in P$$

$$\alpha(|a\rangle + |b\rangle) = \alpha \left[ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} \alpha(a_1 + b_1) \\ \alpha(a_2 + b_2) \\ \dots \\ \alpha(a_n + b_n) \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix};$$

$$2) \forall \alpha, \beta \in P$$

$$(\alpha + \beta)|a\rangle = (\alpha + \beta) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha + \beta)a_1 \\ (\alpha + \beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha + \beta)a_n \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \alpha|a\rangle + \beta|a\rangle;$$

$$3) 1 \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix};$$

$$4) (\alpha\beta)|a\rangle = (\alpha\beta) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha\beta a_1 \\ \alpha\beta a_2 \\ \dots \\ \alpha\beta a_n \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} \beta a_1 \\ \beta a_2 \\ \dots \\ \beta a_n \end{pmatrix} = \dots = \alpha(\beta|a\rangle).$$

Таким образом, все аксиомы векторного пространства выполняются и, следовательно, множество  $P^n$  является векторным пространством.

Рассмотрим следующее тождественное преобразование:

$$|a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = a_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + a_n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Из этого разложения видно, что в силу произвольности вектор-столбца  $|a\rangle$ , он представлен разложением по вектор-столбцам специального вида

$$|e_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, |e_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, |e_n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Система этих вектор-столбцов образует простейший, или *канонический* базис в векторном пространстве  $P^n$ .

Теперь очевидно, что множество  $P^n$  является  $n$ -мерным векторным пространством.  $\otimes$

**Пример 2.3.2.** Показать, что если система векторов  $\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ x_1, x_2, \dots, x_n \end{matrix} \right\}$  линейно независима,

то и любая её подсистема также линейно независима.

**Решение.** Пусть  $\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ x_1, x_2, \dots, x_m \end{matrix} \right\}$  – подсистема данной системы, то есть

$m < n$ . Предположим, что условие задачи неверно, то есть подсистема  $\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ x_1, x_2, \dots, x_m \end{matrix} \right\}$

линейно зависима. Тогда можно подобрать такие числа  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ , не все равные нулю одновременно, что справедливо тождество

$$\alpha_1 \begin{matrix} \rightarrow \\ x_1 \end{matrix} + \alpha_2 \begin{matrix} \rightarrow \\ x_2 \end{matrix} + \dots + \alpha_m \begin{matrix} \rightarrow \\ x_m \end{matrix} = \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix}.$$

Учитывая свойство нуля вектора

$$\left( \forall x \in X \right) \begin{matrix} \rightarrow \\ x \end{matrix} + \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix} = \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix} + \begin{matrix} \rightarrow \\ x \end{matrix} = \begin{matrix} \rightarrow \\ x \end{matrix},$$

добавим его в обе части последнего тождества, представив его в виде линейной комбинации оставшихся векторов исходной системы с нулевыми коэффициентами

$$\begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix} = \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix} x_{m+1} + \dots + \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix} x_n.$$

Получаем

$$\alpha_1 \begin{matrix} \rightarrow \\ x_1 \end{matrix} + \alpha_2 \begin{matrix} \rightarrow \\ x_2 \end{matrix} + \dots + \alpha_m \begin{matrix} \rightarrow \\ x_m \end{matrix} + \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix} x_{m+1} + \dots + \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix} x_n = \begin{matrix} \rightarrow \\ 0 \end{matrix},$$

то есть линейная комбинация векторов исходной системы с коэффициентами, не все из которых равны нулю одновременно, даёт нулевой вектор. По определению это означает линейную зави-

симость векторов системы  $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n \right\}$ , что противоречит условию задачи.

Следовательно, предположение о линейной зависимости *произвольной* подсистемы

$\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$  линейно независимой системы  $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n \right\}$  не верно.  $\otimes$

**Пример 2.3.3.** Показать, что система из двух векторов линейно зависима в том и только в том случае, если векторы коллинеарны.

**Решение. Необходимость.** Если из двух векторов  $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$  хотя бы один равен нулю

вектору, то векторы коллинеарны. Поэтому предположим, что векторы  $\vec{x} \neq \vec{0}$ ,  $\vec{y} \neq \vec{0}$ .

Пусть система  $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$  линейно зависима. Покажем, что векторы коллинеарны. По определению найдутся такие числа  $\alpha, \beta \in R$ , что

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} = \vec{0},$$

причём эти числа не равны нулю одновременно.

Пусть  $\beta \neq 0$ . Тогда получаем:

$$\vec{y} = \left( -\frac{\alpha}{\beta} \right) \vec{x}.$$

Обозначая  $\lambda = -\frac{\alpha}{\beta}$ , получим

$$\vec{y} = \lambda \vec{x},$$

то есть по определению векторы  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$  коллинеарны.

*Достаточность.* Пусть теперь векторы  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$  коллинеарны, покажем, что система

$\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$  линейно зависима. По определению коллинеарности имеем, например:

$$\vec{y} = \lambda \vec{x}.$$

Пусть  $\nu \neq 0$ , тогда можем записать

$$\vec{y} = \frac{\lambda}{\nu} \nu \vec{x},$$

откуда получаем

$$\nu \vec{y} = \lambda \nu \vec{x},$$

или

$$\mu \vec{x} + \nu \vec{y} = \vec{0},$$

где  $\mu = -\lambda \nu$ . Так как  $\lambda \neq 0$  и  $\nu \neq 0$ , то система векторов  $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$  линейно зависима.  $\otimes$

**Пример 2.3.4.** Показать, что система трёх векторов пространства  $R^3$  линейно зависима в том и только в том случае, если векторы компланарны.

*Решение.* Предположим, что никакие два вектора из тройки векторов  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  не коллинеарны (в противном случае система векторов заведомо будет линейно зависимой).

*Необходимость.* Пусть система  $\left\{ \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right\}$  линейно зависима, покажем, что векторы

системы компланарны. В силу линейной зависимости системы, можно подобрать три неравных одновременно нулю числа  $\alpha, \beta, \gamma \in R$  так, чтобы выполнялось равенство

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} + \gamma \vec{z} = \vec{0}.$$

Пусть, например,  $\gamma \neq 0$ . Тогда имеем:

$$\vec{z} = \left( -\frac{\alpha}{\gamma} \right) \vec{x} + \left( -\frac{\beta}{\gamma} \right) \vec{y}.$$

Приложив векторы  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$ ,  $\vec{z}$  к общей точке  $O$ , легко видеть, что вектор  $\vec{z}$  равен диагонали параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -\alpha \\ \gamma \end{pmatrix} \vec{x}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -\beta \\ \gamma \end{pmatrix} \vec{y},$$

а это и означает, что они лежат в одной плоскости, то есть компланарны.

*Достаточность.* Пусть векторы  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$ ,  $\vec{z}$  компланарны, покажем, что система

$\left\{ \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right\}$  линейно зависима. Доказательство почти очевидно. Действительно, компланарность векторов означает, что справедливо, например, равенство

$$\vec{x} = \mu \vec{y} + \lambda \vec{z}.$$

Следовательно, один из векторов системы линейно выражается через два других. Тогда из свойств линейно зависимых систем векторов следует линейная зависимость системы векторов

$$\left\{ \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right\}. \otimes$$

**Пример 2.3.5.** Выяснить вопрос о линейной зависимости или линейной независимости следующей системы вектор-столбцов:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_4\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

**Решение.** Составим линейную комбинацию векторов системы с произвольными коэффициентами и потребуем, чтобы её значением был нуль вектор-столбец:

$$\alpha_1 |a_1\rangle + \alpha_2 |a_2\rangle + \alpha_3 |a_3\rangle + \alpha_4 |a_4\rangle = |0\rangle \Rightarrow$$

$$\alpha_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \alpha_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Используя правила выполнения операций с вектор-столбцами, получаем

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1 + \alpha_2 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \alpha_1 + \alpha_2 = 0, \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 0. \end{cases}$$

Совершая последовательные подстановки из первого уравнения во второе, из второго в третье и так далее, получаем, что

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0,$$

что и доказывает линейную независимость данной системы вектор-столбцов.  $\otimes$

**Пример 2.3.6.** Пусть

$$\left\{ \begin{array}{cccccccc} \rightarrow & \rightarrow & & \rightarrow & \rightarrow & & \rightarrow & \rightarrow \\ a_1, & a_2, & \dots, & a_m, & a_{m+1}, & \dots, & a_{n-1}, & a_n \end{array} \right\}$$

– некоторая система векторов векторного пространства и пусть

$$\left\{ \begin{array}{ccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ a_1, & a_2, & \dots, & a_m \end{array} \right\},$$

– её максимальная по числу векторов линейно независимая подсистема.

Показать, что любой из векторов  $\begin{array}{ccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ a_{m+1}, & \dots, & a_{n-1}, & a_n \end{array}$  можно выразить в виде разло-

жения по векторам подсистемы  $\left\{ \begin{array}{ccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ a_1, & a_2, & \dots, & a_m \end{array} \right\}$ .

**Решение.** Так как подсистема  $\left\{ \begin{array}{ccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ a_1, & a_2, & \dots, & a_m \end{array} \right\}$  – максимальная по числу век-

торов линейно независимая система, то добавляя к ней любой из оставшихся векторов, напри-

мер, вектор  $\begin{array}{c} \rightarrow \\ a_{m+1} \end{array}$ , получим уже линейно зависимую систему

$$\left\{ \begin{array}{cccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ a_1, & a_2, & \dots, & a_m, & a_{m+1} \end{array} \right\}.$$

Следовательно, можно подобрать такие неравные одновременно нулю числа  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$ , что выполняется равенство

$$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \alpha_1 a_1 \end{array} + \begin{array}{c} \rightarrow \\ \alpha_2 a_2 \end{array} + \dots + \begin{array}{c} \rightarrow \\ \alpha_m a_m \end{array} + \begin{array}{c} \rightarrow \\ \alpha_{m+1} a_{m+1} \end{array} = \begin{array}{c} \rightarrow \\ 0 \end{array}.$$

В этом равенстве  $\alpha_{m+1} \neq 0$  так как в противном случае имели бы равенство

$$\vec{\alpha}_1 a_1 + \vec{\alpha}_2 a_2 + \dots + \vec{\alpha}_m a_m = \vec{0},$$

в котором не все коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  одновременно равны нулю. Но тогда система векторов

$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\}$  будет линейно зависимой, что противоречит условию задачи.

Из равенства

$$\vec{\alpha}_1 a_1 + \vec{\alpha}_2 a_2 + \dots + \vec{\alpha}_m a_m + \alpha_{m+1} a_{m+1} = \vec{0}$$

следует, что

$$a_{m+1} = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}} a_1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}} a_2 - \dots - \frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}} a_m.$$

Вводя обозначения

$$\beta_1 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}}, \beta_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}}, \dots, \beta_m = -\frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}},$$

получаем

$$a_{m+1} = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \dots + \beta_m a_m,$$

что и доказывает сформулированное утверждение.  $\otimes$

**Пример 2.3.7.** Дана система функций

$$e^t, e^{2t}, e^{3t}.$$

Показать, что эта система функций является линейно независимой в пространстве функций, непрерывных на промежутке  $(-\infty, +\infty)$ .

**Решение.** По определению линейной независимости условие

$$\alpha_1 e^t + \alpha_2 e^{2t} + \alpha_3 e^{3t} = 0 \quad \forall t \in (-\infty, +\infty)$$

влечёт за собой выполнение условия  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ .

Составим СЛАУ для коэффициентов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ . Для этого положим в тождестве  $t = 0$ , получим

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество по  $t$  и полагая  $t = 0$ , получим

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество ещё раз и, снова полагая  $t = 0$ , получим

$$\alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0.$$

Объединяя полученные равенства в систему уравнений для неизвестных коэффициентов, получим

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, применяя метод Гаусса, получаем единственное решение

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Таким образом, система функций  $e^t, e^{2t}, e^{3t}$  является базисом подмножества функций, непрерывных на промежутке  $(-\infty, +\infty)$ . Поэтому множество функций вида

$$f(t) = \alpha e^t + \beta e^{2t} + \lambda e^{3t}$$

образует подпространство в пространстве таких функций.  $\otimes$

**Пример 2.3.8.** Используя процедуру ортогонализации Шмидта, ортонормировать систему

векторов  $\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \right\} \subset E^4$ , заданных в некотором ортонормированном базисе

$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \subset E^4$  своими разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

**Решение.** Для ортогонализации системы векторов

$$\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \right\} \subset E^4$$

воспользуемся формулами процедуры ортогонализации Шмидта.

Для этого положим

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

то есть

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Далее имеем:

$$\begin{aligned} \vec{a}_2 &= \vec{g}_2 - \frac{\begin{pmatrix} \vec{a}_1, \vec{g}_2 \end{pmatrix}}{\|\vec{a}_1\|^2} \vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 - \\ & - \frac{1}{4} \left( 4 \begin{pmatrix} \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \end{pmatrix} \right) = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4; \\ \vec{a}_3 &= \vec{g}_3 - \frac{\begin{pmatrix} \vec{a}_1, \vec{g}_3 \end{pmatrix}}{\|\vec{a}_1\|^2} \vec{a}_1 - \frac{\begin{pmatrix} \vec{a}_2, \vec{g}_3 \end{pmatrix}}{\|\vec{a}_2\|^2} \vec{a}_2 = \\ & = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_4 - \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \end{pmatrix} - \\ & - \begin{pmatrix} 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4. \end{aligned}$$

Для получения ортонормированной системы, векторы системы нормируем:

$$\begin{aligned} \vec{e}_{a1} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \end{pmatrix}; \\ \vec{e}_{a2} &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4 \end{pmatrix}; \\ \vec{e}_{a3} &= \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4. \end{aligned}$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов  $\left\{ \vec{e}_{a1}, \vec{e}_{a2}, \vec{e}_{a3} \right\}$  ортонорми-

рованная.  $\otimes$

**Пример 2.3.9.** Показать, что линейная оболочка  $L\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2 \right\}$ , где элементы  $L$  вы-

числяются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x, \quad \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left( \vec{g}_1, \vec{g}_2 \right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2} \cdot \left( \alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1 \right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x, \quad \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

**Решение.** Находим скалярное произведение и скалярные квадраты векторов предполагаемого базиса:

$$\left( \vec{e}_1, \vec{e}_1 \right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1;$$

$$\left( \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \cdot \left( -\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 0;$$

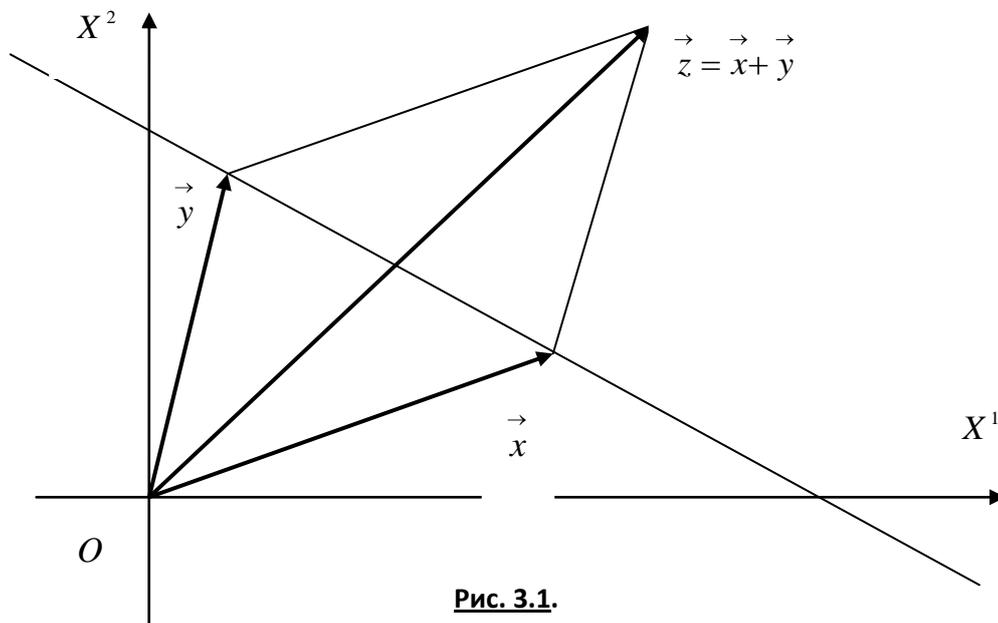
$$\left( \vec{e}_2, \vec{e}_2 \right) = 1 + 1 + \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - 1 \right) = 2 - 1 = 1.$$

Видим, что система векторов  $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$  является ортонормированной и, следовательно, её

можно принять за один из базисов линейного многообразия  $L$ .  $\otimes$

**Пример 2.3.10.** Пусть  $X$  – множество ведущих радиус-векторов точек прямой линии. Операции в этом множестве введены обычным образом. Выяснить, является ли это множество векторным подпространством евклидова пространства  $R^2$ .

Р е ш е н и е. 1) Пусть прямая не проходит через начало системы координат (рисунок 3.1).



**Рис. 3.1.**

Очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии не принадлежит множеству  $X$ , так как конечная точка радиус-вектора их суммы не лежит на данной прямой линии. Следовательно, операция сложения векторов в данном случае не является алгебраической. Множество  $X$  не является векторным подпространством пространства  $R^2$ .

2) Если прямая линия проходит через начало системы координат, то очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии принадлежит множеству  $X$  и, следовательно, операция сложения векторов в данном случае является алгебраической. Множество  $X$  является векторным подпространством пространства  $R^2$ .  $\otimes$

**Пример 2.3.11.** Дана система функций

$$\{ \cos t, \sin t, \sin 2t \}.$$

Показать, что множество функций вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t,$$

где  $\alpha, \beta, \lambda \in R^1$ , является подпространством векторного пространства функций, непрерывных на промежутке  $(-\pi, \pi)$ .

Р е ш е н и е. Покажем сначала, что система функций

$$\{ \cos t, \sin t, \sin 2t \}$$

является линейно независимой на промежутке  $(-\pi, \pi)$ .

В соответствие с определением линейной независимости потребуем выполнения условия

$$\alpha_1 \cos t + \alpha_2 \sin t + \alpha_3 \sin 2t = 0.$$

При различных значениях  $t \in \left( -\pi, \pi \right)$  получаем бесконечное множество систем линейных алгебраических уравнений. Положим, например,

$$t = 0, \quad t = \frac{\pi}{6}, \quad t = \frac{\pi}{4}.$$

Тогда имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_3 = 0, \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная система уравнений. Решая СЛАУ методом Гаусса, получаем

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Поэтому система функций  $\{ \cos t, \sin t, \sin 2t \}$  линейно независима на промежутке  $\left( -\pi, \pi \right)$ .

Легко видеть, что любая функция вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t$$

является линейной комбинацией функций системы  $\{ \cos t, \sin t, \sin 2t \}$ , что и доказывает требуемой.  $\otimes$

**Пример 2.3.12.** Показать, что система векторов

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{a}_1, & \vec{a}_2 \end{matrix} \right\} \subset E^4,$$

заданных в некотором ортонормированном базисе евклидова пространства  $E^4$

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{e}_1, & \vec{e}_2, & \vec{e}_3, & \vec{e}_4 \end{matrix} \right\} \subset E^4$$

разложениями

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= a_1^1 \vec{e}_1 + a_1^2 \vec{e}_2 + a_1^3 \vec{e}_3 + a_1^4 \vec{e}_4 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 &= a_2^1 \vec{e}_1 + a_2^2 \vec{e}_2 + a_2^3 \vec{e}_3 + a_2^4 \vec{e}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \end{aligned} \quad (1)$$

линейно независима. Дополнить систему до ортонормированного базиса всего пространства  $E^4$ .

Решение. Находим значение скалярного произведения:

$$\left( \begin{array}{c} \vec{a}_1, \vec{a}_2 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \end{array} \right) = 0.$$

Следовательно, система векторов  $\left\{ \begin{array}{c} \vec{a}_1, \vec{a}_2 \end{array} \right\}$  ортогональна.

Для того чтобы дополнить эту систему до ортогонального базиса пространства евклидова  $E^4$ , найдём векторы

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

такие, чтобы выполнялись условия

$$\begin{cases} \left( \begin{array}{c} \vec{x}, \vec{a}_1 \end{array} \right) = 0, \\ \left( \begin{array}{c} \vec{x}, \vec{a}_2 \end{array} \right) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Из условий (2) получаем СЛАУ:

$$\begin{cases} x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Решаем СЛАУ (3) методом Гаусса, принимая  $x^3$  и  $x^4$  за свободные неизвестные, то есть, например, полагая  $x^3 = a$  и  $x^4 = b$ . Полученное решение СЛАУ (3) записывается в виде

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ -b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

или

$$\vec{x} = a \vec{a}_3 + b \vec{a}_4,$$

где векторы фундаментальной системы решений

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 0\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = 0\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Легко проверяется, что фундаментальная система  $\left\{ \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\}$  ортогональна и в сово-

купности с векторами  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$  также образует ортогональную систему

$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\}$ . Для получения ортонормированного базиса пространства  $E^4$  норми-

руем векторы этой системы:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\|\vec{a}_1\|} = \frac{1}{2} \left( \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4 \right);$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\|\vec{a}_2\|} = \frac{1}{2} \left( \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \right);$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\|\vec{a}_3\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -\vec{e}_1 + \vec{e}_3 \right);$$

$$\vec{h}_4 = \frac{\vec{a}_4}{\|\vec{a}_4\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -\vec{e}_2 + \vec{e}_4 \right).$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов  $\left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3, \vec{h}_4 \right\}$  ортонор-

мирована.  $\otimes$

**Пример 2.3.13.** В евклидовом пространстве  $E^4$  в некотором ортонормированном базисе

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{e}_1, & \vec{e}_2, & \vec{e}_3, & \vec{e}_4 \end{matrix} \right\} \subset E^4$$

задана система векторов:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4, \quad \vec{a}_2 = -3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 - 5\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, можно ли на векторах этой системы как на направляющих векторах построить подпространство  $H^2$  пространства  $E^4$ . Если это возможно, то написать параметрические уравнения подпространства  $H^2$ .

2) Найти базис  $\left\{ \begin{matrix} \vec{a}_3, & \vec{a}_4 \end{matrix} \right\}$  и построить ортогональное дополнение  $H^{2\perp}$  к подпространству  $H^2$ , записать параметрические уравнения ортогонального дополнения  $H^{2\perp}$ .

**Решение.** 1) Координаты векторов системы  $\left\{ \begin{matrix} \vec{a}_1, & \vec{a}_2 \end{matrix} \right\}$  непропорциональны – век-

торы неколлинеарны. Следовательно, система векторов  $\left\{ \begin{matrix} \vec{a}_1, & \vec{a}_2 \end{matrix} \right\}$  линейно независимая.

Векторы системы могут служить одним из базисов (быть направляющими векторами) линейного двумерного многообразия. Векторное параметрическое уравнение такого многообразия в общем случае имеет вид

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2,$$

где  $\vec{x}_0$  – вектор сдвига многообразия. Если  $\vec{x}_0 = \vec{0}$ , то многообразие превращается в подпространство. В последнем случае ведущий вектор точек этого многообразия превращается в текущий вектор подпространства и представляется в виде:

$$\vec{x} = t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2.$$

Откуда имеем параметрические уравнения подпространства:

$$\begin{cases} x^1 = t_1 - 3t_2, \\ x^2 = 2t_1 + 4t_2, \\ x^3 = -3t_1 + 3t_2, \\ x^4 = t_1 - 5t_2. \end{cases}$$

Таким образом, подпространство является, очевидно, двумерной плоскостью, проходящей через начало системы координат.

2) Пусть

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

– произвольный вектор из ортогонального дополнения  $H^\perp$ . Так как система  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$  – ба-

зис подпространства  $H$ , то должны выполняться условия

$$\begin{cases} \left( \vec{a}_1, \vec{x} \right) = 0, \\ \left( \vec{a}_2, \vec{x} \right) = 0. \end{cases}$$

Эти условия приводят к СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 3x^3 + x^4 = 0, \\ -3x^1 + 4x^2 + 3x^3 - 5x^4 = 0. \end{cases}$$

Применение метода Гаусса приводит к следующему результату: СЛАУ совместна и неопределённая, а множество её решений выражается следующей формулой

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{5}a - \frac{7}{5}b \\ \frac{3}{5}a + \frac{1}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ \frac{3}{5} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -\frac{7}{5} \\ \frac{1}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

где  $a$  и  $b$  – свободные неизвестные. Следовательно, имеем векторное подпространство с направляющими векторами

$$\vec{a}_3 = \frac{9}{5} \vec{e}_1 + \frac{3}{5} \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_4 = -\frac{7}{5} \vec{e}_1 + \frac{1}{5} \vec{e}_2 + \vec{e}_4.$$

Нетрудно проверить, что полученные векторы  $\left\{ \begin{matrix} \vec{a}_3, & \vec{a}_4 \end{matrix} \right\}$  образуют линейно незави-

симую систему, а любая их линейная комбинация ортогональна любой линейной комбинации

векторов  $\left\{ \begin{matrix} \vec{a}_1, & \vec{a}_2 \end{matrix} \right\}$ .

Следовательно, на этих векторах можно построить ортогональное дополнение  $H^{2\perp}$ , параметрические уравнения которого имеют вид, аналогичный параметрическим уравнениям подпространства  $H^2$ :

$$\begin{cases} x^1 = \frac{9}{5}\tau_1 - \frac{7}{5}\tau_2, \\ x^2 = \frac{3}{5}\tau_1 + \frac{1}{5}\tau_2, \otimes \\ x^3 = \tau_1, \\ x^4 = \tau_2. \end{cases}$$

**Пример 2.3.14.** В аффинном пространстве  $A^4$  координатами относительно репера  $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$  заданы четыре точки:

$$A_1 \llbracket 4; 2; 0 \rrbracket, A_2 \llbracket 7; 3; 2 \rrbracket, A_3 \llbracket 6; 3; -1 \rrbracket, A_4 \llbracket 4; 5; 2 \rrbracket.$$

Получить уравнения гиперплоскости, проходящей через заданные точки.

**Решение.** Обозначим точку  $A_1$  через  $O^* \equiv A_1$  и примем её за начало репера на гиперплоскости  $H^3 \subset A^4$ .

Рассмотрим векторы:

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= O^* A_2 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 &= O^* A_3 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 &= O^* A_4 = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4. \end{aligned} \tag{1}$$

Требую, чтобы для линейной комбинации этих векторов выполнялось условие

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3 = \vec{0},$$

решая вытекающую из этого условия СЛАУ для неопределённых коэффициентов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  методом Гаусса, выясняем, что данное условие выполняется только при  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ .

Из этого результата заключаем, что система векторов  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$  линейно независима и

её можно выбрать в качестве базиса репера

$$\left\{ O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$$

на гиперплоскости  $H^3 \subset A^4$ .

Пусть  $M(x^1; x^2; x^3; x^4)$  – текущая точка гиперплоскости, координаты которой определены относительно репера  $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$  вмещающего пространства  $A^4$ .

Тогда её радиус-векторы  $\vec{OM}$  относительно репера  $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$  пространства

$A^4$  и  $O^*M$  относительно репера  $\left\{ O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$  гиперплоскости  $H^3 \subset A^4$  мо-

гут быть, соответственно, представлены в виде разложений:

$$\vec{x} \equiv \vec{OM} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4, \quad (2)$$

$$O^*M = t_1 \vec{a}_1 + t_2 \vec{a}_2 + t_3 \vec{a}_3.$$

Векторное уравнение гиперплоскости имеет вид:

$$\vec{x} = x_0 + O^*M, \quad (3)$$

где

$$x_0 \equiv OO^* = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3. \quad (4)$$

Подставляя (1), (2) и (4) в (3), получаем *параметрические уравнения*

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 2t_1 + t_2, \\ x^2 = 4 + 3t_1 + 2t_2, \\ x^3 = 2 + t_1 + t_2 + 3t_3, \\ x^4 = 2t_1 - t_2 + 2t_3, \end{cases} \quad (5)$$

гиперплоскости  $H^3 \subset A^4$ . Для получения неявного уравнения гиперплоскости выразим три параметра  $t_1, t_2, t_3$  из первых трёх уравнений (5), решая СЛАУ

$$\begin{cases} 2t_1 + t_2 = x^1 - 1, \\ 3t_1 + 2t_2 = x^2 - 4, \\ t_1 + t_2 + 3t_3 = x^3 - 2 \end{cases} \quad (6)$$

методом Гаусса, и подставим их в четвёртое уравнение. В процессе решения устанавливаем, что СЛАУ совместна и имеет единственное решение:

$$\begin{aligned} t_1 &= 2x^1 - x^2 + 2; \\ t_2 &= -3x^1 + 2x^2 - 5; \\ t_3 &= \frac{1}{3}x^1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Подстановка в четвёртое из уравнений (5) приводит к неявному уравнению гиперплоскости  $H^3 \subset A^4$ , проходящей через заданные четыре точки:

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0. \otimes$$

#### Практическое занятие 4

##### Операторы, матрицы, определители и СЛАУ

**Пример 2.4.1.** В пространстве  $R^3$  оператор  $\hat{P}$  действует по правилу

$$\left( \forall \vec{x} \in R^3 \right) \hat{P} \vec{x} = x^1 \vec{e}_1,$$

то есть ставит в соответствие произвольному вектору  $\vec{x}$  его координатную проекцию на ось  $OX^1$ . Показать, что оператор линейный и найти его матрицу.

Решение. покажем, что оператор линейный. По определению для линейного оператора справедливо равенство:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2\right) = \alpha_1 \hat{P} \vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{P} \vec{x}_2.$$

Проверим его выполнение для заданного оператора:

$$\begin{aligned} \hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2\right) &= \\ &= \hat{P}\left[\alpha_1\left(x_1^1 \vec{e}_1 + x_1^2 \vec{e}_2 + x_1^3 \vec{e}_3\right) + \alpha_2\left(x_2^1 \vec{e}_1 + x_2^2 \vec{e}_2 + x_2^3 \vec{e}_3\right)\right] = \\ &= \hat{P}\left[\alpha_1 x_1^1 \vec{e}_1 + \alpha_2 x_2^1 \vec{e}_1 + \alpha_1 x_1^2 \vec{e}_2 + \alpha_2 x_2^2 \vec{e}_2 + \alpha_1 x_1^3 \vec{e}_3 + \alpha_2 x_2^3 \vec{e}_3\right] = \\ &= \alpha_1 x_1^1 \vec{e}_1 + \alpha_2 x_2^1 \vec{e}_1 = \alpha_1 \hat{P} \vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{P} \vec{x}_2. \end{aligned}$$

Определение выполняется и оператор  $\hat{P}$  линейный.

Действуя оператором  $\hat{P}$  последовательно на базисные векторы, получаем:

$$\hat{P} \vec{e}_1 = 1 \cdot \vec{e}_1 = \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2 + 0 \cdot \vec{e}_3,$$

$$\hat{P} \vec{e}_2 = 0 \cdot \vec{e}_1 = 0 \cdot \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2 + 0 \cdot \vec{e}_3,$$

$$\hat{P} \vec{e}_3 = 0 \cdot \vec{e}_1 = 0 \cdot \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2 + 0 \cdot \vec{e}_3.$$

Теперь матрица оператора принимает следующий вид:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Оператор  $\hat{P}$  называется *оператором ортогонального проектирования на ось  $OX^1$* .

⊗

**Пример 2.4.2.** Показать, что оператор  $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$ , действующий по правилу

$$\left( \forall \vec{x} \in R^3 \right) \hat{A} \vec{x} = \left[ \vec{a}, \left[ \vec{x}, \vec{b} \right] \right],$$

где фиксированные векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  заданы своими разложениями

$$\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{b} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

по каноническому базису, является линейным, и найти его матрицу.

Решение. Из свойств векторного произведения следует, что:

$$\begin{aligned} \hat{A}(\alpha \vec{x} + \beta \vec{y}) &= \left[ \vec{a}, \left[ \alpha \vec{x} + \beta \vec{y}, \vec{b} \right] \right] = \left[ \vec{a}, \alpha \left[ \vec{x}, \vec{b} \right] + \beta \left[ \vec{y}, \vec{b} \right] \right] = \\ &= \alpha \left[ \vec{a}, \left[ \vec{x}, \vec{b} \right] \right] + \beta \left[ \vec{a}, \left[ \vec{y}, \vec{b} \right] \right] = \alpha \hat{A} \vec{x} + \beta \hat{A} \vec{y}. \end{aligned}$$

Матрицу оператора определяем, находя образы базисных векторов. При этом возможны три варианта решения:

- 1) использовать свойства векторного произведения;
- 2) использовать формулу для вычисления векторного произведения;
- 3) использовать для двойного векторного произведения формулу

$$\left[ \vec{A}, \left[ \vec{B}, \vec{C} \right] \right] = \vec{B}(\vec{A}, \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}, \vec{B}).$$

Используем второй вариант решения, находя векторное произведение

$$\hat{A} \vec{e}_k = \left[ \vec{a}, \left[ \vec{e}_k, \vec{b} \right] \right]$$

по формуле

$$\left[ \vec{x}, \vec{y} \right] = (x^2 y^3 - x^3 y^2) \vec{e}_1 + (x^3 y^1 - x^1 y^3) \vec{e}_2 + (x^1 y^2 - x^2 y^1) \vec{e}_3.$$

Пусть  $k = 1$ , тогда получаем:

$$\left[ \vec{e}_1, \vec{b} \right] = (0 \cdot 1 - 0 \cdot (-1)) \vec{e}_1 + (0 \cdot 1 - 1 \cdot 1) \vec{e}_2 + (0 \cdot (-1) - 0 \cdot 1) \vec{e}_3 = -\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Далее имеем:

$$\hat{A} \vec{e}_1 = \left[ \vec{a}, \left[ \vec{e}_1, \vec{b} \right] \right] = -5 \vec{e}_1 + 2 \vec{e}_2 - 2 \vec{e}_3.$$

Аналогично находим:

$$\hat{A} \vec{e}_2 = \left[ \vec{a}, \left[ \vec{e}_2, \vec{b} \right] \right] = -4 \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4 \vec{e}_3,$$

$$\hat{A} \vec{e}_3 = \left[ \vec{a}, \left[ \vec{e}_3, \vec{b} \right] \right] = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 2 \vec{e}_3.$$

Матрица оператора имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}. \otimes$$

**Пример 2.4.3.** Показать, что если  $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\} \subset X^n$  – линейно зависящая

система векторов, то и система образов  $\left\{ \hat{A} \vec{x}_1, \hat{A} \vec{x}_2, \dots, \hat{A} \vec{x}_m \right\} \subset X^n$  при действии

линейного оператора  $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$  также линейно зависима.

**Решение.** Составим справедливое в силу линейной зависимости системы векторов равенство

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0},$$

где не все коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  равны нулю одновременно. Действуя на обе ча-

сти последнего равенства оператором  $\hat{A}$ , в силу его линейности получаем:

$$\alpha_1 \hat{A} \vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{A} \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \hat{A} \vec{x}_m = \vec{0},$$

Так как среди коэффициентов  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  есть ненулевые, то система образов

$$\left\{ \hat{A} \vec{x}_1, \hat{A} \vec{x}_2, \dots, \hat{A} \vec{x}_m \right\}$$

линейно зависима.  $\otimes$

**Пример 2.4.4.** Показать, что если система

$$\left\{ \overset{\wedge}{A} \overset{\rightarrow}{x}_1, \overset{\wedge}{A} \overset{\rightarrow}{x}_2, \dots, \overset{\wedge}{A} \overset{\rightarrow}{x}_m \right\} \subset X^n$$

образов векторов системы

$$\left\{ \overset{\rightarrow}{x}_1, \overset{\rightarrow}{x}_2, \dots, \overset{\rightarrow}{x}_m \right\} \subset X^n$$

при действии оператора  $\overset{\wedge}{A}: X^n \rightarrow X^n$  линейно независимая, то и сама система

$$\left\{ \overset{\rightarrow}{x}_1, \overset{\rightarrow}{x}_2, \dots, \overset{\rightarrow}{x}_m \right\} \subset X^n \text{ также линейно независима.}$$

**Решение.** Для системы векторов  $\left\{ \overset{\rightarrow}{x}_1, \overset{\rightarrow}{x}_2, \dots, \overset{\rightarrow}{x}_m \right\}$  потребуем выполнения ра-

венства нуль вектору линейной комбинации, предполагая, что не все коэффициенты её равны нулю одновременно

$$\alpha_1 \overset{\rightarrow}{x}_1 + \alpha_2 \overset{\rightarrow}{x}_2 + \dots + \alpha_m \overset{\rightarrow}{x}_m = \overset{\rightarrow}{0},$$

то есть предположим, что система  $\left\{ \overset{\rightarrow}{x}_1, \overset{\rightarrow}{x}_2, \dots, \overset{\rightarrow}{x}_m \right\}$  линейно зависима.

Действуя на обе части равенства оператором  $\overset{\wedge}{A}$ , получим

$$\alpha_1 \overset{\wedge}{A} \overset{\rightarrow}{x}_1 + \alpha_2 \overset{\wedge}{A} \overset{\rightarrow}{x}_2 + \dots + \alpha_m \overset{\wedge}{A} \overset{\rightarrow}{x}_m = \overset{\rightarrow}{0},$$

где в силу линейной независимости системы образов векторов

$$\left\{ \overset{\wedge}{A} \overset{\rightarrow}{x}_1, \overset{\wedge}{A} \overset{\rightarrow}{x}_2, \dots, \overset{\wedge}{A} \overset{\rightarrow}{x}_m \right\}$$

выполняется условие

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 0.$$

Следовательно, предположение о линейной зависимости системы векторов

$$\left\{ \overset{\rightarrow}{x}_1, \overset{\rightarrow}{x}_2, \dots, \overset{\rightarrow}{x}_m \right\}$$

неверное. Система линейно независима.  $\otimes$

**Пример 2.4.5.** Пусть  $\vec{x} \in R^3$  – произвольный вектор. Вычислить коммутатор

$$\left[ \hat{A}, \hat{B} \right] \vec{x} \equiv \left( \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \right) \vec{x}$$

операторов  $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$  и  $\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3$ , представленных в каноническом базисе пространства  $R^3$  своими матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Решение.** Коммутатор операторов – коммутатор их матриц, равен:

$$\begin{aligned} AB - BA &= \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 32 & 22 & 16 \\ 8 & 16 & 26 \\ 12 & 8 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 & 4 & 14 \\ 15 & 12 & 23 \\ 14 & 20 & 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Находим коммутатор операторов – результат воздействия оператора  $\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$  на произвольный вектор  $\vec{x} \in R^3$ , для чего находим координаты образа вектора:

$$\left( \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \right) \vec{x} = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18x^1 + 18x^2 + 2x^3 \\ -7x^1 + 4x^2 + 3x^3 \\ -2x^1 - 12x^2 - 22x^3 \end{pmatrix}.$$

Теперь образ вектора равен:

$$\begin{aligned} \left[ \hat{A}, \hat{B} \right] \vec{x} &= \left( \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \right) \vec{x} = \left( 18x^1 + 18x^2 + 2x^3 \right) \vec{e}_1 + \\ &+ \left( -7x^1 + 4x^2 + 3x^3 \right) \vec{e}_2 + \left( -2x^1 - 12x^2 - 22x^3 \right) \vec{e}_3. \otimes \end{aligned}$$

**Пример 2.4.6.** В каноническом базисе трёхмерного пространства  $R^3$  действия операторов  $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$  и  $\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3$  на произвольный вектор  $\vec{x} \in R^3$  заданы соотношениями:

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \\ x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора  $\left(2\hat{A} + \hat{A}\hat{B}\right)\vec{x}$ .

**Решение.** Находим матрицы операторов, исходя из координатной формы записи действия оператора в фиксированном базисе:

$$A|x\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 \\ a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 \\ a_3^1 & a_3^2 & a_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^1 x^1 + a_1^2 x^2 + a_1^3 x^3 \\ a_2^1 x^1 + a_2^2 x^2 + a_2^3 x^3 \\ a_3^1 x^1 + a_3^2 x^2 + a_3^3 x^3 \end{pmatrix}.$$

Сравнивая данные условия задачи с координатной формулой действия оператора, находим их матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Производим указанные в условии задачи действия с матрицами:

$$\begin{aligned} 2A + AB &= 2 \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 4 & -10 & -6 \\ 0 & 2 & 6 \\ 4 & -10 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 & -10 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -13 & -16 \\ 0 & 3 & 10 \\ 6 & -13 & -16 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

$\rightarrow$

Находим координаты образа вектора  $\vec{x}$ , используя координатную форму записи:

$$\mathbf{A} + \mathbf{A}\mathbf{B} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -13 & -16 \\ 0 & 3 & 10 \\ 6 & -13 & -16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6x_1 - 13x_2 - 16x_3 \\ 3x_2 + 10x_3 \\ 6x_1 - 13x_2 - 16x_3 \end{pmatrix}.$$

Окончательно получаем:

$$\vec{x} = \mathbf{A}x_1 - 13x_2 - 16x_3 \vec{e}_1 + \mathbf{A}x_2 + 10x_3 \vec{e}_2 + \mathbf{A}x_1 - 13x_2 - 16x_3 \vec{e}_3. \otimes$$

**Пример 2.4.7.** Найти  $\left( \overset{\wedge}{\mathbf{A}} \vec{x} + \vec{y}, \vec{x} + \overset{\wedge}{\mathbf{B}} \vec{y} \right)$ , если

$$\vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3; \quad \vec{y} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 5\vec{e}_3;$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Решение.** 1) Находим вектор  $\overset{\wedge}{\mathbf{A}} \vec{x} + \vec{y}$  в координатном представлении:

$$\mathbf{A}|\vec{x}\rangle + |\vec{y}\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 17 \\ 18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 16 \\ 13 \end{pmatrix};$$

$$\overset{\wedge}{\mathbf{A}} \vec{x} + \vec{y} = 22\vec{e}_1 + 16\vec{e}_2 + 13\vec{e}_3.$$

2) Находим вектор  $\vec{x} + \overset{\wedge}{\mathbf{B}} \vec{y}$  в координатном представлении:

$$|\vec{x}\rangle + \mathbf{B}|\vec{y}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -20 \\ -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19 \\ -17 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\vec{x} + \overset{\wedge}{\mathbf{B}} \vec{y} = -19\vec{e}_1 - 17\vec{e}_2 - 8\vec{e}_3.$$

3) Находим указанное в условии скалярное произведение:

$$\left( \overset{\wedge}{\mathbf{A}} \vec{x} + \vec{y}, \vec{x} + \overset{\wedge}{\mathbf{B}} \vec{y} \right) = 22 \cdot \langle -19 \rangle + 16 \cdot \langle -17 \rangle + 13 \cdot \langle -8 \rangle = -794. \otimes$$

**Пример 2.4.8.** Решить методом Гаусса СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (1)$$

Р е ш е н и е. 1) Удобно поменять местами первое и второе уравнения системы (1), так как у второго уравнения коэффициент при первом неизвестном равен 1:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (2)$$

Выражаем из первого уравнения СЛАУ (2) неизвестное  $x^1$  и подставляем результат в оставшиеся уравнения:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (3)$$

Два последних уравнения в (3) одинаковы, поэтому одно уравнение можно отбросить:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (4)$$

Принимаем в (4) неизвестные  $x^3, x^4$  за свободные неизвестные и, полагая  $x^3 = a$  и  $x^4 = b$ , выражаем через них  $x^2, x^1$ , имеем общее решение СЛАУ:

$$x^2 = -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}x^4, \quad x^1 = \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b, \quad x^3 = a, \quad x^4 = b.$$

2) Приведём матричную реализацию метода Гаусса. Перепишем систему уравнений в виде расширенной матрицы и поменяем местами первую и вторую строки матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Умножая мысленно первую строку матрицы первый раз на 2, а второй раз на 3 и вычитая в реальности последовательно из второй и третьей строки (как вектор-строку), получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Вторая и третья строки матрицы идентичны, то есть второе и третье уравнения системы одинаковы. Отбрасывая третью строку, получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Эквивалентная система уравнений имеет вид (4):

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases}$$

Дальше решение повторяет выполненные в первом пункте операции.

Дадим интерпретацию полученного общего решения СЛАУ, для чего запишем вектор-столбец решения так

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b \\ -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ -\frac{17}{5} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ -\frac{7}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Если теперь переписать полученный результат в символическом виде

$$|x\rangle = |x_0\rangle + a|a\rangle + b|b\rangle,$$

где

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}, |x_0\rangle = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ -\frac{17}{5} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |b\rangle = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ -\frac{7}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

То становится очевидным, что общее решение системы уравнений с геометрической точки зрения представляет собой двумерное линейное многообразие проходящее через “точку”  $|x_0\rangle$  и имеющее направляющие векторы  $|a\rangle$  и  $|b\rangle$ .  $\otimes$

**Пример 2.4.9.** Вычислить определитель

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}.$$

**Решение.** 1) Вычтем элементы первого столбца из соответствующих элементов второго и третьего столбцов, получим:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ 4 & -5 & -9 \end{vmatrix}.$$

2) В полученном определителе в первой строке отличен от нуля только один первый элемент. Применяя формулу разложения определителя по элементам первой строки, получаем:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & -1 \\ 4 & -5 & -9 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ -5 & -9 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -9 \end{vmatrix} + \\ + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ -5 & -9 \end{vmatrix} = 45 - 5 = 40. \otimes$$

**Пример 2.4.10.** Найти матрицу, обратную матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Решение.** Определитель матрицы  $\det A = 5 \neq 0$ . Матрица  $A$  невырожденная, следовательно, обратная матрица  $A^{-1}$  существует.

Находим алгебраические дополнения элементов матрицы  $A$ :

$$A_1^1 = 1; A_2^1 = -3; A_3^1 = 1$$

$$A_1^2 = 3; A_2^2 = 1; A_3^2 = -2;$$

$$A_1^3 = -2; A_2^3 = 1; A_3^3 = 3.$$

Находим присоединённую матрицу:

$$\text{adj}A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{adj}A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Проверка по формулам  $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$  подтверждает правильность расчёта.

⊗

**Пример 2.4.11.** Матричным методом решить СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 3x^2 = 0, \\ 2x^1 + 4x^2 = 6. \end{cases}$$

**Решение.** 1) Проверяем условие невырожденности основной матрицы системы уравнений, для чего вычисляем определитель основной матрицы системы:

$$\det A = -2 \neq 0.$$

Обратная матрица существует.

2) Перепишем СЛАУ в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

3) Находим алгебраические дополнения элементов основной матрицы системы:

$$A_1^1 = 4, A_2^1 = -2, A_1^2 = -3, A_2^2 = 1.$$

4) Составляем матрицу алгебраических дополнений и, транспонируя её, находим присоединённую матрицу:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{adj}A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5) Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}A}{\det A} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

6) Находим значения неизвестных:

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow x^1 = 9, x^2 = -3. \otimes$$

**Пример 2.4.12.** Найти неизвестную матрицу  $X$  из уравнения

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Решение.** Имеем матричное уравнение вида  $AX = B$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Чтобы его решить, нужно найти матрицу  $A^{-1}$  и умножить уравнение на неё слева. Тогда решение запишется в виде  $X = A^{-1}B$ .

1) Проверяем условие невырожденности. Определитель матрицы  $A$  равен:

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 5 = 1 \neq 0.$$

Матрица невырождена, следовательно, обратная матрица существует.

2) Вычисляем алгебраические дополнения элементов матрицы  $A$ :

$$A_1^1 = 3, A_2^1 = -1, A_1^2 = -5, A_2^2 = 2.$$

Составляем союзную матрицу и находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_1^1 & A_2^1 \\ A_1^2 & A_2^2 \end{pmatrix}^T = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_1^1 & A_1^2 \\ A_2^1 & A_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3) Умножаем данное матричное уравнение на матрицу  $A^{-1}$  слева:

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Проверка правильности вычислений осуществляется путём подстановки в исходное уравнение.  $\otimes$

**Пример 2.4.13.** Решить СЛАУ, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 + x^3 = 5, \\ 2x^1 + 3x^2 + x^3 = 1, \\ 2x^1 + x^2 + 3x^3 = 11. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Вычисляем определитель матрицы СЛАУ:

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 12.$$

Так как  $\det A \neq 0$ , то система уравнений совместна и определённа.

2) Для нахождения её решения используем формулы Крамера:

$$\begin{aligned} x^1 &= \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 11 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \frac{5}{12} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \frac{11}{12} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= \frac{40}{12} - \frac{5}{12} - \frac{11}{12} = \frac{24}{12} = 2. \end{aligned}$$

Аналогично находим  $x^2$  и  $x^3$ :

$$x^2 = \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 11 & 3 \end{vmatrix} = -2; \quad x^3 = \frac{1}{12} \begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 11 \end{vmatrix} = 3. \quad \otimes$$

**Пример 2.4.14.** Пусть  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$  – некоторый (старый) базис

пространства  $X^4$  и

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора  $\hat{T}: X^4 \rightarrow X^4$  в этом базисе. Найти матрицу линейного оператора  $\hat{T}$  в новом базисе

$$\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ \mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3, \mathbf{g}_4 \end{matrix} \right\} \subset X^4,$$

если известно, что векторы нового базиса выражаются через векторы старого базиса разложениями:

$$\begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow \\ \mathbf{g}_1 = \mathbf{a}_1, & \mathbf{g}_2 = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2, & \mathbf{g}_3 = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3, & \mathbf{g}_4 = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 + \mathbf{a}_4. \end{matrix}$$

Решение. Матрица перехода от старого базиса к новому имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица невырождена, так как  $\det A = 1$ . Следовательно, существует обратная матрица. Для нахождения обратной матрицы найдём сначала алгебраические дополнения элементов матрицы  $A$ :

$$\begin{array}{cccc} A_1^1 = 1; & A_2^1 = -1; & A_3^1 = 0; & A_4^1 = 0; \\ A_1^2 = 0; & A_2^2 = 1; & A_3^2 = -1; & A_4^2 = 0; \\ A_1^3 = 0; & A_2^3 = 0; & A_3^3 = 1; & A_4^3 = -1; \\ A_1^4 = 0; & A_2^4 = 0; & A_3^4 = 0; & A_4^4 = 1. \end{array}$$

Теперь обратная матрица находится по формуле  $\hat{A} = \frac{1}{\det A} \text{adj}A$  и имеет вид:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

При переходе от старого базиса к новому базису матрица оператора  $T$  преобразуется по формуле  $T' = A^{-1} T A^T$ . Проводя вычисления, получаем матрицу  $T'$ :

$$\begin{aligned}
 T' &= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & -8 & -7 \\ 1 & 4 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix} \otimes
 \end{aligned}$$

### Практическое занятие 5

#### Ядро и ранг линейного оператора. Критерии совместности СЛАУ

**Пример 2.5.1.** Найти ядро  $K(\hat{A})$  линейного оператора  $\hat{A}: X^4 \rightarrow X^3$ , заданного в

некоторых базисах

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\} \subset X^4, \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset X^3$$

этих пространств матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Решение.** По определению ядро

$$K(\hat{A}) = \left\{ \vec{x} \in X^4 : \hat{A}\vec{x} = \vec{0} \right\},$$

поэтому

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда имеем СЛАУ вида

$$\begin{cases} x^1 + & & & 2 \cdot x^3 + 4 \cdot x^4 = 0, \\ & 3 \cdot x^2 & + & x^3 + 2 \cdot x^4 = 0, \\ & -x^2 & - & 2 \cdot x^3 = 0. \end{cases}$$

Решая эту СЛАУ, например, метом Гаусса, получаем:

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 2 & 0 \end{array} \right).$$

Принимая неизвестное  $x^4$  за свободное неизвестное и, полагая  $x^4 = t$ , где  $t$  может принимать произвольные значения из  $R$ , получаем:

$$x^3 = \frac{2}{5}t, \quad x^2 = -\frac{4}{5}t, \quad x^1 = -\frac{24}{5}t.$$

Откуда для ядра оператора имеем

$$K(\hat{A}) = \left\{ \vec{x} \in X^4 : \vec{x} = t \vec{a}; t \in R \right\},$$

где

$$\vec{a} = -\frac{24}{5} \vec{e}_1 - \frac{4}{5} \vec{e}_2 + \frac{2}{5} \vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Таким образом, ядро оператора является одномерным линейным многообразием  $L\left\{ \vec{a} \right\}$  с

направляющим вектором  $\vec{a}$ .  $\otimes$

**Пример 2.5.2.** Пусть  $Y$  – множество симметричных матриц 2-го порядка с обычными матричными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число. Показать, что это множество является векторным подпространством векторного пространства всех квадратных матриц второго порядка.

Решение. Сначала покажем, что множество  $X$  квадратных матриц 2-го порядка вида

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_1^2 & b_2^2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 \\ c_1^2 & c_2^2 \end{pmatrix}$$

является векторным пространством. Для этого надо показать, что операция сложения, являясь алгебраической, удовлетворяет четырём аксиомам для операции сложения векторного пространства.

То, что операция сложения во множестве  $X$  алгебраическая, очевидно. Легко видеть, что операция сложения ассоциативна и коммутативна, то есть

$$A + B = B + A; (A + B) + C = A + (B + C).$$

Во множестве  $X$  имеется нейтральный элемент

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

и противоположный элемент

$$-A = \begin{pmatrix} -a_1^1 & -a_2^1 \\ -a_1^2 & -a_2^2 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить и выполнение аксиом для операции умножения на число.

Легко видеть, что во множестве  $X$  каноническим базисом является система матриц вида

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Действительно, произвольная матрица может быть записана в виде разложения по матрицам этой системы:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Множество симметричных матриц  $Y$  вида

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix}$$

является подпространством векторного пространства  $X$ . Действительно, симметрические матрицы образуют подмножество пространства  $X$ . Операции сложения и умножения на число не

нарушают свойства симметричности матрицы. Действительно, результат выполнения этих операций является, очевидно, снова симметричной матрицей:

$$A + B = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^1 + b_1^1 & a_2^1 + b_2^1 \\ a_2^1 + b_2^1 & a_2^2 + b_2^2 \end{pmatrix},$$

$$\alpha A = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_1^1 & \alpha \cdot a_2^1 \\ \alpha \cdot a_2^1 & \alpha \cdot a_2^2 \end{pmatrix}. \otimes$$

**Пример 2.5.3.** Найти ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

**Решение.** 1. *Первый метод* (элементарные преобразования матрицы). Ранг матрицы подчинён неравенству  $r(A) \leq \min\{n, m\} = 3$  ( $n$  — число строк,  $m$  — число столбцов). Для нахождения ранга применим элементарные преобразования матрицы.

Вычтем первую строку матрицы из второй строки и, умножив её мысленно на 3, из третьей:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вычёркивая из матрицы третью строку, совпадающую со второй строкой, получаем

$$A \cong \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Здесь символ  $\cong$  использован для обозначения эквивалентности матриц по рангу в процессе преобразований.

Видим, что наивысший порядок отличного от нуля минора равен 2 (левый угловой минор является треугольным). Таким образом, ранг матрицы  $r = 2$ .

2. *Второй метод* (окаймляющих миноров). Минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = 5 \neq 0. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

Минор, окаймляющий первый минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0.$$

Следующий окаймляющий минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0.$$

Все окаймляющие миноры равны нулю, следовательно, ранг матрицы

$$r(\mathbf{A}) = 2. \otimes$$

**Пример 2.5.4.** Найти ранг  $r(\hat{A})$ , множество значений  $\hat{A} \in \mathbb{K}^{5 \times 3}$  и дефект  $d(\hat{A})$  ли-

нейного оператора  $\hat{A}: X^5 \rightarrow X^3$ , если этот оператор в некоторых базисах пространств  $X^5$  и  $X^3$  имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

**Решение.** Пусть отмечены базисы

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5 \subset X^5, \quad \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \subset X^3,$$

в которых матрица оператора имеет указанный вид.

1) Находим ранг матрицы оператора:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & -7 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 0 & -9 & 8 & 12 \end{pmatrix}.$$

Угловой минор третьего порядка преобразованной матрицы

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & -9 \end{vmatrix} = -9 \neq 0,$$

следовательно, ранг матрицы  $r(\hat{A}) = 3$ .

2) Вектор-столбцы преобразованной матрицы, образующие её базисный минор, составлены из координат базисных векторов множества значений оператора, то есть базис множества значений имеет вид

$$|a\rangle_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 10 \\ -9 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{g}_2,$$

$$\vec{a}_3 = -2\vec{g}_1 + 10\vec{g}_2 - 9\vec{g}_3.$$

Множеством значений оператора является линейная оболочка системы векторов

$$\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 :$$

$$\hat{A} X^5 = \vec{y} \in X^3 : \forall \alpha, \beta, \eta \in R^1 \quad \vec{y} = \alpha \cdot \vec{a}_1 + \beta \cdot \vec{a}_2 + \eta \cdot \vec{a}_3 ,$$

3) По теореме о связи ранга и дефекта линейного оператора имеем

$$r(\hat{A}) + d(\hat{A}) = 5,$$

откуда получаем  $d(\hat{A}) = 2$ . Итак,  $r(\hat{A}) = 3$ ,  $d(\hat{A}) = 2$ .  $\otimes$

**Пример 2.5.5.** Найти базисы суммы и пересечения подпространств

$$L_1 \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} = \left\{ \alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3 \right\},$$

$$L_2 \left\{ \vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3 \right\} = \left\{ \beta_1 \vec{b}_1 + \beta_2 \vec{b}_2 + \beta_3 \vec{b}_3 \right\},$$

если  $\alpha_k, \beta_k \in R^1$  и

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3;$$

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3, \quad \vec{b}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3.$$

Решение. Находим базисы подпространств:

$$\dim L_1 = r \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} = 2, \text{ базисный минор } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\dim L_2 = r \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} = 2, \text{ базисный минор } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}.$$

Базисом  $L_1$  является подсистема

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

а базисом  $L_2$  подсистема

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$$

Чтобы найти базис подпространства  $L_1 + L_2$ , вычислим ранг матрицы, столбцами ко-

торой являются векторы  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1, \vec{b}_2$ :

$$r \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = 3, \text{ базисный минор } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем

$$\dim \langle L_1 + L_2 \rangle = 3$$

и базис подпространства  $L_1 + L_2$  есть система  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1 \right\}$ .

Теперь базис пересечения подпространств

$$\dim \langle L_1 \cap L_2 \rangle = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim \langle L_1 + L_2 \rangle = 4 - 3 = 1.$$

Таким образом, базис  $L_1 \cap L_2$  состоит из одного вектора.

Вектор  $\vec{b}_2$  разложим по базису  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1 \right\}$  подпространства  $L_1 + L_2$ :

$$\vec{b}_2 = \alpha_2^1 \vec{a}_1 + \alpha_2^2 \vec{a}_2 + \beta_2^1 \vec{b}_1.$$

Составляем систему уравнений, используя разложения векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$$

Решение этой СЛАУ даёт:

$$\alpha_2^1 = 2, \quad \alpha_2^2 = 1, \quad \beta_2^1 = -1,$$

Таким образом,

$$\vec{b}_2 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{b}_1,$$

Следовательно, вектор

$$\vec{c} = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 = 3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

является базисом подпространства  $L_1 \cap L_2$ .  $\otimes$

**Пример 2.5.6.** Выяснить вопрос о совместности СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 = 3, \\ x^1 + 3x^2 - x^3 = 1, \\ 3x^1 - x^2 + x^3 = 7. \end{cases}$$

**Решение.** Выписываем основную и расширенную матрицы СЛАУ:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & | & 3 \\ 1 & 3 & -1 & | & 1 \\ 3 & -1 & 1 & | & 7 \end{pmatrix}.$$

Минор второго порядка в левом верхнем углу (см. предыдущий пример) равен  $5 \neq 0$ . Все миноры третьего порядка, как у матрицы  $A$ , так и у матрицы  $B$ , равны нулю: ранги основной и расширенной матриц  $r \overline{A} = r \overline{B} = 2$ . Следовательно, СЛАУ совместна.  $\otimes$

**Пример 2.5.7.** Выяснить, при каких значениях параметра  $a$  СЛАУ с основной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

и столбцом правых частей  $\langle b \rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}$  является совместной.

**Решение.** Нетрудно видеть, что ранг матрицы  $A$  СЛАУ  $r \overline{A} = 2$ . Расширенная матрица имеет вид

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 & 1 & a \end{pmatrix}.$$

Вычеркнем в расширенной матрице третий и четвёртый столбцы. Так как ранг матрицы не изменится, то имеем

$$\det B = \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & a \end{pmatrix} = 3a + 6.$$

Если  $a \neq -2$ , то  $\det B \neq 0$  и  $r \overline{B} = 3 \neq r \overline{A}$  – СЛАУ несовместна. Если  $a = -2$ , то  $\det B = 0$ . Так как у матрицы  $B$  имеются отличные от нуля миноры, то  $r \overline{B} = 2 = r \overline{A}$ . Поэтому при  $a = -2$  СЛАУ совместна.  $\otimes$

## Задания для самостоятельной работы

### Векторная алгебра

1. Даны векторы  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$ ,  $\vec{z}$ . Найти линейную комбинацию (вектор)

$$\vec{u} = \alpha \vec{x} + \beta \vec{y} + \gamma \vec{z}$$

и норму (длину) вектора  $\vec{u}$ :

$$1) \vec{x} = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2, \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\alpha = 4, \beta = -3, \gamma = 1;$$

$$2) \vec{x} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3, \vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{z} = -\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\alpha = -4, \beta = 3, \gamma = -2;$$

$$3) \vec{x} = \vec{e}_1 - 6\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \vec{y} = -3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{z} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3,$$

$$\alpha = 7, \beta = -5, \gamma = -1.$$

2. Найти косинус угла между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ , если:

$$1) A(2; -2; 3), B(1; 2), C(4; -4; 5);$$

$$2) A(2; -2; 6), B(12; -2; -3), C(9; -2; -6);$$

$$3) A(3; -1), B(5; -2), C(1; 1).$$

3. На плоскости  $R^2$  заданы своими координатами три вершины  $A$ ,  $B$  и  $C$  параллелограмма.

Найти:

1) координаты четвёртой вершины  $D$ ;

2) косинус угла между сторонами  $AB$  и  $AC$ ;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

$$1) A(1; 2; -2), B(4; -5), C(1; 0);$$

$$2) A(2; -2; 0), B(1; -2; 4), C(6; -2; 1);$$

$$3) A(3; -1), B(2; 0), C(4; 4; -1).$$

4. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства  $R^3$  своими координатами заданы векторы  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$ . Найти  $\left( \alpha \vec{x} + \beta \vec{y}, \gamma \vec{x} + \lambda \vec{y} \right)$ , если дано:

$$1) \vec{x} = e_1 + 5e_2 + e_3, \vec{y} = e_1 + 7e_2 + e_3,$$

$$\alpha = 4, \beta = -3, \gamma = 1, \lambda = 2;$$

$$2) \vec{x} = 2e_1 + 5e_2 + 8e_3, \vec{y} = e_1 - 3e_2 - 7e_3,$$

$$\alpha = -2, \beta = -5, \gamma = -1, \lambda = -2;$$

$$3) \vec{x} = -2e_1 + 4e_2 - 8e_3, \vec{y} = 5e_1 + 3e_2 + 7e_3,$$

$$\alpha = 11, \beta = 6, \gamma = 2, \lambda = -7.$$

5. Найти  $\left( \vec{x} - 4\vec{y}, 6\vec{x} + \vec{y} \right)$ , если дано:

$$1) \|\vec{x}\| = 4, \|\vec{y}\| = 5, \left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} = \frac{\pi}{4};$$

$$2) \|\vec{x}\| = 6, \|\vec{y}\| = 1, \left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} = \frac{\pi}{3};$$

$$3) \|\vec{x}\| = 2,5, \|\vec{y}\| = 1,5, \left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\} = \frac{\pi}{6}.$$

6. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства  $R^3$  своими координатами задан вектор  $\vec{x}$ . Найти направляющие косинусы и орт данного вектора, если дано:

$$1) \vec{x} = e_1 - 2e_2 + 4e_3;$$

$$2) \vec{x} = -e_1 - 3e_2 + 5e_3;$$

$$3) \vec{x} = 5e_1 - e_2 - 6e_3.$$

### Прямые линии и плоскости

1. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах:

$$1) \vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2, \vec{y} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_3, \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3;$$

$$2) \vec{x} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} = 5\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{z} = -\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3;$$

$$3) \vec{x} = 6\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{y} = 2\vec{e}_2, \vec{z} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$ , если дано:

$$1) \vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b}, \vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}, \|\vec{a}\| = 2, \|\vec{b}\| = 1, \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = \frac{\pi}{6};$$

$$2) \vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b}, \vec{y} = \vec{a} - 3\vec{b}, \|\vec{a}\| = 2, \|\vec{b}\| = 2, \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = \frac{\pi}{4};$$

$$3) \vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}, \vec{y} = \vec{a} + 3\vec{b}, \|\vec{a}\| = 1, \|\vec{b}\| = 2, \left\{ \vec{a}, \vec{b} \right\} = \frac{\pi}{2}.$$

3. В пространстве  $R^3$  получить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2; 3; \_)$ ,  $B(3; 1; \_)$ ,  $C(1; 2; \_)$  и найти косинусы углов, образованных её нормальным вектором с осями координат. Построить эту плоскость.

4. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей, проходящих через точки  $A_1(0; 0; 0)$ ;  $B_1(3; 0; \_)$ ;  $C_1(0; 3; 3)$  и  $A_2(4; 5; 0)$ ;  $B_2(6; 3; \_)$ ;  $C_2(0; 0; 7)$  соответственно.

5. В пространстве  $R^3$  получить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(7; 3; \_)$  и имеющей нормальный вектор, заданный точками  $M_1(2; -1; -8)$  и  $M_2(1; 8; \_)$ . Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{ON}_1$ ,  $\vec{ON}_2$  и  $\vec{ON}_3$ , где  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N_3$  — точки пересечения данной плоскости и осей координат.

6. В пространстве  $R^3$  найти угол между плоскостями, проходящими через точки  $M_1, M_2, M_3$  и  $N_1, N_2, N_3$ :

$$\begin{aligned}
 &1) \vec{M}_1 (0; 7; -4); \vec{M}_2 (4; 8; -1); \vec{M}_3 (-2; 1; 3); \\
 &N_1 (4; 3; 1); N_2 (4; 0; 3); N_3 (4; 2; 0); \\
 &2) \vec{M}_1 (4; -2; 2); \vec{M}_2 (-3; 2; 3); \vec{M}_3 (4; 0; 6); \\
 &N_1 (0; 3; 5); N_2 (0; -1; 3); N_3 (4; 0; 0).
 \end{aligned}$$

7. Найти точку пересечения прямой линии и плоскости:

$$1) \frac{x^1 - 2}{1} = \frac{x^2 - 3}{1} = \frac{x^3 + 1}{-4}, x^1 + x^2 + 3x^3 - 10 = 0;$$

$$2) \frac{x^1 + 1}{2} = \frac{x^2 - 3}{-4} = \frac{x^3 + 1}{5}, x^1 + 2x^2 - x^3 + 5 = 0.$$

8. Найти координаты проекции точки  $M_0$  на плоскость:

$$1) M_0 (0; -3; -2); 2x^1 + 10x^2 + 10x^3 - 1 = 0;$$

$$2) M_0 (4; 0; -1); 2x^2 + 4x^3 - 1 = 0.$$

9. В пространстве  $R^3$  найти расстояние от точки  $M_0$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1, M_2$  и  $M_3$ :

$$1) M_1 (0; 7; -4), M_2 (4; 8; -1), M_3 (-2; 1; 3), M_0 (-10; 11; 13);$$

$$2) M_1 (4; 8; 3), M_2 (0; 5; 6), M_3 (4; 7; 4), M_0 (4; 17; 14);$$

$$3) M_1 (4; 3; 5), M_2 (-5; 5; 2), M_3 (4; -1; 8), M_0 (0; 0; 0).$$

### Операторы, матрицы

1. Пусть  $\vec{a} \neq \vec{0}$  – некоторый фиксированный вектор из  $R^3$ , а операторы  $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$  и

$\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3$ , действуют по правилам  $\left( \forall \vec{x} \in R^3 \right)$

$$1) \hat{A} \vec{x} = \left( \vec{a}, \vec{x} \right) \vec{a}, 2) \hat{A} \vec{x} = \begin{bmatrix} \vec{a} \\ \vec{x} \end{bmatrix}.$$

Показать, что эти операторы линейные и найти их матрицы.

2. Показать, что операторы

$$\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3, \hat{B}: R^3 \rightarrow R^3, \hat{C}: R^3 \rightarrow R^3,$$

действие которых задано координатными соотношениями

$$1) \hat{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix},$$

$$2) \hat{B} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix},$$

$$3) \hat{C} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - 2x_2 - x_3 \\ 3x_1 - 2x_2 \\ 3x_2 + x_3 \end{pmatrix},$$

являются линейными и записать их матрицы.

3. В каноническом базисе трёхмерного пространства  $R^3$  действия операторов  $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$

и  $\hat{B}: R^3 \rightarrow R^3$  на произвольный вектор  $\vec{x} \in R^3$  заданы соотношениями:

$$\hat{A} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \hat{B} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 - x_2 - x_3 \\ 2x_1 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора:

$$1) \left( \hat{A}^2 + 2\hat{B} \right) \vec{x}; 2) \left( 2\hat{A}^2 + 3\hat{B}^2 \right) \vec{x}; 3) \left( \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \right) \vec{x}.$$

4. Найти матрицы, обратные данным матрицам:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; б) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; в) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить СЛАУ матричным методом и по формулам Крамера:

$$1) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 4; \end{array} \right. \quad 2) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 + x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = -9. \end{array} \right.$$

6. Найти решение СЛАУ по формулам Крамера:

$$1) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10; \end{array} \right. \quad 2) \left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11; \end{array} \right.$$

$$3) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{array} \right.$$

7. Разложить вектор  $\vec{x}$  по системе векторов  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ :

$$1) \vec{a}_1 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3, \quad \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3,$$

$$\vec{x} = -2\vec{e}_1 + 9\vec{e}_3.$$

$$2) \vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2, \quad \vec{a}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_3 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,$$

$$\vec{x} = 5\vec{e}_1 - 12\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

$$3) \vec{a}_1 = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{a}_2 = -3\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\vec{x} = 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

8. В каноническом базисе пространства  $R^3$  дана линейно независимая система векторов

$$\vec{x}_1 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,$$

$$\vec{x}_2 = 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_3 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_3$$

и матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Будет ли линейно независимой система векторов  $\hat{A}x_1, 2\hat{A}x_2, 3\hat{A}x_3$ ?

9. Проверить, что  $(AB)C = A(BC)$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

10. Вычислить многочлен

$$P(X) = X^3 - 3X + 2$$

от матрицы

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

11. Найти матрицу  $X$ , удовлетворяющую условию:

$$\text{а) } 5A + 2X = 0, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 8 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix};$$

$$\text{и) } (A + 3X) = 2B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}.$$

12. Вычислить определители:

$$\text{ф) } \begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix}.$$

13. Решить уравнения:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0;$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

14. Решить неравенства:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1;$$

$$\text{б) } \begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0.$$

15. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}.$$

16. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } X \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

17. Решить методом Гаусса СЛАУ:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x^1 - x^2 - x^3 = 4, \\ 3x^1 + 4x^2 - 2x^3 = 11, \\ 3x^1 - 2x^2 + 4x^3 = 11; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^1 + 2x^2 + 3x^3 - 2x^4 = 6, \\ 2x^1 - x^2 - 2x^3 - 3x^4 = 8, \\ 3x^1 + 2x^2 - x^3 + 2x^4 = 4, \\ 2x^1 - 3x^2 + 2x^3 + x^4 = -8. \end{cases}$$

18. Пространство  $R^3$  подвергается деформации под действием линейного оператора  $\hat{A}$ , заданного в каноническом базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти объём треугольной пирамиды с вершинами

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}; C \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}; D \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

до и после деформации пространства.

19. Пусть  $\left\{ \begin{matrix} \vec{a}_1, & \vec{a}_2, & \vec{a}_3, & \vec{a}_4 \end{matrix} \right\} \subset X^4$  – некоторый базис, а

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора  $\hat{T} : X^4 \rightarrow X^4$ . Найти матрицу оператора в базисе

$\left\{ \begin{matrix} \vec{g}_1, & \vec{g}_2, & \vec{g}_3, & \vec{g}_4 \end{matrix} \right\} \subset X^4$ , если:

$$\text{a) } \vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4, \vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + \vec{a}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 4\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 + 2\vec{a}_3 + \vec{a}_4, \vec{g}_4 = 5\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4;$$

$$\text{б) } \vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 3\vec{a}_4, \vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 2\vec{a}_1 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4, \vec{g}_4 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + 2\vec{a}_4.$$

20. Используя понятие ранга матрицы и теоремы о совместности, выяснить вопрос о совместности следующих СЛАУ:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0, \\ x^1 + 2x^2 + 3x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + 4x^2 + 5x^3 + 2x^4 = 0, \\ x^1 - x^3 + 3x^4 = 0. \end{cases}$$

21. При каких значениях параметра  $a$  СЛАУ является совместной:

$$\text{a) } \begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 + x^4 = a, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 - x^4 = -1, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 + 5x^4 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x^1 - 5x^2 + 2x^3 + 4x^4 = 2, \\ 7x^1 - 4x^2 + x^3 + 3x^4 = a, \\ 5x^1 + ax^2 - 4x^3 - 6x^4 = 3. \end{cases}$$

22. Найти ядро оператора, заданного в пространстве  $R^3$  своей матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дать геометрическую интерпретацию и получить параметрические уравнения ядра.

23. Найти ядро, дефект, ранг и множество значений линейного оператора  $\hat{A}: R^m \rightarrow R^n$ , заданного в некоторых базисах

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_m \right\} \subset R^m, \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n \right\} \subset R^n$$

своей матрицей:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$\text{г) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}; \text{ д) } \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 11 \end{pmatrix}; \text{ е) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

## Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

### Практическое занятие 1

Собственные и инвариантные подпространства.

Самосопряжённые и ортогональные операторы

**Пример 2.1.1.** В каноническом базисе  $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\} \subset R^2$  оператор  $\hat{T}$  задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора  $\hat{T}$ .

Р е ш е н и е. 1. Составляем характеристическое уравнение:

$$\det \langle \hat{T} - \mu \cdot I \rangle = 0; \mu^2 - 7 \cdot \mu + 10 = 0.$$

Откуда получаем собственные значения оператора  $\mu_1 = 2, \mu_2 = 5$ .

2. Находим собственный вектор, соответствующий собственному значению  $\mu_1 = 2$ ,

для чего решаем СЛАУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_1^1 = -1, x_1^2 = 1 \Rightarrow |x_1\rangle = c|a_1\rangle, c \in R^1 \Rightarrow |a_1\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c \vec{a}_1$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

3. Аналогично находим собственный вектор, соответствующий собственному значению  $\mu_2 = 5$ , решая СЛАУ

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_1^1 = c/2, x_1^2 = c, c \in R^1 \Rightarrow |x_2\rangle = c|a_2\rangle \Rightarrow |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow \\ x & = c a_2 \end{matrix}$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\begin{matrix} \rightarrow & & \rightarrow & \rightarrow \\ a_1 & = & \frac{1}{2} e_1 + e_2. \end{matrix}$$

Оператор имеет два одномерных собственных подпространства

$$L \left\{ \begin{pmatrix} \vec{a} \\ 1 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \vec{x} : \vec{x} = t \vec{a}_1; t \in R^1 \right\}$$

и

$$L \left\{ \begin{pmatrix} \vec{a} \\ 2 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \vec{x} : \vec{x} = t \vec{a}_2; t \in R^1 \right\},$$

с образующими векторами

$$\begin{matrix} \rightarrow & & \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ a_1 & = & -e_1 + e_2, & a_2 & = \frac{1}{2} e_1 + e_2. \otimes \end{matrix}$$

**Пример 2.1.2.** Найти матрицу, собственные значения и собственные подпространства оператора (аффинора) зеркального отражения относительно координатной плоскости  $X^1 O X^2$  в пространства  $R^3$ .

**Решение.** Оператор зеркального отражения в пространстве  $R^3$  относительно координатной плоскости  $X^1 O X^2$ , очевидно, действует по правилу (рисунок 7.2.1)

$$\left( \forall \vec{x} \in R^3 \right) \vec{y} = \hat{R} \vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 - x^3 \vec{e}_3.$$

Подействуем на базисные векторы оператором отражения:

$$\hat{R} \vec{e}_1 = \vec{e}_1; \hat{R} \vec{e}_2 = \vec{e}_2; \hat{R} \vec{e}_3 = -\vec{e}_3.$$

Следовательно, для матрицы оператора отражения относительно координатной плоскости

$X^1 O X^2$  получаем:

$$R = \begin{pmatrix} r_1^1 & r_2^1 & r_3^1 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 \\ r_1^3 & r_2^3 & r_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен оператора  $\hat{R}$  имеет вид:

$$R(\mu) = \det \begin{pmatrix} 1-\mu & 0 & 0 \\ 0 & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & -1-\mu \end{pmatrix} = (-\mu) \cdot (-\mu) \cdot (-1-\mu).$$

Откуда видно, что многочлен имеет простой корень  $\mu_1 = -1$  и двукратный корень  $\mu_2 = 1$ .

1) Для собственного значения  $\mu_2 = -1$  имеем

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

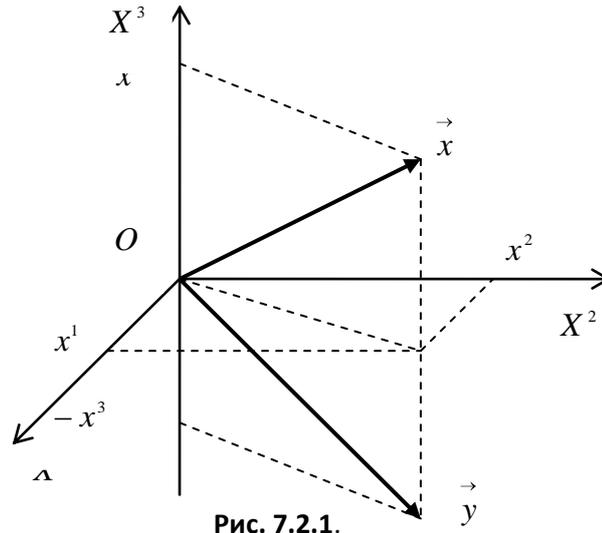
откуда

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix}, c \in R^1$$

– любое действительное число. Собственное подпространство, соответствующее собственному значению  $\mu_1 = -1$ , есть линейная оболочка вида

$$c \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow L\left\{ \begin{pmatrix} \vec{e}_3 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 : \vec{x} = c \cdot \vec{e}_3; c \in \mathbb{R}^1 \right\},$$

то есть ось  $OX^3$ .



**Рис. 7.2.1.**

2) Для собственного значения  $\mu_2 = 1$  имеем

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$|x\rangle \equiv \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где  $a, b \in \mathbb{R}^1$  – любые действительные числа. Получаем собственное подпространство, соответствующее собственному значению  $\mu_1 = 1$ , являющееся линейной оболочкой вида

$$L\left\{ \begin{pmatrix} \vec{e}_1, \vec{e}_2 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 : \vec{x} = a \cdot \vec{e}_1 + b \cdot \vec{e}_2; a, b \in \mathbb{R}^1 \right\},$$

то есть координатной плоскостью  $X^1OX^2$ . Это подпространство является прямой суммой двух собственных подпространств  $OX^1 \oplus OX^2$ .  $\otimes$

**Пример 2.1.3.** В евклидовом пространстве  $E^3$  в ортонормированном (каноническом) базисе  $\left\{ \begin{matrix} \vec{e}_1, & \vec{e}_2, & \vec{e}_3 \end{matrix} \right\}$  оператор  $\hat{T} : E^3 \rightarrow E^3$  задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора.

**Решение.** Составим характеристическое уравнение:

$$T - \mu I = \begin{pmatrix} 3-\mu & 0 & 0 \\ 1 & 2-\mu & -1 \\ 1 & -1 & 2-\mu \end{pmatrix} \Rightarrow \det(T - \mu I) = (3-\mu)(\mu^2 - 4\mu + 3) = 0.$$

Собственные значения  $\mu_1 = 1$ ,  $\mu_{2,3} = 3$ .

Собственный вектор, соответствующий  $\mu_1 = 1$  находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x^1 + 0x^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 + x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 + x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_1^2 \\ a_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Собственный вектор, соответствующий  $\mu_{2,3} = 3$  находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 0x^1 + 0x^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} a_2^1 \\ a_2^2 \\ a_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; |x_3\rangle = \begin{pmatrix} a_3^1 \\ a_3^2 \\ a_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем два собственных подпространства:

$$X_1 = \{ \vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1; t \in \mathbb{R}^1 \}; X_2 = \{ \vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2 + \tau\vec{a}_3; t, \tau \in \mathbb{R}^1 \}. \otimes$$

**Пример 2.1.4.** Линейный оператор  $\hat{T} : E^3 \rightarrow E^3$  в некотором ортонормированном

базисе  $\left\{ \begin{matrix} \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \end{matrix} \right\}$  задан матрицей

$$T_e = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Построить в пространстве  $E^3$  ортонормированный базис собственных векторов оператора  $\hat{T}$  и записать матрицу оператора  $\hat{T}$  в этом базисе.

**Решение.** Составим характеристический многочлен оператора  $\hat{T}$ :

$$T(\mu) = \begin{vmatrix} 11-\mu & 2 & -8 \\ 2 & 2-\mu & 10 \\ -8 & 10 & 5-\mu \end{vmatrix} = -\mu^3 + 18\mu^2 + 81\mu - 1458.$$

Откуда характеристическое уравнение

$$\mu^3 - 18\mu^2 - 81\mu + 1458 = 0 \Rightarrow \mu - 18 \mu^2 - 81 = 0,$$

или

$$\mu - 18 \mu - 9 \mu + 9 = 0.$$

Откуда собственные значения оператора

$$\mu_1 = -9, \mu_2 = 9, \mu_3 = 18.$$

Оператор является симметрическим, то есть самосопряжённым. Поэтому все собственные значения оператора различны, а собственные векторы ортогональны. Найдём собственные

векторы оператора  $\hat{T}$  в базисе  $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ .

1) Для собственного значения  $\mu_1 = -9$  имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор – угловой. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 10x^1 + x^2 = 4a, \\ 2x^1 + 11x^2 = -10a; \end{cases} \det A = 108 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ -a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, первое собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^1 = L \left\{ \begin{pmatrix} \vec{a}_1 \end{pmatrix} \right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2} \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Для собственного значения  $\mu_2 = 9$  имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 8a, \\ 2x^1 - 7x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -18 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, второе собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^2 = L \left\{ \vec{a}_2 \right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_2 = 2 \vec{e}_1 + 2 \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

3) Для собственного значения  $\mu_3 = 18$  имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для решения этой СЛАУ применим критерий нетривиальной совместности однородной СЛАУ.

Определитель СЛАУ

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{vmatrix} = 0,$$

следовательно, СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 \\ 2 & -16 \end{vmatrix} = 108.$$

Поэтому первые два уравнения СЛАУ линейно независимы. Принимая третью координату вектора за свободное неизвестное, то есть, полагая  $x^3 = a$ , где  $a$  – произвольное действительное число, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} -7x^1 + 1x^2 = -5a, \\ 2x^1 - 16x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -54 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ \frac{1}{2}a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, третье собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^3 = L \left\{ \vec{a}_3 \right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

4) Найденные собственные векторы ортогональны. Нормируем их:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\|\vec{x}_1\|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} + 1}} \vec{a}_1 = -\frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{1}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\|\vec{x}_2\|} = \frac{1}{\sqrt{4 + 4 + 1}} \vec{a}_2 = \frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{1}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\|\vec{x}_3\|} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + 1 + 1}} \vec{a}_3 = \frac{1}{3}\vec{e}_1 - \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3.$$

5) Матрица перехода от старого базиса к новому базису

$$A: \left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \rightarrow \left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$$

имеет вид:

$$A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}; \det A = -1 \neq 0; A^T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Обратная матрица к матрице перехода от старого базиса к новому базису и транспонированная к ней имеют вид:

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \operatorname{adg} A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \left( A^{-1} \right)^T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора в новом базисе  $\left\{ \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3 \right\}$ :

$$\begin{aligned} T_a &= \left( A^{-1} \right)^T T_e A^T = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix} \cdot \otimes \end{aligned}$$

**Пример 2.1.5.** В евклидовом пространстве  $E^3$  в ортонормированном (каноническом)

базисе  $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$  оператор  $\hat{T}: E^3 \rightarrow E^3$  задан матрицей

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу оператора  $\hat{T}^*$  в базисе

$$\begin{array}{cccccccccc} \rightarrow & \rightarrow \\ g_1 = e_1 + e_2 + e_3, & g_2 = e_2 + e_3, & g_3 = e_2 - e_3. \end{array}$$

Решение. Находим матрицу сопряжённого оператора в старом (ортонормированном) базисе:

$$T_e^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Записываем матрицу перехода от старого базиса к новому базису и транспонируем её:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу, обратную к матрице перехода от старого базиса к новому базису.

Определитель матрицы

$$\det A = -2.$$

Алгебраические дополнения

$$A_1^1 = -2, A_2^1 = 0, A_3^1 = 0,$$

$$A_1^2 = 2, A_2^2 = -1, A_3^2 = -1,$$

$$A_1^3 = 0, A_2^3 = -1, A_3^3 = 1;$$

$$adgA = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}; A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора  $\hat{T}^*$  в новом базисе:

$$\begin{aligned}
 T_g^* &= A^{-1 T} T_e^* A^T = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \\
 &= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \otimes
 \end{aligned}$$

**Пример 2.1.6.** Ранее показано, что линейная оболочка  $L\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2\right\}$ , где элементы  $L$

вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x, \quad \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2\right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2} \cdot (\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x, \quad \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

1) Найти матрицу оператора дифференцирования  $\hat{D}$  в базисе  $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$  и матрицу

сопряжённого оператора  $\hat{D}^*$ .

2) Выяснить, является ли оператор  $\hat{D}$  симметрическим.

**Решение.** Находим матрицу оператора дифференцирования в базисе

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2.$$

Для чего находим образы базисных векторов  $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ :

$$\begin{aligned}\hat{D} \vec{e}_1 &= \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{3} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \cos x - \sin x \rangle = \\ &= 0 \cdot \vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \vec{e}_2;\end{aligned}$$

$$\hat{D} \vec{e}_2 = \frac{d}{dx} \langle \sin x - \cos x \rangle = \cos x + \sin x = \sqrt{3} \cdot \vec{e}_1 + 0 \cdot \vec{e}_2.$$

Следовательно, матрица оператора  $\hat{D}$  в базисе  $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$  имеет вид:

$$D = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_2^1 \\ d_1^2 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Данное многообразие является вещественным пространством, поэтому матрица сопря-

жённого оператора  $\hat{D}^*$  равна транспонированной матрице оператора  $\hat{D}$ , то есть

$$D^* = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_1^2 \\ d_2^1 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как в базисе  $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$  для матрицы оператора  $\hat{D}$  имеем  $d_2^1 \neq d_1^2$ , оператор не является симметрическим.  $\otimes$

**Пример 2.1.7.** В евклидовом пространстве  $E^3$  линейный оператор  $\hat{T}$  переводит систему векторов  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$  в систему векторов  $\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \right\}$ . Является ли этот оператор самосопряжённым, если:

$$|\vec{a}_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; |\vec{a}_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; |\vec{a}_3\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$|g_1\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; |g_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; |g_3\rangle = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Решение. По условию задачи имеем

$$\hat{T} a_1 = g_1, \hat{T} a_2 = g_2, \hat{T} a_3 = g_3,$$

откуда для векторов-столбцов из координат получаем:

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_2^3 + t_3^3 = 1; \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3; \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} t_1^1 + t_2^1 = -5, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{cases}$$

Из последних равенств получаем три СЛАУ для элементов матрицы оператора:

для элементов первой строки

$$\begin{cases} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^1 + t_2^1 = -5; \end{cases}$$

для элементов второй строки

$$\begin{cases} t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1; \end{cases}$$

для элементов третьей строки

$$\begin{cases} t_2^3 + t_3^3 = 1, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{cases}$$

Решая эти СЛАУ по формулам Крамера, получаем матрицу оператора:

$$T = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Видим, что  $\forall i \neq j = 1, 2, 3 \quad t_i^j = t_j^i$ . Следовательно, оператор  $\hat{T}$  является самосопряжённым.  $\otimes$

**Пример 2.1.8.** Матрица линейного оператора  $\hat{T} : E^3 \rightarrow E^3$  в базисе векторов  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset E^3$  имеет вид:

$$T' = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выяснить, является ли оператор  $\hat{T}$  ортогональным, если в ортонормированном базисе  $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$  имеют место разложения

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \quad \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Решение. 1) *Первый способ.* Проверим выполнение определения ортогональности, то есть выполнение условия

$$\left( \forall x, y \in E^n \right) \left( \hat{T} x, \hat{T} y \right) = \left( x, y \right).$$

Найдём скалярное произведение векторов  $\vec{x}, \vec{y} \in E^3$  в произвольном базисе

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset E^3 \text{ по формуле}$$

$$\left( \vec{x}, \vec{y} \right) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g_{ij} x^i y^j,$$

где

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3, \quad \vec{y} = y^1 \vec{a}_1 + y^2 \vec{a}_2 + y^3 \vec{a}_3,$$

а матрица метрических коэффициентов имеет вид

$$G = (g_{ij}) = \begin{pmatrix} \left( \vec{a}_1, \vec{a}_1 \right) & \left( \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right) & \left( \vec{a}_1, \vec{a}_3 \right) \\ \left( \vec{a}_2, \vec{a}_1 \right) & \left( \vec{a}_2, \vec{a}_2 \right) & \left( \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right) \\ \left( \vec{a}_3, \vec{a}_1 \right) & \left( \vec{a}_3, \vec{a}_2 \right) & \left( \vec{a}_3, \vec{a}_3 \right) \end{pmatrix}.$$

Несложные вычисления показывают, что

$$G = (g_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Теперь получаем для скалярного произведения произвольных векторов  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$  следующий результат:

$$\begin{aligned} \left( \vec{x}, \vec{y} \right) &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g_{ij} x^i y^j = 2x^1 y^1 + x^1 y^2 + x^1 y^3 + \\ &+ x^2 y^1 + 2x^2 y^2 + x^2 y^3 + x^3 y^1 + x^3 y^2 + 2x^3 y^3. \end{aligned}$$

Находим координаты образов векторов  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$  при действии оператора  $\hat{T}$ :

$$\hat{T} \vec{x} = \vec{u} \Rightarrow T|x\rangle = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}x^1 + x^2 \\ -x^1 \\ \frac{2}{3}x^1 + x^3 \end{pmatrix};$$

$$\hat{T} \vec{y} = \vec{v} \Rightarrow T|y\rangle = \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ v^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \\ y^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}y^1 + y^2 \\ -y^1 \\ \frac{2}{3}y^1 + y^3 \end{pmatrix}.$$

После подстановки найденных координат образов векторов  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  и метрических коэффициентов  $g_{ij}$  в формулу для скалярного произведения

$$\left( \hat{T} \vec{x}, \hat{T} \vec{y} \right) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g_{ij} u^i v^j$$

и сравнения с формулой для скалярного произведения преобразов, убеждаемся в справедливости равенства

$$\left( \hat{T} \vec{x}, \hat{T} \vec{y} \right) = \left( \vec{x}, \vec{y} \right).$$

2) *Второй способ.* Матрица перехода от старого (ортонормированного) базиса

$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$  к новому базису  $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$  и обратная к ней матрица имеют, соответственно, вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Так как формула преобразования матрицы оператора при переходе от старого базиса к новому базису имеет вид

$$T' = A^{-1} T A^T,$$

то для матрицы оператора в старом базисе  $\left\{ \begin{matrix} \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \end{matrix} \right\}$  получаем:

$$T = A^T T' A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

Убедиться в том, что полученная матрица является ортогональной, можно с помощью свойств ортогональных матриц. Например, умножая матрицу  $T$  на транспонированную матрицу  $T^T$ , получим

$$TT^T = T^T T = I.$$

Таким образом, выполняется свойство  $T^T = T^{-1}$ . Следовательно, оператор  $\hat{T}$  и, соответственно, его матрица являются ортогональными.  $\otimes$

**Пример 2.1.9.** Пусть  $\hat{T}: X \rightarrow X$ . Показать, что если  $X_{inv}^{\mathbf{e}}$ ,  $X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$  – инвариантные подпространства оператора  $\hat{T}$ , то  $X_{inv}^{\mathbf{e}} \cap X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$  и  $X_{inv}^{\mathbf{e}} + X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$  также являются инвариантными подпространствами оператора  $\hat{T}$ .

**Решение.** Пусть  $X_{inv}^{\mathbf{e}}$ ,  $X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$  – инвариантные подпространства оператора  $\hat{T}$ . Предположим, что вектор  $\vec{x} \in X_{inv}^{\mathbf{e}} \cap X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$ . Но тогда вектор  $\vec{x} \in X_{inv}^{\mathbf{e}}$  и  $\vec{x} \in X_{inv}^{\mathbf{e}^-}$ , следовательно, и его образ

$$\hat{T} \vec{x} \in X_{inv}^{\mathbf{e}} \wedge \hat{T} \vec{x} \in X_{inv}^{\mathbf{e}^-}.$$

Теперь очевидно, что образ вектора  $\vec{x}$  принадлежит пересечению этих подпространств, то есть

$$\hat{T}^{\rightarrow} x \in X_{inv}^{\leftarrow} \cap X_{inv}^{\rightarrow}.$$

Пусть теперь

$$\hat{x} \in X_{inv}^{\leftarrow} + X_{inv}^{\rightarrow}.$$

Тогда, по определению суммы подпространств  $\hat{x} = \hat{x}_1 + \hat{x}_2$ , где  $\hat{x}_1 \in X_{inv}^{\leftarrow}$ ,

$\hat{x}_2 \in X_{inv}^{\rightarrow}$ , откуда в силу того, что снова  $\hat{T}^{\rightarrow} \hat{x} \in X_{inv}^{\leftarrow} \wedge \hat{T}^{\rightarrow} \hat{x} \in X_{inv}^{\rightarrow}$ , получаем

$$\hat{T}^{\rightarrow} \hat{x} = \hat{T}^{\rightarrow} \hat{x}_1 + \hat{T}^{\rightarrow} \hat{x}_2 \in X_{inv}^{\leftarrow} + X_{inv}^{\rightarrow} \otimes$$

**Пример 2.1.10.** Пусть  $\hat{T} : X \rightarrow X$ . Показать, что если оператор  $\hat{T}$  биективный, то его инвариантное подпространство  $X_{inv}$  является инвариантным подпространством и для обратного оператора  $\hat{T}^{-1}$ .

**Решение.** Известно, что линейный оператор  $\hat{T} : X \rightarrow X$  взаимно однозначен (биективен) в том и только в том случае, если он невырожденный.

Пусть

$$\left\{ \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_m \right\} \subset X_{inv}^m$$

– базис в  $X_{inv}^m$ , тогда система образов векторов исходной системы

$$\left\{ \hat{T} \hat{a}_1, \hat{T} \hat{a}_2, \dots, \hat{T} \hat{a}_m \right\}$$

принадлежат тому же инвариантному подпространству и образуют в нём другой базис.

Покажем сначала, что система образов линейно независима. Для этого составим линейную комбинацию образов векторов

$$\left\{ \hat{T} \hat{a}_1, \hat{T} \hat{a}_2, \dots, \hat{T} \hat{a}_m \right\}$$

и потребуем, чтобы

$$\alpha_1 \hat{T} \vec{a}_1 + \alpha_2 \hat{T} \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \hat{T} \vec{a}_m = \vec{0}.$$

Далее получаем в силу линейности оператора  $\hat{T}$

$$\hat{T} \left( \alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \vec{a}_m \right) = \vec{0}.$$

Так как оператор невырожденный, то

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_m \vec{a}_m = \vec{0}.$$

Последнее равенство, в силу линейной независимости системы

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_m \right\},$$

возможно только в случае одновременного обращения в нуль всех коэффициентов линейной комбинации. Что и доказывает линейную независимость системы образов.

Пусть теперь  $\left( \forall \vec{x} \in X_{inv}^m \right)$ . Разложим вектор  $\vec{x}$  по базису из образов векторов ис-

ходного базиса подпространства  $X_{inv}^m$ , то есть представим вектор  $\vec{x}$  в виде

$$\vec{x} = x^1 \hat{T} \vec{a}_1 + x^2 \hat{T} \vec{a}_2 + \dots + x^m \hat{T} \vec{a}_m.$$

Так как для невырожденного линейного оператора обратный оператор снова линейный, то, дей-

ствуя на обе части оператором  $\hat{T}^{-1}$ , получаем

$$\begin{aligned} \hat{T}^{-1} \vec{x} &= x^1 \hat{T}^{-1} \hat{T} \vec{a}_1 + x^2 \hat{T}^{-1} \hat{T} \vec{a}_2 + \dots + x^m \hat{T}^{-1} \hat{T} \vec{a}_m = \\ &= x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + \dots + x^m \vec{a}_m, \end{aligned}$$

причём

$$x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + \dots + x^m \vec{a}_m \in X_{inv}^m,$$

так как он разложен по базису  $X_{inv}^m$ .

Итак, получили, что если  $\vec{x} \in X_{inv}^m$ , то  $\hat{T}^{-1} \vec{x} \in X_{inv}^m$ .  $\otimes$

**Напомним определение операторного многочлена:** пусть  $\hat{T}: X^n \rightarrow X^n$  и

$$F_m(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m \in C[x]$$

– некоторый многочлен. Тогда оператор

$$F_m(\hat{T}) = a_0\hat{I} + a_1\hat{T} + a_2\hat{T}^2 + \dots + a_m\hat{T}^m$$

называется многочленом от оператора  $\hat{T}$  или **операторным многочленом**.

**Пример 2.1.11.** Показать, что любое инвариантное подпространство оператора

$\hat{T}: X^n \rightarrow X^n$  является инвариантным и для операторного многочлена

$$F_p(\hat{T}) = a_0\hat{I} + a_1\hat{T} + a_2\hat{T}^2 + \dots + a_p\hat{T}^p.$$

**Решение.** Пусть операторы  $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$  и  $\hat{B}: X^n \rightarrow X^n$  имеют одно и то же инвариантное подпространство  $Y^m \subset X^n$ . Тогда

$$\left( \forall \vec{x} \in Y^m \right) \vec{y}_1 = \hat{A}\vec{x} \in Y^m \wedge \vec{y}_2 = \hat{B}\vec{x} \in Y^m.$$

Так как любые линейные комбинации векторов подпространства  $Y^m$  снова являются векторами этого же подпространства, то имеем

$$\alpha \cdot \vec{y}_1 + \beta \cdot \vec{y}_2 = \alpha \cdot \hat{A}\vec{x} + \beta \cdot \hat{B}\vec{x} = \left( \alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B} \right) \vec{x} \in Y^m.$$

То есть подпространство  $Y^m \subset X^n$ , инвариантное относительно операторов

$\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$  и  $\hat{B}: X^n \rightarrow X^n$ , инвариантно и относительно оператора

$\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}$ . Далее, из того, что подпространство  $Y^m \subset X^n$  является инвариантным от-

носительно оператора  $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$ , следует, что оно инвариантно и относительно степе-

ней этого оператора  $\hat{A}^k$   $\forall k = 0, 1, \dots, p$ .

Теперь очевидно, что любое инвариантное подпространство оператора  $\hat{T}$  является инвариантным и относительно операторного многочлена

$$F_p(\hat{T}) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \dots + a_p \hat{T}^p. \otimes$$

## Практическое занятие 2

### Наклонная, перпендикуляр, проекция, оператор проектирования

**Пример 2.2.1.** Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов  $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \subset R^3$ , если имеют место разложения

$$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \quad \vec{x}_2 = 2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3, \quad \vec{x}_3 = 3\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Решение. Находим попарные скалярные произведения векторов системы:

$$\left(\vec{x}_1, \vec{x}_1\right) = 14, \quad \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right) = 33, \quad \left(\vec{x}_1, \vec{x}_3\right) = 47.$$

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_1\right) = 33, \quad \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) = 78, \quad \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right) = 111,$$

$$\left(\vec{x}_3, \vec{x}_1\right) = 47, \quad \left(\vec{x}_3, \vec{x}_2\right) = 111, \quad \left(\vec{x}_3, \vec{x}_3\right) = 158.$$

Составляем определитель Грама и вычисляем его значение:

$$\begin{vmatrix} 14 & 33 & 47 \\ 33 & 78 & 111 \\ 47 & 111 & 158 \end{vmatrix} = 14 \cdot \begin{vmatrix} 78 & 111 \\ 111 & 158 \end{vmatrix} - 33 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 111 \\ 47 & 158 \end{vmatrix} + 47 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 78 \\ 47 & 111 \end{vmatrix} = 0.$$

В соответствие с критерием Грама система векторов  $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$  является линейно зависимой.  $\otimes$

**Пример 2.2.2.** Радиус-вектор  $\vec{x}$  в пространстве  $R^3$  имеет разложение по стандартному базису (рисунок 1)

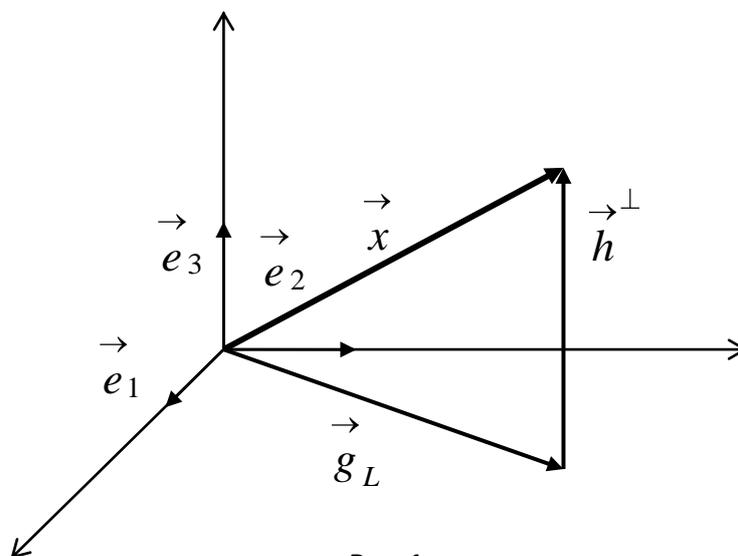
$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Обозначим координатную плоскость  $X^1OX^2$  как  $L^2$ .

Представить вектор  $\vec{x}$  в виде разложения

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^\perp,$$

где  $\vec{g}_L \in L^2$ ,  $\vec{h}^\perp \in L^{2\perp}$ .



**Рис. 1**

Решение. Разложим вектор  $\vec{g}_L$  по базису подпространства  $L^2$ :

$$\vec{g}_L = g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2.$$

Вектор

$$\vec{h}^\perp = \vec{x} - \vec{g}_L \in L^{2\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален базису подпространства  $L^2$ . Запишем условия ортогональности

вектора  $\vec{h}^\perp$  подпространству  $L^2$ , состоящие в том, что вектор  $\vec{h}^\perp$  должен быть ортогонален

всем векторам базиса  $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}$ :

$$\left( \vec{h}^\perp, \vec{e}_1 \right) = 0,$$

$$\begin{pmatrix} \vec{h}^\perp & \vec{h} \\ \vec{h} & \vec{e}_2 \end{pmatrix} = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \vec{x} - \vec{g}_L & \vec{e}_1 \end{pmatrix} = 0, \\ \begin{pmatrix} \vec{x} - \vec{g}_L & \vec{e}_2 \end{pmatrix} = 0, \end{cases}$$

которую перепишем в виде

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2 & \vec{e}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 & \vec{e}_1 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2 & \vec{e}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 & \vec{e}_2 \end{pmatrix}. \end{cases}$$

После простых преобразований имеем

$$\begin{cases} g^1 = 3, \\ g^2 = 4. \end{cases}$$

Таким образом, получаем

$$\vec{g}_L = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2.$$

Далее имеем:

$$\vec{h}^\perp = \vec{x} - \vec{g}_L = \begin{pmatrix} 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 \end{pmatrix} = 5\vec{e}_3.$$

Окончательно получаем

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^\perp = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3. \quad \otimes$$

**Пример 2.2.3.** В пространстве  $R^4$  опустить перпендикуляр из точки  $P(-1; 5; 3; 2)$  на гиперплоскость  $H^3$ , проходящую через заданные точки

$$A_1(4; 2; 0; 2), A_2(6; 7; 3; 2), A_3(6; 3; -1; 2), A_4(4; 5; 2; 2).$$

**Решение.** В пространстве  $R^4$  все координаты точек заданы в ортонормированном базисе, который обозначим  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$ . Неявное уравнение гиперплоскости получено

выше в примере 3.14 и имеет вид

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0.$$

Там же записаны направляющие векторы гиперплоскости:

$$\begin{aligned}\vec{a}_1 &= 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 &= \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 &= 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.\end{aligned}$$

Проверим, что точка  $P(-1; 5; 3; 2)$  не лежит в плоскости, для чего подставим координаты точки в неявное уравнение плоскости:

$$23 \cdot (-1) - 14 \cdot 5 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 29 = -64 \neq 0.$$

Точка плоскости не принадлежит.

Поставим в соответствие точке  $P(-1; 5; 3; 2)$  её радиус-вектор

$$\vec{x} = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4$$

– наклонную к плоскости. Представим наклонную в виде

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^\perp,$$

где вектор  $\vec{g}_L \in H^3$ , а вектор  $\vec{h}^\perp \in H^{3\perp}$ .

Вектор

$$\vec{h}^\perp = \vec{x} - \vec{g}_L \in H^{3\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален локальному базису подпространства  $H^3$ . Запишем условия

ортогональности вектора  $\vec{h}^\perp$  подпространству  $H^3$  (плоскость проходит через начало систе-

мы координат), состоящие в том, что вектор  $\vec{h}^\perp$  должен быть ортогонален всем векторам ба-

зиса  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  :

$$\left( \vec{h}^\perp, \vec{a}_1 \right) = 0, \left( \vec{h}^\perp, \vec{a}_2 \right) = 0, \left( \vec{h}^\perp, \vec{a}_3 \right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\begin{aligned}\left( \vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_1 \right) &= 0, \\ \left( \vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_2 \right) &= 0,\end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_3 \end{pmatrix} = 0.$$

Представляя наклонную  $\vec{g}_L$  разложением по направляющим векторам плоскости (по локальному базису), перепишем СЛАУ в виде

$$\begin{pmatrix} g^1 \vec{a}_1 + g^2 \vec{a}_2 + g^3 \vec{a}_3, \vec{a}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{x}, \vec{a}_1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} g^1 \vec{a}_1 + g^2 \vec{a}_2 + g^3 \vec{a}_3, \vec{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{x}, \vec{a}_2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} g^1 \vec{a}_1 + g^2 \vec{a}_2 + g^3 \vec{a}_3, \vec{a}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{x}, \vec{a}_3 \end{pmatrix},$$

или в виде

$$\begin{pmatrix} \vec{a}_1, \vec{a}_1 \end{pmatrix} g^1 + \begin{pmatrix} \vec{a}_2, \vec{a}_1 \end{pmatrix} g^2 + \begin{pmatrix} \vec{a}_3, \vec{a}_1 \end{pmatrix} g^3 = \begin{pmatrix} \vec{x}, \vec{a}_1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \vec{a}_1, \vec{a}_2 \end{pmatrix} g^1 + \begin{pmatrix} \vec{a}_2, \vec{a}_2 \end{pmatrix} g^2 + \begin{pmatrix} \vec{a}_3, \vec{a}_2 \end{pmatrix} g^3 = \begin{pmatrix} \vec{x}, \vec{a}_2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \vec{a}_1, \vec{a}_3 \end{pmatrix} g^1 + \begin{pmatrix} \vec{a}_2, \vec{a}_3 \end{pmatrix} g^2 + \begin{pmatrix} \vec{a}_3, \vec{a}_3 \end{pmatrix} g^3 = \begin{pmatrix} \vec{x}, \vec{a}_3 \end{pmatrix}.$$

Далее, находим значения попарных скалярных произведений векторов локального базиса на плоскости

$$G^T = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{a}_1, \vec{a}_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_2, \vec{a}_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_3, \vec{a}_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \vec{a}_1, \vec{a}_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_2, \vec{a}_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_3, \vec{a}_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \vec{a}_1, \vec{a}_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_2, \vec{a}_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \vec{a}_3, \vec{a}_3 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix}$$

и записываем СЛАУ в окончательном виде:

$$\begin{cases} 18g^1 + 7g^2 + 7g^3 = 20, \\ 7g^1 + 7g^2 + g^3 = 10, \\ 7g^1 + g^2 + 13g^3 = 13. \end{cases}$$

Решение СЛАУ ищем по формулам Крамера.

1) Находим определитель основной матрицы:

$$\det \begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 738.$$

СЛАУ совместна и определённа.

2) Находим определители, соответствующие каждому неизвестному:

$$\Delta_1 = \det \begin{pmatrix} 20 & 7 & 7 \\ 10 & 7 & 1 \\ 13 & 1 & 13 \end{pmatrix} = -6306,$$

$$\Delta_2 = \det \begin{pmatrix} 18 & 20 & 7 \\ 7 & 10 & 1 \\ 7 & 13 & 13 \end{pmatrix} = 573,$$

$$\Delta_3 = \det \begin{pmatrix} 18 & 7 & 20 \\ 7 & 7 & 10 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 471.$$

Записываем решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} g^1 \\ g^2 \\ g^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6306/738 \\ 573/738 \\ 471/738 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1051/123 \\ 191/123 \\ 157/123 \end{pmatrix}.$$

Записываем разложение проекции  $\vec{g}_L$  на плоскость по локальному базису:

$$\vec{g}_L = -\frac{1051}{123} \vec{a}_1 + \frac{191}{123} \vec{a}_2 + \frac{157}{123} \vec{a}_3.$$

Теперь находим перпендикуляр:

$$\vec{h}^\perp = \vec{x} - \vec{g}_L = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 - \left( -\frac{1051}{123} \vec{a}_1 + \frac{191}{123} \vec{a}_2 + \frac{157}{123} \vec{a}_3 \right).$$

Если теперь подставить в последнее равенство разложения векторов  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  по векторам ортонормированного базиса  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$ , то получим вектор  $\vec{h}$  – перпендикуляр, опущенный из конца наклонной  $\vec{g}_L$  на плоскость  $H^3$ .  $\otimes$

**Пример 2.2.4.** Записать матрицу оператора  $\hat{P}_{x^1ox^2}^\perp$  ортогонального проектирования на координатную плоскость  $X^1OX^2$  в пространстве  $R^3$ .

**Решение.** Этот оператор любому вектору пространства  $R^3$  ставит в соответствие его проекцию на координатную плоскость  $X^1OX^2$  параллельно координатной оси  $OX^3$ .

Согласно изложенной выше теории, оператор  $\hat{P}_{x^1ox^2}^\perp$  является прямой суммой единичного оператора

$$\hat{I}_{x^1ox^2} : R_{x^1ox^2}^2 \rightarrow R_{x^1ox^2}^2$$

и нулевого оператора

$$\hat{O}_{ox^3} : R_{ox^3}^1 \rightarrow R_{ox^3}^1.$$

На главной диагонали его матрицы расположены  $2 \times 2$  клетка вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и  $1 \times 1$  клетка вида  $\mathbf{0}$ . Остальные элементы равны нулю:

$$P_{x^1ox^2}^\perp = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что оператор  $\hat{P}_{x^1ox^2}^\perp$  является самосопряжённым.

Найдём, например, проекцию вектора  $\vec{x}$  из предыдущей задачи на координатную плоскость  $X^1OX^2$ . Запишем для этого образ вектора

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$$

при действии оператора  $\hat{P}_{x^1ox^2}^\perp$  в координатной форме

$$P_{x^1ox^2}^\perp |x\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Результат, очевидно, совпадает с результатом предыдущей задачи.  $\otimes$

### Практическое занятие 3

#### Квадратичные формы. Поверхности второго порядка

**Пример 2.3.1.** Привести квадратичную форму, имеющую в пространстве  $R^3$  вид

$$\varphi \left( \begin{matrix} \rightarrow \\ x, x \end{matrix} \right) = 3 \left( \begin{matrix} \rightarrow \\ x^2 \end{matrix} \right)^2 + 3 \left( \begin{matrix} \rightarrow \\ x^3 \end{matrix} \right)^2 + 4x^1x^2 + 4x^1x^3 - 2x^2x^3,$$

к каноническому виду ортогональным преобразованием.

**Решение.** Вид квадратичной формы задан в базисе

$$\begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ e_1, e_2, e_3 \end{matrix} \subset R^3.$$

Запишем симметричную матрицу квадратичной формы, для чего слагаемые с перекрёстными произведениями представим в виде суммы двух равных слагаемых:

$$\begin{aligned} \varphi \left( \begin{matrix} \rightarrow \\ x, x \end{matrix} \right) &= \\ &= 3 \left( \begin{matrix} \rightarrow \\ x^2 \end{matrix} \right)^2 + 3 \left( \begin{matrix} \rightarrow \\ x^3 \end{matrix} \right)^2 + \left( x^1x^2 + 2x^2x^1 \right) + \left( x^1x^3 + 2x^3x^1 \right) - \left( x^2x^3 + x^3x^2 \right) \\ &= 2x^1x^2 + 2x^1x^3 + 2x^2x^1 + 3 \left( \begin{matrix} \rightarrow \\ x^2 \end{matrix} \right)^2 - x^2x^3 + 2x^3x^1 - x^3x^2 + 3 \left( \begin{matrix} \rightarrow \\ x^3 \end{matrix} \right)^2. \end{aligned}$$

Теперь матрица квадратичной формы принимает вид:

$$\Phi \left( \begin{matrix} \rightarrow \\ x, x \end{matrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Запишем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} -\mu & 2 & 2 \\ 2 & 3-\mu & -1 \\ 2 & -1 & 3-\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^3 - 6\mu^2 + 32 = 0.$$

Корни характеристического уравнения  $\mu_1 = -2$ ,  $\mu_{2,3} = 4$ .

Чтобы построить матрицу ортогонального преобразования найдём собственные векторы этого оператора. Для этого решим следующие системы линейных алгебраических уравнений.

1) Случай  $\mu_1 = -2$ . Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 + 5x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 + 5x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} -2a \\ a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, первый собственный вектор

$$\vec{x}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Случай  $\mu_{2,3} = 4$ . Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} -4x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} \frac{a+b}{2} \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, второй и третий собственные векторы

$$\vec{x}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \quad \vec{x}_3 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_3.$$

$$\vec{x}_2 \quad \vec{x}_3 \quad \vec{x}_1$$

Векторы  $\vec{x}_2$  и  $\vec{x}_3$  ортогональны вектору  $\vec{x}_1$ , но не ортогональны между собой. Для ортогонализации системы собственных векторов применим алгоритм ортогонализации Шмидта. Положим

$$\vec{g}_1 = \vec{x}_1, \quad \vec{g}_2 = \vec{x}_2, \quad \vec{g}_3 = \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2.$$

Так как должно быть  $\begin{pmatrix} \vec{g}_2 \\ \vec{g}_3 \end{pmatrix} = \vec{0}$ , то

$$\left( \begin{array}{c} \vec{x}_2, \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2 \end{array} \right) = 0, \left( \begin{array}{c} \vec{x}_2, \vec{x}_3 \end{array} \right) + \alpha \left( \begin{array}{c} \vec{x}_2, \vec{x}_2 \end{array} \right) = 0.$$

Откуда

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{4}\alpha = 0, \alpha = -\frac{1}{5}.$$

Приходим к ортогональной системе собственных векторов ассоциированного оператора:

$$\vec{g}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{g}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \vec{g}_3 = \frac{2}{5}\vec{e}_1 - \frac{1}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\|\vec{g}_1\| = \sqrt{6}, \|\vec{g}_2\| = \frac{\sqrt{5}}{2}, \|\vec{g}_3\| = \frac{\sqrt{30}}{5}.$$

Нормируя эту систему, получаем:

$$\vec{h}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$

$$\vec{h}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2,$$

$$\vec{h}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Матрица ортогонального преобразования

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}$$

осуществляет переход между ортонормированными базисами

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \Rightarrow \vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3$$

и, следовательно, является ортогональной. Учитывая, что для ортогональной матрицы выполняется условие

$$A^{-1} = A^T,$$

Запишем формулу преобразования матрицы квадратичной формы при переходе от старого базиса к новому базису:

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}^T.$$

Проводя вычисления, получаем

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обозначая координаты в базисе  $\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3$  как  $y^1, y^2, y^3$ , запишем канонический вид квадратичной формы

$$\phi\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = -2 y^1{}^2 + 4 y^2{}^2 + 4 y^3{}^2. \otimes$$

**Пример 2.3.2.** Найти значения параметра  $\lambda$ , при которых является положительно определённой квадратичная форма

$$\phi\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = 4 \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}^2 + 2x^1x^2 + \begin{pmatrix} x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}^2 + 4x^1x^3 - 6x^2x^3 + \lambda \begin{pmatrix} x^3 \\ x^3 \end{pmatrix}^2.$$

**Решение.** Выпишем матрицу квадратичной формы:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Находя её главные миноры и применяя критерий Сильвестра, имеем:

$$M_1 = \varphi_{11} = 4 > 0;$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 > 0;$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{vmatrix} = 3\lambda - 52 > 0.$$

Следовательно,  $\lambda > \frac{52}{3}$ .  $\otimes$

**Пример 2.3.3.** Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 4x_2 = 0.$$

**Решение.** Уравнение перепишем в виде

$$\left(x_1 + 1\right)^2 + \left(x_2 - 2\right)^2 = 5.$$

Вводим новые координаты по формулам

$$x_1' = x_1 + 1, \quad x_2' = x_2 - 2.$$

Эти формулы описывают параллельный перенос начала системы координат в точку  $O' \left( -1; 2 \right)$ , в которой уравнение принимает вида

$$x_1'^2 + x_2'^2 = 5.$$

Это уравнение, очевидно, описывает окружность с центром в точке  $O' \left( -1; 2 \right)$  радиуса

$$R = \sqrt{5}. \quad \otimes$$

**Пример 2.3.4.** Какую линию описывает уравнение

$$x_2 = 1 - \sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}.$$

**Решение.** Уравнение переписываем в виде

$$x_2 - 1 = -\sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}$$

и возводим обе части в квадрат (приобретаем новые корни)

$$\left(x_2 - 1\right)^2 = 11 - 4x_1 - x_1^2.$$

Преобразуем уравнение, выделяя полный квадрат:

$$x_1^2 + 4x_1 + 4 + \left(x_2 - 1\right)^2 = 15,$$

$$\left(x_1 + 2\right)^2 + \left(x_2 - 1\right)^2 = 15.$$

Это уравнение описывает часть окружности с центром в точке  $O' \left( -2; 1 \right)$  радиуса

$$R = \sqrt{15}, \text{ лежащую ниже новой горизонтальной оси с уравнением } x_2 = 1. \quad \otimes$$

**Пример 2.3.5.** Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 2x_2 + 5 = 0.$$

**Решение.** Уравнение запишем в виде

$$\left(x_1 - 2\right)^2 + \left(x_2 - 1\right)^2 = 0.$$

Это уравнение описывает точку  $M \left( 2; 1 \right)$ .  $\otimes$

**Пример 2.3.6.** Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$100x_1^2 + 25x_2^2 + 200x_1 - 100x_2 - 200 = 0.$$

**Решение.** Уравнение переписываем в виде

$$100\left(x_1 + 1\right)^2 + 25\left(x_2 - 2\right)^2 = 400$$

и делим обе части на 400:

$$\frac{(x_1 + 1)^2}{4} + \frac{(x_2 - 2)^2}{16} = 1.$$

Это каноническое уравнение эллипса с центром в точке  $O'(1; 2)$  и полуосями  $a = 2$  и  $b = 4$ .  $\otimes$

**Пример 2.3.7.** Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1 = -2\sqrt{-5 - 6x_2 - x_2^2}.$$

**Решение.** Уравнение преобразуем к виду

$$x_1^2 + 4x_2 + 3 = 16,$$

возводя обе части в квадрат. Делим обе части на 16:

$$\frac{x_1^2}{16} + \frac{x_2 + 3}{4} = 1.$$

Уравнение описывает часть эллипса с центром в точке  $O'(0; -3)$  и полуосями  $a = 4$  и  $b = 2$ , лежащую слева относительно оси  $Ox_2$ .  $\otimes$

**Пример 2.3.8.** Линия второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе  $\left\{ \begin{matrix} \vec{e}_1, \\ \vec{e}_2 \end{matrix} \right\} \subset R^2$  уравнением

$$11x_1^2 - 20x_1x_2 - 4x_2^2 - 20x_1 - 8x_2 + 1 = 0.$$

Привести уравнение линии к каноническому виду и определить её тип.

**Решение.** Рассмотрим квадратичную форму

$$\begin{aligned} \varphi \begin{pmatrix} \vec{x}, \\ \vec{x} \end{pmatrix} &= 11x_1^2 - 20x_1x_2 - 4x_2^2 = \\ &= 11x_1^2 - 10x_1x_2 - 10x_2x_1 - 4x_2^2 \end{aligned}$$

Матрица квадратичной формы имеет вид

$$\Phi = \begin{pmatrix} 11 & -10 \\ -10 & -4 \end{pmatrix}.$$

Квадратичной форме  $\varphi \begin{pmatrix} \vec{x}, \\ \vec{x} \end{pmatrix}$  ставим в соответствие симметрический оператор  $\hat{T}$  с

матрицей  $T = \Phi$  и записываем характеристическое уравнение:

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} t_1^1 - \mu & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 - \mu \end{pmatrix} = 0 &\Rightarrow \begin{vmatrix} 11 - \mu & -10 \\ -10 & -4 - \mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \\ \mu^2 - 7 \cdot \mu - 144 = 0. \end{aligned}$$

Корни характеристического уравнения  $\mu_1 = -9$  и  $\mu_2 = 16$ . Находим собственные векторы оператора  $\hat{T}$ , соответствующие собственным значениям  $\mu_1 = -9$  и  $\mu_2 = 16$ , для чего решаем две однородные СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 20x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 + 5x^2 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -5 & -10 \\ -10 & -20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -5x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 - 20x^2 = 0. \end{cases}$$

Фундаментальная система решений первой СЛАУ приводит к первому собственному вектору

$$\vec{x}_1 = \frac{1}{2} \vec{e}_1 + \vec{e}_2,$$

а фундаментальная система решений второй – ко второму собственному вектору

$$\vec{x}_2 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Эти векторы ортогональны, но не нормированы. Нормируем их:

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{\|\vec{x}_1\|} \vec{x}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \frac{1}{2} \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \vec{e}_2;$$

$$\vec{a}_2 = \frac{1}{\|\vec{x}_2\|} \vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 \right) = -\frac{2}{\sqrt{5}} \vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{e}_2.$$

Матрица перехода от старого базиса к новому базису имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Преобразование от нового базиса к старому осуществляется при помощи обратной матрицы, которая в силу ортогональности матрицы  $A$  равна транспонированной к ней, то есть

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Координаты в новом базисе выражаются через координаты в старом базисе при помощи матрицы

$$\mathbf{A}^{-1} \vec{T} = \mathbf{A}^T \vec{T} = A,$$

обратный переход от новых координат к старым производится при помощи матрицы  $A^{-1}$ .  
Имеем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix}.$$

В базисе  $\left\{ \begin{matrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \end{matrix} \right\}$  квадратичная форма приводится к каноническому виду

$$\mu_1 \langle \vec{a}_1 | \vec{a}_1 \rangle + \mu_2 \langle \vec{a}_2 | \vec{a}_2 \rangle = -9 \langle \vec{a}_1 | \vec{a}_1 \rangle + 16 \langle \vec{a}_2 | \vec{a}_2 \rangle.$$

Линейные слагаемые преобразуются так:

$$-20x^1 = -\frac{20}{\sqrt{5}} y^1 + \frac{40}{\sqrt{5}} y^2;$$

$$-8x^2 = -\frac{16}{\sqrt{5}} y^1 - \frac{8}{\sqrt{5}} y^2.$$

Подстановка в уравнение приводит его к виду:

$$-9 \langle \vec{a}_1 | \vec{a}_1 \rangle + 16 \langle \vec{a}_2 | \vec{a}_2 \rangle - \frac{36}{\sqrt{5}} y^1 + \frac{32}{\sqrt{5}} y^2 + 1 = 0.$$

Выделяя полный квадрат по  $y^1$ ,  $y^2$  и приводя подобные члены, получаем каноническое уравнение линии в виде

$$-9 \left( y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \right)^2 + 16 \left( y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right)^2 + 5 = 0,$$

Откуда совершая параллельный перенос, то есть полагая

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

окончательно имеем:

$$\frac{\langle \vec{a}_1 | \vec{a}_1 \rangle}{5/9} - \frac{\langle \vec{a}_2 | \vec{a}_2 \rangle}{5/16} = 1.$$

Получили каноническое уравнение линии второго порядка – гиперболы. Отметим, что матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}$$

перехода от старого базиса к новому базису является матрицей оператора (аффинора) поворота системы координат на такой угол  $\varphi$ , что  $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$  и  $\sin \varphi = \frac{2}{\sqrt{5}}$ . Далее, в соответствии с формулами

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

осуществляется параллельный перенос начала системы координат в новое положение – точку с координатами  $O' \left( -\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}} \right)$ .  $\otimes$

**Пример 2.3.9.** Поверхность второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе  $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3$  уравнением

$$3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 12\sqrt{30}x_1 - 14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 + 506 = 0.$$

Привести уравнение поверхности к каноническому виду и определить её тип.

**Решение.** Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi \left( \begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix} \right) = 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

Матрица квадратичной формы

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения ассоциированного оператора  $\mu_1 = -2$ ,  $\mu_{2,3} = 4$ . Собственные векторы

$$\vec{x}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}} \vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}} \vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \vec{e}_2 + 0 \vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}} \vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}} \vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}} \vec{e}_3.$$

Это ортонормированная система. Матрица перехода от старого базиса к новому базису получается непосредственно из приведённых разложений:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}$$

и является ортогональной ( $A^{-1} = A^T$ ).

Преобразование координат осуществляется с помощью матрицы  $A$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{pmatrix}$$

и приводит квадратичную форму к виду

$$\varphi \begin{pmatrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{pmatrix} = 4x_1'^2 - 2x_2'^2 + 4x_3'^2.$$

Линейные члены преобразуются так:

$$-12\sqrt{30}x_1 - 14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 = -40\sqrt{6}x_1' + 12\sqrt{5}x_2'.$$

В новой системе координат уравнение поверхности принимает вид:

$$4x_1'^2 - 2x_2'^2 + 4x_3'^2 - 40\sqrt{6}x_1' + 12\sqrt{5}x_2' + 506 = 0.$$

Выделяя полные квадраты, приводим уравнение к виду

$$4\left(x_1' - 5\sqrt{6}\right)^2 - 2\left(x_2' - 3\sqrt{5}\right)^2 + 4x_3'^2 - 4 = 0.$$

Вводя обозначения  $y_1 = x_1' - 5\sqrt{6}$ ,  $y_2 = x_2' - 3\sqrt{5}$ ,  $y_3 = x_3'$ , получаем следующий вид уравнения:

$$y_1^2 - \frac{y_2^2}{2} + y_3^2 = 1.$$

Получили уравнение однополостного гиперболоида.  $\otimes$

## Задания для самостоятельной работы

### Собственные значения и собственные векторы

1. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора

$$\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3,$$

имеющего в каноническом базисе пространства  $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3$  матрицу:

$$1) A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}; 2) B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора

$\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$ , действие которого задано приведёнными ниже координатные равенства:

$$\left( \forall \vec{x} \in R^3 \right)$$

$$1) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 2x^2 \\ 3x^3 \end{pmatrix};$$

$$2) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^1 + x^2 \\ x^1 + x^2 + x^3 \end{pmatrix};$$

$$3) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 - x^2 \\ 0 \\ x^1 + x^2 \end{pmatrix};$$

$$4) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$5) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix};$$

$$6) A \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ x^3 \end{pmatrix}.$$

3. Линейный оператор  $\hat{T}: E^3 \rightarrow E^3$  в некотором ортонормированном базисе  $\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ e_1, e_2, e_3 \end{matrix} \right\}$  задан матрицей:

$$1) T = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; 2) T = \begin{pmatrix} 17 & -8 & 4 \\ -8 & 17 & -4 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix};$$

$$3) T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}; 4) T = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Построить в пространстве  $E^3$  ортонормированный базис собственных векторов оператора  $\hat{T}$  и записать матрицу оператора  $\hat{T}$  в этом базисе.

### Инвариантные подпространства

1. Пусть в пространстве зафиксирован канонический базис

$$\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ e_1, e_2, e_3 \end{matrix} \right\} \subset R^3$$

и пусть дан некоторый линейный оператор  $\hat{A}: R^3 \rightarrow R^3$ . Показать, что линейные оболочки следующего вида

$$L\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ e_1 \end{matrix} \right\}, L\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ e_2 \end{matrix} \right\}, L\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ e_3 \end{matrix} \right\}, L\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ e_1, e_2 \end{matrix} \right\}, L\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ e_1, e_3 \end{matrix} \right\}, L\left\{ \begin{matrix} \rightarrow \\ e_2, e_3 \end{matrix} \right\}$$

являются инвариантными подпространствами относительно оператора  $\hat{A}$ .

2. Пусть подпространства  $L_1 \subset X^n$  и  $L_2 \subset X^n$  инвариантны относительно оператора

$$\hat{A}: X^n \rightarrow X^n.$$

Показать, что подпространства  $L_1 + L_2$  и  $L_1 \cap L_2$  также инвариантны относительно оператора  $\hat{A}$ .

3. Показать, что если  $L \subset X^n$  – инвариантное подпространство оператора

$$\hat{A}: X^n \rightarrow X^n,$$

то  $L$  является инвариантным подпространством и относительно операторного многочлена

$$\hat{F}(\hat{A}) = a_0 I + a_1 \hat{A} + a_2 \hat{A}^2 + \dots + a_m \hat{A}^m.$$

4. Пусть  $\hat{A}: X^n \rightarrow X^n$  – некоторый линейный оператор. Доказать, что если оператор  $\hat{A}$  биективный, то его инвариантные подпространства являются инвариантными и относительно оператора  $\hat{A}^{-1}$ .

5. Пусть  $\hat{T}: R^2 \rightarrow R^2$  имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора  $\hat{T}$ , если

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Пусть  $\hat{T}: R^3 \rightarrow R^3$  имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора  $\hat{T}$ , если

$$1) T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}; 2) T = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Пусть  $\hat{T}: R^4 \rightarrow R^4$  имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти все собственные значения и собственные подпространства оператора  $\hat{T}$ .

Показать, что линейная оболочка

$$L\left\{ \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2, \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 \right\}$$

является инвариантным подпространством оператора  $\hat{T}$ .

### Геометрия пространства $E^n$

**Задание 1.** Получить параметрические и неявные уравнения плоскости  $H^m \subset R^n$ , проходящей через заданные точки

$$A_1 \left( \begin{matrix} 6 \\ 3 \\ 5 \\ 1 \end{matrix} \right), A_2 \left( \begin{matrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \right),$$

$$A_3 \left( \begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{matrix} \right), A_4 \left( \begin{matrix} 1 \\ 3 \\ -4 \\ 2 \\ -1 \end{matrix} \right).$$

**Задание 2.** Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов

$$\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \subset R^3:$$

$$1) \vec{x}_1 = -3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 5\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_2 = 6\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3,$$

$$2) \vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_2 = 4\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3,$$

$$\vec{x}_3 = 7\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3.$$

**Задание 3.** Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов

$$\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4 \subset R^4:$$

$$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{x}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{x}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$

$$\vec{x}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

**Задание 4.** Пусть  $L^3 \left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$  – линейное многообразие в  $E^4$ , а  $\vec{x}$  – наклонная

к многообразию  $L^3$ . Найти наименьший угол между вектором  $\vec{x}$  и многообразием  $L^3$ , если:

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_2 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_4.$$

**Задание 5.** В ортонормированном базисе  $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$  пространства  $E^4$  за-

дана система векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_1 - 6\vec{e}_3 - 13\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 9\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, является ли эта система векторов линейно независимой.

2) Найти объём параллелепипеда, построенного на тройке векторов

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}.$$

3) Используя процесс ортогонализации Шмидта, построить на их основе

новый ортонормированный базис пространства  $R^4$ .

**Задание 6.** В пространстве  $R^5$  найти ортонормированный базис ортогонального дополнения линейной оболочки системы векторов:

$$1) \vec{a}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_4 + 2\vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_2 = 9\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 4\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3 - \vec{e}_5;$$

$$2) \vec{a}_1 = 4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4 - 2\vec{e}_5,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_3 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_5.$$

**Задание 7.** Систему строк матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

дополнить двумя строками так, чтобы вся система стала ортогональной.

**Задание 8.** В пространстве  $R^4$  даны две плоскости  $H_1$  и  $H_2$  с направляющими векторами

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\} \subset H_1$$

и

$$\left\{ \vec{b}_1, \vec{b}_2 \right\} \subset H_2,$$

соответственно. Найти наименьший угол, образованный векторами первой плоскости с векторами второй плоскости, если:

$$1) \vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$$

$$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4;$$

$$2) \vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$$

$$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4$$

**Задание 9.** Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение:

$$1) x_2 = -1 - \frac{3}{5} \sqrt{26 - 2x_1 + x_1^2};$$

$$2) x_1 = -4x_2^2 + 8x_2 - 1;$$

$$3) x_1 = 2 - \sqrt{3 - x_2}.$$

**Задание 10.** Привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка:

$$1) 17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2 - 80 = 0;$$

$$2) 4x_1x_2 + 3x_2^2 + 16 = 0.$$

**Задание 11.** Привести к каноническому виду уравнение поверхности второго порядка:

$$1) 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3 + \frac{4}{3}x_1 - \frac{16}{3}x_2 + \frac{32}{3}x_3 + 10 = 0;$$

$$2) \alpha x_1 - 3\sqrt{2}x_2 + 2\sqrt{3}x_3 - 7 = 0,$$

где  $\alpha = 5$  или  $\alpha = 0$ .

## ЧАСТЬ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОДНОГО И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

### Практическое занятие 1. Понятие предела

#### Определение предела последовательности

**Пример 3.1.1.** Показать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$ .

**Решение.** Действительно, для произвольного  $\varepsilon > 0$  имеем:

$$\left| \frac{n+1}{n} - 1 \right| < \varepsilon \Rightarrow \left| \frac{n+1}{n} - 1 \right| = \left| \frac{n+1-n}{n} \right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Таким образом, для любого наперед заданного  $\varepsilon > 0$  мы нашли номер  $n_0 = \left[ \frac{1}{\varepsilon} \right] + 1$ ,

такой, что  $\forall n \geq n_0 \quad \left| \frac{n+1}{n} - 1 \right| < \varepsilon$ , следовательно, 1 является пределом данной последовательности.  $\otimes$

**Пример 3.3.1.2.** Доказать существование предела последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2^2+1} + \frac{1}{2^3+1} + \dots + \frac{1}{2^n+1}.$$

**Решение.** Покажем, что данная последовательность монотонна и ограничена. Из формулы общего члена последовательности имеем:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2^{n+1}+1} \Rightarrow x_{n+1} > x_n,$$

то есть последовательность монотонно возрастает и ограничена снизу, например, первым элементом  $x_1$ . При любом  $n$ , очевидно,  $\frac{1}{2^n+1} < \frac{1}{2^n}$ . Последовательность ограничена сверху:

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2^2+1} + \frac{1}{2^3+1} + \dots + \frac{1}{2^n+1} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} = \\ &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2^{n+1}}}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n} < 1. \end{aligned}$$

Последовательность монотонна и ограничена, следовательно, по критерию сходимости имеет предел.  $\otimes$

**Пример 3.3.1.3.** Доказать, что последовательность  $\left\langle \frac{1}{n} \right\rangle$  есть бесконечно малая последовательность, если

$$1) x_n = \frac{1}{n}; 2) x_n = \frac{2n}{n^3 + 1}; 3) x_n = \frac{1}{n!}; 4) x_n = \left\langle \frac{1}{n} \right\rangle \cdot 0,999^n.$$

Составить для каждого случая таблицу следующего вида:

$\varepsilon$	0,1	0,001	0,0001	...
$n_0$				

Решение. 1) По определению

$$\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} \exists n \geq n_0 \left| \frac{1}{n} - 0 \right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left| \frac{1}{n} \right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \left[ \frac{1}{\varepsilon} \right] \Rightarrow n_0 = \left[ \frac{1}{\varepsilon} \right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу  $\varepsilon$  мы нашли номер  $n_0 = n_0$  такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например,  $\varepsilon = 0,1$ . Тогда

$$n_0 = \left[ \frac{1}{1/10} \right] + 1 = 11.$$

И так далее, для указанных в таблице значений  $\varepsilon$ . Искомая таблица принимает вид:

$\varepsilon$	0,1	0,001	0,0001	...
$n_0$	11	1001	10001	...

2) По определению

$$\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N} \exists n \geq n_0 \left| \frac{2n}{n^3 + 1} - 0 \right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left| \frac{2n}{n^3+1} \right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{2n}{n^3} < \varepsilon \Rightarrow \frac{2}{n^2} < \varepsilon \Rightarrow \frac{n^2}{2} > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \Rightarrow$$

$$n > \left[ \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \right] \Rightarrow n_0 = \left[ \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу  $\varepsilon$  мы нашли номер  $n_0 = n_0(\varepsilon)$  такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n^3+1} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например,  $\varepsilon = 0,1$ . Тогда

$$n_0 = \left[ \sqrt{\frac{2}{1/10}} \right] + 1 \approx \left[ 4,472 \right] + 1 = 5.$$

И так далее, для указанных в таблице значений  $\varepsilon$ . Искомая таблица принимает вид:

$\varepsilon$	0,1	0,001	0,0001	...
$n_0$	5	46	142	...

Остальные примеры решаются аналогично и предлагаются для самостоятельного решения.  $\otimes$

### Вычисление предела последовательности

**Пример 3.3.1.4.** Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1}.$$

**Решение.** Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1} = 2 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \frac{n}{n+1} = 2 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{n}}.$$

Используя правила действий с пределами последовательностей, имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2}{n^2-1} = 2 \cdot \frac{1}{1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}} = 2. \otimes$$

**Пример 3.3.1.5.** Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{\overbrace{(n+1)} \cdot \underbrace{(n+1)}_n}{n^2}.$$

Решение. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{\overbrace{(n+1)} \cdot \underbrace{(n+1)}_n}{n^2} = \frac{2n+1}{n} \cdot \frac{3n+1}{n} = \left(2 + \frac{1}{n}\right) \cdot \left(3 + \frac{1}{n}\right).$$

Используя правила действий с пределами, имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overbrace{(n+1)} \cdot \underbrace{(n+1)}_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{n}\right) = 2 \cdot 3 = 6. \otimes$$

**Пример 3.3.1.6.** Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \sqrt{n^2 + n} - n.$$

Решение. Имеем неопределённость вида  $\left[ \infty - \infty \right]$ . Преобразуем формулу для общего члена:

$$\sqrt{n^2 + n} - n = \frac{\overbrace{(\sqrt{n^2 + n} - n)} \cdot \underbrace{(\sqrt{n^2 + n} + n)}_n}{\sqrt{n^2 + n} + n} = \frac{n}{\sqrt{n^2 + n} + n} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1}.$$

Вычисляем предел последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{2}. \otimes$$

**Пример 3.3.1.7.** Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot \overbrace{(n+1)}}.$$

Решение. Преобразуем формулу для общего члена последовательности:

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot \overbrace{(n+1)}} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = \\ &= 1 - \frac{1}{n+1}. \end{aligned}$$

Теперь

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot \overbrace{(n+1)}} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1. \otimes$$

**Пример 3.3.1.8 (неперово число  $e$ ).** Показать, что последовательность с общим членом

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

сходится, то есть, существует предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e.$$

Р е ш е н и е. Приведём значение этого числа, применяемое в обычных расчётах, не требующих слишком большой точности:  $e = 2,71828\dots$

Приступим к строгому исследованию данного предела. Докажем сходимость последовательность  $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ .

Покажем, что

$$\forall b > -1 \wedge \forall n \in \mathbb{N} \quad \left(1 + \frac{b}{n}\right)^n \geq 1 + nb.$$

Для этого применим индукцию по  $n$ :

- 1) при  $n = 1$  имеем  $1 + \frac{b}{1} \geq 1 + b$ , что всегда выполняется;
- 2) предположим, что  $\forall n = k \quad \left(1 + \frac{b}{k}\right)^k \geq 1 + kb$ ;
- 3) покажем, что  $\forall b > -1 \wedge \forall k \in \mathbb{N} \quad \left(1 + \frac{b}{k+1}\right)^{k+1} \geq 1 + (k+1)b$ .

Справедливость заключения следует из цепочки выкладок:

$$\left(1 + \frac{b}{k+1}\right)^{k+1} = \left(1 + \frac{b}{k}\right)^k \left(1 + \frac{b}{k+1}\right) \geq \left(1 + \frac{b}{k}\right) (1 + kb) = 1 + kb + b + kb^2 \geq 1 + (k+1)b,$$

так как  $kb^2 > 0$ .

Так как неравенство справедливо при  $n = 1$ , оно справедливо и при любом  $n \in \mathbb{N}$ .  
Итак,  $\forall b > -1$  и  $\forall n \in \mathbb{N}$

$$\left(1 + \frac{b}{n}\right)^n \geq 1 + nb. \quad (1)$$

Рассмотрим последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}.$$

Для этой последовательности

$$\begin{aligned} \frac{y_{n-1}}{y_n} &= \frac{\left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^n}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}} = \frac{n^{2n+1} \cdot (n-1)^n}{(n-1)^n \cdot (n+1)^{n+1} \cdot (n-1)^n} = \\ &= \frac{(n-1)^{2n+1} \cdot (n-1)^n}{(n-1)^{2n+1} \cdot n} = \frac{(n-1)^{2n+1} - 1 + 1}{(n-1)^{2n+1}} \cdot \frac{n-1}{n} = \\ &= \left(\frac{n^2 - 1 + 1}{n^2 - 1}\right)^{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} = \left(1 + \frac{1}{n^2 - 1}\right)^{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} \geq \text{используем } \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \geq 2 \\ &\geq \left(1 + \frac{1}{n^2 - 1}\right)^{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} = \left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} = 1. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \frac{y_{n-1}}{y_n} \geq 1$$

а, следовательно,  $y_n \leq y_{n-1}$ , то есть, последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

монотонно убывает. Так как

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} > 1,$$

эта последовательность ограничена снизу. Но тогда по критерию сходимости ограниченной последовательности данная последовательность сходится.

Далее имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1},$$

где использовано, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1.$$

Так как предел в правой части равенства существует

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} = e,$$

то существует и предел левой части. Итак, предел существует и обозначается

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n. \quad \otimes$$

**Пример 3.3.1.9.** Доказать неравенство Бернулли:

$$\left(1 + x_1\right)\left(1 + x_2\right) \dots \left(1 + x_n\right) \geq 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_n.$$

**Решение.** Неравенство справедливо при  $n = 1, 2$ , что легко проверяется.

Например, для  $n = 2$  имеем:

$$\left(1 + x_1\right)\left(1 + x_2\right) = 1 + x_1 + x_2 + x_1x_2 \geq 1 + x_1 + x_2.$$

Предположим, что неравенство справедливо при  $n = k$ , то есть

$$\left(1 + x_1\right)\left(1 + x_2\right) \dots \left(1 + x_k\right) \geq 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k$$

и покажем, что оно справедливо и при  $n = k + 1$ . Имеем:

$$\begin{aligned} & \left(1 + x_1\right)\left(1 + x_2\right) \dots \left(1 + x_k\right)\left(1 + x_{k+1}\right) \geq \left(1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k\right)\left(1 + x_{k+1}\right) = \\ & = 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k + x_{k+1} + \left(1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k + x_k\right)x_{k+1} \geq \\ & \geq 1 + x_1 + x_2 + \dots + x_k + x_{k+1}. \end{aligned}$$

По заключению индукции неравенство справедливо при любом  $k = n$ .  $\otimes$

**Пример 3.3.1.10.** Показать, что если  $x > -1$ , то

$$\forall x > -1, \quad 1 + nx \leq (1+x)^n,$$

причём знак равенства имеет место только при  $x = 0$ .

**Решение.** Полагая в неравенстве предыдущего примера

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = x,$$

получаем требуемое неравенство.  $\otimes$

**Пример 3.3.1.11.** Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = n \ln \left( 1 + \frac{3}{n} \right) - \ln n.$$

**Решение.** Преобразуем формулу для общего члена:

$$x_n = n \ln \left( 1 + \frac{3}{n} \right) - \ln n = \ln \left( \frac{n+3}{n} \right)^n = 3 \cdot \ln \left( 1 + \frac{1}{n/3} \right).$$

Переходя к пределу, имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 3 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left( 1 + \frac{1}{n/3} \right) = 3 \cdot \ln e = 3. \quad \otimes$$

**Пример 3.3.1.12.** Доказать, что последовательность  $\{a^n\}$  является:

- 1) бесконечно большой последовательностью при  $|a| > 1$ ;
- 2) бесконечно малой последовательностью при  $|a| < 1$ .

**Решение.** 1) Пусть  $|a| > 1$ . Покажем, что последовательность  $\{a^n\}$  удовлетворяет определению бесконечно большой последовательности, то есть  $\forall A > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0$

$$|a|^n > A. \quad (1)$$

Зададимся произвольным числом  $A > 0$ . Для нахождения номера  $n_0$  решим неравенство (1) относительно номера. Получим

$$\log_{|a|} |a|^n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \lceil \log_{|a|} A \rceil.$$

Следовательно, выполнение неравенства (1) начинается с номера

$$n_0 = \lceil \log_{|a|} A \rceil + 1.$$

Что и требовалось доказать.

2) Пусть  $|a| < 1$ . Если  $a = 0$ , то  $\forall n \in \mathbb{N}, a^n = 0$  и, следовательно, последовательность  $\{a^n\}$  бесконечно малая. Пусть  $a \neq 0$ . Тогда

$$a^n = \left( \left( \frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}. \quad (2)$$

Так в этом случае  $\frac{1}{|a|} > 1$ , то последовательность  $\left( \frac{1}{a^n} \right)$  является бесконечно большой последовательностью, последовательность

$$a^n = \left( \left( \frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}$$

– бесконечно малой последовательностью. Поэтому в силу (2) при  $|a| < 1$  последовательность  $\left( \frac{1}{a^n} \right)$  – бесконечно малая последовательность.  $\otimes$

**Пример 3.3.1.13.** Показать, что если  $\left( x_n \right)$  – сходящаяся последовательность, а  $\left( y_n \right)$  – бесконечно большая последовательность, то последовательность

$$\left( x_n + y_n \right)$$

– бесконечно большая последовательность.

**Решение.** Покажем, что

$$\forall A > 0 \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} \quad \forall n \geq n_0 \quad |x_n + y_n| > A.$$

В силу критерия сходимости последовательности сходящаяся последовательность  $\left( x_n \right)$  ограничена, то есть

$$\exists M > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad |x_n| < M. \quad (1)$$

Пусть задано произвольное  $A > 0$ . Так как последовательность  $\left( y_n \right)$  бесконечно большая, то для числа  $A + M$

$$\exists n_0 \in \mathbb{N} \quad \forall n \geq n_0 \quad |y_n| > A + M. \quad (2)$$

Из неравенств (1) и (2) получаем:  $|x_n + y_n| \geq |y_n| - |x_n| > A + M - M = A$ .

Что и требовалось доказать.  $\otimes$

**Пример 3.3.1.14.** Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1} \cos n. \quad (1)$$

**Решение.** Так как  $\forall x \in \mathbb{R}^1 \quad |\cos x| < 1$ , то последовательность  $\left( \cos n \right)$  ограничена. Покажем, что последовательность  $\left( \frac{\sqrt{n}}{n+1} \right)$  – бесконечно малая последовательность. Действительно,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)} = 0.$$

По свойствам бесконечно малых последовательностей произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую последовательность, то есть последовательность с общим членом (1), является бесконечно малой последовательностью и, следовательно,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1} \cos n = 0. \otimes$$

### Непрерывность и предел функции

**Пример 3.3.1.15.** Вычислить предел функции в точке:  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 5)$ .

**Решение.** Выбираем произвольную последовательность значений аргумента  $(x_n)$ , сходящуюся к 1, то есть такую, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$ . Используем определение по Гейне:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 5) &= \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n^2 + x_n + 5) \\ &= 3 \lim_{n \rightarrow \infty} x_n^2 + \lim_{n \rightarrow \infty} x_n + \lim_{n \rightarrow \infty} 5 = 3 + 1 + 5 = 9. \otimes \end{aligned}$$

**Пример 3.3.1.16.** Показать, что  $\lim_{x \rightarrow 6} (2x - 5) = 7$ .

**Решение.** Выбираем произвольное  $\varepsilon > 0$ . Найдём для него такое  $\delta > 0$ , что из неравенства

$$|x - 6| < \delta \Rightarrow 6 - \delta < x < 6 + \delta. \quad (1)$$

будет следовать неравенство

$$|(2x - 5) - 7| < \varepsilon.$$

Производя тождественные преобразования, получаем:

$$\begin{aligned} |2x - 5 - 7| < \varepsilon &\Rightarrow |2x - 12| < \varepsilon \Rightarrow 2|x - 6| < \varepsilon \Rightarrow |x - 6| < \frac{\varepsilon}{2} \\ &\Rightarrow 6 - \frac{\varepsilon}{2} < x < 6 + \frac{\varepsilon}{2}. \quad (2) \end{aligned}$$

Сравнивая (1) и (2), получаем, что

$$\delta = \frac{\varepsilon}{2}.$$

Последнее и доказывает, что  $\lim_{x \rightarrow 6} (2x - 5) = 7$ .  $\otimes$

**Пример 3.3.1.17.** Показать, что

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} = 8.$$

Р е ш е н и е. По определению предела нужно чтобы выполнялось условие:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \left| x - \frac{1}{3} \right| < \delta \Rightarrow \left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство

$$\left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon \Leftrightarrow \left| \frac{15 \left( x - \frac{1}{3} \right) \left( x + \frac{1}{5} \right)}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon \Leftrightarrow$$

$$\left| 15x - 5 \right| < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{3} - \frac{\varepsilon}{15} < x < \frac{1}{3} + \frac{\varepsilon}{15}.$$

Таким образом, как только

$$x \in \left( \frac{1}{3} - \frac{\varepsilon}{15}, \frac{1}{3} \right) \cup \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3} + \frac{\varepsilon}{15} \right),$$

так сразу

$$\left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon.$$

Из этого следует, что  $\delta = \frac{\varepsilon}{15}$ . Итак,

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \left| x - \frac{1}{3} \right| < \frac{\varepsilon}{15} \Rightarrow \left| \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} - 8 \right| < \varepsilon,$$

а значит  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - \frac{1}{3}} = 8. \otimes$

**Пример 3.3.1.18.** Найти предел функции в точке:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4}$ .

Решение. Непосредственно перейти к пределу в числителе и знаменателе нельзя, так как  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4} = \left[ \frac{0}{0} \right]$ , то есть получаем так называемую *неопределённость вида*  $\frac{0}{0}$ .

Для «раскрытия» этой неопределённости разложим числитель и знаменатель на множители, предварительно приравняв их к нулю  $x^2 - 3x + 2 = 0$ ,  $3x^2 + x - 4 = 0$  и решив соответствующие квадратные уравнения. В результате получаем:

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4} = \frac{(x-2)(x-1)}{3(x-1)\left(x + \frac{4}{3}\right)}.$$

Так как  $x \rightarrow 1$ , но  $x \neq 1$ , то на множитель  $(x-1)$ , дающий в пределе  $x \rightarrow 1$  нуль, можно сократить. В результате получаем:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 + x - 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)}{3\left(x + \frac{4}{3}\right)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (x-2)}{\lim_{x \rightarrow 1} \left(x + \frac{4}{3}\right)} = -\frac{1}{7}. \otimes$$

**Пример 3.3.1.19.** Пользуясь определением непрерывности по Коши, показать, что функция  $f(x) = 5x^2 + 5$  непрерывна в точке  $x_0 = 8$ .

Решение. Значение функции в точке  $x_0 = 8$  равно  $f(8) = 325$ . По определению функция будет в точке  $x_0 = 8$  непрерывной, если

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : |x - 8| < \delta \Rightarrow |5x^2 + 5 - 325| < \varepsilon.$$

Решаем последнее неравенство, чтобы найти промежуток числовой оси  $M$  такой, что как только  $x \in M$ , так сразу  $|5x^2 + 5 - 325| < \varepsilon$ . Имеем:

$$|5x^2 + 5 - 325| < \varepsilon \Rightarrow |5x^2 - 320| < \varepsilon \Rightarrow 64 - \frac{\varepsilon}{5} < x^2 < 64 + \frac{\varepsilon}{5} \Rightarrow$$

$$\sqrt{64 - \frac{\varepsilon}{5}} < x < \sqrt{64 + \frac{\varepsilon}{5}}.$$

Таким образом,

$$x \in \left( \sqrt{64 - \frac{\varepsilon}{5}}, \sqrt{64 + \frac{\varepsilon}{5}} \right) \Rightarrow |5x^2 + 5 - 325| < \varepsilon,$$

а это и означает, что функция в точке  $x_0 = 8$  непрерывна.  $\otimes$

**Пример 3.3.1.20.** Найти и классифицировать точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & x \leq 0; \\ \cos x, & 0 < x < \frac{\pi}{2}; \\ 0, & x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Решение. Функция непрерывна в промежутках

$$(-\infty, 0], \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \left[\frac{\pi}{2}, +\infty\right).$$

Исследуем функцию в точках  $0$  и  $\frac{\pi}{2}$ .

Так как

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-0} (2 - x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+0} \cos x = 1,$$

то  $x = 0$  является точкой разрыва первого рода, в ней функция испытывает скачок

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = 2.$$

Далее имеем:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \cos x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+0} 0 = 0.$$

Так как  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ , то

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+0} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

и функция в точке  $x = \frac{\pi}{2}$  непрерывна. Таким образом, функция непрерывна на всей числовой

оси  $\mathbb{R}$ , кроме точки  $x = 0$ , которая является точкой разрыва первого рода.  $\otimes$

**Пример 3.3.1.21.** Найти точки разрыва функции, определённой формулой

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3x^2 - 9}, & x \neq 3, \\ 1, & x = 3. \end{cases}$$

Если точки разрыва существуют, то дать их классификацию.

Решение. Вычислим односторонние пределы при  $x \rightarrow 3$ :

$$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{1}{3x^2 - 9} = \frac{1}{18};$$

$$\lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{1}{3x^2 - 9} = \frac{1}{18}.$$

Итак, пределы слева и справа существуют, равны, но не равны значению функции в точке  $x = 3$ :

$$\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = \frac{1}{18} \neq 1.$$

Имеем точку разрыва первого рода, а именно, точку устранимого разрыва.  $\otimes$

**Пример 3.3.1.22.** Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin x}{1 - \cos x}.$$

**Решение.** Непосредственно вычислить предел нельзя. Поэтому заметим, что

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) = 0.$$

Таким образом, функции в числителе и знаменателе при  $x \rightarrow 0$  являются бесконечно малыми функциями.

Для нахождения предела их отношения заменим эти функции эквивалентными бесконечно малыми при  $x \rightarrow 0$  функциями. Вспомним, что

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

то есть,  $\sin x \approx x$  при  $x \rightarrow 0$ .

Далее, вспоминая, что  $1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$  и заменяя  $\sin \frac{x}{2} \approx \frac{x}{2}$ , получим, что

$$1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2} \approx 2 \frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{2}.$$

Теперь предел легко находится как предел отношения эквивалентных бесконечно малых функций:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot x}{\frac{x^2}{2}} = 4. \quad \otimes$$

## Практическое занятие 2. Дифференцируемость

### Дифференцируемость функции одного переменного

**Пример 3. 2.1.** Найти производную функцию и дифференциал для функции, определённой формулой

$$f(x) = 4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{17}}.$$

**Решение.** Для решения задачи используем правило вычисления производной суммы (дифференцируемых) функций, правило вычисления производной функции на число, а также табличную производную  $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$ :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left( 4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{16}} \right)' = \\ &= \left( 4x^5 - 25x^{1/5} - 2x^{3/2} + 7x^4 \right)' = 20x^4 - 5x^{-4/5} - 3x^{1/2} + \frac{119}{4}x^{13/4} = \\ &= 20x^4 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}. \end{aligned}$$

Так как дифференциал функции (в произвольной точке  $x$ )  $df(x) = f'(x)dx$ , то имеем:

$$df(x) = \left( 20x^4 + 9x^2 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}} \right) dx. \otimes$$

**Пример 3.2.2.** Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{g_1(x)}{g_2(x)} = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}.$$

**Решение.** В этом примере следует воспользоваться правилом дифференцирования частного двух (дифференцируемых) функций

$$f'(x) = \left( \frac{g_1}{g_2} \right)' = \frac{g_1'(x) \cdot g_2(x) - g_1(x) \cdot g_2'(x)}{g_2^2(x)},$$

для чего вычислим сначала производные числителя и знаменателя:

$$f'(x) = (x^2 - 2x + 3)' = 2x - 2, \quad g'(x) = (x^2 + 2x + 5)' = 2x + 2$$

(здесь мы воспользовались тем, что согласно таблице производных производная постоянной равна нулю, а производная степенной функции вычисляется по формуле  $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$ ).

Теперь используем правило дифференцирования частного:

$$f'(x) = \left[ \frac{g_1(x)}{g_2(x)} \right]' = \frac{g_1'(x) \cdot g_2(x) - g_1(x) \cdot g_2'(x)}{g_2^2(x)} = \left[ \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5} \right]' =$$

$$= \frac{(x-2)(x^2+2x+5) - (x^2-2x+3)(x+2)}{(x^2+2x+5)^2} =$$

$$= \frac{4x^2+4x-16}{(x^2+2x+5)^2} = 4 \frac{x^2+x-4}{(x^2+2x+5)^2}. \otimes$$

**Пример 3.2.3.** Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = a^2 \cdot (x-a) \cdot (x^2+ax+a^2) + x^2 - 2bx + b^2,$$

и вычислить  $f'(x)$  при  $a = 3, b = 10$ .

**Решение.** Имеем:

$$f'(x) = a^2 \cdot (x-a)' \cdot (x^2+ax+a^2) + x^2 - 2bx + b^2' =$$

$$= a^2(x^3 - a^3)' + (x^2 - 2bx + b^2)' = 3a^2x^2 + 2(x-b).$$

Далее получаем при  $a = 3, b = 10$ :

$$f'(x) = 3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 + 2 \cdot (x-10) = 675 - 10 = 665. \otimes$$

**Пример 3.2.4.** Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{x^2 + 2 \cos x}{\sin x}.$$

**Решение.** Используя правило дифференцирования частного двух функций и табличные производные для синуса и косинуса, имеем:

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \left[ \frac{x^2 + 2 \cos x}{\sin x} \right] = \frac{(x-2 \sin x)' \sin x - (x^2 + 2 \cos x)' \cos x}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{2x \sin x - x^2 \cos x - 2(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} = \frac{2x \sin x - x^2 \cos x - 2}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{2x}{\sin x} - x^2 \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin x} - \frac{2}{\sin^2 x}. \otimes$$

**Пример 3.2.5.** Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

**Решение.** Используя правило дифференцирования частного двух функций и формулу дифференцирования композиции функций

$$g \circ f \Rightarrow g' \cdot f' \Rightarrow f',$$

имеем:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{e^{x-1} \cdot \sqrt{x^2+1} - (\sqrt{x^2+1})' \cdot e^{x-1}}{(\sqrt{x^2+1})^2} = \\ &= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} (x^2+1)' \cdot e^{x-1}}{x^2+1} = \\ &= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} 2x e^{x-1}}{x^2+1} = \frac{2x^2+2-2x^2+x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \\ &= \frac{x+2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{x+2}{(x^2+1)^{3/2}}. \otimes \end{aligned}$$

**Пример 3.2.6.** Найти производную функцию для функции, действие которой определено формулой  $f(x) = \ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})$ .

**Решение.** Используя правила рациональных операций с производными функций и табличную производную от логарифма, получаем:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left[ \ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}) \right]' = \\ &= \frac{1}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} \cdot (x+1+\sqrt{x^2+2x+3})' = \\ &= \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}} \cdot 2 \cdot (x+1)'}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} = \\ &= \frac{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}}{(x+1+\sqrt{x^2+2x+3}) \cdot (\sqrt{x^2+2x+3})} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}. \otimes \end{aligned}$$

**Пример 3. 2.7.** Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}, \text{ и вычислить производные } f'(1), f'\left(\frac{1}{e}\right), f'(e^2).$$

**Решение.** Сначала находим производную функцию:

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \left( \frac{\ln x}{x} \right) = \frac{1}{x} \cdot x - \ln x = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$$

Вычисляем производные в указанных точках:

$$f'(1) = \frac{1 - \ln 1}{1^2} = 0; \quad f'\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1 - \ln\left(\frac{1}{e}\right)}{\left(\frac{1}{e}\right)^2} = \frac{1 + 1}{\frac{1}{e^2}} = 2e^2;$$

$$f'(e^2) = \frac{1 - 2 \ln e}{(e^2)^2} = \frac{1 - 2}{e^4} = -e^{-4}. \quad \otimes$$

**Пример 3. 2.8.** Найти производную функцию  $f''(x)$  для функции  $f$ , если

$$f(x) = e^{-x^2}.$$

**Решение.** Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x) = \left( e^{-x^2} \right)' = e^{-x^2} \cdot (-1) \cdot 2x = -2x \cdot e^{-x^2},$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= \left( -2x \cdot e^{-x^2} \right)' = -2 \cdot e^{-x^2} - 2x \cdot \left( 2x \cdot e^{-x^2} \right)' = (-2 - 4x^2) e^{-x^2} = \\ &= 2 \cdot (-x^2 - 1) e^{-x^2}. \quad \otimes \end{aligned}$$

**Пример 3. 2.9\*** Найти производную функцию  $f'''(x)$  для функции  $f$ , если

$$f(x) = x^2 \cdot \sin x.$$

**Решение.** Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x) = \left( x^2 \cdot \sin x \right)' = 2x \sin x + x^2 \cos x;$$

$$f''(x) = 2 \sin x + 4x \cos x - x^2 \sin x;$$

$$f'''(x) = 6 \cos x - 6x \sin x - x^2 \cos x. \quad \otimes$$

### Логарифмическое дифференцирование

Рассмотрим случай мультипликативных функций, которые могут быть записаны в виде

$$\forall x \in M$$

$$f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x),$$

где  $M \subset \mathbb{R}^1$  – общее множество определения для функций  $g_k^{\alpha_k}(x)$ , а числа  $\alpha_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$  – показатели степени. Предположим, что функция  $f$  удовлетворяет условию

$$\forall x \in M \quad f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x) > 0.$$

Найти производную функции  $f(x)$ , очевидно, затруднительно даже для малых  $k = 1, 2, \dots$ . Поступим следующим образом.

Введём новую функцию:

$$u(x) = \ln f(x) = \ln \left[ g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x) \right].$$

Нетрудно видеть, что эта функция имеет вид

$$\begin{aligned} u(x) &= \ln f(x) = \ln \left[ g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x) \right] \\ &= \alpha_1 \ln g_1(x) + \alpha_2 \ln g_2(x) + \dots + \alpha_m \ln g_m(x). \end{aligned}$$

Дифференцируя функцию

$$u(x) = \ln f(x)$$

с учётом последнего равенства, получаем:

$$u'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \Rightarrow f'(x) = f(x) u'(x);$$

$$u'(x) = \alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \dots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)}.$$

Из последних двух равенств следует, что

$$\begin{aligned} f'(x) &= f(x) u'(x) = \\ &= g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \dots g_m^{\alpha_m}(x) \left[ \alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \dots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)} \right]. \end{aligned}$$

Выражение

$$u' = \left( \ln f(x) \right)' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

называется *логарифмической производной функции*  $f(x)$ .

**Пример 3.2.10.** Найти производную функцию для функции

$$f(x) = \frac{x}{(x+1)(x+2)}$$

**Решение.** Имеем:

$$u = \ln f = \ln x - \ln(x+1) - \ln(x+2)$$

Далее получаем:

$$u' = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{-(x^2-2)}{x \cdot (x+1)(x+2)}$$

Используя формулу для логарифмической производной, имеем

$$\begin{aligned} f'(x) &= f(x) \cdot u'(x) \\ &= \frac{x}{(x+1)(x+2)} \cdot \frac{-(x^2-2)}{x \cdot (x+1)(x+2)} = \frac{-(x^2-2)}{(x+1)^2 \cdot (x+2)}. \quad \otimes \end{aligned}$$

**Пример 3.2.11** \*. Найти производную функцию для функции

$$f(x) = x^2 \cdot \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}$$

**Решение.** Логарифмируя имеем:

$$u(x) = \ln f(x) = 2 \ln x + \frac{1}{2} \ln(2x-1) - \frac{1}{2} \ln(x+1)$$

Откуда получаем

$$\begin{aligned} u'(x) &= \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x+1} = \frac{8x^2+7x-4}{2 \cdot x \cdot (x+1)(2x-1)} \\ f'(x) &= x^2 \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}} \cdot \frac{8x^2+7x-4}{2 \cdot x \cdot (x+1)(2x-1)} = \frac{x \cdot (8x^2+7x-4)}{2 \cdot (x+1)(2x-1)} \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Если функция, определённая формулой  $y = f(x)$ , задана неявно, то есть посредством уравнения  $F(x, y) = 0$ , то для нахождения производной функции нужно продифференцировать это уравнение (то есть, обе его части) по  $x$ , помня, что  $y = f(x)$ , и разрешить уравнение относительно  $y'$ .

**Пример 3. 2.12.** Найти первую производную функцию для функции  $y = f(x)$ , заданной неявно уравнением

$$y = \cos(x + y).$$

**Решение.** Дифференцируем обе части уравнения

$$y = \cos(x + y),$$

помня, что  $y = f(x)$ , получаем:

$$y' = \cos(x + y) = -\sin(x + y)(x' + y'),$$

откуда имеем  $y' = \frac{-\sin(x + y)}{1 + \sin(x + y)}$ .  $\otimes$

**Пример 3. 2.13.** Найти вторую производную функцию для функции  $y = f(x)$ , заданной неявно уравнением

$$y^3 - 3y + 3x = 1.$$

**Решение.** Дифференцируя по  $x$  обе части уравнения, имеем

$$3y^2 y' - 3y' + 3 = 0 \Rightarrow y^2 y' - y' + 1 = 0,$$

откуда

$$y' = \frac{1}{1 - y^2}.$$

Дифференцируя ещё раз, получаем

$$2yy' y' + y^2 y'' - y'' = 0,$$

откуда имеем

$$y'' = \frac{2y y'^2}{1 - y^2}.$$

Заменяя  $y'$  полученным выше выражением, получаем окончательно:

$$y'' = \frac{2y \psi'}{1 - y^2} = \frac{2y}{-y^2}. \otimes$$

### Дифференцирование функций, заданных параметрически

Пусть функция  $y = f(x)$  задана параметрически, то есть

$$\begin{cases} y = \psi(t), \\ x = \varphi(t). \end{cases}$$

Тогда

$$dy = \psi'(t) dt, \quad dx = \varphi'(t) dt,$$

откуда имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)} \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt} \left( \frac{dy}{dx} \right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{d}{dt} \left( \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)} \right)}{\varphi'(t)}.$$

**Пример 3. 2.14.** Найти первую и вторую производную функцию для функции  $y$ , заданной параметрически

$$\begin{cases} y = t^2 - 1, \\ x = t^3 + 5. \end{cases}$$

**Решение.** Непосредственно находим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{2}{3t^2}, \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt} \left( \frac{dy}{dx} \right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{d}{dt} \left( \frac{2}{3t^2} \right)}{2t} = -\frac{2}{3t^2}.$$

Так как из второго уравнения для  $x$  имеем  $t = \sqrt[3]{x - 5}$ , отсюда получаем:

$$y_x'' = \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{x - 5}}. \otimes$$

**Пример 3. 2.15\***. Найти первую производную функцию для функции  $y$ , заданной параметрически

$$\begin{cases} y = 3 \sin t, \\ x = 3 \cos t. \end{cases}$$

Решение. Имеем:  $\frac{dy}{dx} = \frac{y'}{x'} = -\frac{3 \cos t}{3 \sin t} = -ctgt. \otimes$

### Понятие дифференциала функции. Приближённые вычисления

**Пример 3. 2.16.** Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y = \frac{3 \cdot \cos x}{2x + 1}.$$

Решение. Находим дифференциал функции  $y$ , используя определение:

$$dy = y' dx = -3 \frac{2x \sin x + \sin x + 2 \cos x}{(x+1)^2} dx. \otimes$$

**Пример 3. 2.17.** Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y = e^{x^3}.$$

Решение. Путём непосредственного дифференцирования получаем:

$$dy = y' dx = (e^{x^3})' = 3x^2 e^{x^3} dx. \otimes$$

**Пример 3. 2.18.** Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функции, определённой формулой

$$y = f(x) = x^2 - 3.$$

Решение. Для первого дифференциала имеем:

$$df = 5 \cdot (x^2 - 3) \cdot 4x \cdot dx = 20x(x^2 - 3) dx.$$

Аналогично, для второго и третьего дифференциалов получаем:

$$d^2 df = 10x(x^2 - 3) \cdot (x^2 - 1) dx^2;$$

$$d^3 df = 12 \cdot x \cdot (x^2 - 3) \cdot (x^2 - 1) + 12 \cdot x \cdot (x^2 - 3) \cdot (x^2 - 1) dx^3 =$$

$$= 720x \cdot (x^2 - 3) \cdot (x^2 - 4) dx^3 =$$

$$= 2880 \cdot x \cdot (x^2 - 3) \cdot (x^2 - 1) dx^3. \otimes$$

**Пример 3. 2.19.** Вычислить приближённо  $\sin 32^\circ$ .

**Решение.** Используя приближённую формулу

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0),$$

получаем:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \cdot (x - x_0) = f(x_0) + df(x_0).$$

Определяя функцию  $f$  формулой  $f(x) = \sin x$ , видим, что нам нужно вычислить значение

$f(x)$  в точке  $x = 32^\circ$  при  $x_0 = 30^\circ$ , или в радианах  $x = \frac{\pi}{180} \cdot 32$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{6}$ . Учитывая,

что  $\frac{d \sin x}{dx} = \cos x$ , имеем:

$$\sin x \approx \sin x_0 + \cos x_0 \cdot (x - x_0),$$

или

$$\begin{aligned} \sin 32^\circ &\approx \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \cdot \left( \frac{32}{180} \cdot \pi - \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\pi}{90} \approx 0,5 + \frac{1,73 \cdot 3,14}{90} \approx 0,5 + 0,03 = 0,53. \end{aligned}$$

Для сравнения табличное значение с точностью до четырёх знаков  $\sin 32^\circ = 0,5299$ .

⊗

**Пример 3. 2.20\***. Вывести приближённую формулу

$$\sqrt{a^2 + h} \approx a + \frac{h}{2a}.$$

Найти приближённо значения  $\sqrt{101}$ ,  $\sqrt{1,04}$ .

**Решение.** Рассмотрим функцию  $f$ , определив её формулой  $f(x) = \sqrt{x}$ . По приближённой формуле

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

имеем:

$$\sqrt{x_0 + \Delta x} \approx \sqrt{x_0} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_0}} \cdot \Delta x.$$

Полагая здесь  $x_0 = a^2$ ,  $\Delta x = h$ , получаем требуемую формулу:

$$\sqrt{a^2 + h} \approx \sqrt{a^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2}} \cdot h = a + \frac{h}{2a}.$$

Вычислим  $\sqrt{101}$  и  $\sqrt{1,04}$ :

$$\sqrt{101} = \sqrt{100 + 1} = \sqrt{10^2 + 1} \approx 10 + \frac{1}{20} = 10,05;$$

$$\sqrt{1,04} = \sqrt{1 + 0,04} \approx 1 + \frac{0,04}{2} = 1,02. \otimes$$

**Пример 3.2.21** \*. Найти приближённо приращение

$$\Delta f(x) = f(x) - f(x_0)$$

функции, определённой формулой  $y = x^2$  при  $x_0 = 2$ ,  $\Delta x = x - x_0 = 0,01$ .

**Решение.** Из приближённой формулы

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

имеем

$$f(x) - f(x_0) \approx \frac{df}{dx}(x_0) \cdot (x - x_0) = df(x_0).$$

Подставляя в формулу  $x_0 = 2$ ,  $\Delta x = x - x_0 = 0,01$ , получаем:

$$\Delta f(x) = f(x) - f(x_0) = (2 + 0,01)^2 - 2^2 \approx 2 \cdot 2 \cdot 0,01 = 0,04. \otimes$$

### Практическое занятие 3. Основные теоремы дифференциального исчисления

#### Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши

**Пример 3.3.1.** Выяснить, удовлетворяет ли функция, заданная формулой

$$f(x) = 3 - x^2$$

условиям теоремы Ферма на промежутке  $(-1, 4)$ .

**Р е ш е н и е.** Данная функция на промежутке  $(4; 4]$  монотонно убывает и, следовательно, достигает своего максимума в точке 1, а минимума в точке 4. Следовательно, в промежутке  $(4; 4]$  не существует точки  $x_0$  локального экстремума, в которой  $f'(x_0) = 0$ . Поэтому данная функция условиям теоремы Ферма на данном промежутке не удовлетворяет.  $\otimes$

**Пример 3.3.2.** Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = 3 + 2x - x^2,$$

на промежутке  $[1; 4]$  условиям теоремы Ферма. Если функция условиям теоремы Ферма удовлетворяет, найти точку  $x_0 \in (1; 4)$ , в которой  $f'(x_0) = 0$ .

**Р е ш е н и е.** На промежутке  $(1; 4)$  функция дифференцируема, следовательно  $\forall x_0 \in (1; 4) f'(x_0) = 0$ . Находим эту точку:

$$f'(x) = 2 - 2x \Rightarrow 2 - 2x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 1. \otimes$$

**Пример 3.3.3.** Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = x^2 + 6x - 35,$$

на промежутке  $[-5; -1]$  условиям теоремы Ролля. Если функция условиям теоремы Ролля удовлетворяет, найти точку  $x_0 \in (-5; -1)$ , в которой  $f'(x_0) = 0$ .

**Р е ш е н и е.** Функция представляет собой многочлен, который непрерывен и дифференцируем на всей числовой оси. Кроме этого, имеем

$$f(-5) = f(-1) = -40.$$

Поэтому условия теоремы Ролля для данной функции выполнены, следовательно точка  $x_0 \in (-5; -1)$ , в которой  $f'(x_0) = 0$ , существует. Найдём её:

$$f'(x_0) = 0 \Rightarrow 2x_0 + 6 = 0 \Rightarrow x_0 = -3. \otimes$$

**Пример 3.3.4.** На дуге кривой, определяемой уравнением

$$y = x^3 - 3x$$

найти точку, в которой касательная параллельна хорде, проходящей через точки  $A(1; 2)$  и  $B(18; 18)$ .

**Р е ш е н и е.** Функция определена на промежутке  $[1; 3]$ , непрерывна на этом промежутке и дифференцируема на открытом промежутке  $(1; 3)$ . Условия теоремы

Лагранжа выполнены. Следовательно, по теореме Лагранжа найдётся такая точка  $x_0 \in \left[1, 3\right]$ , что

$$f'(x_0) = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = 4.$$

Так как  $f'(x) = (x^3 - 3x)' = 3x^2 - 3$ , то имеем  $3x^2 - 3 = 4$ . Из этого уравнения находим  $x_{01} = +\sqrt{\frac{7}{3}}$ ,  $x_{02} = -\sqrt{\frac{7}{3}}$ . Так как из этих двух точек  $x_{01} \in \left[1, 3\right]$  а

$x_{02} \notin \left[1, 3\right]$ , то  $x_0 = x_{01} = \sqrt{\frac{7}{3}}$ .  $\otimes$

**Пример 3.3.5.** В какой точке касательная к кривой, определённой уравнением

$$y = f(x) = x^2 - 8x,$$

параллельна хорде, стягивающей точки  $A(1; 9)$ ,  $B(6; -15)$ .

**Решение.** На промежутке  $\left[1, 5\right]$  функция удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа. Поэтому имеем:

$$\frac{f(6) - f(1)}{6 - 1} = \frac{-24}{5} = -4 \Rightarrow f'(x_0) = 2x_0 - 8 = -4 \Rightarrow x_0 = 2.$$

Подставляя это значение  $x$  в формулу для функции, получаем

$$y = f(2) = -12.$$

Таким образом, искомой является точка  $C(2; -12)$ .  $\otimes$

**Пример 3.3.6.** Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^3, \quad g(x) = x^2$$

на промежутке  $\left[1, 2\right]$ . Если теорема Коши справедлива, найти точку  $x_0$ , в которой выполняется равенство

$$\frac{f(2) - f(1)}{g(2) - g(1)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$$

**Решение.** Обе функции непрерывны на промежутке  $[1, 2]$  и дифференцируемы на промежутке  $(1, 2)$ , причём  $\forall x \in (1, 2) g'(x) \neq 0$ . Поэтому условия теоремы Коши выполнены. Так как

$$f'(x) = 3x^2, \quad g'(x) = 2x,$$

то из условия

$$\frac{f(2) - f(1)}{g(2) - g(1)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{7}{3}$$

находим

$$\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{3x_0^2}{2x_0} = \frac{3}{2}x_0 = \frac{7}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{14}{9}. \quad \otimes$$

**Пример 3.3.7.** Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^2 - 2x + 3, \quad g(x) = x^3 - 7x^2 + 20x - 5$$

на промежутке  $[1, 4]$ . Если теорема Коши справедлива, найти точку  $x_0$ , в которой выполняется равенство

$$\frac{f(4) - f(1)}{g(4) - g(1)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$$

**Решение.** Обе функции на данном промежутке непрерывны и дифференцируемы. Производные функций, соответственно равны

$$f'(x) = 2x - 2, \quad g'(x) = 3x^2 - 14x + 20.$$

Кроме этого, производная функции  $g$  в точках промежутка  $(1, 4)$  не обращается в нуль, так как для дискриминанта уравнения  $3x^2 - 14x + 20 = 0$  имеем

$$D = b^2 - 4ac = -44 < 0 \quad (\text{график функции } g \text{ не имеет точек пересечения с осью } OX).$$

Следовательно, теорема Коши для данных функций справедлива. Поэтому имеем:

$$\frac{f(4) - f(1)}{g(4) - g(1)} = \frac{11 - 2}{27 - 9} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x_0 - 2}{3x_0^2 - 14x_0 + 20} = \frac{1}{2}.$$

Откуда получаем

$$x_0^2 - 6x_0 + 8 = 0 \Rightarrow x_{01} = 4, \quad x_{02} = 2$$

Так как из этих двух точек промежутку  $(4, \infty)$  принадлежит только точка  $x_{02} = 2$ , то она и является искомой точкой.  $\otimes$

### Правила Лопиталья

**Пример 3.3.8.** Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$ .

**Решение.** Имеем неопределённость

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \left[ \frac{0}{0} \right].$$

Применяя правило Лопиталья, получаем:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + x^{-x}}{1+x} = \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x^{-x}) \cdot \ln(1+x) = 2. \otimes$$

**Пример 3.3.9.** Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3}$ .

**Решение.** Имеем неопределённость

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right].$$

Применяя правило Лопиталья, получаем:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x + 1}{9x^2 - 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x + 4}{18x - 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{18} = \frac{1}{3}. \otimes$$

**Пример 3.3.10.** Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \cdot x^3$ .

**Решение.** Имеем неопределённость вида  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \cdot x^3 = \left[ \infty \cdot 0 \right]$ . Для раскрытия

неопределённости заменим переменную:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \cdot x^3 = \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-t} \cdot (-t)^3 = - \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^3}{e^t} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right].$$

Применяя правило Лопиталья, получаем:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 \cdot e^x) = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^3}{e^t} = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{3t^2}{e^t} = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{6t}{e^t} = -6 \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{e^t} = 0. \otimes$$

**Пример 3.3.11.** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$ .

**Решение.** Имеем неопределённость вида  $\left[ \frac{0}{0} - \infty \right]$ . Для раскрытия неопределённости приводим выражения, стоящие в скобках, к общему знаменателю:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x-1-\ln x}{x \cdot \ln x - \ln x} \right).$$

Получаем неопределённость вида  $\left[ \frac{0}{0} \right]$ . Применяя правило Лопиталья два раза, имеем:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) &= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x-1-\ln x}{x \cdot \ln x - \ln x} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1 - \frac{1}{x}}{\ln x + 1 - \frac{1}{x}} \right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x \cdot \ln x + 1 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\ln x + 2} = \frac{1}{2}. \otimes \end{aligned}$$

### Формула Тейлора и формула Маклорена

**Пример 3.3.12.** Разложить многочлен

$$P(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1$$

по степеням  $x-1$  по формуле Тейлора.

**Решение.** В нашем случае формула Тейлора имеет вид:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x-x_0)^k = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} (x-x_0) + \\ &+ \frac{f''(x_0)}{2!} (x-x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x-x_0)^n, \end{aligned}$$

где  $x_0 = 1$ . Находим значение многочлена и его производных в точке  $x_0 = 1$ :

$$\begin{aligned}
P(x) &= x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1, & P'(x) &= 0; \\
P'(x) &= 5x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 2x + 2, & P''(x) &= 0; \\
P''(x) &= 20x^3 - 24x^2 + 6x - 2, & P'''(x) &= 0; \\
P'''(x) &= 60x^2 - 48x + 6, & P^{(4)}(x) &= 18; \\
P^{(4)}(x) &= 120x - 48, & P^{(5)}(x) &= 72; \\
P^{(5)}(x) &= 120, & P^{(6)}(x) &= 120.
\end{aligned}$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x) = 3 \cdot (x-1)^3 + 3 \cdot (x-1)^4 + (x-1)^5. \otimes$$

**Пример 3.3.13.** Разложить многочлен

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4$$

по степеням  $x + 1$  по формуле Тейлора.

**Решение.** Вычисляя значение многочлена и его производных в точке  $x_0 = -1$ , получаем:

$$\begin{aligned}
P(x) &= x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4, & P(-1) &= -9; \\
P'(x) &= 4x^3 + 6x^2 - 16x + 4, & P'(-1) &= 22; \\
P''(x) &= 12x^2 + 12x - 16, & P''(-1) &= -16; \\
P'''(x) &= 24x + 12, & P'''(-1) &= -12; \\
P^{(4)}(x) &= 24, & P^{(4)}(-1) &= 24.
\end{aligned}$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$\begin{aligned}
P(x) &= -9 + \frac{22}{1!} \cdot (x+1) + \frac{-16}{2!} \cdot (x+1)^2 + \frac{-12}{3!} \cdot (x+1)^3 + \\
&+ \frac{24}{4!} \cdot (x+1)^4 = -9 + 22 \cdot (x+1) - 8 \cdot (x+1)^2 - \\
&- 2 \cdot (x+1)^3 + (x+1)^4. \quad \otimes
\end{aligned}$$

**Пример 3.3.14.** Представить функцию  $f(x) = e^x$  в виде разложения по формуле Маклорена.

**Решение.** Формула Маклорена имеет вид:

$$f(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{x^k}{k!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(x_0) \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$$

Очевидно выполнение равенств:  $\forall n \in \mathbb{N}$

$$f'(x) = \frac{df}{dx}(x) = \frac{d^2 f}{d^2 x}(x) = \dots = \frac{d^n f}{d^n x}(x) = e^0 = 1.$$

Кроме этого, очевидно, что  $\frac{d^{n+1} f}{d^{n+1} x}(x) = e^x$ .

Тогда формула Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа принимает вид:

$$e^x = 1 + \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k!} + e^\xi \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$$

В этой формуле можно положить  $\xi = \theta \cdot x$ , где  $0 < \theta < 1$ .  $\otimes$

Приведём вид формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \frac{x-x_0}{1!} + \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0) \frac{(x-x_0)^2}{2!} + \dots +$$

$$+ \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \frac{(x-x_0)^n}{n!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(x_0) \frac{(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Здесь многочлен Тейлора

$$T_n(x_0, x) = \sum_{k=0}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x-x_0)^k}{k!} = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \frac{(x-x_0)^1}{1!} +$$

$$+ \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0) \frac{(x-x_0)^2}{2!} + \dots + \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \frac{(x-x_0)^n}{n!},$$

а остаточный член в форме Лагранжа

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = f(x) - \sum_{k=0}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x-x_0)^k}{k!}.$$

При условии  $\Delta x \rightarrow 0$  выполняется

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = o((x-x_0)^n) = o(\Delta x^n).$$

Теперь формулу Тейлора можно записать в виде

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x-x_0)^k}{k!} + o(|\Delta x|^n).$$

Последняя форма записи называется *формулой Тейлора с остаточным членом в форме Пеано*.

**Пример 3.3.15.** Разложить функцию  $f(x) = \sin x$  по формуле Маклорена.

**Решение.** Рассмотрим производные функции  $f(x) = \sin x$  в точке  $x$ :

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \sin x = \frac{d}{dx} \cos x = -\sin x = \sin\left(x + 2\frac{\pi}{2}\right);$$

.....;

$$\frac{d^k}{dx^k} \sin x = \sin\left(x + k\frac{\pi}{2}\right).$$

Кроме этого, имеем

$$\frac{d^{2n+1}}{dx^{2n+1}} \sin \theta x = \sin\left(\theta x + (2n+1)\frac{\pi}{2}\right) = (-1)^n \cos \theta x.$$

Действительно, видим, что

$$\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = \sin\left(\pi n + \frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \cos \theta x.$$

Здесь мы положили  $\xi = \theta x$ , где  $0 < \theta < 1$ ,  $x \in [a, b]$ .

Формула Маклорена принимает вид

$$\begin{aligned} \sin x &= \sin 0 + \frac{1}{1!}x + 0 - \frac{x^3}{3!} + 0 + \frac{x^5}{5!} + 0 - \frac{x^7}{7!} + \dots + \\ &+ (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \alpha \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \\ &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \cos \theta x. \end{aligned}$$

В виде разложения по формуле Маклорена с остаточным членом в форме Пеано это разложение записывается так:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + o(x^{2n}). \otimes$$

Аналогично можно получить и разложение по формуле Маклорена функции  $f(x) = \cos x$ :

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1})$$

**Пример 3.3.16.** Найти предел:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$ .

**Решение.** Записываем для  $\sin x$  разложение по формуле Маклорена

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^4)$$

Подставляя это разложение, имеем:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \frac{x^3}{3!} - x + o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{3!} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{6}. \otimes$$

**Пример 3.3.17.** Найти предел:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x}$ .

**Решение.** Используем разложение для  $e^x$ ,  $\sin x$  и  $\cos x$ . Получаем:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{8} + o(x^4)}{x^3 \cdot (x + \alpha e^{-x^2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{8} + o(x^4)}{x^4 + \alpha x^3} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^4}{8} - \frac{x^4}{24} + o(x^4)}{x^4 + o(x^5)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{24} + o(x^4)}{1 + \frac{o(x^5)}{x^4}} = \frac{1}{12}. \otimes \end{aligned}$$

### Промежутки монотонности функции

**Пример 3.4.1.** Найти промежутки монотонности функции, определённой формулой

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2.$$

**Решение.** Множеством определения функции является вся числовая ось. Находим первую производную функции

$$f' = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3) = 3(x+1)^2 - 12.$$

Поэтому имеем:

$$f' > 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Rightarrow 3 \cdot (x+1)^2 - 12 > 0;$$

$$f' < 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 < 0 \Rightarrow 3 \cdot (x+1)^2 - 12 < 0.$$

Корни уравнения

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

есть

$$x_1 = -3, x_2 = 1.$$

График функции – парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами  $x_0 = -1$ ,  $y_0 = -12$ . Следовательно, неравенство  $f'(x) > 0$  выполняется при  $x < -3$  и  $x > 1$ , а неравенство  $f'(x) < 0$  при  $-3 < x < 1$ .

На множестве  $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$  функция строго монотонно возрастает, а на множестве  $(-3, 1)$  строго монотонно убывает.  $\otimes$

**Пример 3.4.2.** Предприятие производит  $x$  единиц продукции в месяц. Зависимость финансовых накоплений предприятия от объёма выпуска выражается формулой

$$\Phi = -0,01 \cdot x^3 + 300 \cdot x - 500.$$

Определить количество единиц продукции, начиная с которого финансовые накопления предприятия начинают убывать.

**Решение.** Производная от  $\Phi$  равна:

$$\Phi' = -0,03 \cdot x^2 + 300.$$

Финансовые накопления убывают, если

$$\Phi' = -0,03 \cdot x^2 + 300 < 0,$$

откуда имеем  $x^2 - 10000 > 0$ . Из последнего неравенства получаем:  $x_1 > 100$ ,  $x_2 < -100$ . Имеет экономический смысл только неравенство  $x_1 > 100$ . Следовательно, при  $x > 100$  финансовые накопления предприятия начинают убывать, то есть повышать выпуск продукции свыше 100 единиц становится экономически не выгодно.  $\otimes$

### Схема исследования функции на локальные экстремумы с помощью первой производной

**Пример 3.4.3.** Исследовать на наличие локальных экстремумов функцию, заданную формулой  $f(x) = x^3 - 5x + 2$ .

**Решение.** 1) Производная функция для функции  $f$  есть

$$f'(x) = 3x^2 - 5.$$

2) Находим критические точки функции, решая уравнение

$$3x^2 - 5 = 0.$$

Корни уравнения (критические точки) есть  $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$ ,  $x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$ .

3) Выясняем вопрос о наличии локальных экстремумов функции согласно теореме, для чего определяем знаки производной  $f'(x)$  справа и слева от каждой критической точки, результаты заносим в таблицу:

$x$	$x < -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\sqrt{\frac{5}{3}} < x < \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_2 = \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x > \sqrt{\frac{5}{3}}$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f$		Максимум $f(x_1) = 6,3$		Минимум $f(x_2) = -2,3$	

4. Вычисляем значения функции в точках  $x_1, x_2$  и результаты вычислений тоже заносим в таблицу.

Получаем следующий результат: функция имеет в точке  $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$  локальный

максимум  $f(x_1) \approx 6,3$ , а в точке  $x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$  — локальный минимуму  $f(x_2) \approx -2,3$ .  $\otimes$

**Пример 3.4.4.** Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x + 3.$$

**Решение.** Множеством определения функции является вся числовая ось  $R$ .

1) Находим производную функции:

$$f'(x) = x^2 + 5x + 4.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$x^2 + 5x + 4 = 0.$$

В результате решения имеем корни:  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = -4$ . Критические точки разбивают  $R^1$  на промежутки

$$-\infty < x < -4, \quad -4 < x < -1, \quad -1 < x < \infty.$$

3) Исследуем поведение первой производной функции в полученных промежутках:

в промежутке  $(-\infty, -4)$  имеем  $y' > 0$ ;

в промежутке  $(-4, -1)$  имеем  $y' < 0$ ;

в промежутке  $(-1, \infty)$  имеем  $y' > 0$ .

Следовательно, в точке  $-4$  имеем **максимум**; в точке  $-1$  имеем **минимум**.

4) Вычисляем экстремальные значения функции:

$$\max f(x) = f(-4) \approx 5,67; \quad \min f(x) = f(-1) \approx 1,17. \quad \otimes$$

**Пример 3.4.5.** Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 10.$$

**Решение.** 1) Находим производную функции:

$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$15x^4 - 15x^2 = 0, x^4 - x^2 = 0, x^2 \cdot (x-1)(x+1) = 0.$$

Имеем три корня:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = -1$ .

3) Находим вторую производную функцию:

$$f''(x) = 60 \cdot x^3 - 30 \cdot x.$$

4) Находим вторую производную в критических точках:

$$f''(0) = 0; f''(1) = 30; f''(-1) = -30.$$

В точке  $x_2 = 1$  функция имеет **минимум**, а в точке  $x_3 = -1$  - **максимум**. В точке  $x_1 = 0$  функция экстремума не имеет, так как первая производная при переходе через эту точку не меняет своего знака.  $\otimes$

Промежутки выпуклости и вогнутости и асимптоты графика функции

**Пример 3.4.6.** Найти промежутки выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = x^2 + 7x \sqrt[3]{x} - 5x - 8.$$

Решение. Множество определения функции  $M = R$ . Преобразованная формула

$$f(x) = x^2 + 7 \cdot x^{\frac{4}{3}} - 5x - 8.$$

1) Находим нули и точки разрыва второй производной функции, для чего находим

$$f''(x):$$

$$f'(x) = \frac{7}{3} \cdot x^{\frac{4}{3}} + \frac{28}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}} - 5;$$

$$f''(x) = \frac{28}{9} \cdot x^{\frac{1}{3}} + \frac{28}{9} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \frac{28}{9} \cdot \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

Очевидно, что точка  $x = -1$  является нулём второй производной  $f''(x)$ , а точка  $x = 0$  является точкой разрыва второго рода второй производной  $f''(x)$ . Эти точки делят множество определения функции  $f(x)$  на промежутки

$$(-\infty, -1), (-1, 0), (0, +\infty).$$

2) Определяем знак второй производной в полученных промежутках:

$$\forall x \in (-\infty, -1) \quad f'' < 0;$$

$$\forall x \in (-1, 0) \quad f'' > 0;$$

$$\forall x \in (0, +\infty) \quad f'' > 0.$$

Следовательно: на  $(-\infty, -1)$  график функции *выпуклый*; на  $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$  график функции *вогнутый*.

3) Так как функция в точке  $x_0 = -1$  определена, а  $f''(-1) = 0$ , то в точке  $x_0 = -1$  график функции испытывает перегиб, а точка

$$(-1; f(-1)) = (-1; 3)$$

является точкой перегиба графика функции.  $\otimes$

**Пример 3.4.7.** Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \frac{-x^2 + 7x}{x-3}.$$

**Решение.** 1) Точка  $x = 3$  является точкой разрыва второго рода, следовательно, график функции имеет вертикальную асимптоту с уравнением  $x = 3$ .

2) По определению асимптоты, функция может быть представлена в виде

$$f(x) = (x+b) + \alpha(x),$$

где  $\alpha(x)$  – бесконечно малая функция при неограниченном удалении точки графика от начала системы координат более высокого порядка, чем  $x$ , то есть

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\alpha(x)}{x} = 0.$$

Чтобы записать функцию в указанном виде, разделим числитель на знаменатель с остатком:

$$\frac{-x^2 + 7x}{x-3} = -x + 4 + \frac{12}{x-3}.$$

Так как

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{12}{x-3} = 0,$$

график функции имеет наклонную асимптоту с уравнением  $y = -x + 4$ .  $\otimes$

**Пример 3.4.8.** Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} - 2x.$$

**Решение.** 1) Так как функция определена на всей числовой оси, вертикальных асимптот нет.

2) Из представления функции в виде

$$f(x) = (x+b) + \alpha$$

Следует, что для нахождения наклонных асимптот нужно найти правый и левый пределы, которые равны соответственно

$$k_+ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b_+ = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - kx],$$

$$k_- = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b_- = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - kx].$$

Правый предел:

$$k_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - 2 \right) = -1;$$

$$\begin{aligned} b_1 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x^2} - 2x + x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x^2} - x) = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2} + x} = 0. \end{aligned}$$

Правая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -x.$$

Левый предел:

$$k_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \lim_{z \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+z^2} + 2z}{-z} =$$

$$= - \lim_{z \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{\frac{1}{z^2} + 1} + 2 \right) = -3;$$

$$b_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x^2} - 2x + 3x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x^2} + x) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2} - x} = 0.$$

Левая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -3x. \otimes$$

### Полное исследование функции

**Пример 3.4.9.** Исследовать функцию, заданную формулой  $y = x \cdot e^{-x}$ .

**Решение.** 1) Множеством определения функции служит всё множество действительных чисел  $\mathbb{R}$ .

2) Нуль функции – точка  $x = 0$ , причём  $\lim_{x \rightarrow 0} y = 0$ . Следовательно, функция в точке  $x = 0$  асимптот не имеет.

3) Находим критические точки функции:

$$y' = e^{-x} - x \cdot e^{-x} = e^{-x} \cdot (-x + 1) \Rightarrow x = 1.$$

4) Имеем два промежутка  $(-\infty, 1)$  и  $(1, \infty)$ . На этих промежутках

$$\forall x \in (-\infty, 1) \quad y' > 0,$$

$$\forall x \in (1, \infty) \quad y' < 0,$$

соответственно. Следовательно, при  $x \in (-\infty, 1)$  функция строго монотонно возрастает, а при  $x \in (1, \infty)$  функция строго убывает.

5) Вторая производная функции равна

$$y'' = -e^{-x} \cdot (-x + 1) - e^{-x} = e^{-x} \cdot (-x - 2).$$

Так как в точке  $x = 1$  вторая производная равна

$$y'' = \frac{1-2}{e} = -\frac{1}{e} < 0,$$

то функция в этой точке имеет локальный максимум, равный  $\frac{1}{e}$ .

6) Вторая производная функции в точке  $x = 2$  обращается в нуль, а при переходе через эту точку меняет знак с минуса на плюс. Следовательно, график функции при  $x = 2$  имеет

перегиб, причём при  $x < 2$  график функции выпуклый, а при  $x > 2$  – вогнутый. Значение функции в точке перегиба равно

$$y = 2 \cdot e^{-2} = \frac{2}{e^2}. \otimes$$

## Практическое занятие 5. Интегрируемость функций одного переменного

### Непосредственное интегрирование

**Пример 3.5.1.** Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt[3]{x^2} dx.$$

**Решение.** Непосредственно имеем:

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{2/3} dx = \frac{x^{5/3}}{5/3} + C = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + C. \otimes$$

**Пример 3.5.2.** Найти неопределённый интеграл

$$I = \int (6x^2 - 3\sqrt{x} + 5) dx.$$

**Решение.** Используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных, получаем:

$$\begin{aligned} \int (6x^2 - 3\sqrt{x} + 5) dx &= 6 \int x^2 dx - 3 \int x^{1/2} dx + 5 \int dx = \\ &= 2x^3 - 2x^{3/2} + 5x + C = 2x^3 - 2\sqrt{x^3} + 5x + C, \end{aligned}$$

где все постоянные интегрирования объединены в одну постоянную  $C$ .  $\otimes$

**Пример 3.5.3.** Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \left( 5x^2 + 11 - 3 \sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$$

**Решение.** Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, имеем:

$$\int \left( 5x^2 + 11 - 3 \sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx =$$

$$\begin{aligned}
&= 5 \int x^2 dx + 11 \int dx - 3 \int \sin x dx + 2 \int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{\sin^2 x} = \\
&= \frac{5}{3} x^3 + 11x + 3 \cos x + 2 \ln|x| + ctgx + C. \otimes
\end{aligned}$$

### Подведение под дифференциал

По определению логарифмической производной имеем:

$$y = \ln f \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (\ln f) = \frac{1}{f} \cdot \frac{df}{dx} = \frac{f'}{f}$$

Тогда по определению неопределённого интеграла имеем:

$$\int \ln f(x)' dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{f'(x) dx}{f(x)} = \int \frac{df(x)}{f(x)} = \ln |f(x)| + C.$$

Этот метод нахождения неопределённого интеграла называется *методом подведения под дифференциал*.

**Пример 3.5.4.** Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{x+1}.$$

**Решение.** Замечая, что  $dx = d(x+1)$  и, используя табличную первообразную для

функции  $\frac{1}{x}$ , в соответствии с формулой подведения под дифференциал получаем:

$$\int \frac{dx}{x+1} = \int \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1| + C. \otimes$$

**Пример 3.5.5.** Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{ax+b}.$$

**Решение.** Замечая, что  $dx = \frac{1}{a} d(ax+b)$ , имеем:

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \int \frac{d(ax+b)}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C. \otimes$$

**Пример 3.5.6.** Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{x dx}{1+x^2}.$$

Решение. Так как  $x dx = \frac{1}{2} d(+x^2)$ , получаем:

$$\int \frac{x dx}{1+x^2} = \frac{1}{2} \int \frac{d(+x^2)}{1+x^2} = \frac{1}{2} \ln(+x^2) + C. \otimes$$

**Пример 3.5.7.** Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{3x+2}{x+5} dx.$$

Решение. Преобразуем подынтегральную функцию:

$$\frac{3x+2}{x+5} \equiv \frac{3x+15-13}{x+5} = \frac{3(+x+5)-13}{x+5} = 3 - \frac{13}{x+5}.$$

Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, получаем:

$$\begin{aligned} \int \frac{3x+2}{x+5} dx &= \int \left( 3 - \frac{13}{x+5} \right) dx = 3 \int dx - 13 \int \frac{1}{x+5} dx = \\ &= 3x - 13 \ln|x+5| + C. \otimes \end{aligned}$$

### Методы подстановки (замены переменной интегрирования) и интегрирования по частям

**Пример 3.5.8.** Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt{x+3} dx.$$

Решение. Заменяя переменную по формуле  $t = x+3 \Rightarrow dx = dt$ , получаем:

$$\int \sqrt{x+3} dx = \int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3} \sqrt{(+x+3)^3} + C. \otimes$$

**Пример 3.5.9.** Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{x^2+1}{(+x^3+3x+1)} dx.$$

Решение. Заменяя переменную

$$t = x^3 + 3x + 1 \Rightarrow dx = \frac{1}{3} \frac{dt}{x^2 + 1},$$

получаем:

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x + 1} dx = \frac{1}{3} \int \frac{dt}{t^4} = -\frac{1}{9t^3} + C = -\frac{1}{9(x^3 + 3x + 1)} + C. \otimes$$

**Пример 3.5.10.** Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \cos x dx.$$

**Решение.** Замечая, что  $\cos x dx = d(\sin x)$  и используя формулу интегрирования по частям, получаем:

$$\begin{aligned} \int x \cdot \cos x dx &= \left\{ \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx, \\ dv = \cos x dx \equiv d(\sin x), \quad v = \sin x \end{array} \right\} = \\ &= x \cdot \sin x - \int \sin x dx + C = x \cdot \sin x + \cos x + C. \otimes \end{aligned}$$

**Пример 3.5.11.** Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \ln x dx.$$

**Решение.** Интегрируя по частям, получаем:

$$\begin{aligned} \int x \cdot \ln x dx &= \left\{ \begin{array}{l} u = \ln x, \quad du = \frac{dx}{x}, \\ dv = x dx, \quad v = \frac{x^2}{2} \end{array} \right\} = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{1}{2} \int x dx + C = \\ &= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C. \otimes \end{aligned}$$

### Формула Ньютона-Лейбница, вычисление определённого интеграла методом замены переменной и интегрирования по частям

**Пример 3.5.12.** Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x^2 dx$$

по формуле Ньютона-Лейбница, дать геометрическую интерпретацию.

**Р е ш е н и е.** Проводя непосредственное интегрирование и применяя формулу Ньютона-

Лейбница, получаем:  $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$ . Полученное число  $\frac{1}{3}$  имеет смысл площади

криволинейного треугольника с вершинами в точках

$$O(0, 0), A(1, 0), B(0, 1). \otimes$$

**Пример 3.5.13.** Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

**Р е ш е н и е.** Используя таблицу первообразных и формулу Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \Big|_{\pi/6}^{\pi/4} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}. \otimes$$

**Пример 3.5.14.** Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^2 2^{3x-4} dx.$$

**Р е ш е н и е.** Используем методом “подведения под дифференциал”:

$$\begin{aligned} \int_1^2 2^{3x-4} dx &= \left\{ dx = \frac{1}{3} d(x-4) \right\} = \frac{1}{3} \int_1^2 2^{3x-4} d(x-4) = \\ &= \left\{ \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \right\} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^{3x-4}}{\ln 2} \Big|_1^2 = \frac{1}{3 \ln 2} \left( 4 - \frac{1}{2} \right) = \frac{7}{6 \ln 2}. \otimes \end{aligned}$$

**Пример 3.5.15.** Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot (2 - x^2)^5 dx.$$

**Р е ш е н и е.** Для решения воспользуемся методом замены переменной. Введём новую переменную  $t = 2 - x^2$ . Дифференциал новой переменной равен

$$dt = d(2 - x^2) = -2x dx \Rightarrow x dx = -\frac{1}{2} dt.$$

Пределы изменения новой переменной определяются так:

$$x = 0 \Rightarrow t = 2; x = 1 \Rightarrow t = 1.$$

Учитывая эти формулы, получаем:

$$\int_0^1 x \cdot (-x^2)^5 dx = \left\{ \begin{array}{l} dt = d(-x^2) = -2x dx; x dx = -\frac{1}{2} dt; \\ x = 0 \Rightarrow t = 2; x = 1 \Rightarrow t = 1. \end{array} \right\} =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \int_2^1 t^5 dt = \frac{1}{2} \int_1^2 t^5 dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot t^6 \Big|_1^2 = \frac{1}{12} \cdot (64 - 1) = \frac{63}{12} = \frac{21}{4}. \otimes$$

**Пример 3.5.16.** Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx.$$

**Решение.** Используя замену переменной интегрирования  $t = \ln x$ , имеем:

$$\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx = \left\{ \begin{array}{l} t = \ln x, \\ dt = \frac{dx}{x}, \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow t = 0, \\ x = e \Rightarrow t = 1. \end{array} \right\} = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}. \otimes$$

**Пример 3.5.17.** Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot e^{-x} dx.$$

**Решение.** Данный интеграл вычисляется методом «интегрирования по частям»:

$$\int_0^1 x \cdot e^{-x} dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx, \\ dv = e^{-x} dx, \quad v = \int e^{-x} dx = -e^{-x}. \end{array} \right\} =$$

$$= x \cdot e^{-x} \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{-x} dx = x \cdot e^{-x} \Big|_0^1 - e^{-x} \Big|_0^1 =$$

$$= -e^{-1} - e^{-1} + 1 = 1 - 2 \cdot e^{-1} = 1 - \frac{2}{e} = e - \frac{2}{e}. \otimes$$

## Практическое занятие 6. Дифференцируемость функций нескольких переменных

### Первые частные производные функций нескольких переменных

**Пример 3.6.1.** Используя определение, найти первые частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$z(x, y) = x^2 y + 4x - 2y + 5,$$

в точке  $M_0(5; 1)$ .

**Решение.** Для частной производной по переменной  $x$  имеем по определению:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x}.$$

Фиксируя значение  $y = y_0$ , находим сужение функции  $z(x, y)$  на прямую  $y = y_0$ , параллельную оси  $Ox$ . На этой прямой сужение

$$z(x, y_0) = y_0 x^2 + 4x - 2y_0 + 5$$

функции  $z(x, y)$  является функцией одной переменной  $x$ . Используем схему нахождения производной функции одного переменного для сужения  $z(x, y_0)$ .

1) Придавая переменной  $x$  приращение  $\Delta x$  в точке  $(x_0; y_0)$ , получим:

$$z(x_0 + \Delta x, y_0) = x_0^2 y_0 + 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4x_0 + 4 \cdot \Delta x - 2y_0 + 5.$$

2) Находим приращение функции  $z(x, y_0)$  в точке  $(x_0; y_0)$ , придавая переменной  $x$  приращение  $\Delta x$ :

$$z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0) = 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4 \cdot \Delta x.$$

3) Находим предел конечно-разностного отношения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4\Delta x}{\Delta x} = 2x_0 y_0 + 4. \end{aligned}$$

4) Подставляя координаты точки  $(x_0; y_0) = (5; 1)$ , получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x}(5, 1) = 2x_0 y_0 + 4 \Big|_{\substack{x_0=5 \\ y_0=1}} = 14.$$

Аналогично находим частную производную в точке  $(x_0; y_0) = (6; 1)$  по второй переменной  $y$ :

$$\frac{\partial z}{\partial y} (6; 1) = 6^2 - 2 \Big|_{\substack{x_0=5 \\ y_0=1}} = 23. \quad \otimes$$

**Пример 3.6.2.** Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 + 3x^2y - y^3.$$

**Решение.** Фиксируя переменные и используя формулу вычисления производной степенной функции, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x} (x, y) = 3x^2 + 6xy; \quad \frac{\partial u}{\partial y} (x, y) = 3x^2 - 3y^2. \quad \otimes$$

**Пример 3.6.3.** Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = \frac{xy}{x+y}.$$

**Решение.** Фиксируя переменные и используя формулы вычисления производной частного и произведения двух функций, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x} (x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{xy}{x+y} \right) = \frac{y^2}{(x+y)^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} (x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{xy}{x+y} \right) = \frac{x^2}{(x+y)^2}. \quad \otimes$$

**Пример 3.6.4.** Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (-x)^{y^2}.$$

**Решение.** Для вычисления частной производной по переменной  $x$  фиксируем переменную  $y$  и используем формулу для производной степенной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x} (x, y) = -y^2 (-x)^{y^2-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной  $y$  фиксируем переменную  $x$  и используем формулу  $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$ , получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2y \cdot (-x)^2 \cdot \ln(-x). \quad \otimes$$

**Пример 3.6.5.** Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 y^2 + 2x \ln y + x^y.$$

**Решение.** Используя таблицу производных, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2 y^2 + 2 \ln y + yx^{y-1},$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2x^3 y + \frac{2x}{y} + x^y \ln x. \quad \otimes$$

**Пример 3.6.6.** Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (1 + xy)^y.$$

**Решение.** Фиксируя переменную  $y$  и используя формулу дифференцирования степенной функции, для частной производной по переменной  $x$  получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = y(1 + xy)^{y-1} \cdot y = y^2 (1 + xy)^{y-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной  $y$  фиксируем переменную  $x$  и используем понятие логарифмической производной:

$$\begin{aligned} z = \ln u(x, y) &= y \ln(1 + xy) \rightarrow z'_y = \ln(1 + xy) + \frac{xy}{1 + xy} \rightarrow \\ z' &= \frac{u'}{u} \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = (1 + xy)^y \cdot \ln(1 + xy) + (1 + xy)^y \frac{xy}{1 + xy} = \\ &= (1 + xy)^y \left[ \ln(1 + xy) + \frac{x \cdot y}{1 + xy} \right]. \quad \otimes \end{aligned}$$

**Пример 3.6.7.** Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных, заданной формулой

$$u(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}}$$

в точке  $M_0(1; -1; -2)$ .

**Решение.** Для нахождения частных производных используем таблицу производных и правила дифференцирования функций:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = -\frac{1}{2} \frac{2x_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}} = -\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = -\frac{1}{2} \frac{2x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}} = -\frac{x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3} = -\frac{1}{2} \frac{2x_3}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}} = -\frac{x_3}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(1; -1; -2) = -\frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(1; -1; -2) = \frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}(1; -1; -2) = -\frac{2}{\sqrt{216}}. \otimes$$

**Пример 3.6.8.** Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных

$$u(x_1, x_2, x_3) = \exp(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

в точке  $M(0; 1; 2)$ .

**Решение.** Для нахождения частных производных, используя таблицу производных и правила дифференцирования функций, дифференцируем сужения функции на отрезки прямых, параллельных осям системы координат:

$$\begin{aligned} 1) \frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2, x_3) &= \frac{\partial}{\partial x_1} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_1} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \\ &= 2x_1 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} \left( M \right) = 0;$$

$$\begin{aligned} 2) \frac{\partial u}{\partial x_2} \left( x_1, x_2, x_3 \right) &= \frac{\partial}{\partial x_2} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left( x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \right) \\ &= 2x_2 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} \left( M \right) = 2e^5;$$

$$\begin{aligned} 3) \frac{\partial u}{\partial x_3} \left( x_1, x_2, x_3 \right) &= \frac{\partial}{\partial x_3} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_3} \left( x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \right) \\ &= 2x_3 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3} \left( M \right) = 4e^5. \otimes$$

**Пример 3.6.9.** Показать, что функция, заданная формулой

$$z = \ln \left( x^2 + y^2 \right)$$

удовлетворяет уравнению

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

**Решение.** Находим частные производные функции в произвольной точке  $(x, y)$ :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2 + y^2}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2 + y^2}.$$

Подставляя в правую часть уравнения, получаем

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2xy}{x^2 + y^2} - \frac{2xy}{x^2 + y^2} = 0. \otimes$$

**Пример 3.6.10.** Показать, что функция

$$u \left( x_1, x_2 \right) = x_2 \ln \left( x_1^2 - x_2^2 \right)$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{x_1} \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{x_2} \frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{u}{x_2^2}.$$

Решение. Находим частные производные данной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} \left( x_1, x_2 \right) = x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} \ln \left( x_1^2 - x_2^2 \right) = x_2 \frac{1}{x_1^2 - x_2^2} \frac{\partial}{\partial x_1} \left( x_1^2 - x_2^2 \right) = \frac{2x_1 x_2}{x_1^2 - x_2^2};$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x_2} \left( x_1, x_2 \right) &= \ln \left( x_1^2 - x_2^2 \right) + x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} \ln \left( x_1^2 - x_2^2 \right) \\ &= \ln \left( x_1^2 - x_2^2 \right) + x_2 \frac{1}{x_1^2 - x_2^2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left( x_1^2 - x_2^2 \right) = \ln \left( x_1^2 - x_2^2 \right) - \frac{2x_2^2}{x_1^2 - x_2^2}. \end{aligned}$$

Полученные выражения подставим в левую часть уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_1} \frac{2x_1 x_2}{x_1^2 - x_2^2} + \frac{1}{x_2} \left[ \ln \left( x_1^2 - x_2^2 \right) - \frac{2x_2^2}{x_1^2 - x_2^2} \right] &= \\ = \frac{2x_2}{x_1^2 - x_2^2} - \frac{2x_2}{x_1^2 - x_2^2} + \frac{\ln \left( x_1^2 - x_2^2 \right)}{x_2} &= \frac{u}{x_2^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, приходим к тождеству:

$$\frac{u \left( x_1, x_2 \right)}{x_2^2} = \frac{u \left( x_1, x_2 \right)}{x_2^2}.$$

То есть функция  $u \left( x_1, x_2 \right) = x_2 \ln \left( x_1^2 - x_2^2 \right)$  удовлетворяет данному уравнению

$$\frac{1}{x_1} \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{1}{x_2} \frac{\partial u}{\partial x_2} = \frac{u}{x_2^2}. \otimes$$

### Частные производные функций нескольких переменных

#### высших порядков

**Пример 3.6.11.** Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных, заданной формулой:

$$u \left( x, y \right) = x^4 + 5x^2 y^2 + 6xy + 5.$$

Решение. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x} (x, y) = 4x^3 + 10xy^2 + 6y; \quad \frac{\partial u}{\partial y} (x, y) = 10x^2y + 6x;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (x, y) = 12x^2 + 10y^2; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} (x, y) = 10x^2;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} (x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} (x, y) = 20xy + 6. \quad \otimes$$

**Пример 3.6.12.** Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x, y) = e^x \ln y.$$

Решение. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x} (x, y) = e^x \ln y; \quad \frac{\partial u}{\partial y} (x, y) = \frac{e^x}{y};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (x, y) = e^x \ln y; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} (x, y) = -\frac{e^x}{y^2};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} (x, y) = \frac{e^x}{y}. \quad \otimes$$

**Пример 3.6.13.** Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных  $u(x, y) = \sin(x + y)$ .

Решение. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x} (x, y) = \cos(x + y); \quad \frac{\partial u}{\partial y} (x, y) = \cos(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (x, y) = -\sin(x + y); \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} (x, y) = -\sin(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} (x, y) = -\sin(x + y). \quad \otimes$$

**Пример 3.6.14.** Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x_1, x_2) = x_1^{x_2}.$$

Решение. 1) Находим частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2 x_1^{x_2-1}, \quad \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1^{x_2} \ln x_1.$$

2) Находим частные производные второго порядка, дифференцируя частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = x_2 (x_2 - 1) x_1^{x_2-2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = x_1^{x_2-1} + x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 = x_1^{x_2-1} (1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 + x_1^{x_2} \frac{1}{x_1} = x_1^{x_2-1} (x_2 \ln x_1 + 1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = x_1^{x_2} \ln x_1.$$

### Дифференцируемость функций нескольких переменных

**Пример 3.6.15.** Вычислить полный дифференциал функции двух переменных, заданной формулой

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

в точке  $M_0(1; -1)$ .

**Решение.** Находим частные производные функции:

$$1) \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{2x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=-1}} = -\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{4};$$

$$2) \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{2} \frac{2y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=-1}} = \frac{1}{2^2} = \frac{\sqrt{2}}{4};$$

$$3) dz|_{1, -1} = -\frac{\sqrt{2}}{4} dx + \frac{\sqrt{2}}{4} dy. \otimes$$

**Пример 3.6.16.** Вычислить приближённо  $0,98 \overset{2,01}{\underset{2,01}{}}$ .

**Решение.** Рассмотрим функцию  $z = x^y$ . В точке  $(2)$  значение функции  $z(2) = 1$ . Вычислим значение функции в точке  $(0,98; 2,01)$ . Имеем  $\Delta x = -0,02$ ,  $\Delta y = 0,01$ . Находим частные производные функции  $z = x^y$  в точке  $(2)$ :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = yx^{y-1} \Rightarrow \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} = 2;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln x \Rightarrow \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} = 0.$$

Получаем:

$$0,98 \overset{2,01}{\underset{2,01}{}} = z(2) + \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} \cdot \Delta x + \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} \cdot \Delta y = 1 - 0,04 = 0,96. \otimes$$

**Пример 3.6.17.** Найти дифференциал функции

$$f = f(x + y^2, y + x^2)$$

в точке  $M(1; 1)$ .

**Решение.** Обозначим, например,

$$u = x + y^2, v = y + x^2.$$

Для нахождения дифференциала используем формулу дифференциала и правило нахождения производной композиции функций:

$$df(u, v) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy = \left( \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} \right) dx + \left( \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y} \right) dy;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot 1 + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot 2x;$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \cdot 2y + \frac{\partial f}{\partial v} \cdot 1;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \stackrel{\text{M}}{=} \frac{\partial f}{\partial u} \stackrel{\text{Q}; 2}{=} \frac{\partial f}{\partial v} \stackrel{\text{Q}; 2}{=};$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \stackrel{\text{M}}{=} \frac{\partial f}{\partial u} \stackrel{\text{Q}; 2}{=} \frac{\partial f}{\partial v} \stackrel{\text{Q}; 2}{=}.$$

Подставляя в выражение для полного дифференциала, получаем:

$$\begin{aligned} df \stackrel{\text{M}}{=} & \frac{\partial f}{\partial x} \stackrel{\text{M}}{=} dx + \frac{\partial f}{\partial y} \stackrel{\text{M}}{=} dy = \\ & = \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \stackrel{\text{Q}; 2}{=} 2 \frac{\partial f}{\partial v} \stackrel{\text{Q}; 2}{=} \right] dx + \left[ 2 \frac{\partial f}{\partial u} \stackrel{\text{Q}; 2}{=} \frac{\partial f}{\partial v} \stackrel{\text{Q}; 2}{=} \right] dy. \otimes \end{aligned}$$

### Дифференциалы высших порядков

**Пример 3.6.18.** Найти дифференциал второго порядка функции

$$f = f(x + y, xy).$$

**Решение.** Обозначим  $u = x + y$ ,  $v = xy$ . Теперь находим:

$$\frac{\partial f}{\partial x} =$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y};$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \frac{\partial v}{\partial x};$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u} \cdot x + \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} \cdot y + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \cdot xy + \frac{\partial f}{\partial v} =$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} + xy \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} + \frac{\partial f}{\partial v};$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u} \cdot x + \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} \cdot x + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} \cdot x^2 =$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + 2x \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} + x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}. \otimes$$

### Производные сложных и неявно заданных функций

Пусть функция  $u = f(x, y)$  задана параметрическим способом, то есть, с помощью формул

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t).$$

Тогда функция  $u$  является функцией одного переменного  $t$ :

$$u = f(\varphi(t), \psi(t)).$$

Пусть функции  $x = \varphi(t)$  и  $y = \psi(t)$  дифференцируемы в некоторой точке  $t$ , то есть, существуют производные

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt},$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\psi(t + \Delta t) - \psi(t)}{\Delta t} = \frac{d\psi}{dt}.$$

Если функция  $u = f(x, y)$  дифференцируема, то придавая переменной  $t$  приращение  $\Delta t$ , видим, что все функции получают соответствующие приращения  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  и  $\Delta u$ , причём по определению дифференцируемости

$$\begin{aligned} \Delta u &= f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y) \\ &= \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y \end{aligned}$$

где  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \beta = 0$ . Из последнего равенства вытекает, что

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\Delta y}{\Delta t} + \alpha \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \beta \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} \right\} = \\ &= \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt}. \end{aligned}$$

Итак, имеем формулу:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \frac{dy}{dt}.$$

Если  $x = \varphi(s)$  и  $y = \psi(s)$ , то имеем две формулы:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}.$$

**Пример 3.6.19.** Найти  $\frac{dz}{dt}$ , если

$$z = x^3 - x^2 y, \quad x = 1 - t^2, \quad y = t^4.$$

**Решение.** Находим непосредственно:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} = (3x^2 - 2xy) \cdot (-2t) + (-x^2) \cdot 4t^3 = \\ &= 4t^7 + 2t^6 + 8t^5 + 4t^4 - 4t^3 - 12t^2 + 2t. \quad \otimes \end{aligned}$$

**Пример 3.6.20.** Найти  $\frac{du}{dt}$ , если

$$u = \ln \frac{x_1 - x_2 + x_3}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} + \sin(x_1 + x_2 + x_3),$$

$$x_1 = a \sin t, \quad x_2 = b \cos t, \quad x_3 = ce^{-kt},$$

где  $a, b, c, k$  – некоторые постоянные.

**Пример 3.6.21.** Найти  $\frac{\partial z}{\partial t}$  и  $\frac{\partial z}{\partial s}$  для функции  $z = x^3 e^y$ , если

$$x = ts, \quad y = t^2 - s^2.$$

**Решение.**

$$1) \quad \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = e^{t^2 - s^2} t^2 s^3 + 2t^2,$$

$$2) \quad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} = e^{t^2 - s^2} t^3 s^2 - 2s^2. \quad \otimes$$

Пусть функция  $y = f(x)$  задана неявно посредством уравнения

$$F(x, y) = 0,$$

тогда её производная находится с использованием правила дифференцирования сложной функции путём прямого дифференцирования уравнения, определяющего функцию:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y) + \frac{\partial F}{\partial y}(x, y) \frac{dy}{dx} = 0,$$

где учтено, что  $\frac{dx}{dx} = 1$ . Если  $\frac{\partial F}{\partial y}(x, y) \neq 0$ , то получаем

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial x}(x, y)}{\frac{\partial F}{\partial y}(x, y)}.$$

Пусть теперь уравнение

$$F(x, y, u) = 0$$

задаёт функцию двух переменных  $u = \varphi(x, y)$ . Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial u}}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial u}}.$$

**Пример 3.6.22.** Найти частные производные функции  $z = z(x, y)$ , заданной неявно уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1 = 0.$$

**Решение.** Здесь

$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1,$$

следовательно, имеем:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x + 2y; \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 2x + 2y - 4; \quad \frac{\partial F}{\partial z} = 2z.$$

Используя формулы дифференцирования неявно заданной функции, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x}{F'_z} = -\frac{x+y}{z}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y}{F'_z} = \frac{2-x-y}{z}. \quad \otimes$$

## Практическое занятие 6

### Градиент функции и производная по направлению

**Пример 3.7.1.** Найти  $\vec{\text{grad}} f$  и  $\left\| \vec{\text{grad}} f \right\|$  для функции, определённой формулой

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$$

в точке  $M_0(-1; 2)$ .

**Решение.** Находим частные производные и их значение в указанной точке:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = 2x, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = 2y, \quad \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = -2z;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 2) = 2, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(-1, 2) = -2, \quad \frac{\partial f}{\partial z}(-1, 2) = -4.$$

Теперь имеем:

$$\vec{\text{grad}} f|_{M_0} = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3,$$

$$\left\| \vec{\text{grad}} f \right\| = \sqrt{4+4+16} = 2\sqrt{6}. \quad \otimes$$

**Пример 3.7.2.** Найти производную функции, заданной формулой

$$u(x, y, z) = x^2 - 2xz + y^2$$

в точке  $M_0(2; -1)$  по направлению вектора  $\vec{M_0M}$ , где  $M(4; -3)$ .

**Решение.** Находим вектор

$$\vec{M_0M} : \vec{M_0M} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Далее, находим градиент функции в произвольной точке и в точке  $M_0(2; -1)$ :

$$\vec{\text{grad}} u = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{e}_1 + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{e}_2 + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{e}_3 = (x - 2z) \vec{e}_1 + 2y \vec{e}_2 - 2x \vec{e}_3,$$

$$\vec{\text{grad}} u|_{M_0} = 4 \vec{e}_1 + 4 \vec{e}_2 - 2 \vec{e}_3.$$

Находим производную по направлению вектора  $\vec{M_0M}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \vec{M_0M}}|_{M_0} &= \frac{\left( \vec{\text{grad}} u \Big|_M, \vec{M_0M} \right)}{\|\vec{M_0M}\|} = \frac{4 \quad 4 \quad -2}{\sqrt{1+4+4}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{4+8+4}{\sqrt{9}} = \frac{16}{3}. \otimes \end{aligned}$$

### Экстремум функции двух переменных

**Пример 3.7.3.** Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$z(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y.$$

**Решение.** 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x = 0, \\ z'_y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 2, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

Решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}.$$

Имеем одну критическую точку  $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$ .

2) Вычисляем определитель:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 > 0.$$

Точка  $M\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$  является точкой экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} > 0,$$

то точка  $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$  является точкой локального **минимума**.

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z_{M_0} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{2}{3} - \frac{12}{3} = -\frac{7}{3}. \otimes$$

**Пример 3.7.4.** Исследовать на экстремуму функцию, заданную формулой:

$$z(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{x + 2y - 16}{2}.$$

Решение. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x = 0, \\ z'_y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 16, \\ x + 3y = 16. \end{cases}$$

Эта СЛАУ имеет решение:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16/7 \\ 32/7 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем одну критическую точку  $M_0\left(\frac{16}{7}; \frac{32}{7}\right)$ .

2) Вычисляем определитель:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 14 > 0.$$

Точка  $M_0\left(\frac{16}{7}; \frac{32}{7}\right)$  является точкой локального экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} > 0,$$

то точка  $M_0\left(\frac{16}{7}; \frac{32}{7}\right)$  является точкой локального **минимума**.

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z \approx 36,6. \otimes$$

## Практическое занятие № 8

### Непосредственное вычисление суммы числового ряда

**Пример 3.8.1.** Найти сумму ряда

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} + \dots$$

Решение. Общий член ряда равен

$$a_n = \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

Следовательно, для последовательности частичных сумм ряда имеем

$$s_n = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \dots = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Сумма ряда находится путём непосредственного предельного перехода:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1. \otimes$$

**Пример 3.8.2.** Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$ .

**Решение.** Общий член ряда можно представить в виде:

$$a_n = \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right).$$

Записывая общий член последовательности частичных сумм ряда в виде

$$s_n = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(n+1)}$$

и переходя непосредственно к пределу, получаем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2(n+1)} \right] = \frac{1}{2}. \otimes$$

**Пример 3.8.3.** Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \dots$$

**Решение.** Имеем геометрическую прогрессию, которая в силу неравенства  $q = \frac{1}{2} < 1$

сходится и имеет сумму

$$S = \frac{1}{1-q} = 2. \otimes$$

### Необходимый признак сходимости

**Пример 3.8.4.** Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}.$$

**Решение.** Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2 - \frac{1}{n}} = \frac{0}{2} = 0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется.  $\otimes$

**Пример 3.8.5.** Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}.$$

**Решение.** Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{1 + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{1} = 0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется.  $\otimes$

### Признак сравнения

**Пример 3.8.6.** Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 2^{2n}}$ .

**Решение.** Для почти всех  $n$  выполняется неравенство

$$\frac{2^n}{1 + 2^{2n}} < \frac{2^n}{2^{2n}} = \frac{1}{2^n}.$$

Следовательно, ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 2^{2n}}$  является минорантой ряда геометрической прогрессии  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ ,

который сходится, так как  $q = \frac{1}{2} < 1$ .

Следовательно, ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 2^{2n}}$  по признаку сравнения сходится.  $\otimes$

**Пример 3.8.7.** Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1}}{n^2 + \sin n}$ .

**Решение.** Проверяем выполнение необходимого признака сходимости:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 + 1}}{n^2 + \sin n} = 0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется.

Общий член ряда удовлетворяет следующим условиям:  $\forall n \in \mathbb{N}$

$$-1 \leq \sin n \leq 1; 1 < 2 + \sin n < 3; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)} > 0.$$

Имеем ряд с положительными членами, для которого можно применить признак сравнения.

Предположим, что ряд сходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} < 2n^{3/2}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)} < \frac{2n^{3/2}}{n^2} = \frac{2}{n^{1/2}}.$$

Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^{1/2}}$  является так называемым обобщённым гармоническим рядом  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{n^{\alpha}}$ , который при

$0 < \alpha < 1$  расходится. Поэтому предположение о сходимости исходного ряда подтвердить не удалось.

Предположим, что ряд расходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} > \sqrt{n^3}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)} > \frac{n^{3/2}}{3n^2} = \frac{1}{3n^{1/2}}.$$

Так как обобщённый гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^{1/2}}$  расходится, то и исходный ряд также

расходится.  $\otimes$

### Признак Даламбера

**Пример 3.8.8.** Выяснить вопрос о сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$ .

**Решение.** Находя отношение  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ , получаем:

$$a_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}, a_{n+1} = \frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\sqrt{n+1} \cdot 2^n}{2^n \cdot 2 \cdot \sqrt{n}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{n+1}{n}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}}.$$

Очевидно, что для всех  $n$  выполняется неравенство  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ . Поэтому ряд сходится по

признаку Даламбера.  $\otimes$

**Пример 3.8.9.** Выяснить вопрос о сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ .

**Решение.** Находя отношение  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ , получаем:

$$a_n = \frac{n^n}{n!}, a_{n+1} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1} \cdot n!}{(n+1)! \cdot n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

Очевидно, что для всех  $n$  выполняется неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n > 1.$$

Поэтому ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$  по признаку Даламбера расходится.  $\otimes$

### Знакопеременные ряды

**Пример 3.8.10.** Выяснить вопрос о сходимости знакочередующегося ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}.$$

**Решение.** Члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают:

$$1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \dots$$

Последовательность абсолютных величин членов ряда сходится к нулю:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \left( \left( 1 \right)^{n-1} \frac{1}{n} \right) \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0.$$

Поэтому ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \left( 1 \right)^{n-1} \frac{1}{n} \right)$  по признаку Лейбница сходится.  $\otimes$

**Пример 3.8.11.** Оценить ошибку, допускаемую при замене суммы ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \left( 1 \right)^{n-1} \frac{1}{n} \right)$$

суммой четырёх его первых членов.

**Решение.** Ряд сходится (см. предыдущую задачу). Ошибка, получающаяся при замене суммы ряда суммой четырёх его первых членов, меньше абсолютной величины пятого члена:

$$\Delta < 0,2. \otimes$$

**Пример 3.8.12.** Выяснить вопрос о типе сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \left( 1 \right)^{n-1} \frac{1}{n!} \right)$ .

**Решение.** Ряд сходится (см. задачу 8.11). Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ . Вычисляем отношение

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1}.$$

Для всех  $n$ , очевидно, имеет место неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{n+1} < 1.$$

Поэтому ряд сходится абсолютно.  $\otimes$

**Пример 3.8.13.** Выяснить вопрос о типе сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \left( 1 \right)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \right)$ .

**Решение.** Ряд знакопередающийся, последовательность его членов монотонно убывает и сходится к нулю. Поэтому ряд сходится по признаку Лейбница.

Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин его членов, то есть ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ .

Сравнивая его с гармоническим рядом, замечаем, что для почти всех  $n$  (начиная с  $n = 2$ ) каждый член этого ряда больше соответствующего члена гармонического ряда:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{n}} > \frac{1}{n}.$$

Так как гармонический ряд расходится, то по признаку сравнения расходится и ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ . Поэтому ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$  не является абсолютно сходящимся, то есть сходится условно.  $\otimes$

## Практическое занятие 9

### Функциональные ряды

**Пример 3.9.1.** Исследовать сходимость функционального ряда

$$\frac{4-x}{7x+2} + \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{4-x}{7x+2} \right)^2 + \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{4-x}{7x+2} \right)^3 + \dots + \frac{1}{2n-1} \cdot \left( \frac{4-x}{7x+2} \right)^n + \dots$$

в точках  $x_1 = 0$  и  $x_2 = 1$ .

**Решение.** 1) В точке  $x_1 = 0$  имеем

$$2 + \frac{1}{3} \cdot 2^2 + \frac{1}{5} \cdot 2^3 + \dots + \frac{1}{2n-1} \cdot 2^n + \dots$$

Это ряд с положительными членами. Применим признак Даламбера:

$$u_n = \frac{2^n}{2n-1}; u_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{2n+1};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2n+1} \cdot \frac{2n-1}{2^n} = 2 \cdot \frac{2n-1}{2n+1} = 2 \cdot \frac{2n+1-2}{2n+1} = 2 \cdot \left( 1 - \frac{2}{2n+1} \right) > 1.$$

Поэтому в точке  $x_1 = 0$  ряд расходится.

2) В точке  $x_2 = 1$  имеем

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{2n-1} \cdot \frac{1}{3^n} + \dots$$

Применяем признак Даламбера:

$$u_n = \frac{1}{3^n \cdot (2n-1)}; u_{n+1} = \frac{1}{3^{n+1} \cdot (2n+1)};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n-1)3^n}{(n+1)3^{n+1}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2n-1}{2n+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2n+1-2}{2n+1} = \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{2}{2n+1}\right) < 1.$$

Поэтому в точке  $x_2 = 1$  ряд сходится.  $\otimes$

**Пример 3.9.2.** Найти промежуток сходимости и сумму ряда

$$1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots + e^{-(n-1)x} + \dots$$

**Решение.** В точке  $x = 0$  не выполняется необходимый признак сходимости и ряд, очевидно, расходится. Рассмотрим промежутки  $(-\infty, 0)$  и  $(0, \infty)$ .

1) На промежутке  $(-\infty, 0)$  имеем:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{-(n-1)x} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(n-1)(-x)} = \left\{ \begin{array}{l} x = t \end{array} \right\} \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(n-1)t},$$

где  $t \in (0, \infty)$ . Поэтому  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(n-1)t} \neq 0$ . Снова не выполняется необходимый признак сходимости. Ряд на промежутке  $(-\infty, 0)$  расходится.

2) На промежутке  $(0, \infty)$  выполняется необходимый признак сходимости. Далее имеем:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{e^{-nx}}{e^{-(n-1)x}} = \frac{e^{-(n-1)x}}{e^{nx}} = e^{-x} = \frac{1}{e^x}.$$

На  $(0, \infty)$  всегда  $\frac{1}{e^x} < 1$ . Поэтому ряд сходится.

Перепишем ряд в виде:

$$1 + \frac{1}{e^x} + \left(\frac{1}{e^x}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{e^x}\right)^n + \dots$$

Имеем геометрическую прогрессию со знаменателем  $q = \frac{1}{e^x} < 1$ . Поэтому сумма ряда равна

$$S = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{e^x}} = \frac{e^x}{e^x-1}. \otimes$$

**Пример 3.9.3.** Исследовать сходимость степенного ряда

$$x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots + \frac{1}{n}x^n + \dots$$

Решение. Здесь

$$a_n = \frac{1}{n}, a_{n+1} = \frac{1}{n+1}.$$

Радиус сходимости

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1.$$

Ряд сходится в промежутке  $-1 < x < 1$ .

Если  $x = 1$ , имеем гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ , который расходится.

Если  $x = -1$ , то получаем ряд

$$-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \dots$$

Это ряд Лейбница и, следовательно, он сходится.

Таким образом, область сходимости данного ряда является промежуток  $x \in [-1, 1)$ ,

который можно задать двойным неравенством  $-1 \leq x < 1$ .  $\otimes$

**Пример 3.9.4.** Исследовать сходимость ряда

$$\left(\frac{x-2}{2}\right)^2 + \frac{1}{2^2} \left(\frac{x-2}{2}\right)^2 + \frac{1}{3^2} \left(\frac{x-2}{2}\right)^2 + \dots + \frac{1}{n^2} \left(\frac{x-2}{2}\right)^2 + \dots$$

Решение. Коэффициенты ряда выражаются формулами:

$$a_n = \frac{1}{n^2}; a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2}.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}\right) = 1.$$

Таким образом, ряд сходится, если

$$-1 < x - 2 < 1 \Rightarrow 1 < x < 3.$$

На левом конце промежутка сходимости  $x = 1$  имеем ряд

$$-1 + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} - \dots$$

Это знакочередующийся ряд Лейбница, который сходится, так как сходится ряд из абсолютных величин его членов.

На правом конце промежутка сходимости  $x = 3$  имеем ряд

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$$

Этот ряд сходится, так как при  $p > 1$  сходится ряд

$$1 + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \frac{1}{4^p} + \dots,$$

что является табличным фактом.

Степенной ряд сходится для значений  $x$ , удовлетворяющих двойному неравенству  $1 \leq x \leq 3$ .  $\otimes$

**Пример 3.9.5.** Исследовать сходимость ряда

$$1! \left(\frac{x-5}{4}\right) + 2! \left(\frac{x-5}{4}\right)^2 + 3! \left(\frac{x-5}{4}\right)^3 + \dots + n! \left(\frac{x-5}{4}\right)^n + \dots$$

**Решение.** Коэффициенты ряда

$$a_n = n!; a_{n+1} = (n+1)!$$

Поэтому радиус сходимости

$$r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0.$$

Ряд сходится только при  $x - 5 = 0$ , то есть в точке  $x = 5$ .  $\otimes$

**Пример 3.9.6.** Показать, что ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2}$  сходится равномерно на промежутке

$$(-\infty, \infty).$$

**Решение.** Выпишем несколько первых членов ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2} = -\frac{1}{x^4 + 1^2} + \frac{2}{x^4 + 2^2} - \frac{3}{x^4 + 3^2} + \dots$$

Имеем знакочередующийся ряд, причём

$$|u_1| = \frac{1}{x^4 + 1} > |u_2| = \frac{2}{x^4 + 4} > |u_3| = \frac{3}{x^4 + 9} > \dots$$

Применим признак Лейбница:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\left(\frac{x^2}{n}\right)^2 + 1} = 0.$$

Ряд сходится для любых  $x \in (-\infty, \infty)$ .

Для остатка ряда имеем

$$|r_n| = \left| \sum_{n=m+1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{x^4 + n^2} \right| < |u_{m+1}| = \left| \frac{(-1)^{m+1} \cdot (m+1)}{x^4 + (m+1)^2} \right| < \frac{1}{m+1},$$

так как  $x^4 > 0$ . Рассмотрим неравенство  $\frac{1}{m+1} < \varepsilon$ . Из этого неравенства получаем

$m > \frac{1}{\varepsilon} - 1$ . Если теперь мы выберем  $m_0 = \left[ \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right] + 1$ , то  $\forall m \geq m_0$  получаем

$|r_m| < \frac{1}{m+1} < \varepsilon$ . Таким образом, ряд сходится на  $(-\infty, \infty)$  независимо от  $x$ , то есть

равномерно по  $x \in (-\infty, \infty)$ .  $\otimes$

### Ряд Тейлора (Маклорена)

**Пример 3.9.7.** Разложить функцию

$$f(x) = \frac{3}{2 - x - x^2}$$

по степеням  $x$   $(x_0 = 0)$  в ряд Тейлора.

**Решение.** Данную функцию разложим на элементарные дроби:

$$f(x) = \frac{3}{2 - x - x^2} = \frac{1}{1 - x} + \frac{1}{x + 2}.$$

Теперь можно использовать готовое табличное разложение

$$\frac{1}{1 - t} = 1 + t + t^2 + t^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} t^n, \quad t \in (-1, 1).$$

Применяя это разложение, получаем:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} x^n;$$

$$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+x/2} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^{n+1}}, \quad x \in (-2, 2).$$

Получаем разложение для исходной функции:

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left( 1 + \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} \right) x^n.$$

Область сходимости данного ряда – пересечение указанных областей сходимости:

$$M = (-1, 1) \cap (-2, 2) = (-1, 1) \otimes$$

**Пример 3.9.8.** Разложить в ряд Маклорена функцию, определённую формулой

$$f(x) = \sin^2 x.$$

**Решение.** Вычисляем производные данной функции:

$$f^{(0)}(x) = \sin^2 x;$$

$$f^{(1)}(x) = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \sin 2x;$$

$$f^{(2)}(x) = 2 \cdot \cos 2x = 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(3)}(x) = -4 \cdot \sin 2x = 2^2 \cdot \sin\left(2x + 2 \cdot \frac{\pi}{2}\right);$$

$$f^{(4)}(x) = -8 \cdot \cos 2x = 2^3 \cdot \sin\left(2x + 3 \cdot \frac{\pi}{2}\right);$$

.....;

$$f^{(q)}(x) = 2^{q-1} \cdot \sin\left[2x + (q-1) \cdot \frac{\pi}{2}\right];$$

$$f^{(q+1)}(x) = 2^n \cdot \sin\left[2x + n \cdot \frac{\pi}{2}\right];$$

.....

Вычисляем производные в точке  $x = 0$ :

$$f^{(0)}(0) = 0;$$

$$f^{(1)}(0) = 0;$$

$$f^{(2)}(0) = 2;$$

$$f^{(3)}(0) = 0;$$

$$f^{(4)}(0) = 2^3;$$

$$f^{(5)}(0) = 0;$$

$$f^{(6)}(0) = 2^5;$$

.....

Остаточный член в форме Лагранжа имеет вид

$$\begin{aligned} r_n &= \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} x^{n+1} = \frac{2^n \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot x^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right). \end{aligned}$$

Так как

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot x^{n+1}}{(n+1)!} = 0, \quad \left| \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right) \right| \leq 1,$$

получаем  $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n = 0$ . Поэтому функция  $f(x) = \sin^2 x$  может быть разложена в ряд

Маклорена

$$\sin^2 x = \frac{2}{2!} \cdot x^2 - \frac{2^3}{4!} \cdot x^4 + \frac{2^5}{6!} \cdot x^6 - \frac{2^7}{8!} \cdot x^8 + \dots$$

на любом промежутке  $[b, b'] \otimes$

### Задания для самостоятельной работы

#### Предел и дифференцируемость функций одного переменного

1. Выяснить тип монотонности последовательностей:

$$1) \left( \frac{n}{2n+1} \right); 2) \left( \frac{n}{5^n} \right); 3) \left( \frac{n}{4n-3} \right); 4) \left( \frac{n}{n+1} \right); 5) \left( 1 + \frac{1}{2^n} \right).$$

2. Используя определение, показать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_0$ , если:

$$1) x_n = \frac{3n+1}{5n+2}, x_0 = \frac{3}{5};$$

$$2) x_n = \frac{2n-2}{3n-1}, x_0 = \frac{2}{3};$$

$$3) x_n = \frac{4n-2}{2n+3}, x_0 = 2;$$

$$4) x_n = \frac{4n^2+1}{n^2+2}, x_0 = 4;$$

$$5) x_n = \frac{3-n^3}{1+n^3}, x_0 = -1;$$

$$6) x_n = \frac{6n-2}{2n+1}, x_0 = 3;$$

$$7) x_n = \frac{3+8n^2}{1+4n^2}, x_0 = 2;$$

$$8) x_n = \frac{5n+2}{3n+1}, x_0 = \frac{5}{3}.$$

3. Вычислить предел последовательности:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{n};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{2n+5};$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{-n} + \sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{-n} - \sqrt[3]{n}};$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{-n} - \sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{-n} + \sqrt[3]{n}};$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 - (n+1)^3}{(n+1)^2 - (-n)^2};$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3}{(n+2)^2 - (n+1)^3};$$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2 - (n+5)^3}{(n-n)^3};$$

$$8) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \frac{n}{2^n}}{n^2 - 1};$$

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3}{n^2 + 1} - \frac{3n^2}{3n - 1} \right);$$

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{a^2 n^2 + bn} - an \right);$$

$$11) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \sqrt{3n^2} + \sqrt[4]{4n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7 - n + n^2}};$$

$$12) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{2n^2 + 3}}{\sqrt[3]{n^3 + 3} + \sqrt[4]{n^5 + 2}};$$

$$13) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 - \sqrt{n^3 + 2}}{\sqrt{4n^6 + 3} - n};$$

$$14) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{8n^3 + 3}}{\sqrt[4]{n+5} + n};$$

$$15) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 5^{n+1}}{2^n + 5^n};$$

$$16) \lim_{n \rightarrow \infty} (e^{-n} \sin x);$$

$$17) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+2}{n-1} \right)^n;$$

$$18) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 1}{n^2} \right)^{n^2};$$

$$19) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + n + 3}{n^2 + n - 1} \right)^{-n^2};$$

$$20) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 1} \right)^{3n^2};$$

$$21) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1};$$

$$22) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{3n} \right)^n.$$

23. Найти множество определения  $M$  и множество значений  $f(M)$  функции  $f(x) = \lg x$ .

24. Найти множество определения  $M$  следующих функций:

$$1) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}; 2) f(x) = \frac{2x}{x^2 - 5x + 4}; 3) f(x) = x - 2 \sqrt{\frac{x+1}{1-x}};$$

$$4) f(x) = \lg(x - 2) \sqrt{\frac{x+2}{1-x}}; 5) f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 - 3x^2 + x}.$$

25. Выяснить, какие из данных функций являются чётными, а какие нечётными:

$$1) f(x) = 1 - x; 2) f(x) = x^3 + x; 3) f(x) = \sqrt{2x - x^2};$$

$$4) f(x) = x^5 - x^3 + x; 5) f(x) = x^2 + x - 1.$$

26. Выяснить, является ли данная функция периодической и если функция является периодической, то найти её период:

$$1) f(x) = 5; 2) f(x) = \sin(x + 3); 3) f(x) = \cos x^2;$$

$$4) f(x) = 2 \lfloor x \rfloor + 1, \text{ где } \lfloor x \rfloor - \text{целая часть } x.$$

27. Используя определение непрерывности функции по Гейне, доказать, что функция  $f(x) = x^2 + 3x + 3$  непрерывна в любой точке действительной числовой оси  $(-\infty, +\infty)$ .

28. Используя определение непрерывности по Коши показать, что следующие функции непрерывны в заданных точках  $x_0$ :

1)  $f(x) = 3x - 5, x_0 = 2$ ; 2)  $f(x) = 4x^2 - 1, x_0 = 2$ ;

3)  $f(x) = -3x^2 + 8, x_0 = 4$ ; 4)  $f(x) = 4x^2 + 1, x_0 = 8$ ;

5)  $f(x) = \sin x - \cos 2x, x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

29. Решить неравенство  $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1} < 0$ .

30. Найти предел данной функции при  $x \rightarrow x_0$ :

1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 - 3x^2 + x}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 + 7x + 5}{x^2 - x - 2}$ ;

3)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 - 3x - 2}$ ; 4)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^4 - x^3 + x - 1}$ ;

5)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$ ; 6)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x^3 - a^3}$ ; 7)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x}{1 - \cos 2x}$ ;

8)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 2x)}{\sin 3x}$ ; 9)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 5x - \cos 3x}$ ; 10)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + x3^x}{1 + x2^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$ ;

12)  $\lim_{x \rightarrow 0} (-\ln \cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$ .

31. Используя свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций, найти следующие пределы:

1)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x + 5}{x - 5}$ ; 2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$ ; 3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( x \cdot \cos \frac{1}{x} \right)$ ;

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1}; 5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x^2 - 4};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2}{4x^5 + x + 1}; 7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}); 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{4x}; 10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{3x}.$$

32. Используя таблицу производных, найти первую производную функцию для заданной функции и, если требуется, её значение в заданных точках:

$$1) f'(x) = \ln \frac{5 - 4x^2}{3 + 7x^2}, x_0 = 3; 2) f'(x) = \ln \frac{(x^2 - 2x)^3}{x^2 - 5};$$

$$3) f'(x) = x \cdot \ln x, x = 1, x = 1x = e, x = \frac{1}{e}, x = \frac{1}{e^2};$$

$$4) f'(x) = \sqrt[8]{x^3} - 4x^6 + 5 \ln x - 7 \cos x + \operatorname{tg}(x^2 + 2) + \operatorname{ctg} 6x;$$

$$5) f'(x) = \ln^2(-\cos x); 6) f'(x) = \frac{3^x (\sin x + \cos x \cdot \ln 3)}{1 + \ln^2 3};$$

$$7) f'(x) = \ln \sin 3 - \frac{\cos^2 x}{\sin x}; 8) f'(x) = \ln(1 + \sqrt{thx}).$$

33. Найти первую производную и дифференциал функции

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sin x} + (x^2) \operatorname{ctg} x.$$

$$34. \text{Найти } f'(x) \text{ и } df(x), \text{ если } f(x) = \frac{1 - 10^x}{1 + 10^x}.$$

$$35. \text{Найти } f'(x) \text{ и } df(x), \text{ если } f(x) = \ln(e^x + 7).$$

36. Пусть функции  $f$  и  $g$ , определённые на одном и том же множестве  $M \subset \mathbb{R}$ ,  $n$ -раз дифференцируемы на этом множестве. Показать, что сумма и произведение этих функций также  $n$ -раз дифференцируемы на  $M$ .

37. Найти производные указанных порядков для данных функций:

$$1) f'(x) = \ln(x - 3), f''(x) = ?;$$

$$2) f(x) = \sin 2x + \cos 3x, f'''(x) = ?;$$

$$3) f(x) = \frac{x+1}{2x+3}, f'''(x) = ?;$$

$$4) f(x) = \ln(x+1), f'''(x) = ?;$$

$$5) f(x) = 3^{2x+1}, f'''(x) = ?;$$

$$6) f(x) = x^2 \cdot \sin x, f'(x) = ?.$$

38. Найти производные и дифференциалы указанных порядков:

$$1) f(x) = \cos^2 x, f''(x) = ?, d^2 f(x) = ?;$$

$$2) f(x) = e^x \cos x, f^{(6)}(x) = ?, d^{(6)} f(x) = ?.$$

### Дифференцируемость функций нескольких переменных

#### Интегрируемость функций одного переменного

1. Найти частные производные первого порядка функций, заданных формулами:

$$1) u(x, y) = x^3 \sin y + y^4; \quad 2) u(x, y) = x^2 \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}.$$

2. Найти частные производные в заданных точках:

$$1) u(x, y) = \frac{1-xy}{1+xy}, A(0; 1);$$

$$2) u(x, y) = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}, A(1; 1);$$

$$3) u(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}, A(\sqrt{2}; 1).$$

3. Найти полные дифференциалы следующих функций:

$$1) u = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad 2) u = \ln \sqrt{x_1^2 + x_2^2};$$

$$3) u = \ln \sin x_1 - 2x_2; \quad 4) u = x^2 yz^4; \quad 5) u = \ln(x^3 - y^3 + 2z^3).$$

4. Пусть функция задана формулой  $f(x, y) = x^2 \sin^2 y$ . Вычислить  $df(x_0, y_0)$  в точке

$$(x_0, y_0) = \left(-1; \frac{\pi}{4}\right).$$

5. Вычислить значения полных дифференциалов функций, заданных формулами:

$$1) u = \frac{x_2}{x_2 - x_1}, x_1 = 1, x_2 = 2, dx_1 = \frac{1}{2}, dx_2 = -\frac{1}{3};$$

$$2) u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$x = 3, y = 4, z = 5, dx = -0,1, dy = 0,3, dz = 0,2.$$

6. Вычислить приближённое значение выражения  $(0,02)^3 \cdot (0,97)^3$ .

7. Найти  $\frac{du}{dt}$ , если  $u = e^{x-3y}$ ,  $x = \sin t$ ,  $y = t^2$ .

8. Найти  $\frac{\partial f}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial v}$ , если  $f = \ln(x^2 + y^2)$ ,  $x = uv$ ,  $y = \frac{u}{v}$ .

9. Функция задана уравнением  $e^u = \cos x \cos y$ . Найти  $\frac{\partial u}{\partial x}$  и  $\frac{\partial u}{\partial y}$ .

10. Проверить справедливость теоремы Ферма для функции  $f(x) = 3x^2 - 1$  на промежутке  $[1, 2]$ .

11. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции  $f(x) = x$  на промежутке  $[1, 1]$ .

12. Проверить справедливость первой теоремы о среднем для функции  $f(x) = 2x - x^2$  на промежутке  $[1, 3]$ . Найти точку  $\xi$ , удовлетворяющую условию  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi)$ .

13. Раскрыть неопределённости по правилам Лопиталья:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \left[ \frac{0}{0} \right]; 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right];$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) = \left[ \infty - \infty \right]; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \left[ \frac{0}{0} \right];$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - 4x^2 + 3} = \left[ \frac{0}{0} \right]; 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right].$$

14. Показать, что разложение функции  $f(x) = \cos x$  по формуле Маклорена имеет вид:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^{k-1} \frac{x^{2k-2}}{(2k-2)!} + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \cos \theta x.$$

15. Показать, что разложение функции  $\ln(1+x)$  по формуле Маклорена имеет вид:

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} \left( \frac{1}{1+\theta x} \right)^{n+1}.$$

16. Написать разложение для функции  $f(x) = e^{\sin x}$  по формуле Маклорена до степени  $x^3$  включительно.

17. Найти промежутки монотонности функции:

$$1) f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2; 2) f(x) = \frac{1}{x^2 + 1};$$

$$3) f(x) = x(\sqrt{x}); 4) f(x) = x - 2 \sin x, \quad 0 \leq x \leq 2\pi.$$

18. Исследовать на экстремум функцию:

$$1) f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{5}{2} \cdot x^2 + 4x + 3;$$

$$2) f(x) = (x-5)e^x;$$

$$3) f(x) = (x-1)^4;$$

$$4) f(x) = \frac{1}{x} + \ln x.$$

19. Определить наименьшее и наибольшее значения функции на заданном промежутке:

$$1) f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 10, \quad [1, 2];$$

$$2) f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}, \quad [1, 2];$$

$$3) f(x) = \frac{4x^2}{3+x^2}, \quad [1, 1];$$

$$4) f(x) = 2 - 12x^2 - 8x^3, \quad [2, 0];$$

$$5) f(x) = \frac{x^3 - 9x^2}{6x - 5}, \quad [1, 4];$$

$$6) f(x) = 2 - 12x^2 - 8x^3, \quad [2, 0].$$

20\*. Из прямоугольного куска жести шириной 50 см. и длиной 80 см. делают ящики: в углах вырезают квадраты, закрывают выступающие края и запаивают кромки. Определить, какого размера квадраты следует вырезать, чтобы объём ящика был максимальным.

21\*. Разложить число 20 на два слагаемых так, чтобы их произведение было наибольшим.

22. Имеет ли точки перегиба функция  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2x - 1$ ?

23. Показать, что график функции

$$f(x) = \frac{1}{30}x^6 - \frac{13}{12}x^4 + 18x^2 - 7x - 1$$

имеет точки перегиба графика в точках  $x_{1,2} = \pm 2$ ,  $x_{3,4} = \pm 3$  множества определения функции.

24. Найти промежутки, на которых график функции является выпуклым и выгнутым:

$$1) f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x + 4; 2) f(x) = x^4 + 8x^2 + 16.$$

25. Найти асимптоты графика функции:

$$1) f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1} + 2; 2) f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3};$$

$$3) f(x) = \frac{-5x + 3}{x + 2}; 4) f(x) = \frac{-x^2 + 7x}{x - 3};$$

$$5) f(x) = \sqrt{1 + x^2} - 2x.$$

26\*. Исследовать функцию и построить её график:

$$1) f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + 7x - 3}{2x^2}; 2) f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 1;$$

$$3) f(x) = 2x - 1 + (x + 1)^{-1}; 4) f(x) = x(-x^2)^{-2};$$

$$5) f(x) = x^4(x + x)^{-3}; 6) f(x) = x^2(-x)(x + x)^{-2}.$$

27. Найти градиент функции  $u = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$  в точке  $M(1; 1)$ .

Ответ:  $\frac{2}{3} \vec{e}_1 + \frac{1}{3} \vec{e}_2$ .

28. Найти производную функции

$$u = x^2 + y^2 - 3x + 2y$$

по направлению радиус-вектора точки  $M(4; 4)$  в начале координат.

Ответ:  $\frac{1}{5}$ .

29. Найти производную функции, определённой формулой

$$u = \frac{x_1 x_2 x_3}{3},$$

в точке  $M_0(2; 3)$  по направлению вектора  $\vec{M_0M}$ , если  $M(4; 1; 6)$ .

30. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = 3x_1 + 6x_2 - x_1^2 - x_1x_2 - x_2^2.$$

Ответ: функция в точке  $M(0; 3)$  имеет локальный максимум  $f(0; 3) = 9$ .

31. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2).$$

Ответ: функция в точке  $M(2; 0)$  имеет локальный минимум:  $f(2; 0) = -\frac{2}{e}$ .

32\*. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой

$$z = x^2 + y^2$$

при условии, что  $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$ .

Ответ: функция в точке  $M\left(\frac{36}{25}; \frac{48}{25}\right)$  имеет локальный минимум

$$f\left(\frac{36}{25}; \frac{48}{25}\right) = \frac{144}{25}.$$

33\*. Найти наибольшее и наименьшее значения функции, заданной формулой

$$f(x, y) = xy$$

в круге  $x^2 + y^2 \leq 1$ .

$$\text{Ответ: } f_{\min} = -\frac{1}{2}; f_{\max} = \frac{1}{2}.$$

34. Найти неопределённые интегралы непосредственным интегрированием, используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных:

$$1) \int (x^6 - 6x^5 + 40x^3 - 24x^2) dx; 2) \int \sqrt[3]{x^2} (\sqrt[3]{x} - 1) dx;$$

$$3) \int \frac{4 - 3\sqrt{x}}{x^2} dx; 4) \int \frac{x+2}{x+3} dx; 5) \int \left( \sum_{k=0}^n a_k x^k \right) dx;$$

$$6) \int (x^2 + 1) dx; 7) \int (1 + \sqrt{x}) dx; 8) \int \frac{(x+1)(x^2-3)}{3x^2} dx;$$

$$9) \int \frac{(x - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}} dx; 10) \int (e^x - 1)(e^{-x} + 1) dx;$$

$$11) \int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} dx; 12) \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} dx; 13) \int \frac{\sin 3x - \sin 5x}{\cos 4x} dx;$$

$$14) \int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx; 15) \int \frac{dx}{2 + 3x^2} dx.$$

35. Найти неопределённые интегралы методом подведения под дифференциал:

$$1) \int \frac{dx}{ax + b}, \text{ где } a, b \text{ – постоянные;}$$

$$2) I = \int \frac{x dx}{1 + x^2};$$

$$3) \int \sqrt{x+3} dx \text{ (Указание: использовать подстановку } t = x + 3);$$

$$4) I = \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} \text{ (Указание: использовать подстановку } t = e^x);$$

$$5) \int \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^4} dx; 6) \int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}};$$

$$7) \int \frac{3\sqrt{x+1}}{2x\sqrt{x+x}} dx; 8) \int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}};$$

$$9) \int \frac{x \cos x + \sin x}{\sin x} dx; 10) \int \frac{\sin 2x - \cos x}{\cos^2 x + \sin x} dx.$$

36. Найти неопределённые интегралы методом подстановки:

1)  $\int x \cdot e^{x^2} dx$  (*Указание:* использовать подстановку  $t = x^2$ );

2)  $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$ ; 3)  $\int (2x - 5) dx$ ; 4)  $\int e^{4-3x} dx$ ;

5)  $\int 6^{5x+2} dx$ ; 6)  $\int \frac{6x-5}{\sqrt{3x^2-5x+4}} dx$ ; 7)  $\int \frac{e^x dx}{2e^x+7}$ ; 8)  $\int \frac{dx}{x \ln x}$ ;

9)  $\int \frac{\sqrt[6]{\ln^5 x}}{x} dx$ ; 10)  $\int \frac{e^{5x}}{4-e^{10x}} dx$ ; 11)  $\int \sin x \cos^2 x dx$ ;

12)  $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}} dx$ ; 13)  $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x \sqrt{\cos x}} dx$ ;

14)  $\int \frac{\sqrt{5 \operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$ ; 15)  $\int e^{4 \cos x - 1} \sin x dx$ .

37. Найти неопределённый интеграл методом интегрирования по частям:

1)  $\int x^2 \cdot \cos x dx$ ; 2)  $\int x^2 \cdot \sin x dx$ ; 3)  $\int x \cdot e^x dx$ ;

4)  $\int (x^2 + 2x + 3) \cos x dx$ ; 5)  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$ ; 6)  $\int e^{2x} \cos x dx$ ;

7)  $\int x^2 e^x dx$ ; 8)  $\int x \ln x dx$ .

38. Найти определённый интеграл:

1)  $\int_0^1 x \cdot e^{-x} dx$ ;

2)  $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$  (*Указание:* использовать подстановку  $t = \ln x$ );

$$3) \int_0^r \sqrt{r^2 - x^2} dx \quad (\text{Указание: использовать замену переменной интегрирования}$$

$x = r \cdot \sin t$  и формулу интегрирования по частям);

$$4) \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos x + \sin x} dx; 5) \int_1^e \frac{1 + \ln^3 x}{x} dx; 6) \int_{-2}^5 \sqrt[3]{5x + 2} dx;$$

$$7) \int_{0,5}^{0,5} \frac{3^x}{1 + 9^x} dx; 8) \int_0^{0,5} e^{\sin \pi x} \cos \pi x dx; 9) \int_0^1 x e^{-x} dx;$$

$$10) \int_0^{\pi} e^x \cos^2 x dx; 11) \int_0^{\pi} (7 - x) \sin x dx; 12) \int_{-1}^0 (x + 3) e^{-x} dx;$$

$$13) \int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{x dx}{\sin^2 x}; 14) \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x}{3 + \cos x} dx; 15) \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx; 16) \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1 + \operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx.$$

### Числовые ряды

1. Выяснить вопрос о сходимости и найти суммы рядов:

$$1) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots; 2) 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots;$$

$$3) 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{8}} + \dots; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 + 5n + 6};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 - 5n + 6}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{30}{25n^2 + 5n - 6};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{18}{n^2 + 3n}; 9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 3n - 2};$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 - 1}; 11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{16n^2 - 8n - 3}; 12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{60}{(n+1)(n+3)(n+5)}.$$

2. Проверить, выполнение необходимого признака сходимости для рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2 e^{+\sin n}};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n} - e^{-n}}{e^{-n} - e^{+n}}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n} - e^{-n}}{e^{-n} - e^{+n}}.$$

3. Исследовать сходимость ряда, используя признак сравнения:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n \cdot e^{+2^n}};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4-2\sin n}{n-\ln n}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\cos n}{n^2+3};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \ln n}{n^3-2}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^9}};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n+3}}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^2+1};$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^3+6}{n^3+5}; 10) \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \frac{n^4+3}{n^4+2};$$

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \frac{3^n+n}{7^n+2n}; 12) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left( e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right).$$

4. Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n+2}}{2^n e^{n+5}}; 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (e^5-1)}{n!}; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{e^{n!}};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{e^{n!}}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}.$$

5. Исследовать сходимость ряда, используя радикальный признак Коши:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n^2 + 1}{2n^2 + 1} \right)^{n^2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{5n - 3}{7n + 1} \right)^{n^3}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n + 1}{5n + 3} \right)^n;$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left( \frac{n}{2n + 1} \right)^{2n}; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 3^n}{5^{n+1}}.$$

6. Исследовать сходимость знакопеременного ряда и выяснить тип сходимости (абсолютная или условная):

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3n - 2}{3n - 1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left( 1 + \frac{n}{10^n} \right);$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n + 1}{n^2 + n + 1}.$$

### Функциональные ряды

1. Исследовать сходимость функциональных рядов в указанных точках:

$$1) \frac{3x + 1}{x^2 + x + 1} + \left( \frac{3x + 1}{x^2 + x + 1} \right)^2 + \dots + \left( \frac{3x + 1}{x^2 + x + 1} \right)^n + \dots,$$

$$x = 1, x = 2, x = 3;$$

$$2) \frac{1!}{1} (-2 - 4x + 6)^1 + \frac{2!}{2^2} (-2 - 4x + 6)^2 + \dots + \frac{n!}{n^2} (-2 - 4x + 6)^n + \dots,$$

$$x = 1, x = 2, x = 3.$$

9. Найти область сходимости функционального ряда

$$1) \frac{1}{1 + x^2} + \frac{1}{2^2 (1 + x^2)^2} + \dots + \frac{1}{n^2 (1 + x^2)^n} + \dots;$$

$$2) 1 + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \dots + \frac{1}{n^x} + \dots;$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(x^2 - 6x + 10)^n};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(x^2 - 5x + 9)^n};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2(x^2 + 3)^n};$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n(x^2 - 4x + 8)^n};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n^2(x^2 - 2x + 6)^n};$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(x + \sqrt{n})^x}.$$

3. Найти радиус и промежуток сходимости степенного ряда:

$$1) \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots;$$

$$2) 1 + \frac{x^3}{10} + \frac{x^6}{10^2} + \dots + \frac{x^{3(n-1)}}{10^{n-1}} + \dots;$$

$$3) 2x^5 + \frac{4x^{10}}{3} + \frac{8x^{15}}{5} + \dots + \frac{2^n x^{5n}}{2n-1} + \dots;$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1/2}}{n!};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 9^n};$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n}}{4^n};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{(n+1)2^n};$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(n+3)^n}{n^2+1};$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-3)^{2n-1}}{(n^3+3n)4^n};$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+2)^n}{(n+1)3^n}.$$

4. Разложить данную функцию в ряд Тейлора в окрестности данной точки, или в ряд Маклорена в окрестности нуля;

$$1) f(x) = \frac{x}{\sqrt{9+x^2}};$$

$$2) f(x) = \frac{x}{3+2x};$$

$$3) f(x) = \sqrt[4]{16+x};$$

$$4) f(x) = 2^x;$$

$$5) f(x) = \cos^2 x;$$

$$6) f(x) = e^{-x^2};$$

$$7) f(x) = \frac{1}{x} \text{ по степеням } x-2;$$

$$8) f(x) = 3^x;$$

$$9) f(x) = e^{-2x};$$

$$10) f(x) = \sqrt{x+2}.$$

**ЧАСТЬ 4. ТЕОРИЯ ПОЛЯ.  
ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ.  
ОБЫКНОВЕННЫЕ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

**Практическое занятие 1**

**Базисные векторные поля**

**Пример 4.1.1.** Показать, что орты полярной системы координат связаны с ортами декартовой системы координат соотношениями

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} = \cos \varphi \vec{e}_1 + \sin \varphi \vec{e}_2, \quad \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} = -\sin \varphi \vec{e}_1 + \cos \varphi \vec{e}_2. \quad (1)$$

**Решение.** В полярной системе координат связь между старыми (декартовыми) и новыми (полярными) координатами даётся обратным отображением

$$x^1 = r \cos \varphi, \quad x^2 = r \sin \varphi. \quad (2)$$

Следовательно, для радиус-вектора получаем

$$\vec{r} = r \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \quad (3)$$

Воспользуемся формулами связи базисных векторных полей:

$$\vec{g}_j \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j} \vec{e}_i = A_{.j}^i \vec{e}_i. \quad (4)$$

Для базисного векторного поля  $\vec{g}_r$  имеем:

$$\begin{aligned} \vec{g}_r &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial r} = \\ &= \frac{\partial}{\partial r} \left( \cos \varphi \right) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r} \left( \sin \varphi \right) \vec{e}_2 = \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Для базисного векторного поля  $\vec{g}_\varphi$  имеем:

$$\begin{aligned}
\vec{g}_\varphi &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} = \\
&= \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \cos \varphi \right) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sin \varphi \right) \vec{e}_2 = \\
&= -r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.
\end{aligned} \tag{6}$$

Так как

$$\left\| \vec{g}_r \right\| = \sqrt{\left( \vec{g}_r, \vec{g}_r \right)} = \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = 1,$$

то базисное векторное поле  $\vec{g}_r$  нормировано и, следовательно, имеем

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} \equiv \vec{g}_r = \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \tag{7}$$

Векторное поле  $\vec{g}_\varphi$  не нормировано, а его норма

$$\left\| \vec{g}_\varphi \right\| = \sqrt{\left( \vec{g}_\varphi, \vec{g}_\varphi \right)} = \sqrt{\left( -r \sin \varphi \right)^2 + \left( r \cos \varphi \right)^2} = r. \tag{8}$$

Орт векторного поля  $\vec{g}_\varphi$  равен

$$\begin{aligned}
\vec{g}_{\langle \varphi \rangle} &= \frac{1}{\left\| \vec{g}_\varphi \right\|} \vec{g}_\varphi = \frac{1}{r} \left( -r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2 \right) = \\
&= -\sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.
\end{aligned} \tag{9}$$

Формулы (7) и (9) решают поставленную задачу.  $\otimes$

**Пример 4.1.2.** В полярной системе координат закон движения точки задан уравнениями

$$x^1 \langle \rangle = r \langle \rangle \cos \varphi \langle \rangle, \quad x^2 \langle \rangle = r \langle \rangle \sin \varphi \langle \rangle, \tag{1}$$

где  $t$  – время. Найти скорость и ускорение точки в декартовых и полярных координатах.

**Решение.** Векторная параметризация движения имеет вид

$$\vec{r} = r \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \quad (2)$$

Вектор скорости

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \cos \varphi \right) \vec{e}_1 + \frac{d}{dt} \left( \sin \varphi \right) \vec{e}_2 = \\ &= \left( \frac{dr}{dt} \cdot \cos \varphi + r \cdot \frac{d}{d\varphi} \left( \cos \varphi \right) \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_1 + \\ &+ \left( \frac{dr}{dt} \cdot \sin \varphi + r \cdot \frac{d}{d\varphi} \left( \sin \varphi \right) \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_2 = \\ &= \left( \frac{dr}{dt} \cdot \cos \varphi - r \cdot \sin \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_1 + \left( \frac{dr}{dt} \cdot \sin \varphi + r \cdot \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) \cdot \vec{e}_2. \end{aligned} \quad (3)$$

Найдём проекции вектора скорости на оси полярной системы координат. Для этого вычислим значения скалярных произведений вектора скорости и ортов полярной системы координат, найденных в предыдущей задаче (формулы (7) и (9)):

$$\begin{aligned} v_r &\equiv \text{Pr}_{\vec{e}_r} \vec{v} = \left( \vec{v}, \vec{g}_{\langle r \rangle} \right) = \\ &= \left( \frac{dr}{dt} \cos \varphi - r \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi \right) \cos \varphi + \left( \frac{dr}{dt} \sin \varphi + r \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \right) \sin \varphi = \frac{dr}{dt}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} v_\varphi &\equiv \text{Pr}_{\vec{e}_\varphi} \vec{v} = \left( \vec{v}, \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} \right) = \\ &= \left( \frac{dr}{dt} \cos \varphi - r \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi \right) \left( -\sin \varphi \right) + \left( \frac{dr}{dt} \sin \varphi + r \frac{d\varphi}{dt} \cos \varphi \right) \cos \varphi = \\ &= r \frac{d\varphi}{dt}. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, вектор скорости в полярной системе координат имеет вид

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} \vec{g}_{\langle r \rangle} + r \frac{d\varphi}{dt} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle}. \quad (6)$$

Найдём разложение вектора ускорения по ортам полярной системы координат. Для этого используем формулы (7) и (9) из предыдущей задачи и формулу (6) из этой задачи:

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} \vec{g}_{\langle r \rangle} + \frac{dr}{dt} \frac{d\vec{g}_{\langle r \rangle}}{dt} + \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} + r \frac{d^2\varphi}{dt^2} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} + r \frac{d\varphi}{dt} \frac{d\vec{g}_{\langle \varphi \rangle}}{dt};$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle r \rangle}}{dt} = -\sin\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 + \cos\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2;$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle \varphi \rangle}}{dt} = -\cos\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 - \sin\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2;$$

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} \vec{g}_{\langle r \rangle} + \frac{dr}{dt} \left( -\sin\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 + \cos\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2 \right) +$$

$$+ \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} + r \frac{d^2\varphi}{dt^2} \vec{g}_{\langle \varphi \rangle} +$$

$$+ r \frac{d\varphi}{dt} \left( -\cos\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_1 - \sin\varphi \frac{d\varphi}{dt} \vec{e}_2 \right) =$$

$$= \left( \frac{d^2r}{dt^2} - r \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) \vec{g}_{\langle r \rangle} + \left( r \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \right) \vec{g}_{\langle \varphi \rangle}.$$

Итак, в полярной системе координат для ускорения получаем следующее выражение:

$$\vec{w} = \left( \frac{d^2r}{dt^2} - r \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) \vec{g}_{\langle r \rangle} + \left( r \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \right) \vec{g}_{\langle \varphi \rangle}. \quad \otimes \quad (7)$$

**Пример 4.1.3.** Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$\begin{cases} r = t \cdot \sin 3t, \\ \varphi = t^3. \end{cases} \quad (1)$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени  $t = 1$  с. Радиус дан в метрах.

**Решение.** 1) Полярные координаты точки в заданный момент времени:

$$r \stackrel{(\text{с})}{=} \sin 3 = 0,141; \quad \varphi \stackrel{(\text{с})}{=} 1.$$

2) Дифференцируя уравнения движения (1) по времени, получаем:

$$\begin{cases} \dot{r} = \sin 3t + 3t \cos 3t, \\ \dot{\varphi} = 3t^2. \end{cases} \quad (2)$$

При  $t = 1$  с имеем:

$$\dot{r} \approx -2,829, \quad \dot{\varphi} \approx 3.$$

3) По формулам (4) и (5) предыдущей задачи находим компоненты скорости в полярных координатах:

$$v_r \approx \dot{r} \approx -2,829 \frac{M}{c}; \quad v_\varphi \approx r \dot{\varphi} \approx 0,423 \frac{M}{c}.$$

4) Норма скорости:

$$v \approx \sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2} \approx 2,860 \frac{M}{c}.$$

5) Дифференцируя формулы связи полярных и декартовых координат по времени, находим компоненты скорости в декартовых координатах:

$$v^1 = \dot{x}^1 = \dot{r} \cos \varphi - r \dot{\varphi} \sin \varphi = v_r \cos \varphi - v_\varphi \sin \varphi;$$

$$v^2 = \dot{x}^2 = \dot{r} \sin \varphi + r \dot{\varphi} \cos \varphi = v_r \sin \varphi + v_\varphi \cos \varphi.$$

В заданный момент времени имеем:

$$v^1 \approx -1,883 \frac{M}{c}; \quad v^2 \approx -2,148 \frac{M}{c}.$$

Проверка правильности вычислений (норма вектора скорости в декартовых и полярных координатах должна быть одинаковой):

$$v = \sqrt{(v^1)^2 + (v^2)^2} \approx 2,85 \frac{M}{c}.$$

6) Находим вторые производные, дифференцируя (2):

$$\ddot{r} = 6 \cos 3t - 9t \sin 3t; \quad \ddot{\varphi} = 6t.$$

При  $t = 1$  имеем:

$$\ddot{r} \approx -9,74; \quad \ddot{\varphi} \approx 6.$$

7) Находим компоненты ускорения в полярных координатах:

$$w_r \equiv \ddot{r} - r \dot{\varphi}^2 \equiv -11,01 \frac{M}{c^2};$$

$$w_\varphi \equiv r \ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} \equiv -16,128 \frac{M}{c^2}.$$

8) Норма ускорения

$$w = \sqrt{w_r^2 + w_\varphi^2} = 19,52 \frac{M}{c^2}.$$

9) Компоненты ускорения в декартовых координатах находим двукратным дифференцированием формулы (2) по времени:

$$w^1 = \left( \ddot{r} - r \dot{\varphi}^2 \right) \cos \varphi - \left( r \ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} \right) \sin \varphi \equiv w_r \cos \varphi - w_\varphi \sin \varphi;$$

$$w^2 = \left( \ddot{r} - r \dot{\varphi}^2 \right) \sin \varphi + \left( r \ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} \right) \cos \varphi = w_r \sin \varphi + w_\varphi \cos \varphi.$$

При  $t = 1$  имеем:

$$w^1 \equiv 7,602; w^2 \equiv -17,95.$$

Проверка:

$$w = \sqrt{(w^1)^2 + (w^2)^2} = 19,49. \otimes$$

**Пример 4.1.4.** Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$r = 22 \cdot \frac{1 - \frac{t^2}{121}}{t}; \quad \varphi = \arccos\left(\frac{t}{11}\right).$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени  $t = 9$  с. Радиус дан в метрах.

**Ответ:**

$r$	$\dot{r}$	$\varphi$	$\dot{\varphi}$	$v_r$	$v_\varphi$	$v$	$v^1$	$v^2$
м	м/с	рад	рад/сек			м/с		
0,81	-0,45	0,61	-0,16	-0,45	-0,13	0,47	-0,3	-0,37

**Пример 4.1.5.** Выразить базисные векторные поля цилиндрической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

**Решение.** Связь декартовых и цилиндрических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r \cos \varphi, \\ x^2 = r \sin \varphi, \\ x^3 = h, \end{cases} \det \left( \frac{\partial \langle x^1, x^2, x^3 \rangle}{\partial \langle r, \varphi, h \rangle} \right) = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -r \sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & r \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r,$$

где для цилиндрических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \{ r; \varphi; h \} \subset R_2^3 : 0 \leq r < +\infty, 0 \leq \varphi < 2\pi, -\infty < h < +\infty.$$

Для радиус-вектора имеем

$$\vec{r} = r \cos \varphi \vec{e}_1 + r \sin \varphi \vec{e}_2 + h \vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по цилиндрическим координатам и используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат

$$\vec{g}_j \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j} \vec{e}_i = \frac{\partial x^1}{\partial q^j} \vec{e}_1 + \frac{\partial x^2}{\partial q^j} \vec{e}_2 + \frac{\partial x^3}{\partial q^j} \vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля  $\vec{g}_r$  имеем:

$$\begin{aligned} \vec{g}_r &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial r} = \\ &= \frac{\partial}{\partial r} \langle \cos \varphi \rangle \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r} \langle \sin \varphi \rangle \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r} h \cdot \vec{e}_3 = \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \varphi \cdot \vec{e}_2. \end{aligned}$$

Так как для векторного поля  $\vec{g}_r$

$$\|\vec{g}_r\| = \sqrt{\left( \vec{g}_r, \vec{g}_r \right)} = \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = 1,$$

то базисное векторное поле  $\vec{g}_r$  нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} \equiv \vec{g}_r.$$

Для базисного векторного поля  $\vec{g}_\varphi$  имеем:

$$\begin{aligned}\vec{g}_\varphi &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial \varphi} = \\ &= \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \cos \varphi \right) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sin \varphi \right) \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi} h \cdot \vec{e}_3 = \\ &= -r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.\end{aligned}$$

Так как для векторного поля  $\vec{g}_\varphi$

$$\left\| \vec{g}_\varphi \right\| = \sqrt{\left( \vec{g}_\varphi, \vec{g}_\varphi \right)} = \sqrt{\left( -r \sin \varphi \right)^2 + \left( r \cos \varphi \right)^2} = r,$$

то поле  $\vec{g}_\varphi$  ненормированное. Находим орт поля:

$$\begin{aligned}\vec{g}_{\langle \varphi \rangle} &= \frac{1}{\left\| \vec{g}_\varphi \right\|} \vec{g}_\varphi = \frac{1}{r} \left( -r \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \varphi \cdot \vec{e}_2 \right) = \\ &= -\sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.\end{aligned}$$

Для базисного векторного поля  $\vec{g}_h$  имеем:

$$\begin{aligned}\vec{g}_h &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial h} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial h} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial h} = \\ &= \frac{\partial}{\partial h} \left( \cos \varphi \right) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial h} \left( \sin \varphi \right) \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial h} h \cdot \vec{e}_3 = \vec{e}_3.\end{aligned}$$

Таким образом, базисное векторное поле  $\vec{g}_h$  нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle h \rangle} = \vec{e}_3. \otimes$$

**Пример 4.1.6.** Выразить базисные векторные поля сферической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Решение. Связь декартовых и сферических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r \sin \theta \cdot \cos \varphi, \\ x^2 = r \sin \theta \cdot \sin \varphi, \\ x^3 = r \cos \theta, \end{cases}$$

$$\det \left( \frac{\partial (x^1, x^2, x^3)}{\partial (r, \varphi, \theta)} \right) = \begin{vmatrix} \sin \theta \cos \varphi & -r \sin \theta \sin \varphi & r \cos \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & r \sin \theta \cos \varphi & r \cos \theta \sin \varphi \\ \cos \theta & 0 & -r \sin \theta \end{vmatrix} =$$

$$= -r^2 \sin \theta,$$

где для сферических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \left\{ \varphi, \theta \right\} \subset R_2^3 : 0 \leq r < +\infty, 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 < \theta \leq \pi.$$

Радиус-вектор имеет вид:

$$\vec{r} = r \sin \theta \cdot \cos \varphi \vec{e}_1 + r \sin \theta \cdot \sin \varphi \vec{e}_2 + r \cos \theta \vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по сферическим координатам и снова используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат.

Для базисного векторного поля  $\vec{g}_r$  имеем:

$$\begin{aligned} \vec{g}_r &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial r} = \\ &= \frac{\partial}{\partial r} \left( \sin \theta \cos \varphi \right) \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r} \left( \sin \theta \sin \varphi \right) \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r} \left( \cos \theta \right) \vec{e}_3 = \\ &= \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 + \cos \theta \cdot \vec{e}_3. \end{aligned}$$

Норма поля

$$\left\| \vec{g}_r \right\| = \sqrt{(\sin \theta \cos \varphi)^2 + (\sin \theta \sin \varphi)^2 + \cos^2 \theta} = 1.$$

Поле нормированное. Следовательно, имеем:

$$\vec{g}_{\langle r \rangle} \equiv \vec{g}_r = \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 + \cos \theta \cdot \vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля  $\vec{g}_\varphi$  имеем:

$$\begin{aligned}\vec{g}_\varphi &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial \varphi} = \\ &= \frac{\partial}{\partial \varphi} \langle \sin \theta \cos \varphi \rangle \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi} \langle \sin \theta \sin \varphi \rangle \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi} \langle \cos \theta \rangle \vec{e}_3 = \\ &= -r \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.\end{aligned}$$

Норма поля

$$\left\| \vec{g}_\varphi \right\| = \sqrt{\langle r \sin \theta \sin \varphi \rangle^2 + \langle \sin \theta \cos \varphi \rangle^2} = \sqrt{r^2 \sin^2 \theta} = r \sin \theta.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\begin{aligned}\vec{g}_{\langle \varphi \rangle} &= \frac{1}{\left\| \vec{g}_\varphi \right\|} \vec{g}_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \left( -r \sin \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \sin \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_2 \right) = \\ &= -\sin \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \varphi \cdot \vec{e}_2.\end{aligned}$$

Для базисного векторного поля  $\vec{g}_\theta$  имеем:

$$\begin{aligned}\vec{g}_\theta &= \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial \theta} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1} \frac{\partial x^1}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2} \frac{\partial x^2}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3} \frac{\partial x^3}{\partial \theta} = \\ &= \frac{\partial}{\partial \theta} \langle \sin \theta \cos \varphi \rangle \vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \theta} \langle \sin \theta \sin \varphi \rangle \vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \theta} \langle \cos \theta \rangle \vec{e}_3 = \\ &= r \cos \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 - r \sin \theta \cdot \vec{e}_3.\end{aligned}$$

Норма поля

$$\left\| \vec{g}_\theta \right\| = \sqrt{\langle \cos \theta \cos \varphi \rangle^2 + \langle \cos \theta \sin \varphi \rangle^2 + \langle r \sin \theta \rangle^2} = r.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\begin{aligned} \vec{g}_{\langle\theta\rangle} &= \frac{1}{\|\vec{g}_\theta\|} \vec{g}_\theta = \frac{1}{r} \left( r \cos \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + r \cos \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 - r \sin \theta \cdot \vec{e}_3 \right) = \\ &= \cos \theta \cos \varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos \theta \sin \varphi \cdot \vec{e}_2 - \sin \theta \cdot \vec{e}_3. \otimes \end{aligned}$$

## Практическое занятие 2

### Вычисление криволинейных интегралов

**Пример 4.2.1.** Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_L (x + y) \, dl$$

по меньшей части окружности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \\ y = x, \end{cases}$$

ограниченной точками  $A(0, 0, R)$ ,  $B\left(\frac{R}{2}, \frac{R}{2}, \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$ .

**Решение.** Параметризация окружности:

$$x = t, \quad y = t, \quad z = \sqrt{R^2 - 2t^2}, \quad 0 \leq t \leq \frac{R}{2},$$

$$\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2} = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 - 2t^2}}.$$

Используем формулу

$$\int_L f(x, y, z) \, dl = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t), z(t)) \sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2} dt.$$

Получаем:

$$I = \int_L (x + y) \, dl = \int_0^{R/2} 2t \frac{\sqrt{2}R dt}{\sqrt{R^2 - 2t^2}} = R^2 (\sqrt{2} - 1). \otimes$$

**Пример 4.2.2.** Найти массу  $\frac{1}{4}$  окружности

$$x_1^2 + x_2^2 = R^2,$$

если  $\rho(x_1, x_2) = x_2$  и  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ .

**Решение.** Воспользуемся формулой для случая плоского пути, заданного непрерывно дифференцируемой параметризацией. Параметрические уравнения окружности

$$\begin{cases} x_1 = R \cos t, \\ x_2 = R \sin t. \end{cases}$$

Поэтому имеем:

$$\begin{aligned} M &= \int_W \rho(x_1, x_2) dl = \\ &= \int_0^{\pi/2} R \sin t \sqrt{R^2 \sin^2 t + R^2 \cos^2 t} dt = R^2 \int_0^{\pi/2} \sin t dt = R^2. \quad \otimes \end{aligned}$$

**Пример 4.2.3.** Вычислить криволинейный интеграл

$$I = \int_W (x + y) dx - x dy,$$

где путь  $W$  — отрезок прямой, соединяющий точки  $M_0(0; 0)$  и  $M_1(4; 2)$ .

**Решение.** Используем формулу (10.1.18) для случая плоского пути. Здесь

$$\vec{M}_0 M_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 4 \vec{e}_1 + 2 \vec{e}_2, \quad \vec{M}_0 M = x \vec{e}_1 + y \vec{e}_2,$$

$$\vec{M}_0 M = t \cdot \vec{M}_0 M_1, \quad \begin{cases} x = 4t, \\ y = 2t, \end{cases} \quad y = \frac{1}{2}x, \quad x \in [0, 4].$$

Имеем:

$$\int_W (x + y) dx - x dy = \int_0^4 \left( \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x \right) dx = \int_0^4 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8. \quad \otimes$$

**Пример 4.2.4.** Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_W x^2 y dx + y^2 x dy$$

по пути с параметризацией  $x = t, y = t^3, t \in [0, 1]$ .

**Решение.** Используем формулу с естественной параметризацией для случая плоского пути:

$$\int_{W_{\alpha, \beta}} F_1 \left( \vec{x} \right) dx_1 + F_2 \left( \vec{x} \right) dx_2 =$$

$$= \int_{\alpha}^{\beta} \left[ F_1 \left( x_1, x_2, x_3 \right) \frac{dx_1}{dt} + F_2 \left( x_1, x_2, x_3 \right) \frac{dx_2}{dt} \right] dt$$

Получаем:

$$\int_W x^2 y dx + y^2 x dy = \int_0^1 (t^6 + 3t^9) dt = \left( \frac{t^6}{6} + 3 \frac{t^{10}}{10} \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{15}. \otimes$$

**Пример 4.2.5.** Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_{\hat{W}} (x_2^2 - x_3^2) dx_1 + 2x_2 x_3 dx_2 - x_1^2 dx_3$$

по замкнутому пути с параметризацией  $x_1 = t$ ,  $x_2 = t^2$ ,  $x_3 = t^3$ , начальной и конечными точками  $M_0(0; 0; 0)$ ,  $M_1(1; 1; 1)$  соответственно.

**Решение.** Для вычисления применим формулу:

$$I_{W_{a, b}} = \int_{W_{a, b}} F_1 \left( \vec{x} \right) dx_1 + F_2 \left( \vec{x} \right) dx_2 + F_3 \left( \vec{x} \right) dx_3 =$$

$$= \int_{\alpha}^{\beta} \left[ F_1 \left( x_1, x_2, x_3 \right) \frac{dx_1}{dt} + F_2 \left( x_1, x_2, x_3 \right) \frac{dx_2}{dt} + \right.$$

$$\left. + F_3 \left( x_1, x_2, x_3 \right) \frac{dx_3}{dt} \right] dt.$$

Пределы изменения параметра  $t \in [0, 1]$ , то есть  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 1$ . Подстановка данных задачи даёт:

$$\int_{\hat{W}} (x_2^2 - x_3^2) dx_1 + 2x_2 x_3 dx_2 - x_1^2 dx_3 = \int_0^1 (4t^4 - t^6) (4t^6 - 3t^4) dt =$$

$$= \int_0^1 (t^6 - 2t^4) dt = \left( \frac{3}{7} t^7 - \frac{2}{5} t^5 \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{35}. \otimes$$

**Пример 4.2.6.** Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_W (x + y) dx + (x - y) dy,$$

где  $W$  – окружность с уравнением  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ .

**Решение.** Запишем параметризацию окружности:

$$\vec{x}(t) = (1 + 2 \cos t) \vec{e}_1 + (1 + 2 \sin t) \vec{e}_2,$$

$$0 \leq t \leq 2\pi.$$

Интеграл вычисляем, пользуясь формулой

$$\int_W F_1(\vec{x}) dx + F_2(\vec{x}) dy = \int_{\alpha}^{\beta} \left[ F_1(\vec{x}(t)) \frac{dx(t)}{dt} + F_2(\vec{x}(t)) \frac{dy(t)}{dt} \right] dt$$

и тем, что

$$\frac{dx(t)}{dt} = -2 \sin t, \quad \frac{dy(t)}{dt} = 2 \cos t.$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \oint_W (x + y) dx + (x - y) dy &= \\ &= \int_0^{2\pi} [(1 + 2 \cos t) + (1 + 2 \sin t)] (-2 \sin t) + [(1 + 2 \cos t) - (1 + 2 \sin t)] (2 \cos t) dt = \\ &= \int_0^{2\pi} (-4 \sin t - 8 \sin t \cdot \cos t + 4 \cos 2t) dt = 0. \quad \otimes \end{aligned}$$

### Практическое занятие 3

#### Кратные интегралы

##### Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах

**Пример 4.3.1.** Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy.$$

**Решение.** Область интегрирования  $D$  ограничена линиями

$$x = -1, x = 1, y = -\sqrt{1-x^2}, y = 1-x^2.$$

Первые две линии – вертикальные прямые линии, третья линия – нижняя полуокружность радиуса 1, четвертая линия – парабола с вершиной в точке  $(0; 1)$ , ветви параболы направлены вниз. Область  $D$  представим объединением двух областей: области  $D_1$ , ограниченной ветвями параболы  $x = \pm\sqrt{1-y}$  и прямыми линиями  $y = 0, y = 1$ ; области  $D_2$ , ограниченной линиями  $x = \pm\sqrt{1-y^2}, y = -1, y = 0$ . Тогда имеем:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y}}^{+\sqrt{1-y}} f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx. \otimes$$

**Пример 4.3.2.** Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D x \ln y dx dy,$$

где  $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 4; 1 \leq y \leq e\}$ .

**Решение.** Так как область  $D$  является прямоугольником, то интеграл вычисляется непосредственно по формуле

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_c^d f(x, y) dy.$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \iint_D x \ln y dx dy &= \int_0^4 x dx \int_1^e \ln y dy = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln y, \quad du = \frac{dy}{y}, \\ dv = dy, \quad v = y. \end{array} \right\} = \\ &= \int_0^4 x dx \left\{ y \ln y \Big|_1^e - \int_1^e dy \right\} = \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 \cdot \left\{ y \ln y \Big|_1^e - y \Big|_1^e \right\} = 8 \cdot (e - e + 1) = 8. \otimes \end{aligned}$$

**Пример 4.3.3.** Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (x + 2y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями  $y = x, y = 2x, x = 2, x = 3$ .

**Решение.** Область  $D$  ограничена, соответственно, слева – вертикальной прямой линией  $x = 2$ , справа – вертикальной прямой линией  $x = 3$ , сверху – прямой линией  $y = 2x$ ,

снизу – прямой линией  $y = x$ . Область простая относительно оси  $OY$ , следовательно, вычисляем интеграл по формуле

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y) dy.$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \iint_D (x + 2y) dx dy &= \int_2^3 dx \int_x^{2x} (x + 2y) dy = \int_2^3 dx (y + y^2) \Big|_{y=x}^{y=2x} = \\ &= \int_2^3 (x^2 + 4x^2 - x^2 - x^2) dx = 4 \int_2^3 x^2 dx = \frac{4}{3} x^3 \Big|_2^3 = \frac{76}{3}. \otimes \end{aligned}$$

**Пример 4.3.4.** Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (x - y) dx dy$  по области  $D$ , ограниченной линиями  $x = 1$ ,  $x = 2$ ,  $y = x$ ,  $y = x^2$ .

Решение. Пользуясь формулой вычисления двойного интеграла по простой области, получаем:

$$\begin{aligned} \iint_D (x - y) dx dy &= \int_1^2 dx \int_x^{x^2} (x - y) dy = \int_1^2 dx \left( 2xy - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{y=x}^{y=x^2} = \\ &= \int_1^2 \left( 2x^3 - \frac{x^4}{2} - \frac{3}{2}x^2 \right) dx = \left( \frac{x^4}{2} - \frac{x^5}{10} - \frac{x^3}{2} \right) \Big|_1^2 = \frac{9}{10}. \otimes \end{aligned}$$

### Вычисление площади, объёма и массы

**Пример 4.3.5.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x = 4y - y^2, \quad x + y = 6.$$

Решение. Решая систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 4y + x = 0, \\ x + y = 6, \end{cases}$$

находим точки пересечения линий:  $A(4; 2)$ ,  $B(6; 3)$ . Поэтому площадь фигуры равна

$$\begin{aligned}
 S &\equiv \mu \iint_D dx dy = \int_2^3 dy \int_{6-y}^{4y-y^2} dx = \int_2^3 \left( x \Big|_{6-y}^{4y-y^2} \right) dy = \\
 &= \int_2^3 (y^2 + 5y - 6) dy = \left( -\frac{1}{3}y^3 + \frac{5}{2}y^2 - 6y \right) \Big|_2^3 = \frac{1}{6}. \otimes
 \end{aligned}$$

**Пример 4.3.6.** Найти массу пластины  $D$  с поверхностной плотностью

$$\sigma(x, y) = 16x + \frac{9}{2}y^2$$

и ограниченной линиями с уравнениями

$$x = \frac{1}{4}, y = 0, y^2 = 16x, y \geq 0.$$

**Решение.** Так как

$$x = \frac{1}{16}y^2,$$

то  $x \geq 0$ . Поэтому область  $D$  можно задать неравенствами

$$0 \leq x \leq \frac{1}{4}, 0 \leq y \leq 4\sqrt{x}.$$

Вычисляя двойной интеграл в декартовых координатах, получаем:

$$\begin{aligned}
 m &\equiv \iint_D \sigma(x, y) dx dy = \iint_D \left( 16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dx dy = \\
 &= \int_0^{1/4} dx \int_0^{4\sqrt{x}} \left( 16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dy = \int_0^{1/4} \left( 16xy + \frac{3}{2}y^3 \right) \Big|_0^{4\sqrt{x}} dx = 160 \int_0^{1/4} x^{3/2} dx = 2. \otimes
 \end{aligned}$$

### Вычисление двойного интеграла в полярных координатах

**Пример 4.3.7.** Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy,$$

переходя к полярным координатам, где область  $D$  – 1-я четверть круга

$$x^2 + y^2 \leq a^2.$$

**Решение.** Так как  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ , то область в полярных координатах имеет вид

$$\Omega = \left\{ \varphi: 0 \leq r \leq a; 0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \right\}$$

и, применяя формулу перехода к полярной системе координат, получаем:

$$\begin{aligned} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy &= \iint_{\Omega} \sqrt{r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi} r dr d\varphi = \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^a r^2 dr = \\ &= \frac{1}{3} \int_0^{\pi/2} r^3 \Big|_0^a d\varphi = \frac{a^3}{3} \int_0^{\pi/2} d\varphi = \frac{\pi a^3}{6}. \otimes \end{aligned}$$

**Пример 4.3.8.** Вычислить двойной интеграл  $\iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy$ , переходя к поляр-

ным координатам, если область  $D$  – кольцо, заключённое между окружностями  $x^2 + y^2 = e^2$  и  $x^2 + y^2 = e^4$ .

**Решение.** Переходя к полярным координатам, имеем:

$$\begin{aligned} \iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy &= \iint_{\Omega} \ln r^2 r dr d\varphi = 2 \iint_{\Omega} r \ln r dr d\varphi = \\ &= \left\{ \varphi: 0 \leq \varphi \leq 2\pi; e \leq r \leq e^2 \right\} \\ &= 2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_e^{e^2} r \ln r dr = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln r, \quad du = \frac{dr}{r}, \\ dv = r dr, \quad v = \frac{r^2}{2}. \end{array} \right\} = \end{aligned}$$

$$= 2 \int_0^{2\pi} d\varphi \left\{ \frac{r^2}{2} \ln r \Big|_e^{e^2} - \frac{1}{2} \int_e^{e^2} r dr \right\} = 2 \int_0^{2\pi} \left[ \frac{1}{4} e^2 (e^2 - 1) \right] d\varphi = \pi e^2 (e^2 - 1). \otimes$$

**Пример 4.3.9.** Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 8, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x + y + z = 4.$$

**Решение.** Тело ограничено кругом на плоскости  $XOY$  с центром в начале системы координат, координатными плоскостями и плоскостью

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1.$$

Поэтому в полярных координатах имеем

$$\begin{aligned} V &= \iint_D f(x, y) \, dx dy = \iint_{\Omega} f(\cos \varphi, r \sin \varphi) \, r dr d\varphi = \\ &= \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\sqrt{2}} f(\cos \varphi, r \sin \varphi) \, r dr = \\ &= \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{2\sqrt{2}} (4 - r \cos \varphi - r \sin \varphi) \, r dr = 16 \int_0^{\pi/2} \left[ 1 - \frac{\sqrt{2}}{3} (\cos \varphi + \sin \varphi) \right] d\varphi = \\ &= 16 \left[ \varphi - \frac{\sqrt{2}}{3} (\sin \varphi - \cos \varphi) \right] \Big|_0^{\pi/2} = 8\pi - \frac{32\sqrt{2}}{3}. \quad \otimes \end{aligned}$$

**Пример 4.3.10.** Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D x dx dy,$$

где область  $D$  ограничена линиями с уравнениями:

$$y^2 - 4y + x^2 = 0; \quad y^2 - 8y + x^2 = 0; \quad y = \frac{1}{\sqrt{3}}x; \quad x = 0.$$

**Решение.** Задаём область  $D$  неравенствами в декартовой системе координат, для чего выделяем полные квадраты в уравнениях окружностей:

$$(y - 2)^2 + x^2 = 4; \quad (y - 4)^2 + x^2 = 16,$$

Центры обеих окружностей имеют координаты  $(0; 2)$  и  $(0; 4)$ , а сами окружности касаются начала системы координат. Первая окружность имеет радиус 2 и лежит, следовательно, внутри второй окружности с радиусом 4. Область  $D$  лежит между окружностями и координаты её точек удовлетворяют неравенствам

$$(y - 2)^2 + x^2 \geq 4; \quad (y - 4)^2 + x^2 \leq 16.$$

Кроме этого, область  $D$  лежит между указанными прямыми линиями, проходящими через начало системы координат. Так как окружности лежат выше оси  $OX$ , то область  $D$  ле-

жит над прямой линией  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$  и справа от прямой линии  $x = 0$ . Поэтому координаты

точек области  $D$  удовлетворяют неравенствам

$$y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, x \geq 0.$$

Таким образом,

$$D = \begin{cases} y^2 - 2x^2 + x^2 \geq 4, \\ y^2 - 4x^2 + x^2 \leq 16, \\ y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, x \geq 0. \end{cases}$$

Для вычисления используем полярную систему координат:

$$x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi.$$

Формула вычисления двойного интеграла принимает вид

$$\iint_D x dx dy = \iint_{\Omega} r \cos \varphi r dr d\varphi.$$

В неравенствах, определяющих область интегрирования, производим замену  $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ , получаем

$$\Omega = \begin{cases} \sin \varphi - 2 \cos^2 \varphi + r^2 \cos^2 \varphi \geq 4, \\ \sin \varphi - 4 \cos^2 \varphi + r^2 \cos^2 \varphi \leq 16, \\ r \sin \varphi \geq \frac{r \cos \varphi}{\sqrt{3}}, r \cos \varphi \geq 0. \end{cases}$$

Решение этих неравенств относительно  $r$  и  $\varphi$  имеет вид

$$\Omega = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \\ 4 \sin \varphi \leq r \leq 8 \sin \varphi. \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$\iint_D x dx dy = \iint_{\Omega} r \cos \varphi r dr d\varphi = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi \int_{4 \sin \varphi}^{8 \sin \varphi} r^2 dr,$$

Интегрируя последовательно, получаем:

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi \int_{4 \sin \varphi}^{8 \sin \varphi} r^2 dr = 35. \otimes$$

### Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах

**Пример 4.3.11.** Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint_V (-2y + z) dx dy dz,$$

где область  $V$  – параллелепипед, заданный неравенствами

$$-1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 1.$$

**Решение.** Используя формулу (1.50)

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z) dz,$$

получаем:

$$I = \iiint_V (-2y + z) dx dy dz = \int_{-1}^2 dx \int_1^3 dy \int_0^1 (-2y + z) dz = -18. \otimes$$

**Пример 4.3.12.** Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint_V (x + y + z) dx dy dz,$$

где область  $V$  – пирамида, ограниченная плоскостями

$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 2.$$

**Решение.** Запишем уравнение плоскости

$$z = 2 - x - y,$$

«ограничивающей пирамиду» сверху, в отрезках

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$$

Теперь можем изобразить пирамиду (рисунок 3.1).

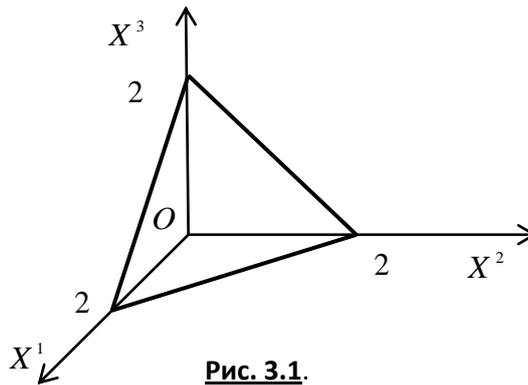


Рис. 3.1.

Применяем для решения формулу

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z) dz,$$

расставляя пределы в соответствии с условиями задачи:

$$\begin{aligned} I &= \iiint_V (x + y + z) dx dy dz = \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} (x + y + z) dz = \\ &= \int_0^2 dx \int_0^{2-x} \left[ x \cdot z + y \cdot z + \frac{z^2}{2} \right]_0^{2-x-y} dy = \int_0^2 \left[ 2y - x \cdot \frac{y^2}{2} - y \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right]_0^{2-x} dx = \\ &= \int_0^2 \left( \frac{8}{3} - 2x + \frac{x^3}{6} \right) dx = \left[ \frac{8}{3}x - x^2 + \frac{x^4}{24} \right]_0^2 = 2. \otimes \end{aligned}$$

### Вычисление тройного интеграла в цилиндрических

#### и сферических координатах

**Пример 4.3.13.** Найти объём кругового цилиндра высоты  $H$  с радиусом основания  $R$ .

**Решение.** Формула для вычисления тройного интеграла в цилиндрической системе координат имеет вид:

цилиндрических координатах:

$$V_V = \iiint_V dx dy dz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r dr \int_0^H dz = \pi R^2 H. \otimes$$

**Пример 4.3.14.** Найти объём шара радиуса  $R$ .

**Решение.** Для вычисления объёма шара используем формулу вычисления тройного интеграла в сферических координатах. Учитывая, что

$$f(x, y, z) = f(r \sin \theta \cos \varphi, r \sin \theta \sin \varphi, r \cos \theta) = 1,$$

получаем:

$$V_V = \iiint_V dx dy dz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^R r^2 dr = \frac{4}{3} \pi R^3. \quad \otimes$$

**Пример 4.3.15.** Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_V \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz,$$

где область  $V$  ограничена поверхностями

$$z = \frac{9}{2} \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{конус}),$$

$$z = \frac{11}{2} - x^2 - y^2 \quad (\text{эллиптический параболоид}).$$

**Решение.** Область  $V$  – тело вращения вокруг оси  $OZ$ , поэтому переходим к цилиндрическим координатам:

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi, \\ y = r \sin \varphi, \\ z = z. \end{cases}$$

Для искомого интеграла получаем:

$$\iiint_V \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz = \iiint_{\Omega} \cos^2 \varphi r dr d\varphi dz.$$

Задаём область  $\Omega'$  неравенствами, заменяя в уравнениях поверхностей декартовы координаты цилиндрическими координатами:

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi.$$

Получаем два двойных неравенства:

$$\frac{9}{2} r \leq z \leq \frac{11}{2} - r^2 \quad \text{и} \quad \frac{11}{2} - r^2 \leq z \leq \frac{9}{2} r.$$

Для выбора верного неравенства решаем уравнение

$$\frac{9}{2}r = \frac{11}{2} - r^2.$$

Единственное положительное решение  $r = 1$ , следовательно,  $0 \leq r \leq 1$ . При этих значениях верно неравенство

$$\frac{9}{2}r \leq z \leq \frac{11}{2} - r^2.$$

Область

$$\Omega = \begin{cases} 0 \leq r \leq 1, \\ \frac{9}{2}r \leq z \leq \frac{11}{2} - r^2, \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Переход к повторному интегралу даёт:

$$\begin{aligned} \iiint_V \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz &= \iiint_{\Omega} \cos^2 \varphi r dr d\varphi dz = \\ &= \iiint_{\Omega} \frac{r^2 \cos^2 \varphi}{r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi} r dr d\varphi dz = \dots = \pi. \otimes \end{aligned}$$

## Практическое занятие 4

### Приложения криволинейных и кратных интегралов

**Пример 4.4.1.** Электрическое поле линейного непрерывно-распределённого электрического заряда вычисляется по формуле

$$\vec{E}(\vec{x}_0) = \int_W \frac{\gamma(\vec{x}) \cdot (\vec{x}_0 - \vec{x})}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \|\vec{x}_0 - \vec{x}\|^3} dl, \quad (1)$$

где  $\vec{x}_0$  – точка наблюдения, а линейная плотность заряда равна

$$\gamma\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = \frac{dQ\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right)}{dl}.$$

Найти напряжённость электрического поля однородно заряженной проволоки длиной  $L$ , имеющей форму дуги окружности радиуса  $r$ , в центре окружности, считая линейную плотность заряда постоянной.

Решение. Так как  $\gamma\left(\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{x} \end{matrix}\right) = \text{const}$ , то формула (1) принимает вид

$$\begin{aligned} \vec{E}\left(\begin{matrix} \vec{x}_0 \\ \vec{x}_0 \end{matrix}\right) &= \frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_W \frac{\left(\begin{matrix} \vec{x}_0 - \vec{x} \\ \vec{x}_0 - \vec{x} \end{matrix}\right)}{\left\|\begin{matrix} \vec{x}_0 - \vec{x} \\ \vec{x}_0 - \vec{x} \end{matrix}\right\|^3} dl = \\ &= \frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[ \left( \int_W \frac{x_0 - x}{\left\|\begin{matrix} \vec{x}_0 - \vec{x} \\ \vec{x}_0 - \vec{x} \end{matrix}\right\|^3} dl \right) \vec{e}_1 + \left( \int_W \frac{y_0 - y}{\left\|\begin{matrix} \vec{x}_0 - \vec{x} \\ \vec{x}_0 - \vec{x} \end{matrix}\right\|^3} dl \right) \vec{e}_2 \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

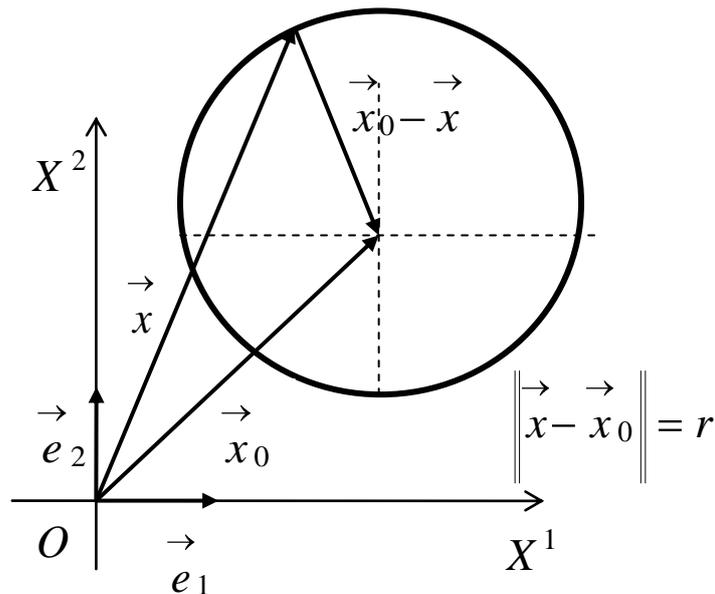


Рис. 4.1.

Вспомним параметрические уравнения окружности (рисунок 4.1):

$$\vec{x} = x_0 + r \cos t \cdot \vec{e}_1 + r \sin t \cdot \vec{e}_2 \quad (3)$$

– векторная форма;

$$\begin{cases} x = x_0 + r \cos t, \\ y = y_0 + r \sin t \end{cases} \quad (4)$$

– скалярная форма.

Чтобы воспользоваться для вычисления интеграла формулой

$$\int_W f(x, y) dl = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t)) \sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2} dt,$$

нам нужен дифференциал длины дуги кривой  $dl = \left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| dt$ . По формуле (3) имеем:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = -r \sin t \cdot \vec{e}_1 + r \cos t \cdot \vec{e}_2.$$

Отсюда для нормы вектора скорости получаем

$$\left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{(-r \sin t)^2 + (r \cos t)^2} = r,$$

откуда имеем

$$dl = \left\| \frac{d\vec{x}}{dt} \right\| dt = r dt.$$

С учётом того, что в рассматриваемом случае точка наблюдения помещена в центр окружности, а точки источника поля находятся в точках самой окружности и очевидного равенства

$$\left\| \vec{x} - \vec{x}_0 \right\| = \left\| \vec{x}_0 - \vec{x} \right\|,$$

дальнейшие вычисления напряжённости электрического поля в центре окружности проводятся так:

$$\begin{aligned}
\vec{E}(\vec{x}_0) &= \frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[ \left( \int_W \frac{x_0 - x}{\|\vec{x} - \vec{x}_0\|^3} dl \right) \vec{e}_1 + \left( \int_W \frac{y_0 - y}{\|\vec{x} - \vec{x}_0\|^3} dl \right) \vec{e}_2 \right] = \\
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[ \left( \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{r \cos t}{r^3} r dt \right) \vec{e}_1 + \left( \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{r \sin t}{r^3} r dt \right) \vec{e}_2 \right] = \\
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[ \left( \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{\cos t}{r} dt \right) \vec{e}_1 + \left( \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{\sin t}{r} dt \right) \vec{e}_2 \right] = \\
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \left[ \left( \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \cos t dt \right) \vec{e}_1 + \left( \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \sin t dt \right) \vec{e}_2 \right] = \\
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \left[ \left( \sin t \Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \right) \vec{e}_1 + \left( -\cos t \Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \right) \vec{e}_2 \right] = \\
&= -\frac{\gamma}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} \left[ 2 \sin \frac{\alpha}{2} \vec{e}_1 - \underbrace{\left( \cos \frac{\alpha}{2} - \cos \left( -\frac{\alpha}{2} \right) \right)}_{=0} \vec{e}_2 \right] = -\frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \sin \frac{\alpha}{2} \vec{e}_1.
\end{aligned}$$

Получили следующую формулу для электрического поля, создаваемого в центре окружности линейным равномерным распределением заряда

$$\vec{E}(\vec{x}_0) = -\frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \vec{e}_1. \quad (6)$$

Из формулы (6) легко получаем формулу для нормы напряжённости электрического поля

$$E = \left\| \vec{E}(\vec{x}_0) \right\| = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (7)$$

из которой следует:

- 1)  $E = \frac{\gamma}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}$  при  $\alpha = \pi$ ;
- 2)  $E = 0$  при  $\alpha = 2\pi$ .  $\otimes$

**Пример 4.4.2.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями

$$y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y^2 - 8y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad x = 0.$$

**Решение.** Область ограничена окружностями и прямыми, поэтому решаем задачу в полярных координатах:

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi.$$

При переходе к полярным координатам область  $D$  перейдёт в область  $D'$ , ограниченную линиями

$$r = 4 \cos \varphi, \quad r = 8 \cos \varphi, \quad \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

Искомая площадь равна  $S = \iint_{D'} r^2 dr d\varphi$ . В полярных координатах область  $D'$  задаётся неравенствами

$$D' = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \\ 4 \cos \varphi \leq r \leq 8 \cos \varphi. \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$S = \iint_{D'} r^2 dr d\varphi = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{4 \cos \varphi}^{8 \cos \varphi} r dr.$$

Результат получается интегрированием:

$$\begin{aligned} S &= \iint_{D'} r^2 dr d\varphi = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{4 \cos \varphi}^{8 \cos \varphi} r dr = 24 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi = \left\{ \cos^2 \varphi = \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} \right\} = \\ &= 12 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi + 6 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2\varphi d\varphi = 8\pi - 6 + 3\sqrt{3}. \quad \otimes \end{aligned}$$

**Пример 4.4.3.** Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy, \quad (1)$$

где  $\Gamma$  – окружность с уравнением  $x^2 + y^2 = R^2$ , причём обход окружности осуществляется против часовой стрелки.

**Решение.** Формула Грина имеет вид:

$$\iint_{\Omega} \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_{\Gamma} P dx + Q dy.$$

Сравнивая с (1), видим, что  $P(x, y) = -x^2 y$ ,  $Q(x, y) = xy^2$ . Поэтому

$$\left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = x^2 + y^2.$$

Следовательно, получаем

$$\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$x = R \cos \varphi, \quad y = R \sin \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi,$$

$$\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint_{\Omega} r^2 r dr d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{4} R^4 \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\pi R^4}{2}. \quad \otimes$$

**Пример 4.4.4.** Применяя формулу Грина, вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми линиями с уравнениями

$$y = x^2, \quad x = y^2, \quad 8xy = 1,$$

примыкающей к началу системы координат.

**Решение.** Площадь плоской фигуры вычисляется по формуле:

$$S_{\Omega} = \iint_{\Omega} dx dy = \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} x dy - y dx.$$

Рассмотрим вид фигуры. Первая и вторая кривые линии – это стандартные параболы с осью  $OY$  и  $OX$  соответственно. Решая совместно уравнения кривых линий, найдём точки их пересечения:

$$A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right), \quad B\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right).$$

Применим формулу для вычисления площади плоской фигуры:

$$S_{\Omega} = \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} x dy - y dx = \frac{1}{2} \int_{OA} x dy - y dx + \frac{1}{2} \int_{AB} x dy - y dx + \frac{1}{2} \int_{BO} x dy - y dx =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{1/2} x^2 dx - \frac{1}{8} \int_{1/2}^{1/4} \frac{dx}{x} - \frac{1}{4} \int_{1/4}^0 \sqrt{x} dx = \frac{1+3\ln 2}{24} \approx 0,13. \otimes$$

## Практическое занятие 5

### Поверхностные интегралы первого и второго рода

**Пример 4.5.1.** Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_F (x^2 + y^2) dS,$$

где  $F$  – часть конической поверхности, заключённой между плоскостями с уравнениями  $z = 0$  и  $z = 1$ .

**Решение.** Поверхностный интеграл первого рода вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \iint_F f(x, y, z) dS &= \\ &= \iint_{G^{12}} f(x, y, \varphi(x, y)) \sqrt{1 + \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) \right]^2 + \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) \right]^2} dx dy. \end{aligned} \quad (1)$$

В силу условий задачи выбираем верхнюю часть конической поверхности с уравнением

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \\ dS &= \sqrt{1 + \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) \right]^2 + \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) \right]^2} dx dy = \\ &= \sqrt{1 + \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{y^2}{x^2 + y^2}} dx dy = \sqrt{2} dx dy. \end{aligned}$$

Искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл по формуле (1):

$$\iint_F (x^2 + y^2) dS = \iint_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot (x^2 + y^2) dx dy.$$

Так как область  $G^{12}$  – это круг, определённый неравенством  $x^2 + y^2 \leq 1$ , то

$$\iint_F (x^2 + y^2) dS = \iint_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot (x^2 + y^2) dx dy = 4\sqrt{2} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^1 r^3 dr = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \pi \cdot \otimes$$

**Пример 4.5.2.** Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z) dy dS,$$

где  $F$  – поверхность цилиндра

$$x^2 + z^2 = a^2,$$

заключённая между плоскостями  $y = b$  и  $y = c$ .

**Решение.** Из уравнения

$$x^2 + z^2 = a^2$$

следует

$$z = \varphi(x, y) = \pm \sqrt{a^2 - x^2}.$$

Поверхность  $F$  разбилась на две части:  $F_1 (z \geq 0)$  и  $F_2 (z \leq 0)$ . Определим элемент поверхности  $dS$  в соответствии с формулой вычисления поверхностного интеграла первого рода:

$$\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} = -\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}; \quad \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} = 0;$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[ \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \right]^2} dx dy = \frac{adx dy}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Подставляя элемент поверхности в формулу для вычисления поверхностного интеграла первого рода

$$\iint_F f(x, y, z) dS = \iint_G f(x, y, \varphi(x, y)) \sqrt{1 + \left[ \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \right]^2} dx dy,$$

получим:

$$\iint_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z) dy dS =$$

$$\begin{aligned}
&= \iint_{F_1} (\sqrt{a^2 - x^2} + \sqrt{a^2 - x^2}) y dS + \iint_{F_2} (\sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}) y dS = \\
&= \iint_{G_1} 2\sqrt{a^2 - x^2} y \frac{a dx dy}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 2a \iint_{G_1} y dx dy = \\
&= 2a \int_{-a}^a dx \int_b^c y dy = 2a^2 (c^2 - b^2) \cdot \frac{1}{2} \otimes
\end{aligned}$$

**Пример 4.5.3.** Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_F x^2 y^2 z dx dy$$

по верхней стороне верхней половины сферы с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

**Решение.** Проекцией верхней полусферы на координатную плоскость  $XOY$  является круг, ограниченный окружностью

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Уравнение верхней полусферы

$$z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

Следовательно, искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл так:

$$\iint_F x^2 y^2 z dx dy = \iint_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$\begin{aligned}
&\iint_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy = \iint_{G^{12}} r^5 \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi \sqrt{R^2 - r^2} dr d\varphi = \\
&= 4 \int_0^{\pi/2} \cos^2 \varphi \cdot \sin^2 \varphi d\varphi \int_0^R r^5 \sqrt{R^2 - r^2} dr = \\
&= \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{R^2 - r^2} = t; R^2 - r^2 = t^2; \\ r dr = -t dt; r^4 = R^2 - t^2 \end{array} \right\} = \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 4\varphi}{2} d\varphi \int_0^R (R^2 - t^2) t^2 dt \\
&= \frac{2}{105} \pi R^7 \cdot \otimes
\end{aligned}$$

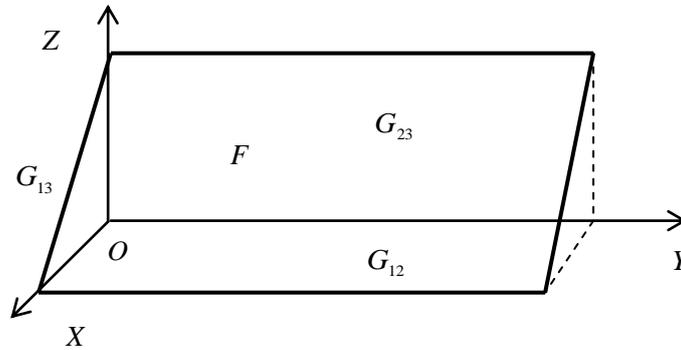
**Пример 4.5.4.** Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_F xdydz + ydzdx + zdxdy,$$

где  $F$  – верхняя сторона части плоскости с уравнением  $x + z - 1 = 0$ , отсечённая плоскостями с уравнениями  $y = 0$ ,  $y = 4$  и лежащая в первом октанте.

**Решение.** Заданная поверхность изображена на рисунке 5.1. Для вычисления интеграла используем формулу вычисления общего поверхностного интеграла второго рода:

$$\begin{aligned} & \iint_F P(x, y, z) dydz + Q(x, y, z) dzdx + R(x, y, z) dxdy = \\ & = \iint_{G_{23}} P(\varphi(x, z), \psi(x, z), z) dydz + \iint_{G_{13}} Q(\varphi(x, \psi(x, z), z) dxdz + \\ & + \iint_{G_{12}} R(\varphi(x, y), \omega(x, y)) dxdy. \end{aligned}$$



**Рис. 5.1.**

Так как плоскость параллельна оси  $OY$ , то

$$\iint_{G_{13}} Q(\varphi(x, \psi(x, z), z) dxdz = 0.$$

Получаем:

$$\iint_F xdydz + ydzdx + zdxdy = \iint_{G_{23}} (-z) dydz + \iint_{G_{12}} (-x) dxdy = 4. \otimes$$

## Практическое занятие 6

### Векторный анализ

**Пример 4.6.1.** Найти градиент сферически-симметричного скалярного поля

$$u = \varphi(r),$$

где  $r = \left\| \vec{r} \right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

**Решение.** По определению градиента имеем

$$\begin{aligned} \text{grad } \varphi &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{e}_1 + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{e}_2 + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{e}_3 = \\ &= \frac{d\varphi}{dr} \frac{x}{r} \vec{e}_1 + \frac{d\varphi}{dr} \frac{y}{r} \vec{e}_2 + \frac{d\varphi}{dr} \frac{z}{r} \vec{e}_3 = \frac{d\varphi}{dr} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Отметим, что векторное поле, определяемое соотношением  $\vec{a} = \text{grad } \varphi$ , называется **потенциальным полем**, а скалярная функция  $\varphi$  называется **потенциалом** векторного поля

$\vec{a}$ . Само векторное поле  $\vec{a} = \frac{d\varphi}{dr} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$  называется **потенциальным** полем. Иногда потенци-

альное поле определяют соотношением  $\vec{a} = -\text{grad } \varphi$ .

**Пример 4.6.2.** Найти дивергенцию сферически-симметричного векторного поля

$$\vec{a} = \varphi \vec{r}.$$

**Решение.** По определению дивергенции имеем:

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{a} &= \left( \vec{\nabla}, \varphi \vec{r} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \varphi x + \frac{\partial}{\partial y} \varphi y + \frac{\partial}{\partial z} \varphi z = \\ &= \frac{d\varphi}{dr} \frac{x^2}{r} + \varphi \frac{d\varphi}{dr} \frac{y^2}{r} + \varphi \frac{d\varphi}{dr} \frac{z^2}{r} + \varphi \frac{d\varphi}{dr} \cdot r + 3\varphi. \quad \otimes \end{aligned}$$

Векторное поле называется **соленоидальным**, если выполнено условие  $\text{div } \vec{a} = 0$ .  $\otimes$

**Пример 4.6.3.** Найти условие соленоидальности векторного поля из предыдущего примера.

**Решение.** Условие соленоидальности  $\text{div } \vec{a} = 0$  для поля  $\vec{a} = \varphi \vec{r}$  приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\varphi}{dr} \cdot r + 3\varphi = 0$$

С разделяющимися переменными. Разделяя переменные и учитывая, что в случае функций одного переменного производная  $\frac{d\varphi}{dr}$  – это отношение двух дифференциалов, получаем:

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -3 \frac{dr}{r}. \quad (1)$$

Интегрируя уравнение (1), получаем  $\ln|\varphi| = -3 \ln r + C_1$ . Записывая произвольную постоянную в логарифмическом виде  $C_1 = \ln C$ , где  $C$  – произвольная положительная постоянная, получаем  $\varphi = \frac{C}{r^3}$ . Здесь  $C$  уже произвольная (не обязательно положительная) постоянная.  $\otimes$

ная.  $\otimes$

**Пример 4.6.4.** Найти ротор сферически-симметричного векторного поля

$$\vec{a} = \varphi \vec{r},$$

$$\text{где } r = \|\vec{r}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Решение. Записывая векторное поле в разложении по декартовому базису

$$\vec{a} = \varphi \vec{r} = \varphi \vec{x} e_1 + \varphi \vec{y} e_2 + \varphi \vec{z} e_3,$$

и используя определение ротора, получаем:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{a} &= \left[ \vec{\nabla}, \vec{a} \right] = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \varphi \vec{x} & \varphi \vec{y} & \varphi \vec{z} \end{vmatrix} = \\ &= \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \varphi \vec{z} - \frac{\partial}{\partial z} \varphi \vec{y} \right\} \vec{e}_1 + \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \varphi \vec{x} - \frac{\partial}{\partial x} \varphi \vec{z} \right\} \vec{e}_2 \\ &+ \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \varphi \vec{y} - \frac{\partial}{\partial y} \varphi \vec{x} \right\} \vec{e}_3 = \frac{d\varphi}{dr} \left( \frac{yz}{r} - \frac{zy}{r} \right) \vec{e}_1 + \\ &+ \frac{d\varphi}{dr} \left( \frac{zx}{r} - \frac{xz}{r} \right) \vec{e}_2 + \frac{d\varphi}{dr} \left( \frac{xy}{r} - \frac{yx}{r} \right) \vec{e}_3 = \vec{0}. \quad \otimes \end{aligned}$$

Векторное поле, для которого выполнено соотношение  $\text{rot } \vec{a} = \vec{0}$ , называется *безвихревым* полем. Из предыдущей задачи следует, что сферически-симметричное векторное поле является безвихревым полем.

**Пример 4.6.5.** Доказать, что

$$\text{div} \left[ \begin{array}{c} \vec{A} \\ \vec{B} \end{array} \right] = \left( \begin{array}{c} \vec{B} \\ \text{rot } \vec{A} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \vec{A} \\ \text{rot } \vec{B} \end{array} \right). \quad (1)$$

**Решение.** Для решения применим правило действия оператора  $\vec{\nabla}$  на произведение функций

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} (\varphi \cdot \omega \cdot \dots \cdot \psi) &= \\ &= \vec{\nabla} \left( \overset{\vee}{\varphi} \cdot \omega \cdot \dots \cdot \psi \right) + \vec{\nabla} \left( \varphi \cdot \overset{\vee}{\omega} \cdot \dots \cdot \psi \right) + \dots + \vec{\nabla} \left( \varphi \cdot \omega \cdot \dots \cdot \overset{\vee}{\psi} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где символ  $\vee$  над функцией устанавливает порядок действия оператора  $\vec{\nabla}$  на соответствующую функцию. Для скалярных полей имеется в виду просто произведение функций, для векторных полей произведение может быть как скалярным, так и векторным.

Учитывая, что

$$\text{div} \left[ \begin{array}{c} \vec{A} \\ \vec{B} \end{array} \right] = \left( \vec{\nabla}, \left[ \begin{array}{c} \vec{A} \\ \vec{B} \end{array} \right] \right),$$

в левой части (1) получаем:

$$\text{div} \left[ \begin{array}{c} \vec{A} \\ \vec{B} \end{array} \right] = \left( \vec{\nabla}, \left[ \begin{array}{c} \vec{A} \\ \vec{B} \end{array} \right] \right) = \left( \vec{\nabla}, \left[ \begin{array}{c} \overset{\vee}{\vec{A}} \\ \vec{B} \end{array} \right] \right) + \left( \vec{\nabla}, \left[ \begin{array}{c} \vec{A} \\ \overset{\vee}{\vec{B}} \end{array} \right] \right),$$

Первое смешанное произведение в правой части последнего равенства преобразуется к виду:

$$\left( \vec{\nabla}, \left[ \begin{array}{c} \overset{\vee}{\vec{A}} \\ \vec{B} \end{array} \right] \right) = \left( \left[ \begin{array}{c} \vec{\nabla} \\ \vec{A} \end{array} \right], \vec{B} \right) = \left( \vec{B}, \left[ \begin{array}{c} \vec{\nabla} \\ \vec{A} \end{array} \right] \right) = \left( \vec{B}, \text{rot } \vec{A} \right). \quad (3)$$

Аналогично, второе смешанное произведение в правой части того же равенства преобразуется к виду

$$\left( \vec{\nabla}, \left[ \vec{A}, \vec{B} \right] \right) = - \left( \vec{\nabla}, \left[ \vec{B}, \vec{A} \right] \right) = - \left( \vec{A}, \left[ \vec{\nabla}, \vec{B} \right] \right) = - \left( \vec{A}, \operatorname{rot} \vec{B} \right). \quad (4)$$

Складывая (3) и (4), получаем (1).  $\otimes$

**Пример 4.6.6.** Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot} \left( u \cdot \vec{A} \right) = \left[ \operatorname{grad} u, \vec{A} \right] + u \cdot \operatorname{rot} \vec{A},$$

где  $u \in \mathcal{M}^{\sim}$  – скалярное, а  $\vec{A} \in \mathcal{M}^{\sim}$  – векторное поля.

**Решение.** Преобразуем левую часть:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \left( u \cdot \vec{A} \right) &= \left[ \vec{\nabla}, u \cdot \vec{A} \right] = \left[ \vec{\nabla}, u \cdot \vec{A} \right] + \left[ \vec{\nabla}, u \cdot \vec{A} \right] = \\ &= \left[ \vec{\nabla} u, \vec{A} \right] + u \cdot \left[ \vec{\nabla}, \vec{A} \right] = \left[ \operatorname{grad} u, \vec{A} \right] + u \cdot \operatorname{rot} \vec{A}. \quad \otimes \end{aligned}$$

**Пример 4.6.7.** Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A},$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа  $\Delta = \left( \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \right)$ .

**Решение.** Для доказательства используем формулу для двойного векторного произведения

$$\left[ \vec{A}, \left[ \vec{B}, \vec{C} \right] \right] = \vec{B} \left( \vec{A}, \vec{C} \right) - \vec{C} \left( \vec{A}, \vec{B} \right),$$

полагая  $\vec{A} = \vec{B} = \vec{\nabla}$ , получим:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \left[ \vec{\nabla}, \left[ \vec{\nabla}, \vec{A} \right] \right] = \vec{\nabla} \left( \vec{\nabla}, \vec{A} \right) - \left( \vec{\nabla}, \vec{\nabla} \right) \vec{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}. \quad \otimes$$

**Пример 4.6.8.** Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{A} = x^3 \vec{e}_1 - y^2 \vec{e}_2 + y \vec{e}_3$$

по замкнутому контуру  $\Gamma \in [0, 2\pi]$ , заданному уравнениями

$$x = \cos t, \quad y = 3 \sin t, \quad z = \cos t - \sin t.$$

**Решение.** По определению циркуляция равна криволинейному интегралу второго рода

$$C = \oint_{\Gamma} \left( \vec{A}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dy + y dz.$$

Криволинейный интеграл вычисляем, сводя его к определённомu интегралу:

$$\begin{aligned} & \oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dy + y dz = \\ & = \int_0^{2\pi} (\cos^3 t \sin t - 27 \sin^2 t \cos t - 3 \sin^2 t - 3 \sin t \cos t) dt = \\ & = - \int_0^{2\pi} \cos^3 t \sin t dt - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t \cos t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin^2 t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin t \cos t dt = \\ & = \int_0^{2\pi} \cos^3 t d(\cos t) - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t d(\sin t) - \\ & - \frac{3}{2} \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2t \right) d t - 3 \int_0^{2\pi} \sin t d(\sin t) = -3\pi. \quad \otimes \end{aligned}$$

**Пример 4.6.9.** Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = -\omega x_2 \vec{e}_1 + \omega x_1 \vec{e}_2$$

по простому замкнутому контуру, представляющему собой окружность с центром в начале системы координат и радиусом  $R$ , в положительном направлении.

**Решение.** Параметризация окружности

$$x_1 = R \cos t, \quad x_2 = R \sin t,$$

где  $t \in [0, 2\pi]$ . Поэтому по определению циркуляции получаем:

$$\begin{aligned} C & = \oint_{\Gamma} \left( \vec{F}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} -\omega x_2 dx_1 + \omega x_1 dx_2 = \\ & = \omega \int_0^{2\pi} (R^2 \sin^2 t + R^2 \cos^2 t) dt = 2\pi R^2 \omega. \quad \otimes \end{aligned}$$

**Пример 4.6.10.** Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = (1 + 3x_2 + 2x_3) \vec{e}_1 + (x_1 + x_3) \vec{e}_2 + (x_1 - x_2) \vec{e}_3$$

по контуру треугольника  $ABC$ , если  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(3; 0; 0)$ ,  $C(0; 0; 1)$ .

Решение. Для решения применим формулу Стокса, согласно которой

$$C = \oint_{\Gamma} (\vec{F}, d\vec{x}) = \iint_S (\vec{n}, \text{rot } \vec{F}) ds.$$

Уравнение плоскости, в которой лежит треугольник, имеет вид

$$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{1} = 1,$$

или

$$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 6.$$

Находим ротор векторного поля:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{F} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 & 2x_1 + x_3 & x_1 - x_2 \end{vmatrix} = \\ &= \left[ \frac{\partial}{\partial x_2} (x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3} (x_1 + x_3) \right] \vec{e}_1 - \\ &- \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3} (x_1 + 3x_2 + 2x_3) \right] \vec{e}_2 + \\ &- \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (x_1 + x_3) - \frac{\partial}{\partial x_2} (x_1 + 3x_2 + 2x_3) \right] \vec{e}_3 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3. \end{aligned}$$

Теперь циркуляция

$$\begin{aligned} C &= \oint_{\Gamma} (\vec{F}, d\vec{x}) = \iint_S (\vec{n}, \text{rot } \vec{F}) ds = \\ &= -2 \iint_{G^{23}} dx_2 dx_3 + \iint_{G^{13}} dx_3 dx_1 - \iint_{G^{12}} dx_1 dx_2 = \\ &= -2 \int_0^3 dx_2 \int_0^{1-x_2/3} dx_3 + \int_0^1 dx_3 \int_0^{2-x_3} dx_1 - \int_0^2 dx_1 \int_0^{3-3x_1/2} dx_2 = \end{aligned}$$

$$= -2 \left[ x_2 - \frac{1}{6} x_2^2 \right]_0^3 + \left[ x_3 - x_3^2 \right]_0^1 - \left[ 3x_1 - \frac{3}{4} x_1^2 \right]_0^2 = -5. \otimes$$

**Пример 4.6.11.** Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = x_2 \vec{e}_1 - x_1 \vec{e}_2 + a \vec{e}_3 \quad (a = \text{const})$$

вдоль окружности с уравнением

$$x_1^2 + x_2^2 = 1, \quad x_3 = 0$$

в положительном направлении двумя способами.

**Решение.** 1) Вычислим циркуляцию непосредственно, учитывая, что параметризация окружности имеет вид  $R = 1$ :

$$x_1 = \cos t, \quad x_2 = \sin t.$$

Теперь имеем:

$$\begin{aligned} C &= \oint_{\Gamma} (\vec{F}, d\vec{x}) = \int_{\Gamma} F_1 dx_1 + F_2 dx_2 + F_3 dx_3 = \\ &= \int_0^{2\pi} (\sin t \cdot (-\sin t) - \cos t \cos t) dt = - \int_0^{2\pi} (\sin^2 t + \cos^2 t) dt = -2\pi. \end{aligned}$$

2) Вычислим циркуляцию по формуле Стокса. Сначала найдём ротор векторного поля:

$$\text{rot } \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ x_2 & -x_1 & a \end{vmatrix} = -2 \vec{e}_3.$$

Нормаль плоскости треугольника  $\vec{n} = \vec{e}_3$ . Следовательно, имеем

$$\begin{aligned} C &= \oint_{\Gamma} (\vec{F}, d\vec{x}) = \iint_S (\vec{n}, \text{rot } \vec{F}) ds = -2 \iint_S (\vec{n}, \vec{e}_3) ds = -2 \iint_S dx_1 dx_2 = \\ &= -2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r dr = -2 \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{2} = -2\pi. \otimes \end{aligned}$$

**Пример 4.6.12.** Найти поток радиус-вектора

$$\vec{r} = x \vec{e}_1 + y \vec{e}_2 + z \vec{e}_3$$

через произвольную гладкую замкнутую поверхность  $F$ , ограничивающую область  $\Omega$ , имеющую объём  $V$ .

**Решение.** Находим дивергенцию поля радиус-вектора:

$$\operatorname{div} \vec{r} = 1 + 1 + 1 = 3.$$

Воспользуемся формулой Остроградского-Гаусса (10.10.13):

$$\oiint_F \left( \vec{r}, d\vec{s} \right) = \iiint_V \left( \vec{\nabla}, \vec{r} \right) dV = 3 \iiint_V dV = 3V.$$

Из полученной формулы следует формула для вычисления объёма области  $\Omega$  при помощи поверхностных интегралов

$$V = \frac{1}{3} \oiint_F \left( \vec{r}, \vec{n} \right) ds,$$

которая в декартовых координатах принимает вид

$$V = \frac{1}{3} \oiint_F (x n_1 + y n_2 + z n_3) ds = \frac{1}{3} \oiint_F (x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma) ds,$$

где  $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$ ,  $\cos \gamma$  – координаты орта нормали  $\vec{n}$ .  $\otimes$

**Пример 4.6.13.** Найти поток векторного поля радиус-вектора

$$\vec{r} = x \vec{e}_1 + y \vec{e}_2 + z \vec{e}_3$$

Через поверхность  $S$  с уравнением

$$z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}, \quad z = 0 \quad (0 \leq z \leq 1).$$

**Решение.** Воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса:

$$\Phi = \oiint_S \left( \vec{F}, \vec{n} \right) ds = \iiint_V \operatorname{div} \vec{F} dv.$$

Так как

$$\operatorname{div} \vec{r} = 1 + 1 + 1 = 3,$$

а поверхность – это конус с вершиной в точке  $(0; 0; 1)$ , ограниченный плоскостями с уравнениями  $z = 0$  и  $z = 1$ , то переходя к цилиндрическим координатам, получаем:

$$\Phi = \oiint_S \left( \vec{r}, \vec{n} \right) ds = \iiint_V \operatorname{div} \vec{r} dv = 3 \iiint_V dv = 3 \iiint_{\Omega} r d\varphi dr dz =$$

$$= 3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r dr \int_0^{1-r} dz = 3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r \underbrace{(-r)}_{\text{д}} dr = 3 \cdot 2\pi \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \pi. \otimes$$

**Пример 4.6.14.** Найти поток поля

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

точечного источника электрического поля через сферу с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Поток векторного поля через поверхность вычисляется по формуле

$$\Phi = \iint_S \left( \vec{F}, d\vec{s} \right) = \iint_S \left( \vec{F}, \vec{n} \right) ds = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint_S \frac{1}{r^2} \left( \frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) ds.$$

Так как  $r = R = const$  и скалярное произведение ортов

$$\left( \frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) = 1,$$

получаем:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \iint_S \frac{1}{r^2} \left( \frac{\vec{r}}{r}, \vec{n} \right) ds = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2} \iint_S ds = \frac{q4\pi R^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2} = \frac{4\pi q}{4\pi\epsilon\epsilon_0}. \otimes$$

## Практическое занятие 7

Дифференциальные уравнения,

интегрируемые в квадратурах

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

**Пример 4.7.1.** Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$6x dx - 6y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx.$$

Р е ш е н и е. 1) Перепишем данное уравнение в виде

$$2y \sqrt{x^2 + 3} \, dy = (3x^2 + y^2) \, dx.$$

2) Замечаем, что  $x^2 + 3 > 0$ ,  $2 + y^2 > 0$ . Поэтому можно разделить переменные, деля обе части уравнения на  $\sqrt{x^2 + 3} \sqrt{2 + y^2}$ :

$$\frac{2y}{2 + y^2} \, dy = \frac{3x}{x^2 + 3} \, dx.$$

3) Используем формулу для нахождения решения:

$$\int \frac{2y}{2 + y^2} \, dy + C_1 = \int \frac{3x}{x^2 + 3} \, dx + C_2;$$

$$\ln |2 + y^2| = \frac{3}{2} \ln |x^2 + 3| + C;$$

$$C = C_2 - C_1.$$

4) Преобразуем полученный интеграл:

$$2 \ln |2 + y^2| - 3 \ln |x^2 + 3| = C;$$

$$\ln \frac{2 + y^2}{x^2 + 3} = C.$$

**Ответ:** Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln \frac{2 + y^2}{x^2 + 3} = C$$

при всевозможных значениях параметра  $C$ .  $\otimes$

**Пример 4.7.2.** Найти частное решение уравнения

$$(1 + y^2) \, dx = xy \, dy,$$

если  $y = 1$  при  $x = 2$ .

**Решение.** 1) Разделяем переменные:

$$\frac{y}{1 + y^2} \, dy = \frac{dx}{x}.$$

2) Интегрируем полученное уравнение:

$$\int \frac{y}{1+y^2} dy = \int \frac{dx}{x} + \ln C;$$

$$\frac{1}{2} \ln 1+y^2 = \ln|x| + \ln C;$$

$$1+y^2 = Cx^2.$$

Так как  $C$  – произвольная постоянная, то имеем

$$y^2 = Cx^2 - 1$$

3) Используем начальные условия:

$$4 = 2C; C = 2; x^2 = 2 \left( 1 + y^2 \right).$$

4) Частный интеграл:

$$y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}.$$

$$\text{Ответ: } y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}. \otimes$$

### Дифференциальные уравнения с однородной правой частью

**Пример 4.7.3.** Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}.$$

**Решение.** Это уравнение с однородной правой частью.

1) Разделим числитель и знаменатель на  $x^2$ :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + 2\frac{y}{x} - 5\left(\frac{y}{x}\right)^2}{2 - 6\frac{y}{x}}.$$

2) Совершаем подстановку

$$u \stackrel{\text{с}}{=} \frac{y}{x},$$

где  $u \stackrel{\text{с}}{=}$  — новая искомая функция. Так как

$$y' = u + xu',$$

получаем новый вид уравнения:

$$u + x \frac{du}{dx} = \frac{1 + 2u - 5u^2}{2 - 6u}.$$

После простых преобразований получаем

$$\frac{du}{dx} x = \frac{1 + u^2}{2 - 6u}.$$

3) Разделяем переменные, предполагая, что  $1 + u^2 \neq 0$ ,  $x \neq 0$ :

$$\frac{2 - 6u}{1 + u^2} du = \frac{dx}{x}.$$

4) Интегрируем:

$$2 \arctg u - 3 \ln \left( 1 + u^2 \right) = \ln |x| + C.$$

Заменяя  $u \stackrel{\text{с}}{=} \frac{y}{x}$ , получаем:

$$2 \arctg \frac{y}{x} - 3 \ln \left( 1 + \frac{y^2}{x^2} \right) - \ln |x| = C.$$

**Ответ:** Интегральные кривые определяются уравнением

$$2 \arctg \frac{y}{x} - 3 \ln \left( 1 + \frac{y^2}{x^2} \right) - \ln |x| = C. \otimes$$

### Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

**Пример 4.7.4.** Найти общее решение уравнения

$$\frac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}.$$

**Решение.** Здесь  $p \stackrel{\text{с}}{=} 3$ ,  $f \stackrel{\text{с}}{=} e^{2x}$ .

1) Сначала решаем однородное уравнение

$$\frac{dy}{dx} = -3y,$$

соответствующее данному неоднородному уравнению:

$$\frac{dy}{dx} = -3y;$$

$$\frac{dy}{y} = -3dx;$$

$$\ln|y| = -3x + \ln C_1;$$

$$|y| = C_1 e^{-3x};$$

$$y = C_2 e^{-3x}.$$

2) Ищем решение исходного уравнения в виде  $z = C_2 e^{-3x}$ . Подстановка в исходное уравнение даёт:

$$\frac{dC_2 x}{dx} = e^{5x};$$

$$C_2 x = \int e^{5x} dx + C;$$

$$C_2 x = \frac{1}{5} e^{5x} + C.$$

3) Подставляем в решение:

$$z = \frac{1}{5} e^{2x} + C e^{-3x}.$$

**Ответ:** общее решение имеет вид

$$z = \frac{1}{5} e^{2x} + C e^{-3x}. \otimes$$

**Пример 4.7.5.** Найти решение задачи Коши для уравнения

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x} y = -\frac{2}{x^2}$$

с начальным условием  $y|_{x=1} = 1$ .

Решение. Воспользуемся формулой

$$y = e^{-\int p(x) dx} \left( \int q(x) e^{\int p(x) dx} + C \right),$$

следующей из метода вариации произвольной постоянной.

1) Находим общее решение:

$$z = e^{-\int p(x) dx} \left( \int q(x) e^{\int p(x) dx} + C \right) = e^{\int \frac{dx}{x}} \left( -2 \int \frac{1}{x^2} e^{-\int \frac{1}{x} dx} \right) = \frac{1}{x} + Cx.$$

2) Используем начальное условие

$$\frac{1}{1^2} + C = 1,$$

откуда  $C = 0$ . Решение задачи Коши принимает вид:

$$z = \frac{1}{x}.$$

Ответ:  $y = \frac{1}{x}$ . ⊗

## Неполные обыкновенные дифференциальные уравнения

### второго порядка

**Пример 4.7.6.** Найти частное решение ОДУ

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = xe^x,$$

удовлетворяющее начальным условиям  $y|_{x=0} = 1$ ,  $\frac{dy}{dx}|_{x=0} = 0$ .

Решение. Интегрируем уравнение последовательно:

$$1) \frac{dy}{dx} = \int xe^x dx + C_1 = \left\{ \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx, \\ dv = e^x dx, \quad v = e^x. \end{array} \right\} = xe^x - \int e^x dx + C_1 =$$

$$= (x-1)e^x + C_1;$$

$$2) y = \int (x-1)e^x dx + C_1 x + C_2 = \left\{ \begin{array}{l} u = x-1, \quad du = dx, \\ dv = e^x dx, \quad v = e^x. \end{array} \right\} =$$

$$= -2e^x + C_1x + C_2.$$

Так как в силу первого начального условия  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = 0$ , получаем:

$$-1 + C_1 = 0, C_1 = 1.$$

Так как в силу второго начального условия  $y|_{x=0} = 1$ , получаем:

$$-2 + C_1 \cdot 0 + C_2 = 1, C_2 = 3.$$

Теперь частное решение, удовлетворяющее заданным условиям, принимает вид

$$y = -2e^x + x + 3. \otimes$$

**Пример 4.7.7.** Найти общее решение ОДУ

$$\left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 - 3 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 = 0.$$

**Решение.** Решаем уравнение относительно  $z = \frac{d^2 y}{dx^2}$ :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 1, \frac{d^2 y}{dx^2} = 2.$$

Интегрируем получившиеся ОДУ последовательно:

$$1) \frac{d^2 y}{dx^2} = 1, \frac{dy}{dx} = x + C_1, y = \frac{1}{2}x^2 + C_1x + C_2;$$

$$2) \frac{d^2 y}{dx^2} = 2, \frac{dy}{dx} = 2x + C_3, y = x^2 + C_3x + C_4.$$

Совокупность этих решений образует общий интеграл ОДУ.

Так как квадратный трёхчлен имеет разложение

$$z^2 - 3z + 2 = (z - z_1)(z - z_2),$$

то общий интеграл ОДУ имеет вид:

$$\left( y - \frac{1}{2}x^2 - C_1x - C_2 \right) \cdot (y - x^2 - C_3x - C_4) = 0. \otimes$$

**Пример 4.7.8.** Найти общее решение ОДУ

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = -\frac{1}{2} \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^3.$$

Решение. Положим  $\frac{d^2 y}{dx^2} = z$ , тогда из уравнения получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2} z^3.$$

Интегрируя получившееся уравнение, получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2} z^3, \quad \frac{dz}{z^3} = -\frac{1}{2} dx, \quad \frac{1}{z^2} = x + C_1, \quad z^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Заменяя  $z = \frac{d^2 y}{dx^2}$ , получаем уравнение

$$\left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Уравнение содержит только  $x$  и  $y$ . Разрешая его относительно  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ , получаем

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\pm 1}{\sqrt{x + C_1}}.$$

Это уравнение интегрируем последовательно:

$$\frac{dy}{dx} = \pm \int \frac{dx}{\sqrt{x + C_1}} + C_2 = \pm \int \frac{d(x + C_1)}{\sqrt{x + C_1}} + C_2$$

$$= \pm \int (x + C_1)^{-1/2} dx + C_2 = \pm (x + C_1)^{1/2} + C_2$$

$$y_1 = \int (x + C_1)^{1/2} dx + C_2 x + C^3 = (x + C_1)^{3/2} + C_2 x + C^3,$$

$$y_2 = -\int (x + C_1)^{1/2} dx + C_2 x + C^3 = -(x + C_1)^{3/2} + C_2 x + C^3. \otimes$$

## Линейные однородные дифференциальные уравнения

### второго порядка

**Пример 4.7.9.** Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^2 + k - 2 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -2, k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-2x}, e^x.$$

Общее решение имеет вид:

$$y \Rightarrow C_1 e^{-2x} + C_2 e^x. \otimes$$

**Пример 4.7.10.** Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^2 - 2k + 1 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^x, x e^x.$$

Общее решение имеет вид:

$$y \Rightarrow C_1 + C_2 x e^x. \otimes$$

**Пример 4.7.11.** Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 13y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^2 - 4k + 13 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = 2 + 3i, k_2 = 2 - 3i.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{(2+3i)x} \cos 3x, e^{(2-3i)x} \sin 3x.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = e^{2x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x). \quad \otimes$$

**Пример 4.7.12.** Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 2 \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 2y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^3 - 2k^2 - k + 2 = 0.$$

Преобразуем характеристическое уравнение:

$$(k^2 - 1)(k - 2) = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -1, k_2 = 1, k_3 = 2.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-x}, e^x, e^{2x}.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^x + C_3 e^{2x}. \quad \otimes$$

**Пример 4.7.13.** Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 4 \frac{d^2 y}{dx^2} + 6 \frac{dy}{dx} - 4y = 0.$$

Решение. Характеристическое уравнение

$$k^3 - 4k^2 + 6k - 4 = 0.$$

Корень ищем среди множителей свободного члена, это 2 и 4. Проверяем 2, для чего делим уголком:

$$k^3 - 4k^2 + 6k - 4 = (k - 2)(k^2 - 2k + 2).$$

Уравнение принимает вид:

$$(k - 2)(k^2 - 2k + 2) = 0.$$

Находим оставшиеся корни характеристического уравнения

$$k_1 = 2, k_2 = 1 + i, k_3 = 1 - i.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{2x}, e^x \cos x, e^x \sin x.$$

Общее решение записывается в виде:

$$y = C_1 e^{2x} + e^x (C_2 \cos x + C_3 \sin x). \otimes$$

## Линейные неоднородные дифференциальные уравнения

### второго порядка. Метод Лагранжа

**Пример 4.7.14.** Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = x^2 - x + 1.$$

Решение. 1) Однородное уравнение

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = 0.$$

Характеристическое уравнение

$$k^2 - 1 = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -1, k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-x}, e^x.$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^x.$$

2) Решение неоднородного уравнения ищем в виде

$$z(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^x.$$

Система линейных алгебраических уравнений для производных новых функций в общем виде

$$\begin{cases} y_1 \frac{dC_1}{dx} + y_2 \frac{dC_2}{dx} = 0, \\ \frac{dy_1}{dx} \frac{dC_1}{dx} + \frac{dy_2}{dx} \frac{dC_2}{dx} = f(x). \end{cases}$$

В нашем случае

$$\begin{cases} e^{-x} \frac{dC_1}{dx} + e^x \frac{dC_2}{dx} = 0, \\ -e^{-x} \frac{dC_1}{dx} + e^x \frac{dC_2}{dx} = x^2 - x + 1. \end{cases}$$

Решаем систему, например, по формулам Крамера, в результате получаем:

$$\frac{dC_1}{dx} = -\frac{1}{2} e^x (x^2 - x + 1); \quad \frac{dC_2}{dx} = \frac{1}{2} e^{-x} (x^2 - x + 1).$$

3) Решение первого из уравнений:

$$C_1 = -\frac{1}{2} \int e^x (x^2 - x + 1) dx + A_1 = \dots = \left( -\frac{1}{2} x^2 + \frac{3}{2} x - 2 \right) e^x + A_1.$$

Решение второго уравнения:

$$C_2 = -\frac{1}{2} \int e^{-x} (x^2 - x + 1) dx + A_2 = \dots = \left( -\frac{1}{2} x^2 - \frac{3}{2} x + 12 \right) e^{-x} + A_2.$$

Общее решение неоднородного уравнения

$$z(x) = A_1 e^{-x} + A_2 e^x - x^2 + x - 1. \quad \otimes$$

### Примеры из механики

**Пример 4.7.15.** С аэростата, падающего с высоты  $H$  со скоростью  $v_0$ , сбросили балласт, после чего его падение замедлилось и через некоторое время сменилось подъёмом, так что через время  $t_0$  аэростат поднялся на высоту, с которой сбросили балласт. Считая, что масса аэростата без балласта равна  $m$ , а сила сопротивления воздуха  $R$  и подъёмная сила аэростата  $T$  постоянны, определить, сколько времени после сброса балласта аэростат опускался.

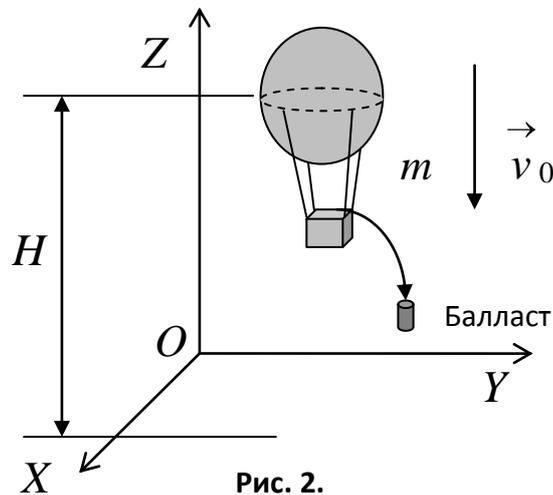
**Решение.** Начало системы координат поместим в нижнюю точку траектории аэростата, ось  $OZ$  направим вертикально вверх (рисунок 1). По условию задачи силы, действующие на аэростат в течение всего времени движения остаются постоянными.

Уравнение второго закона динамики для опускающегося аэростата имеет вид:

$$m \ddot{z} = T + R - G, \quad (1)$$

где  $G = mg$  – сила тяжести. В начальный момент времени аэростат находился на высоте  $H$ , поэтому начальные условия запишутся в виде

$$z(0) = H, \quad \dot{z}(0) = -v_0. \quad (2)$$



Уравнение (1) – это простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение, не содержащее в правой части искомой функции и независимой переменной. Интегрируя два раза, получаем:

$$m \dot{z} = T + R - G \cdot t + C_1, \quad (3)$$

$$mz = \frac{T + R - G}{2}t^2 + C_1t + C_2. \quad (4)$$

Используя начальные условия (2), получаем для постоянных:  $C_1 = -mv_0$ ,  $C_2 = mH$ . Теперь уравнения движения принимают вид:

$$\dot{z} = \frac{T + R - G}{m}t - v_0, \quad (5)$$

$$z = \frac{T + R - G}{2m}t^2 - v_0t + H. \quad (6)$$

Для поднимающегося аэростата уравнение второго закона динамики и начальные условия имеют вид:

$$m\ddot{z} = T - R - G, \quad (7)$$

$$z|_{t=0} = 0, \quad \dot{z}|_{t=0} = 0. \quad (8)$$

Интегрируя (7), получаем:

$$m\dot{z} = (T - R - G)t + C_1, \quad (9)$$

$$mz = \frac{T - R - G}{2}t^2 + C_1t + C_2. \quad (10)$$

Из начальных условий (8) для постоянных получаем  $C_1 = 0$ ,  $C_2 = 0$ , откуда получаем уравнение движения:

$$z = \frac{T - R - G}{2m}t^2. \quad (11)$$

Обозначим время падения аэростата  $t_1$ , а время подъёма  $t_2$ . Из условия задачи

$t_0 = t_1 + t_2$ . Подставляя  $t = t_1$ ,  $\dot{z}|_{t=t_1} = 0$ ,  $z|_{t=t_1} = 0$  в (5) и (6) и  $t = t_2$ ,  $z|_{t=t_2} = H$  в (11), получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{T + R - G}{m}t_1 - v_0 = 0, \\ \frac{T + R - G}{2m}t_1^2 - v_0t_1 + H = 0, \\ \frac{T - R - G}{2m}t_2^2 = H. \end{cases} \quad (12)$$

Исключая из уравнений системы (12) неизвестные  $H$  и  $v_0$  с учётом того, что  $t_2 = t_0 - t_1$ , получаем:

$$t_1 = \frac{t_0}{1 + \frac{\sqrt{T + R - mg}}{T - R - mg}}. \quad \otimes$$

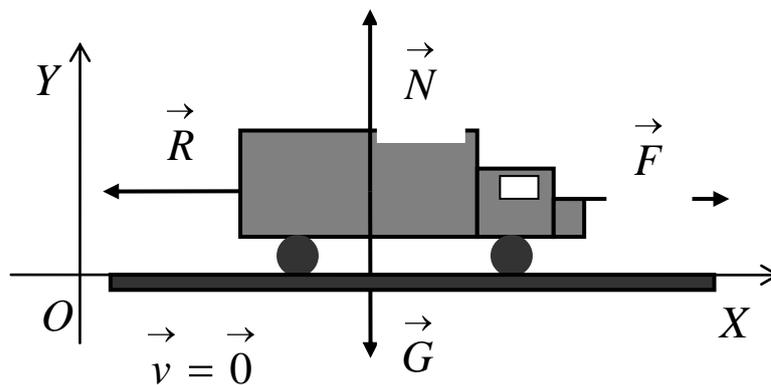
**Пример 4.7.16.** Грузовик массой  $m$  имеет максимальную скорость  $v_{\max}$  и разгоняется с места до скорости  $v_*$  за время  $t_*$ . Сила сопротивления пропорциональна скорости. Чему равняется средняя сила тяги двигателя грузовика?

**Решение.** Силы, действующие на грузовик, изображены на рисунке 2. При решении задачи предполагаем, что средняя сила тяги двигателя  $\vec{F}$  постоянна.

После проектирования на оси системы координат дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$m \ddot{x} = F - R.$$

Здесь сила трения  $\vec{R} = k \vec{v}$ , где коэффициент динамического трения  $k > 0$  неизвестен;  $\vec{N}$  – сила реакции опоры (дороги);  $\vec{G}$  – сила тяжести.



**Рис. 2.**

Обозначая  $\dot{x} = v$ , получаем:

$$m \dot{v} = F - kv \Rightarrow m \frac{dv}{dt} = F - kv \Rightarrow \frac{mdv}{F - kv} = dt \Rightarrow$$

$$-\frac{m}{k} \int \frac{d(F - kv)}{F - kv} = t + C \Rightarrow -\frac{m}{k} \ln(F - kv) = t + C.$$

Начальные условия  $x(0) = 0$  и  $\dot{x}(0) = v(0) = 0$ . Из условия на скорость получаем,

что  $C = -\frac{m}{k} \ln F$ . Подстановка даёт

$$t = -\frac{m}{k} \ln(F - kv) + \frac{m}{k} \ln F = -\frac{m}{k} \ln \frac{F - kv}{F} \Rightarrow t = -\frac{m}{k} \ln \left( 1 - \frac{kv}{F} \right). \quad (1)$$

Так как задана максимальная скорость  $v_{\max}$ , то из необходимого условия экстремума получаем:

$$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow m \ddot{x} = F - kv_{\max} = 0 \Rightarrow k = \frac{F}{v_{\max}}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), при  $t = t_*$  и  $v = v_*$ , получаем:

$$t_* = -\frac{m}{F/v_{\max}} \ln \left( 1 - \frac{(F/v_{\max})v_*}{F} \right) \Rightarrow t_* = -\frac{mv_{\max}}{F} \ln \left( 1 - \frac{v_*}{v_{\max}} \right) \Rightarrow$$

$$F = -\frac{mv_{\max}}{t_*} \ln \frac{v_{\max} - v_*}{v_{\max}} \Rightarrow F = \frac{mv_{\max}}{t_*} \ln \frac{v_{\max}}{v_{\max} - v_*}. \quad \otimes$$

## Практическое занятие 8

### Линейные системы ОДУ, методы Эйлера и Лагранжа

**Пример 4.8.1.** Дана система ОДУ

$$\begin{cases} \frac{dy^1}{dt} + y^1 + 2y^2 = 0, \\ \frac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 4y^2 = 0. \end{cases}$$

Найти общее решение этой системы.

**Решение.** Систему можно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Частное решение ищем в виде

$$y^1 \stackrel{\sim}{=} x^1 e^{-\mu t}, \quad y^2 \stackrel{\sim}{=} x^2 e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений частное решение и сокращая на неравный нулю множитель  $e^{-\mu t}$ , получаем

$$\begin{cases} -\mu \tilde{x}^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - \mu + 4\tilde{x}^2 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, характеристическое уравнение для неё имеет вид

$$\begin{vmatrix} 1-\mu & 2 \\ -3 & -\mu-4 \end{vmatrix} = 0,$$

или

$$\mu^2 + 3\mu + 2 = 0.$$

Характеристические числа (собственные значения)

$$\mu_1 = -2, \quad \mu_2 = -1.$$

1) Для  $\mu_1 = -2$  имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 2x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к уравнению

$$3x^1 + 2x^2 = 0.$$

Решение этого уравнения, полагая  $x^2 = a \in \mathbb{R}^1$ , запишем в виде

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix},$$

Таким образом, имеем первый собственный вектор

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее первому собственному значению, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ y_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

2) Для  $\mu_1 = -2$  имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 3x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к одному уравнению

$$x^1 + x^2 = 0.$$

Полагая  $x^2 = b \in \mathbb{R}^1$ , получим

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ b \end{pmatrix} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Второй собственный вектор имеет вид

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее второму собственному вектору, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_2^1 \\ y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^t \\ e^t \end{pmatrix}.$$

3) Составляем фундаментальную матрицу:

$$Y \mathbf{C} = \begin{pmatrix} y_1^1 & y_2^1 \\ y_1^2 & y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение находится по формуле

$$y \mathbf{C} = Y \mathbf{C} \mathbf{C}.$$

Подставляя в эту формулу выражение для фундаментальной матрицы, получаем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}C_1e^{2t} - C_2e^t \\ C_1e^{2t} + C_2e^t \end{pmatrix}. \otimes$$

**Пример 4.8.2.** Найти общее решение системы ОДУ

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

**Решение.** Решение ищем в виде

$$y_1 = x_1 e^{-\mu t}, \quad y_2 = x_2 e^{-\mu t}, \quad y_3 = x_3 e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем СЛАУ для определения собственных векторов

$$\begin{cases} -\mu x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - \mu x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 - \mu x_3 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Эта система уравнений нетривиально совместна, если выполнено условие

$$\begin{vmatrix} -\mu & -1 & -1 \\ -1 & -\mu & -1 \\ -1 & -1 & -\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu_1 = -2, \quad \mu_2 = \mu_3 = 1.$$

Корню  $\mu_1 = -2$  соответствует система уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Если решать данную систему методом Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем одно решение исходной системы уравнений

$$|y_1\rangle = a|a_1\rangle = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

Так как ранг матрицы СЛАУ (2) при  $\mu_2 = \mu_3 = 1$  равен 1, то система уравнений сводится к одному уравнению

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0.$$

Полагая  $x_2 = a$ ,  $x_3 = b$ , получаем решение в виде

$$|x\rangle = a|a_2\rangle + b|a_3\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Каждому из базисных решений

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

соответствует одно частное решение

$$|y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}, |y_3\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Определитель, составленный из этих решений

$$\begin{vmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{vmatrix} = 1 \neq 0,$$

следовательно, найденные решения образуют линейно независимую систему, то есть фундаментальную систему решений исходной системы ОДУ. Составим фундаментальную матрицу

$$Y \leftarrow \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение запишем в виде

$$|y\rangle = \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 e^{2t} - C_2 e^{-t} - C_3 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_2 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_3 e^{-t} \end{pmatrix}. \otimes$$

**Пример 4.8.3.** Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 = \frac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases} \quad (1)$$

**Решение.** Решаем систему методом Лагранжа. Для этого сначала находим общее решение соответствующей однородной системы

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Подставляя  $y_1 = x_1 e^{-\mu t}$  и  $y_2 = x_2 e^{-\mu t}$ , записываем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} \mu & 1 \\ 1 & \mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^2 - 1 = 0: \mu_1 = -1; \mu_2 = 1.$$

Находим собственные векторы.

1) Для  $\mu_1 = -1$  система сводится к уравнению

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = a \Rightarrow x_1 = a.$$

Вектор решения принимает вид:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Первый собственный вектор

$$|x_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2) Для  $\mu_2 = 1$  система сводится к уравнению

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = b \Rightarrow x_1 = -b.$$

Второй собственный вектор

$$|x_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь частные решения имеют вид:

$$\mu_1 = -1 \Rightarrow |y_1\rangle = e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix};$$

$$\mu_2 = 1 \Rightarrow |y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Общее решение системы (2) записывается так:

$$|y\rangle = C_1|y_1\rangle + C_2|y_2\rangle = C_1 e^{-\mu_1 t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-\mu_2 t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}?$$

откуда имеем

$$y_1 = C_1 e^t + C_2 e^{-t}, \quad y_2 = C_1 e^t - C_2 e^{-t}.$$

Общее решение неоднородной системы ищем в виде:

$$\begin{cases} z_1 = C_1 e^t + C_2 e^{-t}, \\ z_2 = C_1 e^t - C_2 e^{-t}. \end{cases} \quad (3)$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем после дифференцирований и приведения подобных

$$\begin{cases} \frac{dC_1}{dt} e^t + \frac{dC_2}{dt} e^{-t} = 0, \\ \frac{dC_1}{dt} e^t - \frac{dC_2}{dt} e^{-t} = \frac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases}$$

Определитель системы

$$\begin{vmatrix} e^t & e^{-t} \\ e^t & -e^{-t} \end{vmatrix} = -1 - 1 = -2.$$

Решение системы по формулам Крамера имеет вид:

$$\frac{dC_1}{dt} \llcorner \llcorner \llcorner = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2} + \ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} e^{-t} \left( \frac{1}{t^2} + \ln t \right),$$

$$\frac{dC_2}{dt} \llcorner \llcorner \llcorner = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2} + \ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} e^t \left( \frac{1}{t^2} + \ln t \right).$$

Откуда, после интегрирования получаем

$$C_1 \llcorner \llcorner \llcorner = -\frac{1}{2} e^{-t} \left( \frac{1}{t} + \ln t \right) + A_1, \quad C_2 \llcorner \llcorner \llcorner = \frac{1}{2} e^t \left( \frac{1}{t} - \ln t \right) + A_2.$$

Подставляя в формулы (3), получаем общее решение неоднородной системы уравнений (1) в виде:

$$\begin{cases} z_1 \llcorner \llcorner \llcorner = A_1 e^t + A_2 e^{-t} - \ln t, \\ z_2 \llcorner \llcorner \llcorner = A_1 e^t - A_2 e^{-t} - \frac{1}{t}. \quad \otimes \end{cases}$$

### Задания для самостоятельной работы

#### Интегрирование и теория поля

1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_W xy dl,$$

где путь  $W$  – контур треугольника с вершинами:  $A \llcorner 1; 0 \llcorner$ ,  $B \llcorner 0 \llcorner$ ,  $C \llcorner 1; 1 \llcorner$ .

2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W \llcorner + y \overline{dx} - x dy,$$

где путь  $W$  – отрезок ломаной линии, соединяющий точки

$$A \llcorner 0; 0 \llcorner, B \llcorner 0; 0 \llcorner, C \llcorner 1; 2 \llcorner.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W x dy - y dx,$$

где  $W$  — путь, заданный неявным уравнением  $y = x^3$ , соединяющий точки  $A(0; 0)$  и  $B(8; 8)$ .

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W x^2 dx + y^2 dy,$$

где  $W$  — путь, заданный неявным уравнением  $y = \sqrt{x}$ , соединяющий точки  $A(0; 0)$  и  $B(1; 1)$ .

5. Вычислить двойной интеграл

$$I = \iint_D (x^2 y - 2y^3) dx dy$$

по прямоугольнику  $D = \{(x, y) \in R_2 : 2 \leq x \leq 5 \wedge 1 \leq y \leq 3\}$ .

6. Вычислить двойной интеграл

$$I = \iint_D (x^2 + y) dx dy$$

по области, ограниченной параболой  $y = x^2$  и  $y^2 = x$ .

7. Вычислить двойные интегралы, переходя к полярным координатам:

а)  $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$ , где  $D$  — круг  $x^2 + y^2 \leq 1$ ;

б)  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ , где  $D$  — круг  $x^2 + y^2 \leq 4$ ;

в)  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ , где  $D$  — круг  $x^2 + y^2 \leq 2x$ ;

г)  $\iint_D \sqrt{1+x^2+y^2} dx dy$ , где  $D$  — первая четверть круга  $x^2 + y^2 \leq 1$ .

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями:

а)  $y = \ln x$ ,  $x - y = 1$ ,  $y = -1$ ;

б)  $y = x^2$ ,  $4y = x^2$ ,  $x = 2$ ,  $x = -2$ .

9. Вычислить тройные интегралы:

а)  $\iiint_V \frac{dx dy dz}{x + y + z}$ , где область  $V$  ограничена плоскостями с уравнениями

$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1;$$

б)  $\iiint_V (x + y) dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена плоскостями с уравнениями

$$x = 0, y = 0, z = 0, x = 1, y = 1, z = 1.$$

10. Переходя к цилиндрическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а)  $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена поверхностями с уравнениями

$$x^2 + y^2 = 1, z = 2;$$

б)  $\iiint_V z dx dy dz$ , где область  $V$  ограничена поверхностями с уравнениями

$$x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = a \quad (a > 0).$$

11. Переходя к сферическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а)  $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ , где область  $V$  – это шар  $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ ;

б)  $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ , где область  $V$  – это верхняя половина шара

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2.$$

12. Вычислить поверхностные интегралы первого рода:

а)  $\iint_F (x + 18y + 24z) dS$ , где поверхность  $F$  задана неявным уравнением

$$x + 2y + 3z = 1,$$

и неравенствами  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ;

б)  $\iint_F (x^2 + y^2) dS$ , где поверхность  $F$  задана неявным уравнением

$$x^2 + y^2 - z^2 = 0,$$

и неравенствами  $0 \leq z \leq 1$ .

13. Вычислить поверхностные интегралы второго рода:

а)  $\iint_F z dx dy$ , где поверхность  $F$  – верхняя сторона верхней половины сферы

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9;$$

б)  $\iint_F (x^2 + y^2) dx dy$ , где поверхность  $F$  – верхняя сторона части параболоида с

уравнением

$$z = 1 - x^2 - y^2,$$

отсечённая плоскостью  $z = 0$ .

14. Найти производную скалярного поля  $u = x^2 + y^2 - 3x + 2y$  по направлению радиуса-вектора точки  $M(4; 4)$  в начале координат.

15. Найти градиент плоского скалярного поля  $u = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$  в точке  $M(1; 1)$ .

16. Найти производную функции, определённой формулой  $u = \frac{xyz}{3}$ , в точке  $M_0(2; 3)$

по направлению вектора  $\vec{M_0M}$ , если  $M(1; 6)$ .

17. Доказать, что

$$\text{а) } \operatorname{grad} r = \frac{\vec{r}}{r}; \text{ б) } \operatorname{grad} \frac{1}{r} = -\frac{\vec{r}}{r^3}.$$

18. Показать, что

$$\operatorname{grad} f(u, v) = \frac{\partial f}{\partial u} \operatorname{grad} u + \frac{\partial f}{\partial v} \operatorname{grad} v.$$

19. Найти

$$\text{а) } \operatorname{div} \vec{r}; \text{ б) } \operatorname{div} \left( r^4 \vec{r} \right); \text{ в) } \operatorname{div} \left( \left( \vec{A}, \vec{r} \right) \vec{B} \right).$$

20. Найти  $\operatorname{div} \vec{A}$ , если:

$$\text{а) } \vec{A} = (x - y) \vec{e}_1 + (y - z) \vec{e}_2 + (x - y) \vec{e}_3;$$

$$\text{б) } \vec{A} = (x^2 + y^2) \vec{e}_1 + (y^2 + z^2) \vec{e}_2 + (x^2 + x^2) \vec{e}_3.$$

21. Найти ротор векторного поля  $\vec{A}(x, y, z)$ :

$$\text{а) } \vec{A} = \frac{y}{x} \vec{e}_1 + \frac{z}{y} \vec{e}_2 + \frac{x}{z} \vec{e}_3;$$

$$\text{б) } \vec{A} = yz \vec{e}_1 + z \vec{e}_2 + 2y \vec{e}_2 + y \vec{e}_3 + y \vec{e}_3.$$

22. Доказать двумя способами (в декартовых координатах и с помощью оператора Гамильтона),

что для произвольного скалярного поля  $\varphi$  и для произвольных векторных полей  $\vec{A}$

и  $\vec{B}$  справедливы следующие формулы:

$$\text{а) } \left( \vec{A}, \nabla \right) \varphi \vec{B} = \vec{B} \left( \vec{A}, \nabla \varphi \right) + \varphi \left( \vec{A}, \nabla \right) \vec{B};$$

$$\text{б) } \vec{C} \cdot \nabla \left( \vec{A}, \vec{B} \right) = \vec{A} \cdot \left( \left( \vec{C}, \nabla \right), \vec{B} \right) + \vec{B} \cdot \left( \left( \vec{C}, \nabla \right), \vec{A} \right);$$

$$\text{в) } \left( \vec{C}, \nabla \right) \left[ \vec{A}, \vec{B} \right] = \left[ \vec{A}, \left( \vec{C}, \nabla \right) \vec{B} \right] - \left[ \vec{B}, \left( \vec{C}, \nabla \right) \vec{A} \right].$$

23. Найти результат действия векторных дифференциальных операций:

$$\text{а) } \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi;$$

$$\text{б) } \operatorname{rot} \operatorname{grad} \psi;$$

$$\text{в) } \operatorname{rot} \left[ \vec{A}, \operatorname{rot} \vec{B} \right].$$

24. Найти векторные линии векторных полей:

$$\text{а) } \vec{A} \left( \vec{x} \right) = 2y \vec{e}_1 + 6x \vec{e}_2;$$

$$\text{б) } \vec{A} \left( \vec{x} \right) = 2x \vec{e}_1 + 3y \vec{e}_2;$$

$$\text{в) } \vec{A} \left( \vec{x} \right) = 2y \vec{e}_2 + 6z \vec{e}_3.$$

25. Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{A} \left( \vec{x} \right)$  вдоль заданного замкнутого контура с задан-

ной параметризацией:

$$\text{a) } \vec{A}(\vec{x}) = y \vec{e}_1 - z \vec{e}_2 + x^2 y \vec{e}_3,$$

$$x = 2 \cos t, \quad y = \sin t, \quad z = 1, \quad t \in [0, 2\pi];$$

$$\text{б) } \vec{A}(\vec{x}) = z \vec{e}_1 - x \vec{e}_2 + yz \vec{e}_3,$$

$$x = 2 \cos t, \quad y = 6 \sin t, \quad z = 3, \quad t \in [0, 2\pi];$$

$$\text{в) } \vec{A}(\vec{x}) = 4y \vec{e}_1 + x \vec{e}_2 + y \vec{e}_3,$$

$$x = \cos t, \quad y = \sin t, \quad z = 2 - \cos t - \sin t, \quad t \in [0, 2\pi].$$

### Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Найти общее решение обыкновенного дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

1) Решить уравнение  $(+y) dx - (-x) dy = 0$ .

**Ответ:**  $(+y)(-x) = C$ .

2) Решить уравнение  $(+e^x) y y' = e^x$ .

**Ответ:**  $\frac{y^2}{2} = \ln(+e^x) + C$ .

3) Решить уравнение  $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$ .

**Ответ:**  $\sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C$ .

2. Найти общее решение уравнения с однородной правой частью.

1) Найти интегральные кривые уравнения  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ .

**Ответ:** Интегральные кривые определяются уравнением  $e^{-\frac{y}{x}} + \ln|x| = C$ .

2) Найти интегральные кривые уравнения  $y' = \frac{y}{x} - 1$ .

**Ответ:** Интегральные кривые определяются уравнением  $xe^{\frac{y}{x}} = C$ .

3) Найти интегральные кривые уравнения

$$x^2 + 2xy \frac{dy}{dx} + xydy = 0.$$

**Ответ:** Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln|x+y| + \frac{x}{x+y} = C.$$

3. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка. Если указаны начальные условия, то найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию.

1)  $(x+1) \frac{dy}{dx} = 4x + 2y.$

2)  $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0, y(0) = 0.$

3)  $x \frac{dy}{dx} + y - e^x = 0, y(a) = b.$

4)  $\frac{dy}{dx} \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x, y(0) = 0.$

5)  $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x, y(e) = \frac{e^2}{2}.$

6)  $\frac{dy}{dx} - y \operatorname{tg} x = \cos x, y(0) = 0.$

7)  $\frac{dy}{dx} + y \cos x = e^{\sin x}, y(0) = 0.$

8)  $x \frac{dy}{dx} + y = x^2.$

9)  $x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy = 3.$

10)  $x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy = 3y.$

$$11) \frac{dy}{dx} - ay = e^{bx}.$$

4. Найти общее решение линейного однородного обыкновенного дифференциального уравнения порядка выше второго.

$$1) \frac{d^3 y}{dx^3} - 8y = 0.$$

$$2) \frac{d^4 y}{dx^4} - y = 0.$$

$$3) \frac{d^4 y}{dx^4} - 5 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 0.$$

$$4) \frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{d^3 y}{dx^3} + 8 \frac{d^2 y}{dx^2} + 8 \frac{dy}{dx} + 4y = 0.$$

$$5) \frac{d^5 y}{dx^5} - 6 \frac{d^4 y}{dx^4} + 9 \frac{d^2 y}{dx^2} = 0.$$

5. Найти общее решение линейного неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения.

$$1) \frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = -12x^2 + 6x - 4.$$

$$2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = 4e^x.$$

$$3) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} - 3y = -4e^x + 3.$$

$$4) \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 6 \sin 2x.$$

$$5) \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + y = -13 \sin 2x.$$

6. Найти общее решение однородных систем ОДУ методом Эйлера и, если указано, выделить частное решение, удовлетворяющее поставленным начальным условиям.

$$1) \begin{cases} \frac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \frac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \frac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - 4y_1 + y_2 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - 3y_1 - y_2 + y_3 = 0, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_3 = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} + y_1 - y_2 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_2}{dt} - y_1 + y_2 - y_3 = 0, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = 0. \end{cases}$$

$$5) \frac{d}{dt} |y\rangle = A|y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$6) \frac{d}{dt} |y\rangle = A|y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Решить неоднородные системы ОДУ методом Лагранжа.

$$1) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - y_2 = \cos t, \\ \frac{dy_2}{dt} + y_1 = 1. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - 2y_1 + 4y_2 = 4e^{-2t}, \\ \frac{dy_2}{dt} - 2y_1 + 2y_2 = 0. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{dy_1}{dt} - 2y_1 - y_2 + 2y_3 = -t + 2, \\ \frac{dy_2}{dt} + y_1 = 1, \\ \frac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = -t + 1. \end{cases}$$



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФГБОУ ВО**  
**«Уральский государственный горный**  
**университет»**

**О. В. Садырева, И. Г. Коршунов**

**Ф И З И К А**

***МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ***  
**ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**  
**ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ**

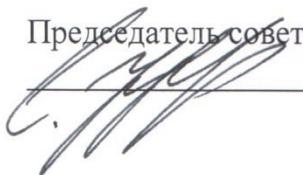
**Екатеринбург**

**2019**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО  
Учебно-методическим советом УГГУ

Председатель совета

  
Управов С.А.

## **ФИЗИКА**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Екатеринбург, 2019

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры физики 26 марта 2019 года (протокол № 19) и рекомендованы для издания в УГГУ

ФИЗИКА. Методические указания для самостоятельной работы студентов всех направлений подготовки/Садырева О.В., Коршунов И.Г.; Урал.гос. горный ун-т.– Екатеринбург, 2019.– 29 стр.

Методические указания составлены в соответствии с программами по курсу физики для студентов всех направлений подготовки в УГГУ. Они содержат условия задач для самостоятельной работы, при выполнении контрольных работ студентами по следующим темам курса физики: механика; молекулярная физика и термодинамика; электричество и магнетизм; механические и электромагнитные колебания и волны; волновая и квантовая оптика; квантовая физика и физика атома; элементы ядерной физики. Также в них содержатся методические указания к решению задач, их оформлению, список рекомендуемой литературы и справочные данные, необходимые для решения задач.

## **ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**

1. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются преподавателем в начале соответствующего семестра.
2. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке указывается фамилия и инициалы студента, номер группы.
3. Условия задач в контрольной работе необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради нужно оставлять поля.
4. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, при решении которых допущены ошибки.
5. При решении задач необходимо пользоваться следующей схемой:
  - Внимательно прочитать условие задачи.
  - Выписать столбиком все величины, входящие в условие, и выразить их в одних единицах (преимущественно в Международной системе единиц СИ).
  - Если это возможно, представить условие задачи в виде четкого рисунка. Правильно сделанный рисунок – это наполовину решенная задача.
  - Уяснить физическую сущность задачи, установить основные законы и формулы, на которых базируется условие задачи.
  - Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.
  - Если равенства векторные, то их необходимо спроектировать по оси координат и записать в скалярной форме.
  - Решить задачу сначала в общем виде, то есть, в буквенных обозначениях, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.
  - После получения расчетной формулы для проверки ее правильности следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин их размерности, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.
  - Подставить в конечную формулу числовые значения, выраженные в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

- При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать  $3,52 \cdot 10^3$ , вместо 0,00129 записать  $1,29 \cdot 10^{-3}$  и т. п.
- Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.
- Решение задачи должно сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями и комментариями.

## 1. МЕХАНИКА

1. Расстояние между двумя станциями метрополитена 1,5 км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую - равнозамедленно с тем же по модулю ускорением. Максимальная скорость поезда 50 км/ч. Найти ускорение и время движения поезда между станциями.
2. Шахтная клеть поднимается со скоростью 12 м/с. После выключения двигателя, двигаясь с отрицательным ускорением  $1,2 \text{ м/с}^2$ , останавливается у верхней приемной площадки. На каком расстоянии от нее находилась клеть в момент выключения двигателя и сколько времени двигалась до остановки?
3. С башни высотой 30 м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью 10 м/с. Определить уравнение траектории тела, скорость тела в момент падения.
4. Для добывания руды открытым способом произвели взрыв породы. Подъем кусков породы, выброшенных вертикально вверх, длился 5 с. Определить их начальную скорость и высоту подъема.
5. При взрыве серии скважин камень, находящийся на уступе высотой 45 м, получил скорость 100 м/с в горизонтальном направлении. Какова дальность полета камня, сколько времени он будет падать, с какой скоростью упадет на землю?
6. Рассчитать скорость движения и полное ускорение шахтного электровоза в момент времени 5 с, если он движется по криволинейному участку радиусом 15 м. Закон движения электровоза выражается формулой  $S = 800 + 8t - 0,5 t^2$ , м.

7. Во сколько раз тангенциальное ускорение точки, лежащей на ободу вращающегося колеса, больше ее нормального ускорения для того момента времени, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол  $30^\circ$  с вектором ее линейной скорости?
8. Под действием постоянной силы 118 Н вагонетка приобрела скорость 2 м/с, пройдя путь 10 м. Определить силу трения и коэффициент трения, если масса вагонетки 400 кг.
9. В шахте опускается равноускоренно лифт массой 280 кг, в первые 10 с он проходит 35 м. Найти натяжение каната, на котором висит лифт.
10. На горизонтальной платформе шахтной клетки находится груз 60 кг. Определить силу давления груза на платформу: при равномерном подъеме и спуске, при подъеме и спуске с ускорением  $3 \text{ м/с}^2$ , при спуске с ускорением  $9,8 \text{ м/с}^2$ .
11. Тело скользит по наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол  $45^\circ$ . Пройдя путь 36,4 см, тело приобретает скорость 2 м/с. Найти коэффициент трения тела о плоскость.
12. Найти закон движения (зависимость пройденного расстояния от времени) куска антрацита при скольжении его с нулевой начальной скоростью по стальному желобу с углом наклона  $30^\circ$ . Коэффициент трения 0,3.
13. Рудничный поезд массой 450 т движется со скоростью 30 км/ч, развивая мощность 150 л. с. (1 л. с. = 736 Вт). Определить коэффициент трения.
14. Определить силу тяги, которую развивает лебедка при подъеме вагонетки массой 2 т с ускорением  $0,5 \text{ м/с}^2$ , если коэффициент трения 0,03, а угол наклона железнодорожного полотна  $30^\circ$ .
15. Вагонетка скатывается по наклонной горке длиной 5 м. Определить путь, проходимый вагонеткой по горизонтали до остановки, и наибольшую скорость движения, если коэффициент сопротивления 0,0095. Угол наклона  $5^\circ$ .
16. Маховик, приведенный в равноускоренное вращение, сделав 40 полных оборотов, стал вращаться с частотой  $480 \text{ мин}^{-1}$ . Определить угловое ускорение маховика и продолжительность равноускоренного вращения.
17. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин. После выключения он останавливается через 10с. Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

18. Крутящий момент двигателя электрической лебедки  $1,2 \text{ кН}\cdot\text{м}$ . Для остановки двигателя служат тормозные деревянные колодки, прижимающиеся с двух сторон к тормозному чугунному диску радиусом  $0,6 \text{ м}$ , жестко связанному с ротором двигателя. Найти силу давления, необходимую для остановки ротора, если коэффициент трения равен  $0,5$ .

19. Двигатель мощностью  $3 \text{ кВт}$  за  $12 \text{ с}$  разогнал маховик до  $10 \text{ об/с}$ . Найти момент инерции маховика.

20. Была произведена работа в  $1 \text{ кДж}$ , чтобы из состояния покоя привести маховик во вращение с частотой  $8 \text{ с}^{-1}$ . Какой момент импульса (количества движения) приобрел маховик?

21. Шар и цилиндр имеют одинаковую массу  $5 \text{ кг}$  и катятся со скоростью  $10 \text{ м/с}$  по горизонтальной плоскости. Найти кинетическую энергию этих тел.

22. Какую работу надо произвести, чтобы раскрутить маховик массой  $80 \text{ кг}$  до  $180 \text{ об/мин}$ ? Массу маховика считать равномерно распределенной по ободу с диаметром  $1 \text{ м}$ .

23. Ротор шахтного электродвигателя совершает  $960 \text{ об/мин}$ . После выключения он останавливается через  $10 \text{ с}$ . Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

24. Шар и сплошной цилиндр катятся по горизонтальной плоскости. Какую часть энергии поступательного движения каждого тела составляет от общей кинетической энергии?

25. Маховик, выполненный в виде диска радиусом  $0,4 \text{ м}$  и имеющий массу  $100 \text{ кг}$ , был раскручен до  $480 \text{ оборотов}$  в минуту и предоставлен самому себе. Под действием трения вала о подшипники маховик остановился через  $80 \text{ с}$ . Определить момент сил трения.

## 2.МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

26. Какой объем занимает  $1 \text{ кг}$  водорода при давлении  $10^6 \text{ Па}$  и температуре  $20^\circ\text{C}$ ? Молярная масса водорода  $2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ .

27. Для автогенной сварки привезли баллон кислорода вместимостью  $100 \text{ л}$ . Найти массу кислорода, если его давление  $12 \text{ МПа}$  и температура  $16^\circ\text{C}$ . Молярная масса кислорода  $32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ .

28. Определить среднюю плотность сжатого воздуха в рудничной воздухопроводной сети, если давление воздуха в компрессоре составляет  $7 \cdot 10^5$  Па, а давление у воздухоприемников  $6 \cdot 10^5$  Па. Температура воздуха в начале и конце сети равна  $27^\circ\text{C}$  и  $7^\circ\text{C}$ . Молярная масса воздуха равна  $0,029$  кг/моль.

29. Стальной баллон емкостью  $25$  л наполнен ацетиленом  $\text{C}_2\text{H}_2$  при температуре  $27^\circ\text{C}$  до давления  $20$  МПа. Часть ацетилена использовали для автогенной сварки подкрановых путей в шахте. Какая масса ацетилена израсходована, если давление в баллоне при температуре  $23^\circ\text{C}$  стало равным  $14$  МПа? Молярная масса ацетилена  $0,026$  кг/моль.

30. Сжатый воздух в баллоне имеет температуру  $15^\circ\text{C}$ . Во время пожара температура воздуха в баллоне поднялась до  $450^\circ\text{C}$ . Взорвется ли баллон, если известно, что при этой температуре он может выдержать давление не более  $9,8$  МПа? Начальное давление в баллоне  $4,8$  МПа.

31. Температура взрыва гремучей смеси, то есть температура, до которой нагреты в первый момент газообразные продукты взрыва, достигает в среднем  $2600^\circ\text{C}$ , если взрыв происходит внутри замкнутого пространства. Во сколько раз давление при взрыве гремучего газа превосходит давление смеси до взрыва, если последнее равно  $10^5$  Па, а начальная температура  $17^\circ\text{C}$ ?

32. Компрессор, обеспечивающий работу отбойных молотков в забое, засасывает из атмосферы  $100$  л воздуха в секунду при давлении  $1$  атм. Сколько отбойных молотков может работать от этого компрессора, если для каждого молотка необходимо  $100$  см<sup>3</sup> воздуха в секунду при давлении  $50$  атм?

33. В двигателе Дизеля сжимается адиабатически воздух, в результате чего его температура поднимается, достигая температуры воспламенения нефти  $800^\circ\text{C}$ . До какого давления сжимается при этом воздух и во сколько раз уменьшается его объем, если начальное давление  $1$  атм, начальная температура  $80^\circ\text{C}$ ,  $\gamma=1,4$ ?

34. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до  $10^{-15}$  мм рт. ст. Сколько молекул газа содержится в объеме  $1$  см<sup>3</sup> при указанном давлении и температуре  $27^\circ\text{C}$ ?

35. Определить средние квадратичные скорости молекул метана  $\text{CH}_4$  до взрыва и после него, если температура до взрыва равна  $20^\circ\text{C}$ , а после него  $2600^\circ\text{C}$ . Молярная масса  $0,016$  кг/моль.

36. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре  $350$  К, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в  $4$  г кислорода.

37. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении окиси углерода  $\text{CO}$ , принимая этот газ за идеальный.
38. На сжатие азота при постоянном давлении была затрачена работа 12 кДж. Найти изменение внутренней энергии и затраченное количество теплоты.
39. Какое количество теплоты для нагревания от  $50^\circ\text{C}$  до  $100^\circ\text{C}$  надо сообщить азоту массой 28 г, который находится в цилиндре с подвижным поршнем? Чему равна при этом процессе работа расширения?
40. При адиабатическом процессе расширения внутренняя энергия кислорода уменьшилась на 8,38 кДж. Вычислить массу кислорода, если начальная температура его  $47^\circ\text{C}$ , а объем увеличился в 10 раз.
41. В двигателе внутреннего сгорания температура газообразных продуктов сгорания поднимается от  $600^\circ\text{C}$  до  $2000^\circ\text{C}$ . Найти количество теплоты, подведенное к 1 кг газа при постоянном давлении, изменение его внутренней энергии и совершенную работу, если удельные теплоемкости при постоянных давлении и объеме соответственно равны  $1,25\text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$  и  $0,96\text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ .
42. Определить мощность на валу компрессора производительностью  $25\text{ м}^3$  в минуту, работающего на подземную воздушную сеть, если первоначальное давление 1 атм, а давление, развиваемое компрессором в конце изотермического сжатия, составляет 7 атм.
43. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя  $227^\circ\text{C}$ . Определить термический коэффициент полезного действия цикла и температуру охладителя, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу 350 Дж.
44. От идеальной теплосиловой установки, работающей по циклу Карно, отводится еже часно 270 МДж теплоты с помощью холодильника при  $9^\circ\text{C}$ . Определить полезную мощность установки, если количество подводимой в час теплоты равно 900 МДж. При какой температуре подводится теплота?
45. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в три раза выше, чем температура холодильника. Нагреватель передал газу 42 кДж теплоты. Какую работу совершил газ?
46. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу, равную 200 Дж. Температура нагревателя 375 К, холодильника 300 К. Найти количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

### 3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

47. Вследствие трения о шкив ремень заряжается, причем каждый квадратный метр ремня содержит  $0,02 \text{ Кл}$  заряда. Ширина ремня  $0,3 \text{ м}$ , скорость его движения  $20 \text{ м/с}$ . Какой заряд проходит каждую секунду через любую неподвижную плоскость, перпендикулярную ремню?
48. Определить заряд, емкость и потенциал Земли, считая ее шаром радиусом  $6 \cdot 10^3 \text{ км}$  и зная, что напряженность поля около поверхности равна  $100 \text{ В/м}$ .
49. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора  $6 \text{ кВ}$ , заряд каждой пластины  $10 \text{ нКл}$ . Найти энергию конденсатора и силу взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними  $2 \text{ см}$ .
50. Какое количество теплоты выделится при разрядке плоского конденсатора, если разность потенциалов между пластинами  $15 \text{ кВ}$ , расстояние  $1 \text{ мм}$ , диэлектрик слюда ( $\epsilon = 6$ ), площадь каждой пластины  $300 \text{ см}^2$  ?
51. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами воздушного конденсатора от  $0,03 \text{ м}$  до  $0,1 \text{ м}$ ? Площадь пластин  $100 \text{ см}^2$ . Конденсатор подключен к источнику напряжения  $220 \text{ В}$ .
52. Камнедробилка должна работать под напряжением  $100 \text{ В}$ , потребляя ток в  $40 \text{ А}$ . Напряжение на электростанции  $120 \text{ В}$ , а расстояние до нее  $1 \text{ км}$ . Определить сечение медных соединительных проводов ( $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом м}$ ).
53. Какой длины надо взять нихромовый проводник диаметром  $1,5 \text{ мм}$  для изготовления спирали вулканизатора, применяемого при сращивании кабелей, если сопротивление спирали  $5,5 \text{ Ом}$ , а удельное сопротивление нихрома  $1,1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом м}$ ?
54. Цена деления прибора  $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ А /дел}$ . Шкала прибора имеет  $200$  делений, его внутреннее сопротивление  $100 \text{ Ом}$ . Какие сопротивления нужно подключить к этому прибору и каким образом, чтобы можно было измерять напряжение до  $200 \text{ В}$  или ток до  $4 \text{ А}$ ?
55. Определить сопротивление медных магистральных проводов при температуре  $30^\circ \text{ С}$ . Расстояние от места расположения проводов до взрывной станции  $400 \text{ м}$ . Площадь сечения проводов  $0,8 \text{ мм}^2$ ,  $\rho = 0,017 (\text{Ом} \cdot \text{мм}^2 / \text{м})$ ,  $\alpha = 0,0044 \text{ град}^{-1}$ .
56. ЭДС батареи  $12 \text{ В}$ , ток короткого замыкания  $5 \text{ А}$ . Какую наибольшую мощность может дать батарея во внешней цепи?
57. Найти ток короткого замыкания для аккумуляторной батареи, если при токе  $5 \text{ А}$  она дает во внешнюю цепь мощность  $9,5 \text{ Вт}$ , а при токе  $8 \text{ А}$  мощность  $14,4 \text{ Вт}$ .

58. Ток в проводнике сопротивлением  $100 \text{ Ом}$  равномерно нарастает от  $0$  до  $10 \text{ А}$  в течение  $30 \text{ с}$ . Чему равно количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике?

59. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток  $50 \text{ А}$ . Найти магнитную индукцию в точке, удаленной на расстояние  $5 \text{ см}$  от проводника.

60. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи  $50 \text{ А}$  и  $100 \text{ А}$  в противоположных направлениях. Расстояние между проводами  $20 \text{ см}$ . Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на  $25 \text{ см}$  от первого и на  $40 \text{ см}$  от второго провода.

61. Найти число витков в катушке диаметром  $10 \text{ см}$ , если магнитная стрелка, помещенная в ее центре, отклонилась от плоскости магнитного меридиана на  $38^\circ$  при токе  $0,2 \text{ А}$ . Горизонтальная составляющая земного магнитного поля  $12,8 \text{ А/м}$ . Плоскость катушки совпадает с плоскостью магнитного меридиана.

62. Определить горизонтальную составляющую напряженности магнитного поля Земли, если обмотка тангенс-буссоли имеет  $10$  витков радиусом  $25 \text{ см}$ . При токе  $0,64 \text{ А}$  стрелка отклоняется на угол  $45^\circ$ .

63. Плоский контур площадью  $20 \text{ см}^2$  находится в однородном магнитном поле с индукцией  $0,03 \text{ Тл}$ . Найти магнитный поток, пронизывающий контур, если его плоскость составляет угол  $60^\circ$  с линиями индукции.

64. Электромагнит изготовлен в виде тороида со средним диаметром  $51 \text{ см}$  и вакуумным зазором  $2 \text{ мм}$ . Обмотка тороида равномерно распределена по всей его длине. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в зазоре, если при неизменном токе в обмотке зазор увеличить в три раза? Магнитная проницаемость сердечника тороида  $800$ .

65. Найти напряженность магнитного поля между полюсами электромагнита, если проводник массой  $10 \text{ г}$  и длиной  $1 \text{ м}$  при токе в нем  $19,6 \text{ А}$  висит в поле, не падая.

66. В однородном магнитном поле с индукцией  $0,1 \text{ Тл}$  движется проводник длиной  $10 \text{ см}$  со скоростью  $15 \text{ м/с}$ , направленной перпендикулярно к магнитному полю. Найти ЭДС, индуцированную в проводнике.

67. Обмотка электромагнита содержит  $800$  витков. Площадь сечения сердечника  $15 \text{ см}^2$ , Индукция магнитного поля в сердечнике  $1,4 \text{ Тл}$ . Вычислить величину средней ЭДС, возникающей в обмотке при размыкании тока, если ток уменьшается до нуля в течение  $0,001 \text{ с}$ .

68. На железное кольцо намотано в один слой 200 витков провода. Чему равна энергия Магнитного поля, если при токе 2,5 А магнитный поток в железе 0,5 мВб?

69. Замкнутый соленоид намотан на немагнитный каркас и содержит 20 витков на каждый сантиметр длины. Найти объемную плотность энергии поля при токе 1 А.

70. С какой скоростью должен нарастать ток в катушке с числом витков 800, площадью поперечного сечения  $10 \text{ см}^2$ , длиной 30 см, чтобы величина ЭДС самоиндукции, возникшей в ней, была равна 25 мВ?

#### 4. МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

71. Маятник для гравиметрической съемки за сутки совершил 57600 колебаний. Найти ускорение свободного падения, если длина маятника 0,56 м.

72. Днище вибролюка, применяемого для погрузки руды в бункер поезда из очистной камеры, совершает гармоническое колебательное движение с амплитудой 5 мм и частотой  $1500 \text{ мин}^{-1}$ . Написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

73. Стол питателя, предназначенного для погрузки руды в вагонетки, колеблется с частотой  $45 \text{ мин}^{-1}$ . Определить максимальные скорость и ускорение стола, полную энергию колебаний, если масса питателя 1000 кг, амплитуда колебаний 72 мм.

74. Решето рудообогатительного грохота совершает вертикальное колебательное движение с амплитудой 5 см. Найти наименьшую частоту колебаний, при которой куски руды, лежащие на решете, будут отделяться от него и подбрасываться вверх.

75. Для погружения обсадных труб в глинистые отложения применяется вибровозбудитель ВО-10, амплитуда колебаний которого 0,13 см, частота вращения дебалансов  $1200 \text{ мин}^{-1}$ . Определить максимальные скорость и ускорение, написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

76. Определить полную энергию колебаний и максимальную силу взаимодействия между подъемным сосудом массой 90 тонн и армировкой ствола шахты, если амплитуда горизонтальных колебаний сосуда 3 см, а циклическая частота  $7 \text{ с}^{-1}$ .

77. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями:  $x = 0,5 \sin t$ ,  $y = 2 \cos t$ . Найти уравнение траектории точки, построить график ее движения.

78. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами 10 см и 6 см складываются в одно колебание с амплитудой 14 см. Определить разность фаз складываемых колебаний.

79. Груз, подвешенный к пружине, гармонически колеблется по вертикали с периодом 0,5 с. Коэффициент упругости пружины 4 Н/м. Определить массу груза.

80. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 5 мин уменьшилась в два раза. За какое время, считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?

81. Источник незатухающих гармонических колебаний подчиняется закону  $x = 5\sin 3140t$  (м). Определить смещение, скорость и ускорение точки, находящейся на расстоянии 340 м от источника, через 1 с от начала колебаний, если скорость волны 340 м/с.

82. Уравнение незатухающих колебаний  $y = 0,1\sin 0,5\pi t$  (м). Скорость волны 300 м/с. Написать уравнение колебаний для точек волны в момент времени 4 с после начала колебаний. Найти разность фаз для источника и точки на расстоянии 200 м от него.

83. Звуковые колебания с частотой 500 Гц и амплитудой 0,25 мм, распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Определить скорость распространения волны и наибольшую скорость колебаний частиц воздуха.

84. Определить коэффициент сжатия горной породы - величину, обратную модулю Юнга, если скорость распространения звуковых волн в горной породе равна 4500 м/с, а плотность породы составляет  $2,3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

85. К одному из концов длинного стержня прикреплен вибратор, колеблющийся по закону  $y = 10^{-6}\sin 10^4\pi t$  (м). Найти скорость точек в сечении стержня, отстоящем от вибратора на расстоянии 25 см, в момент времени  $10^{-4}$  с. Скорость волны  $5 \cdot 10^3$  м/с.

86. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 2 мГн и конденсатора емкостью 888 пФ. На какую длину волны настроен контур?

87. Найти частоту собственных колебаний в контуре, состоящем из катушки индуктивности и плоского конденсатора. Площадь каждой пластины конденсатора 30 см<sup>2</sup> и расстояние между ними 0,1 см. Число витков катушки 1000, длина ее 30 см, сечение 1 см<sup>2</sup>.

88. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 1,02 Гн и конденсатора емкостью 0,025 мкФ. Заряд на конденсаторе равен  $2,5 \cdot 10^{-6}$  Кл. Какова зависимость разности потенциалов на конденсаторе от времени?

89. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 см<sup>2</sup> имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух

пластин площадью  $75 \text{ см}^2$  каждая, расстояние между пластинами  $5 \text{ мм}$ , диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

90. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $1,02 \text{ Гн}$  и конденсатора емкостью  $25 \text{ нФ}$ . На обкладках конденсатора сосредоточен заряд  $2,5 \text{ мкКл}$ . Написать уравнение изменения тока в цепи в зависимости от времени.

91. Разность потенциалов на конденсаторе в контуре за  $1 \text{ мс}$  уменьшается в три раза. Найти коэффициент затухания.

92. Электромагнитные волны распространяются в некоторой однородной среде со скоростью  $2,5 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ . Какую длину волны имеют электромагнитные колебания в данной среде, если частота колебаний  $1 \text{ МГц}$ ?

93. Катушка с индуктивностью  $30 \text{ мкГн}$  присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин  $0,01 \text{ м}^2$  и расстоянием между ними  $0,1 \text{ мм}$ . Найти диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны  $750 \text{ м}$ .

94. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью  $80 \text{ пФ}$  и катушки индуктивностью  $0,5 \text{ мГн}$ . Найти максимальный ток в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора  $300 \text{ В}$ . На какую длину волны резонирует данный контур?

95. Закон изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора в контуре задан уравнением  $U = 50 \cos 10^4 \pi t (\text{В})$ . Емкость конденсатора равна  $0,1 \text{ мкФ}$ . Найти период колебаний, индуктивность, длину волны. Написать закон изменения тока в контуре.

96. Колебательный контур состоит из конденсатора переменной емкости от  $12 \text{ пФ}$  до  $80 \text{ пФ}$  и катушки с индуктивностью  $1,2 \text{ мГн}$ . Найти диапазон длин электромагнитных волн, которые могут вызывать резонанс в этом контуре.

97. Индуктивность колебательного контура  $0,5 \text{ мГн}$ . Какова должна быть емкость контура, чтобы он резонировал на длину волны  $300 \text{ м}$ ?

98. Катушка (без сердечника) длиной  $50 \text{ см}$  и площадью поперечного сечения  $3 \text{ см}^2$  имеет  $1000$  витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух пластин площадью  $75 \text{ см}^2$  каждая, расстояние между пластинами  $5 \text{ мм}$ , диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

99. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости  $2 \text{ мкФ}$  получить частоту  $1000 \text{ Гц}$ ?

100. Индуктивность катушки в колебательном контуре 20 мкГн. Требуется настроить этот контур на частоту 5 МГц. Какую емкость следует выбрать?

101. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами по  $100 \text{ см}^2$  каждая и катушки с индуктивностью 1 мкГн резонирует на волну длиной 10 м. Найти расстояние между пластинами конденсатора.

## 5. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

102. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга 1 мм, расстояние от щелей до экрана 3 м, расстояние между соседними интерференционными максимумами на экране 1,5 мм. Найти длину волны источника монохроматического света.

103. Оранжевые лучи с длиной волны 650 нм от двух когерентных источников, расстояние между которыми 120 мкм, падают на экран. Расстояние от источников до экрана 3,6 м. Найти расстояние между центрами соседних темных полос на экране.

104. Какую наименьшую толщину должна иметь пластинка, сделанная из материала с показателем преломления 1,54, чтобы при освещении ее лучами с длиной волны 750 нм, перпендикулярными к пластинке, она в отраженном свете казалась красной?

105. Между двумя плоскопараллельными пластинками лежит проволочка, отчего образовался воздушный клин. Пластинки освещаются светом с длиной волны 500 нм. Угол падения лучей  $0^\circ$ , длина пластинки 10 см. Расстояние между интерференционными полосами в отраженном свете 1,8 мм. Найти толщину проволочки.

106. Плосковыпуклая линза ( $n=1,5$ ) с оптической силой 0,5 диоптрий выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Найти радиус пятого темного кольца Ньютона в проходящем свете ( $\lambda = 600 \text{ нм}$ ).

107. Радиус кривизны плосковыпуклой линзы 4 м. Чему равна длина волны падающего света, если радиус 5-го светлого кольца Ньютона в отраженном свете равен 3,6 мм?

108. На щель шириной 0,2 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 640 нм. Определить угол отклонения лучей, соответствующих первой светлой дифракционной полосе.

109. На пластинку со щелью падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному минимуму, равен  $1^\circ$ . Сколько длин волн падающего света составляет ширина щели?

110. На щель шириной 0,05 мм падает нормально монохроматический свет ( $\lambda=0,6$  мкм). Найти угол между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

111. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия с длиной волны 670 нм спектра второго порядка?

112. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядка накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница (400 нм) спектра третьего порядка?

113. На дифракционную решетку, имеющую 800 штрихов на 1 мм, падает параллельный пучок белого света. Какова разность углов отклонения конца первого и начала второго спектров? Принять длину волны красного света 760 нм, фиолетового 400 нм.

114. На дифракционную решетку, содержащую 50 штрихов на миллиметр, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проектируется на экран с помощью линзы, помещенной вблизи решетки. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана 3 м. Границы видимого спектра 400 нм и 760 нм.

115. Угол преломления луча света в жидкости равен  $35^\circ$ . Определить показатель преломления этой жидкости, если отраженный луч максимально поляризован.

116. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы наиболее полно поляризованы.

117. Предельный угол полного внутреннего отражения луча на границе жидкости с воздухом равен  $43^\circ$ . Каков должен быть угол падения луча из воздуха на поверхность жидкости, чтобы отраженный луч был максимально поляризован?

118. Угол максимальной поляризации при отражении света от кристалла каменной соли равен  $57^\circ$ . Определить скорость распространения света в этом кристалле.

119. Угол между плоскостями поляризации двух призм Николя равен  $45^\circ$ . Во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через николи, если этот угол увеличить до  $60^\circ$ ?

120. Температура «голубой» звезды  $3 \cdot 10^4 \text{K}$ . Определить интегральную интенсивность излучения и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

121. Приняв температуру поверхности Солнца равной  $6000 \text{K}$ , определить энергию, излучаемую с одного квадратного метра за секунду и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

122. Поток энергии, излучаемой из смотрового окошка печи за секунду, равен  $34 \text{ Вт}$ . Найти температуру печи, если площадь отверстия  $6 \text{ см}^2$ .

123. Средняя величина энергии, теряемой вследствие излучения с одного квадратного сантиметра поверхности Земли за минуту, равна  $0,55 \text{ Дж}$ . Какую температуру должно иметь абсолютно черное тело, излучающее такое же количество энергии?

124. Печь при температуре  $1100 \text{ K}$  посылает на измерительный прибор некоторое тепловое излучение. Какова должна быть температура печи, чтобы получаемое прибором излучение увеличилось в два, четыре и шестнадцать раз?

125. Максимальная лучеиспускательная способность абсолютность черного тела приходится на длину волны  $800 \text{ нм}$ . Какая мощность должна быть подведена к этому телу, поверхность которого  $100 \text{ см}^2$ , чтобы поддерживать его при постоянной температуре.

126. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела, максимум испускательной способности сместился с  $500 \text{ нм}$  на  $750 \text{ нм}$ . Во сколько раз уменьшилась суммарная мощность излучения?

127. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна  $307 \text{ нм}$  и кинетическая энергия фотоэлектрона  $1 \text{ эВ}$ ?

128. Калий (работа выхода  $2 \text{ эВ}$ ) освещается монохроматическим светом с длиной волны  $509 \text{ нм}$ . Определить максимально возможную кинетическую энергию фотоэлектронов.

129. Определить работу выхода электрона из цезия и серебра, если красная граница фотоэффекта у этих металлов составляет соответственно  $660 \text{ нм}$  и  $260 \text{ нм}$ .

130. Определить энергию, импульс и массу фотона, длина волны которого соответствует видимой части спектра с длиной волны  $500 \text{ нм}$ .

131. Определить давление света на стенки электрической стоваттной лампы. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом  $5 \text{ см}$ . Стенки лампы

отражают 10 % падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.

132. На поверхность площадью  $100 \text{ см}^2$  ежеминутно падает 63 Дж световой энергии. Найти величину светового давления, если поверхность полностью отражает все лучи и если полностью поглощает все лучи.

133. Давление света с длиной волны 600 нм на черную поверхность равно  $2,2 \cdot 10^{-7} \text{ Н/м}^2$ . Сколько фотонов падает на  $1 \text{ см}^2$  за одну секунду?

## 6. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ФИЗИКА АТОМА

134. Определить длину волны, соответствующую границе серии Бальмера для водорода. Выделить эту спектральную линию на схеме энергетических уровней атома водорода. Постоянная Ридберга равна  $1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ .

135. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена). Начертить схему энергетических уровней атома водорода.

136. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны 121,5 нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

137. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

138. Определить длины волн де Бройля для электрона и протона, движущихся со скоростью 1000 км/с. Масса электрона  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ , масса протона  $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

139. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 0,10 нм ?

140. Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

141. Электрон, движущийся со скоростью  $6 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ , попадает в продольное ускоряющее однородное электрическое поле напряженностью 5 В/см. Какое расстояние должен пройти электрон в таком поле, чтобы его длина волны стала равной 0,10 нм?

142. Рассчитать дебройлевскую длину волны для протона с кинетической энергией, равной энергии покоя электрона 0,51 МэВ.

143. Найти коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 23 кВ увеличивает искомую длину волны в два раза.

144. Найти длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, подлетающих к антикатоде трубки, составляет 0,85 скорости света.

145. Для определения постоянной Планка к рентгеновской трубке приложили напряжение 16 кВ и определили минимальную длину волны сплошного рентгеновского излучения ( $\lambda_{\text{мин}} = 77,6$  пм). Вычислить по этим данным постоянную Планка.

146. Частица в потенциальной яме шириной  $l$  находится в возбужденном состоянии ( $n=2$ ).

Вычислить вероятность нахождения частицы в крайней четверти ямы.

147. Частица в потенциальной яме находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружить частицу в крайней трети ямы?

148. В одномерной потенциальной яме шириной  $l$  находится электрон. Найти вероятность нахождения электрона на первом энергетическом уровне в интервале  $l/4$ , равноудаленном от стенок ямы.

149. Вычислить величину момента импульса  $L$  орбитального движения электрона, находящегося в атоме водорода в s-состоянии и в p-состоянии.

150. Частица в потенциальной яме шириной  $l$  находится в низшем возбужденном состоянии. Определить вероятность нахождения частицы в интервале  $l/4$ , равноудаленном от стенок ямы.

151. Определить возможные значения проекции момента импульса  $L_z$  орбитального движения электрона в атоме водорода на направление внешнего магнитного поля. Электрон находится в d-состоянии.

152. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $l$

с бесконечно высокими стенками. Определить вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится в возбужденном состоянии ( $n=3$ ).

## 7. ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

152. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за секунду. Во сколько раз уменьшится активность препарата стронция  ${}_{38}\text{Sr}^{90}$  через 100 лет? Период полураспада равен 28 лет.

153. Сколько  $\beta$ -частиц испускает в течение одного часа 1 мкг изотопа  ${}_{11}\text{Na}^{24}$ , период полураспада которого составляет 15 часов?

154. Препарат  ${}_{92}\text{U}^{238}$  массой 1 г излучает  $1,24 \cdot 10^4$   $\alpha$ -частиц в секунду. Найти период полураспада этого изотопа урана и активность препарата.

155. Найти число распадов за одну секунду в 1 г радия, период полураспада которого 1590 лет. Молярная масса радия 0,226 кг/моль.

156. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за одну секунду. Во сколько раз уменьшится активность иода  ${}_{53}\text{J}^{124}$  спустя 12 суток? Период полураспада равен четырем суткам.

157. Сколько  $\beta$ -частиц испускается в течение суток при распаде изотопа фосфора  ${}_{15}\text{P}^{32}$  массой 1 мкг? Период полураспада 14,3 суток.

158. Активность препарата уменьшилась в 256 раз. Сколько периодов полураспада составляет промежуток времени, за который произошло такое уменьшение активности?

159. За один год начальное количество радиоактивного вещества уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?

60. Какая доля начального количества радиоактивного вещества останется нераспавшейся через промежуток времени, равный двум периодам полураспада?

160. Дефект массы ядра  ${}_{7}\text{N}^{15}$  равен 0,12396 а.е.м. Определить массу атома. ( $m_{{}_1}\text{H}^1 = 1,00783$  а.е.м.;  $m_{{}_0}\text{n}^1 = 1,00867$  а.е.м.).

161. Найти удельную энергию связи ядра  ${}_{6}\text{C}^{12}$ , если известно, что  $m_{{}_1}\text{H}^1 = 1,00783$  а.е.м.;  $m_{{}_0}\text{n}^1 = 1,00867$  а.е.м.;  $m_{{}_{12}}\text{C}^6 = 12,00000$  а.е.м.

162. Рассчитать массу нейтрального атома, если ядро его состоит из трех протонов и двух нейтронов, а энергия связи ядра равна 26,3 МэВ. ( $m_{{}_1}\text{H}^1 = 1,00783$  а.е.м.;  $m_{{}_0}\text{n}^1 = 1,00867$  а.е.м.).

163. Определить энергию связи ядра изотопа кислорода  ${}_{8}\text{O}^{16}$ , если  $m_{{}_1}\text{H}^1 = 1,00783$  а.е.м.;  $m_{{}_0}\text{n}^1 = 1,00867$  а.е.м.;  $m_{{}_8}\text{O}^{16} = 15,99491$  а.е.м.

164. Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон ядра атома  ${}_{11}\text{Na}^{23}$ , если  $m_{{}_{11}}\text{Na}^{23} = 22,98977$  а.е.м.;  $m_{{}_1}\text{H}^1 = 1,00783$  а.е.м.;  $m_{{}_0}\text{n}^1 = 1,00867$  а.е.м.

165. Найти дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра  ${}_{3}\text{Li}^7$ , если известно, что  $m_{{}_3}\text{Li}^7 = 7,01601$  а.е.м.;  $m_{{}_1}\text{H}^1 = 1,00783$  а.е.м.;  $m_{{}_0}\text{n}^1 = 1,00867$  а.е.м.

166. Энергия связи электрона с ядром невозбужденного атома водорода  ${}^1_1\text{H}^1$  равна 13,6 эВ. Определить, насколько масса атома водорода меньше суммы масс свободных протона и электрона.

167. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра  ${}^5_5\text{B}^{11}$ , если известны следующие массы:  $m_{{}^5_5\text{B}^{11}} = 11,00931$  а.е.м.;  $m_{{}^1_1\text{H}^1} = 1,00783$  а.е.м.;  $m_{{}^0_0\text{n}^1} = 1,00867$  а.е.м.

168. Найти энергию, которую нужно затратить для отрыва нейтрона от ядра  ${}^{23}_{11}\text{Na}^{23}$ , если известны следующие массы:  $m_{{}^0_0\text{n}^1} = 1,00867$  а.е.м.;  $m_{{}^{23}_{11}\text{Na}^{23}} = 22,98977$  а.е.м.;  $m_{{}^{22}_{11}\text{Na}^{22}} = 21,99444$  а.е.м.

169. Найти энергию отрыва нейтрона от ядра  ${}^4_2\text{He}^4$ , если известны массы:  $m_{{}^0_0\text{n}^1} = 1,00867$  а.е.м.;  $m_{{}^4_2\text{He}^4} = 4,00260$  а.е.м.;  $m_{{}^3_2\text{He}^3} = 3,01603$  а.е.м.

170. Найти энергию, необходимую для удаления одного протона из ядра  ${}^{16}_8\text{O}^{16}$  ( ${}^{16}_8\text{O}^{16} \rightarrow {}^{15}_7\text{N}^{15} + {}^1_1\text{H}^1$ ).  $m_{{}^1_1\text{H}^1} = 1,00783$  а.е.м.;  $m_{{}^{16}_8\text{O}^{16}} = 15,99491$  а.е.м.;  $m_{{}^{15}_7\text{N}^{15}} = 15,00011$  а.е.м.

171. Найти изменение массы при следующей ядерной реакции:  
 ${}^{27}_{13}\text{Al}^{27} + {}^4_2\text{He}^4 \rightarrow {}^{30}_{15}\text{P}^{30} + {}^1_0\text{n}^1$ , если  $m_{{}^{27}_{13}\text{Al}^{27}} = 26,98154$  а.е.м.;  $m_{{}^4_2\text{He}^4} = 4,00260$  а.е.м.;  $m_{{}^{30}_{15}\text{P}^{30}} = 29,97263$  а.е.м.;  $m_{{}^1_0\text{n}^1} = 1,00867$  а.е.м.

172. Вычислить энергетический эффект ядерной реакции:  ${}^2_1\text{H}^2 + {}^3_1\text{H}^3 \rightarrow {}^4_2\text{He}^4 + {}^1_0\text{n}^1$ , если  $m_{{}^2_1\text{H}^2} = 2,01410$  а.е.м.;  $m_{{}^3_1\text{H}^3} = 3,01605$  а.е.м.;  $m_{{}^1_0\text{n}^1} = 1,00867$  а.е.м.;  $m_{{}^4_2\text{He}^4} = 4,00260$  а.е.м.

173. В термоядерном реакторе с дейтериевым горючим может происходить вторичная термоядерная реакция  ${}^3_2\text{He}^3 + {}^2_1\text{H}^2 \rightarrow {}^4_2\text{He}^4 + {}^1_1\text{H}^1$ . Вычислить энергию этой реакции. ( $m_{{}^3_2\text{He}^3} = 3,01603$  а.е.м.;  $m_{{}^2_1\text{H}^2} = 2,01410$  а.е.м.;  $m_{{}^4_2\text{He}^4} = 4,00260$  а.е.м.;  $m_{{}^1_1\text{H}^1} = 1,00783$  а.е.м.).

174. Вычислить энергию ядерной реакции  ${}^{14}_7\text{N}^{14} + {}^1_0\text{n}^1 \rightarrow {}^{14}_6\text{C}^{14} + {}^1_1\text{H}^1$ . ( $m_{{}^{14}_7\text{N}^{14}} = 14,00307$  а.е.м.;  $m_{{}^1_0\text{n}^1} = 1,00867$  а.е.м.;  $m_{{}^{14}_6\text{C}^{14}} = 14,00324$  а.е.м.;  $m_{{}^1_1\text{H}^1} = 1,00783$  а.е.м.).

175. Определить энергию ядерной реакции  ${}^6_3\text{Li}^6 + {}^2_1\text{H}^2 \rightarrow {}^4_2\text{He}^4 + {}^4_2\text{He}^4$ . ( $m_{{}^6_3\text{Li}^6} = 6,01513$  а.е.м.;  $m_{{}^2_1\text{H}^2} = 2,01410$  а.е.м.;  $m_{{}^4_2\text{He}^4} = 4,00260$  а.е.м.).

176. Какую минимальную энергию должен иметь квант для вырывания нейтрона из ядра  ${}^{14}_6\text{C}^{14}$ ? Известны массы:  $m_{{}^{14}_6\text{C}^{14}} = 14,00324$  а.е.м.;  $m_{{}^1_0\text{n}^1} = 1,00867$  а.е.м.;  $m_{{}^{13}_6\text{C}^{13}} = 13,00335$  а.е.м.

177. Какую минимальную энергию необходимо затратить, чтобы разделить  ${}^{12}_6\text{C}^{12}$  на три равные части. ( $m_{{}^{12}_6\text{C}^{12}} = 12,00000$  а.е.м.;  $m_{{}^4_2\text{He}^4} = 4,00260$  а.е.м.).

178. Определить энергию ядерной реакции  ${}_{20}\text{Ca}^{44} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_{19}\text{K}^{41} + 2\text{He}^4$ . ( $m_{{}_{20}\text{Ca}^{44}} = 43,95549$  а.е.м.;  $m_{{}_1\text{H}^1} = 1,00783$  а.е.м.;  $m_{{}_2\text{He}^4} = 4,00260$  а.е.м.;  $m_{{}_{19}\text{K}^{41}} = 40,96184$  а.е.м.)

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### Основная литература

#### 8.1 Основная литература

1.	И.Г. Коршунов. Физика. – Екатеринбург: Ид-во УГГУ, 2014. – 341 с.
2.	В.И. Горбатов, В.Ф. Полев. Физика. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ (Ч.1, 2012.-105 с.; Ч.2, 2013.-115 с.; Ч.3.- 2014.-147 с.)
3.	Михайлов В.К. Физика: учебное пособие/ Михайлов В.К.— Электрон. текстовые данные.- М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013.-120 с.-Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/23753.html">http://www.iprbookshop.ru/23753.html</a> - ЭБС «IPRbooks».
4.	Михайлов В.К. Волны. Оптика. Атомная физика. Молекулярная физика: учебное пособие/ Михайлов В.К., Панфилова М.И.-Электрон. текстовые данные.-М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2016.-144 с.-Режим доступа: <a href="http://www.iprbookshop.ru/62614.html">http://www.iprbookshop.ru/62614.html</a> -ЭБС «IPRbooks».
5.	Трофимова Т.М. Курс физики. Академия, 2010.- 560 с.

#### Дополнительная литература

1. И.Г. Коршунов. Основы физики.- Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. - 312 с.
2. Ветрова В.Т. Физика. Сборник задач: учебное пособие/ Ветрова В.Т.- Электрон. текстовые данные.- Минск: Вышэйшая школа, 2015.-446 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/48021.html> -ЭБС «IPRbooks».
3. Чакак А.А. Физика. Краткий курс: учебное пособие для студентов очно-заочной формы обучения вузов, слушателей курсов повышения квалификации и профессиональной переподготовки специалистов, для студентов факультета дистанционных образовательных технологий/ Чакак А.А., Летута С.Н. Электрон. текстовые данные. Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2011.-541 с. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/30092.html> - ЭБС «IPRbooks».
4. Сарина М.П. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Часть 1. Механика: учебное пособие/ Сарина М.П.- Электрон. текстовые данные.- Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014.- 187 с.- Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45392.html> - ЭБС «IPRbooks».

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

#### Некоторые физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Скорость света в вакууме	$c$	$3.00 \cdot 10^8$ м/с
Гравитационная постоянная	$G$	$6.67 \cdot 10^{-11}$ м <sup>3</sup> /(кг·с <sup>2</sup> )
Число Авогадро	$N_A$	$6.02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Молярная газовая постоянная	$R$	8.31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	$k$	$1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Атомная единица массы	$1a.e.m.$	$1.660 \cdot 10^{-27}$ кг
Элементарный заряд	$e$	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$m_e$	$9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p$	$1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	$\epsilon_0$	$8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Планка	$h$	$6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar$	$1.05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

### Приложение 2

#### Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Наименование	Приставка		Множитель	Приставка			Множитель
	Обозначение			Наименование	Обозначение		
	русское	международное			русское	международное	
экса	Э	E	$10^{18}$	деци	д	d	$10^{-1}$
пэта	П	P	$10^{15}$	санتي	с	c	$10^{-2}$
тера	Т	T	$10^{12}$	мили	м	m	$10^{-3}$
гига	Г	G	$10^9$	микро	мк	μ	$10^{-6}$
мега	М	M	$10^6$	нано	н	n	$10^{-9}$
кило	к	k	$10^3$	пико	п	p	$10^{-12}$
Гекто	г	h	$10^2$	фемто	ф	f	$10^{-15}$
Дека	да	da	$10^1$	атто	а	a	$10^{-18}$

*Примечание:* Приставки гекто, дека, деци и санти допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.)

## Единицы физических величин, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	Наименование	Обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н
Давление	паскаль	Па
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж
Мощность	ватт	Вт
Частота колебаний	герц	Гц
Термодинамическая температура	кельвин	К
Разность температур	кельвин	К
Теплота, количество теплоты	джоуль	Дж
Количество вещества	моль	моль
Электрический заряд	кулон	Кл
Сила тока	ампер	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В
Электрическая емкость	фарад	Ф
Электрическое сопротивление	ом	Ом
Электрическая проводимость	сименс	См
Магнитная индукция	тесла	Тл
Магнитный поток	вебер	Вб
Индуктивность	генри	Гн
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещенность	люкс	лк
Поток излучения	ватт	Вт
Поглощенная доза излучения (доза излучения)	грэй	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

## Внесистемные единицы

Наименование величины	Единица		
	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна	т	$10^3$ кг
	атомная единица массы	а.е.м.	$1.66 \cdot 10^{-27}$ кг
Время	минута	мин	60 с
	час	ч	3600 с
	сутки	сут	86400 с
Плоский угол	градус	...°	$1.74 \cdot 10^{-2}$ рад
	минута	...'	$2.91 \cdot 10^{-4}$ рад
	секунда	...''	$4.85 \cdot 10^{-6}$ рад
	град	град	$(\pi/200)$ рад
Объем, вместимость	литр	л	$10^{-3}$ м <sup>3</sup>
Длина	астрономическая единица	а.е.	$1.50 \cdot 10^{11}$ м
	световой год	св. год	$9.46 \cdot 10^{15}$ м
	парсек	пк	$3.08 \cdot 10^{16}$ м
Оптическая сила	диоптрия	Дптр	$1 \text{ м}^{-1}$
Площадь	гектар	Га	$10^4$ м <sup>2</sup>
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Полная мощность	вольт-ампер	В·А	
<i>Примечание:</i> Единицы времени (минуту, час, сутки), плоского угла (градус, минуту, секунду), астрономическую единицу, световой год, диоптрию и атомную единицу массы не допускается применять с приставками.			

## Плотность некоторых твердых тел

Твердое тело	Плотность, г/см <sup>3</sup>	Твердое тело	Плотность, г/см <sup>3</sup>
Алюминий	2.70	Цезий	1.90
Барий	3.50	Каменная соль	2,2
Ванадий	6.02	Латунь	8,55
Висмут	9.80	Марганец	7,40
Железо (чугун, сталь)	7.88	Платина	21,4
Литий	0.53	Золото	19,3
Медь	8.93	Висмут	9,80
Никель	8.90	Уран	18,7
Свинец	11.3	Цинк	7.15
Серебро	10.5	Вольфрам	19,3

## Плотность некоторых жидкостей и газов

Жидкость (при 15° С)	Плотность, г./см <sup>3</sup>	Газ (при нормальных условиях)	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
Вода ( дистиллированная при 4°С)	1.00	Водород	0.09
Глицерин	1.26	Воздух	1.29
Керосин	0.8	Гелий	0.18
Ртуть	13.6	Аргон	1,78
Масло (оливковое, смазочное)	0.9	Азот	1,25
Масло касторовое	0.96	Кислород	1.43
Сероуглерод	1.26		
Эфир	0.7		
Спирт	0.80		

Удельное сопротивление  $\rho$  некоторых материалов

Материал	Удельное сопротивление, Ом·м	Материал	Удельное сопротивление, Ом·м
Алюминий	$2,53 \cdot 10^{-8}$	Ртуть	$9,6 \cdot 10^{-7}$
Алюминий провод	$2,87 \cdot 10^{-8}$	Свинец	$2,08 \cdot 10^{-7}$
Бумага	$10^{15}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Вода	$10^4$	Сталь литая	$1,3 \cdot 10^{-7}$
Вода дистиллированная		Сталь чистая	$1,01 \cdot 10^{-7}$
Вода морская	0,3	Стекло	$10^{11}$
Вольфрам	$5,5 \cdot 10^{-8}$	Стекло кварцевое	$10^{16}$
Графит	$3,9 \cdot 10^{-6}$	Угольные щётки	$4 \cdot 10^{-5}$
Железо чистое	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Цинк	$5,9 \cdot 10^{-8}$
Железо	$8,7 \cdot 10^{-8}$	Чугун серый	$1 \cdot 10^{-6}$
Золото	$2,2 \cdot 10^{-8}$	Никель	$8,7 \cdot 10^{-8}$
Константан	$5 \cdot 10^{-7}$	Нихром	$1,12 \cdot 10^{-6}$
Масло парафиновое	$10^{14}$	Олово	$1,2 \cdot 10^{-7}$
Магний	$4,4 \cdot 10^{-8}$	Платина	$1,07 \cdot 10^{-7}$
Манганин	$4,3 \cdot 10^{-7}$	Медь провод	$1,78 \cdot 10^{-8}$
Медь	$1,72 \cdot 10^{-8}$		

Приложение 8

Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Ацетон	21,4	Парафин	2,0
Вакуум	1,0	Парафинированная бумага	2,0
Воздух	1,000594	Полиэтилен	2,2
Вода	81	Слюда	7,0
Вода дистиллированная	31	Спирт этиловый	25,1
Воск	7,8	Спирт метиловый	33,5
Керосин	2,0	Стекло	7,0
Масло	5,0	Фарфор	5,0
Масло трансформаторное	2,2	Эбонит	2,6

Приложение 9

Греческий алфавит

Обозначения букв	Название букв	Обозначения букв	Название букв
Α, α	Альфа	Ν, ν	ню
Β, β	Бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	Гамма	Ο, ο	омикрон
Δ, δ	Дэльта	Π, π	пи
Ε, ε	Эпсилон	Ρ, ρ	ро
Ζ, ζ	Дзета	Σ, σ	сигма
Η, η	Эта	Τ, τ	тау
Θ, θ	Тэта	Υ, υ	ипсилон
Ι, ι	Иота	Φ, φ	фи
Κ, κ	Каппа	Χ, χ	хи
Λ, λ	Ламбда	Ψ, ψ	пси
Μ, μ	Ми	Ω, ω	омега

## СОДЕРЖАНИЕ

Общие методические указания к решению задач и выполнению домашних контрольных работ	3
1. Механика	4
2. Молекулярная физика и термодинамика	7
3. Электричество и магнетизм	10
4. Механические и электромагнитные колебания и волны	12
5. Волновая и квантовая оптика	15
6. Квантовая физика и физика атома	18
7. Элементы ядерной физики	19
Список литературы	23
Приложения	24



Министерство образования и науки РФ  
ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный горный  
университет»

**Н. А. Зайцева**

## **КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ**

***Учебно-методическое пособие  
для выполнения лабораторных и контрольных  
работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия»  
для студентов всех специальностей***

**Екатеринбург  
2017**

*Рецензент: Т. И. Красненко, д-р химических наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории оксидных систем ИХТТ УрО РАН*

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры химии 25 февраля 2016 г. (протокол № 6) и рекомендовано для издания в УГГУ

**Зайцева Н. А.**

**317 КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ:** учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных и контрольных работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия» для студентов всех специальностей / Н. А. Зайцева. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. – 35 с.

В учебно-методическом пособии изложены краткие сведения о качественных реакциях в неорганической химии. Пособие содержит необходимые сведения для выполнения лабораторных работ по качественному анализу катионов и решения задач.

Пособие предназначено для студентов всех специальностей.

© Зайцева Н. А., 2017

© Уральский государственный  
горный университет, 2017

## ВВЕДЕНИЕ

*Качественная реакция* – химическая реакция, с помощью которой можно определить наличие в растворе того или иного вещества или его фрагмента (катиона, аниона, функциональной группы). Качественная реакция на ионы позволяет обнаружить («открыть») в растворе присутствие соответствующих ионов. При обнаружении открываемого иона обычно фиксируют появление аналитического сигнала — образование осадка, изменение окраски раствора, появление запаха и т. д.

### Требования к качественным реакциям

1. Экспрессность (реакция должна протекать быстро).
2. Высокая чувствительность.
3. Селективность или специфичность.
4. Необратимость.

**Чувствительность** реакции определяется наименьшим количеством искомого вещества, которое может быть обнаружено данным реактивом в капле раствора.

Существенной характеристикой анализа является селективность (избирательность).

По избирательности реагенты можно разделить на три группы:

1. *Специфические реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить только одно вещество (ион),

например: крахмал для обнаружения  $I_2$  (синяя окраска); щёлочь для обнаружения  $NH_4^+$  (запах аммиака).

*Специфические реакции* – реакции, которые дают возможность открывать одни ионы в присутствии различных других ионов.

2. *Селективные реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить небольшое число веществ. Например, диметилглиоксим в аммиачном буферном растворе реагирует с Fe (II), Co (II), Ni (II), Zr (IV), Th (IV).

3. *Групповые реагенты* – используются в систематическом анализе смеси катионов и взаимодействуют со всеми катионами одной аналитической группы.

Реакции, позволяющие обнаружить искомые ионы в отдельных порциях сложной смеси при условии устранения влияния других ионов, называют **дробными реакциями**, а метод анализа, основанный на применении дробных реакций, называют **дробным анализом**. При этом порядок обнаружения катионов и анионов не имеет особого значения. При **систематическом анализе**, в отличие от дробного, соблюдается определенный порядок разделения и последующего открытия ионов. К обнаружению ионов приступают лишь после удаления из раствора всех других ионов, мешающих открытию. Систематический (групповой) анализ применяют при невозможности использования дробного анализа. На основе растворимости их солей или других соединений ионы делят на аналитические группы, на основании различных классификаций катионов разработаны разные методы систематического анализа катионов.

## Методы систематического анализа

1. Сероводородный – основан на разной растворимости сульфидов и хлоридов в зависимости от *pH*-среды.
2. Аммиачно-фосфатный – основан на разной растворимости фосфатов.
3. Кислотно-основной – основан на разной растворимости в кислотах и основаниях гидроксидов и солей (табл. 1).

Таблица 1

### Классификация катионов по кислотно-основному методу

Группа	Катионы	Групповой реактив	Характеристика группы
I	$\text{Na}^+, \text{K}^+, \text{NH}_4^+$	–	Хлориды, сульфаты и гидроксиды растворимы в воде
II	$\text{Ag}^+, \text{Pb}^{2+}, \text{Hg}_2^{2+}$	2M HCl	Хлориды нерастворимы в воде и разбавленных кислотах
III	$\text{Ca}^{2+}, \text{Sr}^{2+}, \text{Ba}^{2+}$	2M $\text{H}_2\text{SO}_4$	Сульфаты нерастворимы в воде, кислотах и щелочах
IV	$\text{Al}^{3+}, \text{Cr}^{3+}, \text{Zn}^{2+},$ * $\text{As}^{3+}, * \text{As}^{5+}, \text{Sn}^{2+},$ $\text{Sn}^{4+}$	4M NaOH (избыток)	Гидроксиды амфотерны, растворимы в избытке щелочи
V	$\text{Fe}^{2+}, \text{Fe}^{3+}, \text{Mn}^{2+},$ $\text{Mg}^{2+}, \text{Bi}^{3+}, \text{Sb}^{3+}, \text{Sb}^{5+}$	2M NaOH (25 % $\text{NH}_4\text{OH}$ )	Гидроксиды нерастворимы в избытке щелочи и аммиаке
VI	$\text{Cu}^{2+}, \text{Co}^{2+}, \text{Ni}^{2+},$ $\text{Hg}^{2+}, \text{Cd}^{2+}$	25% $\text{NH}_4\text{OH}$ (избыток)	Гидроксиды растворимы в избытке аммиака с образованием аммиакатов

\*  $\text{As}^{3+}$  и  $\text{As}^{5+}$  гидроксидов не образуют.

## Лабораторная работа № 1

### КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА

**Цель работы:** познакомиться с качественными реакциями на катионы железа, определить наиболее подходящие реактивы для открытия  $\text{Fe}^{3+}$  и  $\text{Fe}^{2+}$ .

Для получения аналитического сигнала в качественном анализе используют химические реакции разных типов: реакции ионного обмена (осаждение, нейтрализация), окислительно-восстановительные, комплексообразование. Для обнаружения ионов железа возможно использование всех типов реакций.

#### *Реакции ионного обмена в качественном анализе*

##### **Опыт 1. Действие щелочей на катионы $\text{Fe}^{3+}$ и $\text{Fe}^{2+}$**

В две пробирки налейте по 1 мл растворов  $\text{FeCl}_3$  и  $\text{FeSO}_4$ , добавьте по 1 мл раствора щёлочи в каждую пробирку. Сравните полученные осадки  $\text{Fe}(\text{OH})_3$  и  $\text{Fe}(\text{OH})_2$ , составьте уравнения обеих реакций. Растворимы ли полученные гидроксиды железа в избытке щёлочи?

##### **Опыт 2. Действие раствора аммиака на катионы $\text{Fe}^{3+}$ и $\text{Fe}^{2+}$**

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл разбавленного раствора гидроксида аммония в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с

осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций. Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на оба осадка: образуют ли ионы железа аммиачные комплексы?

### *Реакции окисления-восстановления*

#### **Опыт 3. Действие окислителей на катионы $\text{Fe}^{3+}$ и $\text{Fe}^{2+}$**

а) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей  $\text{Fe}^{2+}$  и  $\text{Fe}^{3+}$ , добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор перманганата калия, в какой из них наблюдается обесцвечивание  $\text{KMnO}_4$ ? Запишите уравнение реакции, учитывая, что в кислой среде перманганат-ионы восстанавливаются до ионов  $\text{Mn}^{2+}$ , уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

б) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей  $\text{Fe}^{2+}$  и  $\text{Fe}^{3+}$ , добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор бихромата калия, в какой из них наблюдается изменение окраски раствора? Запишите уравнение реакции, учитывая, что бихромат-ионы  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$  восстанавливаются до ионов  $\text{Cr}^{3+}$ , уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

#### **Опыт 4. Действие восстановителей на катионы $\text{Fe}^{3+}$ и $\text{Fe}^{2+}$**

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей  $\text{Fe}^{2+}$  и  $\text{Fe}^{3+}$ , добавьте по 1 мл раствора йодида калия. Какая из солей железа проявила окислительные свойства? Запишите уравнение реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

## *Реакции с участием комплексных ионов*

### **Опыт 5. Реакция ионов железа с роданидом аммония**

В две пробирки налейте по 1 мл раствора  $\text{FeCl}_3$  и  $\text{FeSO}_4$ , добавьте по 1 мл раствора роданида аммония  $\text{NH}_4\text{SCN}$  в каждую пробирку. В какой из пробирок наблюдается образование роданида железа красного цвета? Составьте уравнение реакции.

### **Опыт 6. Реакция ионов железа с реактивом Чугаева**

В две пробирки налейте по 1 мл раствора соли железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл раствора аммиака и по 1 капле раствора диметилглиоксима ( $\text{C}_4\text{H}_8\text{N}_2\text{O}_2$ ). Для какого иона железа наблюдается образование окрашенного внутрикомплексного соединения с реактивом Чугаева? Составьте уравнение реакции образования диметилглиоксимата железа  $[\text{Fe}(\text{C}_4\text{H}_7\text{O}_2\text{N}_2)_2]$ .

### **Опыт 7. Берлинская лазурь и турнбуллева синь**

На растворы  $\text{FeCl}_3$  и  $\text{FeSO}_4$  подействуйте каплей раствора жёлтой кровяной соли (гексацианоферрата (II) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок берлинской лазури имеет состав  $\text{Fe}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6]_3$ .

На растворы  $\text{FeCl}_3$  и  $\text{FeSO}_4$  подействуйте каплей раствора красной кровяной соли (гексацианоферрата (III) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок турнбуллевой сини

имеет состав  $\text{Fe}_3 [\text{Fe}(\text{CN})_6]_3$ . Сделайте вывод, какой кровяной солью можно открыть ион  $\text{Fe}^{2+}$ , и с помощью какой обнаруживается ион  $\text{Fe}^{3+}$ .

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что произойдет с зеленоватым осадком  $\text{Fe}(\text{OH})_2$  при добавлении к нему раствора перекиси водорода  $\text{H}_2\text{O}_2$ ? Запишите уравнение реакции, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

2. Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов  $\text{FeCl}_3$  и  $\text{NaOH}$ , если  $\text{ПР}(\text{Fe}(\text{OH})_3) = 3,8 \cdot 10^{-38}$ , а концентрации растворов 0,001 моль/л? Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов  $\text{FeSO}_4$  и  $\text{NaOH}$ , если  $\text{ПР}(\text{Fe}(\text{OH})_2) = 4,8 \cdot 10^{-16}$ , а концентрации обоих растворов 0,001 моль/л?

3. Какой объём соляной кислоты с концентрацией 0,01 моль/л требуется для полного растворения осадка  $\text{Fe}(\text{OH})_3$  массой 0,5 г?

4. Реакция образования окрашенного роданида железа (опыт 3) является обратимой. Запишите выражение для константы равновесия этой реакции. Какими способами, согласно принципу Ле-Шателье, можно сместить равновесие в сторону образования окрашенного продукта?

5. Запишите уравнения реакций первичной и вторичной диссоциации красной и жёлтой кровяных солей. Почему чаще всего именно цианид-ионы используются для маскирования ионов железа в растворах?

6. Подвергаются ли соли железа гидролизу? Запишите уравнения взаимодействия с водой для  $\text{FeCl}_3$  и  $\text{FeSO}_4$ , определите тип гидролиза и кислотность среды раствора. Какую окраску приобретёт лакмус в этих растворах?

## Лабораторная работа № 2

### КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ $\text{Co}^{2+}$ , $\text{Ni}^{2+}$ и $\text{Cu}^{2+}$

**Цель работы:** познакомиться с качественными реакциями на ионы  $\text{Co}^{2+}$ ,  $\text{Ni}^{2+}$  и  $\text{Cu}^{2+}$ , выполняемыми пробирно, капельно, и с использованием экстракции, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

**Предел обнаружения** – минимальная концентрация или минимальное количество вещества, которое может быть обнаружено данным методом допустимой погрешностью. Предел обнаружения в значительной степени зависит от условий протекания реакции. Обычно для обнаружения ионов применяют реакции с пределом обнаружения  $10^{-7}$  г (0,1 мкг) в 1 мл раствора.

#### Приемы для обеспечения низкого предела обнаружения

1. *Капельный анализ* – метод микрохимического анализа, в котором качественную реакцию проводят с использованием капли раствора. Реакции выполняют на стеклянной или фарфоровой пластинке, фильтровальной бумаге (иногда предварительно пропитанной раствором реагента и высушенной). Пределы обнаружения веществ 0,1–0,001 мкг в капле объемом 50 мм<sup>3</sup>. Минимальные пределы обнаружения достигаются при выполнении анализа на фильтровальной бумаге.

2. *Микрорисалоскопический анализ* – метод анализа, основанный на реакциях образования кристаллических осадков с

характерной формой кристаллов, для рассмотрения которых используется микроскоп.

3. *Экстракция* – процесс перевода вещества из водной фазы в органическую, используется для разделения и концентрирования веществ.

4. *Флотация* – процесс разделения мелких твёрдых частиц в водной суспензии или растворе, основанный на их избирательной адсорбции на границах раздела фаз в соответствии с их смачиваемостью, используется для разделения и концентрирования.

5. *Метод «умножающихся реакций»* – ряд последовательных реакций, в результате которых получается новое вещество в количестве, во много раз превышающем первоначальное количество обнаруживаемого вещества.

6. *Каталитические реакции.*

### ***Реакции в пробирке (в растворе)***

#### **Опыт 1. Действие щелочей на катионы $\text{Co}^{2+}$ , $\text{Ni}^{2+}$ и $\text{Cu}^{2+}$**

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей  $\text{Co}^{2+}$ ,  $\text{Ni}^{2+}$  и  $\text{Cu}^{2+}$ , добавьте по 1 мл разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку. Составьте уравнения реакций образования синего  $\text{Co}(\text{OH})\text{Cl}$ , голубого  $\text{Cu}(\text{OH})\text{Cl}$  и зелёного  $\text{Ni}(\text{OH})\text{Cl}$ . Подействуйте на каждый полученный осадок избытком концентрированной щёлочи, составьте уравнения реакций образования гидроксидов кобальта (II), никеля (II) и меди (II).

## **Опыт 2. Действие раствора аммиака на $\text{Co}^{2+}$ , $\text{Ni}^{2+}$ и $\text{Cu}^{2+}$**

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей  $\text{Co}^{2+}$ ,  $\text{Ni}^{2+}$  и  $\text{Cu}^{2+}$ , добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки, запишите уравнения реакций, учитывая, что в аммиачных комплексах кобальта и никеля координационное число комплексообразователя равно шести, а медь удерживает только четыре лиганда.

Разрушаются ли полученные аммиакаты раствором кислоты?

## **Опыт 3. Реакции с желтой кровяной солью**

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей  $\text{Co}^{2+}$ ,  $\text{Ni}^{2+}$  и  $\text{Cu}^{2+}$ , добавьте по 1 мл разбавленного раствора гексацианоферрата (II) калия в каждую пробирку. Что наблюдается? Составьте уравнения реакций, учитывая, что все осадки получены в результате полного ионного обмена.

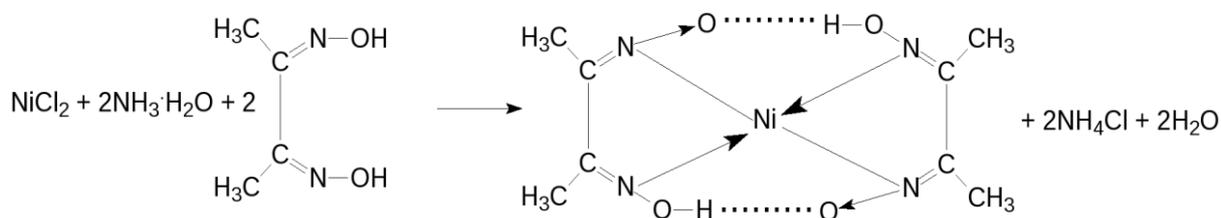
### *Капельные реакции на фильтровальной бумаге*

## **Опыт 4. Реакция катионов $\text{Ni}^{2+}$ с реактивом Чугаева**

На сухую фильтровальную бумагу поместите несколько капель раствора соли никеля (II), добавьте каплю раствора аммиака и каплю раствора диметилглиоксима  $\text{C}_4\text{H}_8\text{N}_2\text{O}_2$  (реактив Чугаева). Сравните наблюдаемый аналитический сигнал с реакцией образования

диметилглиоксимата железа (II), выполненной в предыдущей работе.

Запишите уравнение реакции



Проведите аналогичную реакцию с растворами меди (II) и кобальта (II). Какой из этих ионов может мешать определению ионов никеля и почему?

### Опыт 5. Капельная реакция ионов $\text{Co}^{2+}$ с роданидом аммония

Поместите на сухую фильтровальную бумагу несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли  $\text{NH}_4\text{SCN}$ , при необходимости добавьте ещё одну каплю раствора. Как изменилась окраска кристаллов? Составьте уравнение реакции образования комплексного соединения  $(\text{NH}_4)_2[\text{Co}(\text{SCN})_4]$ .

### *Обнаружение катионов с использованием экстракции*

### Опыт 6. Реакция ионов $\text{Co}^{2+}$ с роданидом аммония

Поместите в пробирку несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли тиоцианата (роданида) аммония. Как изменилась окраска раствора?

Чувствительность этой реакции можно повысить с помощью экстракции окрашенного комплекса  $(\text{NH}_4)_2[\text{Co}(\text{SCN})_4]$  органическим растворителем. Добавьте к полученному раствору несколько капель изоамилового спирта, взболтайте. Дождитесь разделения в пробирке водной и спиртовой фаз. Что при этом наблюдается?

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения реакций первичной и вторичной диссоциаций гексаамминкобальта (II), гексаамминникеля (II), тетраамминмеди (II). Запишите формулы для константы нестойкости.

2. Для открытия ионов  $\text{Ni}^{2+}$  с помощью диметилглиоксима при реакции на капельной пластинке предел обнаружения  $\text{Ni}^{2+}$  – 0,16 мкг; в пробирке можно обнаружить 1,4 мкг  $\text{Ni}^{2+}$  в 1 мл. Предел обнаружения можно уменьшить до 0,015 мкг, если каплю анализируемого раствора нанести на фильтровальную бумагу, пропитанную диметилглиоксимом. Если осадок диметилглиоксимата никеля (II) флотируется на границе раздела фаз «вода – изоамиловый спирт», то предел обнаружения ионов  $\text{Ni}^{2+}$  понижается до 0,002 мкг. Определите минимальную молярную концентрацию ионов  $\text{Ni}^{2+}$ , открываемых каждым из способов.

3. Окисление тиосульфат-ионов ионами железа (III) ускоряется в присутствии ионов меди (каталитическая реакция). Время обесцвечивания тиоцианата железа (III) тиосульфатом натрия в отсутствие меди около двух минут. В присутствии ионов  $\text{Cu}^{2+}$  раствор тиоцианата железа (III) обесцвечивается мгновенно. Предел обнаружения меди – 0,02 мкг в 1 мл. Определите минимальную молярную концентрацию ионов  $\text{Cu}^{2+}$ , соответствующую этому пределу обнаружения.

## Лабораторная работа № 3

### КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ $Al^{3+}$ , $Cr^{3+}$ , $Zn^{2+}$

**Цель работы:** познакомиться с качественными реакциями на ионы  $Al^{3+}$ ,  $Cr^{3+}$  и  $Zn^{2+}$ , научиться использовать амфотерность их гидроксидов в химическом анализе, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

Для проведения каждой качественной реакции необходимо соблюдать определенные условия, основные из которых:  $pH$ -среды; температура; концентрации реагентов; присутствие определенных веществ; отсутствие мешающих ионов или веществ. Для протекания многих реакций необходима среда с определенным значением  $pH$  водного раствора. Значение  $pH$  можно контролировать с помощью индикаторов или прибора  $pH$ -метра. Для поддержания нужного значения  $pH$  при необходимости используют соответствующие буферные растворы.

*Буферные растворы* — это растворы, способные сохранять постоянное значение  $pH$  при разбавлении водой или добавлении к ним определенного количества сильных кислот или оснований. В состав буферной смеси входят в определенном количественном соотношении слабые кислоты и их соли с сильными основаниями или слабые основания и их соли с сильными кислотами.

Амфотерность гидроксидов алюминия, цинка и хрома (III) позволяет отделять их от остальных катионов действием растворов щелочей различной концентрации.

### **Опыт 1. Действие щелочей на катионы $Al^{3+}$ , $Cr^{3+}$ , $Zn^{2+}$**

В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по несколько капель очень разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку до образования нерастворимых гидроксидов. Составьте уравнения реакций. Подействуйте на каждый полученный осадок избытком щёлочи до полного растворения, составьте уравнения реакций образования тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроскохромата натрия.

### **Опыт 2. Действие раствора аммиака на ионы $Al^{3+}$ , $Cr^{3+}$ , $Zn^{2+}$**

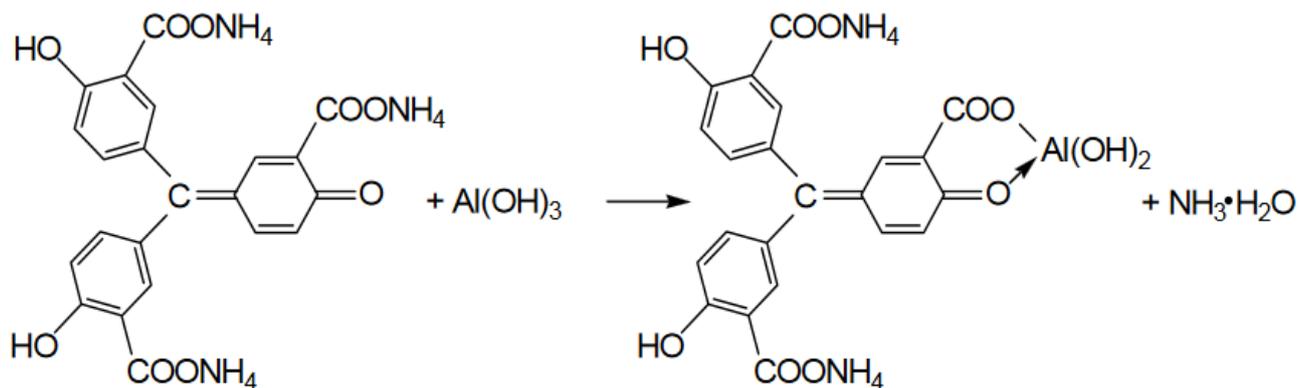
В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций образования соответствующих гидроксидов.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки. Какие гидроксиды растворяются частично или полностью? Составьте реакцию комплексообразования, учитывая, что в образующихся аммиакатных комплексах координационное число каждого комплексообразователя вдвое больше, чем модуль его степени окисления.

### **Опыт 3. Реакция ионов алюминия с алюминоном**

В пробирку поместите 3–4 капли раствора соли алюминия, при необходимости 2–3 капли раствора уксусной кислоты и 3–5 капель 0,01 % раствора алюминона ( $C_{21}H_{11}O_9(NH_4)_3$ ). Смесь нагрейте на

водяной бане, добавьте несколько капель раствора аммиака до щелочной реакции и выпадения красного хлопьевидного осадка алюминиевого лака.



#### Опыт 4. Реакция ионов цинка с желтой кровяной солью

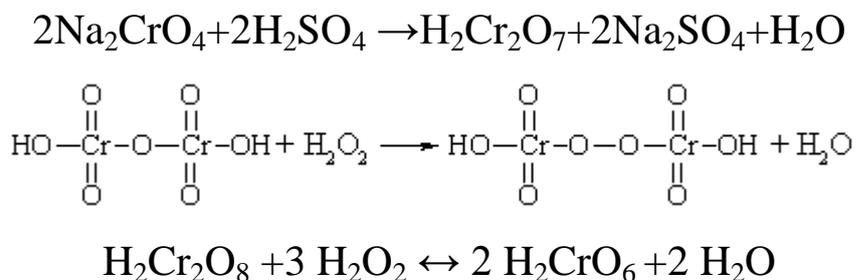
В пробирке к 1 мл раствора  $\text{ZnCl}_2$  добавьте 1 мл раствора гексацианоферрата (II) калия. Наблюдайте выпадение белого осадка  $\text{K}_2\text{Zn}_3[\text{Fe(CN)}_6]_2$ . Составьте уравнение этой реакции ионного обмена.

#### Опыт 5. Восстановительные свойства ионов хрома (III)

В пробирку поместите 2–3 капли раствора соли хрома(III), прибавьте 4–5 капель 2 моль/л раствора щёлочи  $\text{NaOH}$  до растворения осадка, и 2–3 капли 3 % раствора перекиси водорода  $\text{H}_2\text{O}_2$ . Нагревайте до изменения зеленой окраски раствора на желтую (цвет хромат-ионов  $\text{CrO}_4^{2-}$ ). Составьте уравнение окислительно-восстановительной реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

## Опыт 6. Образование надхромовой кислоты

К жёлтому раствору хромата натрия, полученному в предыдущем опыте, прибавьте 5 капель пероксида водорода  $\text{H}_2\text{O}_2$ , ~0,5 мл изоамилового спирта, тщательно перемешайте и прибавьте по каплям раствор серной кислоты (1 моль/л). Верхний органический слой окрашивается в интенсивно синий цвет за счёт экстракции образовавшейся надхромовой кислоты  $\text{H}_2\text{CrO}_6$ . Запишите уравнение реакции, протекающее через образование дихромовой кислоты и её последующее окисление перекисью водорода:



Составьте электронно-ионный баланс для этой реакции.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения первичной и вторичной диссоциации солей, полученных в первом опыте: тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроскохромата натрия.
2. Напишите выражение константы нестойкости для комплексных ионов тетраамминцинка и гексаамминхрома, полученных во втором опыте.
3. Напишите уравнения диссоциаций хромовой, дихромовой и надхромовой кислот.

## Лабораторная работа № 4

### РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ $\text{Ag}^+$ , $\text{Pb}^{2+}$ , $\text{Hg}^{2+}$ МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ

**Цель работы:** познакомиться с разделением и идентификацией катионов методом бумажной хроматографии

*Хроматография* – физико–химический метод разделения веществ, основанный на использовании сорбционных процессов в динамических условиях.

Анализируемые компоненты распределяются между подвижной и неподвижной фазами. Неподвижной фазой служит твердое вещество – сорбент. Подвижной фазой является жидкость или газ, протекающий через неподвижную фазу – элюент. Элюент в процессе хроматографирования перемещается вдоль сорбента, так что частицы анализируемых веществ могут многократно переходить из подвижной фазы в неподвижную и наоборот. Разделение веществ с помощью хроматографии основано на различном сродстве разделяемых компонентов к подвижной и неподвижной фазам.

*Бумажная хроматография* – вид хроматографии, в котором носителем неподвижного растворителя служит очищенная от примесей фильтровальная бумага. Подвижная фаза продвигается вдоль листа бумаги, главным образом за счет капиллярных сил. Бумажная хроматография отличается простотой, экспрессностью, наглядностью разделения, высокой чувствительностью (можно определить 10–20 мкг вещества с точностью 5–7 %).

### Опыт 1. Подготовка фильтровальной бумаги

Два фильтра «синяя лента» диаметром 45 мм смочите 5 %-м раствором йодида калия, опуская фильтры в раствор пинцетом. Высушите фильтры на воздухе в чашке Петри.

### Опыт 2. Получение первичной осадочной хроматограммы

В центр каждого высушенного фильтра нанесите пипеткой каплю анализируемой смеси катионов  $\text{Ag}^+$ ,  $\text{Hg}^{2+}$  и  $\text{Pb}^{2+}$ , после её полного впитывания нанесите еще одну, дайте ей впитаться. Катионы анализируемой смеси вступают в реакцию с KI, которым пропитан фильтр, образуя осадочную хроматограмму, зоны которой имеют цвета осадков  $\text{AgI}$  (жёлтый),  $\text{HgI}_2$  (оранжевый),  $\text{PbI}_2$  (ярко-желтый).

Полученные хроматограммы необходимо промыть дистиллированной водой. Для промывания хроматограмм нанесите на фильтры 2–3 капли дистиллированной воды, внося каждую последующую каплю после впитывания предыдущей до увеличения размера зон в два–три раза. Высушите обе осадочные хроматограммы, заполните табл. 1, составьте уравнения реакций образования осадков.

Таблица 1

#### Первичная хроматограмма смеси катионов $\text{Ag}^+$ , $\text{Hg}^{2+}$ , $\text{Pb}^{2+}$

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (края фильтра)		

### Опыт 3. Получение проявленной осадочной хроматограммы

Анализируя первичную хроматограмму, легко определить катионы  $\text{Hg}^{2+}$  (оранжевая зона в центре) и  $\text{Pb}^{2+}$  (ярко-желтая зона по периферии). Бледно-желтая окраска  $\text{AgJ}$  либо видна плохо (из-за маскировки оранжевым  $\text{HgJ}_2$  и ярко-желтым  $\text{PbJ}_2$ ), либо не видна совсем. Для того, чтобы явно видеть зону серебра, первичную хроматограмму на одном из фильтров необходимо проявить.

Для проявления хроматограммы внесите в центр фильтра каплю раствора  $\text{NaOH}$ . При этом йодид свинца растворится в  $\text{NaOH}$  с образованием бесцветного плюмбита натрия  $\text{Na}_2\text{PbO}_2$ , йодид ртути останется неизменным, бледно-жёлтое пятно йодида серебра постепенно почернеет вследствие превращения гидроксида серебра (I) в оксид серебра (I), который затем разложится до свободного серебра.

Заполните табл. 2, составьте уравнения всех протекающих при проявке первичной хроматограммы реакций.

Таблица 2

#### Вторичная хроматограмма смеси катионов $\text{Ag}^+$ , $\text{Hg}^{2+}$ , $\text{Pb}^{2+}$

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (край фильтра)		

По результатам работы сделайте вывод об эффективности метода бумажной хроматографии для дробного открытия катионов  $\text{Ag}^+$ ,  $\text{Hg}^{2+}$ ,  $\text{Pb}^{2+}$  при их совместном присутствии.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какие процессы лежат в основе хроматографического анализа?
2. Вычислите ПР йодида свинца (II), если известно, что растворимость его равна 0,03 г на 0,1 кг воды.
3. Выпадет ли осадок при взаимодействии равных объемов растворов  $\text{AgNO}_3$  и  $\text{KI}$ , если концентрации обоих растворов 0,001 моль/л, а произведение растворимости йодида серебра ПР ( $\text{AgI}$ ) =  $8,3 \cdot 10^{-17}$ .
4. В избытке йодида калия осадок йодида ртути (II) растворяется без изменения степеней окисления элементов с образованием комплексного соединения тетраиодомеркураата калия. Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.
5. Оксид серебра (I) неустойчив на воздухе, поэтому он используется не в чистом виде, а в аммиачном растворе (реактив Толленса). При взаимодействии гидроксида аммония и оксида серебра (I) образуется гидроксид диамминсеребра (I). Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.
6. Дайте определения терминам «элюент», «сорбент», «элюат», «подвижная фаза», «неподвижная фаза», «сорбция», «десорбция».

## Лабораторная работа № 5

### ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ

**Цель работы:** с помощью качественных реакций определить, какая соль находится в каждой пробирке.

#### Ход работы

В двенадцати пронумерованных пробирках находятся следующие растворы соли:

Раствор бесцветный	Раствор может быть окрашенным
Хлорид аммония	Сульфат меди (II)
Хлорид кальция	Хлорид кобальта (II)
Сульфат марганца (II)	Хлорид никеля (II)
Сульфат железа (II)	Хлорид хрома (III)
Хлорид цинка	Хлорид железа (III)
Хлорид алюминия	
Нитрат свинца (II)	

После получения у преподавателя нескольких пробирок (по вариантам 3–6 шт.) составьте в тетради таблицу для записи результатов анализа:

#### Качественный анализ растворов, номер (№) (запишите номера пробирок)

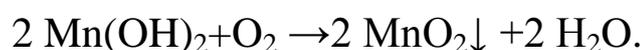
Испытуемый раствор	Добавленный реагент	Наблюдение	Предполагаемый состав	Вывод
Опыт № 1 «Открытие окрашенных ионов»				
№ 13	отсутствует	Раствор розовый	Ионы $\text{Co}^{2+}$	
№ 13	NaOH	Выпал синий осадок, при добавлении избытка щёлочи стал розовым	$\text{CoOHCl}$ $\text{Co(OH)}_2$	В пробирке был $\text{CoCl}_2$
Опыт № 2 «Действие щелочей»				
№ 14				

## Опыт 1. Открытие окрашенных ионов

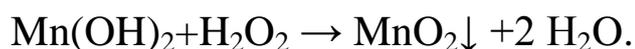
Опишите внешний вид растворов, сделайте предположения, какие растворы могут быть в каждой из пробирок, занесите их в таблицу. Наиболее вероятные предположения (для окрашенных растворов) проверьте с помощью соответствующих качественных реакций, взяв для анализа небольшую порцию испытуемого раствора. Составьте уравнения реакций, сделайте выводы.

## Опыт 2. Действие щелочей на испытуемые растворы

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором щёлочи, добавляя его по каплям. Занесите в таблицу аналитический сигнал: выделился запах аммиака, выпал неизменяющийся осадок, выпал осадок, растворимый в избытке щёлочи или темнеющий на воздухе. Обратите внимание, что гидроксид свинца  $\text{Pb}(\text{OH})_2$  проявляет амфотерные свойства, растворяясь в избытке щелочи с образованием плюмбита  $\text{Na}_2\text{PbO}_2$ , а светло-бежевый гидроксид марганца  $\text{Mn}(\text{OH})_2$  постепенно окисляется кислородом воздуха, что выглядит как потемнение раствора на границе с воздухом:

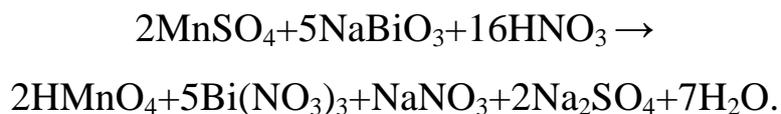


Эту реакцию можно сделать более наглядной, ускорив процесс окисления с помощью перекиси водорода:



Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций, для ионов  $\text{Mn}^{2+}$  кроме реакции с  $\text{H}_2\text{O}_2$  можно использовать

ОВР с окислением марганца до розовых перманганат-ионов висмутатом натрия в сильноокислой среде:



Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

### **Опыт 3. Действие раствора аммиака на испытуемые пробы**

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором аммиака. Занесите в таблицу аналитический сигнал. Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

### **Опыт 4. Открытие неокрашенных ионов**

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), проведите качественный анализ на катионы, которые остались не открытыми. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ»

1. Две соли окрашивают пламя в фиолетовый цвет. Одна из них бесцветна, и при лёгком нагревании её с концентрированной серной кислотой отгоняется жидкость, в которой растворяется медь; последнее превращение сопровождается выделением бурого газа. При добавлении к раствору второй соли раствора серной кислоты жёлтая окраска раствора изменяется на оранжевую, а при нейтрализации полученного раствора щёлочью восстанавливается первоначальный цвет. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

2. В двух сосудах находятся растворы неизвестных веществ. При добавлении к раствору первого вещества хлорида бария выпадает осадок белого цвета, нерастворимый в воде и кислотах. Осадок белого цвета выпадает также и при добавлении раствора нитрата серебра к пробе, отобранной из второго сосуда. При нагревании пробы первого раствора с гидроксидом натрия выделяется газ с резким запахом. При взаимодействии второго раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Напишите уравнения описанных реакций.

3. Действием концентрированной серной кислоты на белые кристаллы при нагревании получен газ. При пропускании этого газа через раствор нитрата серебра выпал белый творожистый осадок. Кристаллы окрашивают пламя спиртовки в жёлтый цвет. Какая соль была взята для реакции? Приведите её формулу и название. Запишите уравнения реакций, описанных в тексте.

4. Порошкообразное вещество белого цвета окрашивает пламя горелки в оранжево-красный цвет. При действии соляной кислоты «вскипает» с выделением тяжёлого газа без цвета и запаха. Это вещество способно растворяться в воде при одновременном пропускании избытка углекислого газа. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

5. Некоторое кристаллическое вещество, окрашивающее пламя в жёлтый цвет, хорошо растворяется в воде. При добавлении к этому раствору нитрата серебра выпадает жёлтый осадок, не растворимый в разбавленной азотной кислоте. При действии на исходный раствор бромной воды образуется коричневое окрашивание. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

6. Для определения качественного состава белый, нерастворимый в воде порошок с зеленоватым оттенком подвергли

термическому разложению, в результате которого образовалось два оксида. Один из них — порошок чёрного цвета, при добавлении к которому раствора серной кислоты и последующем нагревании образовался раствор голубого цвета. Про другой известно, что это газ тяжелее воздуха, без цвета и запаха, играющий важную роль в процессе фотосинтеза. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

7. Для проведения исследования бесцветные кристаллы соли, которые при непродолжительном нахождении на воздухе приобрели голубой цвет, нагрели до выделения бурого газа и образования чёрного порошка. При пропускании над нагретым полученным порошком водорода наблюдалось появление красного налёта простого вещества — металла. Известно, что металл, образующий катион, входит в состав многих сплавов, например бронзы. Запишите химическую формулу и название исследованной соли. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования его свойств.

8. Для изучения состава соли был взят раствор, который разделили на две части. К первой части этого раствора добавили хлорид натрия, в результате чего выпал белый осадок. При добавлении ко второй части раствора цинковой стружки образовались серые хлопья металла, катионы которого обладают дезинфицирующим свойством. Известно, что выданная соль

используется для изготовления зеркал и в фотографии, а её анион является составной частью многих минеральных удобрений. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

9. Для изучения состава соли были взяты белые кристаллы хорошо растворимого в воде вещества, которое используется в хлебопечении и кондитерской промышленности в качестве разрыхлителя теста. В результате процесса термического разложения выданной соли образовались три вещества, два из которых при обычных условиях являются газами. При нагревании соли с гидроксидом натрия образуется газ, водный раствор которого используется в медицине под названием нашатырный спирт. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

10. Для установления качественного состава была изучена соль тяжёлого металла, оксид которого используется в производстве хрустального стекла. При термическом разложении соли образуется оксид этого металла и два газообразных вещества: одно из них — газ бурого цвета, а другое — важнейший компонент воздуха. При приливании к раствору выданной соли раствора йодида калия выпадает осадок ярко-жёлтого цвета. Запишите

химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

11. Для определения качественного состава неизвестной соли азотной кислоты исследовали белое кристаллическое вещество. Это вещество при нагревании полностью разлагается без образования сухого остатка. При действии горячего раствора гидроксида натрия выделяется бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

12. В химической лаборатории хранится склянка с кристаллическим веществом белого цвета. При действии на него гидроксида натрия выделяется лёгкий, бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. При действии на него сильной кислоты выделяется бесцветный газ без запаха, вызывающий покраснение раствора лакмуса. При приливании к раствору этого вещества раствора гидроксида кальция выделяется нерастворимый в воде осадок. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

13. Кристаллическое вещество оранжевого цвета при нагревании значительно увеличивается в объёме за счёт выделения бесцветного газа и образует твёрдое вещество тёмно-зелёного

цвета. Выделившийся газ взаимодействует с литием даже при комнатной температуре. Продукт этой реакции гидролизуется водой с образованием газа с резким запахом, способного восстановить медь из её оксида. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

14. Для исследования свойств неизвестного вещества его концентрированный раствор разделили на две части. В пробирку с одной частью раствора поместили медную проволоку. При этом наблюдалось выделение бурого газа и растворение меди. При добавлении к другой части раствора силиката натрия наблюдалось образование бесцветного студенистого осадка. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

15. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали раствор голубого цвета. При добавлении горячего раствора сильной кислоты выделился газ с резким запахом жжёной резины, окрашивающий лакмус в красный цвет. При добавлении раствора аммиака сначала выпал голубой осадок, который затем растворился в избытке аммиака с образованием фиолетового раствора. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

16. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её раствор желтоватого цвета. При добавлении раствора сильной кислоты появился резкий запах уксуса. При добавлении роданида аммония раствор приобрёл кроваво-красную окраску. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

17. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её бесцветный раствор. При добавлении раствора разбавленной серной кислоты выделился газ с запахом тухлых яиц и выпал белый осадок, не растворимый в кислотах. При взаимодействии порции исходного раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

18. Для определения качественного состава было выдано кристаллическое вещество — средняя соль многоосновной кислоты, катион которой не является ионом металла. При взаимодействии данного вещества с гидроксидом натрия выделяется газ с резким раздражающим запахом, а при приливании к раствору выданного вещества раствора нитрата серебра выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

19. Для определения качественного состава студентам было выдано бесцветное кристаллическое вещество — соль. К одной части раствора исследуемой соли прилили раствор нитрата серебра, в результате чего выпал осадок жёлтого цвета. А при добавлении к другой части раствора карбоната натрия выпал белый осадок. Известно, что катион этой соли образован щёлочно-земельным металлом, входящим в состав костной ткани человека. Анион этой соли состоит из атомов химического элемента, образующего простое вещество, спиртовой раствор которого используется в качестве дезинфицирующего средства. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

20. При определении качественного состава неизвестного кристаллического вещества белого цвета было установлено, что его раствор взаимодействует с раствором гидроксида калия с образованием осадка. А при добавлении к раствору исследуемого вещества раствора нитрата бария выпадает осадок белого цвета, не растворимый в кислотах. Известно, что катион металла, входящий в состав данного соединения, входит в состав хлорофилла. Этот металл ранее применялся также в фотографии для получения вспышки. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

*Алексеев В. Н.* Качественный химический полумикроанализ. М.: Химия. 1973. 584 с.

*Глинка Н. Л.* Общая химия: учебник / под ред. В. А. Попкова, А. В. Бабкова. 18-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во «Юрайт»; ИД «Юрайт», 2011. 886 с.

*Гринвуд Н., Эршно А.* Химия элементов (в 2 томах): учебник. Изд-во «Бином. Лаборатория знаний», 2015. 1280 с.

*Карпетьянц М. Х., Дракин С. И.* Общая и неорганическая химия: учебник. 5-е изд. Изд-во Книжный дом «Либроком» 2015. 592 с.

*Крешков А. П.* Основы аналитической химии. Ч. 1. Теоретические основы. Качественный анализ. М.: Химия. 1970. 460 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Лабораторная работа № 1. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА.....	6
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	9
Лабораторная работа № 2. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ $\text{Co}^{2+}$ , $\text{Ni}^{2+}$ И $\text{Cu}^{2+}$ .....	10
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	14
Лабораторная работа № 3. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ $\text{Al}^{3+}$ , $\text{Cr}^{3+}$ , $\text{Zn}^{2+}$ .....	15
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	18
Лабораторная работа № 4. РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ $\text{Ag}^+$ , $\text{Pb}^{2+}$ , $\text{Hg}^{2+}$ МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ.....	19
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ.....	22
Лабораторная работа № 5. ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ.....	23
ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ».....	26
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	34

УРАЛЬСКИЙ  
ОРДЕНА ТРУДОВОГО ЗНАМЕНИ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ  
им. В.В. ВАХРУШЕВ

ОДОБРЕНО

Методической комиссией  
Института

“17” июня 1992 г.

Председатель комиссии

\_\_\_\_\_ проф. В. А. Лукас

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ  
К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ ПО КУРСУ «ХИМИЯ»  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ  
ЧАСТЬ 1**

Методические указания и контрольные задания к лабораторным занятиям по курсу «Химия» для студентов всех специальностей  
Часть 1  
Екатеринбург: Изд. УГИ, 1992  
– 38с.

Методические указания содержат вступительную часть, а далее в каждой лабораторной работе краткое теоретическое введение, описание эксперимента, контрольные вопросы и задания для самостоятельного выполнения.

Методические указания одобрены на заседании кафедры химии  
30 июня 1992 г. Протокол №3.

Составили: Н.Б. Смирнова, доц., канд. хим. наук  
В.М. Сахарова, доц., канд. техн. наук

© Уральский горный институт им. В.В. Вахрушева, 1992

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	4
Общие правила работы в химической лаборатории .....	7
Правила техники безопасности при работе с химическими реактивами .....	7
Оказание первой медицинской помощи .....	8
Оформление лабораторного журнала .....	8
1. Периодичность изменения свойств оксидов и гидроксидов .....	9
1.1. Экспериментальная часть .....	11
1.2. Контрольные вопросы и задания .....	12
2. Химическая кинетика .....	14
2.1. Экспериментальная часть .....	16
2.2. Контрольные вопросы и задания .....	18
3. Химическое равновесие .....	19
3.1. Экспериментальная часть .....	20
3.2. Контрольные вопросы и задания .....	21
4. Ионные равновесия в растворах электролитов .....	23
4.1. Экспериментальная часть .....	25
4.2. Контрольные вопросы и задания .....	26
5. Реакции ионного обмена .....	27
5.1. Экспериментальная часть .....	29
5.2. Контрольные вопросы и задания .....	31
6. Гидролиз солей .....	32
6.1. Экспериментальная часть .....	34
6.2. Контрольные вопросы и задания .....	35
Список литературы .....	37

## ВВЕДЕНИЕ

Горные инженеры, геологи и геофизики сталкиваются с самыми разнообразными явлениями природы, химическими по своей сущности: быстрой выветриваемостью, окисляемостью, различной смачиваемостью горных пород, с особенностями воздушной среды под землей, с обводненностью горных выработок, агрессивностью рудничных вод. Поэтому им требуются более глубокие знания по химии, чем любому другому специалисту. Инженеры горнодобывающей отрасли способны справиться с современными задачами горно-металлургической и горно-химической промышленности только зная весь путь от разведки полезного ископаемого до его переработки. Физико-химическая некомпетентность горных инженеров и геологов является причиной недостатков в развитии горной науки, техники и технологии, бедственного экологического положения горных предприятий.

Роль химии в подготовке инженеров непрерывно возрастает в связи с необходимостью решения задач по снижению уровня потерь полезных компонентов и увеличению комплексности использования руд, рациональному применению вскрышных пород, очистке и использованию шахтных вод и сточных вод обогатительных фабрик, защите от коррозии бурового и горнодобывающего оборудования, заблаговременной дегазации угольных месторождений, применению физико-химических методов упрочнения грунтов, геотехнологическим методам добычи полезных ископаемых.

В горном деле широко применяются химические материалы: химические растворы при бурении и тампонаже скважин, взрывчатые вещества при отбойке угля, руды и породы, химические добавки, препятствующие распылению угля и налипанию льда на конвейерную ленту, материалы для покрытия из пены, предохраняющей от промерзания участка разработки, компоненты для отвердевания закладочных смесей, огнетушащие составы, синтетические смолы для укрепления горных пород, реагенты для флотации и обогащения руд и большой ассортимент таких обычных химикатов как горючие и смазочные материалы, цемент, стекло, керамика, гидро-, термо- и электроизоляционные материалы, лаки, краски, пластмассы, резина.

Еще благодаря усилиям Д.И. Менделеева, химию, как одну из фундаментальных дисциплин, стали преподавать во всех высших школах России. Химия вместе с физикой и математикой составляет основу профессиональной подготовки специалистов высокой квалификации.

Будущие специалисты должны получить такой комплекс знаний по химии, который составит базу для успешного освоения последующих дисциплин и правильного использования материалов, применяемых в технике.

Теоретические разделы химии, такие как строение электронных оболочек атомов, основные виды химических связей, химическая кинетика и равновесие, окислительно-восстановительные потенциалы, водородный показатель, произведение растворимости, свойства комплексных соединений, позволяет правильно ориентироваться в вопросах, связанных непосредственно со свойствами и превращениями минералов и горных пород.

Горные породы и руды состоят из минералов. К минералам относят природные химические соединения. Неорганические минералы подразделяются на минеральные типы, названия которым присваиваются согласно классификации неорганических веществ и их номенклатуре. По химическому составу минералы подразделяют на:

- а) простые вещества (металлы, неметаллы),
- б) карбиды, нитриды, фосфиды, сульфиды, арсениды, селениды, оксиды, гидроксиды, галогениды и др.,
- в) соли кислородержащих кислот (силикаты, фосфаты, арсенаты, ванадаты, бораты, карбонаты, сульфаты, нитраты, вольфраматы, молибдаты, хроматы, иодаты и др.).

Основа химической номенклатуры - русские названия химических элементов, приведенные в периодической системе Д.И. Менделеева, которые не всегда совпадают с латинскими названиями, например, гидрогениум - водород, оксигениум - кислород.

К неметаллам относят:

He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn, F, Cl, Br, J, At, O, S, Se, Te, N, P, As, C, Si, B, H, остальные элементы - металлы.

Названия простых веществ состоят их одного слова - наименования химического элемента с числовой приставкой, например: O<sub>3</sub> - трикислород, P<sub>4</sub> - тетрафосфор, S<sub>8</sub> - октасера.

Используют также числовые приставки:

1 - моно	7 - гепта
2 - ди	8 - окта
3 - три	9 - нона
4 - тетра	10 - дека
5 - пента	11 - ундека
6 - гекса	12 - додека

В химических формулах сложного вещества на первом месте (слева) всегда записывают формульные обозначения электроположительных составляющих, а за ними указывают формульные обозначения электроотрицательных составляющих. Например,  $\text{PCl}_3$ .

Названия сложных веществ составляются по их химическим формулам справа налево. Они складываются из двух слов - названий электроотрицательных составляющих (условных или реальных катионов) в именительном падеже и электроположительных составляющих (условных или реальных катионов) в родительном падеже, например:  $\text{PCl}_3$  - трихлорид фосфора,  $\text{CO}$  - монооксид углерода.

Названия одноэлементных анионов оканчиваются на -ид, а названия многоэлементных анионов - на -ат.

Для построения названий сложных веществ используются корни (иногда усеченные) русских названий элементов, например, бериллий - бериллат, молибден - молибдат, фосфор - фосфид и фосфат. Традиционно применяются корни латинских названий для элементов: серебро, мышьяк, золото, углерод, медь, железо, ртуть, марганец, азот, никель, свинец, сера, сурьма, кремний, олово:

Ag - аргентат	N - нитрид, нитрат
As - арсенат, арсенат	Ni - никелат
Au - аурат	Pb - плюмбат
C - карбид, карбонат	S - сульфид, сульфат
Cu - купрат	Sb - стибид (антимонид), стибат
Fe - феррат	Si - силицид, силикат
Hg - меркурат	Sn - станнат
Mn - манганат	

В названиях сложных веществ употребляются как числовые приставки, так и степени окисления катиона (обычно металлического) при точно известном заряде аниона, например,  $\text{P}_4\text{O}_{10}$  - декаоксид тетрафосфора,  $\text{V}_2\text{O}_5$  - оксид ванадия (V),  $\text{Bi}(\text{OH})_3$  - гидроксид висмута (III).

Названия кислот и кислотных остатков приводятся в учебном пособии [1]. Названия кислотных остатков используют при построении названий солей. Соли - продукты реакций нейтрализации. Соли, содержащие кислотные остатки с незамещенными атомами водорода, - к и с л ы е соли. Соли, содержащие гидроксид-ионы, называют о с н о в н ы м и солями.

$\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2$  - дигидрофосфат кальция

$\text{KHSO}_4$  - гидросульфат калия

$\text{FeOH}(\text{NO}_3)_2$  - гидроксонитрат железа (III)  
 $(\text{CaOH})_2\text{SO}_4$  - гидроксосульфат кобальта (II)  
 $\text{Cu}_2\text{CO}_3(\text{OH})_2$  - дигидроксид-карбонат димеди

Если соли содержат два разных катиона, то их называют  
д в о й н ы м и.

$\text{KAl}(\text{SO}_4)_2$  - сульфат алюминия-калия  
 $\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$  - карбонат магния-кальция

## ОБЩИЕ ПРАВИЛА РАБОТЫ В ХИМИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Прежде чем приступить к работе по данной теме, следует изучить ее по описанию, уяснить цель задания и план его выполнения.

Не загромождайте рабочее место портфелями, свертками, сумками, перчатками и т.п. Для них отведены специальные этажерки. На рабочем столе должны находиться только необходимые приборы и лабораторный журнал.

Работайте тщательно, аккуратно, без лишней торопливости, соблюдайте в лаборатории тишину.

Внимательно наблюдайте за ходом опыта, отмечая и записывая каждую его особенность.

Категорически запрещается в лаборатории принимать пищу, пробовать химические вещества на вкус.

Без указания преподавателя не проводите никаких дополнительных опытов.

После окончания работы вымойте использованную посуду, выключите воду, электрические приборы и приведите в порядок рабочее место.

## ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ РАБОТЕ С ХИМИЧЕСКИМИ РЕАКТИВАМИ

Для выполнения работ в лаборатории имеется определенный набор химических реактивов, часть которых размещается на лабораторных столах (водные растворы солей), а остальные - концентрированные и разбавленные кислоты и щелочи, сухие соли, дурно пахнущие вещества - в вытяжных шкафах.

При использовании реактивов следует соблюдать следующие правила:

1. Не разрешается уносить реактивы из вытяжного шкафа на рабочее

место.

2. Сухие реактивы набирают чистым шпателем или ложечкой.
3. Для проведения опыта в пробирке брать сухое вещество в количестве, закрывающем дно пробирки, а раствора - не более  $1/6$  ее объема.
4. Избыток реактива нельзя высыпать (выливать) обратно в те склянки, из которых они были взяты.
5. Не следует путать пробирки от разных склянок. Крышки и пробирки кладут на стол поверхностью, не соприкасающейся с реактивом.
6. При нагревании растворов в пробирке держать ее таким образом, чтобы отверстие пробирки было направлено в сторону от работающего и его соседей по рабочему месту.
7. При разбавлении концентрированных кислот вливать кислоту в воду, а не наоборот.
8. Остатки растворов, содержащих кусочки металлов, собирают в специальные склянки, находящиеся в вытяжных шкафах.

## ОКАЗАНИЕ ПЕРВОЙ МЕДИЦИНСКОЙ ПОМОЩИ

При порезах стеклом удаляют осколки из раны, смазывают края раны раствором йода и перевязывают бинтом.

При ожоге горячей жидкостью или горячим предметом обожженное место обрабатывают раствором перманганата калия, накладывают мазь от ожога.

При ожогах кислотами сразу промывают обожженное место большим количеством воды, а затем 3%-ным раствором гидрокарбоната натрия.

При ожогах едкими щелочами хорошо и обильно промыть обожженное место проточной водой, затем разбавленным раствором уксусной кислоты и опять водой.

При попадании кислоты или щелочи в глаза немедленно промыть глаза в течение трех минут большим количеством воды, а затем раствором гидрокарбоната натрия или борной кислоты.

## ОФОРМЛЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОГО ЖУРНАЛА

Каждый студент должен иметь лабораторный журнал - отдельную тетрадь для записей.

В лабораторном журнале студент выполняет отчеты по лаборатор-

ным работам, домашние задания, решает задачи, отвечает на контрольные вопросы.

Все наблюдения и выводы по экспериментальной работе студент заносит в лабораторный журнал непосредственно после выполнения опыта.

Отчеты по выполненным лабораторным работам должны содержать:

- 1) название лабораторной работы,
- 2) названия всех проделанных опытов,
- 3) после названия опыта записывается уравнение проделанной реакции, в котором указываются осадки ( $\downarrow$ ) и их окраска, газы ( $\uparrow$ ), изменения окраски растворов,
- 4) задания, указанные в методическом руководстве,
- 5) выводы по каждому опыту и общий вывод по работе.

## 1. ПЕРИОДИЧНОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ СВОЙСТВ ОКСИДОВ И ГИДРОКСИДОВ

Цель работы - изучение изменения кислотно-основных свойств гидроксидов в периодах и группах периодической системы Д.И. Менделеева.

Периодическая система Д.И. Менделеева - естественная система химических элементов, созданная на основе периодического закона.

Положение элемента в периодической системе определяет физико-химические свойства соответствующих им простых веществ и химических соединений.

Периодичность свойств химических соединений удобно проследить на примере оксидов и гидроксидов. Оксиды и гидроксиды относятся к основным пороодообразующим минералам, они широко распространены и составляют 17% от массы земной коры.

В табл.1.1. приведены наиболее часто встречающиеся реакции взаимодействия оксидов и гидроксидов с водой.

Кислотно-основные свойства соединений можно объяснить на основе электростатических представлений. Ослабление основных и усиление кислотных свойств гидроксидов связано с изменением поляризующего действия элемента, образующего гидроксид, на группу  $\text{OH}^-$ . Поляризующее действие катиона сильно зависит от его строения и может быть охарактеризовано следующими закономерностями:

- 1) Поляризующее действие иона очень быстро возрастает с увеличением его заряда;

Таблица 1.1

## Кислотно-основные реакции оксидов и гидроксидов

Тип оксида (гидроксида)	Типичная реакция
Сильно - кислый	$\text{SO}_3(\text{r}) + \text{H}_2\text{O} = \text{SO}_4^{2-}(\text{p}) + 2\text{H}^+(\text{p})$
Слабо - кислый	$\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{HCO}_3^-(\text{p}) + \text{H}^+(\text{p})$
Амфотерный	$\text{Zn}(\text{OH})_2(\text{к}) \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\text{H}^+(\text{p})} \text{Zn}^{2+} \text{ (окт.) } + \text{H}_2\text{O} \\ \xrightarrow{\text{OH}^- \text{ (окт.)}} [\text{Zn}(\text{OH})_4]^{2-} \text{ (окт.)} \end{cases}$
Слабо - основной	$\text{Fe}(\text{OH})_2(\text{к}) \rightleftharpoons \text{FeOH}^+(\text{p}) + \text{OH}^-(\text{p})$
Сильно - основной	$\text{Li}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O} = 2\text{Li}^+(\text{p}) + 2\text{OH}^-(\text{p})$

2) большое значение имеет строение внешней электронной оболочки, по этому признаку катионы разделяются на ионы с незаконченным внешним слоем, переходным от 8-электронного и 18-электронному ( $\text{Mg}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{3+}$ ) и ионы с 18-электронным внешним слоем ( $\text{Zn}^{2+}$ ,  $\text{Ag}^+$ );

3) при сходном строении внешней электронной оболочки и равном заряде поляризующее действие иона возрастает по мере уменьшения его радиуса.

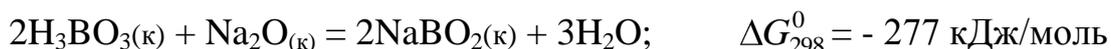
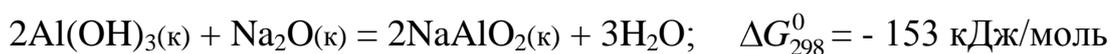
Итак, ослабление основных и усиление кислотных свойств гидроокисей связано с увеличением поляризующего действия катиона, т.е. с убыванием его радиуса и возрастанием положительной степени окисления, а также с увеличением числа внешних электронов. Например, если катион имеет малый заряд сравнительно большой радиус, его электростатическое притяжение к группе  $\text{OH}^-$  невелико и  $\text{OH}^-$  выступает в гидроксиде как единое целое. Поэтому типичными основаниями являются гидроксиды элементов, находящихся в главных подгруппах I и II групп периодической системы ( $\text{KOH}$ ,  $\text{NaOH}$ ), а также  $\text{NH}_4\text{OH}$ .

По мере увеличения поляризующего действия катиона возрастает ковалентность связей элемент-кислород и усиливается ионный характер связей  $\text{O} - \text{H}$ . Основные свойства гидроксидов ослабляются и появляются кислотные свойства. Из элементов II группы бериллий и цинк дают амфо-

дают атмосферные гидроксиды, в (III) группе амфотерны гидроксиды алюминия, галлия, индия. Амфотерность характерна для большинства элементов четвертой группы периодической системы.

Когда катион имеет большой положительный заряд и малый радиус (что типично для неметаллов), усиление его поляризующего действия приводит к тому, что водород становится подвижным и преобладает диссоциация по кислотному типу. Среди элементов третьей группы гидроксид бора - типичная кислота. В четвертой группе кислотами являются гидроксиды углерода и кремния, однако, эти кислоты еще очень слабые. Гидроксиды многих элементов с максимальной степенью окисления пятой, шестой, седьмой групп - сильные кислоты.

Способность веществ к взаимодействию определяется изменением изобарно-изотермического потенциала ( $\Delta G$ ) химической реакции. Чем меньше алгебраическая величина энергии Гиббса химического процесса, тем больше вероятность ее протекания в данном направлении.



Увеличение отрицательного значения  $\Delta G_{298}^0$  свидетельствует об усилении кислотных свойств гидроксида бора  $\text{H}_3\text{BO}_3$ .

## 1.1. Экспериментальная часть

### ОПЫТ 1. Гидроксиды магния и кальция

Поместите в пробирку небольшое количество оксида магния или кальция и прибавьте 5 мл воды. Взболтайте содержимое пробирки и испытайте реакцию среды 1-2 каплями фенолфталеина. Составьте уравнение реакции взаимодействия оксида с водой. Сделайте вывод о характере гидроксида.

### ОПЫТ 2. Получение и свойства гидроксида алюминия

В пробирку налейте 2 мл раствора соли алюминия и прибавьте примерно такой же объем раствора гидроксида аммония. Содержимое пробирки распределите в две пробирки. В одну из пробирок при взбалтывании прилейте по каплям разбавленный раствор серной кислоты до полного рас-

творения осадка. Во вторую пробирку прилейте разбавленный раствор гидроксида натрия также до полного растворения осадка. Составить уравнение реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида алюминия.

#### ОПЫТ 3. Двуокись углерода

Налейте в пробирку несколько мл воды и прибавьте 1-2 капли индикатора. Пропустите из аппарата Киппа в воду двуокись углерода до изменения окраски индикатора. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

#### ОПЫТ 4. Гидроксид кремния

В пробирку поместите раствор силиката натрия и пропустите через него углекислый газ из аппарата Киппа, при этом наблюдайте образование осадка гидроксида кремния. Напишите уравнение реакции. Сделайте вывод о кислотно-основном характере гидроксида кремния.

#### ОПЫТ 5. Оксид фосфора (V)

В пробирку поместите немного фосфорного ангидрида и добавьте несколько мл воды. Наблюдайте растворение, встряхивая пробирку. Испытайте реакцию среды индикаторами. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

#### ОПЫТ 6. Гидроксиды олова (II) и свинца (II)

а) Налейте в пробирку 2 мл раствора хлорида олова. Добавьте по каплям разбавленный раствор щелочи до образования осадка. Содержимое пробирки разделите на две части. Подействовать на одну концентрированным раствором щелочи, а на другую - соляной кислотой. Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида олова.

б) Такой же опыт проделать с раствором соли азотнокислого свинца. На полученный гидроксид свинца подействовать азотной кислотой и щелочью. Почему для растворения гидроксида свинца нельзя воспользоваться соляной или серной кислотами? Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида свинца.

### 1.2. Контрольные вопросы и задания

1. Сравнив результаты опытов, сделайте вывод, как изменяется характер гидроксидов элементов: Mg, Al, Si, P в третьем периоде слева

направо. Чем объясняется это изменение характера гидроксидов? Как оно связано с изменением металлических свойств элементов?

2. По результатам опытов сделайте вывод об изменении кислотно-основных свойств гидроксидов элементов: С, Si, Sn, Pb в главных подгруппах сверху вниз. Как увязать такое изменение характера гидроксидов с возрастанием порядкового номера элемента и изменением металлических свойств элементов?

3. Запишите кислородные соединения марганца со степенями окисления II, IV, VI, VII и покажите, как с увеличением степени окисления изменяется характер оксидов и соответствующих им гидроксидов.

4. Укажите, какая из сравниваемых двух кислот  $\text{H}_2\text{SO}_3$  или  $\text{H}_2\text{SO}_4$  является более сильной и как объяснить такое явление.

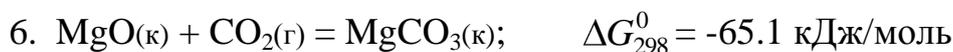
5. Какой из галогенов имеет наибольшее сродство к натрию, если энергия Гиббса для галогенидов натрия имеет следующую величину (кДж/моль):

$$\Delta G_{298}^0 \text{NaJ} = -237.2,$$

$$\Delta G_{298}^0 \text{NaBr} = -347.7,$$

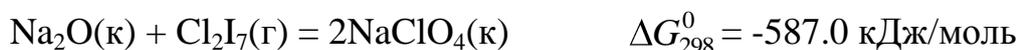
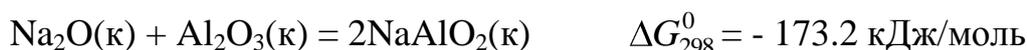
$$\Delta G_{298}^0 \text{NaCl} = -384.0,$$

$$\Delta G_{298}^0 \text{NaF} = -541.0.$$



Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значением  $\Delta G_{298}^0$  образования рассматриваемых карбонатов из оксидов?

7. Как изменяется сила кислот в ряду  $\text{H}_2\text{SO}_4 - \text{H}_2\text{SeO}_4 - \text{H}_2\text{TeO}_4$  ?



Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значениями  $\Delta G_{298}^0$  образования рассматриваемых солей из оксидов?

9. Укажите, какое из рассматриваемых двух соединений является более сильным основанием: а) гидроксид натрия или гидроксид цезия; б) гидроксид бария или гидроксид кальция? Объясните это изменение характера гидроксидов, исходя из расположения элементов в таблице Д.И. Менделеева.

## 2. ХИМИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА

Ц е л ь р а б о т ы - изучение скорости химической реакции и ее зависимости от концентрации и температуры.

Раздел химии, изучающей скорость химических реакций, называется химической кинетикой.

Скорость химической реакции - это изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени. Зависимость скорости химической реакции выражается законом действующих масс: при постоянной температуре скорость химической реакции прямо пропорциональна произведению концентраций реагирующих веществ, взятых в степенях, равных стехиометрическим коэффициентам в уравнении реакции.

Для реакции  $aA + bB = cC + dD$  скорость выразится уравнением:

$$v = k \cdot [A]^a \cdot [B]^b \quad (\text{для гомогенной системы}),$$

где  $v$  - скорость реакции;

$[A]$ ,  $[B]$  - молярные концентрации реагирующих веществ;

$k$  - константа скорости реакции

(при  $[A] = [B] = 1$  моль/л,  $k$  численно равна  $v$ ).

Для реакции  $2NO_{(г)} + O_{2(г)} = 2NO_{2(г)}$  выражение скорости имеет следующий вид:

$$v = k \cdot [NO]^2 \cdot [O_2].$$

Гомогенная система состоит из одной фазы - между реагентами нет поверхности раздела. Гетерогенная система состоит из двух и более фаз. Реакция в гетерогенной системе осуществляется на поверхности раздела фаз. Скорость гетерогенной реакции не зависит от площади поверхности раздела фаз, так же как скорость гомогенной реакции не зависит от объема системы.

Концентрация твердого вещества принимается за единицу.

Зависимость скорости химической реакции от температуры описывается экспериментально найденным уравнением Вант-Гоффа:

$$v_{t_2} = v_{t_1} \cdot \gamma^{\frac{t_2 - t_1}{10}},$$

где  $v_{t_1}$ ,  $v_{t_2}$  - скорость реакции при температурах соответственно  $t_1$  и  $t_2$ ;

$\gamma$  - температурный коэффициент скорости реакции,  
равный обычно 2-4.

Эта зависимость может быть выражена в виде следующего правила: при увеличении температуры на каждые  $10^\circ$  скорость химической реакции увеличивается в 2-4 раза.

Зависимость скорости реакции от температуры более точно может быть выражена уравнением Аррениуса:

$$k = c \cdot e^{-\frac{E_{\text{акт}}}{RT}},$$

где  $k$  - константа скорости реакции;

$c$  - постоянная;

$E_{\text{акт}}$  - энергия активации;

$R$  - универсальная газовая постоянная (8.31 Дж/моль · К);

$T$  - абсолютная температура.

Из уравнения Аррениуса следует, что скорость реакции с повышением температуры увеличивается по закону экспоненты, однако интенсивность теплоотвода в конкретных условиях реакции может возрастать только линейно. В этом случае возможен скачкообразный переход от стационарного режима к нестационарному, быстрое ускорение - самовоспламенение, или цепной взрыв. По такому механизму происходят взрывы метана и угольной пыли в шахтах. Например, при повышении концентрации метана на несколько процентов достигается нижний предел взрываемости метана в воздухе, в тысячи раз ускоряется реакция окисления метана кислородом воздуха  $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 = \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + Q$ . Концентрационные пределы взрываемости метана в воздухе от 5 до 15% по объему.

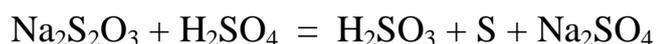
Одним из направлений в решении проблемы предупреждения взры-

вов метана и угольной пыли в шахтах, опасных по газу и пыли, является применение способов взрывозащиты, основанных на использовании распыленной воды или специальных химических соединений, которые играют роль отрицательных катализаторов (ингибиторов), теплопоглотителей в реакциях окисления углеводородов. Такие вещества носят общее название флегматизаторов горения. Этим свойством обладают гидрокарбонаты натрия и калия, гидрофосфаты аммония, бура и др.

## 2.1. Экспериментальная часть.

### ОПЫТ 1. Зависимость скорости химической реакции от концентрации реагирующих веществ.

Соли тиосерной кислоты устойчивы в твердом состоянии и в растворе. Тиосерная кислота неустойчива и при получении распадается самопроизвольно по реакции



с образованием сернистой кислоты и свободной серы.

Постановка опыта основывается на следующем: в результате реакции между серной кислотой и тиосульфатом натрия образуется сера, выделяющаяся в виде белой мути. Время от начала реакции до момента появления мути зависит от скорости этой реакции.

В три пробирки налить по 6 мл раствора серной кислоты.

В первую пробирку влить 6 мл раствора  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ , быстро перемешать ее содержимое и одновременно включить секундомер. Отсчитать время ( $\tau$ ) до начала появления белой мути - коллоидной серы.

Во вторую пробирку влить смесь 4 мл раствора тиосульфата натрия и 2 мл воды. Наблюдать, через сколько секунд растворы сделаются мутными.

Результаты наблюдений записать по следующей форме, выразив значения скоростей реакций в условных единицах (десятичных дробях!) в виде  $v = 1/\tau$ , где  $\tau$  - время в секундах.

Относительная концентрация раствора тиосульфата натрия записана в условных единицах  $C_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3} = v_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3} / V_{\text{раствора}}$ , где  $V_{\text{раствора}}$  - общий объем раствора 12 мл. Тогда для первого случая  $C_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3}$  50%, для второго - 33% и третьего - 17%, что соответствует значениям 3а, 2в, а.

№ опы-та	Объем в мл			Относит. концентр. $C_{\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3}$	Время до появления мути, $\tau$	$v = \frac{1}{\tau}$
	раствора $\text{H}_2\text{SO}_4$	раствора $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$	$\text{H}_2\text{O}$			
1	6	6	0	3а		
2	6	4	2	2а		
3	6	2	4	а		

Результаты измерений необходимо представить в виде графика. На ось абсцисс наносят значения относительных концентраций в виде трех точек, отстоящих от начала координат на а, 2а, 3а, где а - произвольно выбранный отрезок. Из каждой точки восстанавливается перпендикуляр, длина которого соответствует значениям скоростей реакции в условных единицах. Далее следует обдумать, каким образом, пользуясь верхними концами этих перпендикуляров, провести линию, характеризующую зависимость скорости реакции от концентрации. Подсказкой будет служить математическое выражение для скорости изучаемой реакции, которое нужно записать согласно закону действия масс.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от концентрации реагирующих веществ.

## ОПЫТ 2. Зависимость скорости реакции от температуры опыта

Налить в одну пробирку 5 мл раствора  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ , а другую - 5 мл раствора  $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Обе пробирки поместить в стакан с водопроводной водой. Спустя 5-7 минут измерить температуру воды и слить вместе содержимое обеих пробирок. Измерить время появления помутнения.

В две другие пробирки налить по 5 мл тех же растворов. Поместить пробирки в стакан с водой, нагретой на  $10^\circ$  выше, чем в предыдущем опыте. Через 5-7 минут слить содержимое пробирок. Измерить время до появления мути.

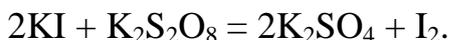
Повторить опыт, повысив температуру еще на  $10^\circ$ .

Результаты наблюдений выразить в виде графика, откладывая по оси абсцисс температуру опыта, по оси ординат - относительную скорость реакции.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от температуры.

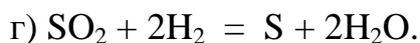
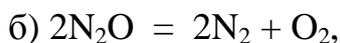
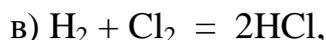
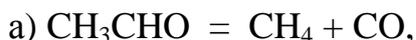
## 2.2. Контрольные вопросы и задания.

1. Реакция в водном растворе выражается уравнением:



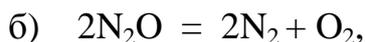
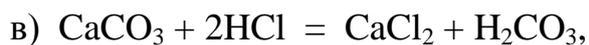
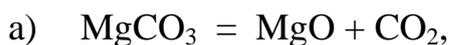
Как изменится скорость этой реакции при разбавлении реагирующей смеси в 2 раза?

2. Записать математические выражения для скорости следующих газовых реакций



Предсказать изменение скорости этих реакций при увеличении концентрации каждого из реагирующих веществ в 2 раза.

3. Записать выражения для скорости реакций



Как изменится скорость вышеуказанных реакций, если:

а) увеличить концентрацию исходных веществ в 2 раза;

б) увеличить давление в 2 раза.

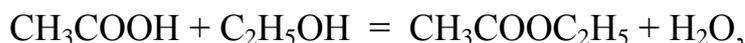
4. Срок хранения флотационного реагента, поступившего на обогательную фабрику, согласно техническим условиям составляет при температуре  $20^\circ\text{C}$  2 месяца. Воспользовавшись правилом Вант-Гоффа, рассчитать срок годности этого флотореагента, если на складе фабрики поддерживается  $0^\circ\text{C}$ , а температурный коэффициент скорости разложения равен 2.

5. Во сколько раз изменится скорость реакции



если концентрация оксида азота уменьшится в 2 раза, а концентрация кислорода увеличивается в 2 раза?

6. Реакция протекает по уравнению



концентрацию  $\text{CH}_3\text{COOH}$  увеличили от 0.3 до 0.45 моль/л, а концентрацию  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$  увеличили от 0.4 до 0.8 моль/л. Во сколько раз возросла скорость прямой реакции?

7. Кальцинированная сода (безводная  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ) используется в виде раствора в качестве регулятора щелочности флотационного процесса. При температуре  $55^\circ\text{C}$  сода растворяется в 6 раз быстрее, чем при  $15^\circ$ . Рассчитать температурный коэффициент скорости растворения соды.

8. Для приготовления раствора силиката натрия требуемой плотности, используемого в качестве подавителя пустой породы, твердые прозрачные куски силикат-глыбы  $\text{Na}_2\text{SiO}_3$  загружают в воду: нагревают до  $95^\circ$  и ведут перемешивание в течение четырех часов. Какой срок потребуется для получения раствора необходимой концентрации, если поддерживать температуру  $90^\circ$  ( $\gamma = 2$ )?

### 3. ХИМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

**Ц е л ь р а б о т ы** - Изучение влияния концентрации на сдвиг химического равновесия.

Многие реакции идут не до исчезновения исходных веществ, а до состояния, не изменяющегося во времени, когда в реакционной смеси можно обнаружить как исходные вещества, так и продукты реакции. Такое состояние системы называется химическим равновесием.

С термодинамической точки зрения состояние равновесия характеризуется тем, что система достигает минимального значения энергии Гиббса (при заданных температуре, давлении и общем составе).

С кинетической точки зрения при равновесии скорости процессов образования продуктов реакции из исходных веществ и исходных веществ из продуктов выравниваются. Скорость достижения равновесия в зависимости от природы процесса, условий, а также наличия подходящих катализаторов может варьировать от малых долей секунды до веков и тысячелетий.

Если равновесие достигнуто, то для реакции



называемая константой равновесия, принимает определенное значение. Константа равновесия зависит от температуры, но не зависит от конкретных количеств реагентов и порядка их взаимодействия.

Изменение равновесных концентраций при внешнем воздействии называется **с м е щ е н и е м х и м и ч е с к о г о р а в н о в е с и я**.

Основным законом, управляющим смещением равновесия, служит принцип Ле-Шателье: «Если на систему, находящуюся в равновесии, оказывается внешнее воздействие, то равновесие смещается в сторону, указываемую воздействием, до тех пор, пока нарастающее в системе противодействие не станет равно оказанному воздействию».

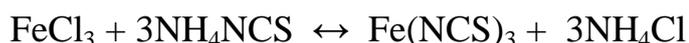
Внешним воздействием, смещающим равновесие, может быть изменение температуры, давления, концентрации одного или нескольких веществ, участвующих в реакции. «Смещение равновесия в сторону, указанную воздействием» означает, что при повышении давления преимущество получает процесс, ведущий к уменьшению объема, т.е. к тому же результату, что и само воздействие. Нагревание ведет к увеличению роли эндотермического процесса, т.е. процесса, увеличивающего запас энергии в системе (эндотермические реакции идут с поглощением тепла, а экзотермические - с его выделением).

Увеличение концентрации одного из веществ приводит к смещению равновесия в сторону расходования этого вещества.

### 3.1. Экспериментальная часть

#### ОПЫТ 1. Влияние концентрации веществ на смещение химического равновесия.

Реакция между хлоридом железа и тиоцианатом аммония протекает по уравнению:



Красная окраска образовавшегося раствора обусловлена содержанием в нем тиоцианата (роданида) железа. По изменению интенсивности этой окраски можно судить о направлении смещения равновесия при изменении концентрации какого-либо реагирующего вещества.

В одной пробирке приготовить смесь (по 4 мл) разбавленных растворов  $\text{FeCl}_3$  и  $\text{NH}_4\text{NCS}$ . Полученный окрашенный раствор разлить поровну в 4 пробирки.

В первую пробирку добавить 2 капли насыщенного раствора  $\text{FeCl}_3$ . Во вторую пробирку добавить несколько кристалликов  $\text{NH}_4\text{NCS}$  (или  $\text{KNCS}$ ). В третью пробирку всыпать немного твердой соли  $\text{NH}_4\text{Cl}$  (или  $\text{KCl}$ ). Четвертую пробирку оставить для сравнения.

Записать уравнение химической реакции и выражение для константы

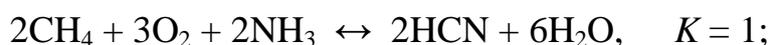
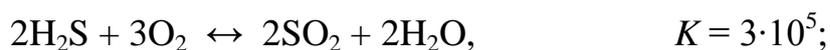
равновесия. Сделать выводы о влиянии концентрации веществ на смещение химического равновесия с использованием принципа Ле-Шателье.

### Форма записи

Что добавлено	Изменение интенсивности окраски	Смещение равновесия
1. FeCl <sub>3</sub>	более интенсивная	вправо
2. NH <sub>4</sub> NCS	.....	.....
3. NH <sub>4</sub> Cl	.....	.....

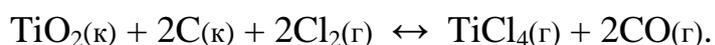
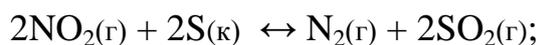
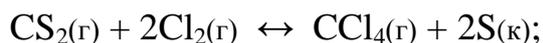
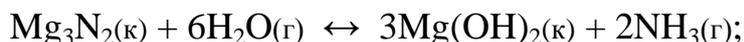
### 3.2. Контрольные вопросы и задания

1. К гомогенных химических системах при постоянных давлении и температуре установилось состояние равновесия:



По данным значениям констант равновесия укажите, реагенты или продукты будут преобладать в равновесной смеси веществ. На основании закона действующих масс составьте выражения для констант равновесия.

2. В гетерогенных химических системах установилось состояние равновесия:



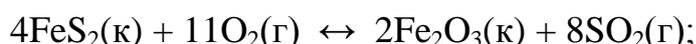
На основании закона действующих масс составьте выражения для

констант равновесия.

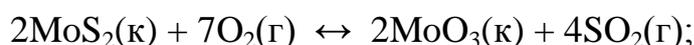
3. За последние 100 лет количество углекислого газа, поступающее за счет сжигания ископаемого топлива, возросло в 50 раз, а парциальное давление  $\text{CO}_2$  в атмосфере за это же время увеличилось в 1.2 раза. Объясните это соотношение, допустив, что  $\text{CO}_2$  поглощается океаном:



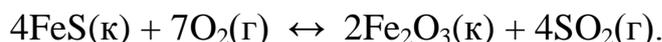
4. Рассчитать равновесный выход диоксида серы в реакциях окислительного обжига сульфидных минералов - пирита, молебденита, пирротина, если в состоянии равновесия количество  $\text{SO}_2$  равно 0.4 моль, а начальный объем  $\text{O}_2$  составлял 33.6 л (н.у.):



пирит



молибденит



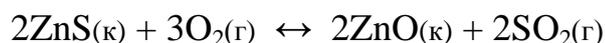
пирротин

5. Равновесный процесс, протекающий в подземных пещерах при образовании сталактитов и сталагмитов, можно описать уравнением



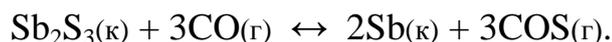
Напишите выражение для константы равновесия этого процесса. Укажите, в какую сторону сдвигается равновесие а) при улетучивании  $\text{CO}_2$ , б) испарении воды, в) увлажнении атмосферы в пещерах.

6. Состояние равновесия реакции окисления сфалерита



установилось при равновесной концентрации диоксида серы, равной 0.25 моль/л. Рассчитать исходную концентрацию кислорода.

7. В герметически закрытом сосуде объемом 0.25 л проводят реакцию восстановления антимонита



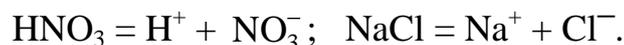
Равновесная концентрация каждого газообразного вещества равна 0.3 моль/л. Для смещения равновесия добавляют 0.1 моль  $\text{CO}$ . Определить новые равновесные концентрации  $\text{CO}$  и  $\text{COS}$ .

8. Определить, влево или вправо сместится положение равновесия



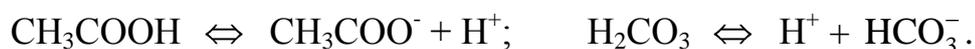
$C_0$  - исходная концентрация раствора, моль/л.

По величине степени диссоциации все электролиты делятся на сильные и слабые. К сильным относятся те электролиты,  $\alpha$  - степень диссоциации которых равна единице, т.е.  $C = C_0$ . Распад на ионы сильных электролитов протекает необратимо. В растворе сильного электролита не может быть недиссоциированных молекул.



К сильным электролитам относятся практически все соли, гидроксиды щелочных и щелочно-земельных металлов и некоторые кислоты (например,  $\text{HCl}$ ,  $\text{HNO}_3$ ,  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{HBr}$ ,  $\text{HI}$ ,  $\text{HClO}_4$ )

Степень диссоциации слабых электролитов меньше единицы ( $C < C_0$ ). Их ионизация протекает обратимо:



Константу равновесия электролитической диссоциации слабого электролита называют константой диссоциации. Например, при 298 К

$$K_{\text{CH}_3\text{COOH}} = \frac{C_{\text{CH}_3\text{COO}^-} \cdot C_{\text{H}^+}}{C_{\text{CH}_3\text{COOH}}} = 1.8 \cdot 10^{-5}.$$

$$K_{\text{H}_2\text{CO}_3} = \frac{C_{\text{H}^+} \cdot C_{\text{HCO}_3^-}}{C_{\text{H}_2\text{CO}_3}} = 4.4 \cdot 10^{-7}.$$

Из величин констант видно, что угольная кислота по первой ступени электролит более слабый, чем уксусная кислота.

Степень и константа ионизации слабого электролита связаны зависимостью (закон Оствальда):

$$K = \frac{\alpha^2 \cdot C_0}{1 - \alpha}.$$

Если степень ионизации электролита значительно меньше единицы, то уравнение можно записать  $K = \alpha^2 \cdot C_0$ , откуда следует, что  $\alpha$  возрастает с разведением раствора.

В чистой воде кроме молекул  $\text{H}_2\text{O}$  содержатся протоны и гидроксид-ионы, при этом

$$[\text{H}^+] = [\text{OH}^-] = 1 \cdot 10^{-7} \text{ моль/л (25}^\circ \text{C)}.$$

Содержание протонов и гидроксид-ионов выражают также через водород-

ный показатель  $pH = 1g [H^+]$ . При  $pH = 7$  среду водного раствора называют нейтральной, при  $pH < 7$  - кислотной и при  $pH > 7$  - щелочной.

Каковы пределы значений  $pH$  в природе? Рудничные воды выветривающихся колчеданных месторождений, содержащие свободную серную кислоту, имеют  $pH$  около 2, а воды окисляющихся месторождений самородной серы в песчаниках - еще ниже. Воды кратерных озер имеют  $pH$  1-3, торфяных болот около 4, буроугольных месторождений около 5,  $pH$  дождевой воды примерно 5.5. Обычные грунтовые воды имеют  $pH$  6.5 - 8.5, морская вода (в зависимости от времени года, ее температуры, количества растворенной в ней углекислоты, органических кислот, привнесенных реками) колеблется от 8.2 до 8.5. В содовых озерах  $pH$  достигает 9-10.

#### 4.1. Экспериментальная часть

##### ОПЫТ 1. Сравнение относительной силы кислот

В одну пробирку наливают 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты, в другую - столько же раствора соляной кислоты той же концентрации. В обе пробирки добавляют небольшое количество мелко измельченного известняка. Взбалтывая пробирки с содержимым, наблюдать, одинаково ли быстро растворяется  $CaCO_3$  во взятых кислотах.



Интенсивность выделения  $CO_2$  при этой реакции служит относительным индикатором концентрации водородных ионов. Рассчитайте, во сколько раз концентрация протонов в растворе  $HCl$  больше, чем в растворе  $CH_3COOH$ , если  $K_{CH_3COOH} = 1.8 \cdot 10^{-5}$ .

Напишите уравнения диссоциации обеих кислот.

##### ОПЫТ 2. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабой кислоты.

К 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты в двух пробирках прибавьте 2 капли метилоранжа. Отметьте окраску индикатора. Добавьте при перемешивании в одну пробирку несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Как изменился  $pH$  раствора? Объясните изменение  $pH$ , применяя правило Ле Шателье и используя выражение константы диссоциации  $CH_3COOH$

### ОПЫТ 3. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабого основания.

В две пробирки наливают по 1-2 мл 2М раствора гидроксида аммония и по 2 капли фенолфталеина. В одну из пробирок добавляют при перемешивании несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Объясните причину наблюдаемого изменения окраски на основании уравнения диссоциации  $\text{NH}_4\text{OH}$ , принципа Ле Шателье и константы диссоциации  $\text{NH}_4\text{OH}$ .

### ОПЫТ 4. Определение характера диссоциации гидроксидов

В три пробирки наливают по 2-3 мл растворов: в 1-ю - силиката натрия, во 2-ю - сульфата никеля, в 3-ю - сульфата цинка. До начала выпадения осадков гидроксидов добавляют по каплям в 1-ю - раствор серной кислоты, а во 2-ю - раствор гидроксида натрия.

Содержимое каждой пробирки взбалтывают и разливают каждый осадок гидроксидов на две пробирки. В одну пробирку добавляют разбавленной кислоты, а в другую концентрированной щелочи. На основании наблюдений за растворением осадков кремниевой кислоты, гидроксида никеля и гидроксида цинка в кислоте и щелочи сделайте вывод о кислотно-основном характере электролитической диссоциации этих гидроксидов.

Напишите уравнения диссоциации гидроксидов.

## 4.2. Контрольные вопросы и задания

1. Присутствие каких ионов можно ожидать в водном растворе сернистой кислоты  $\text{H}_2\text{SO}_3$ ? Запишите выражения для констант диссоциаций этой кислоты.
2. Почему константа электролитической диссоциации служит более удобной характеристикой, чем степень диссоциации?
3. Объясните, почему соли являются сильными электролитами. На примере  $\text{NaHCO}_3$  укажите характер химических связей, по которым электролитическая диссоциация протекает в водном растворе: а) практически полностью; б) частично; в) отсутствует.
4. Укажите, корректно ли сопоставлять такие свойства, как растворимость вещества и способность его к электролитической диссоциации.
5. В практике флотации используются процессы с низкими и высо-

кими значениями pH флотационной пульпы. Можно ли приготовить растворы с pH 0, -1, -2, 14, 15, 16?

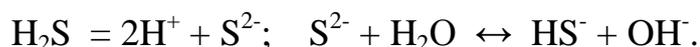
6. Вычислите концентрацию ионов водорода в 1М (9.45 %-ном) растворе серной кислоты, pH которого - 0.005. Объясните полученный результат.

7. В Первоуральске выпал кислотный дождь, водородный показатель которого равен 2.5. Во сколько раз превышена концентрация иона водорода, если обычная дождевая вода имеет pH = 5.5?

8. Шахтные воды Кизеловского бассейна содержат 0.01 г/л ионов водорода. Рассчитайте водородный показатель этих вод, концентрацию  $\text{OH}^-$  ионов. Укажите, кислотный или щелочной характер имеют эти воды.

9. Во сколько раз уменьшится концентрация ионов водорода, если к 1 литру раствора уксусной кислоты с концентрацией 0.005 моль/л прибавить 0.05 моль ацетата натрия, считая, что концентрация недиссоциированных молекул уксусной кислоты, как и объем раствора остаются практически постоянными?  $K_{\text{CH}_3\text{COOH}} = 1.8 \cdot 10^{-5}$ .

10. Для оценки pH раствора сероводорода студент записал следующие уравнения:



Таким образом, студент сделал вывод, что среда щелочная. Найдите ошибки в его рассуждениях.

## 5. РЕАКЦИИ ИОННОГО ОБМЕНА

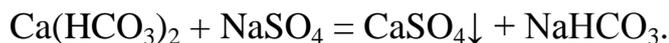
Ц е л ь р а б о т ы - выявление закономерностей протекания реакций ионного обмена в растворах электролитов.

Минералы и горные породы в условиях земной поверхности стремятся перейти в более устойчивые соединения. Известняки медленно растворяются в водах, содержащих уголекислоту, образуя гидрокарбонат кальция. Грунтовые воды, содержащие  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$ , реагируют с сульфатно-хлоридно-магниевыми (морскими) водами. При этом осаждаются гипс и доломит:



Так озера морского типа превращаются в озера континентального типа. Сульфатно-натриевые воды - результат выщелачивания горных по-

род, могут образовывать содовые озера.



Изверженные горные породы выветриваются, в полевых шпатах содержание алюминия увеличивается от ранних пород к поздним. При этом из них выносятся катионы щелочноземельных металлов. Например, из анорита образуется каолинит



В результате воздействия растворов, содержащих в повышенных концентрациях ионы  $\text{Mg}^{2+}$  и  $\text{SO}_4^{2-}$ , происходит доломитизация известняков



Если химическая реакция протекает, то она отличается следующими признаками:

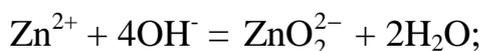
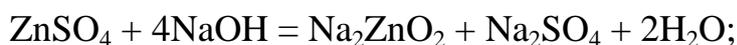
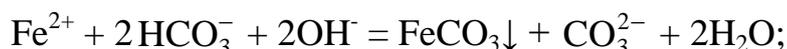
происходит образование осадка, или растворение осадка, или изменяется цвет осадка или раствора, или появляются пузырьки газа.

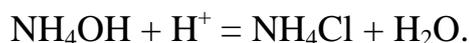
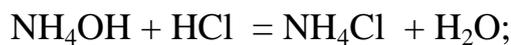
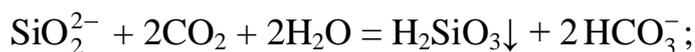
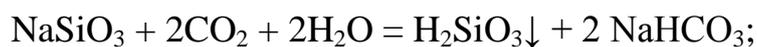
Сущность ионных реакций обмена сводится к соединению ионов в молекулы новых веществ. Равновесия ионных реакций в растворах смещаются в сторону образования слабых электролитов (слабых кислот, слабых оснований, воды) и сильных электролитов (осадков, летучих веществ).

Все кислые соли в воде растворяются, основные соли, как правило, нерастворимы.

В ионных уравнениях сильные, хорошо растворимые электролиты записываются в форме ионов, а слабые электролиты, газы и осадки - в виде молекул.

Рассмотрим следующие примеры реакций. Запишем их сначала в молекулярной форме, а затем в виде кратких ионных уравнений.





## 5.1. Экспериментальная часть

### ОПЫТ 1. Образование осадков

а) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида бария и добавляют в одну пробирку сульфата натрия, а в другую - нитрата калия. Написать молекулярное и ионное уравнения и сделать вывод, в каком случае соль реагирует с другой солью;

б) В две пробирки наливают по 2 мл раствора сульфата меди. В одну пробирку добавляют 1 мл очень разбавленный (1%-ный) раствор гидроксида натрия, а в другую - столько же разбавленного раствора той же щелочи. Написать молекулярные и ионные уравнения, указав окраску образующихся осадков и учитывая, что в первом случае образуется основной сульфат меди  $(\text{CuOH})_2\text{SO}_4$ . Сделайте вывод об условиях образования основной соли и гидроксида. Осадки сохранить для выполнения опыта 2б;

в) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида кобальта. В одну пробирку добавляют разбавленного раствора щелочи до образования синего осадка основной соли. Во вторую пробирку приливают еще столько же щелочи и нагревают с целью получения гидроксида кобальта розового цвета. Содержимое пробирок оставляют для проведения опыта 2в. Написать молекулярное и ионные уравнения, указав цвет осадков.

### ОПЫТ 2. Растворение осадков.

а) Наливают в пробирку известковую воду  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ , через этот раствор пропускают углекислый газ из аппарата Киппа. Наблюдают образование белого осадка средней соли, продолжают пропускать пузырьки  $\text{CO}_2$  до растворения белого осадка и получения бесцветного прозрачного раствора кислой соли  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$ . Написать молекулярные и ионные уравнения образования карбоната кальция и растворения его. Сделайте вывод об условии получения кислой соли.

б) В обе пробирки опыта 1б добавляют серной кислоты до растворения осадков. Написать молекулярные и ионные уравнения реакции растворения. Объяснить причину сдвига ионного равновесия;

в) Берут пробирки с осадками опыта 1в. В пробирку с синим осадком добавляют хлороводородной кислоты, в пробирку с розовым осадком - разбавленной щелочи. Напишите молекулярные и ионные уравнения. Наблюдать растворение одного из осадков. Дать объяснения наблюдениям.

### О П Ы Т 3. Образование газообразного вещества

Все сульфиты, растворимые и нерастворимые в воде, разлагаются минеральными кислотами с выделением диоксида серы, который определяют как запах горящей серы.

К раствору сульфита натрия приливают разбавленной серной кислоты. Обнаруживают запах  $\text{SO}_2$ , стараясь запомнить его. Это позволит впредь распознавать диоксид серы органолептически.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции.

### О П Ы Т 4. Образование слабых электролитов

а) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора ацетата натрия и добавляют разбавленной серной кислоты. Определяют по запаху образующуюся уксусную кислоту;

б) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора хлорида аммония и добавляют разбавленной щелочи. Определяют по запаху выделяющийся аммиак;

в) Наливают в пробирку 3 мл раствора сульфата хрома (III) и приливают к нему по каплям раствор разбавленной щелочи до появления серо-зеленого осадка гидроксида хрома.

Содержимое пробирки разделяют на две части. К одной части приливают раствор серной кислоты, к другой - раствор щелочи. Сравнить цвет полученных растворов. Сделать вывод о характере гидроксида хрома.

Для опытов а), б), в) написать молекулярные и ионные уравнения реакций, объяснить причины сдвига ионных равновесий.

Сделать вывод, в каком направлении протекают реакции ионного обмена в растворах электролитов.

## 5.2. Контрольные вопросы и задания

1. Составить в молекулярном виде уравнения реакций растворения следующих малорастворимых минералов:

а) стронцианит  $\text{SrCO}_3$  переводят в водный раствор насыщением  $\text{CO}_2$  суспензии минерала в воде;

б) сассолин  $\text{V}(\text{OH})_3$  обрабатывают избытком раствора едкого натра;

в) гиббсит  $\text{Al}(\text{OH})_3$  хорошо растворяется известковым молоке;

г) азурит  $\text{Cu}(\text{OH})_2 \cdot 2\text{CuCO}_3$  обрабатывают хлороводородной кислотой;

д) гетит  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  хорошо растворяется в серной кислоте;

е) гемиморфит  $\text{Zn}(\text{OH})_2 \cdot \text{Zn}_3\text{Si}_2\text{O}_7$  нагревают в растворе гидроксида натрия;

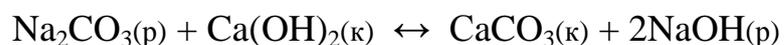
ж) брусит  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  разлагается раствором серной кислоты;

з) борнит  $\text{FeS} \cdot \text{CuS} \cdot 2\text{Cu}_2\text{S}$  обрабатывают соляной кислотой.

2. При смещении водных растворов одного из следующих веществ:  $\text{NaOH}$ ,  $\text{KOH}$ ,  $\text{CsOH}$  концентрацией 1 моль/л с одинаковыми объемами 1М раствором  $\text{HCl}$ ,  $\text{HBr}$ ,  $\text{HNO}_3$ ,  $\text{HClO}_4$  выделяется примерно одно и то же количество теплоты, составляющее 55-59 кДж/моль. О чем это свидетельствует? Напишите уравнения реакции в ионном виде.

3. При смешении 1М водных растворов одной из следующих кислот: азотной, уксусной, бензойной с одинаковыми объемами 1М растворов  $\text{KOH}$  обнаруживаются различные тепловые эффекты. Объясните, приведя уравнения реакций в молекулярно-ионном виде.

4. Укажите причины, по которым реакция



обратима, составьте выражение для константы равновесия. Почему в этом процессе образуется только разбавленный раствор гидроксида натрия, а получение концентрированного раствора невозможно?

5. Для переработки карбонатных марганцевых руд предложен способ, основанный на выщелачивании их раствором хлорида кальция:



Можно ли регенерировать раствор хлорида кальция и вывести одновременно марганец в осадок добавлением к продуктам выщелачивания суспензии  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ? Напишите уравнение реакции.

6. Растворение соли слабой кислоты в растворах кислот должно проходить тем быстрее, чем больше концентрация ионов водорода. Однако кальцит  $\text{CaCO}_3$  растворяется в растворе уксусной кислоты быстрее, чем в растворе серной. Почему?

7. В 250 мл раствора содержится 1 г  $\text{NaOH}$ . Вычислите молярную концентрацию и pH этого раствора.

8. Кислые растворы имеют кислый вкус, щелочные - вкус мыла. Сливаются равные объемы растворов хлороводородной кислоты и гидроксида натрия одинаковой концентрации. Какой вкус полученного раствора?

9. Гашеную известь  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  используют при флотации для создания щелочной среды (pH 12 и более), отделения пирита от сфалерита и сульфидов меди. Как изменяется pH растворов извести при хранении их в открытых емкостях? Напишите уравнение реакции.

## 6. ГИДРОЛИЗ СОЛЕЙ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение свойств водных растворов, связанных с реакцией гидролиза солей.

Природные воды часто не бывают нейтральными, а имеют либо кислую, либо щелочную среду вследствие гидролиза. При химическом выветривании известняков образуются щелочные растворы, а пиритсодержащих - кислые. Изменение нейтральной реакции среды водного раствора - признак гидролиза соли, обменной химической реакции, протекающей с участием воды. Однако не все соли вступают в реакцию гидролиза. Если растворить в воде хлорид калия  $\text{KCl}$ , нейтральная реакция среды (pH = 7), характерная для чистой воды, не изменится. Соли, образованные сильным основанием и сильной кислотой ( $\text{NaCl}$ ,  $\text{LiNO}_3$ ,  $\text{CsBr}$  и т.п.), в реакцию гидролиза не вступают.

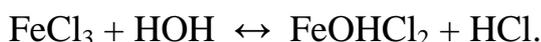
С водой взаимодействуют: 1) соли, образованные слабыми основаниями и сильными кислотами ( $\text{NH}_4\text{Cl}$ ,  $\text{CuSO}_4$ ,  $\text{Zn}(\text{NO}_3)_2$  и т.п.); 2) соли, образованные слабыми кислотами и сильными основаниями ( $\text{Na}_2\text{S}$ ,  $\text{KCN}$ ,  $\text{BaCO}_3$  и т.п.); 3) соли, образованные слабыми основаниями и слабыми

кислотами ( $\text{NH}_4\text{CH}_3\text{COO}$  и т.п.).

Из рассмотренных примеров следует, что в реакцию с водой вступают катионы слабых оснований и анионы слабых кислот. Если эти ионы многозарядны ( $\text{Fe}^{3+}$ ,  $\text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{CO}_3^{2-}$ ,  $\text{SiO}_3^{2-}$  и т.п.), их взаимодействие с водой обычно идет до образования основного или кислого иона (первая ступень гидролиза). Например, соль  $\text{FeCl}_3$ , образованная слабым основанием с сильной кислотой, подвергается гидролизу по катиону:

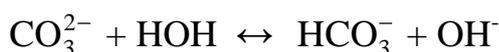


Или в молекулярной форме:

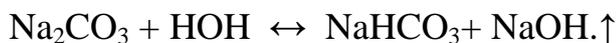


В результате гидролиза соли  $\text{FeCl}_3$  появляется избыток катионов  $\text{H}^+$  и раствор приобретает кислую реакцию,  $\text{pH} < 7$ .

Гидролизу по аниону подвергаются соли, образованные сильным основанием и слабой кислотой. В качестве примера запишем уравнение гидролиза соли  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  в ионном виде:

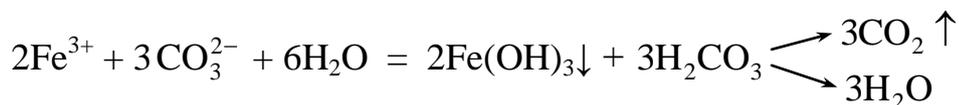
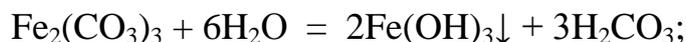


И в молекулярной форме:



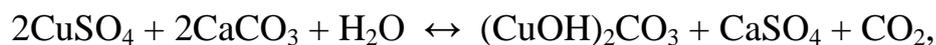
Избыток анионов  $\text{OH}^-$  придает раствору щелочную реакцию,  $\text{pH} > 7$ .

Если же соль образована слабым малорастворимым основанием и слабой летучей кислотой, то происходит полный необратимый гидролиз. В таблице растворимости такие соли обозначены прочерком, означающим, что эти соли в водных растворах не существуют. Например, гидролиз карбоната железа (III):

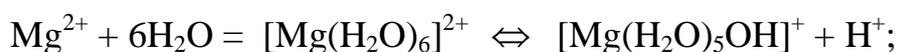


т.е. карбонат железа (III) может существовать только в виде сухой соли, а в растворе он подвергается полному гидролизу, образуя труднорастворимый гидроксид железа (III) и слабую летучую угольную кислоту. В подобных случаях в осадок выпадает наименее растворимый из возможных продуктов гидролиза. Так, растворимость  $(\text{CuOH})_2\text{CO}_3$  меньше, чем  $\text{Cu}(\text{OH})_2$ ,

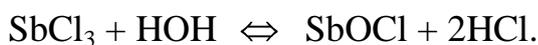
поэтому в зоне окисления минералов меди в известняках встречается малахит



В водном растворе положительные ионы металлов гидратированы. Многие из них связывают воду так прочно, что их можно рассматривать как комплексные ионы. Гидролиз солей, образованных слабыми основаниями и сильными кислотами, происходит за счет молекул воды, входящих в комплексный ион. При этом катион металла выталкивает за пределы внутренней сферы одноименно заряженный ион водорода из молекулы воды, среда становится кислой. Например, при гидролизе хлорида магния координационное число  $\text{Mg}^{2+}$  равно шести



Ионы  $\text{Bi}^{3+}$ ,  $\text{Sb}^{3+}$ ,  $\text{Ti}^{4+}$ ,  $\text{V}^{4+}$  обладают настолько сильным поляризирующим действием, что выталкивает из молекулы воды оба иона водорода, вследствие чего образуются ионы  $\text{BiO}^+$  висмутил,  $\text{SbO}^+$  антимонид,  $\text{TiO}^{2+}$  титанил,  $\text{VO}^{2+}$  ванадил.



### 6.1. Экспериментальная часть

#### О П Ы Т 1. Образование основной соли при гидролизе

В три пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора лакмуса и добавляют по 2 мл растворов: в одну пробирку - дистиллированной воды, в другую - сульфата натрия, в третью - сульфата алюминия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей. Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза в пробирке с раствором  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ .

#### О П Ы Т 2. Образование кислой соли при гидролизе

В две пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора фенолфталеина и добавляют по 2 мл растворов: хлорида натрия и карбоната натрия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей.

Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза в пробирке с раствором NaCl.

### О П Ы Т 3. Смещение равновесия гидролиза

Налить в пробирку 1-2 мл раствора нитрата висмута  $\text{Bi}(\text{NO}_3)_3$  и разбавить его водой в 3-5 раз. Наблюдать образование осадка, т.е. помутнение раствора. Составить молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза, зная, что труднорастворимым продуктом является соль  $\text{BiONO}_3$ .

В пробирку с осадком  $\text{BiONO}_3$  прибавить несколько капель концентрированной азотной кислоты. Наблюдать растворение осадка. Объяснить наблюдаемое, исходя из уравнения гидролиза.

### О П Ы Т 4. Влияние нагревания на гидролиз ацетата натрия

К 3-4 мл раствора уксуснокислого натрия  $\text{CH}_3\text{COONa}$  прибавить 1-2 капли фенолфталеина и нагреть до кипения. Обратит внимание на появление розовой окраски, исчезающей при охлаждении раствора.

Написать ионное и молекулярное уравнение реакции гидролиза уксуснокислого натрия. Объясните различие окраски при нагревании и охлаждении раствора.

### О П Ы Т 5. Полный гидролиз (совместный гидролиз)

К 1-2 мл раствора сернокислого алюминия  $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$  прилить такой же объем раствора карбоната натрия  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ . Наблюдать выделение углекислого газа и образование осадка гидроксида алюминия. Написать молекулярное и ионное уравнение совместного гидролиза взятых солей.

## 6.2. Контрольные вопросы и задания

1. На некоторых обогатительных фабриках иногда барабаны (емкости) из-под цианида натрия обезвреживают 10%-ным раствором железного купороса  $\text{FeSO}_4$ . Напишите уравнения реакции, ведущих к образованию в этих условиях циановодородной кислоты, и покажите тем самым, что такой способ растворения цианидов абсолютно недопустим. При подкислении до  $\text{pH} \leq 9$  работать с растворами цианида натрия опасно; безопасно при  $\text{pH} > 10$ .

2. Раствор основания и раствор кислоты смешивают в эквивалент-

ных соотношениях. Для каких из перечисленных пар раствор будет иметь нейтральную реакцию:

- а)  $\text{NH}_4\text{OH} + \text{HCl}$ ,      б)  $\text{NH}_4\text{OH} + \text{CH}_3\text{COOH}$ ,      в)  $\text{NaOH} + \text{HCl}$ ,  
г)  $\text{NaOH} + \text{CH}_3\text{COOH}$  ?

3. Сточные воды обогатительных фабрик, содержащие гидрокарбонат кальция, очищают от коллоидных примесей (удалить которые отстаиванием и фильтрованием невозможно) добавлением к ним сульфата алюминия. Образующийся хлопьевидный  $\text{Al}(\text{OH})_3$  обволакивает коллоидные частицы примесей и вызывает их осаждение. Объясните образование  $\text{Al}(\text{OH})_3$  и напишите уравнение реакции.

4. Определить, возможна ли реакция окисления сфалерита кислородом воздуха в стандартных условиях, если



$\Delta G_{298}^0$ , кДж/моль	-201	-237	-2564
-------------------------------	------	------	-------

Сделайте вывод о кислотности рудничных вод, содержащих в качестве продукта выветривания сульфат цинка, записав уравнение реакции гидролиза в молекулярном и ионном виде.

5. При окислении пирита, преобладающего в колчеданных рудах, кислородом, растворенным в воде, выделяется сульфат железа (III). Поступая с нисходящим током растворов в нижние горизонты, он реагирует с породой. Сделайте вывод о составе породы, если наблюдается совместное образование гипса  $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  и лимонита  $\text{Fe}(\text{OH})_3$ . Напишите уравнение реакции взаимодействия сульфата железа (III) и породы.

6. Объясните, приведя молекулярно-ионное уравнение, почему при нагревании раствора  $\text{NaHCO}_3$  реакция среды из слабощелочной переходит в сильнощелочную.

7. В водном растворе хлорида цинка при нагревании происходит растворение кусочка металлического цинка. Напишите уравнения реакции, объясняя причину выделения водорода.

8. В жесткой воде ионы железа обычно присутствуют в виде гидрокарбоната железа (II). При хранении такой воды в открытых сосудах, железо окисляется кислородом воздуха, вода мутнеет из-за выпадения в осадок  $\text{Fe}(\text{OH})_3$ . Напишите уравнение реакции, в результате которой образуется гидроксид железа (III).



**Государственный комитет России  
по высшему образованию**

**УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ  
ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ**

**ХИМИЯ**

**РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ХИМИЯ”  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ**

**ЧАСТЬ II**

**ЕКАТЕРИНБУРГ**

**1994**

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ  
АКАДЕМИЯ

ОДОБРЕНО

Методическим советом  
академии

“22” сентября 1994 г.

Председатель комиссии

 проф. В.А.Лукас

ХИМИЯ

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ХИМИЯ”  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

ЧАСТЬ II

Химия : руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Химия» для студентов всех специальностей; Часть II / Н.Б. Смирнова, В.М. Сахарова; Уральская горно-геол. академия. Каф. химии. - Екатеринбург : Изд. УГГГА, 1994. - 16 с.

Руководство содержит описание трех лабораторных работ:

1. Комплексные соединения.
2. Определение молярной массы эквивалента.
3. Окислительно-восстановительные реакции.

В руководстве приведены для каждой лабораторной работы краткие теоретические сведения, методические указания по проведению опытов, контрольные вопросы и задания для самостоятельного выполнения.

Руководство рассмотрено на заседании кафедры химии 8 июля 1994 г. (протокол № 6) и рекомендовано для издания в УГГГА.

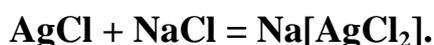
Рецензент: Н.Г.Кошель, доц., канд. хим. наук

© Уральская государственная  
горно-геологическая  
академия, 1994

## РАБОТА 1. Комплексные соединения

**Цель работы** - познакомиться с методами получения комплексных соединений и их свойствами.

Широко распространены среди минералов комплексные соединения. Комплексные соединения содержат катионный, анионный или нейтральный комплекс, состоящий из центрального атома или иона и связанных с ним молекул или ионов лигандов. Центральный атом - комплексообразователь - обычно представляет собой акцептор, а лиганды - доноры электронов, и при образовании комплекса между ними возникает донорно-акцепторная, или координационная связь. Комплексообразователь и лиганды образуют внутреннюю сферу комплексного соединения, которая в растворах сохраняет индивидуальность, хотя может иметь место и диссоциация. За счет устойчивости внутренней сферы можно перевести в водный раствор малорастворимые минералы. Например, кераргирит **AgCl**, плохо растворимый в воде, растворяется под действием насыщенного раствора хлорида натрия



Шарпит **UO<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>H<sub>2</sub>O** переходит в насыщенный раствор соды, образуя **Na<sub>4</sub>[UO<sub>2</sub>(CO<sub>3</sub>)<sub>3</sub>]**.

Нантокит растворяется при обработке концентрированным раствором гидроксида аммония:

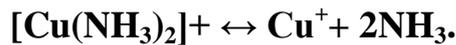


Устойчивые комплексные соединения **K<sub>3</sub>[Fe(CN)<sub>6</sub>]**, **Na<sub>2</sub>[Zn(OH)<sub>4</sub>]**, **K<sub>4</sub>[Fe(CN)<sub>6</sub>]** и др. служат в качестве подавителей флотации при обогащении руд. Образование комплексных соединений происходит при умягчении воды, при защите металлов от коррозии и многих других процессах, использующихся в горнодобывающей и горноперерабатывающей промышленности.

В водных растворах комплексные соединения полностью распадаются на ионы внутренней и внешней сферы



Комплексные ионы диссоциируют только частично, ведут себя как слабые электролиты



Константа равновесия этого процесса называется константой нестойкости ( $K_H$ ):

$$K_H = \frac{C_{\text{Cu}^{2+}} \cdot C_{\text{NH}_3}^2}{C_{[\text{Cu}(\text{NH}_3)_2]^+}}.$$

Чем устойчивее комплексный ион в растворе, тем меньше величина константы нестойкости.

### Опыт 1. Диссоциация сульфата железа - аммония

Налить в три пробирки по 2-3 мл раствора соли  $\text{NH}_4\text{Fe}(\text{SO}_4)_2$ . В первую пробирку добавить несколько капель раствора тиоцианата калия  $\text{KSCN}$ . О наличии, какого иона в растворе свидетельствует появление характерной красной окраски?

Во вторую пробирку добавьте несколько капель 30% -ного раствора щелочи. Слегка нагреть. Какой ион образует бурый осадок, а какой обуславливает появление запаха аммиака? В третью пробирку добавить 1 мл хлорида бария. Какая соль выпадет в осадок?

На три вышеприведенных вопроса ответить, записав четыре уравнения реакций в ионном виде.

Составить уравнение диссоциации исследуемой соли и сделать вывод, какой солью, двойной или комплексной, она является.

### Опыт 2. Диссоциация гексацианоферрата (III) калия

Составить уравнение диссоциации гексацианоферрата (III) калия. Налить в две пробирки по 1 мл раствора этой соли. В одну из них добавить несколько капель щелочи, в другую - тиоцианата калия. Записать в ионном виде отсутствие взаимодействия комплексного иона со щелочью в первой пробирке и с тиоцианатом - во второй.

Почему в растворе не обнаружено иона железа (III)? Сделайте вывод, какой солью, двойной или комплексной, является исследуемое вещество. Написать математическое выражение для константы нестойкости комплексного иона.

### Опыт 3. Получение сульфата тетраамминмеди (II)

Налить в пробирку 1-2 мл раствора сульфата меди и по каплям добавить раствор аммиака до выпадения осадка основной соли меди  $(\text{CuOH})_2\text{SO}_4$ . Написать уравнение реакции образования этой соли в молекулярном и ионном виде.

Прилить избыток 5-6 мл гидроксида аммония. Наблюдать растворение  $(\text{CuOH})_2\text{SO}_4$  и образование фиолетового раствора, содержащего комплексный ион тетраамминмеди (II)  $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$ .

Написать уравнение реакции образования комплексных солей  $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]\text{SO}_4$  и  $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4](\text{OH})_2$  в молекулярном и ионном виде.

#### **Опыт 4. Получение тетраиодомеркурата (II) калия**

Налить в пробирку 3-4 капли раствора нитрата ртути (II) и добавить по каплям раствор иодида калия до появления ярко-красного осадка иодида ртути.

Дальнейшее прибавление иодида калия вызывает растворение осадка и образование бесцветного раствора комплексной соли  $\text{K}_2[\text{HgI}_4]$

Написать уравнения образования и растворения осадка в молекулярном и ионном виде.

#### **Опыт 5. Получение соединения, содержащего в молекуле комплексный катион и комплексный анион**

В пробирку внести 2-3 мл раствора гексацианоферрата (II) калия и 3-4 мл раствора сульфата никеля. К полученному осадку гексацианоферрата (II) никеля добавить раствор гидроксида аммония до полного растворения осадка. Наблюдать образование бледно-лиловых кристаллов соли  $[\text{Ni}(\text{NH}_3)_6][\text{Fe}(\text{CN})_6]$ . Написать в ионном виде уравнения реакций образования осадка и растворения осадка.

#### **Опыт 6. Растворение осадков за счет процесса комплексообразования**

Процессы комплексообразования вызывают уменьшение равновесной концентрации ионов в насыщенном растворе малорастворимого соединения. Это смещает равновесие в системе раствор - осадок и вызывает растворение осадка.

а) Налить в пробирку 1 мл концентрированного раствора хлорида кальция, добавить 2 мл раствора сульфата натрия. Наблюдать выпадение осадка при встряхивании. Написать уравнение реакции в ионном виде.

Полученный осадок сульфата кальция растворить в насыщенном растворе сульфата аммония. Написать уравнение реакции растворения  $\text{CaSO}_4$  (в молекулярной и ионной форме) в результате образования комплексной соли  $(\text{NH}_4)_2[\text{Ca}(\text{SO}_4)_2]$ .

б) Налить в пробирку 3-4 капли раствора соли цинка и добавить по каплям разбавленный раствор  $\text{NaOH}$  до выпадения осадка  $\text{Zn}(\text{OH})_2$  и последующего растворения его с образованием  $[\text{Zn}(\text{OH})_4]^{2-}$ . Написать уравнения реакций в молекулярном виде.

#### **Опыт 7. Комплексные соединения в реакциях обмена**

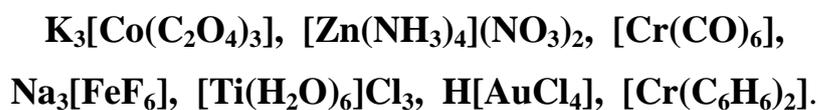
а) Налить в пробирку 1-2 мл раствора гексацианоферрата (II) калия  $K_4[Fe(CN)_6]$  и добавить несколько капель раствора  $Fe^{3+}$ . Наблюдать образование осадка берлинской лазури  $Fe_4[Fe(CN)_6]_3$ .

б) Налить в пробирку 1-2 мл раствора гексацианоферрата (III) калия  $K_3[Fe(CN)_6]$  и добавить несколько капель раствора, содержащего ион цинка. Отметить окраску осадка  $Zn_3[Fe(CN)_6]_2$ .

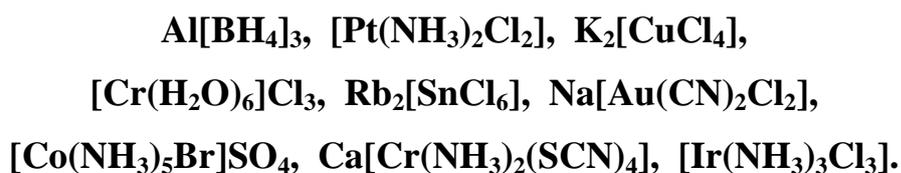
Написать молекулярные и ионные уравнения реакция. Сделать вывод об устойчивости комплексных ионов в реакциях обмена.

### Контрольные вопросы и задания

1. Укажите внутреннюю и внешнюю сферы, комплексообразователь и лиганды в следующих комплексных соединениях:



2. Определите степень окисления и координационное число комплексообразователя в следующих комплексных соединениях:



3. Объясните, какое основание является более сильным и почему:  $Ni(OH)_2$  или  $[Ni(NH_3)_4](OH)_2$ ? Какая кислота сильнее  $HCN$  или  $H[Ag(CN)_2]$ ?

4. Степень гидролиза какой соли больше и почему:  $KCN$  или  $K[Ag(CN)_2]$

5. Объясните уменьшение растворимости  $PbCl_2$  в воде при добавлении разбавленной  $HCl$  и увеличение растворимости этого осадка при добавлении концентрированной  $HCl$ .

6. Сколько молей  $AgCl$  осаждается при добавлении нитрата серебра к раствору  $[Co(NH_3)_5Cl]Cl_2$  в расчете на моль имеющегося кобальта?

### РАБОТА 2. Определение молярной массы эквивалента

**Цель работы** - усвоить одно из важнейших химических понятий - понятие об эквиваленте - и научиться определять молярную массу эквивалента вещества.

Молярная масса - отношение массы вещества к количеству вещества:

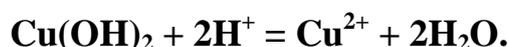
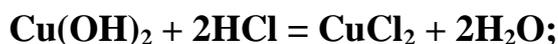
$$M = \frac{m}{\nu} \quad (1)$$

где  $M$  - молярная масса вещества;  $m$  - масса вещества;  $\nu$  - количество вещества.

Например,  $M(\text{O}) = 16$  г/моль;  $M(\text{O}_2) = 32$  г/моль.

Эквивалент ( $\mathcal{E}$ ) - это частица вещества, которая может замещать, присоединять, высвобождать или каким-либо другим образом эквивалент-на одному иону водорода в ионообменных реакциях или одному электрону в окислительно-восстановительных реакциях.

Для определения состава эквивалента вещества необходимо исходить из конкретной реакции. Например:

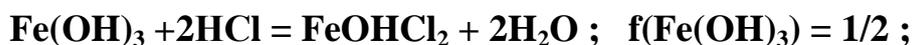


В данной реакции один ион водорода эквивалентен  $1/2$  моль  $\text{Cu}(\text{OH})_2$ , поэтому эквивалент  $\text{Cu}(\text{OH})_2$  равен половине его молекулы.

Фактор эквивалентности ( $f$ ) - число, обозначающее, какая доля от реальной частицы эквивалентна одному иону водорода или одному электрону. Например, в рассмотренном случае фактор эквивалентности:  $f(\text{Cu}(\text{OH})) = 1/2$ .

Для оснований фактор эквивалентности определяется количеством гидроксильных ионов ( $\text{OH}^-$ ), которые могут быть замещены либо замещаются в конкретной реакции на кислотные остатки.

Например,  $f(\text{Fe}(\text{OH})_3) = 1/3$ , но в конкретных реакциях может проявляться неполная кислотность основания и необходимо определять конкретный фактор эквивалентности:



Для кислот фактор эквивалентности определяется количеством ионов водорода, которые могут быть замещены либо замещаются в конкретной реакции на катионы металла.

Например,  $f(\text{H}_2\text{SO}_4) = 1/2$ , так как в молекуле серной кислоты два иона водорода могут быть замещены на катион металла, но в реакции



фактор эквивалентности серной кислоты равен 1.

Фактор эквивалентности кислотного оксида равен фактору эквивалентности соответствующей ему кислоты. Так, фактор эквивалентности

оксида углерода (IV) (CO<sub>2</sub>) равен 1/2, так как ему соответствует угольная кислота (H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>).

Но в конкретной реакции фактор эквивалентности определяется количеством эквивалентов реагирующего с оксидом вещества. Так в реакции:



Фактор эквивалентности соли и основного оксида определяется произведением степени окисления металла на количестве атомов металла в молекуле. Например:

$$f(\text{Al}_2\text{O}_3) = 1/(2 \cdot 3) = 1/6; \quad f(\text{FeCl}_3) = 1/(1 \cdot 3) = 1/3.$$

Зная фактор эквивалентности и молярную массу вещества, можно рассчитать молярную массу эквивалента (Э) данного вещества, которую часто для краткости называют эквивалентом

$$\text{Э} = f \cdot M, \quad (2)$$

Понятие эквивалента является одним из важнейших в химии, так как позволяет проводить количественные расчеты при взаимодействии веществ, пользуясь законом эквивалентов: "Все вещества реагируют в строго эквивалентных соотношениях". Иными словами, если в химическую реакцию вступило эквивалентов одного вещества, то количество эквивалентов любого другого вещества вступившего с ним в реакцию, будет тоже. Так, 0.1 моль эквивалентов серной кислоты реагирует с 0.1 моль эквивалентов хлорида бария, или 0.1 моль эквивалентов нитрата свинца, или 0.1 моль эквивалентов гидроксида натрия, или 0.1 моль эквивалентов гидроксида меди и т. д.

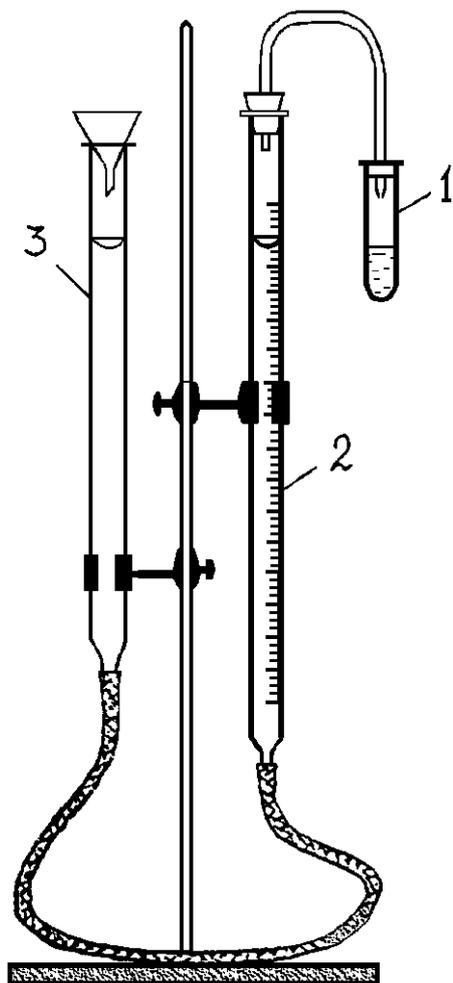
Количество эквивалентов вещества может быть рассчитано по формуле:

$$v_{\text{эквивалентов}} = \frac{m_{\text{в-ва}}}{\text{Э}_{\text{в-ва}}} \quad (3)$$

Так как количества эквивалентов веществ, вступающих в реакцию, одинаково, то одной из формул, выражающих закон эквивалентов, может быть следующая:

$$\frac{m_{\text{в-ва 1}}}{\text{Э}_{\text{в-ва 1}}} = \frac{m_{\text{в-ва 2}}}{\text{Э}_{\text{в-ва 2}}} \quad (4)$$

Пользуясь этой формулой, можно практически определить молярную массу эквивалента вещества. Используемый метод основан на способности исследуемого вещества реагировать с кислотой: выделением газа (водорода или диоксида углерода). Работа проводится на приборе, изображенном на рисунке.



Прибор состоит из пробирки (1), бюретки (2) на 100 мл, заполненной водой или раствором хлорида натрия, стеклянной трубки и воронки (3), выполняющих роль уравнительного сосуда.

Пробирка соединена с бюреткой стеклянной трубкой, на концах надеты резиновые пробки, герметично закрывающие пробирку и бюретку. Нижний конец бюретки соединен с уравнительным сосудом резиновой "трубкой" длиной 40-50 мм. Перед работой испытайте герметичность прибора. Для этого поднимите воронку на 15-20 см, закрепите ее в этом положении и наблюдайте в течение 1-3 минут за постоянством уровня жидкости в бюретке. Если уровень остается постоянным, то прибор герметичен.

## Опыт 1. Определение

### эквивалента металла

Получите у лаборанта исследуемый металл. В пробирку налейте 5-6 мл 10 % -ного раствора соляной кислоты. Навеску металла заверните в небольшую полоску фильтровальной бумаги, верхнюю часть бумажки полученного фунтика смочите водой и приложите к внутренней части пробирки так, чтобы после того, как пробирка будет закрыта пробкой, этот фунтик на 1-3 см был ниже края пробирки и не касался кислоты. Убедитесь, что прибор вновь герметичен. Установите бюретку и воронку так, чтобы положение воды в них было точно на одном уровне, но не выше нулевой отметки. Отметьте и запишите положение мениска в бюретке (при этом глаз должен находиться на уровне мениска). Наклоняя пробирку, до-

бейтесь того, чтобы кусочки металла упали на дно пробирки. Наблюдайте выделение водорода и вытеснение воды в уравнительный сосуд. Когда весь металл растворится, дайте пробирке остыть, приведите положение воды в бюретке и воронке к одному уровню и точно отметьте положение мениска в бюретке. Разность двух отсчетов - до и после реакции металла с кислотой - дает объем водорода (**V**), выделившегося при данных условиях (**T** и **P**).

### Форма записи результатов опыта

Навеска металла	<b><i>m</i>, г</b>
Объем выделившегося водорода при данных условиях	<b><i>V</i>, мл</b>
Температура опыта	<b><i>T</i>, К</b>
Барометрическое давление	<b><i>P</i>, Па</b>
Давление насыщенного водяного пара при температуре опыта	<b><i>h</i>, Па</b>

### Обработка результатов опыта

Пользуясь уравнением Менделеева-Клапейрона, рассчитайте массы выделившегося водорода:

$$m_{\text{H}_2} = \frac{P_{\text{H}_2} \cdot V_{\text{H}_2} \cdot M_{\text{H}_2}}{T \cdot R}, \text{ г},$$

где  $M_{\text{H}_2}$  - молярная масса водорода, 2 г/моль;  $T$  - температура опыта, К;  $R$  - газовая постоянная - 8.31 Дж/моль К;  $V_{\text{H}_2}$  - объем выделившегося водорода, мл;  $P_{\text{H}_2}$  - парциальное давление водорода, Па, рассчитанное по формуле:  $P_{\text{H}_2} = P - h$ , где  $P$  - атмосферное давление, Па;  $h$  - давление насыщенного водяного пара при данной температуре, Па (см. таблицу 1)

Таблица 1

$t, ^\circ\text{C}$	$h, \text{Па}$	$t, ^\circ\text{C}$	$h, \text{Па}$	$t, ^\circ\text{C}$	$h, \text{Па}$
11	1306	16	1813	21	2490
12	1400	17	1933	22	2640
13	1493	18	2066	23	2813
14	1600	19	2200	24	2986
15	1706	20	2333	25	3173

По закону эквивалентов определите молярную массу эквивалента металла:

$$\mathcal{E}_{\text{Me}} = \frac{m_{\text{Me}}}{m_{\text{H}_2}} \cdot \mathcal{E}_{\text{H}_2}, \text{ г/моль (экв)};$$

$$\mathcal{E}_{\text{H}_2} = f_{\text{H}_2} \cdot M_{\text{H}_2} = 1/2 \cdot 2 \text{ г/моль} = 1 \text{ г/моль}.$$

Узнайте у преподавателя степень окисления растворенного вами металла, определите, какой это металл, и по таблице Д. И. Менделеева рассчитайте точную молярную массу эквивалента данного металла ( $\mathcal{E}$  точн.).

Определите относительную погрешность опыта:

$$\Delta = \frac{\mathcal{E}_{\text{Me}} - \mathcal{E}_{\text{точн.}}}{\mathcal{E}_{\text{Me}}} \cdot 100\% .$$

### Контрольные вопросы и задания.

1. Почему при определении молярной массы соли в бюретку заливают не воду, а раствор поваренной соли?
2. Почему при определении объема выделившегося газа необходимо выравнять уровни жидкости в бюретке и сообщающейся с ней трубке?
3. Какой оксид реагировал с 16г кислорода, если в реакцию вступило 64 грамма оксида, образованного элементом со степенью окисления 44, фактор эквивалентности оксида равен 1/2 ?
4. Определите эквивалент металла, 56 г которого прореагировали с раствором, содержащим 109.5 г соляной кислоты.
5. Зависит ли эквивалент химического элемента от степени окисления элемента или является постоянной величиной?

### РАБОТА 3. Окислительно-восстановительные реакции

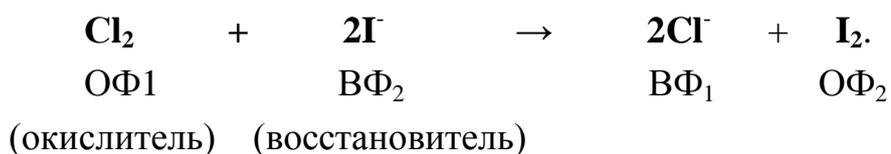
**Цель работы** - изучить окислительно-восстановительные свойства химических соединений, составить уравнения окислительно-восстановительных реакций, определить направление окислительно-восстановительных процессов по электродным потенциалам.

Окислительно-восстановительные процессы широко распространены в природе, они протекают в атмосфере и в магматических расплавах. Руды и минералы земной поверхности окисляются при воздействии  $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$  и влаги, выветриваются, образуя гидроксиды, карбонаты, сульфаты. Например, пирит разлагается во влажном воздухе



с выделением серной кислоты. Растворы серной кислоты опускаются вниз, выделяя из сульфидов сероводород, который ниже уровня грунтовых вод в отсутствие кислорода восстанавливает серебро, мышьяк, висмут, медь.

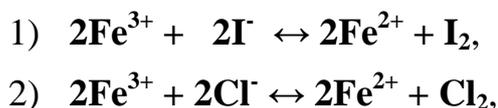
Окислительно-восстановительные реакции сопровождаются перераспределением электронной плотности. Если частица отдает электроны, то степень окисления элемента повышается и он переходит в окисленную формы (ОФ), если принимает, то элемент переходит в восстановленную форму (ВФ). Обе формы составляют сопряженную окислительно-восстановительную пару. В каждой реакции участвуют две сопряженные пары:



Окислительно-восстановительная способность атомов и ионов характеризуется величиной их окислительно-восстановительного (электродного) потенциала,  $\varphi^0$  ОФ/ВФ - стандартный электродный потенциал.

Располагая значениями электродных потенциалов, можно определить возможность и направление окислительно-восстановительных реакций, зная правило: сопряженная пара с более положительной величиной электродного потенциала выступает в качестве окислителя, а с отрицательной - в качестве восстановителя.

Пример. В каком направлении могут самопроизвольно протекать реакции:

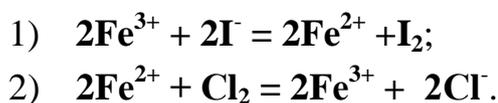


если известны величины стандартных потенциалов следующих пар:

ОФ/ВФ	$\text{I}_2/2\text{I}^-$	$\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$	$\text{Cl}_2/2\text{Cl}^-$
$\varphi^0, \text{В}$	<b>0.54</b>	<b>0.77</b>	<b>1.36</b>

Решение. Увеличение активности ОФ наблюдается с ростом алгебраической величины.

$\text{I}_2$ , как ОФ с наименьшим значением, не может окислять ионы  $\text{Fe}^{3+}$  и  $\text{Cl}^-$ . Ионы  $\text{Fe}^{3+}$  могут окислять иодид-ионы, не способны окислять ионы  $\text{Cl}^-$ .  $\text{Cl}_2$  является ОФ пары с наибольшим значением  $\varphi^0$  и служит окислителем для ионов  $\text{Fe}^{2+}$ . Поэтому первая реакция протекает в прямом направлении, а вторая - в обратном:



### Опыт 1. Окислительные свойства нитрита натрия

В пробирку налейте 1 мл раствора иодида калия и столько же разбавленной серной кислоты, а затем - на кончике шпателя добавьте сухой соли нитрита натрия.

Отметьте выделение бесцветного газа **NO**, его побурение под действием кислорода воздуха, а также окраску образовавшегося раствора при выделении йода.

Напишите уравнение реакции на основе электронного баланса

$$\varphi^0 \text{I}_2/2\text{I}^- = 0.54 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{NO}_2^-/\text{NO} = 0.99 \text{ В},$$

сравнивая эти потенциалы, решите, какая из двух пар будет играть роль восстановителя. Может ли в результате реакции образоваться диоксид азота?

### Опыт 2. Восстановительные свойства нитрита натрия

Налейте в пробирку 1 мл раствора перманганата калия и добавьте на кончике шпателя сухой соли нитрита натрия до изменения окраски раствора. Составьте уравнение реакции, имея в виду, что перманганат-ион в нейтральной среде восстанавливается до диоксида марганца (IV), нитрит-ион окисляется до нитрат-иона, а среда становится щелочной (образуется **KOH**)

$$\varphi^0 \text{MnO}_4^-/\text{MnO}_2 = +0.62 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{NO}_3^-/\text{NO}_2^- = -0.01 \text{ В},$$

сравнивая эти потенциалы, решить, какая из двух пар будет играть роль окислителя.

### Опыт 3. Образование окрашенных перманганат-ионов

Ионы **Mn** окисляются висмутатом натрия в азотнокислой среде с образованием перманганат-ионов:



К 1-2 каплям сульфата марганца добавляют 4-5 капель раствора азотной кислоты и на кончике шпателя висмутата натрия.

Реакция протекает без нагревания. Как объяснить появление малиновой окраски?

$$\varphi^0 \text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+} = 1.51 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{NaBiO}_3/\text{Bi}^{3+} = 1.8 \text{ В},$$

укажите окислитель и восстановитель.

Рассчитайте коэффициенты для проведенной реакции на основе электронного баланса.

#### Опыт 4. Окислительные свойства сульфита натрия

Налейте в пробирку 4-5 капель разбавленной серной кислоты, добавьте 2-3 капли раствора  $\text{Na}_2\text{S}$  и  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  на кончике шпателя. Наблюдать выделение серы в виде белой мути



Рассчитайте коэффициенты для этой реакции на основе электронного баланса

$$\varphi^0 \text{SO}_3^{2-}/\text{S} = 0.45 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{S}/\text{S}^{2-} = -0.48 \text{ В},$$

укажите окислитель и восстановитель.

#### Опыт 5. Окислительные свойства перманганата калия в различных средах

В три пробирки налить по 1 мл раствора перманганата калия.

В первую пробирку добавляют 1 мл разбавленной серной кислоты.

Во вторую пробирку наливают 1 мл воды.

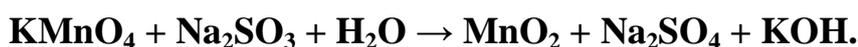
В третью пробирку помешают 1 мл щелочи.

Затем в каждую пробирку засыпают по половине стеклянной ложечки сухой соли сульфита натрия.

В первой пробирке образуется ион  $\text{Mn}^{2+}$



Во второй пробирке получается диоксид марганца (IV)



В третьей пробирке восстановление протекает до  $\text{MnO}_4^{2-}$



Подберите коэффициенты для уравнений методом электронного баланса

$$\varphi^0 \text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+} = 1.51 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{MnO}_4^-/\text{MnO}_2 = 0.62 \text{ В},$$

$$\varphi^0 \text{MnO}_4^-/\text{MnO}_4^{2-} = 0.56 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{SO}_4^{2-}/\text{SO}_3^{2-} = 0.22 \text{ В}.$$

Установить, в какой среде перманганат калия является наиболее сильным окислителем.

#### Опыт 6. Окислительные свойства дихромата калия.

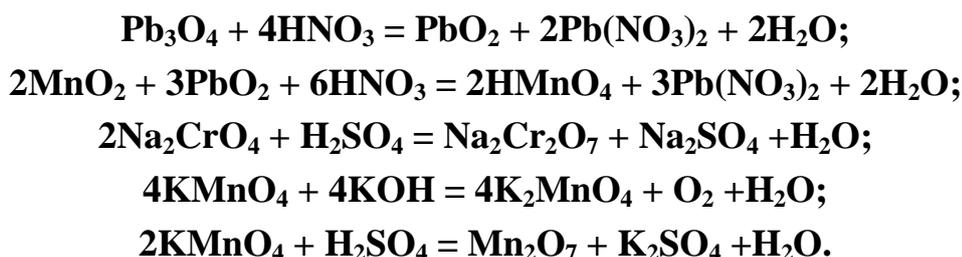
Налейте в пробирку 1-2 мл раствора  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ , столько же разбавлен-

ной серной кислоты и добавьте несколько кристаллов сульфата железа до изменения окраски раствора. Напишите уравнение реакции, учитывая, что  $\text{Fe}^{2+}$  окисляется до  $\text{Fe}^{3+}$ , дихромат-ион восстанавливается до  $\text{Cr}^{3+}$

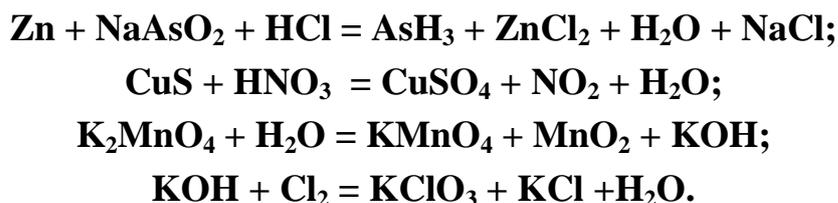
$$\varphi^0 \text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}/2\text{Cr}^{3+} = 1.33 \text{ В}; \quad \varphi^0 \text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+} = 0.77 \text{ В}.$$

### Контрольные вопросы и задания

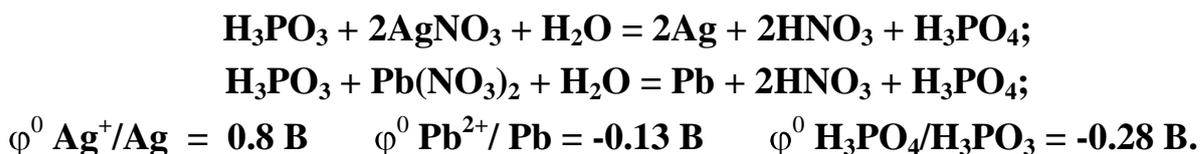
1. Какие из реакций являются окислительно-восстановительными, укажите для них окислитель, восстановитель и среду



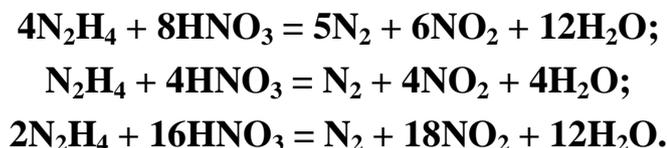
2. Рассчитайте коэффициенты для реакций



3. Какие из приведенных реакций могут протекать самопроизвольно?



4. Укажите, какое из уравнений соответствует реальному протеканию химической реакции?



### Л и т е р а т у р а

Карапетьянц М.Х., Дракин С.И. Общая и неорганическая химия. М.: Химия, 1992. - 588 с.

Химия. Часть II.

Руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине  
“Химия” для студентов всех специальностей.

Авторы: Н.Б.Смирнова, доц., канд. хим. наук  
В.М. Сахарова, доц., канд. техн. наук

Корректурa кафедры химии  
Подписано к печати 21.09.94  
Формат бумаги 60×84 1/16  
Печ. л. 1.0  
Тираж 100 экз. Заказ № 248  
Цена 200 руб.

---

Лаб. множительной техники УГГГА  
620219, Екатеринбург, Куйбышева, 30



Государственный комитет России  
по высшему образованию

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ  
ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ

Н.Б.Смирнова, В.М. Сахарова

ХИМИЯ

Руководство по выполнению  
лабораторных работ

Часть III

ЕКАТЕРИНБУРГ

1995

УРАЛЬСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ  
АКАДЕМИЯ

ОДОБРЕНО

Методическим советом  
академии

« 2 » « 11 » 1995 г.

Председатель совета

 проф. В.А.Лукас.

ХИМИЯ

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ХИМИЯ”  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВСЕХ ПРОФИЛИЗАЦИЙ И НАПРАВЛЕНИЙ

ЧАСТЬ III

Химия : руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Химия» для студентов всех профилизаций и направлений; Часть III / Н.Б. Смирнова, В.М. Сахарова; Уральская госуд. горно-геол. академия. Каф. химии. - Екатеринбург : Изд. УГГГА, 1995. - 16 с.

Руководство содержит описание трех лабораторных работ:

1. Гальванические элементы.
2. Электролиз водных растворов солей.
3. Электрохимическая коррозия металлов.

В руководстве приведены для каждой лабораторной работы краткие теоретические сведения, методические указания по проведению опытов, контрольные вопросы и задания для самостоятельного выполнения.

Руководство рассмотрено на заседании кафедры химии 7 сентября 1995 года. (протокол № 1) и рекомендовано для издания в УГГГА.

Рецензент: Н.Г.Кошель, доц., канд. хим. наук

© Уральская государственная  
горно-геологическая  
академия, 1995

## Работа 1. ГАЛЬВАНИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при работе гальванических элементов, расчет значений ЭДС гальванических элементов и величин энергии Гиббса по значениям электродных потенциалов.

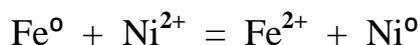
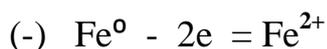
Химические источники электрической энергии имеют широкое распространение, т.к. для многих современных машин, аппаратов и транспорта требуются автономные источники электрической энергии. Любое горное предприятие используют химические источники тока. Простейший пример химического источника тока - гальванический элемент.

В гальванических элементах протекают процессы превращения химической энергии окислительно-восстановительных реакций в электрическую.

Электрохимическая схема гальванического элемента.



Отрицательным полюсом (анодом) этого гальванического элемента является железо, поскольку его электродный потенциал меньше потенциала никеля.

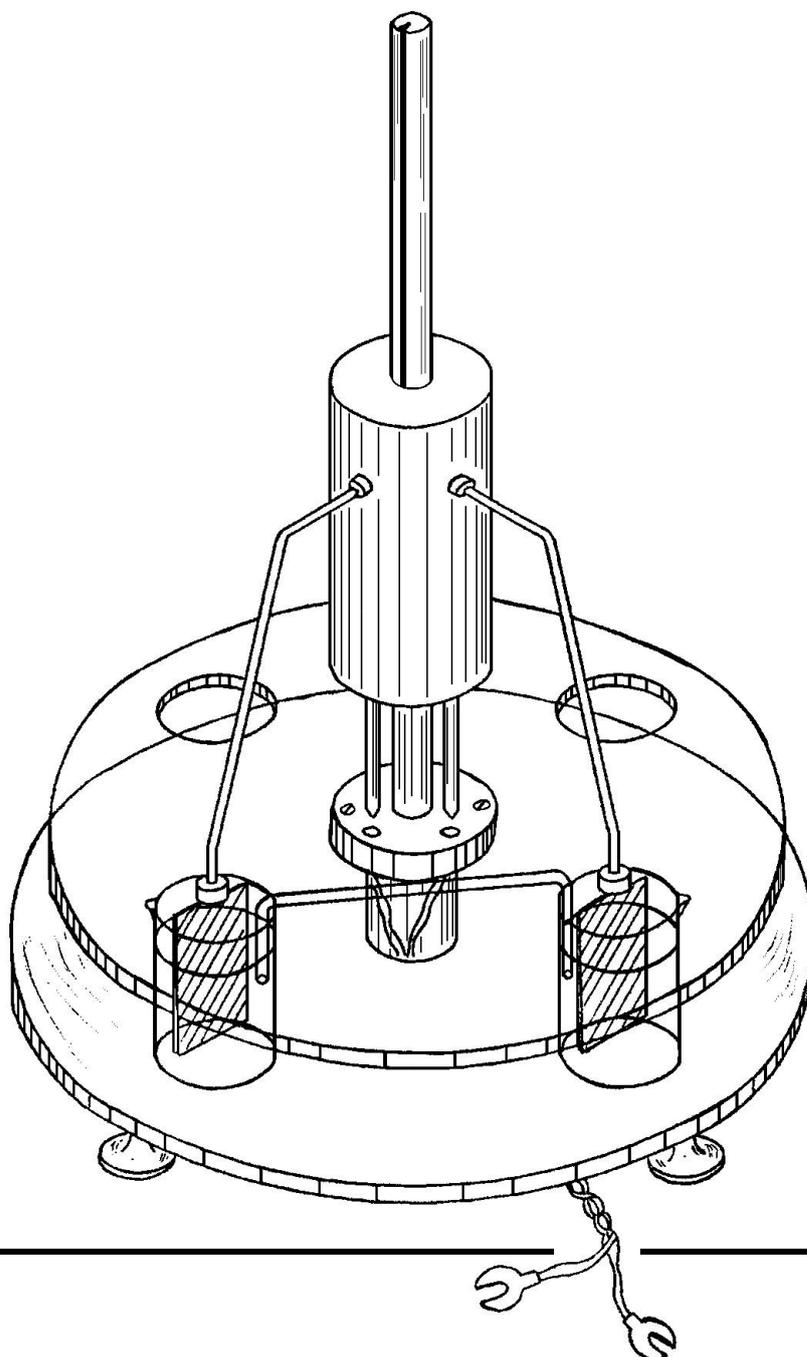


Электродвижущая сила(ЭДС) гальванического элемента определяется по равенности электродных потенциалов:  $\text{ЭДС} = \varphi_{(+)} - \varphi_{(-)}$ , соответствующих процессам, протекающим на положительном и отрицательном полюсах гальванического элемента. Пользуясь таблицей стандартных электродных потенциалов, можно определить ЭДС этого гальванического элемента:

$$E = \varphi_{\text{ок}}^0 - \varphi_{\text{вос}}^0 = \varphi_{\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}}^0 - \varphi_{\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}}^0 = -0.25 - (-0.44) = 0.19 \text{ В}$$

Изменение энергии Гиббса  $\Delta G_{298}^0$  связано с ЭДС гальванического элемента соотношением  $\Delta G_{298}^0 = -nFE$ , где n - число электронов, принима-

Общий вид установки для измерения электродвижущей силы гальванического элемента в рабочем состоянии



ющих участие в реакции;  $F$  - постоянная Фарадея (96500 Кл/моль);  $E$  - ЭДС гальванического элемента.

### **Опыт 1. Медно - цинковый гальванический элемент.**

В два химических стаканчика налейте равные объемы растворов сульфата цинка ( $C_M = 1$  моль/л) и сульфата меди ( $C_M = 1$  моль/л). Опустите пластинки цинка и меди в растворы собственных солей. Растворы соедините электролитическим ключом - жидкостным мостиком, заполненным насыщенным раствором хлорида калия. Провода внешней цепи присоедините к гальванометру.

1. Напишите: электрохимическую схему полученного гальванического элемента; процессы, протекающие на отрицательном и положительном полюсах гальванического элемента; суммарную окислительно-восстановительную реакцию в ионной и молекулярной формах.

2. Укажите направление перехода электронов во внешней цепи.

3. По значениям электродных потенциалов рассчитайте ЭДС гальванического элемента.

4. Запишите показание гальванометра в вольтах (В) и сравните его с расчетным значением ЭДС.

Последующие опыты 2, 3 и 4 оформите по той же схеме (пункты 1-4).

### **Опыт 2. Медно-свинцовый гальванический элемент**

Опустите в растворы собственных солей пластинки из меди и свинца. Концентрации растворов задаются преподавателем. Соедините растворы электролитическим ключом. Присоедините провода внешней цепи к гальванометру. Наблюдайте отклонение стрелки гальванометра, указывающее на возникновение электрического тока.

### **Опыт 3. Медно-кадмиевый гальванический элемент.**

В один стаканчик налейте раствор сульфата кадмия ( $C_M = 1$  моль/л), а в другой налейте раствор сульфата меди ( $C_M = 1$  моль/л). Погрузите в эти растворы соответственно пластинки из кадмия и меди, соедините электролитическим ключом. Провода внешней цепи присоедините к гальванометру.

### **Опыт 4. Свинцово-цинковый гальванический элемент.**

Налейте в два химических стаканчика равные объемы растворов солей свинца (II) и цинка, их концентрации задаются преподавателем. Опустите

тите в них соответственно пластинки свинца и цинка. С помощью электролитического ключа соедините растворы солей. Подключите во внешнюю цепь гальванометр.

### **Контрольные вопросы и задания.**

1. Объясните, почему показания гальванометра отличаются от расчетного значения ЭДС?
2. Каким образом можно добиться возрастания ЭДС в гальванических элементах?
3. Какие изменения концентрации растворов солей на электроде - окислителе и электроде - восстановителе приводят к увеличению и уменьшению ЭДС?
4. Халькопирит ( $\varphi = 0.42$  В) растворяется в природных водах чрезвычайно медленно. Почему при контакте с пиритом ( $\varphi = 0.7$  В) этот процесс ускоряется?
5. Рассчитайте значение ЭДС и энергии Гиббса медно-цинкового гальванического элемента, если концентрация раствора сульфата цинка равна 0.5 моль/л, а концентрация сульфата меди равна - 2 моль/л.
6. Приведите примеры двух гальванических элементов, в одном из которых железо будет отрицательным полюсом (анодом), а в другом будет положительным полюсом (катодом).

### **Работа 2. ЭЛЕКТРОЛИЗ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ СОЛЕЙ.**

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при электролизе водных растворов солей с инертным и растворимым анодами, запись процессов, происходящих на катоде и аноде.

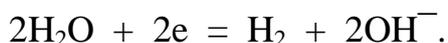
Практически нет ни одной отрасли техники, где бы не применялся электролиз. При выполнении строительных работ проводят электрохимическую обработку глинистых грунтов, при обогащении полезных ископаемых прибегают к электрохимическому кондиционированию флотационной пульпы. В том случае, когда другие методы не обеспечивают необходимой степени очистки воды, используют электрохимическую обработку производственных сточных вод пропусканием через электрокоагуляторы с электродами из железа или алюминия.

При электролизе рассматриваются процессы на электродах: катоде, заряженном отрицательно, и аноде, заряженном положительно. Внешний

источник тока выполняет роль своеобразного электронного насоса, который “нагнетает” электроны на катод и “откачивает” электроны с анода. Когда потенциалы электродов достигают определенных значений, на них становится возможным заряд ионов или молекул из раствора - начинается электролиз.

**Катодные процессы:** На катоде в первую очередь протекает тот процесс восстановления, потенциал которого более положителен. При электролизе водных растворов на катоде выделяются все металлы, потенциалы которых положительнее, чем  $-1.0\text{ В}$ .

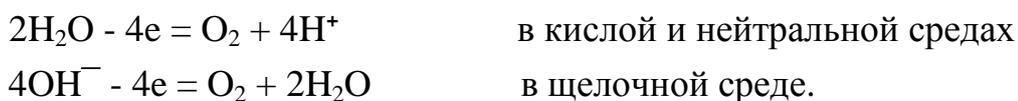
Если в растворе находятся лишь ионы металлов, более активных чем марганец, потенциалы которых отрицательнее, чем  $-1.0\text{ В}$ , на катоде выделяется водород из воды по реакции:



**Анодные процессы:** на нерастворимых анодах из Pt, Ti, C происходит процесс окисления того восстановителя, потенциал которого более отрицателен. Практически: если в растворе имеются анионы  $\text{I}^-$ ,  $\text{Br}^-$ ,  $\text{Cl}^-$ , не содержащие кислород, то они окисляются с выделением  $\text{I}_2$ ,  $\text{Br}_2$ ,  $\text{Cl}_2$ , соответственно.



Если же в растворе имеются лишь ионы  $\text{F}^-$ , или анионы, содержащие кислород, потенциал которых больше  $2.0\text{ В}$ , то на аноде выделяется кислород из воды по реакции:



В зависимости от окисляемости материала анода различают процессы с растворимым и нерастворимым (инертным) анодом. Растворимые аноды (большинство металлов) в ходе электролиза окисляются, посылая свои ионы в раствор. Например:  $\text{Cu} - 2\text{e} = \text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{Ni} - 2\text{e} = \text{Ni}^{2+}$ . Инертные электроды при электролизе окислению не подвергаются. К числу наиболее распространенных инертных анодов относятся электроды из платины, графита, титана.

Примеры электролиза водных растворов солей

1. Электролиз водного раствора  $\text{SnCl}_2$ , анод Pt



2. Электролиз водного раствора  $\text{CuSO}_4$ , анод  $\text{Cu}$



### **Опыт 1. Электролиз водного раствора сульфата натрия с графитовым анодом**

Получите электролизер, заполненный раствором сульфата натрия, с графитовыми электродами и пропустите постоянный электрический ток напряжением 12 В. Через 1-2 минуты сравните интенсивность выделения пузырьков газа на электродах, определите расположение катода и анода.

В околокатодное пространство налейте несколько капель фенолфталеина, а в околоанодное - лакмуса. Окраска индикаторов должна измениться. Объясните наблюдаемое явление, составив электронно - ионные схемы процессов, протекающих на катоде и аноде, и указывая стандартные значения окислительно - восстановительных потенциалов.

### **Опыт 2. Электролиз водного раствора иодида калия с графитовым анодом**

Получите электролизер, заполненный раствором иодида калия с графитовыми электродами, присоедините электроды к сети постоянного тока. Через 1-2 минуты наблюдайте изменение окраски раствора.

Запишите результаты опыта, составив электронно-ионные схемы процессов, протекающих на катоде и аноде с указанием величин стандартных окислительно-восстановительных потенциалов. Объясните, почему и у какого электрода появилась окраска, почему на катоде не выделяется металлический калий.

### **Опыт 3. Электролиз водных растворов сульфатов кадмия, меди, никеля, цинка, нитрата свинца.**

Получите электролизеры, заполненные водными растворами солей, присоедините графитовые электроды к сети постоянного тока. Пропускайте электрический ток в течение получаса, пока на одном из электродов не появится налет металла.

Поменяйте полюса на электродах, т.е. произведите переполюсовку электродов поворотом вилки относительно розетки. Снова пропускайте электрический ток.

Составьте электронно-ионные схемы катодного и анодного процессов с указанием величин стандартных электродных потенциалов, протекающих при электролизе всех солей: а) с графитовым анодом; б) с соответствующим металлическим анодом.

### Контрольные вопросы и задания

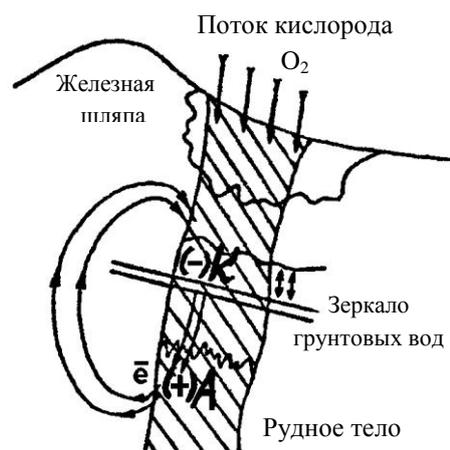
1. Если на электродах могут протекать несколько электрохимических процессов, то какой из них реализуется и что является критерием, определяющим его преимущество?

2. В какой последовательности должны разряжаться на катоде ионы  $\text{Ag}^+$ ,  $\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Cu}^{2+}$ ,  $\text{Bi}^{3+}$ ,  $\text{Sn}^{2+}$ , если в растворе они содержатся в одинаковой концентрации? Чем эта последовательность определяется?

3. Составьте электронно-ионные схемы катодного и анодного процессов, происходящих на медных электродах при электролизе водного раствора нитрата калия.

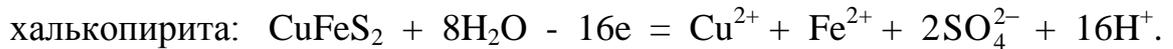
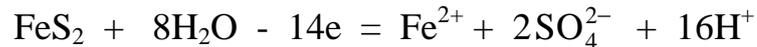
4. При электролизе водного раствора соли значение pH в приэлектродном пространстве одного из электродов возросло. Раствор какой соли подвергся электролизу: а)  $\text{CdSO}_4$ ; б)  $\text{CuCl}_2$ ; в)  $\text{KBr}$  ?

5. Рудное тело, содержащее сульфидные минералы в количестве, достаточном для того, чтобы обеспечить электропроводность, можно рассматривать как нерастворимый электрод в поле Земли. В грунтовых водах, окружающих рудное тело, концентрация электролитов изменяется с глубиной. Верхний конец проводника играет роль катода, а нижний - анода. Катионы подъемных вод перемещаются к катоду, а ионы - к аноду, как показано на приведенной схеме.

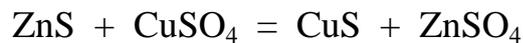


На *аноде* происходит окисление, минералы теряют электроны и переходят в раствор.

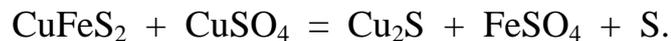
Например, растворение пирита характеризуется уравнением:



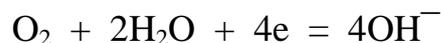
Образующиеся ионы меди (II) вступают в обменные реакции создают так называемую зону вторичного обогащения. Сфалерит замещается ковеллином:



халькопирит обогащается медью за счет образования халькозина:



На *к а т о д е* происходит восстановление. Из нескольких возможных катодных процессов протекает тот, потенциал которого более положителен. Катодные процессы в верхней части рудного тела заключается в потреблении электронов, высвободившихся на аноде и переместившихся на катод. Здесь могли бы восстанавливаться катионы, но в первую очередь реагирует атмосферный кислород, приток которого осуществляется непрерывно, а потенциал намного положительнее, чем у прочих участников геохимического процесса.



а) используя уравнение ионно-электронного баланса, составьте суммарную реакцию растворения пирита в молекулярном виде;

б) какова среда ( значение водородного показателя ) рудничных вод каменноугольных шахт, если уголь содержит примеси сульфидов?

в) составьте уравнение электронного баланса для приведенной выше реакции взаимодействия халькопирита и сульфата меди с образованием халькозина.

### Работа 3. ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКАЯ КОРРОЗИЯ МЕТАЛЛОВ

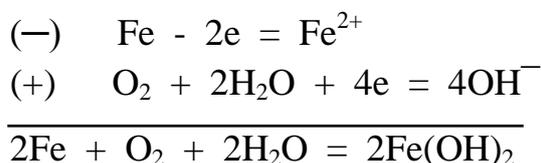
Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при работе коррозионных гальванопар.

Десятки миллионов тонн металла ежегодно теряются вследствие коррозии. Горное дело является одним из наиболее металлоемких производств. Вполне возможно сократить потери от коррозии за счет лучшего понимания горными инженерами важнейших физико - химических закономерностей коррозии. Чаще всего разрушение металлов вызывается электрохимической коррозией, которая является результатом эксплуатации металлического оборудования при повышенном содержании коррозионно-активных веществ в шахтах, на карьерах и в горных породах.

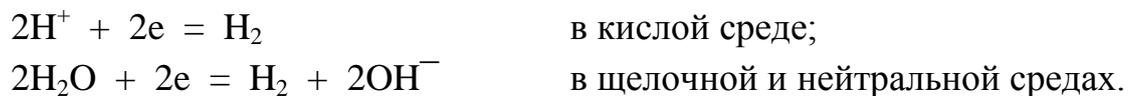
Электрохимическая коррозия происходит в средах, проводящих электрический ток, сопровождается направленным движением электронов и ионов. Электролиты могут содержаться даже в тонком невидимом слое влаги, адсорбированной из воздуха поверхностью металла. Реальная поверхность твердых металлов неоднородна. Различные примеси в металле, его структурная неоднородность, механическая деформация металла, различие концентраций коррозионных агентов в растворах, контактирующих с металлом - все это приводит к тому, что на одних участках поверхности корродирующего металла идет процесс окисления металла (анодный процесс), а на других - процесс восстановления окислителя (катодный процесс).

Схема электрохимической коррозии становится таким образом аналогичной схеме работы короткозамкнутого гальванического элемента, в котором протекает анодное окисление металла и катодное восстановление окислителя. В литературе по коррозии окислитель обычно обозначают специальным термином *деполяризатор*. Самыми распространенными деполяризаторами в процессах электрохимической коррозии являются растворенный кислород и ионы водорода. Соответственно различают процессы с кислородной и водородной деполяризацией.

С кислородной деполяризацией корродируют металлы, находящиеся во влажной атмосфере, в воде, нейтральных растворах солей, во влажном грунте. Это самый распространенный тип коррозионных процессов.



В процессах коррозии с *водородной деполяризацией* окисление металла происходит под действием ионов водорода:



Коррозия с водородной деполяризацией преобладает в следующих условиях: для большинства металлов в растворах кислот, для очень активных металлов в нейтральных растворах (например, коррозия магния в воде и растворах хлорида натрия), для амфотерных металлов (например, олово, цинк, алюминий) в растворах щелочей.

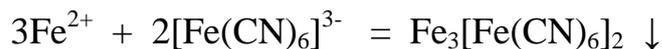
Коррозию значительно замедляет поляризация. Концентрационная поляризация - накопление ионов металла на аноде и недостаточно быстрое связывание электронов, поступающих на катод, вследствие уменьшения концентрации окислителя в растворе. Газовая поляризация - слой адсорбированного водорода на поверхности катода, затрудняющий дальнейшее восстановление, если окислителями были ионы водорода.

Во многих случаях металл предохраняет от коррозии образующаяся на его поверхности стойкая нерастворимая оксидная пленка. Однако, некоторые анионы, например, хлориды, разрушают такие пленки за счет связывания катионов металлов прочные комплексные ионы, растворимые в воде, которые легко удаляются с поверхности металла тем самым усиливая коррозию.

Коррозию замедляют введением в жидкую фазу ингибиторов. Ингибиторы образуют с металлом нерастворимые соединения-соли или прочно связанные поверхностные соединения и таким образом предохраняют поверхность от дальнейшего окисления. Ингибиторы как бы наносят на поверхность металла слой масляной краски толщиной в одну молекулу.

### **Опыт 1. Коррозия оцинкованного и луженого железа в кислой среде**

В две пробирки наливают по 2-3 мл разбавленной серной кислоты. Затем кусочек пластинки из оцинкованного железа помещают в первую пробирку, а во вторую - кусочек пластинки из луженого железа (покрытого оловом). В обе пробирки доливают по 1 мл раствора гексацианоферрата (III) калия, с помощью которого можно обнаружить  $\text{Fe}^{2+}$ , которые образуются при коррозии железа. Ион  $\text{Fe}^{2+}$  с этим реактивом дает характерное синее окрашивание в соответствии с реакцией:



Через несколько минут наблюдать растворение железа в кислоте, замечая синее окрашивание на срезах одной из пластинок.

Результаты опыта занести в таблицу:

	Оцинкованное железо	Луженое железо
Коррозионная гальванопара		
Процессы (-)		
на полюсах (+)		
Суммарная реакция		
Синеет через минуту		

В строке "коррозионная гальванопара" запишите электрохимическую схему гальванического элемента.

Сделайте вывод, какой металл растворяется при коррозии оцинкованного и луженого железа и может ли быть использован цинк в качестве протектора для защиты стального оборудования.

Слейте кислоту в стакан для слива кислот осторожно, не теряя кусочков железа. Налить воды в пробирки и промыть 2 раза кусочки металла от кислоты, не доставая их из пробирок.

### **Опыт 2. Коррозия оцинкованного и луженого железа в нейтральной среде.**

В две пробирки с кусочками металла из опыта 1 наливают по 2-3 мл раствора хлорида натрия и добавляют в каждую по 1 мл раствора гексацианоферрата ( III ) калия.

Через несколько минут замечают синее окрашивание на боковых срезах одной из пластинок.

Результаты опыта запишите в такую же таблицу, как и в первом опыте.

Сделайте вывод, какой металл растворяется при коррозии.

### **Опыт 3. Растворение химически чистого цинка и цинка, частично покрытого медью, в серной кислоте**

В пробирку помещают гранулу химически чистого цинка и 2-3 мл разбавленной серной кислоты. Начавшееся растворение цинка через некоторое время замедляется или прекращается совсем.

В другую пробирку наливают 2-3 мл раствора сульфата меди и опускают такую же гранулу цинка. Через 4-5 минут осторожно сливают раствор и промывают омедненный цинк 2-3 раза водой. Воду сливают, добавляют 2-3 мл разбавленной серной кислоты и наблюдают выделение газообразного водорода.

Результаты опыта запишите в виде ответов на следующие вопросы:

1. Объясните, почему замедляется растворение химически чистого цинка в серной кислоте?
2. Составьте электрохимическую схему коррозионной гальванопары, образованной цинком и металлической медью, выделившейся на его поверхности.
3. Запишите процессы, происходящие у полюсов этой коррозионной гальванопары.
4. Сделайте вывод, почему происходит ускорение растворения цинка в контакте с медью.

### **Опыт 4. Действие ингибитора коррозии**

В две пробирки налить 2-3 мл разбавленной серной кислоты, в одну из них добавляют 1 мл раствора уротропина. В две пробирки поместить по несколько кусочков железных стружек. Объясните разницу в действии на металлы обычной ингибированной кислоты.

### **Опыт 5. Действие стимулятора коррозии**

В две пробирки поместить по кусочку алюминиевой **пластинки** и добавить по 1-2 мл водного раствора сульфата меди. В одну из пробирок всыпать микрошпатель (щепотку) сухого хлорида натрия. Следить, как влияет добавка его на коррозию алюминия.

### **Контрольные вопросы и задания.**

1. Какое покрытие металла называют анодным и какое катодным? Назовите металлы, которые можно использовать для анодного и катодного покрытия железа во влажном воздухе и в сильноокислой среде.
2. Железное изделие покрыли свинцом. Какое это покрытие: анодное

или катодное? Почему? Составьте уравнение анодного и катодного процессов коррозии этого изделия при нарушении цельности покрытия во влажном воздухе и в растворе соляной кислоты. Какие продукты коррозии образуются в первом и во втором случаях?

3. Почему некоторые достаточно активные металлы, например, алюминий, не корродируют на воздухе? Назовите другие металлы с аналогичными свойствами.

4. Одинаково ли отношение к коррозии технического и химически чистого металла? чем вызывается коррозия конструкционной стали?

5. Какое железо корродирует быстрее: находящиеся в контакте с оловом или медью? Мотивируйте ваш выбор.

6. Величины электродных потенциалов металлов уменьшается при повышении рН среды. Объясните, почему при изменении нейтральной среды на щелочную коррозионная устойчивость железа, меди, магния и ряда других металлов увеличивается, а алюминия, хрома, цинка, олова уменьшается.

### Список литературы

1. Коровин Н.В. и др. Курс общей химии. - М.: Высш.шк., 1990.- 445 с.
2. Романцева Л.М. и др. Сборник задач и упражнений по общей химии. - М.: Высш.шк., 1991. - 228 с.
3. Любимова Н.Б. Вопросы и задачи по общей и неорганической химии. - М.: Высш.шк., 1990. - 351 с.
4. Смирнова Н.Б., Сахарова В.М. Коррозия и защита металлов. - Екатеринбург: Изд.УГГГА, 1995. - 68 с.
5. Бирюков Ю.В. и др. Общая и неорганическая химия. Лабораторный практикум. - М. - Киев: Высш.шк., 1990. - 133 с.

Химия. Часть III.

Руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине “Химия” для студентов всех профилизаций и направлений.

Авторы: Н.Б.Смирнова, доц., канд. хим. наук  
В.М.Сахарова доц., канд. хим. наук

Корректурa кафедры химии

Подписано к печати 01.11.95

Формат бумаги 60×84 1/16

Печ. л. 1.0 Тираж 100 экз. Заказ № 95

Цена С

---

Лаб. множительной техники УГГГА  
620144, Екатеринбург, Куйбышева, 30

Проректор по учебно-методическому  
комплексу \_\_\_\_\_



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ  
21.05.02 «ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ»  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ОБЩАЯ ГЕОЛОГИЯ»**

Автор: Огородников В. Н., д.г.-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры  
геологии

\_\_\_\_\_  
(название кафедры)

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
(подпись)

Огородников В.Н.

\_\_\_\_\_  
(Фамилия И.О.)

\_\_\_\_\_  
Протокол № 8 от 17.04.2019

\_\_\_\_\_  
(Дата)

Рассмотрен методической комиссией  
Факультета геологии и геофизики

\_\_\_\_\_  
(название факультета)

Председатель \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
(подпись)

Бондарев В.И.

\_\_\_\_\_  
(Фамилия И.О.)

\_\_\_\_\_  
Протокол № 8 от 19.04.2019

\_\_\_\_\_  
(Дата)

Екатеринбург  
2019

## Введение

**Естественные науки** – совокупность наук о природе. Природа – в широком смысле – все сущее, весь мир в многообразии его форм; объект естествознания. К естественным наукам относятся и география, и геология. **География** – система естественных – физико-географических и общественных – экономико-географических наук, изучающих географическую оболочку Земли, природные и производственно-территориальные комплексы и их компоненты. **Геология** – комплекс наук о составе, строении и истории развития земной коры и Земли (Советский энциклопедический словарь. М.: Изд-во «Советская энциклопедия», 1979).

В школьных программах нет дисциплины «Геологии». Элементарные сведения о Земле как планете и ее внутреннем строении школьники получают на уроках «Географии» в 6 и 7 классах. Для изучения геологических вопросов рекомендуем самостоятельно читать учебники по геологии. В настоящее время выпущено огромное число самых различных учебников, учебных пособий, методических указаний по всем направлениям геологических наук. Любой желающий по своему усмотрению без особого труда может для себя их приобрести. Но следует помнить афоризм Козьмы Пруткова: «Никто не обнимет необъятного!» Нельзя школьникам сразу преподносить геологические знания в объеме читаемой в высшей школе, но знать основы геологии необходимо каждому грамотному человеку для того, чтобы понимать историю развития природы. Без этих знаний невозможно понять процесс формирования как прошлых, так и современных ландшафтов – важнейших составных частей географической оболочки Земли.

Для квалифицированного подхода к встрече с природными объектами рекомендуем иметь элементарные познания по геологии. Аннотации первоочередных лекций приведены в настоящих методических указаниях.

Геология – это наука о Земле, о ее свойствах и изменениях, происходящих на ней в настоящее время, а также совершавшихся во времена прошедшие. Геология – это история Земли, и эту историю она сама записывает. Она сама ведет свою автобиографию; ведет ее без перерыва почти от начала своего образования и до настоящего времени, записывая ее на своих каменных страницах, и человеку остается лишь научиться читать эту занимательную каменную летопись, научиться понимать эти каменные письмена, в которых буквами являются попадающиеся нам под ноги камешки, а чернилами – воды ручьев, рек и морей. Вначале мы должны научиться различать буквы – камни, потом должны постигнуть самый процесс чтения записей Земли, для этого должны изучать геологические процессы, и лишь после того, как мы хорошо освоимся с ними, мы можем приступить к чтению древних страниц этой летописи. В этой великой многотомной летописи Вселенной всякая летопись человека, будь то самый древний папирус, является лишь одной незначительной строчкой, помещенной в конце ее последней страницы. Читая эту великую автобиографию, мы уносимся в бесконечно отдаленные от нас, неизмеримые даже тысячелетиями, времена. Эти далекие времена отдалены от нас во времени так, как отдалены от нас в пространстве далекие, загадочно мерцающие звезды.

Но где и как можно научиться читать эту великую летопись Земли? Где и как надо изучать геологию? Везде и всюду – в каждом овраге, в каждой речке, в любом карьере можно наблюдать результаты геологических процессов. Для изучения геологических процессов необходимо принимать участие в геологических экскурсиях, проходящих по геологическим объектам, доступными непосредственно нашему наблюдению.

## 1. ОБЪЕКТ И ПРЕДМЕТ ГЕОЛОГИИ

### 1.1. НАУКА О ЗЕМЛЕ. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ НАУЧНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ

Два греческих слова "гео" — Земля и "логос" — учение позволяют трактовать термин "геология" как науку о Земле. Однако в наше время ограничиться таким простым толкованием уже нельзя, поскольку этот термин объединяет в себе целый комплекс самостоятельных направлений, как фундаментальных, так и прикладных.

Под **фундаментальными** обычно понимают те направления, которые разрабатывают понятия, открывают явления, закономерности, свойства, определяющие развитие геологии как науки. Фундаментальность не следует отождествлять с теоретическими разработками. К фундаментальным геологическим наукам могут быть отнесены следующие дисциплины: геохимия, минералогия, петрография, геотектоника, общая геология и историческая геология. Названные дисциплины занимаются различными уровнями организации вещества Земли в пространстве и во времени. Именно это обстоятельство в основном и определяет фундаментальность каждого из названных направлений. Все они теснейшим образом связаны между собой.

К **прикладным направлениям** принято относить те, которые непосредственно работают на производство: создают приёмы, методы, технологию геологических исследований, связанных в первую очередь, с поисками и разведкой полезных ископаемых, а также охраной и рациональной эксплуатацией земных недр. Их в современной геологии значительно больше, чем фундаментальных. Назовём лишь несколько: региональная геология, структурная геология, геологическое картирование, поиски и разведка месторождений полезных ископаемых, инженерная геология.

### 1.2. ОБЪЕКТ И ПРЕДМЕТ ГЕОЛОГИИ

**Объектом общей геологии** является Земля в целом: её возникновение как планеты, формирование внутренних и внешних оболочек, их функционирование и взаимодействие. Иными словами, речь идёт об изучении Земли как геологической системы.

**Предметом непосредственного изучения геологии** служат минералы, горные породы, ископаемые органические остатки и современные геологические процессы.

В основе научного познания геологической истории Земли, реконструкции процессов и обстановок прошлого лежит **метод актуализма**. При использовании этого метода к пониманию прошлого идут от изучения современных процессов, но с осознанием того, что в прошлом, особенно отдалённом от современности, и физико-географическая обстановка, и сами процессы отличались от современных тем больше, чем больше отдалена от нас прошлая геологическая эпоха.

### 1.3. ЗНАЧЕНИЕ ГЕОЛОГИИ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ОБЩЕСТВА

Огромное значение, которое имеет геология, может быть рассмотрено в двух аспектах - общенаучном и народнохозяйственном.

**Общенаучное значение геологии** заключается в её неопределимой роли в формировании материалистического понимания природы. Данные геологии играют важную роль в диалектико-материалистическом обосновании философских принципов, отражающих материальное единство мира и его развитие,

**Практическое значение геологии** заключается в обеспечении минерально-сырьевыми ресурсами различных отраслей хозяйства, в инженерно-геологическом обосновании строительства разнообразных гражданских и промышленных объектов, в решении питьевого и технического водоснабжения.

## 1.4. КРАТКАЯ ИСТОРИЯ ГЕОЛОГИИ

Геология зародилась в глубокой древности. Задолго до новой эры человек научился выплавлять металлы, использовать минеральную воду. Издавна привлекали внимание человека и природные процессы. Однако временем возникновения геологии как науки принято считать вторую половину ХУШ в. – период зарождения и бурного развития горнодобывающей промышленности. В России основоположником обобщений геологических знаний стал М.В. Ломоносов (1711-1765), в Западной Европе - Д.Геттон (1726-1797) и А.Г.Вернер (1750-1817).

## 2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ЗЕМЛЕ

### 2.1. ЗЕМЛЯ ВО ВСЕЛЕННОЙ

"Вселенная, весь мир, бесконечный во времени и пространстве и бесконечно разнообразный по тем формам, которые принимает материя в процессе своего развития. Вселенная существует объективно, независимо от сознания человека, её познающего. Вселенная содержит гигантское множество небесных тел, многие из которых по размерам превосходят Землю иногда во много миллионов раз (БСЭ, т.5, с. 1315). Доступная для изучения часть Вселенной называется **Метагалактикой**, включающей свыше миллиарда звёздных скоплений, или **галактик** (греч. "галактика" - молочный, млечный).

**Наша Галактика Млечного Пути** - типичная звездная система с массой около  $10^{10}$  масс Солнца относится к типу спиральных и включает свыше 150 миллиардов звёзд. С Земли, расположенной внутри Галактики, Млечный Путь представляется в виде широкой белёсой полосы звезд, пересекающей небо. Период обращения Солнца и звёзд вокруг центра Млечного Пути 200 млн. лет. Возраст Галактики около 12 млрд. лет. Когда речь идёт о Солнечной системе, то имеется в виду Солнце и всё, что находится в поле его тяготения. К наиболее крупным телам этой системы относятся 9 планет, 34 их спутника, многочисленные кометы и астероиды. Согласно современным космогеническим представлениям Земля и другие планеты Солнечной системы образовались 4,6 млрд. лет назад почти одновременно с Солнцем.

Земля обращается вокруг Солнца по эллиптической орбите на среднем расстоянии 149,6 млн. км (144,117 млн. км в перигелии, 152,083 в афелии), период обращения 365,242 средних солнечных суток (год), скорость в среднем 29,765 км\с (30,27 км\с в перигелии, 29,27 км\с в афелии). Период обращения Земли вокруг оси 23 час 56 мин 4,1 с (сутки).

Пожалуй, все согласны с тем, что исходным веществом для формирования Солнечной системы послужили межзвёздная пыль и газы, широко распространенные во Вселенной. Но каким образом в их составе оказался полный набор химических элементов таблицы Менделеева и что послужило толчком для начала конденсации газа и пыли в протосолнечную туманность остается дискуссионной проблемой. Следующая стадия образования Солнечной системы предусматривает распад протопланетного диска на отдельные планеты внутренней и внешней групп с поясом астероидов между ними. Промежуточной фазой было образование сонма твердых и довольно крупных, до сотен километров в диаметре, тел, именуемых планетезималиями, последующее скопление и соударение которых и явилось процессом аккреции (наращивания) планеты. Этот процесс занял не более сотни миллионов лет, т.е. был с геологической точки зрения очень быстрым.

Важнейшее отличие Земли от других планет Солнечной системы - существование на ней жизни, появившейся 3-3,5 млрд. лет назад и достигшей с появлением человека (12 млн. лет назад) своей высшей формы.

## 2.2. ФОРМА И РАЗМЕРЫ ЗЕМЛИ

Поверхность реальной Земли чрезвычайно сложна и во всех деталях навряд ли может быть описана с помощью математических формул. Однако эта сложность существенно уменьшается при переходе от крупномасштабного к мелкомасштабному изображению, когда особенности рельефа Земли рассматриваются для достаточно обширных территорий.

*Под фигурой, или формой Земли*, понимают форму ее твердого тела, образованную поверхностью материков и дном морей и океанов. Форма планеты определяется ее вращением, соотношением сил притяжения и центробежной, плотностью вещества и его распределением в теле Земли. Геодезические измерения показали, что упрощенная форма Земли приближается к **эллипсоиду вращения (сфероиду)**. В СССР в качестве эталона в 1946 году был принят эллипсоид Ф.Н.Красовского и его учеников (А.А.Изотов, и др.), основные параметры которого подтверждаются современными исследованиями и с орбитальных станций. По этим данным экваториальный радиус равен 6378,245 км, полярный радиус 6356,863 км, полярное сжатие 1/298,25.

Поверхность реальной Земли чрезвычайно сложна и во всех деталях навряд ли может быть описана с помощью математических формул. Однако эта сложность существенно уменьшается при переходе от крупномасштабного к мелкомасштабному изображению, когда особенности рельефа Земли рассматриваются для достаточно обширных территорий.

В связи с расчлененностью рельефа (наличием высоких гор и глубоких впадин) действительная форма Земли является более сложной, чем трехосный эллипсоид. Наиболее высокая точка на Земле - гора Джомолунгма в Гималаях - достигает высоты 8848 м. Наибольшая глубина - 11 034 м - обнаружена в Марианской впадине. Таким образом, наибольшая амплитуда рельефа земной поверхности составляет немногим менее 20 км. Учитывая эти особенности, немецкий физик Листинг в 1873 г. фигуру Земли назвал геоидом, что дословно обозначает «землеподобный». **Геоид** — некоторая воображаемая уровневая поверхность, которая определяется тем, что направление силы тяжести к ней будет всегда перпендикулярно. Эта поверхность совпадает с уровнем воды в Мировом океане, который мысленно проводится под континентами. Это та поверхность, от которой проводится отсчет высот рельефа. Поверхность геоида приближается к поверхности трехосного эллипсоида, отклоняясь от него местами на величину 100-150 м (повышаясь на материках и понижаясь на океанах, что, по-видимому, связано с плотностными неоднородностями масс в Земле и появляющимися из-за этого аномалиями силы тяжести.

## 2.4. СТРОЕНИЕ ЗЕМЛИ

Изучение внутреннего строения Земли производится различными методами. Геологические методы, основанные на изучении естественных обнажений горных пород, разрезов шахт и рудников, керн глубоких буровых скважин, дают возможность судить о строении приповерхностной части земной коры. Глубинное внутреннее строение Земли изучается главным образом геофизическими методами: сейсмическими, гравиметрическими, магнитометрическими и др. Одним из важнейших методов является сейсмический, основанный на изучении скорости распространения упругих волн, вызванных естественными и "искусственными" землетрясениями.

На основании скорости распространения сейсмических волн австралийский сейсмолог К. Буллен разделил Землю на ряд зон, дал им буквенные обозначения в определенных усреднённых интервалах глубин, которые используются с некоторыми уточнениями до настоящего времени.

Выделяются три главные области Земли:

**Земная кора** (слой А) - верхняя оболочка Земли, мощность которой изменяется от 6-7 км под глубокими частями океанов до 35- 40 км под равнинными платформенными территориями континентов, до 50 - 75км под горными сооружениями ( наибольшие под Гималаями и Андами).

**Мантия Земли** распространяется до глубин 2900км. В её пределах по сейсмическим данным выделяются: верхняя мантия - слой В глубиной до 400км и С - до 800 - 1000км (некоторые исследователи слой С называют средней мантией); нижняя мантия - слой D до глубины 2900 с переходным слоем от 2700 до 2900км.

**Ядро Земли** подразделяется на внешнее ядро - слой Е в пределах глубин 2900 - 4980км; переходную оболочку - слой Г - от 4980 - 5120км; и внутреннее ядро - слой G до 6971 км.

**Земная кора** - это верхняя каменная оболочка Земли, сложенная магматическими, метаморфическими и осадочными породами. Она представляет собой наиболее активный слой твердой Земли - сферу деятельности магматических и тектонических процессов. Нижняя граница земной коры как бы зеркально повторяет поверхность Земли. Под материками она глубоко опускается в мантию, под океанами приближается к поверхности Земли,

**Мантия Земли** является самым крупным элементом Земли - она занимает 83% ее объема и составляет около 66% ее массы.

**Верхняя мантия** характеризуется резким нарастанием скорости распространения сейсмических волн с глубиной. Выделяется два слоя: В (35-420 км), С (420-1000 км). Внутри слоя В, с глубин 80-100 км под материками и 50-70 км под океанами и до глубин 250-300 км, выделяется слой пониженной вязкости, который носит название *астеносферы*. Астеносфера выделяется по геофизическим данным как слой пониженной скорости, поперечных сейсмических волн и повышенной электропроводности. Повышенная вязкость астеносферы обусловлена, по-видимому, высокой температурой, приводящей, как полагают, к частичному выплавлению базальтовой магмы. Астеносфера играет важную роль в эндогенных процессах, протекающих в земной коре.

Земная кора вместе с твердой частью слоя Гутенберга образует единый жесткий слой, лежащий на астеносфере, который называется *литосферой*. По существу литосфера является своеобразной геосферой, отделённой от остальной части мантии активным поясом астеносферы.

Земная кора и верхняя мантия включая астеносферу, представляют собой *тектоносферу* - область Земли, где происходят тектонические явления.

### 3. ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

#### 3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Под воздействием внутренних, или *эндогенных*, и внешних, или *экзогенных*, сил земная кора испытывает постоянные изменения, которые называются *геологическими процессами*. Соответственно различают эндогенные и экзогенные процессы.

**Эндогенные процессы** определяются глубинными источниками энергии. В результате на поверхности Земли образуются горные хребты и впадины, в земной коре возникают магматические очаги, происходят вулканические извержения, землетрясения. Эндогенные процессы характеризуются сложностью и большим разнообразием.

**Экзогенные процессы** развиваются на поверхности Земли за счёт энергии Солнца, и их интенсивность связана с активностью атмосферных явлений, геологической деятельностью поверхностных и подземных вод, озер, ледников, морей и океанов.

Сформировавшийся под воздействием эндогенных процессов рельеф молодых горных областей подвергается воздействию экзогенных сил, направленных на

сглаживание, выравнивание рельефа. Таким образом, эндогенные и экзогенные процессы развиваются одновременно, связанно и взаимно обусловленно.

К эндогенным процессам относятся тектонические движения, магматизм и метаморфизм.

### 3.2. ТЕКТОНИЧЕСКИЕ ДВИЖЕНИЯ

Совокупность тектонических движений и деформаций, под воздействием которых формируются геологические структуры, называется тектоническими процессами, или *тектогенезом*. Тектонические движения – механические перемещения масс горных пород различного масштаба, сопровождающиеся изменениями их залегания и строения, а также связанными с этими изменениями деформациями (дислокациями). Тектоническим движениям принадлежит ведущая роль в развитии всех геологических процессов, так как они обуславливают перераспределение и трансформацию внутренней энергии Земли, влияют на изменение давления, интенсификацию теплопотока и т.д.

Упрощенно в зависимости от интенсивности, преимущественной направленности и геологических результатов тектонические движения можно разделить на две основные группы - *колебательные и дислокационные*.

### 3.3. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МАГМАТИЗМА

**Магматизмом** называют явления, связанные с образованием, изменением состава и движением магмы из недр Земли к ее поверхности. Магма представляет собой природный высокотемпературный расплав, образующийся в виде отдельных очагов в литосфере и верхней мантии, главным образом в астеносфере. Подъем магмы и прорыв ее в вышележащие горизонты происходят вследствие инверсии плотностей, при которой внутри литосферы появляются очаги менее плотного, но мобильного расплава. Магматизм - это глубинный процесс, обусловленный тепловым и гравитационными полями Земли.

В зависимости от характера движения магмы различают магматизм интрузивный и эффузивный. При **интрузивном магматизме** (плутонизме) магма не достигает земной поверхности, а активно внедряется во вмещающие вышележащие породы, частично расплавляя их, и застывает в трещинах и полостях коры. При **эффузивном магматизме** (вулканизме) магма через подводящий канал достигает поверхности Земли, где образует вулканы различных типов, и застывает на поверхности. В обоих случаях при застывании расплава образуются магматические горные породы. Температуры магматических расплавов, находящихся внутри земной коры, судя по экспериментальным данным и результатам изучения минерального состава магматических пород, находятся в пределах 700-1100°C.

Измеренные температуры магм, излившихся на поверхность, в большинстве случаев колеблются в интервале 900-1100°C, изредка достигая 1350°C. Более высокая температура наземных расплавов обусловлена тем, что в них протекают процессы окисления под воздействием атмосферного кислорода. На больших глубинах в магме в растворенном состоянии присутствуют летучие компоненты - пары воды и газов (H<sub>2</sub>O, H<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>, HCl и др.). В условиях высоких давлений их содержание может достигать 12%. Они являются химически очень активными подвижными веществами и удерживаются в магме только благодаря высокому внешнему давлению.

### 3.4. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТАМОРФИЗМА

Метаморфизм - преобразование горных пород под действием эндогенных процессов, вызывающих изменение физико-химических условий в земной коре. Преобразованию могут подвергаться любые горные породы: осадочные, магматические и

ранее образовавшиеся метаморфические. Изменение минерального состава при метаморфизме может протекать *изохимически*, т. е. без изменения химического состава метаморфизируемой породы, и *метасоматически*, т. е. со значительным изменением химического состава метаморфизируемой породы за счет привноса и выноса вещества. Изменение структуры и текстуры пород обычно происходит в процессе перекристаллизации вещества. Особенность метаморфических процессов заключается в том, что они протекают с сохранением твердого состояния системы.

Метаморфизм представляет собой сложное физико-химическое явление, обусловленное комплексным воздействием температуры, давления и химически активных веществ.

### 3.5. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ЭКЗОГЕННЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Экзогенные геологические процессы в отличие от эндогенных протекают в самых верхних слоях земной коры на её границе с внешними геосферами Земли. Их энергетической основой является энергия солнечной радиации и сил гравитации. Экзогенные процессы протекают при нормальных значениях температуры и давления с поглощением тепла и направлены на дифференциацию вещества земной коры. Выделяют четыре группы (стадии) экзогенных геологических процессов: выветривание, денудацию, аккумуляцию, диагенез.

**Выветривание** ( нем. "веттер" - погода) представляет собой процесс глубокого изменения магматических, метаморфических и осадочных горных пород и минералов, оказавшихся неустойчивыми в условиях земной поверхности. Изменение физического и химического состояния первичных минералов и горных пород происходит в месте их залегания в результате физического, химического и биологического воздействия воды, углекислого газа, различных минеральных и органических кислот, живых организмов, а также непосредственного воздействия солнечной радиации.

**Денудация** (лат. "денудацио" - обнажение) - это совокупность процессов удаления (сноса и переноса) продуктов выветривания с места их образования и непосредственного разрушения горных пород агентами денудации ( силы гравитации, воды континентов, морей и океанов, ветер, ледники). Перемещая материал с возвышенностей в пониженные участки рельефа, денудационные процессы приводят к разрушению земной поверхности и образованию выровненных форм рельефа.

**Аккумуляция** (осадконакопление) - геологические процессы, в результате которых рыхлые продукты разрушения первичных горных пород накапливаются в понижениях рельефа: в речных долинах, озёрах, болотах, морях и океанах.

**Диагенез** (перерождение) представляет собой сложный процесс преобразования продуктов экзогенной деятельности (осадков) в осадочные горные породы под влиянием гравитационных сил и изменения физико-химических условий в приповерхностной части земной коры.

Все экзогенные геологические процессы тесно взаимосвязаны. Благодаря выветриванию происходит подготовка материала для денудации, а сами продукты выветривания, оставшиеся на месте, являются материалом для образования новых горных пород.

Основными результатами экзогенных геологических процессов являются изменения вещественного состава верхней части земной коры, дифференциация вещества по физическим и химическим свойствам, создание толщ осадочных горных пород и форм рельефа земной поверхности. Благодаря экзогенным процессам формируются почвы и полезные ископаемые. Около 60% мировой добычи полезных ископаемых связано с продуктами экзогенной деятельности.

Вместе с тем разрушения берегов рек, озёр и морей, обвалы, оползни, снежные лавины, размыв и разрушение склонов, рост оврагов и заболачивание территорий - это также результаты деятельности экзогенных геологических процессов

#### 4. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ СОСТАВ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Земную кору — верхнюю твердую оболочку Земли - составляют горные породы (магматические, осадочные и метаморфические), состоящие из определенного сочетания минералов, в состав которых входят различные химические элементы. Изучая такую иерархию: химические элементы – минералы – горные породы, можно судить о строении земной коры в различных структурных зонах.

##### 4.1. МИНЕРАЛЫ

Подавляющее большинство химических элементов образуют в земной коре простые или сложные соединения (исключения составляют инертные газы и некоторые самородные элементы). Химические соединения, образовавшиеся в земной коре в результате природных процессов и обладающие определенными химическим составом и физическими свойствами, называются *минералами*. Установлено, что в земной коре содержится около 4000 минералов.

Любой минерал обладает вполне определённым химическим составом и вполне определённой кристаллической структурой, т.е. закономерным расположением в пространстве элементарных частиц (молекул, атомов, ионов). В зависимости от особенностей химического состава и кристаллической структуры минералы образуют многогранники различной формы, называемые кристаллами. Эти же характеристики минералов (химический состав и кристаллическая структура) обуславливают все физические свойства, такие, как цвет, блеск, твёрдость и т.д.

##### 4.2. ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

*Горными породами* называются устойчивые парагенетические ассоциации минералов, возникающие в результате определённых геологических процессов и образующие геологически самостоятельные тела в земной коре. Науки, изучающие горные породы, - петрография, литология, астрофизика и физика горных пород.

Традиционно под горными породами подразумеваются только твёрдые тела, в широком применении к горным породам относят также воду, нефть и природные газы.

Горные породы могут слагаться как одним минералом, так и их комплексом. Минералы, входящие в состав горной породы и определяющие её состав и свойства, называются *породообразующими*

Если горные породы состоят из одного минерала (кварцит, известняк, каменная соль), они называются *мономинеральными*, если же из нескольких *-полиминеральными* (гравий, глина).

Все горные породы обладают комплексом морфологических особенностей, которые объединяют в понятия структура и текстура. Наряду с химическим и минеральным составом структура и текстура являются важнейшими диагностическими признаками горных пород.

По происхождению горные породы делятся на три класса: осадочные, магматические и метаморфические.

*Осадочные* горные породы образуются только на поверхности земной коры при разрушении любых, ранее существовавших горных пород, в результате жизнедеятельности и отмирания организмов и выпадения осадков из пересыщенных растворов.

**Магматические** горные породы возникают путём кристаллизации природных силикатных расплавов внутри земной коры или на её поверхности.

**Метаморфические** горные породы возникают путем коренного преобразования магматических, осадочных и ранее существовавших метаморфических пород под влиянием высоких температур, давления и химически активных растворов.

## 5. СТРОЕНИЕ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Строение земной коры рассматривается отдельно по той причине, что эта геосфера является основным объектом геологии и средой горного производства.

**Земная кора** - это верхняя каменная оболочка Земли, сложенная магматическими, метаморфическими и осадочными породами и имеющая мощность от 7 до 75 км. Она представляет собой наиболее активный слой твёрдой Земли - сферу деятельности магматических и тектонических процессов. Нижняя граница земной коры как бы зеркально повторяет поверхность Земли. Под материками она глубоко опускается в мантию, под океанами приближается к поверхности Земли.

Выделяют два главных типа земной коры: континентальную и океаническую.

Мощность **континентальной** коры в зависимости от тектонических условий меняется в среднем от 25-45 (на платформах) до 45-75 км (в областях горообразования), однако в пределах каждой геоструктурной области она не остаётся строго постоянной. В континентальной коре различают осадочный, гранитный и базальтовый слои.

Мощность осадочного слоя достигает 20 км, но распространён он не повсеместно. Названия гранитного и базальтового слоев условны и исторически связаны с выделением разделяющей их границы Конрада, хотя последующие исследования показали некоторую сомнительность этой границы.

Основное отличие **океанической** коры от континентальной - отсутствие гранитного слоя, существенно меньшая мощность (2-10 км), более молодой возраст (юра, мел, кайнозой), большая латеральная однородность. Океаническая кора состоит из трёх слоев. Первый слой, или осадочный, характеризуется широким диапазоном скоростей и мощностью до 2 км. Второй слой, или акустический фундамент, имеет среднюю мощность 1,2-1,8 км. Глубоководным бурением установлено, что этот слой сложен сильно трещиноватыми и брекчированными базальтами, которые с увеличением возраста океанической коры становятся более консолидированными. Третий слой сложен породами в основном габброидного состава.

Кроме двух главных типов земной коры выделяется кора переходного типа - субконтинентальная в островных дугах и субокеаническая на континентальных окраинах.

Участки земной коры, различающиеся типом геологического строения, называются **структурными элементами**. С точки зрения закономерностей пространственного строения земной коры океаны и континенты - это **структуры I** (планетарного) порядка. В пределах структурных элементов I порядка по особенностям геологического строения и развития выделяются структуры II порядка: на материках - платформы и геосинклинальные пояса, на океанической коре - талассократоны и срединно-океанические хребты.

## 6. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ЗЕМНОЙ КОРЫ. ОСНОВЫ ИСТОРИЧЕСКОЙ ГЕОЛОГИИ

Геология - наука естественно-историческая, и поэтому особо важное значение имеет ее раздел, посвященный изучению развития геологических событий по времени. Задачи исторической геологии - восстановление физико-географических обстановок накопления осадков в различные эпохи, последовательности формирования пород и их

распределения по относительному возрасту, изучение истории развития органического мира от древнейших эпох до настоящего времени.

## 6.1. ГЕОХРОНОЛОГИЧЕСКАЯ И СТРАТИГРАФИЧЕСКАЯ ШКАЛЫ

В геологии как в никакой другой науке важна последовательность установления событий, их хронологии, основанной на естественной периодизации геологической истории. Геологическая хронология, или геохронология, основана на выяснении геологической истории наиболее хорошо изученных регионов. На основе широких обобщений, сопоставления геологической истории различных регионов Земли, закономерностей эволюции органического мира в конце прошлого века на первых международных геологических конгрессах была выработана и принята Международная геохронологическая шкала, отражающая последовательность подразделений времени, в течение которых формировались определённые комплексы отложений, и эволюцию органического мира. Таким образом, Международная геохронологическая шкала - это естественная периодизация истории Земли.

Среди геохронологических подразделений выделяются: зон, эра, период, эпоха, век, время. Каждому геохронологическому подразделению отвечает комплекс отложений, выделенный в соответствии с изменением органического мира и называемый стратиграфическим: эонотема, группа, система, отдел, ярус, зона. Таким образом существует две шкалы - геохронологическая и стратиграфическая. Первую мы используем, когда говорим об относительном времени в истории Земли, а вторую, когда имеем дело с отложениями. В настоящее время выделяют три наиболее крупных стратиграфических подразделения - эонотемы: архейскую, протерозойскую и фанерозойскую.

## 6.2. СОВРЕМЕННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ФОРМИРОВАНИИ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Представления о закономерностях формирования земной коры развивались на протяжении длительного времени по мере накопления фактического материала, совершенствования геологических и геофизических методов исследований. Особое значение на современном этапе развития теоретической геологии имеют данные, полученные при изучении обширных океанических территорий, и результаты космических исследований.

### **Гипотезы горизонтального дрейфа континентов**

Механизм горизонтального перемещения континентальных глыб был разработан в 1929г. американским учёным А.Холмсом. Его гипотеза подкорковых течений предполагает существование в мантии (субстрате) медленных конвективных потоков, обусловленных различным накоплением тепла под континентами и океанами. Восходящие конвективные потоки приводят к разрыву коры, раздвиганию блоков и образованию молодого океанического дна. В районах нисходящих потоков, наоборот, блоки сталкиваются, сминаются, образуя системы надвигов, шарьяжей, а глубинные слои коры даже вовлекаются в мантию, переходя в глубинные аналоги базальтов - эклогиты.

Можно отметить, что с разработкой гипотезы А.Холмса идеи мобилизма получили новый импульс, обусловивший их широкую популярность и в наши дни. Кроме того, в последние годы при изучении строения дна океанов получены новые данные, которые также используются для подтверждения возможности горизонтального дрейфа. Эти данные послужили основой гипотезы новой глобальной тектоники, или тектоники плит. Гипотеза разработана американскими учёными Г.Хессом и Р.Дидцем. Значительный вклад в её развитие внесли зарубежные и советские геологи.

Основные идеи, положенные в основу гипотезы тектоники плит, связаны с открытием зон формирования молодой океанической коры в зонах рифтообразования и зон поглощения коры у глубоководных желобов.

По мнению авторов гипотезы, в зонах рифтообразования происходит "раздвигание" плит литосферы с образованием молодой океанической коры в центральной рифтовой зоне. Это явление называется *спредингом* океанического дна, характеризуется прерывистостью, сопровождается внедрениями мантийного вещества из астеносферы и разрывами маломощных базальтов в рифтовой зоне. С этой активной зоной связаны проявления вулканизма, неглубокие зоны землетрясений и аномалии теплового потока.

Образование новой коры в зонах спрединга сопровождается поглощением блоков (плит) литосферы в других участках нашей планеты. По мнению авторов гипотезы, такими участками являются зоны глубоководных океанических желобов, в которых происходит прерывистое поддвигание одной плиты литосферы под другую. Это явление называется *субдукцией*, сопровождается кратковременным выделением значительной механической энергии в виде землетрясений, проявлений вулканизма. Длительное поддвигание океанической коры под континентальную приводит к деформации окраинного моря, смещению островной дуги к континенту и складкообразованию. При этом поддвигание может смениться развитием обширных надвигов океанической коры - *обдукцией*. Другим путём образования орогенных зон, по мнению авторов гипотезы, является столкновение - *коллизия* континентов.

Движущие силы механизма перемещения блоков литосферы авторы гипотезы тектоники плит связывают с конвективным перемешиванием мантийного вещества, что близко к взглядам А.Холмса. Однако в отличие от положений гипотезы подкоровых течений, в соответствии с рассматриваемой гипотезой потоки мантийного вещества здесь замыкаются на уровне астеносферы.

Таким образом, в соответствии с гипотезой тектоники плит под действием потоков мантийного вещества происходят глобальные перемещения континентов, но не изолированно, как считал А.Вегенер, а в составе мощных плит литосферы. При таком горизонтальном перемещении плит в зонах спрединга происходит обновление коры, а в зонах субдукции - её поглощение и растворение в астеносфере.

По современным данным, литосфера состоит из семи крупных плит, ограниченных зонами спрединга, субдукции или смятия: Тихоокеанской, Евразийской, Индийской, Африканской, Антарктической, Северо-Американской и Южно-Американской.

## 7. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕСТОРОЖДЕНИЯХ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

### 7.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Важнейший раздел геологии, позволяющий решать обширные прикладные задачи, - учение о полезных ископаемых. Он включает в себя совокупность сведений о геологической позиции и закономерностях размещения месторождений различных полезных ископаемых, методику поисков и экономику минерального сырья, тесно сопрягается с технологией переработки руд и извлечения из них ценных компонентов.

*Полезным ископаемым* называют природное минеральное образование, которое используется в народном хозяйстве в естественном виде или после предварительной обработки (переработки) путем дробления, сортировки, обогащения для извлечения ценных металлов или минералов. По физическому состоянию полезные ископаемые бывают газообразными, жидкими и твердыми. К первым относятся горючие газы углеводородного состава и негорючие инертные газы, ко вторым - нефть, рассолы, вода, к третьим - большинство полезных ископаемых, которые применяются как

химические элементы или их соединения, а также в виде кристаллов, минералов, горных пород. По промышленному использованию полезные ископаемые разделяются на **металлические, неметаллические, горючие или каустобиолиты, гидро-и газоминеральные.**

**Металлические** полезные ископаемые служат для извлечения из них металлов и элементов: черных (железо, титан, хром, марганец и др.); легирующих (никель, кобальт, вольфрам, молибден и др.); цветных (алюминий, свинец, цинк, сурьма, ртуть и др.); благородных (золото, серебро, платина, палладий и др.); радиоактивных (уран, радий, торий и др.); редких и рассеянных (висмут, цирконий, ниобий, тантал, галлий, германий, кадмий, индий и др.); редкоземельных (лантан, церий, иттрий, прометий, самарий, лютеций и др.).

К **неметаллическим** полезным ископаемым принадлежат строительные горные породы (естественные строительные камни, пески, глины, сырье для каменного литья, стекла и керамики и др.), промышленное (алмаз, графит, асбест, слюды, драгоценные и поделочные камни, пьезокристаллы, оптические минералы и др.), а также химическое и агрономическое сырье (сера, флюорит, барит, галит, калийные соли, апатит, фосфориты и др.).

**Горючие** ископаемые включают торф, бурый уголь, каменный уголь, антрацит, горючие сланцы, озокерит, нефть, горючий газ. Они служат энергетическим и металлургическим топливом, а также сырьем для химической промышленности.

К **газоминеральному** сырью относятся негорючие инертные газы: гелий, неон, аргон, криптон и др.

**Гидроминеральные** полезные ископаемые разделяются на подземные воды питьевые, технические, бальнеологические или минеральные и нефтяные, содержащие ценные элементы (бром, йод, бор, радий и др.) в количестве, позволяющем извлекать их, а также рассолы (озерные рассолы, минеральные грязи, илы). Важным гидроминеральным сырьем являются воды морей и океанов, используемые для получения пресной воды и извлечения многих ценных элементов.

**Рудой** называется минеральное сырье, содержащее ценные полезные компоненты (металлы, их соединения, минералы) в количестве, достаточном для промышленного извлечения при современном состоянии экономики, техники и технологии. В зависимости от вида извлекаемого компонента выделяются руды металлические (железные, медные, свинцово-цинковые и т. д.) и неметаллические (серные, асбестовые, графитные, апатитовые и др.). По количеству компонентов руды различают монометалльные (мономинеральные), биметалльные (биминеральные) и полиметалльные (полиминеральные).

**Месторождением полезного ископаемого** называется его природное в виде геологических тел скопление в земной коре, которое по условиям залегания, количеству и качеству минерального сырья при данном состоянии экономики и техники может служить объектом промышленной разработки в настоящее время или в ближайшем будущем. К месторождениям полезных ископаемых промышленность предъявляет требования, определяемые технической возможностью и экономической целесообразностью их разработки.

Совокупность требований промышленности к минеральному сырью называется **кондциями** - они не являются постоянными и зависят от экономических условий и состояния техники и технологии добычи и переработки минерального сырья.

Площади распространения полезных ископаемых в порядке их уменьшения разделяются на провинции, области (пояса, бассейны), районы (узлы), поля, месторождения, тела.

**Телом** полезного ископаемого называют ограниченное со всех сторон скопление минерального вещества, которое приурочено к отдельным структурным элементам или их комбинациям.

## 7.2. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ СОСТАВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Являясь природными минеральными образованиями, все полезные ископаемые обладают определенным вещественным (минеральным и химическим) составом, строением или структурно-текстурными особенностями, а также некоторым комплексом физических, физико-химических и технологических свойств. Все эти характеристики в общем случае обуславливают качество полезных ископаемых, которое имеет важнейшее значение для оценки месторождений с целью их промышленного использования.

Вещественный состав металлических и неметаллических руд определяется соотношением рудных, или ценных, и сопутствующих им нерудных, или жильных, минералов. В металлических рудах рудные минералы являются носителями ценных металлов, в неметаллических - минералы сами представляют практический интерес благодаря специфическим свойствам.

По составу преобладающей части минералов выделяются следующие типы руд:

**самородные** - самородные металлы и интерметаллические соединения - медь, золото, платина и др.;

**сернистые и им подобные** - сульфиды, арсениды и антимониды тяжелых металлов - меди, цинка, свинца, никеля, кобальта, молибдена и др.;

**оксидные** - оксиды и гидроксиды железа, марганца, хрома, олова, урана, алюминия и др.;

**карбонатные** - карбонаты железа, марганца, магния, свинца, цинка, меди и др.;

**сульфатные** - сульфаты бария, стронция, кальция и др.;

**фосфатные** - *апатитовые и фосфоритовые неметаллические руды, а также фосфаты некоторых металлов и др.*;

**силикатные** - *сравнительно редкие руды железа, марганца, меди; широко распространенные неметаллические полезные ископаемые - слюды, асбест, тальк и др.*;

**галлоидные** - *минеральные соли и флюорит и др.*

По вещественному составу, определяющему промышленную ценность и технологические свойства, полезные ископаемые разделяются на природные типы и промышленные сорта.

## 7.3. ГЕНЕТИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

В настоящее время известно несколько десятков генетических классификаций месторождений полезных ископаемых. Наиболее известной является классификация В.И.Смирнова.

Эндогенные месторождения, к числу которых относятся скопления полезных ископаемых, прямо или косвенно связанные с магматической деятельностью, подразделяют на: собственно магматические, пегматитовые и постмагматические.

**Магматическими** называются месторождения, образующиеся из жидких магматических расплавов в процессе их внедрения и раскристаллизации. При подъеме магматических расплавов в верхние горизонты земной коры и остывании происходит их дифференциация, с чем связана концентрация, а иногда и полное обособление рудных компонентов. Процессы образования магматических месторождений достаточно сложны. В одних случаях месторождения образуются в результате внедрения магмы, обогащенной рудными компонентами еще на глубине, в других - рудные концентрации возникают из магм при ее подъеме, в третьих - лишь на месте становления интрузива.

Главная особенность всех магматических месторождений - их связь с материнскими интрузивами, которые рассматриваются как вещественный или

энергетический источник оруденения. Магматические месторождения разделяются на генетические подгруппы: ликвационные, раннемагматические и позднемагматические.

В группу *экзогенных* включаются скопления полезных ископаемых, которые образуются при экзогенных процессах в результате химической, биохимической и механической дифференциации вещества земной коры. По способу накопления осадочного материала различают месторождения выветривания и осадочные.

К *месторождениям выветривания* относятся остаточные и инфильтрационные месторождения. *Остаточные* месторождения полезных ископаемых образуются при физическом и химическом выветривании горных пород, которое сопровождается гидролизом породообразующих минералов, растворением и выносом неустойчивых компонентов.

К *осадочным месторождениям* относятся аллювиальные и прибрежно-морские россыпи, химические и биохимические осадочные месторождения.

*Метаморфизованными* называют месторождения любого происхождения, испытавшие метаморфические преобразования одновременно с вмещающими породами. При этом процессы метаморфизма могут выражаться в изменении и преобразовании структур и текстур, изменении характера минерального состава руд, а также в переотложении рудного вещества, изменении формы рудных тел, рассланцевании и изменении состава вмещающих пород.

Под *метаморфическими* месторождениями понимают такие месторождения, которые возникли в результате метаморфизма горных пород, до того не содержащих промышленных рудных скоплений и не представляющих собой полезного ископаемого. К возникающим в процессе метаморфизма собственно метаморфическим месторождениям относятся месторождения высокоглиноземистого сырья (кианит, андалузит, силлиманит), графита, гранулированного кварца, слюды, амфибол-асбеста, корунда, наждака, граната, титана и др.

## 8. СИСТЕМА ГЕОЛОГИЧЕСКОГО ИЗУЧЕНИЯ НЕДР

Геологическое изучение недр в России производится последовательно и планомерно с тем, чтобы не только получить необходимую геологическую информацию о недрах, но и своевременно выявить промышленные и отбраковать непромышленные скопления полезных ископаемых. В общей системе геологического изучения недр можно выделить три крупных этапа. Этапы геологического изучения включают несколько последовательных стадий.

### **Этап I. Работы общегеологического и минерагенического назначения.**

Стадия 1. Региональное геологическое изучение недр прогнозирование полезных ископаемых.

### **Этап II. Поиски и оценка месторождений.**

Стадия 2. Поисковые работы.

Стадия 3. Оценочные работы.

### **Этап III. Разведка и освоение месторождений.**

Стадия 4. Разведка месторождения.

Стадия 5. Эксплуатационная разведка.

На каждой стадии геологического изучения недр осуществляется их геолого-промышленная оценка, заключающаяся в определении действительной или возможной значимости изучаемого участка земной коры, в котором содержатся или могут содержаться скопления полезной минерализации или же предполагается горное строительство. С этой целью исследуются состав и строение горных пород и полезного ископаемого, условия залегания, степень и характер тектонической нарушенности,

гидрогеологические и инженерно-геологические характеристики месторождения, географо-экономические условия района и т. п.

## **РЕКОМЕНДАЦИИ**

Для более углубленного изучения отдельных разделов геологических дисциплин рекомендуем воспользоваться следующими методическими указаниями.

Часть 1. Минералы.

Часть 2. Магматические горные породы.

Часть 3. Метаморфические горные породы.

Часть 4. Осадочные горные породы.

Часть 5. Организация геологических экскурсий.

Часть 6. Художественная обработка камнесамоцветного сырья.



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ**  
**ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ Б1.Б.1.15 «ОБЩАЯ ГЕОЛОГИЯ»**  
**ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 21.05.02 «ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ»**

Авторы: Огородников В. Н., д.г-м.н., доцент; Поленов Ю. А., д.г-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры геологии _____ (название кафедры)	Рассмотрены методической комиссией Факультета геологии и геофизики _____
Зав.кафедрой _____ (подпись) Огородников В.Н. (Фамилия И.О.)	Председатель _____ (подпись) Бондарев В.И. (Фамилия И.О.)
_____ Протокол № 8 от 17.04.2019 (Дата)	_____ Протокол № 8 от 19.04.2019 (Дата)

Екатеринбург  
2019

Практические занятия по курсам «Общая геология» и «Геология» представляют важную часть в общем цикле геологических дисциплин. Эти занятия дают студентам возможность познакомиться с главнейшими породообразующими минералами и наиболее распространенными горными породами, а также получить навыки работы с горным компасом.

Выполнение практических работ производится в три этапа. Вначале студенты знакомятся с основными породообразующими минералами и учатся распознавать их в составе горных пород. На втором этапе студенты получают навыки определения и описания магматических, метаморфических и осадочных горных пород. В завершение занятий студенты знакомятся с устройством горного компаса и получают представление о работе с ним.

Объем аудиторных практических занятий не достаточен для получения навыков по определению горных пород и минералов, поэтому студенты обязаны самостоятельно заниматься с коллекциями на кафедре в пределах часов, предусмотренных рабочими программами дисциплин.

В целях удобства работы на занятиях методические материалы скомпонованы в четыре самостоятельные брошюры:

Часть 1. Минералы

Часть 2. Магматические горные породы

Часть 3. Метаморфические горные породы

Часть 4. Осадочные горные породы

## Часть 1

# МИНЕРАЛЫ

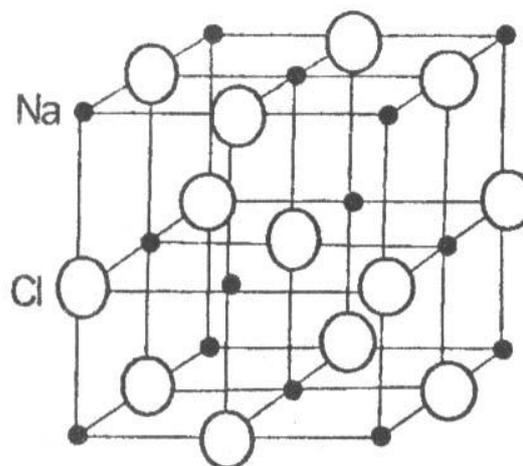
## 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МИНЕРАЛАХ

подавляющее большинство химических элементов образуют в земной коре простые или сложные соединения (исключения составляют инертные газы и некоторые самородные элементы).

**Минералы** – химические соединения, образовавшиеся в земной коре в результате природных геологических процессов и обладающие определенными химическим составом и физическими свойствами.

Каждый минерал обладает вполне определенным химическим составом и вполне определенной кристаллической структурой, т. е. закономерным расположением в пространстве элементарных частиц (атомов, ионов). Например, минерал галит (каменная соль) состоит из 39,4 % Na и 50,6 % Cl и имеет химическую формулу NaCl. Кристаллическая структура галита характеризуется поочередным расположением ионов  $\text{Na}^+$  и Cl в углах кубов (рис. 1), где каждый ион хлора окружен шестью ионами натрия, и наоборот.

Рис. 1. Кристаллическая структура галита (NaCl)



В зависимости от особенностей химического состава и кристаллической структуры минералы образуют многогранники различной формы, называемые кристаллами. Эти же характеристики минералов (химический состав и кристаллическая структура) обуславливают их физические свойства. Иногда минералы имеют неупорядоченные строения, когда атомы и ионы располагаются беспорядочно, хаотично. Минералы с таким строением называют аморфными.

Образование минералов является результатом различных геологических процессов. По способу образования (источнику энергии) минералы могут быть объединены в две группы.

1. Минералы эндогенного генезиса, образующиеся за счет внутренней энергии Земли. Возникают в результате кристаллизации магмы и связанных с ней горячих газовых и водных растворов (гидротерм) на различных глубинах, а также путем преобразования минералов в условиях больших давлений и температур.

2. Минералы экзогенного генезиса, образующиеся за счет внешней (солнечной) энергии. Источником минералообразования являются разнообразные горные породы, вступающие во взаимодействие с атмосферой, гидросферой и биотой, давая начало новым минералам.

Пути и способы образования минералов разнообразны. Они могут быть следствием: 1) кристаллизации огненно-жидкого силикатного расплава (магмы); 2) кристаллизации из горячих минерализованных растворов (гидротерм); 3) отложения кристаллического вещества из газообразных продуктов возгонов; 4) перекристаллизации минералов и горных пород; 5) образования новых минералов за счет разрушения ранее созданных.

### 1.1. Формы нахождения минералов

В природе минералы встречаются в виде отдельных хорошо образованных кристаллов либо в виде скоплений неправильной формы зерен (агрегатов).

#### 1.1.1. Облик кристаллов

Среди минералов выделяют три группы, обладающие характерным обликом, или габитусом, кристаллов.

*Изометричные* – формы, имеющие близкие размеры во всех направлениях. Примером могут служить кубы пирита, галенита, октаэдры магнетита, ромбоэдры кальцита и др. (рис. 2).

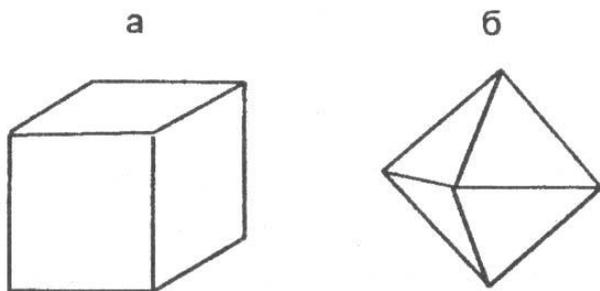


Рис. 2. Изометричные формы кристаллов:

а – кубический кристалл пирита;  
б – октаэдрический кристалл магнетита

*Уплощенные* - формы, хорошо развитые преимущественно в двух направлениях. Сюда относятся таблитчатые, пластинчатые, листоватые и чешуйчатые кристаллы слюды, хлорита, графита и т. д. (рис. 3).



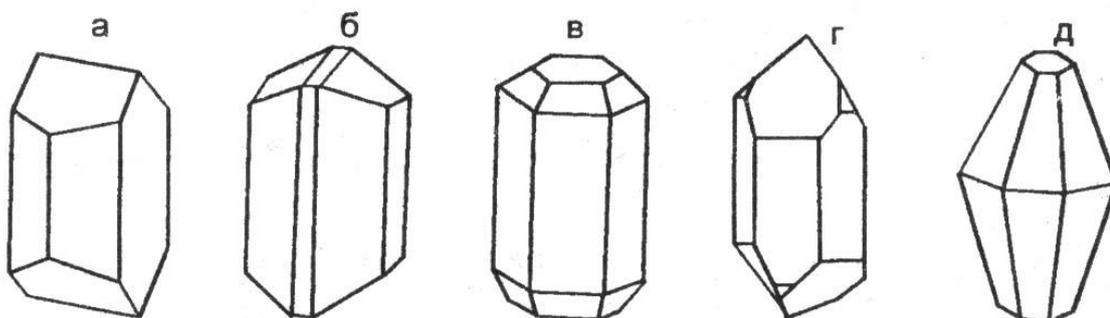
Рис. 3. Уплощенные

формы кристаллов:

а – таблитчатый кристалл гематита;

б– пластинчатый кристалл мусковита

*Удлиненные* - формы, развитые в одном направлении. К этой группе относятся призматические, столбчатые, шестоватые, игольчатые и волокнистые кристаллы роговой



обманки, пироксена, кварца и т. д. (рис. 4).

Рис. 4. Удлиненные формы кристаллов:

а – полевого шпата; б – роговой обманки; в – апатита; г – кварца; д - корунда

### 1.1.2. Минеральные агрегаты

В природе чаще встречаются не единичные кристаллы минералов, а скопления или сростания различной формы зерен. Эти скопления называют минеральными агрегатами.

Агрегаты бывают мономинеральными (моно - один), т. е. состоящими из зерен одного минерала, и полиминеральными (поли - много), сложенными несколькими различными минералами. Выделяют несколько видов минеральных агрегатов.

*Зернистые агрегаты* обладают наибольшим распространением в земной коре. В зависимости от формы слагающих зерен различают собственно зернистые (состоящие из изометричных зерен), а также пластинчатые, листоватые, чешуйчатые, волокнистые, игольчатые, шестоватые и другие агрегаты. По величине зерен можно выделять агрегаты крупнозернистые, более 5 мм в поперечнике, среднезернистые - от 1 до 5 мм и мелкозернистые - с зернами менее 1 мм.

*Землистые агрегаты* - порошкообразные, рыхлые мягкие минеральные массы скрытокристаллического строения, обычно пачкают руки, легко распадаются на мелкие комочки.

*Сажистые* - (черные цвета) или охристые (желтого, бурого и других ярких цветов). Образуются в процессе химического выветривания. Примером являются минерал каолинит и марганцевые руды.

*Натечные формы* выделений минералов образуются на стенках пустот при медленном испарении или охлаждении поступающих туда растворов. Эти образования имеют разнообразную форму: почковидную, гроздевидную, неправильную, цилиндрическую. Натёки, свисающие в виде сосул со сводов пустот, называются сталактитами, а поднимающиеся им навстречу со дна пустот - сталагмитами. Характерным примером натечных образований являются: лимонит, малахит, кальцит.

*Друзы* - это сростки более или менее хорошо ограненных кристаллов на стенках каких-либо пустот. Примером могут служить довольно часто встречающиеся друзы кристаллов кварца или пирита.

Реже встречаются другие виды минеральных агрегатов: *секреции* - выполнение пустот изометричной, часто округлой формы, отличающиеся концентрически-зональным

строением. Мелкие секрции в излившихся эффузивах называют миндалинами, крупные – жеодами; *конкреции* — шарообразные или неправильной формы стяжения и желваки, образующиеся в рыхлых осадочных породах (илах, глинах, песках и др.); *оолиты* - (от греч.-яйцо) - мелкие стяжения сферической формы размером от долей миллиметра до нескольких миллиметров, образующиеся путем наслоения коллоидального материала на песчинки в подвижной водной среде.

## 1.2. Физические свойства минералов

Минералы отличаются друг от друга по многим внешним признакам: цвету, блеску, твердости, форме и другим свойствам. Все физические свойства находятся в прямой зависимости от химического состава и кристаллической структуры, поэтому каждый из минералов характеризуется своим набором физических свойств, позволяющим проводить их диагностику (определение).

### 1.2.1. Оптические свойства

#### Цвет

У минералов различают идиохроматическую, аллохроматическую и псевдохроматическую окраски.

*Идиохроматическая* (от греч. «идиос» - свой, собственный и «хрома» - цвет) окраска обусловлена внутренними свойствами минерала, особенностями строения кристаллической решетки. Такую окраску имеют латунно-желтый пирит, черный магнетит, свинцово-серый галенит и др.

*Аллохроматическая* (от греч. «аллос» - посторонний) окраска связана с присутствием в минералах либо элементов-хромофоров (красителей), либо тонкорассеянных механических примесей. Например, очень сильным элементом-красителем является хром. Даже незначительная примесь  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  (0,1 %) окрашивает бесцветный минерал корунд в ярко-красный цвет, прозрачная разновидность которого называется рубином.

Наличие тонкорассеянных механических примесей оксидов и гидроксидов железа в бесцветных минералах окрашивает последние во всю гамму красно-желтых тонов. Тонкорассеянное органическое вещество дает серые, черные цвета и т. д. Примером окраски такого рода может служить цвет галита. Чистые минералы галита прозрачны и бесцветны или имеют белый цвет. Но часто те или иные красящие пигменты обуславливают окраску различных цветов: серый (обычно глинистые частицы), желтый (*гидроксиды* железа), красный (*оксиды* железа), бурый и черный (органические вещества).

Природа окрашивания некоторых минералов кроется в нарушении однородности строения их кристаллических решеток, в возникновении в них различных дефектов (черный кварц, аметист и др.).

*Псевдохроматическая* (от греч. «псевдос» - ложный) окраска не имеет ничего общего с природой самого минерала. Некоторые минералы меняют окраску в зависимости от освещения. Например, на полированной поверхности минерала лабрадорита при некоторых углах поворота освещения появляются густые синие и зеленовато-синие переливы, вызванные интерференцией световых лучей, отраженных от плоскостей спайности лабрадорита. Такое явление называется иризацией.

Иногда минералы бывают покрыты тонкой поверхностной пленкой другого минерала, которая обычно имеет радужную окраску, напоминающую окраску тонких пленок нефти на поверхности воды. Подобные пленки на минералах называют побежалостью.

При определении окраски минерала обычно широко применяется метод сравнения с окраской хорошо известных предметов или веществ: яблочно-зеленый, лазурно-синий, шоколадно-коричневый и т. п. Эталонами считаются названия цветов следующих минералов: фиолетовый у аметиста, зеленый у малахита, красный у киновари, бурый у

лимонита, свинцово-серый у галенита, железо-черный у магнетита, латунно-желтый у пирита, металлически-золотистый у золота.

*Прозрачность* - способность минерала пропускать свет. В зависимости от этой способности все минералы делятся: на прозрачные - горный хрусталь, топаз, исландский шпат и др.; полупрозрачные - флюорит, сильвин и др.; непрозрачные - пирит, магнетит и др.

#### Цвет черты

Это цвет тонкого порошка минерала, который легко получить, если провести испытуемым минералом черту на матовой (неглазурованной) поверхности фарфоровой пластики, называемой бисквитом. Цвет черты является более надежным признаком по сравнению с окраской минералов. В ряде случаев он соответствует цвету минерала (серая черта у серого галенита), но иногда цвет черты резко отличается от цвета минерала (латунно-желтый пирит оставляет черную черту). Для некоторых минералов этот признак является диагностическим. Например, очень похожие друг на друга минералы группы железа легко распознаются по цвету черты: магнетит имеет черную черту, гематит – вишневую, лимонит – желто-бурую.

Цвет черты определяется только у минералов с металлическим блеском, потому что другие минералы имеют белую или светлоокрашенную черту.

#### Блеск

*Блеск* – способность минералов отражать от своей поверхности световой поток. Установлено, что блеск зависит от показателя преломления минерала, т. е. величины, характеризующей разницу в скорости света при переходе из воздушной в кристаллическую среду. Минералы с показателем преломления 1,3-1,9 имеют *стеклянный* блеск, с 1,9-2,6 — *алмазный* блеск. *Полуметаллический* блеск отвечает минералам с показателем преломления 2,6-3,0 и *металлический* – выше 3,0. Металлический блеск отвечает отражению полированной поверхности металла. Такой блеск характерен для непрозрачных минералов. Примером могут служить минералы пирит, галенит, халькопирит. Полуметаллический блеск напоминает блеск потускневшего металла. Он характерен для гематита, графита и др. Наиболее широко распространен стеклянный блеск, на его долю приходится около 70 % минералов. Стеклянным блеском обладают горный хрусталь, кальцит, корунд, флюорит, амфиболы, пироксены, полевые шпаты и другие минералы.

Более сильным, чем стеклянный, является алмазный блеск, характерный, например, для алмаза, серы.

Блеск минерала зависит также от характера его поверхности. Если поверхность неровная, то отраженный свет несколько рассеивается, преобразуя стеклянный и алмазный блески в так называемый жирный. Порошковатые рыхлые минералы, обладающие тонкой пористостью, имеют матовый блеск, так как микроскопические поры являются своего рода «ловушками» для света. Примерами могут служить каолинит, землистые массы лимонита и др.

У минералов с параллельно-волокнистым строением наблюдается типичный шелковистый блеск (асбест), полупрозрачные «слоистые» и пластинчатые минералы имеют перламутровый отлив.

### 1.2.2. Механические свойства

#### Спайность и излом

*Спайностью* называют свойство минералов раскалываться по определенным направлениям, обусловленным строением их кристаллических решеток, образуя при этом ровные площади – плоскости спайности. Это свойство минералов связано исключительно с внутренним их строением и не зависит от внешней формы кристаллов. Например, при раскалывании кристаллов кальцита самой разнообразной формы получается спайный выколочек всегда одной и той же формы – ромбоэдр, кристаллов флюорита – октаэдр, галенита и галита – куб.

По степени совершенства различают следующие виды спайности: *весьма совершенная* - минералы легко расщепляются на тонкие листочки, чешуйки (мусковит, биотит, хлорит, тальк, графит); *совершенная* — минералы при ударе раскалываются на обломки, со всех сторон ограниченные тремя и более плоскостями спайности (кальцит, флюорит, галенит, галит); *средняя* – минералы раскалываются на обломки, ограниченные двумя плоскостями спайности и неровными поверхностями по случайным направлениям (полевые шпаты, роговая обманка, пироксен); *несовершенная* – минералы раскалываются на обломки, ограниченные неровными поверхностями и одной плоскостью спайности (корунд, апатит); *весьма несовершенная* или отсутствует – минералы раскалываются только по случайным направлениям с неровными поверхностями (кварц, магнетит, пирит).

Чтобы не спутать грани кристаллов с плоскостями спайности необходимо помнить, что направление спайности дает систему взаимопараллельных плоскостей или трещин. При определении спайности в агрегате выбирается одно или несколько наиболее крупных зерен и в них наблюдаются плоскости спайности. Если угол спайности, например, равен 90 градусам, то излом *ступенчатый*, а если угол спайности острый – излом *занозистый*.

Неровные поверхности, получаемые при расколе минерала по случайным направлениям, называют *изломом*. Наиболее распространен *неровный* излом, но иногда наблюдаются и другие виды: *гладкий, раковистый* – излом характерен для минералов с весьма несовершенной спайностью, напоминает поверхность раковины с концентрической скульптурой (кварц, пирит); *ступенчатый, занозистый* – излом характерен для игольчатых или волокнистых минералов (селенит). Излом, как и спайность, определяется внутренним строением минерала, его кристаллической решеткой.

Твердость, хрупкость, ковкость, упругость

Под твердостью минерала подразумевается степень его сопротивления внешним механическим воздействиям. В минералогической практике применяют наиболее простой способ определения твердости - царапанье одного минерала другим, т. е. устанавливается относительная твердость минерала. Для оценки относительной твердости немецким минералогом Ф. Моосом была предложена шкала, состоящая из десяти минералов, каждый из которых, обладая более высокой твердостью, своим острым концом царапает все предыдущие с меньшими номерами. Твердость минералов-эталонов в шкале условно обозначена целыми числами.

Шкала Мооса представлена следующими минералами:

Тальк	$Mg_3[Si_4O_{10}](OH)_2$	1
Гипс	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$	2
Кальцит	$CaCO_3$	3
Флюорит	$CaF_2$	4
Апатит	$Ca_5[PO_4]_3(F,Cl)$	5
Ортоклаз	$K[AlSi_3O_8]$	6
Кварц	$SiO_2$	7
Топаз	$Al_2[SiO_4]F_2$	8
Корунд	$Al_2O_3$	9
Алмаз	C	10

Для определения твердости исследуемого минерала устанавливают, какой эталон с максимальным номером он царапает. Например, если испытуемый минерал царапает апатит, но оставляет порошок, т. е. истирается на ортоклазе, значит его твердость выше 5, но ниже 6 и оценивается в 5.5.

Относительную твердость можно определить, не имея шкалы Мооса, используя некоторые заменители. Так, твердость ногтя – 2,5; медной монеты – 3,0-3,5; оконного стекла – 5,0; стального ножа – 6,0; напильника – 7,0. Твердость порошковатых разновидностей бывает занижена по сравнению с твердостью этого минерала в крупных зернах.

Под хрупкостью понимают свойство минерала крошиться при проведении по нему черты ножом. Противоположный эффект – гладкий блестящий след – свидетельствует о свойстве минерала деформироваться пластически. Ковкие минералы расплющиваются под ударом молотка в тонкую пластинку, упругие – способны восстанавливать форму после снятия нагрузки (слюды, асбест).

### 1.2.3. Прочие свойства

#### Удельный вес

*Удельный вес* может быть точно замерен только в лабораторных условиях различными методами; приблизительное суждение об удельном весе можно получить путем сопоставления с распространенными минералами, удельный вес которых принимается за эталон. Все минералы по удельному весу можно разделить на три группы: *легкие* - с удельным весом меньше 3 г/см<sup>3</sup> (галит, гипс, кварц и др.); *средние* - с удельным весом порядка 3-5 г/см<sup>3</sup> (apatит, корунд, пирит и др.); *тяжелые* - с удельным весом больше 5 г/см<sup>3</sup> (галенит, золото и др.).

### 1.2.4. Специфические свойства

Некоторые минералы обладают особыми, характерными только для них свойствами, когда нет необходимости определять их в других индивидах.

*Магнитность.* Сравнительно небольшое число минералов обладает свойством воздействовать на магнитную стрелку. Для минералов, обладающих магнитностью, это свойства имеет важное диагностическое значение. Минералы, обладающие ярко выраженными ферромагнитными свойствами, могут притягивать даже мелкие железные предметы - опилки, булавки (магнетит). Менее магнитные минералы (парамагнитные) слабо притягиваются магнитом (пирротин), и, наконец, имеются минералы, которые отталкивают магнитную стрелку, - самородный висмут.

*Реакция с соляной кислотой.* С соляной кислотой взаимодействуют минералы из класса карбонатов:

- кальцит  $\text{CaCO}_3$  - бурно реагирует, "вскипая" в кислоте;
- доломит  $\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$  - «вскипает» только в порошке;
- магнезит  $\text{MgCO}_3$  - не реагирует с кислотой.

*Двойное лучепреломление.* Двупреломление света – разложение светового луча, входящего в кристалл, на два. Это свойство характерно для карбонатов, особенно для прозрачной разновидности кальцита – исландского шпата. При наложении исландского шпата на рисунок или текст явственно заметно раздвоение изображения.

*Физиологические свойства.* (Воздействие на вкусовые, обонятельные и тактильные анализаторы человека). Ряд минералов можно определить по вкусу. Например, галит имеет соленый вкус, сильвин – горько-соленый. Эти минералы, кроме того, растворяются в воде. Другие минералы можно различить по запаху. При горении серы ощущается запах сернистого газа, в то время как горящий янтарь издает ароматический запах. Существенна также степень шероховатости минералов, т. е. ощущение, возникающее при прикосновении к минералу. Есть минералы жирные на ощупь (талък), гладкие (горный хрусталь) и шершавые (каолин).

### 1.3. Классификация минералов

Существует несколько классификаций минералов, в основу каждой из которых положены различные признаки. Наиболее признанной является кристаллохимическая классификация, в основе которой лежит в равной мере химический состав и кристаллическая структура минералов. По этой классификации выделяется большое количество классов, из которых в данном курсе будут рассмотрены лишь следующие: 1 - самородные элементы, 2 - сульфиды 3 - галогениды, 4 - оксиды и гидроксиды, 5 - карбонаты, 6 - сульфаты, 7 - фосфаты и 8 - силикаты.

**Класс 1 - самородные элементы** – некоторые химические элементы в свободном минеральном состоянии. К ним относят: *металлы* - золото (Au), серебро (Ag), медь (Cu) и др.; *полуметаллы* - мышьяк (As), висмут (Bi); *неметаллы* - графит (C), сера (S) и др.

**Класс 2 – сульфиды** – соли сернистой кислоты  $H_2S$ . Наиболее характерными признаками, свойственными большинству сульфидов, являются сильный металлический блеск и высокий удельный вес. Сюда относят минералы: пирит –  $FeS_2$ , халькопирит –  $CuFeS_2$  и галенит –  $PbS$ .

**Класс 3 – галогениды** – соли соляной кислоты  $HCl$  (*хлориды*) и соли плавиковой кислоты  $HF$  (*фториды*). Для них характерны низкая твердость (2-4), прозрачность и совершенная спайность. К этому классу относят галит –  $NaCl$ , сильвин –  $KCl$  и флюорит –  $CaF_2$ .

**Класс 4 – оксиды и гидроксиды** – соединения металлов и неметаллов с кислородом и водой  $H_2O$ . Для оксидов характерна прочность кристаллической решетки, чем обусловлена их высокая твердость (5-9). К этому классу относят корунд –  $Al_2O_3$ , кварц –  $SiO_2$ , опал –  $SiO_2 \cdot nH_2O$  и минералы группы железа: магнетит –  $Fe_3O_4$ , гематит –  $Fe_2O_3 \cdot nH_2O$ .

**Класс 5 – карбонаты** – соли угольной кислоты  $H_2CO_3$ . Большая часть карбонатов бесцветна, твердость невысокая (3), характерна совершенная спайность по ромбоэдру и эффект двойного лучепреломления. К этому классу относят кальцит –  $CaCO_3$ , доломит –  $CaMg(CO_3)_2$ , магнезит –  $MgCO_3$ .

**Класс 6 – сульфаты** – соли серной кислоты  $H_2SO_4$ . В технических науках их называют купоросами. Для минералов этого класса характерна низкая твердость (2-3,5) и пестрые цвета окраски. К ним относят гипс –  $CaSO_4 \cdot 2H_2O$  и ангидрит –  $CaSO_4$ , медный купорос –  $CuSO_4$  и железный купорос –  $FeSO_4$ .

**Класс 7 – фосфаты** – соли ортофосфорной кислоты  $H_3PO_4$ . Характерна средняя твердость (5) и светлая окраска. Сюда относят минерал апатит –  $Ca_5[PO_4]_3(F,Cl)$ .

**Класс 8 – силикаты** – самая обширная группа породообразующих минералов, содержащих  $SiO_2$ . Основой кристаллической решетки силикатов является скелет из кремнекислородных тетраэдров  $[SiO_4]^{4-}$  (рис.5,а). Кремнекислородные тетраэдры в структурах силикатов могут находиться либо в виде изолированных друг от друга структурных единиц  $[SiO_4]$ , либо сочленяются друг с другом разными способами. В зависимости от способа их сочленения выделяют следующие подклассы:

*Островные силикаты* с изолированными тетраэдрами (см. рис.5, а) представлены оливином. Для них характерны повышенные твердость и удельный вес, а также изометричные формы кристаллов.

*Цепочечные силикаты* с одинарными цепочками тетраэдров (см. рис. 5, б) представлены пироксенами;

*Ленточные силикаты* со сдвоенной цепочкой тетраэдров (см. рис. 5, в) представлены роговой обманкой. Несмотря на существенное различие в количественных соотношениях компонентов, цепочечные и ленточные силикаты имеют много общих

свойств: удлинённая форма кристаллов, средняя спайность в двух направлениях, твердость 5-6, темный цвет.

*Листовые силикаты* с непрерывными слоями кремнекислородных тетраэдров представлены слоями кремнекислородных тетраэдров (рис. 5, г). Сюда относят слюды (биотит, мусковит), хлорит, тальк, каолинит, серпентинит. В прямой зависимости от кристаллической структуры находится важное диагностическое свойство этих силикатов - весьма совершенная спайность, а также гексагональная форма кристаллов.

*Каркасные силикаты* с непрерывными трехмерными каркасами тетраэдров  $[\text{SiO}_4]^{4-}$  представлены почти исключительно алюмосиликатами, в которых часть ионов  $\text{Si}^{4+}$  в кремнекислородных тетраэдрах замещена на ионы  $\text{Al}^{3+}$ . Для этих силикатов характерна светлая окраска и твердость 5-7.

### 3. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Основная цель работы – знакомство с минералами и изучение их физических свойств. Исследование физических свойств выполняется в соответствии с рекомендациями, изложенными в разделе 1. Вначале определяется форма и характер минеральных агрегатов, затем цвет, блеск и другие физические свойства. Полученные данные сводятся в таблицу описания минералов.

Название минерала, формула	Форма кристаллов или минеральных агрегатов	Физические свойства минералов						Примечание
		цвет	цвет черты	блеск	спайность	твердость	спец. св-ва	
1	2	3	4	5	6	7	8	9

После нескольких лабораторных занятий проводится контрольная работа для проверки и закрепления полученных знаний.

#### Часть 2

### МАГМАТИЧЕСКИЕ ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

#### 2.1. Общие сведения о магматических горных породах

Магматические горные породы образуются в результате затвердевания магмы на глубине или на земной поверхности при вулканических извержениях. Магматические породы также называют изверженными.

**Магма** (от греч. «густая мазь») — огненно жидкий, главным образом силикатный расплав, возникающий в верхней мантии или в земной коре. Магма содержит большое количество растворенных газов и паров воды ( $\text{F}$ ,  $\text{Cl}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  и др.). На большой глубине магма находится под очень большим всесторонним давлением и обладает высокой температурой.

Поднимаясь вверх, магма внедряется в твердые и относительно холодные породы, которым она отдает свое тепло, начинает охлаждаться и кристаллизоваться. Большую роль в процессе кристаллизации играют летучие компоненты: пары воды и газа, способствующие и часто определяющие скорость кристаллизации минералов.

Поднимаясь вверх, магма оказывается в различных термодинамических условиях.

На значительных глубинах при медленном остывании магмы и сохраняющемся большом давлении происходит постепенная, последовательная и полная кристаллизация расплава. Последовательность в кристаллизации магмы связана с существованием минералов с разной температурой плавления. Тугоплавкие минералы кристаллизуются при более высоких температурах, когда другие еще находятся в расплаве.

К тугоплавким относят минералы, содержащие Fe и Mg (железисто-магнезиальные силикаты: оливин, авгит, роговая обманка, биотит и др.). При понижении температуры последовательно кристаллизуются и другие минералы.

Таким образом, на больших глубинах весь силикатный расплав превращается в агрегат тех или иных минералов, образуется полнокристаллическая горная порода. Долго сохраняющиеся условия высоких температур и давления создают благоприятные условия роста для всех минералов, в результате образуются полнокристаллические и равнокристаллические структуры пород с более или менее одинаковым размером зерен всех минералов.

На средних и небольших глубинах условия кристаллизации магмы менее стабильны и более разнообразны.

Если масса и температура расплава, внедрившегося на средних глубинах, достаточно велики для прогрева вмещающих пород и давление является достаточным для удержания в расплаве летучих компонентов, происходит также полная раскристаллизация расплава и образуется полнокристаллическая порода. При этом центральные части получают равнокристаллическое, а краевые — неравнокристаллическое строение в связи с относительно быстрым охлаждением на контакте с вмещающими породами и частичной потерей летучих компонентов. Летучие компоненты для некоторых минералов являются катализаторами и заметно повышают скорость их роста, тогда при полнокристаллическом строении возникает большая разница в размерах зерен разных минералов, могут возникать порфириовидные структуры.

На небольших глубинах температура и давление магмы могут быть недостаточными для ее полной кристаллизации. В таких условиях часть магмы успевает раскристаллизироваться и превратиться в минеральные зерна — вкрапленники, а другая часть затвердевает в виде вулканического стекла — аморфной массы, в которой могут быть зародыши кристаллов — микролиты, хорошо различимые только под микроскопом. В этих условиях образуются неполнокристаллические породы.

При вулканических извержениях магма либо изливается на земную поверхность (или на дно водного бассейна) в виде лавы, либо при взрывах выбрасывается в воздух на разную высоту, застывает и падает на поверхность в виде твердых частиц и обломков разного размера (вулканический пепел, песок, лапилли, вулканические бомбы), давая начало пирокластическим горным породам обломочного строения. Последние образуют особую группу вулканических пород и будут рассмотрены ниже.

Магма, излившаяся на поверхность в виде лавы, попадает в условия резкого понижения температуры и давления и связанной с этим почти полной потери летучих компонентов, что приводит к быстрому затвердеванию лавы. При этом если расплав поднимается медленно и с больших глубин и до выхода на поверхность в нем произошла частичная кристаллизация, то есть образовались кристаллы минералов, то при затвердевании на поверхности образуются неполнокристаллические породы. При быстром движении расплав не успевает кристаллизироваться и застывает на поверхности в виде вулканического стекла, образуя стекловатую породу, в которой кристаллы почти или полностью отсутствуют.

По условиям образования магматические горные породы подразделяют на следующие виды.

1. **Интрузивные** (внедрившиеся):

- глубинные (абиссальные),

- полуглубинные (гипабиссальные).
2. **Вулканические:**
- эффузивные (излившиеся),
  - пирокластические.

**Интрузивные**, или внедрившиеся (от лат. «интрузио» — внедрение), горные породы образуются при застывании магмы под земной поверхностью и по глубине застывания делятся на глубинные и полуглубинные.

*Глубинные*, или абиссальные (от греч. «абиссос» — бездонный), или плутонические, породы формируются на больших глубинах, в условиях длительно сохраняющихся высоких температур и давлений и характеризуются полной раскристаллизацией магматического расплава.

*Полуглубинные* (гипабиссальные) горные породы, затвердевшие на средних и небольших глубинах, по условиям образования являются промежуточными между глубинными интрузивными и эффузивными. Температура и давление магмы на разных глубинах меняются по-разному, и могут возникать как полно-, так и неполнокристаллические породы.

Излившиеся, или **эффузивные**, породы (от лат. «эффузио» — излияние) образуются при излиянии лавы на дневную поверхность, где резко понижаются температура и давление. Эффузивные породы характеризуются неполной кристаллизацией или быстрым затвердеванием расплава в виде вулканического стекла.

Различия в условиях образования магматических пород четко отражаются на их внешнем облике и легко распознаются макроскопически по характеру структуры и текстуры.

## 2.2. Структуры и текстуры магматических горных пород

**Структуры** магматических горных пород макроскопически классифицируются по степени кристалличности вещества, относительному и абсолютному размеру зерен.

По *степени кристаллизации* магматического расплава выделяют следующие структуры:

*полнокристаллические*, когда все вещество раскристаллизовано в агрегат минералов;

*неполнокристаллические*, когда часть расплава раскристаллизовалась и образовались минеральные зерна, а другая часть затвердела в виде вулканического стекла;

*стекловатые*, когда вся порода представлена вулканическим стеклом. Для глубинных пород характерны полнокристаллические структуры, для полуглубинных — полно- и неполнокристаллические, а для излившихся — неполнокристаллические и стекловатые структуры.

По *относительному размеру* минеральных зерен выделяют структуры:

*равнокристаллические* (равномерно-кристаллические). Если порода полнокристаллическая по степени кристаллизации и размеры минеральных зерен близки по величине;

*неравнокристаллические* структуры выделяются как для полнокристаллических, так и для неполнокристаллических пород.

Для полнокристаллических различают:

*неравнокристаллические*, когда размер минеральных зерен различается не резко;

*порфировидные*, если одни зерна по размеру резко отличаются от других.

Для неполнокристаллических пород различают:

*порфировые*, состоящие из нераскристаллизованной части исходного расплава, которая вне зависимости от ее количества в породе называется «основной массой», и раскристаллизованной — «вкрапленников», представленных кристаллами минералов;

*афировые*, если порода состоит из основной массы без вкрапленников.

Равно- и неравнокристаллические и порфирировидные структуры характерны для интрузивных пород, порфировые и афировые — для эффузивных и близповерхностных полуглубинных пород.

Для пород полно- и равнокристаллических выделяют *структуры по абсолютному размеру зерен, см:*

Гигантокристаллические	> 1
Крупнокристаллические	1-0,3
Среднекристаллические	0,3-0,1
Мелкокристаллические	0,1-0,05
Скрытокристаллические (афанитовые)	< 0,05

Все вышеперечисленные структуры, от гиганто- до скрытокристаллической, характерны для интрузивных глубинных и полуглубинных пород, афанитовые — для основной массы эффузивных пород (вкрапленники при этом могут иметь различные размеры).

Среди многочисленных структур, выделяемых по взаимоотношениям минералов в породе, макроскопически хорошо различима *пегматитовая (письменная)*, характеризующаяся закономерным прорастанием полевого шпата кварцем, образующим клинообразные зерна, напоминающие древнееврейские письма, откуда и произошло название структуры.

**Текстуры** изверженных горных пород подразделяют на компактные, когда нет пор и пустот, и некомпактные, если есть в породе пустоты и поры. К компактным текстурам относят: *массивную, пятнистую, флюидальную, полосчатую, миндалекаменную*; к некомпактным — *пористую, пенистую, пузырьчатую*.

*Массивная текстура* отличается беспорядочным расположением минеральных зерен, она наиболее характерна для интрузивных пород, нередко встречается и в эффузивных породах.

*Пятнистую текстуру* выделяет при неравномерном распределении светлых и темных минералов в породе. Встречается реже, главным образом в интрузивных породах.

*Флюидальная текстура* отличается ориентированным расположением удлиненных кристаллов, например столбиков роговой обманки, что отражает вязкое течение магмы или лавы в процессе застывания, при котором удлиненные кристаллы, как бревна в реке, располагаются своими длинными осями по направлению течения более или менее параллельно друг другу.

Флюидальная текстура может проявляться также в *полосчатости*, характеризующейся различиями в составе или структуре полос.

*Некомпактные текстуры* характерны для эффузивных пород и связаны с выделением из лавы летучих компонентов, после чего в затвердевшей лаве остаются пустоты округлой или миндалевидной формы.

Если пустоты мелкие (до нескольких миллиметров), образуется *пористая*, более крупные — *пузырчатая текстура*. В особо благоприятных условиях пары и газы могут вспенивать лаву, и при застывании образуется *пенистая*, или *пемзовая, текстура*, в которой пустоты по объему преобладают.

*Миндалекаменная (мандельштейновая)* текстура характерна для эффузивных горных пород и образуется в результате заполнения пор и пустот в затвердевшей лаве вторичными минералами (кварц, халцедон, кальцит, хлорит и др.). Образовавшиеся миндалины обычно выделяются своим более светлым цветом на фоне темно-серой или черной породы. От вкрапленников миндалины отличаются округлой или миндалевидной формой. Горные породы с миндалекаменной текстурой называют мандельштейнами.

## 2. 3. Классификация магматических горных пород по химическому и минеральному составам

В основу классификации магматических горных пород положены химический и минеральный составы и структурные особенности пород (см. таблицу).

Химический анализ магматических горных пород показывает, что они состоят в основном из восьми оксидов:  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{FeO}$ ,  $\text{MgO}$ ,  $\text{CaO}$ ,  $\text{Na}_2\text{O}$ ,  $\text{K}_2\text{O}$ . В значительно меньших количествах присутствуют  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{MnO}$ ,  $\text{P}_2\text{O}_5$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  и некоторые другие. Из главных оксидов только  $\text{SiO}_2$  присутствует во всех магматических породах в значительных количествах. Оксид  $\text{SiO}_2$  и принят за основу химической классификации изверженных горных пород.

По содержанию кремнезема (оксида  $\text{SiO}_2$ ) магматические породы подразделяют на четыре группы:

- кислые ( $\text{SiO}_2 = 64-78 \%$ ),
- средние ( $\text{SiO}_2 = 53-64 \%$ ),
- основные ( $\text{SiO}_2 = 44-53 \%$ ),
- ультраосновные ( $\text{SiO}_2 = 30-44 \%$ ).

Границы между этими группами магматических пород в известной мере являются условными, так как между породами соседних групп существуют постепенные переходы.

Важным показателем для классификации является содержание в магматической породе щелочей. По сумме щелочей ( $\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$ ) выделяют три ряда магматических пород: нормальной щелочности (низкощелочные, известково-щелочные), субщелочные (умеренно-щелочные) и щелочные (с высокой щелочностью).

Границы содержания суммы щелочей для выделения рядов значительно варьируют в зависимости от группы магматических пород по содержанию оксида  $\text{SiO}_2$ .

По относительному количеству железисто-магнезиальных силикатов в объемных процентах ( $M$  — цветное число) магматические породы подразделяют на ультрамафические ( $M > 70$ ), мафические ( $70 > M > 20$ ) и салические ( $M < 20$ ).

Химический состав магматических пород взаимосвязан с комплексом слагающих их минералов. Минералами — показателями степени кислотности (содержания оксида  $\text{SiO}_2$ ) являются кварц и оливин. Кислые породы отличаются значительным содержанием кварца. Для основных и ультраосновных пород характерен оливин, а кварц может встречаться только как второстепенный (менее 5 %) минерал и макроскопически обычно не виден. Средние по степени кислотности породы, занимая промежуточное положение и по минералогическому составу, являются переходными между кислыми и основными породами. В них выделяют средние кварцевые, переходные к кислым, и средние бескварцевые, переходные к основным породам.

Количество железисто-магнезиальных темноцветных минералов постепенно увеличивается от кислых к основным и ультраосновным породам. Некоторые разности основных и все ультраосновные породы состоят почти на 100 % из цветных силикатов и относятся к ультрамафитам.

Содержание полевых шпатов уменьшается от кислых к основным породам. В кислых и средних породах полевые шпаты развиты широко, в основных — количество их уменьшается, а ультраосновные породы являются бесполевошпатовыми.

Высокая щелочность магматических пород определяется присутствием щелочных минералов, таких как нефелин, калиевый полевой шпат и другие.

Химический и минералогический состав определяют цвет магматической породы: чем кислее порода, тем она светлее, чем основнее — тем темнее. Кислые и средние породы обычно бывают серыми или цветными (розовыми, красными, желтыми), основные — темно-серыми или черными, ультраосновные — черными или темно-зелеными.

Условия образования не оказывают существенного влияния на химический и минеральный состав изверженных пород. Поэтому в классификации по степени кислотности

## Классификация магматических горных пород нормальной щелочности

Группы пород по содержанию SiO <sub>2</sub> (в масс. %)									
кислые (78-64)			средние (64-53)			основные (53-44)		ультраосновные (44-30)	
глубинные	излившиеся		глубинные	излившиеся		глубинные	излившиеся	глубинные	излившиеся
Породы нормальной щелочности	Гранит, гранодиорит	Риолит, обсидиан, дацит	Диорит	Андезит	Габбро	Базальт	Дунит, перидотит, пироксенит, горнблендит	Пикрит, комагит	
Породо-образующие минералы	<b>Кварц</b> , КПШ, биотит, кислый плагиоклаз В обсидиане, пемзе - стекло	Средний плагиоклаз, роговая обманка, пироксен	Основной плагиоклаз, пироксен, роговая обманка, оливин	Оливин, пироксен, роговая обманка					
Количество кварца	15-40 %	-	-	-	-	-	-	-	-
Цвет излившихся пород	Белый, серый, светлые тона	Темно-серый, коричневый	Черный	Черный					
Количество темно-цветных минералов в глубинных породах	10-15 ± 5 %	25 ± 15 %	50 ± 15 %	100 %					

изверженных пород в одну группу объединяют различные по происхождению (интрузивные, эффузивные, жильные), но близкие по химическому и минеральному составу.

Первоначальный минералогический состав магматических пород может заметно меняться в результате вторичных изменений.

Магматические горные породы весьма разнообразны, но лишь немногие из них распространены в земной коре широко. Наиболее широко развиты породы основного и кислого состава.

В земной коре среди магматических пород *около 70 %* составляют *основные* породы, а *кислые* и *средние* вместе — *около 30 %*. На ультраосновные породы приходится незначительная доля процента.

При этом среди эффузивов самыми распространенными являются лавы основного состава (базальты), а среди интрузивных образований — кислые породы (граниты и гранодиориты).

Среди всех типов по степени кислотности (кислые, средние и т. д.) наиболее широко распространены магматические породы нормальной щелочности (известково-щелочные). Однако субщелочные и щелочные породы хотя и развиты меньше, но не являются редкими.

В таблицах приводится характеристика наиболее часто встречающихся разновидностей глубинных (плутонических) и эффузивных пород.

#### *Порядок описания интрузивных пород.*

1. Цвет.
2. Структура (по степени кристаллизации, по относительному размеру зерен и для равно-, полнокристаллических по абсолютному размеру зерен).
3. Текстура.
4. Минералогический состав в процентах.
5. Характеристика каждого из минералов, входящих в состав породы (размер и форма зерен, цвет, спайность, излом, блеск).
6. Вывод: название породы, условия образования, группа по степени кислотности и щелочности.
7. Эффузивный аналог.

#### *Порядок описания эффузивных пород.*

1. Цвет.
2. Структура (по степени кристаллизации, по относительному размеру зерен).
3. Текстура.
4. Соотношение основной массы и вкрапленников в процентах.
5. Характеристика основной массы (цвет, особенности).
6. Характеристика вкрапленников (цвет, форма и размер зерен, спайность, блеск, излом, вторичные изменения).
7. Вывод: название, условия образования, группа по степени кислотности и щелочности.
8. Глубинный аналог.

После нескольких лабораторных занятий проводится контрольная работа для проверки и закрепления полученных знаний.

## Часть 3

# МЕТАМОРФИЧЕСКИЕ ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

### 3.1. Общие сведения о метаморфизме

Горные породы после формирования могут попасть в такую геологическую обстановку, которая будет существенно отличаться от обстановки образования породы и на нее будут оказывать влияние различные эндогенные силы: тепло, давление (нагрузка) вышележащих толщ, глубинные флюиды, растворы и газы, вода, водород, углекислота и др. Изменение магматических и осадочных пород в твердом состоянии под воздействием эндогенных факторов и называется **метаморфизмом**. Преобразованию могут подвергаться любые горные породы: осадочные, магматические и ранее образовавшиеся метаморфические. В физико-химических условиях, отличных от тех, в которых образовались горные породы, происходит изменение их минерального состава, структуры и текстуры. Изменение минерального состава при метаморфизме может протекать **изохимически**, т. е. без изменения химического состава метаморфизируемой породы, и **метасоматически**, т. е. со значительным изменением химического состава метаморфизируемой породы за счет привноса и выноса вещества. Особенность метаморфических процессов заключается в том, что они протекают с сохранением твердого состояния системы, без существенного расплавления пород. Лишь при определенных физико-химических условиях метаморфизм сопровождается частичной или полной кристаллизацией исходных пород. Процессы подобного характера объединяются под названием **ультраметаморфизма**.

В зависимости от интенсивности метаморфических процессов наблюдается постепенный переход от слабо измененных, сохраняющих состав и структуру исходных пород, до глубоко преобразованных пород, первичная природа которых практически утрачена. Метаморфические отложения широко распространены в земной коре.

**Метаморфизм** - процесс преобразования любых исходных пород под воздействием изменившихся физико-химических условий среды. Он реализуется преимущественно путем перекристаллизации пород без существенного плавления под воздействием меняющихся температур, давлений, газовой (флюидной) среды. Преобразуя свой минеральный состав, порода, таким образом, приспосабливается к изменившимся термодинамическим (Т-Р) условиям.

Название термина происходит от греческого слова *metamorpho* – преобразование, превращение. Метаморфическим преобразованием могут подвергаться изначально осадочные, магматические и (повторно) метаморфические породы. При этом исходные породы, как правило, после таких преобразований полностью теряют свой первоначальный облик.

Факторами метаморфизма, т. е. непосредственными причинами преобразования пород, являются: давление (Р), температура (Т), а также растворы и газы (флюиды), пронизывающие толщи горных пород.

**Давление** при метаморфических преобразованиях может быть обусловлено рядом причин: давлением нагрузки вышележащих толщ (литостатическим - Р<sub>л</sub>), динамическим давлением тектонического движения (стрессовым - Р<sub>с</sub>), давлением движущейся магмы (Р<sub>м</sub>), а также давлением поровых (гидротермальных и флюидных) растворов (Р<sub>ф</sub>). Главным среди отмеченных причин следует считать тектоническое или стрессовое давление, способное достигать десятков тысяч атмосфер и распространяться на огромные пространства. При проявлении тектонического или стрессового давления роль нагрузки вышележащих пород может оказаться незаметной, а проявление магматического и порового давления флюидов на таком фоне может повлиять на характер минеральных преобразований лишь локально, в местах их проявления.

**Температура** метаморфических преобразований могут быть обусловлены

несколькими причинами и достигать уровней, когда порода начинает плавиться, т. е. 1000 - 1200 °С. Всегда существует температурный фон, обусловленный глубиной погружения пород, т. е. геотермическим градиентом (Тг), составляющим обычно около 30°/1 км. Однако основные тепловые превращения в породе осуществляются за счет тектонических подвижек (Тс), а также нередко сопровождающих такие движения аномальных глубинных тепловых потоков (Тф). На контакте с магматическими породами преобразование осуществляется за счет прогрева пород очагом остывающей магмы (Тм).

**Гидротермальные растворы и флюиды**, которые способны привносить или выносить различные химические компоненты, могут влиять на характер минералообразования, создавать специфическую окислительную или восстановительную (Еh), а также кислую либо щелочную (рН) среды.

Глубинные флюиды насыщены, прежде всего, парами воды и углекислоты, а также более редкими соединениями водорода, хлора, фтора и др.

### 3.2. Типы метаморфизма

В зависимости от сочетания упомянутых выше факторов выделяются те или иные типы метаморфизма. Наиболее простая схема типов метаморфизма, выделяющихся в зависимости от термодинамических (Р, Т) параметров, показана на рис. 1, а геологические условия их проявления - на рис. 2. Можно говорить о контактовом типе метаморфизма, когда порода преобразуется под преимущественным воздействием температуры, а также динамическом, когда основным фактором выступает давление, и динамотермальном, когда проявляются оба фактора одновременно. Каждый из этих типов обладает своими специфическими геологическими условиями проявления (рис. 2).

**Контактовый тип метаморфизма** проявляется в породах обрамления магматических тел, на контакте с ними, поэтому он называется контактовым. Температура магматических тел колеблется в интервале 800-1200° С, а вмещающие породы, разогреты первоначально за счет геотермического градиента, могут быть относительно «холодным». Ширина зоны (ореол) контактового метаморфизма зависит, главным образом, от объема магматического очага и может достигать нескольких километров. Если вмещающая порода разогрета жильным магматическим телом (пегматитовая жила, дайка гранитоидов и т. д.), то прогретой бывает лишь узкая полоса в несколько метров.

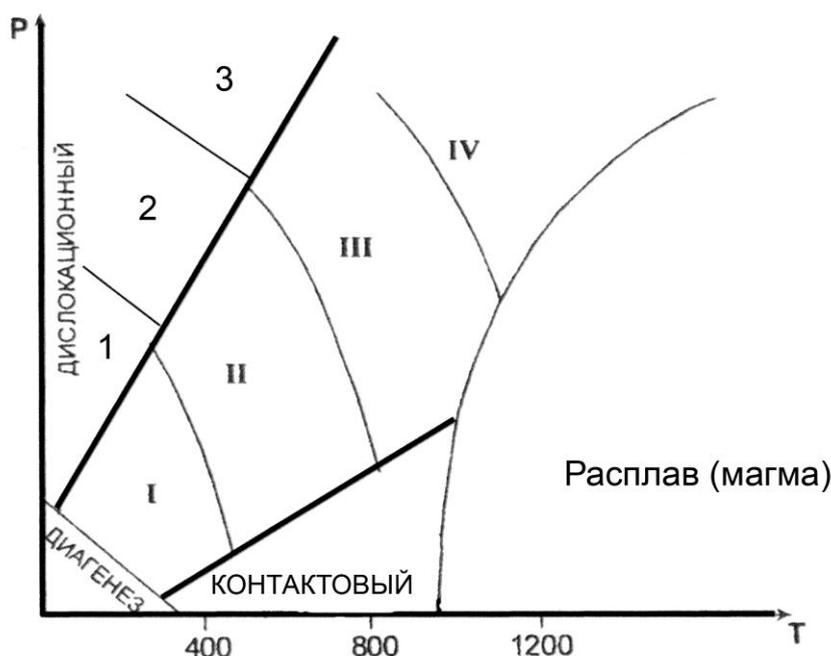


Рис. 1. Типы метаморфизма

Фации умеренного давления: I – зеленосланцевая, II – Эпидот-амфиболитовая, III – амфиболитовая, IV – гранулитовая

Фации высокого давления: 1 – глаукофановая, 2 – дистен-мусковитовых сланцев и дистеновых гнейсов, 3 – эклогитовая

Весьма существенную роль при контактовом метаморфизме играет химический состав магмы и вмещающих пород, а точнее, контрастность состава между ними. В случае резкого контраста между многокомпонентной магмой и вмещающими породами на их контакте протекают диффузионные процессы взаимного проникновения, меняющие как состав внешней оболочки магматического тела, так и состав вмещающих пород. Такой процесс перекристаллизации пород, протекающий с существенным изменением их первичного химического состава, называется **метасоматозом**. Обычно метасоматоз сопровождается интенсивной гидротермальной и флюидной проработкой, способствующей привнесу и выносу химических компонентов. Типичными представителями таких контактово-метасоматических процессов (на границе между силикатными магмами и известняками) являются **скарны**. С другой стороны, в случае, если силикатная магма находится в контакте с близкими ей по химическому составу вмещающими породами, то формируются **роговики** – прогретые и перекристаллизованные продукты метаморфизма первичных пород без проявления метасоматоза.

**Дислокационный метаморфизм** протекает в условиях высокого стрессового давления, под воздействием тектонических движений по крупным разрывным нарушениям (разломам). При этом происходит дробление пород с

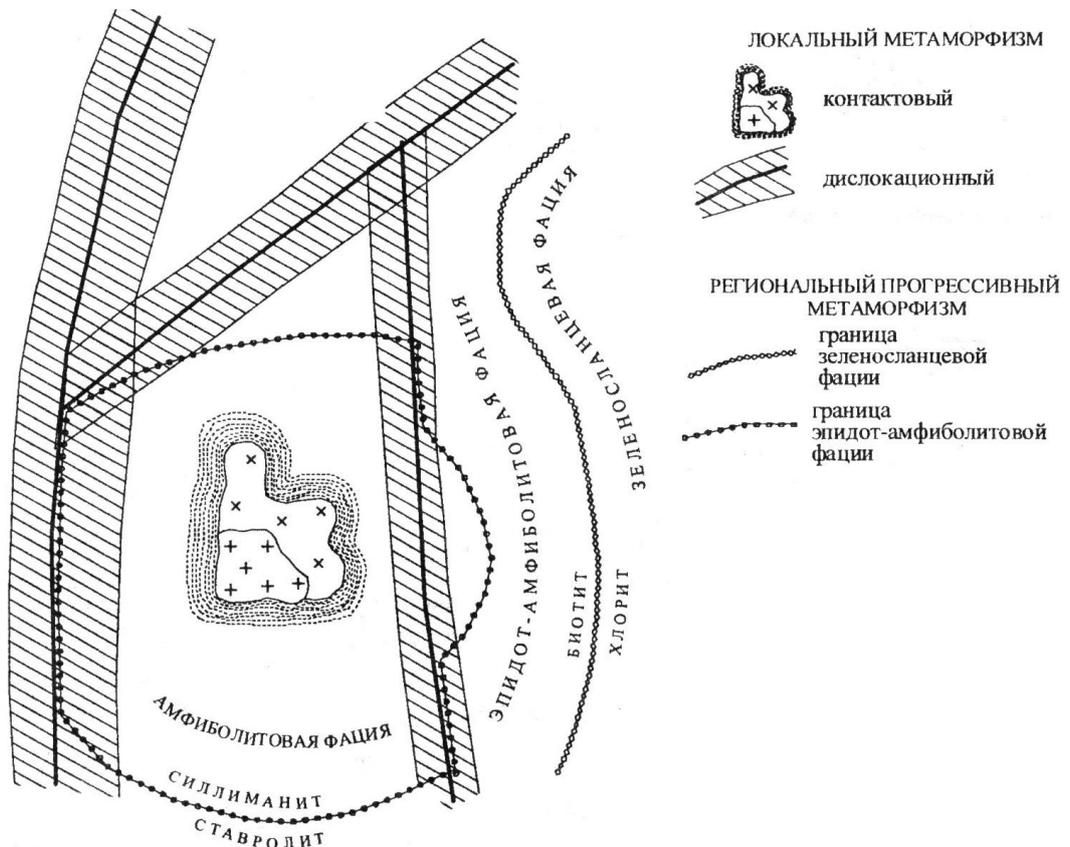


Рис. 2. Схематическая карта метаморфизма

образованием структур катаклаза, а под действием проникающих в ослабленные зоны флюидов (гидротермальных растворов), горные породы подвергаются частичной или полной перекристаллизации и цементации.

Новообразованными минералами - индикаторами высоких давлений являются кианит, глаукофан, пироп, омфацит (пироксен), алмаз. Эти минералы фиксируют давления больших глубин, где всегда имеется и некоторый температурный фон, создаваемый геотермальным градиентом. В приповерхностных условиях можно наблюдать и неперекристаллизованные брекчии, милониты, филлониты.

Процессы контактового и дислокационного типов метаморфизма протекают в ограниченных пространствах, т. е. развиваются локально. Контактный метаморфизм проявляется в виде узкой полосы вокруг магматических тел, а дислокационный – такой же полосой сопровождает тектонические трещины, в связи с чем эти два типа метаморфизма объединяются под общим названием **локальный метаморфизм** (рис. 3).

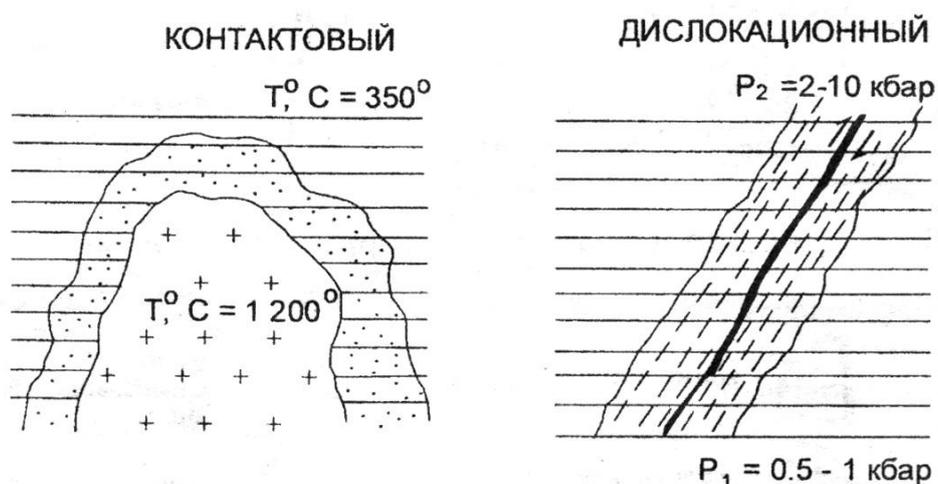


Рис. 3. Локальные типы метаморфизма

В противоположность локальному выделяют **региональный метаморфизм**. Региональный метаморфизм – широкомасштабный процесс, охватывающий огромные территории в пределах подвижных поясов земной коры. Главными его факторами являются температура и давление, а также воздействие воды и углекислоты, содержащихся в исходных породах и способствующих ходу химических реакций. Преобразование горных пород, происходящее на глубине без существенного плавления и метасоматоза, сопровождается перекристаллизацией и развитием новых минералов в условиях расплющивания и пластического течения вещества, что приводит к появлению характерной для метаморфических образований ориентированности (параллельному расположению) минеральных зерен. Породы регионального метаморфизма имеют наиболее широкое распространение.

**Метасоматоз контактовый** – процесс метасоматического изменения горных пород в контакте с интрузивными телами. При метасоматозе возникают как экзометасоматиты, то есть контактовоизмененные вмещающие породы под воздействием внедрившихся в них интрузий, так и эндометасоматиты, являющиеся продуктами изменения самих интрузивных образований при биметасоматических реакциях. Температурный режим этих процессов изменяется от 900 до 300-200 °С. Примерами контактового метасоматоза могут служить скарнообразование, грейзенизация и пр.

## 1.2. Фации метаморфизма

В зависимости от параметров метаморфизма и минерального состава образующихся пород выделяют **фации метаморфизма**, понимая под этим термином совокупности горных пород, минеральный состав которых находится в равновесии при данных условиях метаморфизма.

Для метаморфических пород, в соответствии с типами метаморфизма, выделяют две группы фаций:

- фации умеренных давлений (региональный метаморфизм);
- фации высокого давления (дислокационный метаморфизм).

Метаморфические породы **умеренных давлений** подразделяются на четыре фации. По мере возрастания P-T условий регионального метаморфизма выделяют: 1 – зеленосланцевую фацию; 2 – эпидот-амфиболитовую фацию; 3 – амфиболитовую фацию; 4 – гранулитовую фацию. Название фации определяется по типичной породе, сложенной определенной ассоциацией минералов. В области термодинамических условий гранулитовой (иногда амфиболитовой) фации в породе может отмечаться частичное плавление, такое преобразование называют ультраметаморфизмом. Это переходная зона от метаморфизма к магматизму, сложенная мигматитами.

*Фация зеленых сланцев (зеленосланцевая)* соответствует наиболее низкотемпературной ступени регионального метаморфизма и объединяет породы, сформировавшиеся в температурном интервале 250-450 °C при давлении от 1,5 до 3 кбар. Широкое развитие минералов зеленого, светло-зеленого цвета (хлорита, актинолита, серицита, талька и др.) определило название фации.

*Эпидот-амфиболитовая фация* отвечает более высокотемпературной ступени регионального метаморфизма ( $T = 450-600$  °C,  $P = 3-6$  кбар) и поэтому характеризуются заменой низкотемпературных минералов более высокотемпературными. Граница прорисована линией исчезновения хлорита и замещением его биотитом. В этой фации появляется гранат, эпидот, ставролит, роговая обманка и другие. Наиболее широко распространены кристаллические сланцы с гранатом, биотитом, мусковитом, ставролитом и другие.

*Амфиболитовая фация* представлена гнейсами, амфиболитами, для образования которых требуются уже значительные температуры и давление ( $T = 600-800$  °C,  $P = 4-8$  кбар). При этих условиях исчезает эпидот, ставролит.

При высоком содержании в породах воды наступает частичное их плавление – анатексис с возникновением гранитного расплава, что приводит к образованию мигматитов.

*Гранулитовая фация* отличается наиболее интенсивными параметрами метаморфизма ( $T = 750-1100$  °C,  $P = 6-11$  кбар). Такие условия создавались на больших глубинах, на ранних стадиях развития Земли – архейского и протерозойского эонов. Породы, сформированные в условиях этой фации, почти полностью лишены воды; гидроксилсодержащие минералы в них содержатся редко.

В условиях дислокационного метаморфизма выделяются **фации высокого давления**, которые локализуются в глубинных узких тектонических зонах, формируются в условиях повышенного давления (до 10-20 кбар) и температурах 300-800 °C.

*Глаукофановая фация* является наиболее низкотемпературной и в этом отношении сопоставимой с зеленосланцевой фацией. Эта фация характеризуется развитием различных сланцев, в которых обычно присутствует хлоритоид, фенгит, парагонит, глаукофан.

*Фация дистен-мусковитовых сланцев и дистеновых гнейсов* соответствует примерно интервалам температур эпидот-амфиболитовой фации умеренных давлений, но наряду с минералами, свойственными указанной фации появляются новые минералы, индикаторы высокого давления – дистен, омфацит, глаукофан, пироповый гранат, парагонит и ряд других

минералов. Обычными породами этой фации являются дистен-мусковитовые (парагонитовые) сланцы и более высокотемпературные дистеновые гнейсы.

*Эклогитовая фация* включает весьма своеобразные породы, называемые эклогитами. Главными минералами эклогитов является пироксен (омфацит) и гранат (пироп).

### 3.3. Особенности минерального состава метаморфических горных пород

Широкий диапазон термодинамических условий проявления метаморфизма обусловил большое разнообразие минерального состава пород. Кроме того, этот набор минералов зависит от состава исходных пород. Сам механизм перекристаллизации пород, протекающий в твердом виде, представляет собой сложный процесс замещения одних минералов (неустойчивых при новых P-T- условиях) другими, более устойчивыми. При этом важную роль играют поровые флюиды как катализаторы реакций замещения.

Кроме упоминавшихся минералов, входящих в состав магматических пород, выделяется группа минералов, характерных преимущественно для метаморфических пород.

**Тальк** – низкотемпературный чешуйчатый минерал, возникающий при гидротермальной проработке магнезиальных пород. Мягкий, с жирным блеском.

**Хлорит** – низкотемпературный чешуйчатый минерал часто с зеленоватым оттенком. Образуется при гидротермальной проработке основных пород.

**Серпентин** – возникает как продукт гидротермальной проработки ультраосновных пород. Не обладает четко выраженной формой (иногда образует волокнистые агрегаты), серого с зеленоватыми оттенками цвета.

**Серицит** – низкотемпературная, мелкочешуйчатая, наиболее гидроксилнасыщенная разновидность слюды - мусковита. Присутствие в породе серицита обуславливает ее шелковистый блеск.

**Эпидот** – образует призматические кристаллы, лучистые или зернистые агрегаты. Цвет светло-зеленый. Блеск сильный стеклянный.

**Гранат** – кристаллы изометричные в виде ромбододекаэдров, реже зернистые агрегаты. Цвет – от коричневого до красного. Макроскопически легко узнается по характерному облику кристаллов и цвету.

**Актинолит** – низкотемпературная разновидность роговой обманки. Образуется волосовидные, тонколучистые неориентированные агрегаты. Цвет светло-зеленый.

**Глаукофан** – разновидность роговой обманки, образующаяся при высоких давлениях. Образуется тонколучистые агрегаты. Цвет густо фиолетовый до черного.

**Ставролит** – кристаллы в виде коротких ромбического сечения призм, характерные двойники, напоминающие прямой или косой (угол 60°) крест. Цвет коричневый, красно-бурый до черного. Легко узнается по цвету и двойниковым формам.

**Дистен (кианит)** – кристаллы длинные, уплощенные. Имеет анизотропию твердости. Цвет голубой или синий.

### 3.4. Текстуры и структуры метаморфических горных пород

Текстуры и структуры метаморфических пород зависят от специфических физических условий их образования. Эти условия отличаются от термодинамических параметров кристаллизации магматических пород, для которых действует в полной мере известный закон Паскаля, обеспечивающий при любом направленном тектонических движений одинаковое давление во все стороны. Этим условием обеспечивается повсеместная массивная текстура глубинных магматических пород. Слюды в гранитах, например, благодаря действию закона Паскаля, не ориентированы в одном направлении.

Метаморфические процессы не достигают условий плавления, поэтому породы изменяются в твердом или пластичном состоянии, когда закон Паскаля работает лишь частично или не проявляется вовсе. Для регионального метаморфизма, например, ориентированное давление влияет на форму возникающих минералов, а также на их параллельную или субпараллельную ориентировку. Поэтому у низкотемпературных продуктов регионального метаморфизма отмечают, как правило, **сланцеватые текстуры** с параллельным и субпараллельным расположением вытянутых, уплощенных или чешуйчатых минералов.

С повышением температуры, в условиях амфиболитовой фации, когда вещество начинает проявлять пластические свойства, а значит, частично проявляется закон Паскаля, четкая ориентировка удлиненных, уплощенных минералов постепенно исчезает, т. к. давление становится, до определенной степени, всесторонним. Такая текстура со слабо выраженной ориентировкой минералов называется **гнейсовой**, по названию главного и типичного представителя пород амфиболитовой фации - гнейса.

Максимальное проявление закона Паскаля достигается в условиях гранулитовой фации, поэтому ее продукты не несут следов ориентировки минералов, а текстура называется **массивной** как у глубинных магматических пород.

Так как региональный метаморфизм протекает в условиях тектонического давления, то сланцеватые текстуры могут усложняться мелкой складчатостью. Тогда такая текстура называется **плойчатой**. Нередко метаморфические процессы высокотемпературных фаций сопровождаются расслоением первично однородной массы на слои контрастного минерального состава. Образуются темно-окрашенные (с амфиболом, слюдами) и светлоокрашенные (с кварцем, полевым шпатами) слои. В этом случае говорят о **полосчатой** текстуре пород.

Более широкий диапазон текстур характерен для продуктов локального (контактового и дислокационного) метаморфизма. Для скарнов, роговиков, березитов, лиственитов, мраморов, образующихся при контактовом метаморфизме без проявления тектонического (стрессового) давления, наиболее часто отмечается **массивная** текстура, хотя может встречаться пористая, ноздреватая, пятнистая и другие.

Структурные особенности метаморфических пород также в существенной степени определяются Р-Т условиями среды минералообразования. Очевидно, что в условиях полной анизотропии среды, когда относительно «холодная» твердая порода подвергается тектоническому направленному сжатию, легче кристаллизоваться и расти чешуйчатым минералам, которые относительно легко могут наращивать свой размер вкрест, перпендикулярно вектору давления. В то же время в условиях изотропной среды гранулитовой фации, когда давление становится всесторонним, возникают благоприятные условия для кристаллизации изометричных, объемных минералов.

Так как для метаморфических процессов отмечается тесная обусловленность внешними факторами формы минералов, эта особенность заложена в понятие структуры (в противоположность магматическим и осадочным породам, где в понятие структуры вкладывается не форма, а размер минералов, зерен и т. д.). Форма минералов, а значит и структура породы, совместно с ее текстурными особенностями позволяют восстанавливать Р-Т условия образования продуктов метаморфизма.

Конкретные названия структур определяются несколькими латинскими названиями упомянутых форм минералов: лепидос - чешуйка; нематос - нить, иголка; гранос - зерно. Кроме того, следует помнить, что метаморфизм – процесс постоянного обновления минерального состава породы, все минералы вновь выросшие, возникшие. Этот процесс называется бластезом (от греческого «бластос» – росток). В итоге структуры продуктов регионального метаморфизма, в зависимости от формы слагающих ее минералов, могут называться: лепидобластовая, гранобластовая, нематобластовая, либо более сложными комбинированными названиями: лепидо-гранобластовая, немато-гранобластовая или лепидо-немато-бластовая т. д.

**Гранобластовая структура** чаще отмечается для пород амфиболовой и гранулитовой фаций метаморфизма при наличии зерен изометричной формы кварца, полевых шпатов, гранатов, карбонатов и др.

**Лепидобластовая** характерна обычно для зеленосланцевой фации при обилии чешуйчатых, листоватых минералов – серицита, мусковита, биотита, хлорита, талька, серпентина.

**Нематобластовая** в чистом виде встречается редко (амфиболиты, актинолитовые сланцы) и отличаются наличием минералов игольчатой, длиннопризматической формы (эпидот, роговая обманка, актинолит, кианит, рутил).

Иногда в породе отмечаются разнозернистые агрегаты, когда один из новообразованных минералов резко выделяется по размеру среди остальных. В этом случае можно говорить о **порфиробластовой** структуре.

Значительно меньшую информацию об условиях образования несут структуры контактового метаморфизма, продукты которого чаще всего обладают **кристаллобластовыми** структурами.

Среди пород регионального метаморфизма имеется два характерных исключения. В зависимости от P-T условий различные формы минералов возникают лишь в том случае, если в исходном химическом составе имелись в наличии необходимые породообразующие компоненты, позволяющие строить все многообразие решеток минералов (чешуйчатых, игольчатых, зернистых). Среди осадочных пород известны две мономинеральные, а значит простые по составу, образования - известняки (CaCO<sub>3</sub>, MgCO<sub>3</sub>) и кварцевые пески (SiO<sub>2</sub>). При метаморфизме эти простые по составу породы не способны формировать игольчатые, чешуйчатые и другие, кроме зернистых, формы. Поэтому известняки при метаморфизме переходят в мономинеральную (с одним кальцитом) породу – мрамор с возможным укрупнением зерна по мере роста температуры. Аналогично ведут себя кварцевые пески, которые способны образовать только зернистый агрегат кварцита. Так как отмеченные породы не способны реагировать на давление изменением формы зерен, то для них, обычно, трудно восстановить тип метаморфизма – региональный или контактовый.

### **3.5. Методика выполнения лабораторной работы**

Основная цель лабораторной работы – знакомство с метаморфическими горными породами, их текстурно-структурными особенностями, минеральным составом. Студенты должны научиться определять продукты разных типов метаморфизма (регионального, термального и дислокационного) и, при возможности, устанавливать их исходный состав (эдукт).

Выполнение лабораторных работ проводится в определенной последовательности: вначале определяется текстура породы, позволяющая устанавливать тип метаморфизма; затем исследуются структурные особенности, по которым восстанавливают термодинамические условия проявлений метаморфизма (фации – для продуктов регионального метаморфизма), которые уточняются после диагностики минерального состава породы. По совокупности полученных сведений о метаморфической породе делаются выводы об исходной породе (эдукте).

Описание пород ведется в следующей последовательности: цвет породы, текстура, структура, минеральный состав. По совокупности всех описанных признаков студент должен определять тип метаморфизма, фациальный уровень (P-T- условия), и при возможности предположить возможный состав эдукта.

## Часть 4

# ОСАДОЧНЫЕ ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

### 4.1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОСАДОЧНЫХ ГОРНЫХ ПОРОДАХ

#### 4.1.1. Литогенез

Формирование осадочных пород представляет собой сложный и длительный процесс, связанный с экзогенными процессами. В образовании осадочных пород выделяют следующие стадии: 1) образование исходного осадочного материала; 2) перенос осадочного материала; 3) накопление осадка (седиментогенез); 4) преобразование осадка в осадочную породу (диагенез); 5) изменение осадочной породы до начала метаморфизма или начала выветривания (катагенез). Процесс формирования осадочной породы, начиная от образования исходного материала и заканчивая превращением осадка в породу, носит название литогенеза. Крупный вклад в изучение этого процесса внесли советские учёные Н. М. Страхов, Л. В. Пустовалов, Г. Ф. Крашенинников, Н. Б. Вассоевич, Л. Б. Рухин, Н. В. Логвиненко, Т. А. Лапинская и др.

Исходным материалом осадочных пород служат продукты разрушения магматических, метаморфических и ранее образовавшихся осадочных пород на поверхности Земли. Разрушаются горные породы и входящие в их состав минералы в результате экзогенных процессов, причём основная масса продуктов разрушения образуется в результате выветривания. Под действием поверхностных вод и в меньшей степени ледников и ветра продукты разрушения переносятся к областям седиментации (осадконакопления). Весь этот материал, находящийся на стадии переноса, при соответствующих условиях рельефа и геохимической обстановки может перейти в осадок. При этом начинается третья стадия образования породы - седиментогенез, или накопление осадка. Осаждение частиц может быть временным, когда частицы вновь подхватываются движением среды, или окончательным, когда происходит накопление осадка, т. е. постепенное закрепление частиц на дне.

Подавляющая масса осадков накапливается в конечных водоёмах стока - озёрах и, главным образом, морях. Такие осадки называют субаквальными. В отличие от них осадки, накапливающиеся на суше, вне водной среды, называют субаэральными. В конечных водоёмах стока в зависимости от характера поступающего материала, а также от гидродинамического и гидрохимического режимов формируются осадки трёх типов: обломочные, органогенные и хемогенные. Характерно, что породы биогенного происхождения встречаются только в толщах субаквальных отложений. Субаэральные отложения обычно представлены только обломочными и хемогенными образованиями, отличными по своим свойствам от тех же разновидностей, сформировавшихся в субаквальных условиях. На стадии седиментогенеза закладываются такие важные свойства осадка, как минеральный состав, размер и форма слагающих его частиц, слоистость. Следующим этапом формирования породы является стадия диагенеза. Диагенез - совокупность процессов, преобразующих осадок в осадочную породу. Свежесформированные осадки обычно образуют рыхлые, сильно обводнённые слои, насыщенные разнообразными химически активными соединениями. Кроме минеральных веществ в осадке присутствует органическое вещество в виде остатков отмерших организмов и живые бактерии.

Только что образовавшийся осадок представляет собой рыхлое или текучее тело, обильно обводнённое, богатое микроорганизмами и состоящее из весьма разнообразного материала, частью твёрдого, частью жидкого и газообразного. Главная особенность свежесформированного осадка - отсутствие равновесия между входящими в его состав реакционноспособными соединениями. Из-за неравномерности свежий осадок представляет собой неустойчивую физико-химическую систему. Так, в осадке имеется

много кислорода и богатых им веществ, здесь же - живые организмы, нуждающиеся в кислороде для своего существования, и органическое вещество, которое способно к окислению и сгоранию. Пропитывающая иловый осадок вода по составу почти не отличается в первый момент от воды наддонной. Эта вода не насыщена карбонатами, кремнеземом, фосфатами и другими компонентами; в то же время в осадке много биогенно осажденных или перенесенных в виде взвеси кальцита, магнезита, кремнезема и других веществ. В состав глинистых минералов в виде примеси входят также поглощенные ими катионы многих металлов.

После фиксации осадка на дне естественно начинается процесс уравнивания этой системы. Физико-химическое равновесие достигается при процессах обезвоживания, разложения органических остатков, уплотнения и цементации осадков, образования конкреций.

Стадией диагенеза заканчивается процесс собственно формирования осадочной горной породы. Она продолжает существовать в земной коре до тех пор, пока находится в термодинамических условиях, характерных для верхних горизонтов. Однако и здесь осадочная горная порода не остаётся неизменной. Наступает стадия катагенеза. Катагенез — это совокупность процессов, изменяющих осадочную породу в период её существования до начала метаморфизма или выветривания. В отличие от диагенетических процессов, обусловленных внутренней неуравновешенностью осадка, причиной катагенеза является отсутствие равновесия между породой и средой, в которую она попадает в результате прогибания или подъёма участков земной коры. Основными факторами катагенеза являются температура и воздействие подземных вод. В целом процессы катагенеза протекают менее интенсивно, чем диагенетические, но зато чрезвычайно длительны и приводят к заметным результатам, а именно: уплотнению и обезвоживанию, растворению и выносу ряда минералов подземными водами, перекристаллизации минералов в осадочной породе.

#### **4. 1.2. Химический и минеральный составы осадочных пород**

Осадочные горные породы состоят из различных по составу и происхождению компонентов: аллотигенных, органических остатков разного типа и вулканогенного материала.

Аллотигенные (привнесённые извне) компоненты составляют основную массу обломочных и некоторых глинистых пород и представляют собой обломки и частицы пород и минералов различного размера. Как правило, в осадочных породах встречаются обломки наиболее устойчивых минералов и пород. Главным образом это кварц, затем следуют полевые шпаты, слюды, пироксены, амфиболы.

Аутигенные (образовавшиеся на месте нахождения) компоненты образуются за счёт выделения минерального вещества из природных растворов или в результате обменных и других реакций либо в воде бассейна осадконакопления, либо в осадочной горной породе. Наибольшее значение из них имеют глинистые минералы, карбонаты, сульфаты, соли, оксиды и гидроксиды Fe, Mn, Al, Si, а также фосфаты. Эти минералы слагают основную массу хемогенных и часть глинистых пород, а также широко распространены в цементах обломочных пород и конкрециях.

Органические остатки. В осадочных горных породах присутствуют органические останки или следы жизнедеятельности организмов. Это обломки раковин или скелетных частей различных животных и растительных организмов. В породах биогенного происхождения органические останки являются преобладающим компонентом, а в некоторых случаях породы целиком сложены ими (ракушняки, известняки, мел и др.).

В значительной части современных осадков присутствует вулканогенный материал в виде обломков вулканического стекла и эффузивных пород. Вулканогенный материал попадает в осадки обычно как примесь вулканического пепла, песка и более крупных

образований при извержениях. При этом название породы состоит из двух слов, например, туфогенный песчаник. Следует иметь в виду, что прилагательное в этом словосочетании (в данном случае «туфогенный») означает, что вулканогенного материала в породе меньше, чем терригенного. В песчаном туфе меньше терригенного материала, чем вулканогенного.

### **3.2. Классификация осадочных горных пород**

Общепризнанных классификаций осадочных горных пород нет, что связано, прежде всего, с разнообразием процессов и факторов, контролирующих образование осадков. В нашей стране распространением пользуется классификация осадочных пород, предложенная в 1958 г. М. С. Шевцовым, в основу которой положено, с одной стороны, их происхождение, а с другой - их химический и минеральный составы. Упрощенная классификация осадочных пород приведена в виде таблицы.

По генетическим признакам среди осадочных горных пород выделяют три главные группы.

1. Терригенные (обломочные) породы образуются в результате механического разрушения ранее существовавших горных пород и накопления обломочного материала. К ним относят песчаники, гравелиты, конгломераты, а также их не сцементированные и неокатанные разновидности: пески, гравий, дресву, галечник и щебень. В эту же группу входят глинистые породы, являющиеся продуктом преимущественно химического разрушения пород, а также переотложения глинистых минералов, освободившихся при выветривании глинистых толщ и тончайшего дробления химически стойких минералов.

2. Органогенные породы, которые образуются в результате жизнедеятельности организмов (коралловые постройки) и их отмирания (кости рыб, зубы акул и т. д.). В отдельную группу выделяют каустобиолиты, образующиеся из растительных и животных (планктон) останков, преобразованных под влиянием биохимических, химических и других геологических факторов и обладающих горючими свойствами. Это - угли, торф, сапрпель и др.

3. Хемогенные породы, образующиеся при химическом разрушении, растворении минералов материнских пород и последующем выпадении новых минералов в осадок из пересыщенных растворов.

Более детальное подразделение осадочных пород в пределах выделяемых генетических групп производится по вещественному и минеральному составам. Терригенные осадочные горные породы по размеру обломков (частиц) подразделяют на грубообломочные (псефиты), песчаные (псаммиты), пылеватые (алевролиты) и глинистые (пелиты). По характеру связи (цементации) обломочного материала их подразделяют на сцементированные и несцементированные (рыхлые).

При классификации органогенных и хемогенных пород определяющим является их химический состав.

### **3.3. Текстуры и структуры осадочных горных пород**

Строение осадочных пород характеризуется текстурой и структурой.

Текстура - это общий рисунок породы, черты ее строения, определяемые способом заполнения пространства, характером сочетания между собой элементарных частиц (минералов, зерен, обломков). Текстура породы формируется с этапа накопления осадка. Возникшие в процессе осадконакопления первичные текстуры отражают состояние среды в момент накопления осадочного материала и результаты её взаимодействия с осадком. Вторичные текстуры возникают в уже сформировавшейся породе при процессах диагенеза и гипергенеза.

Структура осадочной породы - это особенности её строения, которые определяются размером, формой, степенью однородности составных частей, а также количеством, размером и степенью сохранности органических остатков. Элементы структуры породы формируются на протяжении всех этапов образования и жизни породы.

Важнейшим признаком, характеризующим строение осадочных пород, является их слоистая текстура. Образование слоистости связано с условиями накопления осадков. Любые перемены этих условий вызывают либо изменение отлагающегося материала, либо обстановку в его поступлении, что внешне выражается в появлении слоев.

#### Классификация осадочных горных пород

ТЕРРИГЕННЫЕ			
Структура	Рыхлые, несцементированные		Сцементированные
	неокатанные	окатанные	
псефитовая	Глыбы Щебень Дресва	Валуны Галечник Гравий	>50 Конгломераты 10 Гравелит > 1-10
псаммитовая	Песок		Песчаник 0,1-1,0
алевритовая	Алевриты		Алевролиты 0,01 -0Д
пелиговая	Глины		Аргшшпы <0,01
ОРГАНОГЕННЫЕ			
Название		Химический состав	
Известняки, мел		CaCO <sub>3</sub>	
Доломит		CaMg(CO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	
Опоки, трепела		SiQz-nH <sub>2</sub> O	
Сапропелиты, торф, уголь		Органические соединения углерода	
ХЕМОГЕННЫЕ			
Название		Химический состав	
Соли галоидные: галит сильвин Соли сернокислые: гипс ангидрит Соли фосфатные: аптит Бурые железняки Бокситы		NaCl KCl CaSO <sub>4</sub> ·2H <sub>2</sub> O CaSO <sub>4</sub> Al <sub>2</sub> Si <sub>2</sub> O <sub>7</sub> ·nH <sub>2</sub> O, Al(OH) <sub>3</sub> Al <sub>2</sub> (OH) <sub>4</sub>	

Слои представляют собой более или менее плоские тела, горизонтальные размеры которых во много раз больше их толщины (мощности), и отделяющиеся друг от друга поверхностями напластования. Слоистая текстура обусловлена чередованием слоев нескольких разновидностей осадочных пород и может быть вызвана резким изменением размера обломочных частиц и вещественного состава пород либо ориентировкой осадочного материала.

Для осадочных пород характерна также пористая текстура, характеризующая степень её проницаемости. По степени пористости выделяют следующие породы:

микропористые, в которых пористость не заметна на глаз, но устанавливается специальными методами;

мелкопористые, в которых можно различить мелкие частые поры;

крупнопористые - с колебанием размера пор в пределах от 0,5 до 2,5 мм;

кавернозные имеют крупные поры (каверны) на месте выщелоченных раковин и остатков других организмов, а также отдельных частей горной породы.

Для однородных, преимущественно зернистых хемогенных и органогенных пород, характерны массивные текстуры. Все несцементированные осадочные горные породы имеют рыхлую текстуру.

Структура осадочных пород отражает их происхождение. Структуры осадочных пород определяются, главным образом, размером и отчасти формой слагающих их частиц. По величине обломков для терригенных горных пород (мм) выделяют такие структуры, как: галечная (окатанные обломки) - 10 - 100; щебеночная (остроугольные обломки) - 10

- 100; гравийная (окатанные обломки) - 1 - 10 ; дресвяная (остроугольные обломки) — 1-10; псаммитовая -0,1-1; алевролитовая — 0,01 - 0,1; пелитовая - < 0,01.

Для хемогенных пород (известняки, доломит, гипс) характерна кристаллически-зернистая структура. В зависимости от размера слагающих породу зерен выделяют крупнозернистую (преобладают зерна величиной 1,0 -0,5 мм), среднезернистую (0,5 - 0,25 мм), мелкозернистую структуры (0,25 -0,1 мм), иногда, когда порода плохо отсортирована, выделяют разнозернистую структуру.

Оолитовая структура наблюдается в случаях, когда в породе в массовых количествах присутствуют мелкие шаровидные стяжения (оолиты) различного размера (боксит, оолитовый известняк).

Структуры пород, в составе которых большое участие принимают остатки организмов (свыше 20 - 30 % объема породы), определяются степенью сохранности этих останков и их количеством. Выделяются следующие структуры: биоморфная - в случае хорошей сохранности скелетных остатков организмов; детритовая - порода почти полностью состоит из скелетных обломков размером крупнее 0,1 мм.

Осадочные породы имеют самую разнообразную окраску и оттенки. При этом иногда окраска является признаком, характерным для определения этих пород, и зависит: 1) от окраски минералов, слагающих пород; 2) окраски рассеянных в породе примесей и цемента; 3) цвета тончайшей корочки, часто обволакивающей зерна составляющих породу минералов. Белый и светлосерый цвета обычно обусловлены окраской главных минералов осадочных пород (кварца, каолинита, кальцита, доломита и др.) и свидетельствует до некоторой степени о чистоте породы. Темно-серый и черный цвета чаще всего появляются в результате примеси углеродистого вещества и, реже, оксидов и гидроксидов марганца. Красный и розовый цвета связаны с примесью в породе оксидов железа, а зеленый цвет зависит от примеси закисного железа и присутствия минералов с зеленой окраской - чаще глауконита, реже хлорита и малахита.

### **4.3. Методика выполнения практической работы**

Основная цель практической работы - знакомство с осадочными горными породами, их текстурно-структурными особенностями, минеральным составом.

Правильное определение осадочных горных пород возможно только при полном учете всего комплекса внешних свойств. Подробно должны быть описаны текстура и структура породы, характер слоистости (в случае отсутствия последней это должно быть специально указано), наличие или отсутствие кавернозности и т. д. Необходимо устанавливать и указывать возможно точнее структуру породы со всеми ее особенностями, окраску, твердость, излом, удельный вес и другие признаки, точно определять состав породы. Не менее подробно, чем породу, следует описывать и все инородные включения в нее: органические остатки, конкреции, прожилки, различные выделения, выцветы, примазки и т. д. Полное описание дает возможность установить тип породы и способ ее образования, а тем самым и определить ее.

При описании псефитов следует указывать состав, окраску, величину и характер окатанности обломков, состав и окраску цемента и соотношение в породе обломков и цемента.

Описывая глину, необходимо указать следующие ее внешние признаки: цвет, причем подчеркнуть, в каком состоянии влажности описывается глина; пластичность (глина бывает жирная, пластичная, сухая и песчанистая); характер примесей, часто обуславливающих окраску; структуру; растительные остатки и окаменелости.



МИНОБНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Уральский государственный горный университет»  
(ФГБОУ ВО УГГУ)

**Н. В. Рубан**

# **Основы гидрогеологии и инженерной геологии**

**Методические указания  
по организации самостоятельной работы для обучающихся направления  
подготовки  
21.05.02 – Прикладная геология**

Специализация № 4 «Прикладная геохимия, минералогия, петрология»

Квалификация подготовки – горный инженер-геолог

Форма обучения: очная

Екатеринбург  
2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Введение	3
1.	Общие положения	4
2.	Самостоятельная работа студентов, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям	7
	2.1. Повторение материала лекций	7
	2.2. Самостоятельное изучение тем курса	8
	2.3. Подготовка к практическим и лабораторным работам	8
3.	Другие виды самостоятельной работы	8
	3.1. Подготовка к зачёту	8

## Введение

Самостоятельная работа в современном образовательном процессе рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда.

Таким образом, самостоятельная работа – форма организации образовательного процесса, стимулирующая активность, самостоятельность, познавательный интерес студентов.

В методических указаниях рассматриваются вопросы организации самостоятельной работы для студентов Уральского государственного горного университета.

Методическое указание включает три главы, которые логически связаны друг с другом. Первая глава знакомит читателя с теоретическими основами самостоятельной работы студентов и особенностями подготовки к ней в вузе. Во второй и третьей главах представлен материал, который содержит информацию о видах самостоятельной работы по данной дисциплине, а также об источниках информации для осуществления самостоятельной работы. Эмпирической основой разработки системы критериев и показателей оценки форм самостоятельной работы стал практический опыт работы преподавателей кафедры геодезии и кадастров.

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования (ФГОС), созданных на основе Федерального закона от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

Конкретные требования к самостоятельной работе студентов определяются в Федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования по направлению.

Нормативные требования к самостоятельной работе студентов дополняются документами локального характера: Уставом Уральского государственного горного университета, рабочей программой дисциплины.

Согласно требованиям нормативных документов, самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, подготовки к практическим занятиям, сдаче зачета и экзамена.

Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность внеаудиторных занятий и работ, обеспечивающих успешное освоение образовательной программы высшего образования в соответствии с требованиями ФГОС.

Навыки самостоятельной работы по освоению каких-либо знаний приобретаются человеком с раннего детства и развиваются в течение всей жизни. К началу обучения в вузе каждый студент имеет личный опыт и навыки организации собственных действий, полученные в процессе обучения в школе, учреждениях дополнительного образования, во время внешкольных занятий и в

быту. Однако при обучении в вузе требования к организации самостоятельной работы существенно возрастают, так как они связаны с освоением сложных общекультурных и профессиональных компетенций.

Практика показывает, что студенты различаются по уровню готовности к реализации требований к самостоятельной работе. Выделяются две основные группы студентов. Первая характеризуется тем, что ее представители ориентированы на выполнение заданий самостоятельной работы и обладают универсальными учебными компетенциями, позволяющими успешно справиться с требованиями к ее выполнению (умением понимать и запоминать приобретаемую информацию, логически мыслить, воспроизводить материал письменно и устно, проводить измерения, вычисления, проектировать и т. д.). Студенты второй группы не имеют устойчивой ориентации на постоянное выполнение самостоятельной работы при освоении учебного материала и отличаются низким уровнем развития универсальных учебных компетенций и навыков самоорганизации.

Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;

- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;

- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;

- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;

- развитие навыков самоорганизации;

- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Для реализации задач самостоятельной работы студентов и ее осуществления необходим *ряд условий*, которые обеспечивает университет:

- наличие материально-технической базы;
- наличие необходимого фонда информации для самостоятельной работы студентов и возможности работы с ним в аудиторное и внеаудиторное время;
- наличие помещений для выполнения конкретных заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;
- обоснованность содержания заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;
- связь самостоятельной работы с рабочими программами дисциплин, расчетом необходимого времени для самостоятельной работы;
- развитие преподавателями у студентов навыков самоорганизации, универсальных учебных компетенций;
- сопровождение преподавателями всех этапов выполнения самостоятельной работы студентов, текущий и конечный контроль ее результатов.

Специфическими *принципами организации* самостоятельной работы в рамках современного образовательного процесса являются:

- принцип интерактивности обучения (обеспечение интерактивного диалога и обратной связи, которая позволяет осуществлять контроль и коррекцию действий студента);
- принцип развития интеллектуального потенциала студента (формирование алгоритмического, наглядно-образного, теоретического стилей мышления, умений принимать оптимальные или вариативные решения в сложной ситуации, умений обрабатывать информацию);

- принцип обеспечения целостности и непрерывности дидактического цикла обучения (предоставление возможности выполнения всех звеньев дидактического цикла в пределах темы, раздела, модуля).

Самостоятельная работа студентов планируется преподавателем в рабочей программе дисциплины.

Объем времени, отведенный на внеаудиторную самостоятельную работу, находит отражение: в учебном плане в целом по теоретическому обучению, по каждому из циклов дисциплин, по каждой дисциплине; в рабочих программах учебных дисциплин с ориентировочным распределением по разделам или конкретным темам.

Самостоятельная работа студентов классифицируется: по месту организации (аудиторная и внеаудиторная); по целям организации (цели дисциплины, сформулированные и обоснованные в рабочей программе); по способу организации (индивидуальная, групповая).

Выбор формы организации самостоятельной работы студентов (индивидуальная или групповая) определяется содержанием учебной дисциплины и формой организации обучения (лекция, семинар, практическое занятие, контрольное занятие и др.).

В зависимости от формы промежуточной аттестации виды самостоятельной работы дополняются подготовкой к экзамену, зачету и процедурами текущей аттестации.

## **2. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ПОДГОТОВКУ К АУДИТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ**

### ***2.1. Повторение материала лекций***

Источники информации по теме лекции:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия;

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

### ***2.2. Самостоятельное изучение тем курса***

Самостоятельное изучение тем осуществляется при обучении на заочной форме обучения.

Источники информации для самостоятельного изучения тем:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед сессией;

2) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

### ***2.3. Подготовка к практическим и лабораторным занятиям***

Типовые задания (примеры) работ, выполняемые на практических занятиях представлены в комплекте оценочных материалов.

Принципы работы на практических занятиях озвучиваются преподавателем на соответствующих лекционных занятиях.

Источники информации для подготовки к практическим занятиям:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения практического или лабораторного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины;

4) методические указания по выполнению практических и лабораторных занятий.

## **3. ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

### ***3.1. Подготовка к зачету***

В комплекте оценочных средств представлен перечень тестовых заданий, теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий, которые входят в постав билетов.

Источники информации для подготовки к зачету:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

**Учебное издание**

**Рубан Наталья Валентиновна**

**Основы гидрогеологии и инженерной геологии**

Методические указания по организации самостоятельной работы  
для обучающихся направления подготовки 21.05.02 – Прикладная геология  
(специализация № 2 «Поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические  
изыскания»)

Редактор С. Н. Тагильцев

Подписано в печать

Бумага писчая. Формат бумаги 60 x 84 1/16.  
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.  
Печ. л.. Уч.-изд. л. Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ

620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30.  
Уральский государственный горный университет  
Отпечатано с оригинал-макета  
в лаборатории множительной техники УГГУ

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по  
комплексу  
учебно-методическому

  
С.А. Устуров



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
Б1.Б.1.16 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА**

Специальность:  
*21.05.02 Прикладная геология*

Специализация №4  
*Прикладная геохимия, минералогия, петрология*

Автор: Стожков Д.С.

Одобрены на заседании кафедры  
*Электротехники*  
\_\_\_\_\_  
(название кафедры)  
Зав.кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись)  
к.т.н., доц. Угольников А.В.  
(Фамилия И.О.)  
\_\_\_\_\_  
Протокол № 8 от 17.04.2019  
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
факультета геологии и геофизики  
\_\_\_\_\_  
(название факультета)  
Председатель \_\_\_\_\_  
(подпись)  
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.  
(Фамилия И.О.)  
\_\_\_\_\_  
Протокол № 8 от 19.04.2019  
(Дата)

Екатеринбург  
2019

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА .....	4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ .....	4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса .....	4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам .....	5
Подготовка и написание контрольной работы .....	6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта) .....	7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	8
Подготовка к зачёту .....	8
Подготовка к экзамену.....	8

## ВВЕДЕНИЕ

*Самостоятельная работа студентов* – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

## **ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА**

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

*для подготовки ко всем видам текущего контроля:*

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

*для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:*

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ**

#### **Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса**

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

*для овладения знаниями:*

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

*для формирования навыков и умений:*

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

### **Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам**

*Практические занятия* по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

*для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

*для формирования навыков и умений:*

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

*Лабораторные занятия* по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

*для овладения знаниями:*

- изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
- изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- составление плана проведения эксперимента;
- составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
- аналитическая обработка результатов экспериментов.

*для формирования навыков и умений:*

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

### **Подготовка и написание контрольной работы**

*Контрольная работа* – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

*для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки.

*для формирования навыков и умений:*

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

*Доклад с презентацией* – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

*для овладения знаниями:*

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

*для закрепления и систематизации знаний:*

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

*для формирования навыков и умений:*

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

### **Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта)**

*Курсовая работа (проект)* – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

*для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **Подготовка к зачёту**

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

*Тест* – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

### **Подготовка к экзамену**

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

*Теоретический вопрос* – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

*Практико-ориентированное задание* – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзамену студенту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена: количество теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете, продолжительность и форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.



МИНОБНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Уральский государственный горный университет»  
(ФГБОУ ВО УГГУ)

**Н. В. Рубан**

# **Основы гидрогеологии и инженерной геологии**

**Методические указания  
по организации самостоятельной работы для обучающихся направления  
подготовки  
21.05.02 – Прикладная геология**

Специализация № 4 «Прикладная геохимия, минералогия, петрология»

Квалификация подготовки – горный инженер-геолог

Форма обучения: очная

Екатеринбург  
2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Введение	3
1.	Общие положения	4
2.	Самостоятельная работа студентов, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям	7
	2.1. Повторение материала лекций	7
	2.2. Самостоятельное изучение тем курса	8
	2.3. Подготовка к практическим и лабораторным работам	8
3.	Другие виды самостоятельной работы	8
	3.1. Подготовка к зачёту	8

## Введение

Самостоятельная работа в современном образовательном процессе рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда.

Таким образом, самостоятельная работа – форма организации образовательного процесса, стимулирующая активность, самостоятельность, познавательный интерес студентов.

В методических указаниях рассматриваются вопросы организации самостоятельной работы для студентов Уральского государственного горного университета.

Методическое указание включает три главы, которые логически связаны друг с другом. Первая глава знакомит читателя с теоретическими основами самостоятельной работы студентов и особенностями подготовки к ней в вузе. Во второй и третьей главах представлен материал, который содержит информацию о видах самостоятельной работы по данной дисциплине, а также об источниках информации для осуществления самостоятельной работы. Эмпирической основой разработки системы критериев и показателей оценки форм самостоятельной работы стал практический опыт работы преподавателей кафедры геодезии и кадастров.

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования (ФГОС), созданных на основе Федерального закона от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

Конкретные требования к самостоятельной работе студентов определяются в Федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования по направлению.

Нормативные требования к самостоятельной работе студентов дополняются документами локального характера: Уставом Уральского государственного горного университета, рабочей программой дисциплины.

Согласно требованиям нормативных документов, самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, подготовки к практическим занятиям, сдаче зачета и экзамена.

Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность внеаудиторных занятий и работ, обеспечивающих успешное освоение образовательной программы высшего образования в соответствии с требованиями ФГОС.

Навыки самостоятельной работы по освоению каких-либо знаний приобретаются человеком с раннего детства и развиваются в течение всей жизни. К началу обучения в вузе каждый студент имеет личный опыт и навыки организации собственных действий, полученные в процессе обучения в школе, учреждениях дополнительного образования, во время внешкольных занятий и в

быту. Однако при обучении в вузе требования к организации самостоятельной работы существенно возрастают, так как они связаны с освоением сложных общекультурных и профессиональных компетенций.

Практика показывает, что студенты различаются по уровню готовности к реализации требований к самостоятельной работе. Выделяются две основные группы студентов. Первая характеризуется тем, что ее представители ориентированы на выполнение заданий самостоятельной работы и обладают универсальными учебными компетенциями, позволяющими успешно справиться с требованиями к ее выполнению (умением понимать и запоминать приобретаемую информацию, логически мыслить, воспроизводить материал письменно и устно, проводить измерения, вычисления, проектировать и т. д.). Студенты второй группы не имеют устойчивой ориентации на постоянное выполнение самостоятельной работы при освоении учебного материала и отличаются низким уровнем развития универсальных учебных компетенций и навыков самоорганизации.

Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;

- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;

- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;

- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;

- развитие навыков самоорганизации;

- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Для реализации задач самостоятельной работы студентов и ее осуществления необходим *ряд условий*, которые обеспечивает университет:

- наличие материально-технической базы;
- наличие необходимого фонда информации для самостоятельной работы студентов и возможности работы с ним в аудиторное и внеаудиторное время;
- наличие помещений для выполнения конкретных заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;
- обоснованность содержания заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;
- связь самостоятельной работы с рабочими программами дисциплин, расчетом необходимого времени для самостоятельной работы;
- развитие преподавателями у студентов навыков самоорганизации, универсальных учебных компетенций;
- сопровождение преподавателями всех этапов выполнения самостоятельной работы студентов, текущий и конечный контроль ее результатов.

Специфическими *принципами организации* самостоятельной работы в рамках современного образовательного процесса являются:

- принцип интерактивности обучения (обеспечение интерактивного диалога и обратной связи, которая позволяет осуществлять контроль и коррекцию действий студента);
- принцип развития интеллектуального потенциала студента (формирование алгоритмического, наглядно-образного, теоретического стилей мышления, умений принимать оптимальные или вариативные решения в сложной ситуации, умений обрабатывать информацию);

- принцип обеспечения целостности и непрерывности дидактического цикла обучения (предоставление возможности выполнения всех звеньев дидактического цикла в пределах темы, раздела, модуля).

Самостоятельная работа студентов планируется преподавателем в рабочей программе дисциплины.

Объем времени, отведенный на внеаудиторную самостоятельную работу, находит отражение: в учебном плане в целом по теоретическому обучению, по каждому из циклов дисциплин, по каждой дисциплине; в рабочих программах учебных дисциплин с ориентировочным распределением по разделам или конкретным темам.

Самостоятельная работа студентов классифицируется: по месту организации (аудиторная и внеаудиторная); по целям организации (цели дисциплины, сформулированные и обоснованные в рабочей программе); по способу организации (индивидуальная, групповая).

Выбор формы организации самостоятельной работы студентов (индивидуальная или групповая) определяется содержанием учебной дисциплины и формой организации обучения (лекция, семинар, практическое занятие, контрольное занятие и др.).

В зависимости от формы промежуточной аттестации виды самостоятельной работы дополняются подготовкой к экзамену, зачету и процедурами текущей аттестации.

## **2. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ПОДГОТОВКУ К АУДИТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ**

### ***2.1. Повторение материала лекций***

Источники информации по теме лекции:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия;

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

### ***2.2. Самостоятельное изучение тем курса***

Самостоятельное изучение тем осуществляется при обучении на заочной форме обучения.

Источники информации для самостоятельного изучения тем:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед сессией;

2) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

### ***2.3. Подготовка к практическим и лабораторным занятиям***

Типовые задания (примеры) работ, выполняемые на практических занятиях представлены в комплекте оценочных материалов.

Принципы работы на практических занятиях озвучиваются преподавателем на соответствующих лекционных занятиях.

Источники информации для подготовки к практическим занятиям:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения практического или лабораторного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины;

4) методические указания по выполнению практических и лабораторных занятий.

## **3. ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

### ***3.1. Подготовка к зачету***

В комплекте оценочных средств представлен перечень тестовых заданий, теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий, которые входят в постав билетов.

Источники информации для подготовки к зачету:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

**Учебное издание**

**Рубан Наталья Валентиновна**

**Основы гидрогеологии и инженерной геологии**

Методические указания по организации самостоятельной работы  
для обучающихся направления подготовки 21.05.02 – Прикладная геология  
(специализация № 2 «Поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические  
изыскания»)

Редактор С. Н. Тагильцев

Подписано в печать

Бумага писчая. Формат бумаги 60 x 84 1/16.  
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.  
Печ. л.. Уч.-изд. л. Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ

620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30.  
Уральский государственный горный университет  
Отпечатано с оригинал-макета  
в лаборатории множительной техники УГГУ

**Минобрнауки России**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**  
**«Уральский государственный горный университет»**



**Е. И. Шангина**  
**Г.А. Шангин**

# **ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**

**ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ**

*Допущено Учебно-методическим объединением  
в области горного дела в качестве учебного пособия  
для студентов направления 650600 «Горное дело»*

*Издание второе, стереотипное*

**Екатеринбург – 2015**

УДК 514.18

Ш 20

Рецензенты: *Денисов М. А.* профессор, д-р техн. наук кафедры «Инженерная графика» Уральского федерального университета  
*Савельев Ю. А.* канд. техн. наук, доцент кафедры «Инженерная графика» Уральского государственного университета путей сообщения.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета  
Уральского государственного горного университета

**Шангина Е.И., Шангин Г.А.**

Ш 20 Инженерная графика. Теория и приложения: Учебное пособие. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2015. – 254 с.: ил.

Изложены современные геометрические основы отображения различных многообразий и их инвариантные свойства, такие как, симметрия, пропорциональность, размерность. Освещены теоретические положения курса начертательной геометрии в проекциях с числовыми отметками, рассмотрены ортогональные, аксонометрические проекции, дано обобщение методов решения задач. Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению «Горное дело», а также по направлениям «Прикладная геология» и «Технологии геологической разведки», а также может быть полезно при организации научных исследований студентам, аспирантам и преподавателям, специализирующимся в области геометрического моделирования.

УДК 514.18

©Уральская гос. горно-геолог. академия, 2006  
© Уральский государственный горный университет, 2015  
© Шангина Е. И., 2006  
© Шангина Е. И., Шангин Г. А., 2015

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Геометрию (*geometria* – «землемерие», греч.) издавна причисляли к семи свободным искусствам: грамматика, риторика, диалектика, арифметика, геометрия, астрономия, музыка.

«Геометрия как таковая начинается интуитивно. Её история проходит такой путь, что грубые идеи формы, массы, площади поверхностей, длины анализируются, уточняются, делаются абстрактными и приводят к понятию геометрических фигур. Известна неспособность большинства животных и некоторых примитивных рас людей понимать рисунок. Не имея глубины, кроме той, которая имитирована мастерством рисунка и тенями, он производит на неразвитый интеллект впечатление плоских областей, контрастно раскрашенных».\*

Начертательную геометрию, понимая под ней классические методы – метод Монжа, аксонометрию, перспективу, проекции с числовыми отметками, обычно определяют как *раздел геометрии, изучающий способы отображения пространства на плоскость, то есть способы изображения пространственных фигур (точнее сказать многообразий) на плоском чертеже*. Причём под плоскостью чертежа в настоящее время понимается не только классический чертёж, но и экран компьютера. Говорят, что чертёж – язык техники, а начертательная геометрия – грамматика этого языка.

Как правило, решаемые в начертательной геометрии задачи – это задачи конструктивные, то есть задачи на построение (в отличие от задач на доказательство или на вычисление). Вначале следует представить, «увидеть» пространственную конструкцию – *оригинал*, составить план (*алгоритм*) решения трёхмерной (в общем случае многомерной) задачи, а затем переходить к реализации этих действий на чертеже, то есть переводу этого алгоритма на «язык» изображений (*проекций*). Этот метод позволяет получать *геометрическую модель* и называется *геометрическим моделированием*.

---

\* D.M.Y. Sommerville. An introduction to the geometry of N dimension. London, 1929. – 7 p.

Основным условием построения геометрической модели является её **обратимость**, то есть построение модели по заданному оригиналу и, наоборот, построение оригинала по заданной модели. Следовательно, возникает задача взаимно однозначного и взаимно непрерывного соответствия между оригиналом и моделью (и наоборот). Поэтому в первой части учебного пособия в сжатой форме излагаются теоретические вопросы современной начертательной геометрии. Здесь даются элементы теории множеств (отображения, преобразования, произведение преобразований), рассматривается понятие «размерность» и различные примеры подсчёта параметров для проверки корректности постановки геометрической задачи. Рассмотрены различные системы координат. В обзорной форме излагается теория получения некоторых видов проекций.

В современных компьютерных программах для создания графических объектов имеются команды меню «Редактор» («Зеркало», «Поворот», «Сдвиг»), «Копия» и др.), которые позволяют ускорять и упрощать процесс создания чертежа, при этом возрастает точность геометрических построений.

С точки зрения теории симметрии команда «Зеркало» представляет собой осевую симметрию; команда «Поворот» - поворотную симметрию; «Сдвиг» - параллельный перенос; «Копия» - движение, сохраняющее тождественное преобразование. Однако чаще всего пользователи ПК не владеют теорией симметрии и поэтому строят чертёж привычными методами, при которых используются традиционные чертёжные инструменты.

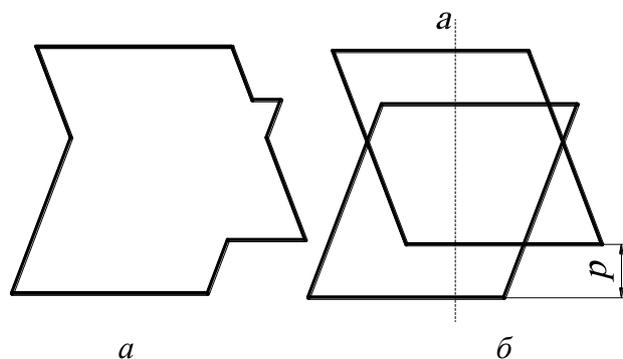


Рис. 1.

Примером может служить метод построения геометрического многообразия, показанного на рис. 1, *а*, *б*. Построение геометрической фигуры (см. рис. 1, *а*), как ни странно, осуществляется последовательным заданием семейства точек или ломаной линии.

Однако такая методика является не всегда удобной, так как снижается точность изображения, и усложняются построения. Указанные недостатки могут быть устранены весьма простым способом – построением скользящей симметрии параллелограмма (см. рис. 1, б), представляющей композицию (произведение) осевой симметрии с осью  $a$  и параллельного переноса  $p$ .

Другая задача, связанная с симметрией, которая может встретиться в повседневной жизни. Определить направление удара по бильярдному шару, чтобы: 1) шар ударился о борт  $AD$  и затем попал в точку (лузу)  $C$ ; 2) шар ударился о борт  $AD$ , затем о борт  $DC$  и попал в точку (лузу)  $B$  (рис. 2, а, б). Путь шара определяется законом отражения (угол падения равен углу отражения), а траектория движения шара строится согласно зеркальной симметрии.

Во времена Пифагора слово «симметрия» выражало однородное, соразмерное, пропорциональное, понимаемое как способ согласования многих частей, с помощью которого они объединялись в целое. «Постройка храма без симметрии и без соблюдения пропорций не может быть оправдана, и в храме, как и в каждом правильно и нормально построенном человеческом теле, должен быть соблюден точно установленный закон правильной соразмерности его составных частей».\*

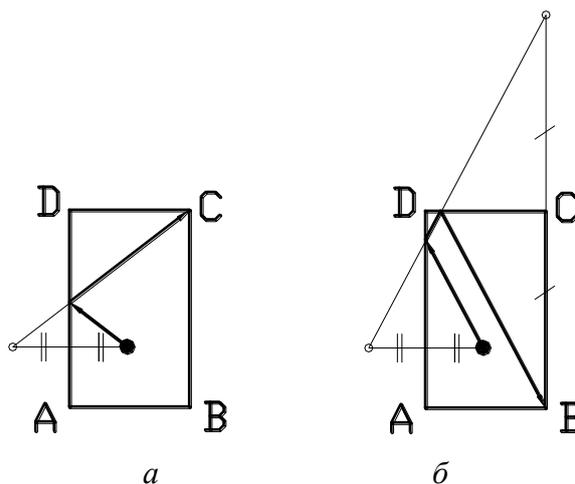


Рис. 2.

Таким образом, построение геометрических фигур на основе их свойств симметрии и пропорциональности является общим принципом для решения задач с использованием компьютерной графики и основным принципом для установления общности и различия геометрических объектов. Поэтому часть 2

\* Витрувий. Десять книг об архитектуре. – М., 1936.

настоящего учебного пособия посвящена теории пропорциональности и симметрии. Здесь в краткой форме рассматриваются числа и их графическое выражение, приводятся сведения о простых и иррациональных отношениях, о «Золотом сечении» и др. Рассматривается теория различных видов симметрии на плоскости и их композиции, перечислены различные виды симметрии в пространстве. Приводятся сведения о кристаллографических группах Е. С. Фёдорова. Рассматривается теория получения различных геометрических моделей (чертежей) многообразий трёхмерного пространства в зависимости от того, «что», «чем», «на чем» и «каким образом» изображается и как возникают чертеж Монжа, аксонометрия проекции с числовыми отметками и др.

В части 3 рассматривается теоретический материал курса начертательной геометрии в проекциях с числовыми отметками, который содержит следующие основные темы: точка, прямая, плоскость, кривые линии, поверхности, их образование и моделирование на чертеже в проекциях с числовыми отметками. Приведены сведения о поверхностях вращения, линейчатых, гранных, топографических. В этой части учебного пособия рассмотрены примеры задач и даны алгоритмы их решения.

Отличительной особенностью данного учебного пособия является изложение теории инвариантных свойств, что позволяет создавать новые геометрические модели различной структуры и размерности и решать на них конкретные инженерные задачи.

Автор выражает искреннюю благодарность рецензентам за замечания и советы, направленные на улучшение содержания данной книги. Автор также выражает глубокую признательность В. А. Пекличу за предоставленные материалы.

## ЧАСТЬ 1

# ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ПОСТРОЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

## 1. МНОЖЕСТВА

### 1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Понятие множества является одним из основных неопределяемых понятий математики. Вводя понятие «*множество*», обычно поясняют его смысл на примерах: библиотека – множество книг; алфавит – множество букв; лес – множество деревьев и т. д. В геометрии прямую, плоскость, пространство, прежде всего, понимают как «множество точек».

Объекты, из которых состоит множество, называются его элементами. Множества имеют определённые характеристические свойства. Например, если имеем множество целых чисел, то буква не является элементом этого множества. Множество, элементы которого можно подсчитать, называется конечным множеством, в противном случае – бесконечным. Например, множество страниц книги – конечно, так как его можно подсчитать; время – бесконечное множество. Если все элементы множества  $M$  являются частью множества  $N$ , то  $M$  называется подмножеством  $N$ . Например, прямая, лежащая в плоскости, является подмножеством множества точек плоскости. Другой пример: студенты одной группы являются подмножеством студентов всего института.

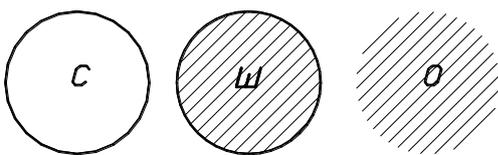
Рассмотрим основные теоретико-множественные понятия: 1) принадлежность ( $\in$ ); 2) включение ( $\subset$ ); 3) пересечение ( $\cap$ ); 4) объединение ( $\cup$ ); 5) разность ( $\setminus$ ); 6) пустое множество ( $\emptyset$ ).

- 1) Если  $m$  есть элемент множества  $M$ , записывают  $m \in M$ ; если  $m$  не принадлежит  $M$ , то пишут  $m \notin M$ . Множество, которое не содержит ни одного элемента, называется пустым множеством и обозначается  $\emptyset$ . Точка

является нульмерным множеством (это аксиома и определению не под-  
лежит).

- 2) Если любой элемент множества  $M$  принадлежит множеству  $N$ , то  $M$  называют *подмножеством* множества  $N$ . Символическая запись:  $M \subset N$  («множество  $M$  содержится в  $N$ »). При этом  $N$  называют надмножеством (объемлющим множеством) множества  $M$ .
- 3) Множество, состоящее из общих элементов нескольких множеств  $A, B, C, \dots$  называется пересечением этих множеств и обозначается  $A \cap B \cap C, \dots$
- 4) Объединение (или сумма) множеств  $M$  и  $N$  ( $M \cup N$ ) – это множество, элементами которого являются все элементы множества  $M$  и множества  $N$ .
- 5) Разностью множеств  $M$  и  $N$  называется множество, состоящее из элементов, принадлежащих  $M$ , но не принадлежащих  $N$  ( $M \setminus N$ ). Если  $N \subset M$ , то разность  $M \setminus N$  называют дополнением множества  $N$  в множестве  $M$  и обозначают  $\overline{N}$ ; при этом  $N \cup \overline{N} = M$ .

Рассмотрим три множества точек, координаты которых удовлетворяют следующим уравнению и неравенствам (рис. 3):



Сфера:  $x^2 + y^2 + z^2 = 1 - C$ .

Шар:  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 - Ш$ .

Открытый шар:  $x^2 + y^2 + z^2 < 1 - O$ .

Рис. 3.

В этом случае справедливы следующие теоретико-множественные тождества:

$$C \cap Ш = C, Ш \cap O = O, C \cap O = \emptyset;$$

$$C \cup Ш = C \cup O = Ш \cup O = Ш; Ш \setminus C = O, Ш \setminus O = C, O \setminus C = O, C \setminus O = C; C \setminus Ш = O \setminus Ш = \emptyset;$$

$$\underline{C} = O, \underline{O} = C, \underline{Ш} = \emptyset.$$

При определении пересечения трех и большего числа множеств пользуются следующими свойствами пересечения:

$M \cap N = N \cap M$  – коммутативность (то есть переместительный закон, выражающий независимость получаемого множества при пересечении множеств  $M$  и  $N$  от их перестановки);

$(L \cap M) \cap N = L \cap (M \cap N)$  – ассоциативность (то есть сочетательный закон, выражающий независимость получаемого множества от замены некоторых множеств их пересечением);

$M \cap M = M$  – идемпотентность (то есть результатом пересечения множества  $M$  самого с собой является множество  $M$ ).

Операции пересечения, объединения, разности позволяют исходя из данных множеств строить новые множества. Другим же распространенным приемом конструирования множеств является то, что некоторые подмножества данного множества объявляются элементами нового множества. Рассмотрим несколько примеров.

**ПРИМЕР 1.** Множество прямых на плоскости называют плоским полем прямых. Элементами этого множества являются все прямые данной плоскости. **Пучок прямых** – множество прямых, проходящих по плоскости через данную точку (если эта точка несобственная (бесконечно удаленная), имеем пучок параллельных прямых).

**ПРИМЕР 2.** Множество прямых пространства называют линейчатым пространством. Примерами подмножеств линейчатого пространства могут служить следующие множества. **Связка прямых** – множество прямых пространства, проходящих через заданную точку (если эта точка несобственная, имеем связку параллельных прямых). **Специальный линейчатый комплекс** – семейство прямых, пересекающих данную прямую. **Гиперболическая линейчатая конгруэнция** – множество прямых, пересекающих две скрещивающиеся прямые (называемые ее осями или директрисами). Множество прямых, пересекающих три скрещивающиеся прямые, называется **регулюсом**, или **линейчатой поверхностью**.

**ПРИМЕР 3. Пучок плоскостей** – множество плоскостей, проходящих через заданную прямую (если прямая несобственная, имеют пучок параллельных плоскостей). **Связка плоскостей** – множество плоскостей, проходящих через заданную точку.

### ОТНОШЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ

Пусть между элементами множества  $M$  определено некоторое отношение  $\sim$ , то есть для любых двух элементов  $a \in M$  и  $b \in M$  известно  $a \sim b$  (читается « $a$  эквивалентно  $b$ »). Это отношение должно удовлетворять следующим требованиям:

- 1)  $a \sim a$  - рефлексивность;
- 2) если  $a \sim b$ , то  $b \sim a$  - симметричность;
- 3) если  $a \sim b$  и  $b \sim c$ , то  $a \sim c$  - транзитивность.

Знак  $\sim$  называется *отношением эквивалентности*,

**ПРИМЕР 1.** В линейчатом пространстве параллельность прямых  $a, b, c, \dots$  является отношением эквивалентности, так как 1)  $a \parallel a$ , 2) если  $a \parallel b$ , то  $b \parallel a$ , 3) если  $a \parallel b$  и  $b \parallel c$ , то  $a \parallel c$ .

**ПРИМЕР 2.** Отношение перпендикулярности на множестве прямых плоскости симметрично ( $a \perp b$  и  $b \perp a$ ), но не рефлексивно и не транзитивно, и поэтому отношением эквивалентности не является.

В связи с заданием на множестве  $M$  отношения эквивалентности оно разбивается на непересекающиеся подмножества, называемые *классами эквивалентности* – в один класс входят эквивалентные между собой элементы. Пересечение любых двух классов пусто, а объединение всех классов эквивалентности есть  $M$  ( $M$  – это «слоеный пирог», а классы – это слои). Множество, элементами которого являются классы эквивалентности (слои), называется *фактормножеством* множества  $M$  по отношению к эквивалентности  $\sim$ . Фактормножество в примере 1 – это множество связок параллельных прямых.

Два множества называются *эквивалентными*, если между их элементами можно установить взаимно однозначное соответствие. Под взаимно однозначным соответствием будем понимать такое соответствие, при котором любому элементу одного множества ставится в соответствие единственный элемент другого множества (и наоборот), любым различным (не совпадающим) элементам одного множества соответствуют различные элементы другого множества, задействованы все элементы обоих множеств.

Об эквивалентных множествах говорят, что они имеют одинаковую мощность. Эквивалентные конечные множества состоят из одного и того же числа элементов. Если бы это было не так, то при установлении взаимно однозначного соответствия каким-то элементам не было бы соответствующих. В случае конечных множеств понятие мощности совпадает с понятием числа элементов.

## 1.2. ОТОБРАЖЕНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Одним из фундаментальных понятий современной математики является понятие *функции*. Как известно, переменная  $y$  называется функцией переменной  $x$ , если каждому значению  $x$ , взятому из области её определения, отвечает одно или несколько значений  $y$ . Это записывают так:  $y = f(x)$ . Большое значение имеют однозначные функции, когда каждому значению  $x$  соответствует единственное значение  $y$  (и наоборот).

Геометрическим аналогом понятия однозначной функции является *отображение*. Тогда под  $x$  и  $y$  понимают какие-либо геометрические образы: точки, прямые, плоскости, окружности.... Для конкретности в дальнейшем под  $x$  и  $y$  будем понимать точки.

Если даны два множества  $X(x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, x_n)$ ,  $Y(y_1, y_2, y_3, \dots, y_i, y_n)$  и указано правило, по которому каждому элементу  $x_i$  множества  $X$  ставится в соответствие определённый элемент  $y_i$  множества  $Y$ , то говорят, что задано отображение  $f$  множества  $X$  в множество  $Y$ , и пишут:  $f : X \rightarrow Y$  (рис. 4). При этом эле-

мент  $y_i$  называется образом элемента  $x_i$ , а  $x_i$  – прообразом элемента  $y_i$ . Символическая запись  $y = f(x)$  читается: «в отображении  $f$  элементу  $x$  соответствует элемент  $y$ » или «отображение  $f$  переводит  $x$  в  $y$ ».

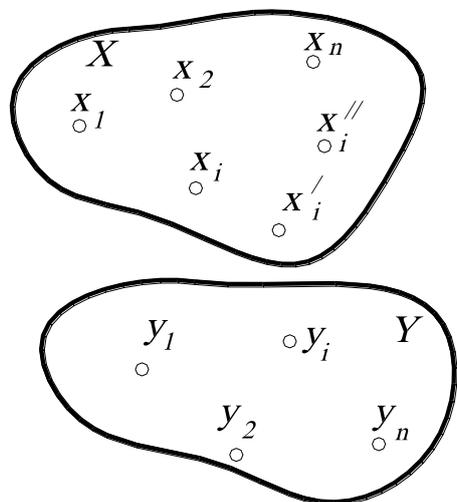


Рис. 4.

Множество  $X$  называют *областью определения (областью отправления)*, а  $Y$  – *областью значений (областью прибытия)* отображения  $f$ .

Пусть область определения  $X$  состоит из множества точек  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, x_n$ , а область значений  $Y$  – из множества точек  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_i, y_n$  (см. рис. 4). Следовательно, при отображении любой точке  $x_i$  в области  $X$  соответствует единственный образ  $y_i$  в области  $Y$ , но точка  $y_i$  может иметь несколько прообразов  $x_i, x'_i, x''_i, \dots$ . Следовательно, обратное соответствие  $x = f^{-1}(y)$  является в этом случае неоднозначным.

Таким образом, об отображении можно говорить, если заданы два множества и некоторое правило или закон, по которому элементы множеств образуют пары, причем эти множества по этому закону, вообще говоря, не равноправны.

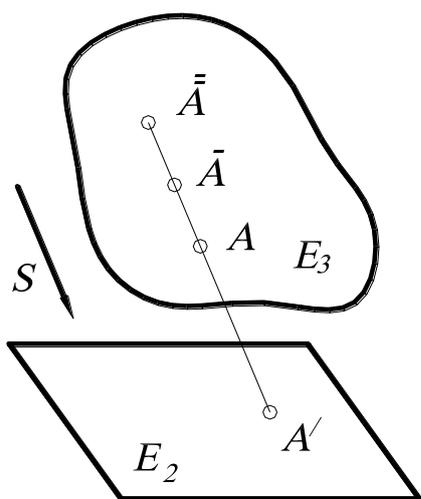


Рис. 5.

Наглядной иллюстрацией сказанного является отображение точек трёхмерного пространства  $E^3$  на плоскость (двумерное пространство)  $E^2$  путём параллельного проецирования (рис. 5): каждая точка  $A$  трёхмерного пространства  $E^3$  в данном направлении  $S$  проецируется в единственную точку  $A'$  плоскости  $E^2$ . Однако в точку  $A'$  проецируется не только точка  $A$ , но и все точки  $\bar{A}, \bar{A}, \dots$

Рассмотрим пример. Пусть  $Z$  – множество зрителей в фойе театра перед спектаклем, а  $K$  – множество кресел. Как узнать, что зрителей и кресел поровну? Конечно, можно подсчитать, но мы получим избыточную информацию, нас не интересует их количество. Однако если во время спектакля все места заняты, причем никто из зрителей не стоит в проходах и на каждом месте сидит только один зритель, то это означает, что эти множества равны, в противном случае, наоборот.

Рассмотрим другой пример. Пусть в классе находится множество учеников и множество стульев. Предположим, что после звонка на урок каждый ученик занял свое место, то есть свой стул. В этом случае можно сказать, что задано отображение множества учеников на множество стульев. При этом если на каждом стуле сидит только один ученик, никто не стоит в проходах и все места заняты (например, имеем в классе 30 учеников и 30 стульев), то есть каждому ученику соответствует один единственный стул, и, наоборот, каждому стулу соответствует единственный ученик. Такое отображение называют **взаимно однозначным** (иногда говорят взаимно однозначное соответствие).

Отображение называется **взаимно однозначным**, если каждому элементу  $y_i \in Y$  соответствует единственный прообраз  $x_i \in X$  (и наоборот), то есть прямое соответствие  $y = f(x)$  и обратное соответствие  $x = f^{-1}(y)$  являются однозначными. Такое отображение называется **биективным**, или **биекцией**.

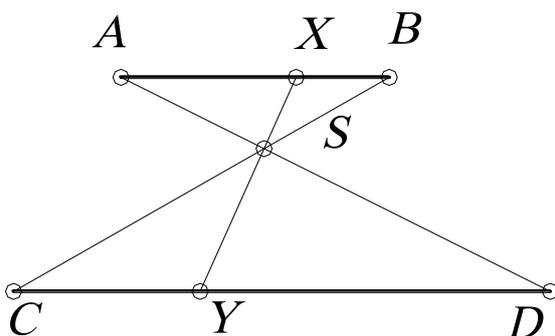


Рис. 6.

Взаимно однозначное соответствие между элементами множеств (или между множествами) может быть установлено различными способами. На рис. 6 такое соответствие между точками двух отрезков (или между отрезками)  $AB$  и  $CD$  установлено прямыми, проходящими через точку  $S$ . При этом точке  $X \in AB$  соответствует точка  $Y \in CD$ , что символически записывается так:  $X \leftrightarrow Y$ . Между этими

точками  $X$  и  $Y$  установлено взаимно однозначное соответствие. Если точка  $X$  движется по отрезку  $AB$ , то точка  $Y$  движется по отрезку  $CD$ . Если точка  $X$  достигнет точки  $A$ , то точка  $Y$  достигнет точки  $C$ . Если точка  $X$  достигнет точки  $B$ , то точка  $Y$  достигнет точки  $D$ . Таким образом, движение точки  $X$  по отрезку  $AB$  соответствует движению точки  $Y$  по отрезку  $CD$ .

отрезками можно установить соответствие так:  $X \leftrightarrow Y$ , если  $\frac{CY}{AX} = \frac{CD}{AB}$ , где  $CY, CD, AB, AX$  – длины отрезков.

Второе соответствие отличается от первого не только формой задания, но и парами соответствующих точек. Это можно заметить хотя бы по концам отрезка. В первом соответствии  $A \leftrightarrow D, B \leftrightarrow C$ , во втором –  $A \leftrightarrow C, B \leftrightarrow D$ . Этими двумя примерами не исчерпывается множество взаимно однозначных соответствий, которые могут быть установлены для точек данных отрезков.

Кроме этого, встречаются многозначные соответствия. Например, легкой машине соответствует 4 колеса, и наоборот. Такое отображение называется одно-четырёхзначное ( $1 \leftrightarrow 4$ ). Одно-двузначное отображение можно рассмотреть на примере действительных чисел, то есть каждому действительному числу соответствует пара – рационального и иррационального чисел, и наоборот:  $1 \leftrightarrow 2$ .

Примером обратимого соответствия является отображение двух плоскостей друг на друга при параллельном проецировании (рис. 7). Если в обратимом отображении область прибытия и область отправления – одно и то же множество  $M$ , то такое отображение называется отображением множества на себя, или преобразованием множества  $M$ .

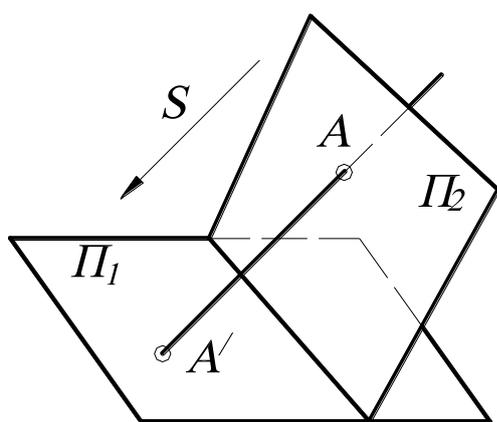


Рис. 7.

Отображение называется *преобразованием*, если множества  $X$  и  $Y$  совмещены, то есть не только элементу  $x_i$  соответствует определённый элемент  $y_i$ , но и элементу  $y_i$  соответствует тот же элемент  $x_i$ . В этом случае говорят, что множество  $X$  отображается на себя  $\{X=Y\}$ . Другими словами, если отображение является обратимым, то

оно называется преобразованием. Например, центральная симметрия точек пространства относительно некоторой точки  $O$  есть преобразование пространства.

Говоря о геометрическом *преобразовании*, обычно подразумевают, что  $M$  – множество точек плоскости или пространства. Если какое-то свойство фигуры  $F$  сохраняется в преобразовании  $f$ , то есть фигура  $F' = f(F)$  обладает тем же свойством, то это свойство называется *инвариантом* преобразования.

Итак, *преобразование* – это взаимно однозначное отображение между всеми точками плоскости (или пространства), то есть правило, при котором каждой точке  $P$  соответствует единственная точка  $P'$ , и, наоборот, каждой точке  $P'$  соответствует единственная точка  $P$ . Другими словами, правило, таким образом составляющее пары точек, что каждая точка  $P$  плоскости (или пространства) ровно в одной паре стоит на первом месте и ровно в одной паре – на втором.

Может случиться, что обе точки пары окажутся одинаковыми. То есть что точка  $P'$  совпадает с точкой  $P$ . В этом случае точка  $P$  называется неподвижной (двойной) точкой преобразования.

Результат последовательного выполнения нескольких преобразований называется их *произведением*, или *композицией преобразований*. Другими словами, преобразование, переводящее прообразы первого в образы второго при условии, что образы первого отождествлены с прообразами второго. Иначе говоря, если  $f(k) = m$  и  $g(m) = n$ , то произведение  $h = gf$  переводит  $k$  в  $n$ , то есть  $h(k) = n$  (преобразование, выполняемое первым, пишут *справа!*). Например, если  $f$  и  $g$  – повороты вокруг центра  $O$  на углы  $\alpha$  и  $\beta$ , то  $h = gf$  – поворот с той же осью на угол  $\alpha + \beta$  (рис. 8, а). Если  $f$  – перенос на вектор  $AB$ , а  $g$  – симметрия с центром  $O$ , то  $h = fg$  – симметрия с центром  $A$ , где  $2AO = AB$  (такое преобразование показано на рис. 8, б).

Здесь в первом примере  $h = gf = fg$ , то есть не зависит от порядка сомножителей, тогда в этом случае говорят, что  $f$  и  $g$  *перестановочны* или *коммутируют*. Однако во втором примере произведение зависит от порядка сомножите-

лей, то есть не коммутует:  $fg \neq gf$  (сравните два рисунка – 8, а и 8, в или 8, а и 8, б).

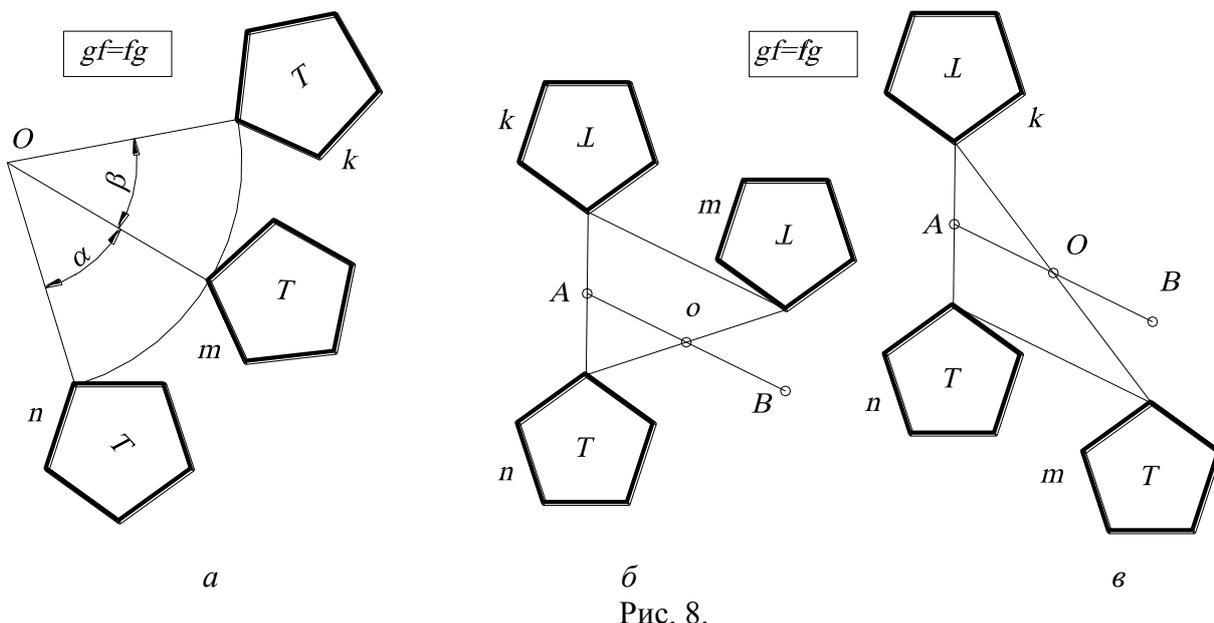


Рис. 8.

Аналогично иногда результат двух операций зависит от порядка их выполнения, а иногда – и нет. Например, операции  $L$  и  $P$  надевания левого и правого ботинков перестановочны:  $LP=PL$ , а операции надевания ботинка  $B$  и носка  $H$  – не коммутуют  $BH \neq HB$ .

### 1.3. ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННЫЙ ПОДХОД К ЗАДАЧАМ НА ПОСТРОЕНИЕ

Любую задачу на построение можно сформулировать в общем виде так: «Построить объекты  $a_1, a_2, \dots$ , являющиеся элементами множества  $M$  и удовлетворяющие условиям 1), 2) ...». Число объектов и условий зависит от конкретного содержания задачи.

Элементы множества  $M$ , удовлетворяющие условию 1), образуют некоторое подмножество  $M_1 \subset M$ , условие 2) выделяет из  $M$  подмножество  $M_2$  и т. д. Искомые объекты получаются как результат пересечения подмножеств  $M_1, M_2, \dots$ , т. е.  $\{a_1, a_2, \dots\} = M_1 \cap M_2 \cap \dots$ .

**Задача 1.** Построить на плоскости точки  $a_1, a_2$ , удаленные от данной точки  $O_1$  на расстояние  $r_1$  и от точки  $O_2$  на расстояние  $r_2$  (рис. 9).

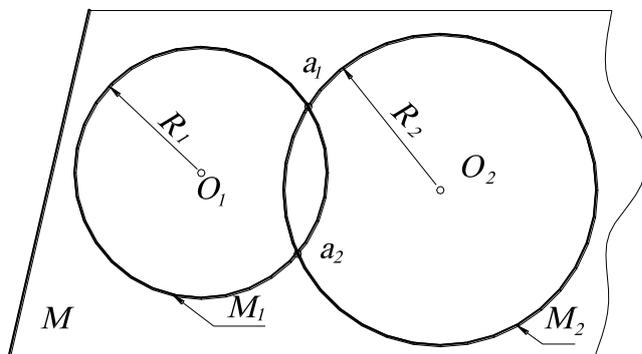


Рис. 9.

Подмножество  $M_1$ , выделяемое из плоскости  $M$  (здесь плоскость – это множество  $M$ ) первым условием – это окружность с центром  $O_1$  и радиусом  $R_1$ . Аналогично,  $M_2$  – это окружность с центром  $O_2$  и радиусом  $R_2$ . Тогда получают искомые точки:  $\{a_1, a_2\} = M_1 \cap M_2$ .

**Задача 2.** Найти на плоскости точку  $a$ , удаленную на расстояние  $r$  от точки  $O$  и равноудаленную от точек  $A$  и  $B$ .

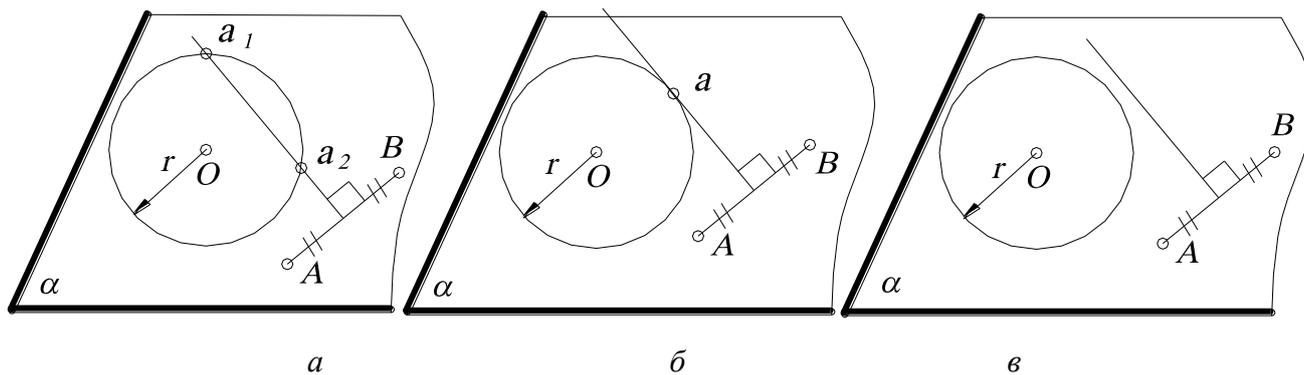


Рис. 10.

Подмножество  $M_1$ , выделяемое первым условием из плоскости  $M$ , – окружность с центром  $O$  и радиусом  $r$ . Подмножество  $M_2$ , удовлетворяющее второму условию, – перпендикуляр, восстановленный к середине отрезка  $AB$ . Искомая точка  $a$  есть пересечение окружности с перпендикуляром, то есть  $a = M_1 \cap M_2$ . В данном случае может получиться две, одна или ни одной точки (мнимые) пересечения  $M_1 \cap M_2 = \emptyset$  (см. рис. 10, а, б, в).

Такой метод называется *расчленением условий*, то есть элементы из  $M$ , удовлетворяющие первому условию, образуют некоторое подмножество; взятое

отдельно второе условие выделяет из множества  $M$  другое подмножество и т. д. Искомые объекты получаются как результат пересечения этих подмножеств.

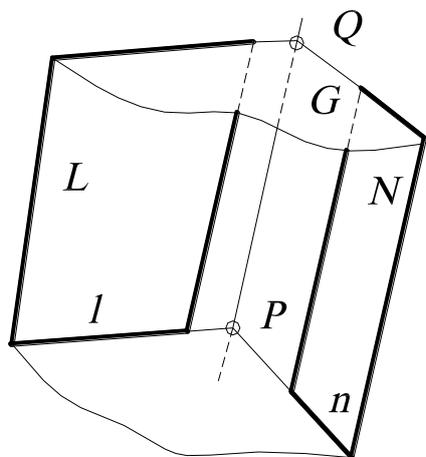


Рис. 11.

**Задача 3.** Найти отрезок прямой пересечения двух плоскостей  $L$  и  $N$  ( $L$  и  $N$  рассматривают как подмножества пространства, элементом которых является точка). Задают вспомогательную плоскость-посредник  $M$  и находят пересечение этих подмножеств  $L \cap N \cap M$  (рис.11). Пользуясь свойством идемпотентности, преобразуют:  $L \cap N \cap M = L \cap N \cap (M \cap M)$ , и далее, пользуясь свойствами

коммутативности и ассоциативности преобразуют:  $L \cap N \cap (M \cap M) = (L \cap M) \cap (M \cap N)$ . Другими словами, введя, плоскость-посредник, находят вначале пересечение посредника с заданными плоскостями (прямые  $l, n$ ), а затем пересечение этих пересечений (точка  $P$ ).

Взяв другую вспомогательную плоскость  $G$  и повторив те же самые операции, находят вторую точку  $Q$ . Соединив точки  $P$  и  $Q$ , получают искомую прямую  $m$ . Этот прием применяют в начертательной геометрии при построении точек линии пересечения поверхностей, введя предварительно поверхность-посредник.

#### 1.4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВА И ИХ РАЗМЕРНОСТЬ

Термин «пространство» часто встречается в геометрии. Существуют аффинное пространство, евклидово, проективное, топологическое, эллиптическое и другие. Любое пространство представляет собой множество, удовлетворяющее определенной системе аксиом.

В данном курсе будем рассматривать евклидово пространство, то есть множество точек, удовлетворяющие аксиомам евклидовой геометрии, которая

изучалась в средней школе. Необходимо отметить, что евклидово пространство не одно. Множества точек различной мощности будут давать отличающиеся друг от друга евклидовы пространства. Точка, прямая, плоскость, физическое пространство – это примеры евклидовых пространств различной мощности.

Интуитивно мы понимаем, что на плоскости точек больше, чем на прямой, так как прямая может быть совмещена с некоторой прямой на плоскости. На поверхности точек меньше, чем в пространстве, то есть поверхность - подмножество пространства, поэтому поверхность содержит «меньше» точек, чем пространство.

Таким образом, среди бесконечных множеств существует своя иерархия. Можно сказать, что если множество  $M$  можно взаимно однозначно и взаимно непрерывно отобразить на множество  $N$ , то  $M$  и  $N$  имеют одинаковую размерность. Если же такого отображения не существует, но существует взаимно однозначное и взаимно непрерывное отображение множества  $M$  на подмножество  $N_1 \in N$ , то  $M$  имеет размерность меньше, чем  $N$ .

При моделировании необходимо иметь возможность оценить мощность бесконечного множества. Для этого вводится понятие параметра. **Параметром называется величина, входящая в некоторую совокупность величин, задание которых определяет элемент множества.** При этом параметры должны быть независимыми, то есть значения, которые принимает один из параметров, не влияют на значения других, при любом изменении параметров им должен соответствовать уже другой элемент множества. Иными словами, между элементами множества и совокупностями (наборами) параметров установлено взаимно однозначное соответствие.

Число параметров  $p$ , которое необходимо задать, чтобы определить элемент множества, называется **параметрическим числом** этого множества, а само множество –  **$p$ -параметрическим**. Параметрическое число может быть взято в качестве количественной характеристики бесконечных множеств. В каче-

стве параметров для евклидовых пространств могут быть взяты координаты точки в декартовой системе координат (декартовы координаты).

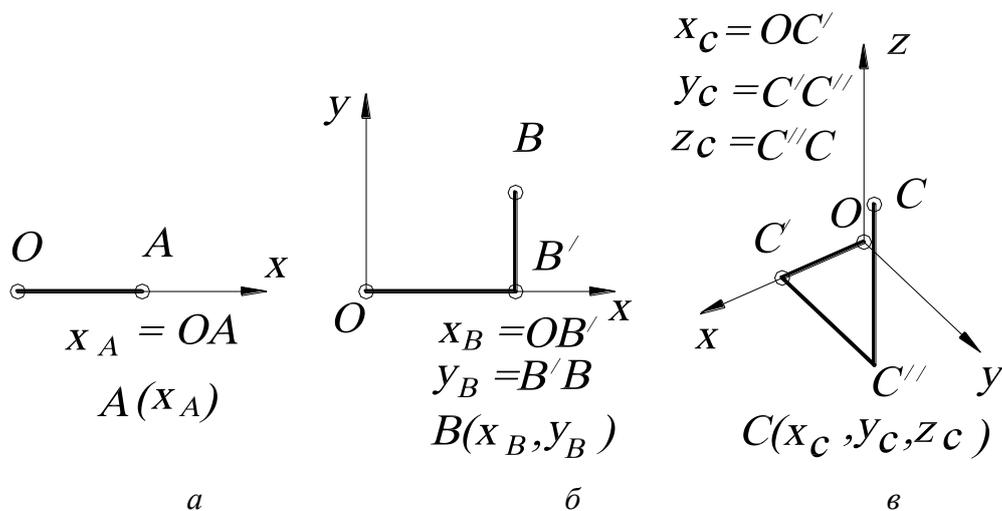


Рис. 12.

На прямой для того, чтобы определить (задать) точку, необходима одна координата (говорят, что точка на прямой имеет одну степень свободы) (рис. 12, а). На плоскости – две координаты (то есть точка имеет две степени свободы) (рис. 12, б), в пространстве – три, и точка имеет три степени свободы (рис. 12, в). Нетрудно заметить, что координаты являются независимыми, то есть при изменении координаты, например  $x$ , изменяется положение точки на плоскости.

Число параметров (координат), которое необходимо задать, чтобы определить точку в пространстве, называется **размерностью** пространства. Таким образом, **размерность** – это параметрическое число множества, которое является пространством. В связи с этим будем считать, что точка – «нульмерное» пространство (аксиома). Линия (прямая) – одномерное евклидово пространство, которое обычно обозначается  $E_1$ , или одномерное множество точек -  $\infty^1$ . Поверхность (плоскость) – двумерное евклидово пространство, обозначается  $E_2$  или двумерное множество точек -  $\infty^2$ , а трехмерное евклидово пространство имеет размерность, равную 3, – трехмерное множество точек -  $\infty^3$ , обозначается  $E_3$ . Употребляется также запись **dim M=n**, означающая «размерность множества  $M$  равна  $n$ » (**dimension** (англ.) – размерность).

Пусть  $N$  – двупараметрическое множество. Каждый элемент из  $N$  определяется конкретной парой чисел из множества  $(a_1, a_2)$ . Между  $N$  и  $E_2$  можно установить взаимно однозначное соответствие, так как они одной мощности (параметрическое число  $N$  и размерность  $E_2$  равны). Соответствие можно установить, например, так:  $x=a_1, y=a_2$ . Каждому элементу из  $N$  будет соответствовать точка из  $E_2$ . Пространство  $E_2$  будет являться геометрической моделью  $N$ .

Итак, множество имеет размерность  $n$ , если его элементам можно взаимно однозначно поставить  $n$ -ки («энки») чисел  $a_1, a_2, a_3 \dots, a_n$ , то есть  $n$ -я декартова степень множества. Эти числа называют параметрами конкретного множества.

Таким образом, за *эталон  $n$ -мерного множества принимают множество  $R_n$ , элементом которого служит  $n$ -ка вещественных чисел  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ , то есть  $n$ -я декартова степень множества вещественных чисел.*

## 1.5. ФОРМИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВА

*ДВУМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО.* Для геометрического построения пространства  $E_2$  возьмем точку, не принадлежащую прямой  $n$  (или пространство  $E_1$ ), и установим взаимно однозначное соответствие между прямыми пучка и точками прямой. Объединение точек всех этих прямых (вместе с их несобственными точками) будет определять двумерное пространство  $E_2$  (рис. 13, а). Если не учитывать несобственные точки, то пришлось бы «выбросить» из  $E_2$  прямую, параллельную прямой  $n$ .

*ТРЕХМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО.* Для геометрического построения пространства  $E_3$  возьмем точку, не принадлежащую пространству  $E_2$  (то есть плоскости) и также установим взаимно однозначное соответствие между прямыми связки и точками 2-пространства (рис.13, б). Объединение точек всех этих прямых (вместе с их несобственными точками) есть трехмерное пространство  $E_3$ . Пространство  $E_2$  (как и в первом случае пространство  $E_1$ ) является проектив-



## 1.6. ПРИЁМЫ ПОДСЧЁТА ПАРАМЕТРОВ

**1. Эталон  $n$ -мерного множества.** За эталон  $n$ -мерного множества принимают множество  $R_n$ , элементом которого служит  $n$ -ка вещественных чисел  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ , то есть  $n$ -я декартова степень множества вещественных чисел.

**2. Взаимно однозначное и взаимно непрерывное отображение данного множества на эталон.** Например, устанавливая взаимно однозначное соответствие между прямыми связки и точками плоскости или устанавливая взаимно однозначное соответствие между пучком плоскостей и точками прямой.

### *Два важных замечания*

**Замечание 1.** Для бесконечных множеств имеют место два факта, кажущиеся на первый взгляд парадоксальными, поскольку они не имеют места для конечных множеств.

**Некоторые собственные подмножества бесконечного множества можно взаимно однозначно отобразить на это множество.**

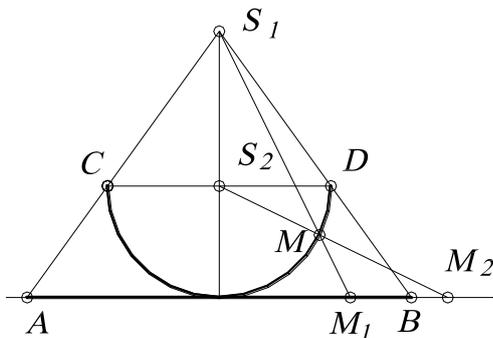


Рис. 14.

Для примера рассмотрим отображение открытого отрезка  $AB$  (открытый отрезок – «отрезок без концов», координаты которого удовлетворяют неравенству  $x_A < x_i < x_B$ ) на прямую, которая совпадает с прямой  $AB$  (см. рис.14). Полуокружность  $CD$  касается в точке середины отрезка  $AB$ . Вначале отображают точки отрезка  $AB$  на эту полуокружность

из точки  $S_1$ , то есть точке  $M_1$  соответствует точка  $M$ ).

Затем точки полуокружности (см. точку  $M$ ) отображают на прямую (точке  $M$  соответствует точка  $M_2$ ) из центра  $S_2$ . Ясно, что при этом каждой точке прямой соответствует одна и только одна точка прямой, причём ни одна точка на

прямой не пропущена. Это отображение является взаимно однозначным, то есть отрезку прямой соответствует вся прямая.

Полученное соответствие можно установить и по-другому, с помощью кривой тангенсоиды, графика функции  $y = \operatorname{tg} x$ . Отображают вначале (с помощью пучка параллельных прямых) открытый отрезок  $(-\pi/2, \pi/2)$  на тангенсоиду, причём каждой точке открытого отрезка соответствует единственная точка тангенсоиды, а затем точки тангенсоиды на ось  $y$  (рис. 15).

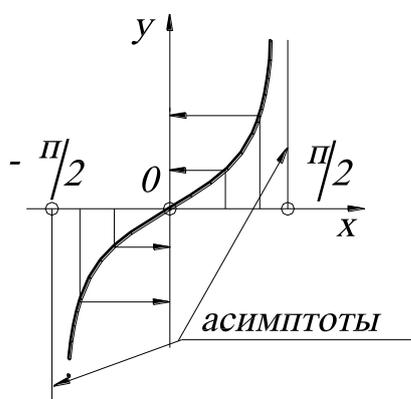


Рис. 15.

**Замечание 2.** *Размерность суммы (объединения) нескольких бесконечных множеств принимают равной максимальной из размерностей слагаемых.*

Другими словами, размерность множества не увеличится, если к нему добавить множество меньшей или равной размерности.

Например, если объединить множество точек прямой и множество точек плоскости (то есть вложить прямую в эту плоскость), то размерность множества точек на плоскости не увеличится.

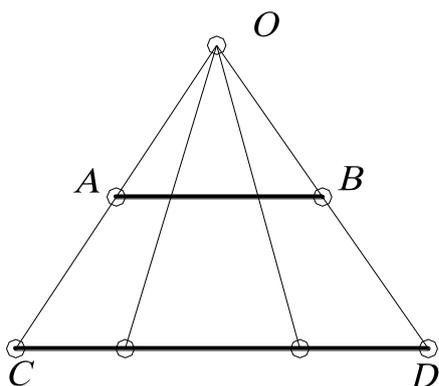


Рис. 16.

Рассмотрим еще примеры сравнения бесконечных множеств. Ответ на вопрос «где больше точек на отрезке длиной 1 мм или на отрезке 1 м» вряд ли бы вызвал тень сомнения – ясно, что отрезок 1 мм в 1000 раз короче метра. Однако можно установить взаимно однозначное соответствие и проверить это. Как это сделать, лучше всего видно на рис. 16.

Отобразим отрезок  $AB$  на отрезок  $CD$  из точки  $O$  пучком прямых. Каждой точке отрезка  $AB$  соответствует единственная точка отрезка  $CD$ . Трудно при-

мириться с мыслью, что дорога в миллион световых лет имеет столько же точек, сколько радиус атомного ядра!

**3. Степени свободы подпространств.** Если две точки пространства  $E_m$  принадлежат  $E_n$ , то  $E_m$  называется подпространством  $E_n$ . Например,  $m=1, n=2$  – прямая принадлежит плоскости, тогда прямая является подпространством плоскости, очевидно, что  $m < n$ . В многомерной геометрии наиболее распространена следующая терминология:  $E_n$  – объемлющее  $n$ -мерное пространство,  $E_m$  –  $m$ -мерная плоскость или  $m$ -плоскость, если размерность подпространства меньше объемлющего пространства на единицу, то такое многообразие называется  $(n-1)$ -плоскостью, или *гиперплоскость*.

Из аксиом принадлежности следует, что прямая ( $1$ -плоскость) определяется двумя точками,  $2$ -плоскость – тремя неколлинейными точками,  $3$ -плоскость – четырьмя некопланарными точками, ...,  $n$ -плоскость –  $(n+1)$ -точками. При этом каждая плоскость (где  $m < n$ ) определяется заданием  $(m+1)$ -точек, и эти точки не должны содержаться в  $(m-1)$ -пространстве.

Рассмотрим множество  $m$ -плоскостей  $E_n$  (где  $n$  – размерность пространства), элементом этого множества является  $m$ -плоскость. Начнем с простого примера – прямой, находящейся в двумерном пространстве.

*ДВУМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО.* Точка ( $0$ -плоскость) в двумерном пространстве определяется двумя координатами, то есть параметрическое число равно двум -  $\infty^2$ .

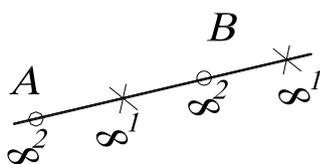


Рис. 17.

Прямая ( $1$ -плоскость) однозначно задается двумя независимыми точками  $A$  и  $B$  (то есть  $m+1=1+1=2$ ), каждая из которых в двумерном пространстве имеет по две степени свободы. Поэтому на задание каждой из них затрачиваем по два парамет-

ра, а на пары (или  $m+1$ -точек) точек затрачиваем следующее число параметров:  $n(m+1)=2(1+2)=4$  (рис.17). Другими словами, говорят, что система из  $(m+1)$ -точки составляет  $n(m+1)$ -параметрическое множество.

Но прямая  $AB$  определяется не только парой точек  $A$  и  $B$ , но и любой другой своей парой, принадлежащей прямой  $AB$ . Каждая из этих двух точек ( $m+1$ -точек), находясь на прямой (в общем случае в  $m$ -плоскости), имеет по одной степени свободы (в общем случае –  $m$  степеней свободы), а вместе –  $m(m+1)=1(1+1)=2$  степеней свободы.

Следовательно, число условий, требуемых для определения прямой ( $m$ -плоскости), принадлежащей 2-пространству ( $n$ -плоскости):

$$\frac{\infty^2 \cdot \infty^2}{\infty^1 \cdot \infty^1} = \frac{\infty^{2+2}}{\infty^{1+1}} = \infty^{4-2} = \infty^2;$$

в общем случае 
$$\frac{\infty^{n(m+1)}}{\infty^{m(m+1)}} = \infty^{(n-m)(m+1)}.$$

Таким образом, число  $P$  степеней свободы (параметрическое число)  $m$ -плоскости в  $n$ -пространстве:

$$P=(n-m)(m+1). \quad (1)$$

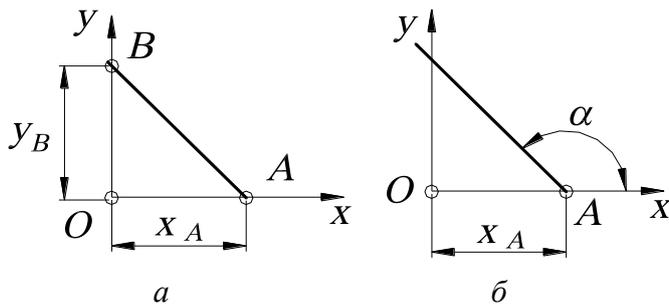


Рис. 18.

Геометрический смысл параметров может быть различным. Например, для двухпараметрического множества прямых на плоскости это могут быть  $x_A, y_B$  (рис. 18, а) или  $x_A, \alpha$  (рис. 18, б).

**ТРЕХМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО.** Точка ( $0$ -плоскость) в трехмерном пространстве имеет три степени свободы –  $\infty^3$ . **Прямая** однозначно задается двумя независимыми точками (рис. 19, а), каждая из которых в  $3$ -пространстве имеет по три степени свободы, а значит пар точек  $\infty^3 \cdot \infty^3 = \infty^6$ . Но эта прямая определяется не только этой парой точек, но и любой другой своей парой, име-

ющей на этой прямой по одной степени свободы, то есть  $\infty^1 \cdot \infty^1 = \infty^2$ . Следовательно, число степеней свободы прямой в 3-пространстве составляет  $\infty^6 : \infty^2 = \infty^4$ , что соответствует формуле  $P=(n-m)(m+1)=(3-1)(1+1)=4$ .

**Плоскость** однозначно задается тремя точками, каждая из которых имеет по три степени свободы, а значит, троек точек:  $\infty^3 \cdot \infty^3 \cdot \infty^3 = \infty^9$  (рис.19, б). Но плоскость определяется не только этой тройкой, но и любой другой своей тройкой точек, имеющих в этой плоскости по две степени свободы, то есть всего  $\infty^2 \cdot \infty^2 \cdot \infty^2 = \infty^6$ . Тогда параметрическое число плоскости, находящейся в 3-пространстве, будет составлять трехпараметрическое множество, то есть  $\infty^9 : \infty^6 = \infty^{9-6} = \infty^3$ , что соответствует формуле  $P=(3-2)(2+1)=3$ .

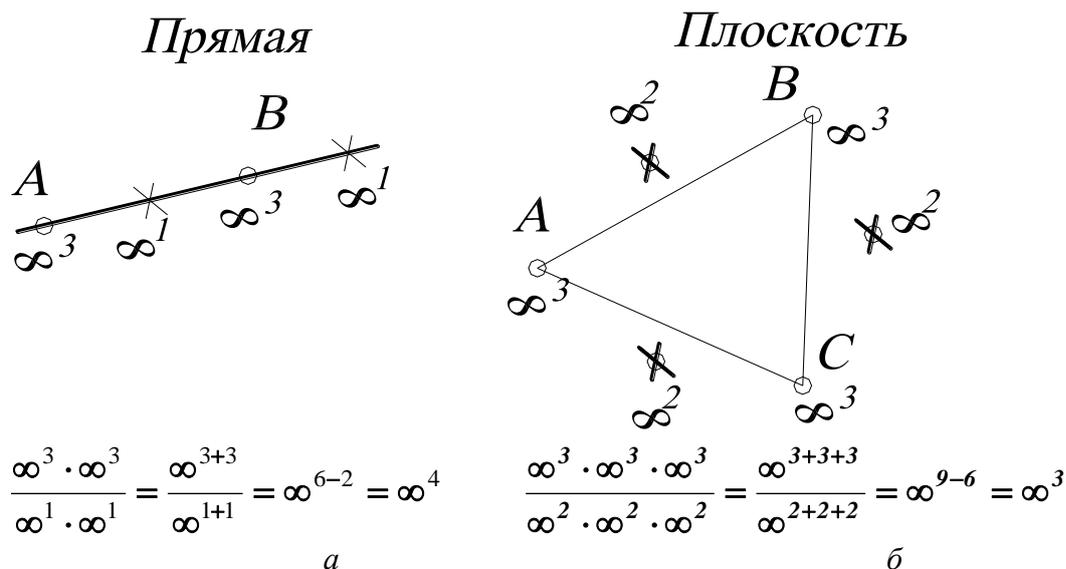


Рис. 19.

Вообще это число  $(n-m)(m+1)$  стоит на месте  $(k+1)$  меньше в  $n$ -й строке

		1			
		2	2		
	3	4	3		
4	6	6	4		
5	8	9	8	5	
6	10	12	12	10	6
.....					

Рис. 20.

«подвешенной за угол» таблице умножения, такая таблица называется «Треугольник Паскаля» (рис. 20).

*Примеры различных геометрических многообразий*

1. Сфер в пространстве  $E_3$  -  $\infty^4$ , так

как сфере соответствует четыре числа – три координаты ее центра и одно – длина её радиуса.

2. Цилиндр вращения в пространстве  $E_3$  определяется пятью параметрами  $\infty^5$  - четыре параметра на ось и один на радиус.

3. Треугольников в пространстве  $E_3 - \infty^9$ , поскольку треугольник однозначно определен, если заданы три его вершины тройкой координат  $3 \cdot 3 = 9$ . Аналогично, тетраэдров в  $3$ -пространстве -  $\infty^{12}$ .

4. Сфер в трёхмерном пространстве, проходящих через данную точку, -  $\infty^3$ , то есть центров, лежащих на прямой, составляет -  $\infty^1$ , а таких прямых – связка  $\infty^2$ .

5. Сфер, касающихся плоскости -  $\infty^3$ .

6. Окружностей на плоскости -  $\infty^3$ .

7. Множество касательных плоскостей к поверхности -  $\infty^2$  (за исключением развертывающихся  $\infty^1$ ).

8. Окружностей в  $3$ -пространстве -  $\infty^4$ .

**4. Свя́зывание параметров.** Если на элементы  $n$ -мерного многообразия  $M$  (например,  $M$ -связка прямых) наложено определенное условие (например, прямые связки  $M$  должны пересекать произвольную прямую), причем элементы из  $M$ , которые удовлетворяют этому условию, образуют  $n_1$ -мерное подмножество  $M_1 \subset M$  (пучок прямых, определяемых центром связки и произвольной прямой, не проходящей через центр), то это условие (требование, ограничение) равносильно фиксированию  $n - n_1$  параметров, то есть приданию этим параметрам определенных числовых значений. Это означает, что, фиксируя  $n - n_1$  параметров, мы выделяем из  $M$  подмножество той же размерности  $n_1$ . В этом случае говорят не о фиксации, а о связывании параметров, употребляя выражения: «условие связывает  $n - n_1$  параметров», «ограничение поглощает  $n - n_1$  параметров», «требование накладывает на параметры  $n - n_1$  связей (понижает размерность многообразия на  $n - n_1$ )».

Аналитически такое задание эквивалентно тому, что  $n$ -ки параметров, соответствующие элементам из  $M$ , удовлетворяют  $n-n_1$  уравнениям. Аналогично, фиксируя две (три) координаты или связывая координаты двумя (тремя) параметрами (уравнениями), мы выделяем из трехмерного пространства его одномерное (нульмерное) подмножество.

Пусть  $m$ -плоскость ( $m$ -плоскость определяется  $(m+1)$  фиксированной точкой) проходит через пространство  $r$ , которое задается  $(r+1)$  фиксированной точкой. Тогда для полного определения необходимо доздать еще  $(m+1)-(r+1)=m-r$  точек. Поэтому *число  $P$  степеней свободы  $m$ -плоскости, принадлежащей  $n$ -мерному пространству и проходящей через  $r$ -плоскость:*

$$P=(n-m)(m-r). \quad (2)$$

**ПРИМЕР 1.** Множество прямых ( $m=1$ ) плоскости ( $n=2$ ), проходящих через точку ( $r=0$ ), составляет пучок, то есть однопараметрическое множество:  $P=(n-m)(m-r)=(2-1)(1-0)=1$ .

**ПРИМЕР 2.** Множество прямых ( $m=1$ ) пространства ( $n=3$ ), проходящих через точку ( $r=0$ ), составляет связку:  $P=(3-1)(1-0)=2$ .

**ПРИМЕР 3.** Множество плоскостей ( $m=2$ ) трехмерного пространства ( $n=3$ ), проходящих через точку ( $r=0$ ), составляет связку:  $P=(3-2)(2-0)=2$ .

**ПРИМЕР 4.** Множество прямых пространства ( $n=3$ ), пересекающих прямую, рассчитывается следующим образом. Вначале считают, сколько прямых проходит через точку, – связка  $P_1=2$  (см. пример 3), затем считают, сколько связок ( $m=2$ ) в трехмерном пространстве на прямой  $P_1=(3-2)(2-1)=1$ . Следовательно, прямые, пересекающие заданную прямую, составляют комплекс  $P=P_1+P_2=1+2=3$ .

В пространстве  $E_n$   $m$ -пространство имеет  $(n-m)(m+1)$ –степеней свободы, но если оно проходит через  $r$ -пространство, то оно имеет  $(n-m)(m-r)$  - степеней свободы. Следовательно, число условий, необходимых для того, чтобы  $m$ -пространство в  $E_n$  проходило через данное  $r$ -пространство (где  $n>m>r$ ):

$$D=(n-m)(m+1)-(n-m)(m-r)=(n-m)(r+1). \quad (3)$$

**ПРИМЕР 5.** В трехмерном пространстве ( $n=3$ ) число условий, необходимых для прохождения прямой линии ( $m=1$ ) через данную точку ( $r=0$ ):  $D = (n-m)(r+1) = (3-1)(0+1) = 2$ . Другими словами, множество прямых трехмерного пространства четырехпараметрично ( $P_1 = (3-1)(1+1) = 4$ ), а в связке (множество прямых, проходящих через точку) – двухпараметрично ( $P_2 = (3-1)(1-0) = 2$ ). Поэтому число условий  $D$ , которые требуется наложить на прямые, чтобы они принадлежали данной связке, равно разности  $P_1 - P_2$ , то есть  $D = 4 - 2 = 2$ .

Если  $r$ -пространство не фиксировано и имеет степени свободы в  $q$ -пространстве, равное  $(r+1)(q-r)$ , следовательно, число условий, которое необходимо наложить, чтобы  $m$ -пространство и  $q$ -пространство в пространстве  $E_n$  пересекались по  $r$ -пространству:

$$(n-m)(r+1) - (r+1)(q-r) = (r+1)(n-m-q+r), \quad (4)$$

где  $m+q \leq n+r$ , если  $m+q > n+r$ , то они пересекаются по пространству размерности  $m+q-n$ , что больше, чем  $r$ .

**ПРИМЕР 6.** Применение формулы (4) покажем на примере определения количества направляющих линейчатой поверхности (в качестве направляющих для простоты возьмем прямые). Требование пересечения образующей линии ( $m=1$ ) с одной направляющей прямой ( $q=1$ ) в точке ( $r=0$ ) равносильно числу условий, накладываемых на образующую и вычисляемых так:  $D = (3-1-1+0)(0+1) = 1$ . Поэтому для выделения из четырехпараметрического множества прямых трёхмерного пространства линейчатой поверхности (однопараметрического множества прямых) необходимо задать три направляющие ( $n-n_1 = 4-1 = 3$ ).

**ПРИМЕР 7.** Коническая поверхность определяется вершиной одной направляющей. Как было показано (пример 6), пересечение образующей с направляющей линией в точке равносильно наложению на образующую одного условия. Прохождение образующей через вершину равносильно наложению двух условий и подсчитывается по формуле (3):  $(3-1)(0+1) = 2$ . В сумме эти требования накладывают на прямую три условия и выделяют из четырехпараметрического множества прямых пространства коническую поверхность.

**5. Размерность пересечения.** Пусть  $M$  –  $n$ -мерное множество,  $M_1$  и  $M_2$  – его подмножества размерности  $m_1, m_2$ , выделенные условиями, связывающими соответственно  $(n-m_1)$  и  $(n-m_2)$  параметров.

Оба эти условия вместе связывают:  $(n-m_1)+(n-m_2)=2n-m_1-m_2$  параметров. Поэтому размерность пересечения множеств  $M_1$  и  $M_2$ , элементы которых удовлетворяют обоим условиям:  $n-(2n-m_1-m_2)=m_1+m_2-n$ .

$$n_{\cap} = m_1 + m_2 - n, \quad (5)$$

то есть *размерность пространства пересечения равна сумме размерностей пересекающихся пространств без размерности операционного пространства.*

Если пересекаются  $i$  пространств, то применяется следующая формула:

$$n_{\cap} = m_1 + m_2 + \dots + m_i - n(i-1);$$

$$n_{\cap} = \sum_{i=1}^n m_i - n(i-1), \quad (6)$$

то есть *размерность пространства пересечения равна сумме размерностей пересекающихся пространств без размерности пространства пересечения, взятой  $i-1$  раз, где  $i$  – число пересекающихся пространств.*

*Условия применения при использовании этой формулы (6):*

1. Если оказалось, что размерность меньше нуля, это означает, что заданные множества не пересекаются.

2. Следует иметь в виду, что формула справедлива лишь для подмножеств  $M_1$  и  $M_2$  общего положения. Например, если  $M_1$  и  $M_2$  – прямые, а  $n$  – трехмерное пространство, то  $n_1=n_2=1$ ,  $n=3$ , а  $r=-1$ , то есть  $M_1$  и  $M_2$  не пересекаются, хотя в частном случае две прямые могут иметь общую точку и даже совпадать (если прямые принадлежат одной плоскости).

3. В случае  $r=0$  (нульмерным называется множество, состоящее из конечного числа элементов), поэтому, получив такой результат, не следует думать, что множество пересечений состоит из одного элемента; это возможно, но воз-

можно также, что оно состоит из двух, трех и любого конечного числа элементов.

## 6. Расслоение множества на классы эквивалентности.

Итак, для множества  $M$ , имеющего размерность  $n$ : каждому элементу  $a$ , принадлежащему  $M$  ( $a \in M$ ), соответствует  $n$ -ка параметров  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ . Зафиксируем какой-либо параметр, например  $a_n=0$ . Тогда подмножество  $M_I \subset M$  (для элементов, где  $a_n=0$ ). Следовательно, размерность множества  $M_I$  равна  $(n-1)$ , то есть элемент из множества  $M_I$  определяется набором  $(n-1)$  параметров, «чисел».

Поскольку имеется бесчисленное однопараметрическое множество способов, которыми можно зафиксировать параметр  $a_n$ , то следовательно, множество  $M$  расчлняется на однопараметрическое множество  $(n-1)$ -мерных подмножеств, каждое из которых соответствует одному из этих однопараметрических значений параметра  $a_n$ , причем никакие два из этих подмножеств не пересекаются, и объединение всех этих подмножеств есть множество  $M$ .

Такие подмножества называются *классами эквивалентности*, означающими, что элементам  $a$  и  $b$ , принадлежащим множеству  $M$ , отнесены  $n$ -ки чисел  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ ,  $(b_1, b_2, \dots, b_n)$ , в которых  $a_n=b_n$ . Для фиксированной координаты  $u_1$ , в вышеприведенном примере, такими классами эквивалентности являются непересекающиеся 2-поверхности.

Если фиксируются два параметра, то из множества  $M$  выделяется  $(n-2)$ -мерное подмножество. Выполняя перебор всех двухпараметрических способов фиксации этих двух параметров, мы получаем двухпараметрическое семейство прямых, параллельных оси  $u$ .

В общем случае, фиксируя  $\infty^n$  раз  $m$  каких-то параметров, мы расщлаиваем  $n$ -мерное множество  $M$  на  $\infty^m$  классов по  $\infty^{n-m}$  элементов в каждом.

Таким образом, если множество  $M$  разбить на  $\infty^m$  взаимно непересекающихся и заполняющих все множества  $M_I$  подмножеств по  $\infty^n$  элементов в каж-

дом, то  $M$  содержит:

$$\infty^m \cdot \infty^n = \infty^{m+n}. \quad (7)$$

**ПРИМЕР.** Множество плоскостей пространства расслаивается на  $\infty^2$  пучков параллельных плоскостей по  $\infty^1$  плоскостей в пучке, то есть содержит  $\infty^1 \cdot \infty^2 = \infty^{1+2} = \infty^3$ .

**7. Использование уравнений.** Далее рассмотрим, как осуществляется подсчет параметрического числа поверхности, если последняя задана в аналитической форме. Для простоты начнем исследование с 2-поверхностей пространства  $E_3$ .

Рассматривая уравнение типа  $Ax+By+Cz+D=0$ , можно подсчитать размерность многообразия, а именно множество плоскостей пространства. Если мы придадим коэффициентам  $A, B, C, D$  определенные числовые значения  $A_0, B_0, C_0, D_0$ , то мы получим некоторую определенную плоскость  $\alpha \in M$ . Таким образом, имеется соответствие: «четверка чисел»  $(A_0, B_0, C_0, D_0) \rightarrow$  плоскость пространства  $\alpha_0$ , которое однозначно лишь в одном направлении.

Действительно, плоскости  $\alpha_0$  отвечает любая из четверок коэффициентов  $kA, kB, kC, kD$ , где  $k$  – любое число, не равное нулю. То есть уравнения:

$$A_0x+B_0y+C_0z+D_0=0;$$

$$kA_0x+kB_0y+kC_0z+kD_0=0$$

задают одну и ту же плоскость. Итак, одной четверке чисел соответствует одна плоскость, но одной плоскости соответствует однопараметрическое множество четверок чисел (столько же, сколько чисел  $k$ ) соответственно пропорциональных четверок. Отношение «быть соответственно пропорциональным» является отношением эквивалентности на множестве четверок чисел. Поэтому четырехпараметрическое множество четверок чисел расслаивается на трехпараметрическое многообразие классов по однопараметрическому семейству пропорциональных четверок в каждом.

Таким образом, соответствие «класс пропорциональных четверок чисел – плоскость пространства» однозначно уже в обе стороны, и поэтому плоскостей в множестве  $M$  столько же, сколько таких классов, то есть  $\infty^3$  - трехпараметрическое множество.

Если координаты  $x, y, z$  связаны двумя уравнениями, то этим выделяется одномерное подмножество трехмерного множества точек пространства – линия (в общем случае пространственная).

**8. Размерность кривых, поверхностей.** Параметрическое число  $P$  плоской алгебраической кривой  $m$ -го порядка:

$$P = \frac{m(m+3)}{2}. \quad (8)$$

**ПРИМЕР 1.** Параметрическое число кривой второго порядка  $m=2$  (например, коники):  $P = \frac{2(2+3)}{2} = 5$ , то есть чтобы на плоскости выделить конику, нужно задать пять параметров.

В общем случае параметрическое число алгебраической поверхности  $m$ -го порядка:

$$P = \frac{1}{n!} \left[ \prod_{i=1}^n (m+i) \right] - 1, \quad (9)$$

где  $n$  – размерность объемлющего пространства;  $m$  – порядок поверхности.

**ПРИМЕР 2.** Поверхность второго порядка  $m=2$  в трехмерном пространстве  $n=3$  имеет следующее параметрическое число:

$$P = \frac{(2+1)(2+2)(2+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} - 1 = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 3} - 1 = 9.$$

В приведенных выше примерах каждый коэффициент эквивалентен заданию одного условия. Поэтому говорят, что кривая второго порядка, будучи пятипараметрической, однозначно определяется заданием пяти точек, а поверхность второго порядка заданием – девяти точек.

## 1.7. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

При решении любой задачи важнейшим значением является задание необходимого и достаточного числа условий (параметров), которое необходимо

при корректной постановке задачи. Если задача поставлена корректно, то у нее конечное число решений. Мы будем рассматривать только геометрические задачи, хотя в общем случае эту методику можно использовать при решении любых задач (экономических, технологических, экологических и т. д.).

На интуитивном уровне мы иногда понимаем, что задача составлена некорректно, то есть условий для выделения конечного числа решений недостаточно. Иногда встречаются такие задачи, где условий слишком много, то есть если убрать одно условие, то задача будет иметь конечное число решений. О таких задачах говорят, что условие поставлено слишком «жестко». Разрешить эти сомнения позволяет подсчет параметров. Рассмотрим конкретные задачи начертательной геометрии, начиная с самых простых.

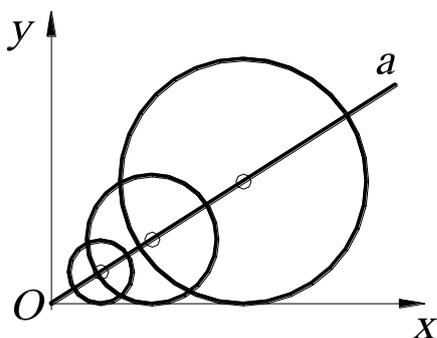


Рис. 21.

**ПРИМЕР 1.** В плоскости  $xOy$  построить окружность, касающуюся оси  $x$  и имеющую центр на прямой  $a$  (рис. 21).

Условие задачи «неоднозначно», так как таких окружностей будет столько, сколько точек на прямой, то есть  $\infty^1$ . Действительно, параметрическое число окружности в пространстве  $E_2$  равно трем

(два параметра тратится на центр и один на радиус), а в условии задачи – только два (условие касания и принадлежность центра прямой). Поэтому необходимо задать еще одно условие, чтобы выделить конечное число решений, например, фиксированную точку на прямой – центр окружности или радиус окружности.

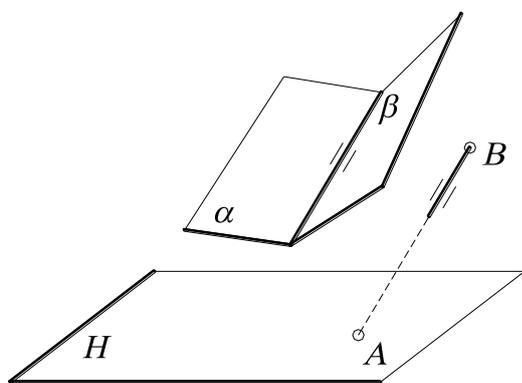


Рис. 22.

Через точку  $B$  провести прямую, параллельную плоскостям  $\alpha$  и  $\beta$  и пересекающую горизонтальную плоскость  $H$  в точке  $A$  (рис. 22).

**ПРИМЕР 2.** Через точку  $B$  провести прямую, параллельную плоскостям  $\alpha$  и  $\beta$  и пересекающую горизонтальную плоскость  $H$  в точке  $A$  (рис. 22).

Условие задачи поставлено некорректно, «перезадано», так как параметрическое число прямой в пространстве  $E_3$  равно четырем, а в задаче связывается пять условий (условие прохождения через точку связывает два параметра -  $2+2$ , так как две точки –  $A$  и  $B$ ; условие параллельности линии пересечения двух плоскостей – один). Действительно, если одну из точек переместить, то задача не будет иметь решения.

### **ПРИМЕР 3.**

**1.** Через точку  $A$  провести прямую, пересекающую две скрещивающиеся прямые  $a$  и  $b$ .

Известно, что прямых в  $3$ -пространстве четырехпараметрическое множество. Поэтому для того, чтобы построить эту прямую, необходимо «связать» четыре параметра. Условие прохождения прямых через фиксированную точку связывает у последней два параметра. В самом деле, возьмем произвольную (фиксированную) точку и установим взаимно однозначное соответствие (биекцию) между прямыми связки и точками плоскости (каждой точке плоскости соответствует единственная прямая связки и наоборот). Точек на плоскости  $\infty^2$ , поэтому и прямых связки составляет двупараметрическое множество -  $\infty^2$  (или по формуле  $P=(n-m)(m-r)=(3-1)(1-0)=2$ ). Очевидно, что связали два параметра  $D=4-2=2$ , что соответствует формуле  $D=(n-m)(r+1)=(3-1)(0+1)=2$ .

В случае прохождения прямых через две скрещивающиеся прямые (в данной задаче две прямые) связывает еще два параметра, так как в пучке прямых, пересекающих прямую  $b - \infty^1$ , но и на прямой  $a$  точек также  $\infty^1$ . Поэтому мы выделяем двупараметрическое множество прямых:  $\infty^1 \cdot \infty^1 = \infty^{1+1} = \infty^2$ , то есть конгруэнцию. Таким образом, связали все четыре параметра:  $D=4-2-2=0$ . Задача поставлена корректно.

**2.** Если условие задачи изменить на следующее: построить прямую, проходящую через точку  $A$  и пересекающую три скрещивающиеся прямые.

В данной задаче число условий (как говорят) перезадано для выделения конечного числа решений. Условие прохождения через прямую связывает один

параметр, так как в связке прямых  $\infty^2$ , а точек на прямой  $\infty^1$ , поэтому мы выделяем трехпараметрическое множество прямых  $\infty^2 \cdot \infty^1 = \infty^3$ , то есть линейный комплекс. Комплекс определяется заданием всех прямых, проходящих через фиксированную прямую. Прямых в  $\mathbb{3}$ -пространстве, как известно,  $\infty^4$ , то есть связали один параметр  $D=4-3=1$ . Условие прохождения всех прямых через две фиксированные прямые, как было сказано выше, «связывает» два параметра. Таким образом, условие прохождения прямых через три скрещивающиеся «связывает» три параметра. Следовательно,  $D=4-3=1$ , то есть выделили однопараметрическое множество прямых, которое называется *линейчатой поверхностью*, или *регулюс*. Поэтому условие задачи поставлено некорректно, так как нет конечного числа решений. Однако на примере этой задачи показано, как выделяется линейчатая поверхность.

### **ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1. Что такое независимые параметры?
2. Привести примеры одно-, двух-, трёх-, четырёхпараметрических многообразий.
3. Проверьте правильность следующих утверждений: 1) прямую в пространстве можно задать: а) точкой и параллельной ей прямой; б) точкой и парой пересекающихся прямых; 2) плоскость: а) тройкой точек; б) точкой и прямой; в) парой пересекающихся прямых; 3) сферу: а) центром и точкой; б) центром и касательной плоскостью; в) четвёркой некомпланарных точек; г) диаметром; 4) цилиндром вращения: а) осью и образующей; б) тройкой некомпланарных образующих.
4. Проверить корректность постановки следующей задачи. В пространстве даны плоскость  $\omega$  и точки  $O_1$  и  $O_2$ . Построить в плоскости  $\omega$  точки  $A_1$  и  $A_2$  на расстоянии  $r_1$  от  $O_1$  и на расстоянии  $r_2$  от  $O_2$ .

5. Определить размерность пересечения геометрических многообразий в различных пространствах: пересечение двух прямых в плоскости (пространстве), пересечение двух плоскостей в трёх- и четырёхмерном пространствах

## 2. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

**Координатами** (от лат. *co* – приставка, означающая совместность, и *ordinatus* – упорядоченный, определённый) называют величины, заданием которых определяется положение точки на прямой, плоскости, поверхности или в пространстве.

### 2.1. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ ДЕКАРТОВЫ КООРДИНАТЫ

Для одномерного случая хорошей иллюстрацией координат является термометр. Некоторой точке ставится в соответствие число  $0$ , задаётся единица измерения, определяющая точки  $1, 2, 3\dots$  - положительные значения координат, которые располагаются на равных расстояниях друг от друга и с одной стороны от точки  $0$ . Отрицательные целые числа  $-1, -2, -3\dots$  определяются симметрично с противоположной стороны от положительных чисел, а дробные вставляют между ними. Произвольной точке  $A$  ставится в соответствие одно из этих чисел.

В двумерном случае положение точки на плоскости может быть определено её расстоянием до двух фиксированных перпендикулярных прямых – *осей*. Эти понятия встречаются уже у Архимеда Сиракузского (его знаменитая фраза «дайте мне точку опоры, и я переверну весь мир» говорит об этом) и Аполлония Пергского, живших более двух тысяч лет назад, и даже у древних египтян.

Впервые идея о прямоугольных координатах (рис. 23, *a*) была систематизирована французами Пьером Ферма (1601 – 1665) и Рене Декартом (1596 – 1650). Однако в их формулировках расстояния могли быть только положитель-

ными. Значительную роль в математике сыграла важная идея о том, что эти расстояния можно считать и отрицательными, которая принадлежала сэру Исааку Ньютону (1642 – 1727). Г. В. Лейбниц (1646 – 1716) первым назвал эти расстояния «координатами».

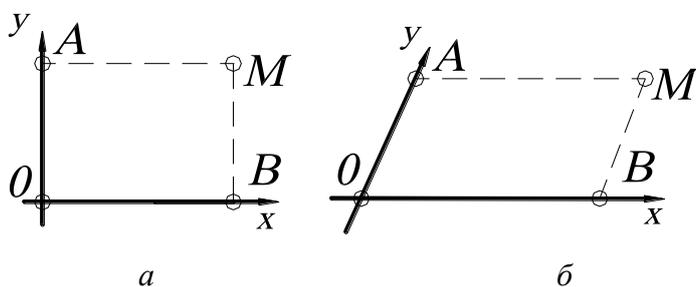


Рис. 23.

стояния «координатами».

Для некоторых целей можно использовать неперпендикулярные оси, расстояния от точки  $O$  представляют собой параллелограмм (рис.23, б).

Отрезки  $AM = OB = x$  – абсцисса;  $BM = OA = y$  – ордината точки  $M$  от двух осей координат  $Ox$  и  $Oy$ . Ось  $x$  выражается уравнением  $y = 0$ , так как каждая точка оси  $x$  удовлетворяет этому уравнению. По аналогии для оси  $y$ :  $x = 0$ .

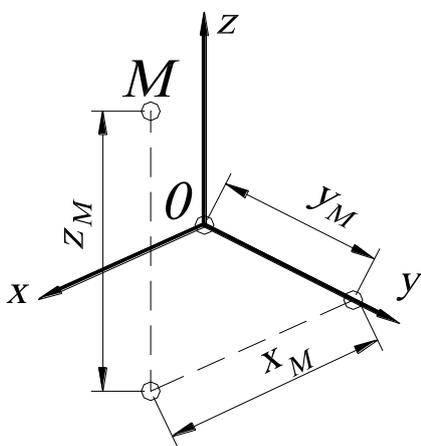


Рис. 24.

Систему координат в пространстве определяют три взаимноперпендикулярные плоскости, которые в своём пересечении дают три взаимноперпендикулярные оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – аппликата (рис. 24). Точка  $O$  во всех случаях называется

началом координат.

## 2.2. ПОЛЯРНЫЕ КООРДИНАТЫ ТОЧКИ НА ПЛОСКОСТИ

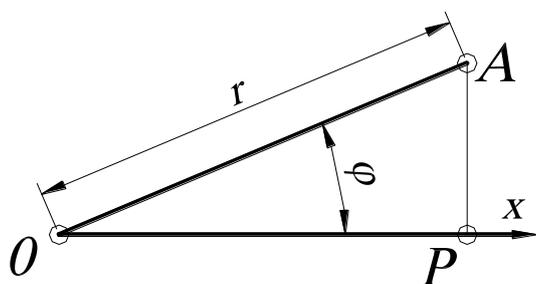


Рис. 25.

Полярные координаты на плоскости есть расстояние  $OA = r$  от фиксированной точки  $O$  (полюса) и угол  $POA = \varphi$  между прямой  $OA$  и полярной осью  $OP$ , где  $r$ - радиус-вектор,  $\varphi$  - полярный угол (рис. 25 ).

Ось  $OP$  можно отождествить с осью  $x$

прямоугольных декартовых координат. Тогда точка  $A$  имеет две координаты  $(r; \varphi)$ . Иногда можно использовать и отрицательные значения  $r$ , считая, что точка  $(r; \varphi)$  совпадает с точкой  $(-r; \varphi + 180^\circ)$ .

Если даны декартовы координаты, то можно перейти к полярным координатам, используя тригонометрические функции, а именно: координаты точек  $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ .

Полярные координаты особенно удобны для описания тех движений и преобразований подобия (центральная симметрия, симметрия относительно прямой, гомотетия и т.д.), которые имеют неподвижную точку. Начало координат в этом случае выбирают именно в этой точке. В пространстве аналогом полярных координат служат цилиндрические и сферические координаты.

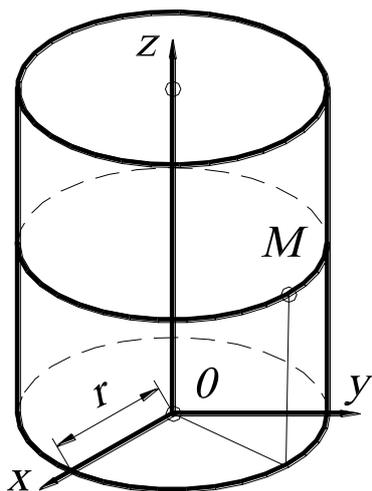


Рис. 26.

### 2.3. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ

Цилиндрические координаты точки  $M$  есть числа  $r, \varphi, z$  (рис. 26), связанные с декартовыми координатами  $x, y, z$  следующими уравнениями:

$$x = r \cos \varphi;$$

$$y = r \sin \varphi; z = z.$$

### 2.4. СФЕРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ

Сферические координаты точки  $M$  есть три числа  $r, \varphi, \theta$  связанные с декартовыми координатами следующими уравнениями:

$$x = r \cos \varphi \cos \theta;$$

$$y = r \sin \varphi \cos \theta,$$

$$z = r \sin \theta,$$

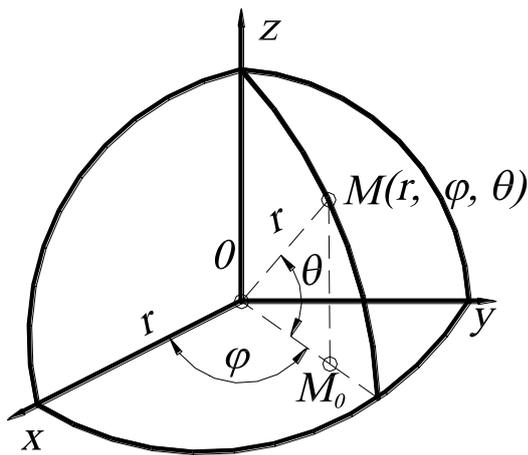


Рис. 27.

где  $r$  – радиус-вектор, равный  $OM$  (рис. 27);

$\varphi$  - угол между положительным направлением оси  $Ox$  и горизонтальной проекцией радиус-вектора  $OM$  на плоскость  $xOy$ , взятый против часовой стрелки;

$\theta$  - угол между радиус-вектором  $OM$  и горизонтальной проекцией его на плоскость  $xOy$ ;

Угол  $90^\circ - \theta = \sigma$  называется зенитным углом. Сферические координаты применяются для определения географических координат на земной поверхности.

## 2.5. АСТРОНОМИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ

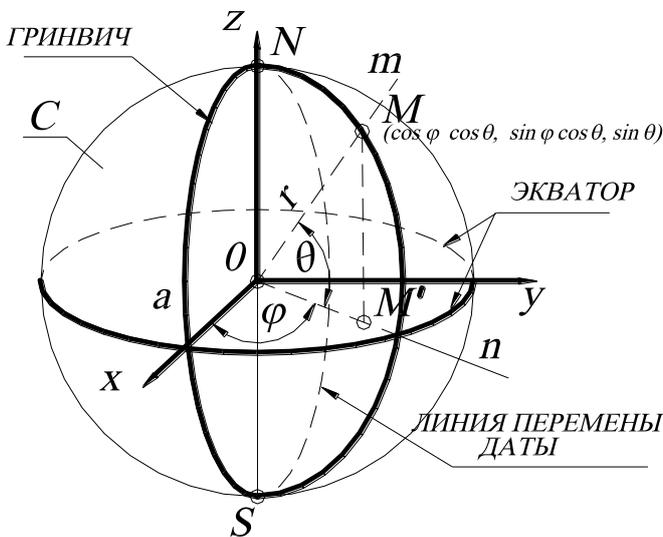


Рис. 28.

Любую точку Земли можно полностью охарактеризовать широтой  $\theta$ , долготой  $\varphi$  и высотой (рис. 28). Астрономические координаты относятся к поверхности сферы  $C$ . Начало отсчёта  $O$  выбирается в центре сферы.

Широта  $\theta$  - это угол, образованный отвесной линией в

данной точке и плоскостью экватора, то есть угол  $\theta = \widehat{MOM'}$ .

Долгота  $\varphi$  - это двугранный угол между плоскостями астрономического меридиана и начального астрономического меридиана (Гринвичского меридиана). Широта отсчитывается от  $0$  до  $90^\circ$  к северу от экватора (со знаком «плюс») и от  $0$  до  $90^\circ$  к югу от экватора (со знаком «минус»).

Долгота отсчитывается от  $0$  до  $180^0$  к востоку от начального меридиана и, аналогично от  $0$  до  $180^0$  к западу от начального меридиана. Долгота корректно определена повсюду, кроме точек, принадлежащих полуокружности, называемой «линией перемены даты», ограниченной северным и южным полюсами, так как в этом случае долгота также равна нулю. Остальные точки, можно считать, имеют долготу, равную от  $180^0$  до  $-180^0$ . Одно из преимуществ состоит в том, что соответствующая линия перемены даты полностью проходит в Тихом океане, тем самым уменьшая возможность путаницы. Кривые, вдоль которых широта постоянна (соответственно долгота), называются параллелями (соответственно меридианами).

В качестве третьей координаты служит *альтиту́да*, или *абсолютная высота*, – это расстояние по вертикали от какой-либо точки поверхности Земли до среднего уровня поверхности Мирового океана (для России альтитуда исчисляется от нуля Кронштадского футштока).

Величины  $\theta$  и  $\varphi$  получают из астрономических наблюдений, а альтитуду – на основе геометрического нивелирования.

## 2.6. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ

Поверхность Земли представляет собой поверхность, называемую геоидом.

Геоид (греч. *geoeides*, от *geo* – Земля и *eidos* – вид) – фигура Земли, ограниченная уровневой поверхностью силы тяжести, совпадающей со средним уровнем Мирового океана и продолженной под материками так, что она повсюду перпендикулярна линии отвеса. Форма геоида в результате суточного вращения Земли близка к эллипсоиду вращения, но поверхность его осложнена из-за неравномерности распределения масс внутри Земли. Геоид имеет сложную форму, и поэтому для решения геодезических задач геоид заменяют эллипсоидом вращения, у которого большая полуось  $a = 6378388$  метров, а малая по-

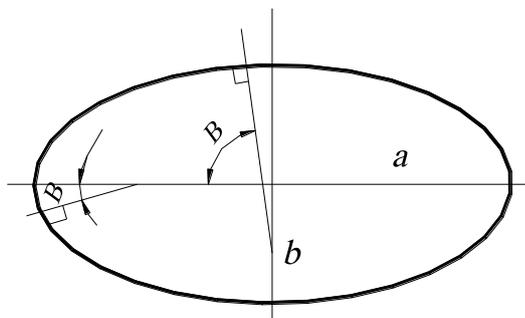


Рис. 29.

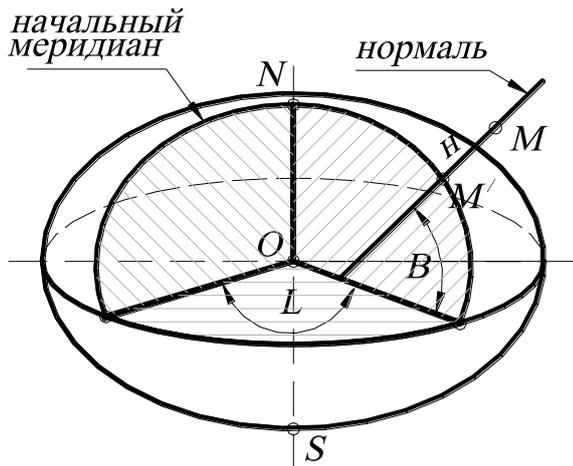


Рис. 30.

луось  $b = 6356912$  метров, и, следовательно, «уплощение» равно  $1/297$  (рис. 29).

В каждой стране имеются свои эллипсоиды, то есть каждый эллипсоид приближен к геоиду именно в конкретной области. Например, для Российской Федерации – эллипсоид Крассовского, для США – эллипсоид Хейфорда, а также есть обще-земной эллипсоид.

Геодезические координаты  $B$  и  $L$  относят к поверхности эллипсоида вращения. Широта  $B$  – угол, образованный нормалью к поверхности земного эллипсоида в данной точке  $M$  и плоскостью экватора (рис. 30). Долгота  $L$  – двугран-

ный угол между плоскостями меридиана данной точки  $M$  и начальным меридианом (Гринвичским меридианом). Высота  $H$  – расстояние по нормали от поверхности земного эллипсоида до данной точки  $M$  (то есть расстояние  $MM'$ ).

Геодезические координаты отличаются от астрономических за счёт уклонения отвесной линии от нормали в данной точке. Обобщённое название астрономических и геодезических координат – географические координаты.

**СИСТЕМУ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ КООРДИНАТ** (рис. 31) образуют три оси с началом в центре эллипсоида  $O$ : ось  $Oz$  совпадает с полярной осью эллипсоида;

ось  $Ox$  расположена в пересечении плоскости экватора и начального меридиана

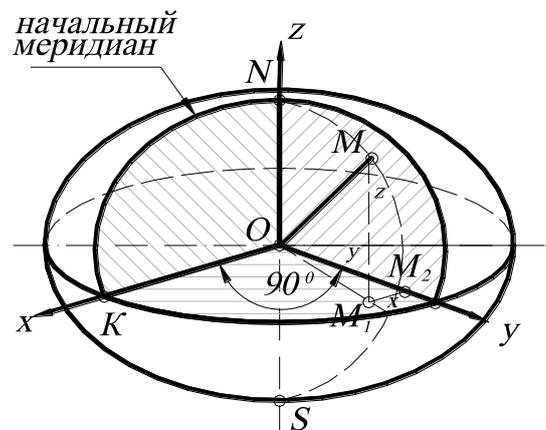


Рис. 31.

$SKN$ ; ось  $Oy$  – в пересечении плоскостей экватора и меридиана  $SKN$ , составляющего угол  $90^\circ$  с плоскостью начального меридиана. Положение точки  $M$  определяется отрезками:  $x=MM_2$ ,  $y=OM_2$ ,  $z=MM_1$ . Такие координаты широко используются для определения точек в космическом пространстве.

## 2.7. ГЕОЦЕНТРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ

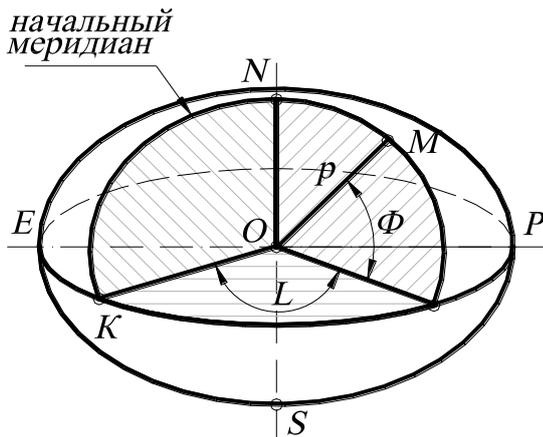


Рис. 32.

Прямоугольная геоцентрическая система имеет начало в центре масс Земли (рис. 32). Широта  $\Phi$  – угол, образованный радиус-вектором  $p$ , соединяющим центр масс Земли  $O$  с данной точкой  $M$  и плоскостью  $EKP$ , перпендикулярной к оси вращения Земли.

Долгота  $L$  – двугранный угол между плоскостями геоцентрического меридиана данной точки и начального геоцентрического меридиана. Ось  $Oz$  параллельна оси вращения Земли, ось  $Ox$  – линия пересечения начального меридиана и экватора, ось  $Oy$  – перпендикулярна осям  $Ox$ ,  $Oz$  и дополняют систему координат до правой. Геоцентрическая система используется при спутниковом определении, от которой переходят к геодезическим координатам. Для отображения любой точки Земной поверхности вместе с её координатами на плоскость пользуются различными проекциями.

## ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

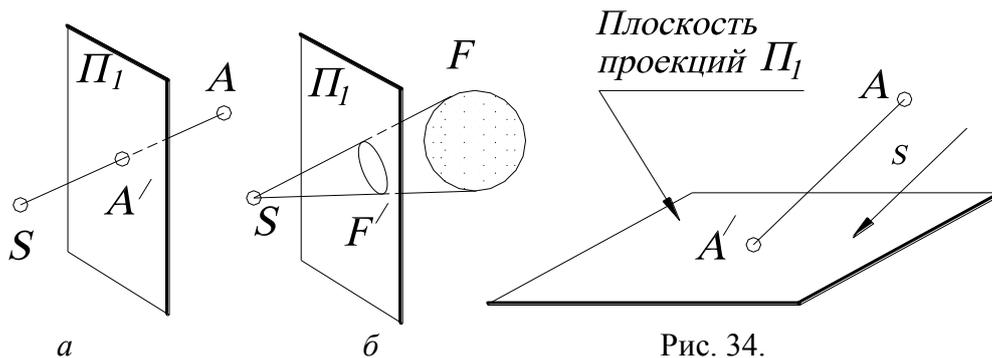
Дан куб с известной стороной  $l=1$ . Написать координаты его вершин: в прямоугольных декартовых координатах; в полярных координатах; в цилиндрических и сферических координатах, если начало системы координат выбрать в центре куба, в одной из вершин куба.

### 3. ПРОЕКЦИИ

#### 3.1. МЕТОД ПРОЕКЦИЙ

В основе всех методов начертательной геометрии лежат операции *проецирования* и *сечения*. Наиболее распространены *центральное*, *параллельное* и *ортогональное* проецирование. Получаемые с их помощью изображения – проекции наиболее естественно ассоциируются с рисунками, картинами, фотографиями, картами.

Во всех трёх случаях задаётся *плоскость проекций* и связка *проецирующих прямых* или проецирующих лучей (при центральном проецировании связка состоит из прямых, проходящих через данную точку, при параллельном и ортогональном – из прямых, параллельных данной прямой). *Проекцией точки*  $A$  называют точку  $A'$  пересечения с плоскостью  $\Pi_1$  проецирующей прямой, проходящей через точку  $A$  и центр проекций  $S$  (рис. 33, а). *Проекцией  $F'$  фигуры  $F$*  считается множество проекций всех точек этой фигуры (*фигурой* в геометрии называют любое множество точек, рис. 33, б). Точку  $A$  и фигуру  $F$  называют *оригиналами*.



При *центральном проецировании* задают плоскость  $\Pi_1$  – плоскость проекций и не лежащую в ней точку  $S$  – центр проекций. Прямые, проходящие через точку  $S$ , называются проецирующими прямыми. Проекцией точки  $A$  называется точка  $A'$  пересечения с плоскостью  $\Pi_1$  проецирующей прямой  $SA$  (см.

рис. 33, а). Чтобы построить проекцию фигуры, следует спроецировать все её точки (см. рис.33, б).

**Параллельное проецирование** – частный случай центрального проецирования, когда центр проекций  $S$  – бесконечно удалённая точка, то есть проходящие через эту точку проецирующие прямые параллельны. Таким образом, при параллельном проецировании задают плоскость проекций  $\Pi_1$  и не параллельную ей прямую  $s$  – **направление проецирования**. Прямая  $s$  и все параллельные ей прямые называются **проецирующими прямыми**. Точка  $A'$  пересечения с плоскостью  $\Pi_1$  проецирующей прямой, проходящей через точку  $A$ , называется **параллельной проекцией точки  $A$  на плоскость  $\Pi_1$  в направлении  $s$**  или более кратко – **проекцией точки  $A$**  (рис. 34).

**Ортогональное (прямоугольное) проецирование** – частный случай параллельного, когда  $s \perp \Pi_1$ , то есть направление проецирования перпендикулярно плоскости проекций. Иначе говоря, ортогональная проекция  $A'$  точки  $A$  на плоскость  $\Pi_1$  есть основание перпендикуляра  $AA'$ , опущенного из точки  $A$  на плоскость  $\Pi_1$ . Дальнейшие подробности об ортогональных и параллельных проекциях см. п. 3 «Методы изображений».

Рассмотренные в этом параграфе изображения, состоящие из одной проекции, **необратимы**. Точка  $A$  – оригинал определяет одну проекцию  $A'$ , но проекции  $A'$  соответствует бесчисленное множество оригиналов – все точки проецирующей прямой  $AA'$ . Одна проекция не определяет оригинала. Для построения обратимых чертежей, определяющих оригинал однозначно, добавляется вторая проекция (метод Монжа, аксонометрия, перспектива) или информация о расстояниях точек-оригиналов от плоскости проекций (проекции с числовыми отметками). Для отображения любой точки земной поверхности вместе с её координатами на плоскость пользуются проекциями, отличающиеся от предыдущих. Рассмотрим некоторые из них.

### 3.2. СТЕРЕОГРАФИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

Эти проекции используются не только математиками, но и применяются для составления карт областей земной поверхности. Стереографическая проекция является взаимно однозначным отображением, то есть единственной точке земной поверхности соответствует единственная точка на плоскости.

Стереографической проекцией будем называть проекцию сферы из центра – точки  $S$ , принадлежащую этой сфере, на плоскость  $\alpha$ , касающуюся этой сферы в точке  $S'$  – диаметрально противоположной центру проецирования – точки  $S$  (рис. 35). Взяв точку проецирования в одном из полюсов, получим так называемую полярную сетку (см. рис. 35).

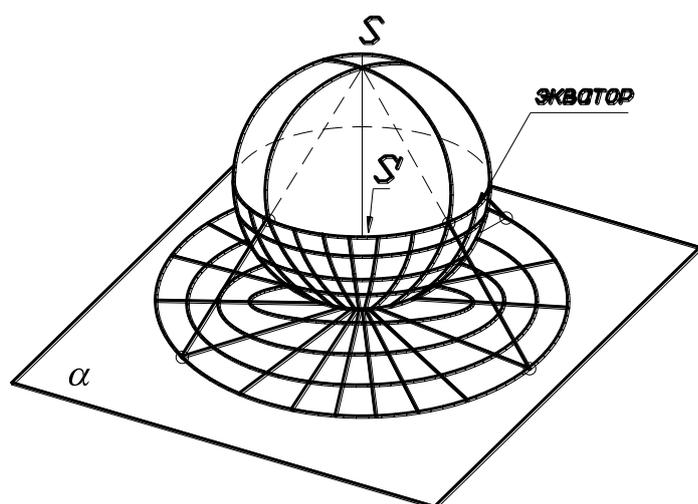


Рис. 35.

Меридианы на этой проекции изображаются прямыми, проходящими через образ полюса – точку  $S'$ , а экватор и параллели – в виде окружностей. Если точку проецирования поместить на экваторе, получим сетку экваториального типа (подобно той, которая получается на карте двух полушарий мира). На рис. 36 показана стереографическая проекция точки  $M''$  и её сферические координаты.

При стереографической проекции углы между кривыми, лежащими на сфере, изображаются равными углам их проекций. Под углом между кривыми понимается угол между касательными к ним в точке пересечения.

При повороте сферы вокруг диаметра, проходящего через полюс, на плоскости  $\alpha$  происходит поворот вокруг точки её касания  $S'$  со сферой на тот же угол.

Следует отметить, что свойства этой проекции существенно не изменяются при замене плоскости проекций  $\alpha$  на любую другую плоскость, параллельную ей и не проходящую через центр проекций  $S$ . Часто за эту плоскость принимают плоскость экватора, если считать центр проекции  $S$  и диаметрально противоположную точку  $S'$  полюсами.

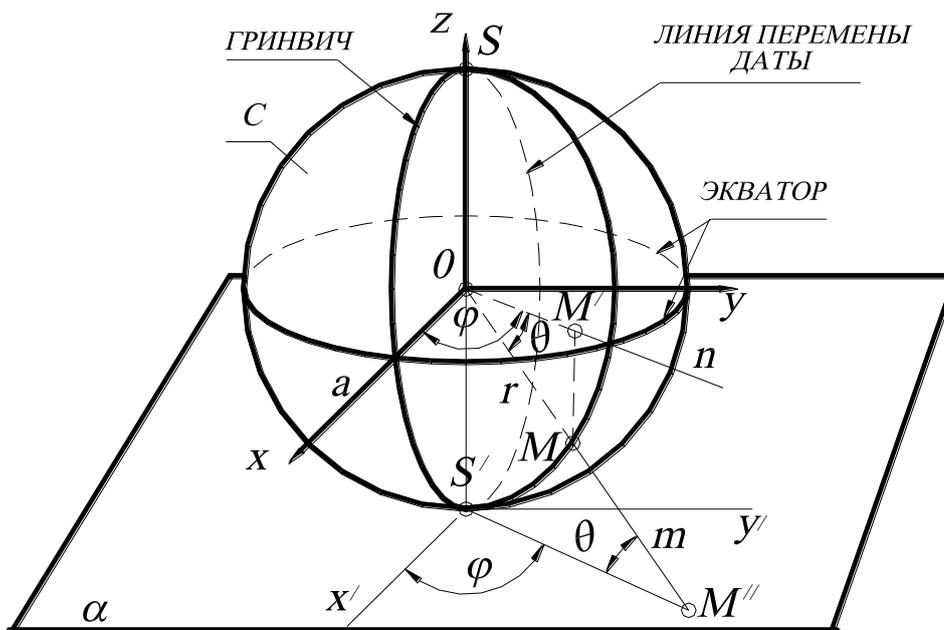


Рис. 36.

В результате построения стереографической проекции, то есть проекции сферы на плоскость, получают карты. Недостаток такой карты в том, что не сохраняются площади. Практически чаще всего на таких картах работают с очень малыми областями сферы, по которым, с необходимыми коррекциями, можно вычислять площади.

Очевидно, существуют карты, сохраняющие площади; они называются эквивалентными или равновеликими. Рассмотрим пример получения такой карты.

### 3.3. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

Цилиндрическая проекция получается при взаимно однозначном отображении поверхности сферы, вписанной в цилиндр, на поверхность этого цилиндра.

дра пучком параллельных прямых, перпендикулярных к оси цилиндра. Разворачивая затем цилиндр на плоскость, получают цилиндрическую проекцию сферы. Такая проекция получила название «классическая проекция Меркатора». Эта проекция является равноугольной (или конформной, то есть такая, которая сохраняет углы, рис. 37).

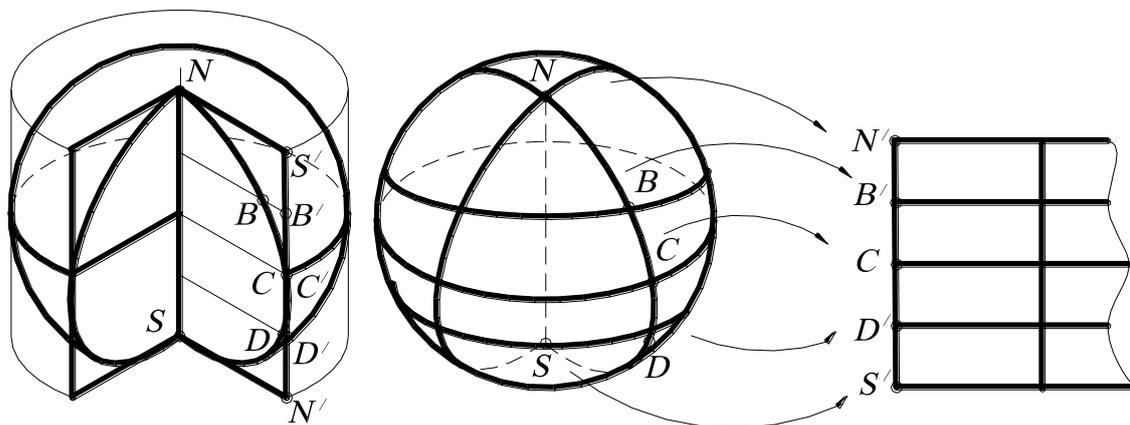


Рис. 37.

На этой проекции параллели и меридианы представляются ортогональными (прямоугольными) прямыми, а экватор является горизонтальной осью симметрии. Такие проекции имеют изменяющийся коэффициент искажения, который увеличивается к полюсам. В тех областях, где коэффициент искажения изменяется незначительно, построенная таким образом карта хорошо приспособлена к практическим нуждам, и поэтому она часто используется в морской и воздушной навигации.

Действительно, поскольку меридианы и параллели являются ортогональными координатными линиями, кроме того, построенная проекция конформна, то такая траектория движения судна или самолёта по постоянному курсу изобразится на этой карте в виде прямой линии, которую легко провести с помощью линейки. На практике судно или самолёт всегда в течение определённого времени придерживается постоянного курса. Для этого рулевой по компасу сохраняет постоянное направление движения, указанное капитаном.

На сфере такие траектории (то есть кривые, которые пересекают меридианы под постоянным углом) называются *локсодромы*.

Классическая проекция Меркатора совершенно непригодна у полюсов, так как при приближении к полюсам коэффициент искажения стремится к бесконечности. Поэтому задача измерения с достаточной точностью расстояний и площадей в окрестности полюсов практически неразрешима, но классическая проекция Меркатора даёт прекрасный результат вблизи экватора.

В настоящее время во всём мире наиболее употребительной является поперечная проекция Меркатора. Она получается, если цилиндр, описанный около сферы, касается её по меридиану (рис.38, *а*). Эту проекцию называют проекцией Гаусса – Крюгера. Для неё используется сокращение *MTU* (по начальным буквам Mercator transvers universal). Её применяют, например, при создании топографических карт Российской Федерации, эта проекция используется топографической службой Швейцарии.

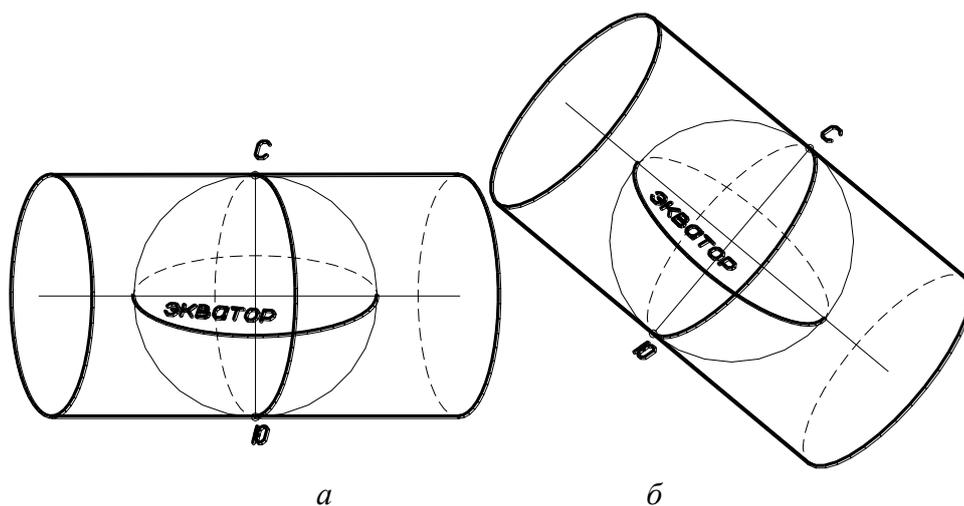


Рис. 38.

Кроме рассмотренных цилиндрических проекций, имеются косые цилиндрические проекции (рис.38, *б*). В этом случае ось цилиндра располагается под произвольным углом к прямой, соединяющей северный и южный полюса. Параллели и меридианы при этом изобразятся в виде кривых, однако в малых областях они будут почти прямыми линиями.

Для цилиндрических проекций можно рассматривать цилиндры, пересекающие сферу. На рис. 39, *а* показана нормальная цилиндрическая проекция; на рис. 39, *б* – поперечная проекция; на рис. 39, *в* – косая проекция.

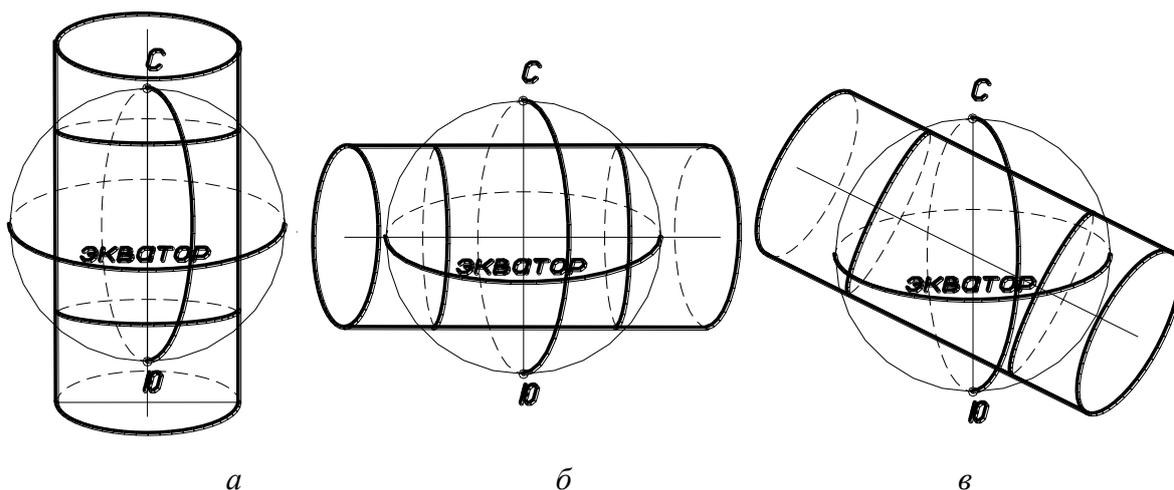


Рис. 39.

### 3.4. КОНИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

Такие проекции при составлении карт называются равноугольными проекциями Ламберта.

Идея Ламберта состоит в том, чтобы меридианы и параллели оставались

простыми кривыми на плоскости.

Самой простой после ортогональной сетки параллельных прямых является сетка из concentric окружностей и прямых, проходящих через их центр этих окружностей. Можно сказать, что мы имеем дело с полярной системой координат на плоскости.

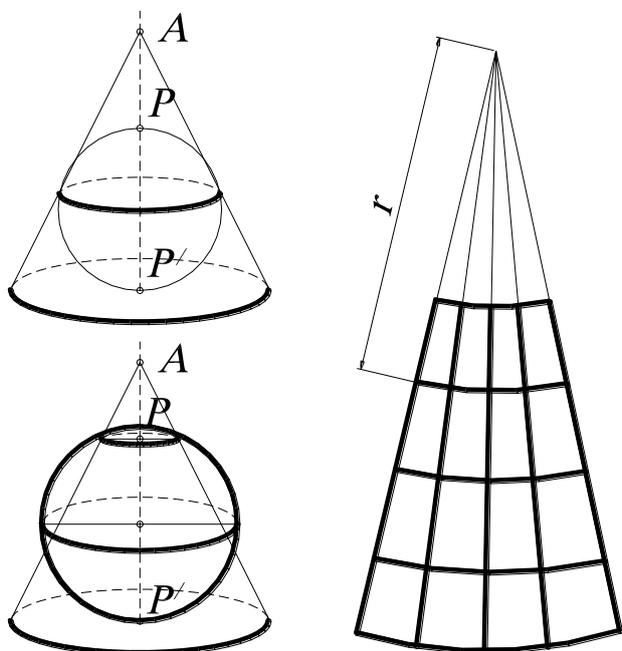


Рис. 40.

В этом случае сфера проецируется на конус, касающийся по выделенной параллели, а затем этот конус разворачивается на плоскость

(рис. 40). Полярный радиус  $r$  регулируется некоторой функцией так, чтобы обеспечить равные углы.

Меридианы в этой проекции изображаются прямыми линиями, а параллели – окружностями.

Картография Франции основана на проекциях Ламберта. Вся поверхность Франции покрывается тремя такими картами, одна из которых охватывает зону в три градуса. Однако состыковка этих трёх систем в настоящее время не удовлетворяет требованиям к точности. Поэтому используется карта, полученная при помощи стереографической проекции (с полюсом в Новой Зеландии).

### ***ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ***

1. Каким образом можно установить взаимно однозначное соответствие между оригиналом, например, точкой  $A$ , трёхмерного пространства и её центральной, параллельной проекцией  $A'$ ?

2. Как будет изображаться стереографическая проекция а) отрезка прямой, который принадлежит экватору сферы, меридиану, б) окружности ?

3. Докажите, что при стереографической проекции локсодромы переходят в логарифмические спирали (см. п. 4.5. «Трансцендентные кривые»).

4. Как задаётся центр проецирования при отображении сферы на конус (см. рис. 40).

## ЧАСТЬ 2

### ПРИНЦИПЫ ИНВАРИАНТНОСТИ

Построение какой-либо геометрической модели основывается на определённых свойствах объекта (геометрического многообразия). Для задания взаимно однозначных отображений большое значение имеют неизменяющиеся свойства – инварианты. *Инвариант* - (*invariants* – от лат. *неизменяющийся*) – величина, остающаяся неизменной при тех или иных преобразованиях (например, площадь какой-либо фигуры). В первой части мы уже сталкивались с инвариантами, например, размерность какого-то геометрического многообразия является величиной постоянной для конкретного пространства. Основными принципами инвариантности также являются симметрия и пропорциональность.

В части 2 рассматриваются преобразования, сохраняющие некоторые свойства геометрических множеств (симметрия относительно точки, прямой или плоскости, вращения, параллельные переносы). Однако отказ от сохранения метрики исследуемых объектов при соответствующем преобразовании расширяет возможности применения методов симметрии и приводит к другим преобразованиям – подобие, инверсия и др.

## 1. ДВИЖЕНИЯ

### 1.1. ДВИЖЕНИЯ В ЕВКЛИДОВОЙ ПЛОСКОСТИ

*Движение* - это преобразование, которое сохраняет длины. Например, (рис. 41, а) *вращение* точки  $A$ , принадлежащей плоскости  $\alpha$ , вокруг точки  $P$  (или вокруг прямой, проходящей через точку  $P$ , перпендикулярно к плоскости  $\alpha$ ) является движением, имеющим одну неподвижную точку  $P$  (если угол по-

ворота не кратен  $360^{\circ}$ ). В противном случае получают *тождественное преобразование*, точка  $A$  отображается на себя.

**Параллельный перенос** (или *параллельное перемещение*) не имеет неподвижных точек; при этом преобразовании сдвигается каждая точка плоскости на расстояние  $a$  (рис. 41, б).

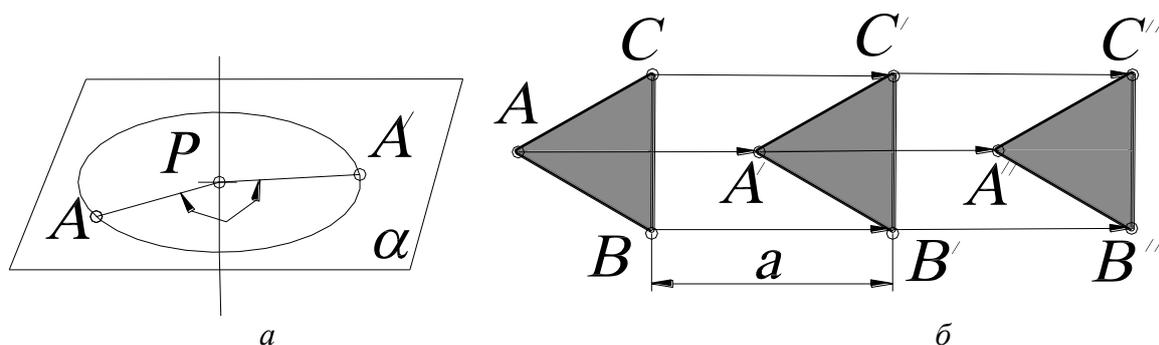


Рис. 41.

**Симметрия** - это вид движения, характеризующийся тем, что распределение точек на пары симметрично. Неподвижными точками симметрии, в зависимости от её вида, являются точка, прямая или плоскость. Соответственно подразделяют симметрию относительно точки, прямой или плоскости. Эти симметрии называют также отражениями от точки, прямой или плоскости, соответственно.

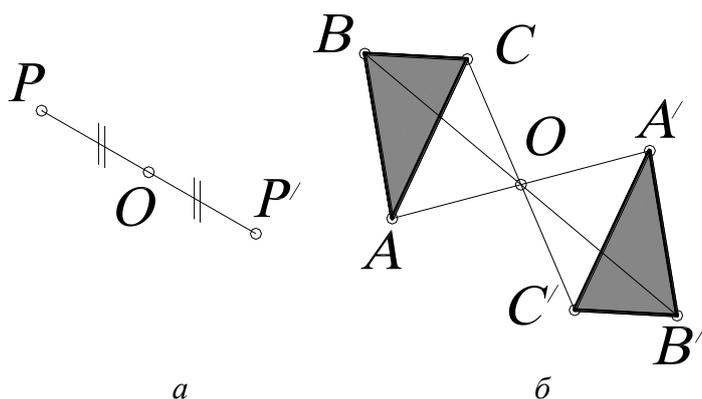


Рис. 42.

**Центральная симметрия.** Две точки  $P$  и  $P'$  называются симметричными относительно точки  $O$  (или относительно центра симметрии  $O$ ), если точка  $O$  есть середина отрезка  $PP'$  (рис. 42, а).

Фигура симметрична относительно центра, если все её точки попарно лежат на прямых,

проходящих через этот центр симметрии по разные стороны и на равных расстояниях (рис. 42, б).

**Осевая симметрия.** Две точки называются симметричными относительно прямой (оси), если они лежат на одном перпендикуляре к данной прямой  $a$  по разные стороны и на одинаковом расстоянии (рис. 43 *a, б*).

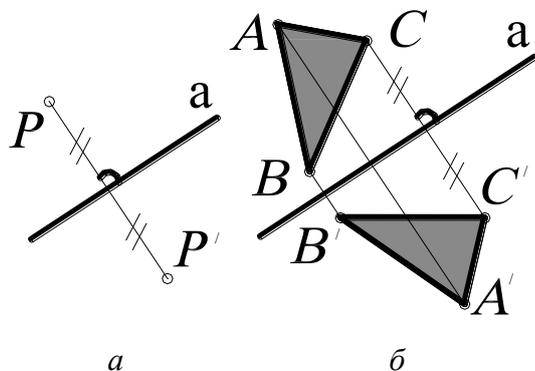


Рис. 43.

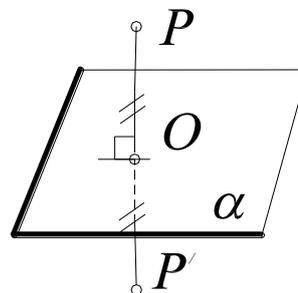


Рис. 44.

**Плоскостная (зеркальная) симметрия.** Две точки называются симметричными относительно плоскости, если они лежат на перпендикуляре по разные стороны и на одинаковом расстоянии от плоскости (рис. 44).

При рассмотрении вращений (в частности, центральная симметрия), осевых симметрий и параллельных переносов возникает вопрос о том, почему вращение или параллельный перенос можно осуществить непрерывным перемещением плоскости, а осевую симметрию – нельзя. Возникает понятие «ориентации». Любые два треугольника  $ABC$  и  $A'B'C'$  могут иметь одинаковую (см. рис.41, *б*) или противоположную (см. рис. 43, *б*) ориентацию.

Если треугольники  $ABC$  и  $A'B'C'$  ориентированы одинаково (см. рис.41, *б*), то движение называется **собственным** (или 1-го рода). Если же движение меняет ориентацию треугольников  $ABC$  и  $A'B'C'$  (см. рис.43, *б*), то такое движение называется **зеркальным** (или 2-го рода). Например, собственные движения переводят левую перчатку в левую, а левый винт – в левый (и наоборот). Зеркальные движения переводят левую перчатку в правую, а левый винт – в правый (и обратно).

Рассмотрим несколько видов симметрии на примерах различных фигур. Когда мы говорим, что фигура «симметрична», мы имеем в виду, что суще-

ствуют некоторые движения, оставляющие на месте фигуру в целом, но меняющие отдельные её части. Другими словами, если фигура симметрична, то элементы одной её части переходят в другую. Например, прописные буквы *A* и *E* (рис. 45, *a*, *б*) обладают осевой симметрией, то есть переводятся в себя симметрией относительно некоторой оси – вертикальной в первом случае и горизонтальной – во втором.

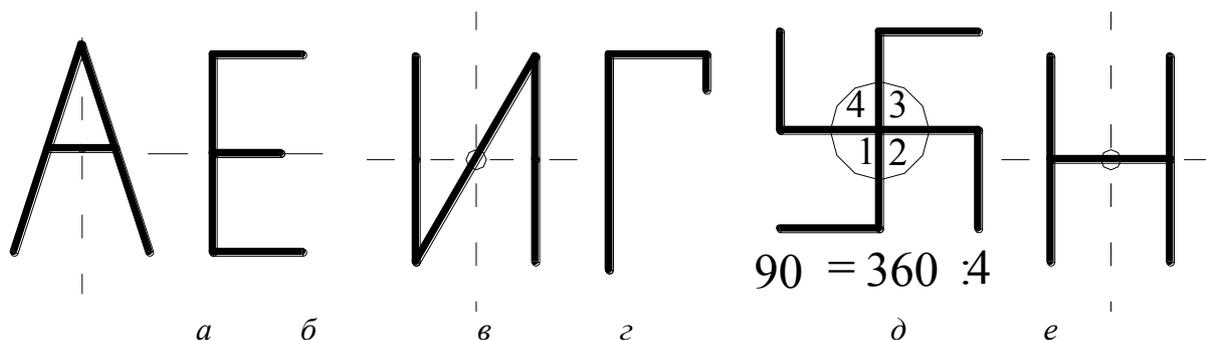


Рис. 45.

Буква *И* (рис. 45, *в*) обладает центральной симметрией. Однако буква *И* может быть представлена последовательным выполнением (причём в любом порядке) отражений от горизонтальной, а затем от вертикальной оси. Как уже известно, результат последовательного выполнения нескольких преобразований называется их произведением или композицией преобразований.

К числу движений, переводящих фигуру в себя, относится и тождественное преобразование. Любая фигура обладает такой симметрией. Например, буква *Г* переводится в себя только тождественным преобразованием (рис. 45, *г*).

Изображенная фигура на рис. 45, *д* обладает симметрией 4-го порядка. Это означает, что она переводится в себя на угол, кратный прямому. Такая фигура допускает 4 существенно различных движения, переводящих её в себя, а именно вращения на 1, 2, 3 и 4 прямых угла. Последнее из них - тождественное преобразование.

*Наименьшая степень, в которую нужно возвести данное преобразование, чтобы получить тождественное преобразование, называется порядком данного преобразования.*

Например, осевая, центральная симметрия имеет порядок 2. Единственным преобразованием порядка 1 является тождественное преобразование. Параллельный перенос вообще не имеет конечного порядка (иногда говорят, что он имеет бесконечный порядок  $\infty$ ).

Некоторые фигуры переводятся в себя одновременно и центральной и осевой симметрией. Так, например, буква **H** имеет горизонтальную ось симметрии (подобно букве **E**), вертикальную ось симметрии (подобно букве **A**), а также центр симметрии совпадает с точкой пересечения осей симметрии (рис. 45, e).

Таким образом, эта буква допускает четыре различных преобразования:

- 1) тождественное преобразование;
- 2) отражение от горизонтальной прямой;
- 3) отражение от вертикальной прямой;
- 4) центральная симметрия.

**Композиция (произведение) движений.** Любое движение на плоскости можно определить как композицию поворота и параллельного переноса (параллельный перенос иногда называют трансляцией).

Параллельный перенос определяется как произведение двух центральных симметрий относительно различных точек  $O$  и  $O'$  (рис. 46).

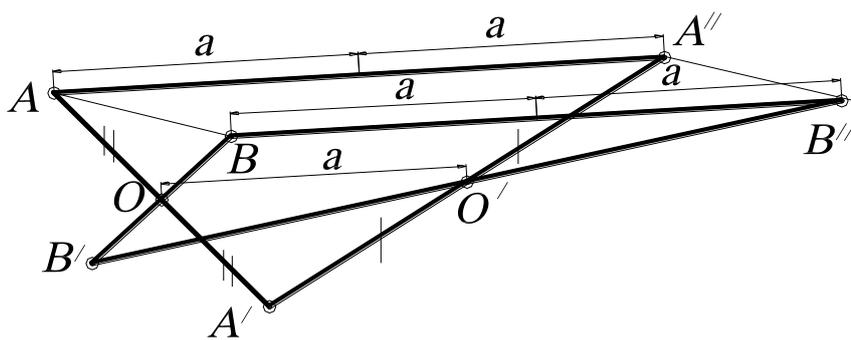


Рис. 46.

Пусть задана произвольная точка  $A$  и даны два центра симметрии  $O$  и  $O'$ . Первая симметрия относительно точки  $O$  переводит точку  $A$  в точку  $A'$ , а вторая – относительно точки  $O'$

-  $A'$  в  $A''$ . Причём окончательно получается отрезок  $AA''$ , который параллелен отрезку  $OO'$  и в два раза длиннее его. Таким образом, длина и направление отрезка не зависят от положения точки  $A$ , так как параллельный перенос полно-

стью определяется длиной и направлением отрезка  $AA''$ . Это подтверждается, если задать параллельный перенос произвольной точки  $B$ , параллельный отрезку  $AA''$ . Тогда отрезки  $AA''=BB''$ , а также эти отрезки параллельны между собой и получаются при отображении от точек  $O$  и  $O'$ .

Движение, оставляющее точку  $O$  неподвижной, можно назвать поворотом вокруг точки  $O$ . Поворот можно представить как композицию двух осевых симметрий (рис. 47, а, б).

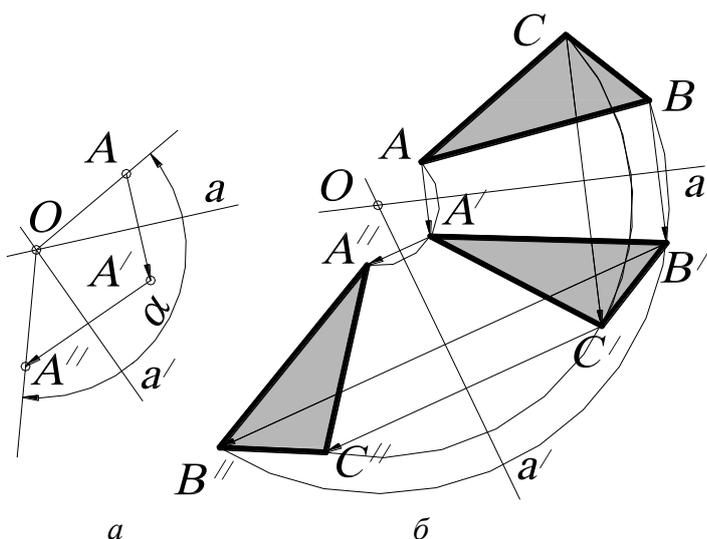


Рис. 47.

Однако в этом случае результат отображения зависит от порядка выполнения операций симметрии, то есть для того чтобы получить поворот точки  $A$  на угол  $\alpha$  (см. рис. 47, а), нужно сначала выполнить осевую симметрию относительно оси  $a$ , а затем – относительно оси  $a'$ .

Говорят, что такая композиция преобразований не обладает свойством перестановочности (или не коммутует).

**Скользящая симметрия** определяется как композиция симметрии относительно прямой  $m$  и параллельного переноса вдоль этой прямой.

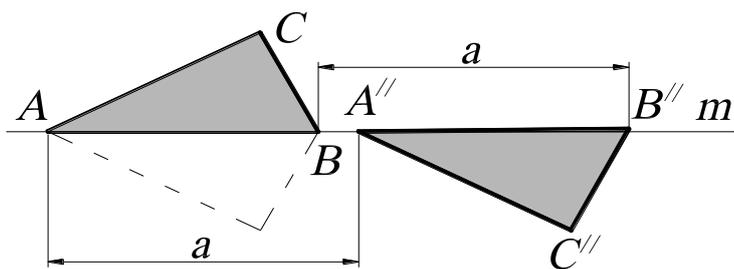


Рис. 48.

Ясно, что скользящая симметрия определяется своей осью  $m$  и величиной переноса  $a$ .

Пусть задана ось скользящей симметрии  $m$  и величина переноса вдоль этой оси  $a$  (рис. 48). Тогда, выполняя операции отражения от прямой и параллельный перенос (независимо в какой последовательности), треугольник  $ABC$  отобразится в треугольник  $A''B''C''$ .

Таким образом, скользящая симметрия – это зеркальное движение, не имеющее неподвижных точек. Такая симметрия часто встречается в орнаментальном искусстве, архитектуре и природе.

В геометрии симметрия и *асимметрия* – два противоположных понятия. Асимметрия, казалось бы, – это отсутствие симметрии. Однако асимметричная фигура может складываться из симметричных частей. Другими словами, асимметрия – это композиция симметрии. Асимметрию часто используют в архитектуре, дизайне и др.

## 1.2. ДВИЖЕНИЯ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Существует семь типов перемещений пространства:

1. Тожественное преобразование.
2. Переносы.
3. Повороты (в частности, осевые симметрии – повороты на  $180^0$ ).
4. Винтовые перемещения.
5. Зеркальные симметрии или плоскостные.
6. Переносные симметрии.
7. Поворотные симметрии.

В *тождественном преобразовании* остаётся неподвижной каждая точка пространства.

*Перенос* имеет связку неподвижных параллельных прямых и связку неподвижных плоскостей, определяемых парами этих прямых, и не имеет неподвижных точек.

*Поворот* имеет прямую неподвижных точек – ось поворота – и пучок неподвижных плоскостей, перпендикулярных оси поворота; в осевой симметрии, кроме того, остаются неподвижными все плоскости, проходящие через ось симметрии, и все прямые, пересекающие ось симметрии под прямым углом.

**Винтовое перемещение** имеет одну неподвижную (двойную) прямую – его ось – и не имеет двойных точек и плоскостей (кроме угла  $180^0$ , так как все плоскости через эту ось неподвижны). Винтовое перемещение определяется углом поворота и величиной переноса вдоль этой оси. Порядок, в котором выполняются обе операции, безразличен (что не имело бы места, если бы параллельное перемещение не было параллельно оси вращения).

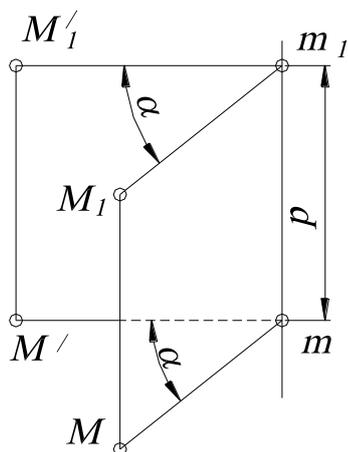


Рис. 49.

Иначе говоря, если точка  $M'$  есть то положение, которое занимает точка  $M$  после поворота  $R$  на угол  $\alpha$  вокруг оси  $d$  (рис. 49), то  $M'_I$  - положение, которое займёт точка  $M'$ , если выполнить над ней перемещение  $p$ , параллельное оси  $d$ , то мы получим ту же самую точку  $M'_I$ , выполняя над точкой  $M$  сначала это же поступательное перемещение  $p$ , переводящее точку  $M$  в  $M_I$ , а затем поворачивая точку  $M_I$  на данный

угол вокруг оси  $d$ .

Частными случаями винтового перемещения являются, очевидно, вращение (когда параллельное перемещение равно нулю) и параллельное перемещение (когда вращение  $R$  равно нулю).

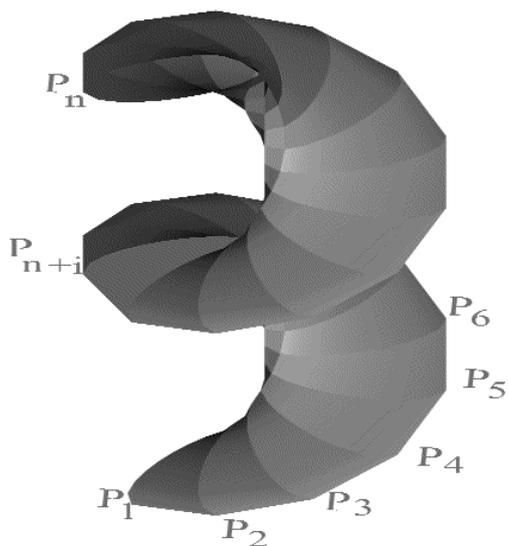


Рис. 50.

Если дано некоторое винтовое перемещение, то тем самым дано определённое направление перемещения. В соответствии с этим винтовое перемещение называется положительным (правым) или отрицательным (левым), смотря по тому, имеет данное вращение положительное или отрицательное направление по отношению к направлению поступательного перемещения.

На рис. 50 показано положительное винтовое перемещение.

В *зеркальной (плоскостной) симметрии* неподвижны все точки и прямые плоскости симметрии и все прямые и плоскости, ей перпендикулярные.

*Переносная симметрия* имеет неподвижную плоскость  $\alpha$ , пучок неподвижных параллельных прямых в  $\alpha$  и пучок неподвижных плоскостей, проходящих через эти прямые перпендикулярно  $\alpha$ , и не имеет неподвижных точек. Переносная симметрия есть произведение отражения от плоскости  $\alpha$  и переноса параллельно этой плоскости в любом порядке.

*Поворотная симметрия* оставляет неподвижными взаимно перпендикулярные прямую и плоскость, а также точку их пересечения; центральная симметрия оставляет на месте одну точку (центр симметрии) и все проходящие через неё прямые и плоскости. Поворотная симметрия – это произведение отражения от плоскости  $\alpha$  и поворота  $p$  с осью  $p \perp \alpha$  в любом порядке.

В этом параграфе мы дали обзор различных видов движений в пространстве и их свойства. Читателю представляется возможность самостоятельно разобраться в этих видах движений.

### 1.3. ПОДОБИЕ

*Подобием* (или преобразованием подобия) называют преобразование, которое сохраняет отношение длин отрезков. Другими словами, отрезок  $AB$  переходит в отрезок  $A'B'$ , такой что  $\frac{A'B'}{AB} = k$ , где  $k$  - постоянное положительное число (одно и то же для всех отрезков), которое называют *коэффициентом подобия*. Из этого определения следует, что произвольная фигура, например треугольник, переводится в подобный треугольник, а произвольный угол в равный (быть может противоположно ориентированный) угол. Частным случаем подобия, соответствующим  $k = 1$ , является движение. Другим частным случаем является гомотетия, при  $\pm k$ .

### 1.3.1. ГОМОТЕТИЯ

Пусть точка  $S$  – центр подобия (центр гомотетии), а число  $k$  – коэффициент подобия. Точкой, *гомотетичной* какой-либо точке  $M$ , называется точка  $M'$ , которая получается, если соединить точку  $M$  с точкой  $S$  прямой линией и отложить на этой прямой от точки  $S$  в направлении  $SM$

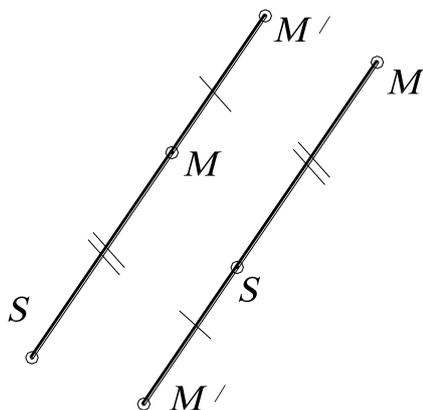


Рис. 51.

или в противоположном направлении такой отрезок  $SM'$ , что имеет место:  $\frac{SM'}{SM} = k$ . Гомотетию подразделяют на следующие виды:

**Прямая гомотетия** – если отрезок  $SM'$  откладывается в ту же сторону, что и отрезок  $SM$ .

**Обратная гомотетия** – если оба отрезка  $SM'$  и  $SM$  направлены в противоположные стороны.

**Прямая гомотетия** – если отрезок  $SM'$  откладывается в ту же сторону, что и отрезок  $SM$ .

**Обратная гомотетия** – если оба отрезка  $SM'$  и  $SM$  направлены в противоположные стороны.

Фигура, гомотетичная (или перспективно-подобная, или подобная, или подобно расположенная)  $F'$  какой-либо фигуре  $F$ , есть фигура, образованная совокупностью точек  $M'_i$ , гомотетичных точкам  $M_i$ , образующим фигуру  $F$ . Другими словами, фигуры называются *гомотетичными*, если они подобны и подобно расположены, то есть если одну из них можно перевести в другую гомотетией.

Центр гомотетии есть точка, сама себе гомотетичная; это единственная точка, которая обладает данным свойством. Симметрия относительно точки есть частный случай обратной гомотетии.

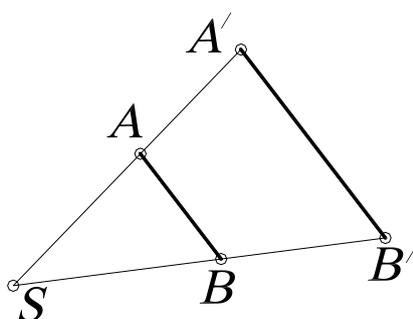


Рис. 52.

**Гомотетией** называется преобразование, которое сохраняет (или изменяет на противоположное) каждое направление; то есть переводит каждую прямую в параллельную ей прямую (рис. 52).

В двух гомотетичных системах точек, отрез-

зок, соединяющий две какие-либо точки одной из систем, и отрезок, соединяющий соответственные им точки, - другой, всегда параллельны, и их отношение равно коэффициенту подобия. Они направлены в одну и ту же сторону или в противоположные, смотря по тому, будет гомотетия прямой или обратной.

Действительно, пусть  $A$  и  $B$  – две точки первой фигуры, а  $A'$  и  $B'$  - точки, им гомотетичные (см. рис. 52),  $S$  – центр гомотетии,  $k$  – коэффициент подобия.

Пропорция  $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = k$  показывает, что отрезки  $A'B'$  и  $AB$  параллельны, а подобие треугольников  $SA'B'$  и  $SAB$  показывает, что отношение этих отрезков равно отношению  $SA'$  к  $SA$ .

**Теорема.** Если прямая делит две стороны треугольника на пропорциональные части, то она параллельна третьей стороне.

Следствия.

1. Фигура, гомотетичная прямой линии, есть прямая линия.

Действительно, если точка  $B$  перемещается по прямой  $AB$ , причём последняя (то есть прямая) остаётся неподвижной, то точка  $B'$  описывает прямую, проходящую через точку  $A'$  и параллельную  $AB$  (см. рис. 52).

2. Фигура, гомотетичная окружности, есть окружность, причём их центры гомотетичны (рис. 53).

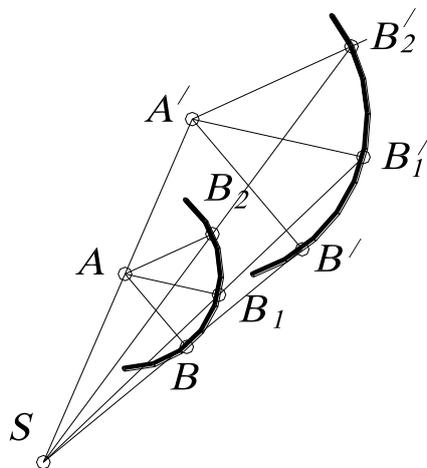


Рис. 53.

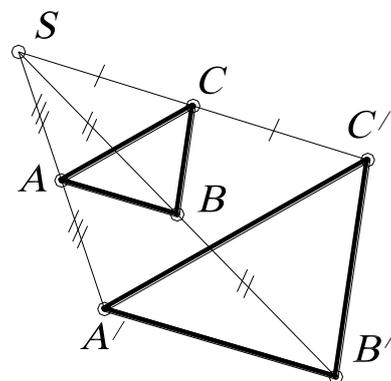


Рис. 54.

Действительно, если точка  $B$  перемещается так, что её расстояние от определённой точки  $A$  остается постоянным (то есть можно построить окружность), то точка  $B'$  опишет окружность с центром  $A'$  и радиусом  $A'B' = k \cdot AB$  (см. рис. 53). Фигура, гомотетичная данному треугольнику, есть треугольник, подобный первому (рис. 54), где  $S$  – центр прямой гомотетии, а коэффициент подобия  $k = \frac{1}{2}$ .

Две любые окружности можно рассматривать как гомотетичные и притом двумя различными способами.

Если  $O$  и  $O'$  – центры окружностей, а  $M$  и  $M'$  – концы двух соответственно параллельных радиусов, направленных в одну сторону, удовлетворяют условию:  $\frac{SM'}{SM} = \frac{O'M'}{OM} = k$ , где  $k = \frac{1}{2}$ , описывают две прямогомотетичные окружности. Тогда концы  $M$  и  $M'$  служат соответственными точками двух обратногомотетичных фигур; в обоих случаях коэффициент подобия равен отношению радиусов (рис. 55).

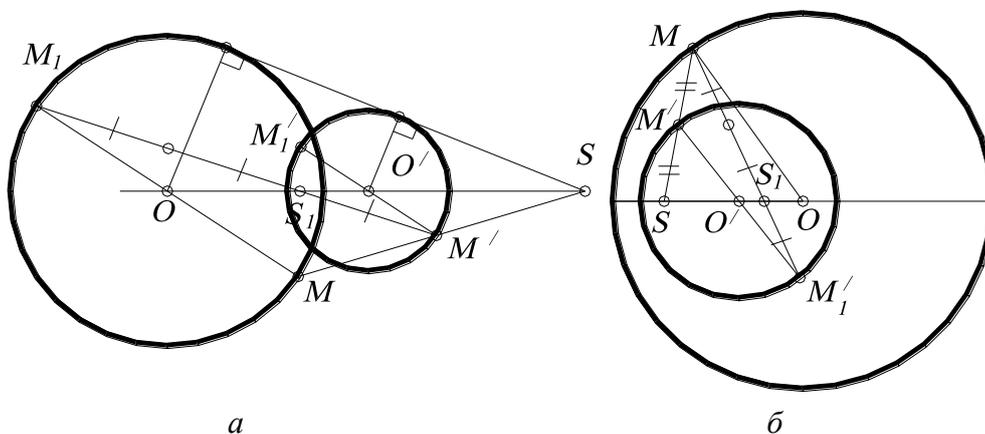


Рис. 55.

Следовательно, две окружности имеют два центра –  $S, S_1$ ; один соответствует прямой гомотетии и называется внешним; другой, соответствующий обратной гомотетии, – внутренним. Чтобы построить эти центры, нужно начертить произвольный диаметр первой окружности  $MOM_1$  и параллельный ему радиус второй окружности  $M'O'$  (причём точка  $M'$  лежит с той же стороны от

прямой  $OO'$ , что и точка  $M$ ), тогда точка  $S_1$  лежит на пересечении прямых  $OO'$  и  $M_1M'$ .

Две равные или две концентрические окружности тоже можно перевести друг в друга двумя гомотетиями, но в этих случаях существует только один центр подобия. В случае концентрических окружностей это связано с тем, что две гомотетии имеют один и тот же центр.

В случае равных окружностей одна гомотетия представляет собой параллельный перенос, который не имеет центра (то есть центр удалён в бесконечность), другая гомотетия - симметрия относительно точки  $S$ , совпавшей с серединой  $OO'$  (рис. 56).

Если окружности касаются друг друга, то точка касания есть один из центров подобия. В том случае, если заданные окружности гомотетичны, то центры этих окружностей соответствуют друг другу и соответственные радиусы параллельны. В зависимости от того, будут ли они направлены в одну и ту же сторону или в противоположные, мы будем иметь ту или иную из двух гомотетий, установленных выше.

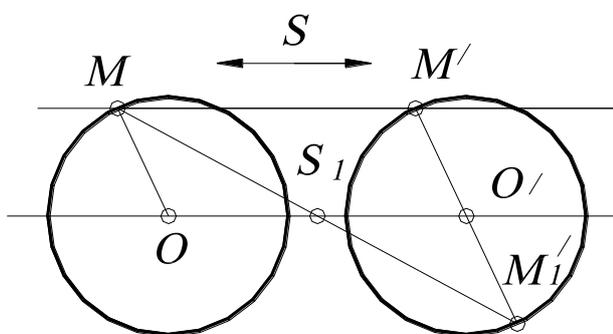


Рис. 56.

Таким образом, две окружности не могут быть гомотетичны более чем двумя различными способами. Однако три окружности  $c_1, c_2, c_3$  можно рассматривать как фигуры попарно гомотетичные и притом четырьмя различными способами.

Можно выбрать произвольно прямую или обратную гомотетию между окружностями  $c_1$  и  $c_3$  (что составляет четыре возможных сочетания).

Гомотетия между окружностями  $c_2$  и  $c_3$  определяется двумя первыми гомотетиями. При этом три внешних центра подобия будут лежать на одной прямой; точно так же будут лежать на одной прямой каждый внешний центр подобия с двумя внутренними центрами, ему не соответственными. Четыре прямые, та-

ким образом определённые, называются *осями подобия*: одна из них – внешняя

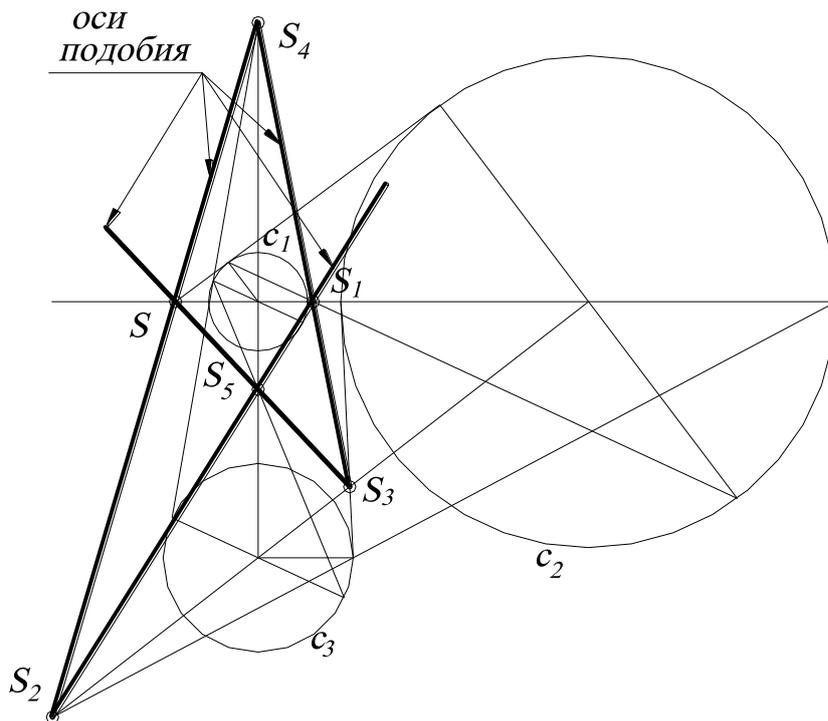


Рис. 57.

ось подобия, три другие – внутренние. Оси подобия попарно пересекаются в шести центрах подобия (рис. 57).

Следующее свойство гомотетии будет относиться к трём гомотетичным фигурам. Итак, *две фигуры, гомотетичные третьей,*

*гомотетичны между собой, и три центра подобия лежат на одной прямой* (рис.58). Если фигуры  $F_1$  и  $F_2$  гомотетичны относительно центра  $S_{21}$ , а фигуры

$F_1$  и  $F_3$  гомотетичны относительно центра  $S_{13}$ . Тогда фигуры  $F_2$  и  $F_3$  гомотетичны между собой относительно центра  $S_{23}$ , причём гомотетия будет прямой, если две исходные гомотетии одного рода, и обратной, если эти гомотетии различного рода. Точка  $S_{23}$ , рассматриваемая как центр гомотетии фигур  $F_2$  и  $F_3$ , имеет в качестве соответственной в фигуре  $F_1$  некоторую точку  $s$ . Прямая  $s S_{23}$

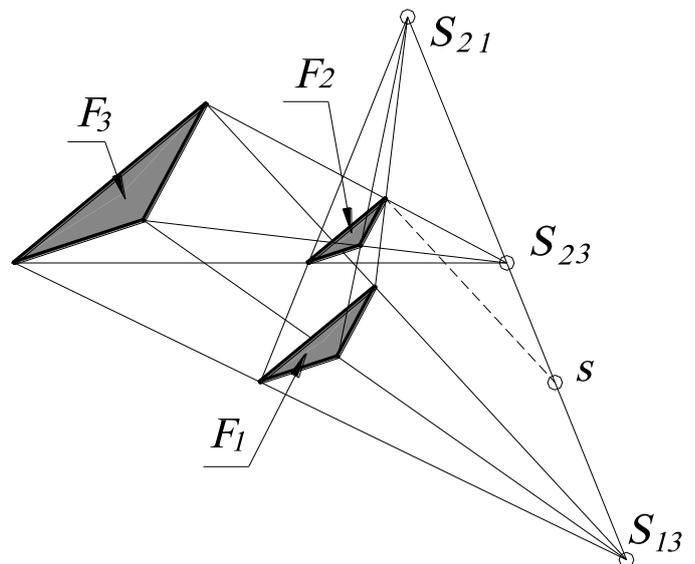


Рис. 58.

пройдет через точку  $S_{13}$  (как соединяющая соответственные точки фигур  $F_1$  и

$F_3$ ) и через точку  $S_{2I}$  (как соединяющая соответственные точки фигур  $F_1$  и  $F_2$ ). Таким образом, если фигуры попарно гомотетичны, то из трёх гомотетий прямыми будут одна или все три.

**Композиция гомотетии и движений.** Менее известен вид подобия, такой, как **центрально-подобное вращение** (или поворотное расширение, рис. 59) и представляющее собой произведение центральной гомотетии (центрально-подобного преобразования)  $G(k)$  с коэффициентом подобия  $k$  (например, при  $k=2$ , см. рис. 59) и вращения вокруг точки  $O$  на угол  $\alpha$ .

Ещё один вид подобия – это **центрально-подобная симметрия** (рис. 60), представляющая произведение гомотетии  $G(k)$  с коэффициентом  $k$  и симметрии относительно прямой  $n$ , проходящей через точку  $O$ . В обоих случаях неподвижная точка  $O$  называется **центром** преобразования подобия. При этом можно использовать гомотетию только с положительным коэффициентом  $k$ . Другими словами, произведение гомотетии  $G(k)$  и вращения вокруг точки  $O$  на угол  $\alpha$  совпадает с произведением гомотетии  $G(-k)$  и вращения вокруг точки  $O$

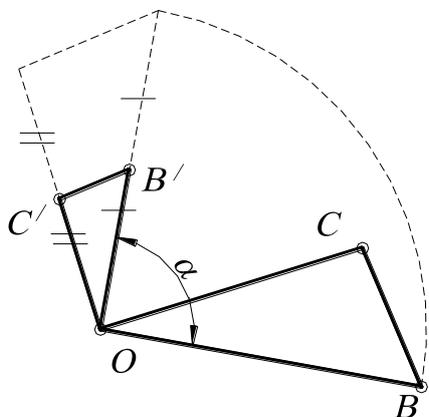


Рис. 59.

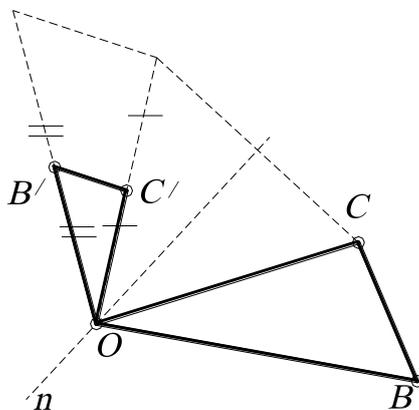


Рис. 60.

на угол  $\alpha + \pi$ . Аналогично, произведение гомотетии  $G(k)$  и симметрии относительно прямой  $n$ , проходящей через точку  $O$ , совпадает с произведением

гомотетии  $G(-k)$  и симметрии относительно прямой, проходящей через точку  $O$  перпендикулярно к прямой  $n$ . Центрально-подобная симметрия имеет две взаимно перпендикулярные неподвижные прямые, которые называются **осями**.

## 1.4. ИНВЕРСИЯ

Евклидову геометрию, в которой основную роль играют прямые и плоскости, можно расширить до круговой (сферической) геометрии. В такой геометрии роль прямых и плоскостей переходит к окружностям и сферам. Можно утверждать, что прямые и плоскости представляют собой окружности и сферы бесконечного радиуса. Это понятие можно заменить выражением, подтверждающим, что прямые и плоскости – это окружности или сферы, проходящие через некоторую идеальную точку, называемую бесконечно удалённой точкой. Преобразование относительно окружности (сферы), называемое *инверсией*, рассматривал в 1835 году Л. Дж. Магнус (впервые встречается в трактате Аполлония Пергского «О плоских геометрических местах» в III в. до н. э.). Инверсия в одном отношении сходна с преобразованием подобия, но отличается от них в другом: оно переводит углы в равные им углы, но некоторые прямые преобразуются в окружности. Подобно симметриям относительно прямой или точки *инверсия является симметрией* (т. е. имеет порядок 2). Подобно симметрии относительно прямой (или плоскости, для пространства), инверсия имеет бесконечно много неподвижных точек, но эти точки заполняют не прямую (или плоскость), а окружность (сферу); поэтому инверсию часто называют «симметрией относительно окружности (сферы)».

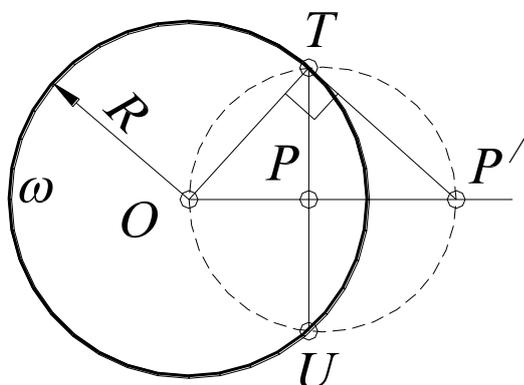


Рис. 61.

Пусть даны окружность  $\omega$  с центром  $O$  и радиусом  $R$  и точка  $P$ , отличная от точки  $O$  (рис. 61). образом точки  $P$  при инверсии относительно окружности  $\omega$  назовём точку  $P'$ , лежащую на луче  $OP$ , расстояние которой до точки  $O$  удовлетворяет соотношению  $|OP| \cdot |OP'| = R^2$ . Из

этого определения следует, что образом

точки  $P$  является точка  $P'$ , а следовательно, инверсия (так же, как и симметрия)

обладает тем свойством, что двукратное применение её приводит к тождественному преобразованию.

Кроме того, каждая точка, лежащая вне окружности инверсии  $\omega$ , имеет своим образом точку, лежащую внутри ее: инверсия «выворачивает внутренность окружности  $\omega$  наружу», и наоборот, каждая внутренняя точка (за исключением центра  $O$ ) – во внешнюю точку.

Построим инверсную точку к данной точке  $P$  (отличной от точки  $O$ ), лежащей внутри окружности инверсии  $\omega$ . Пусть  $T$  – один конец хорды окружности инверсии, проходящей через точку  $P$ , перпендикулярно к  $OP$  (см. рис. 61). Тогда касательная к окружности инверсии, проведённая в точке  $T$ , пересекает прямую  $OP$  вне окружности инверсии, в искомой точке  $P'$ . В самом деле, так как прямоугольные треугольники  $OPT$ ,  $OTP'$  подобны и  $OT=R$ , то  $\frac{OP}{R} = \frac{R}{OP'}$

и, следовательно,  $|OP| \cdot |OP'| = R^2$ .

Для того, чтобы построить образ произвольной точки  $P'$ , лежащей вне окружности  $\omega$ , нужно построить окружность на отрезке  $OP'$  как на диаметре, а точки ее пересечения  $T$  и  $U$  с окружностью  $\omega$  соединить отрезком  $TU$ . Тогда его середина и будет искомой точкой  $P$  (являющейся точкой пересечения отрезков  $TU$  и  $OP$ ).

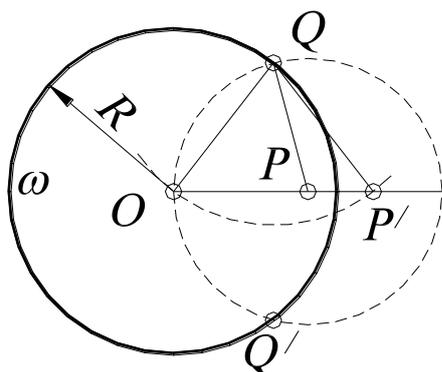


Рис. 62.

Если  $OP > \frac{1}{2}R$ , то инверсную точку  $P'$  к

точке  $P$  легко построить одним циркулем. Пусть окружность с центром  $P$  и радиусом  $OP$  пересекает окружность инверсии  $\omega$  в точках  $Q$  и  $Q'$  (рис. 62). Тогда точка  $P'$  - вторая точка пересечения окружностей с центрами  $Q$  и  $Q'$ , проходящих через точку  $O$  (это легко можно увидеть из рассмотрения подобных треугольников  $POQ$  и  $QOP'$ ).

трами  $Q$  и  $Q'$ , проходящих через точку  $O$  (это легко можно увидеть из рассмотрения подобных треугольников  $POQ$  и  $QOP'$ ).

Рассмотрим, во что переходят при инверсии некоторые прямые и кривые линии. Окружность с центром  $O$  и радиусом  $r$ , очевидно, переходит в концентрическую ей окружность радиуса  $\frac{R^2}{r}$ . Любая прямая, проходящая через точку  $O$ , переходит в себя (при условии, что точка  $O$  не рассматривается (говорят, с выколотой точкой), так как образом точки  $O$  является сама точка  $O$ . В противном случае нарушалось бы условие непрерывности преобразования).

Образом любой прямой  $n$ , не проходящей через точку  $O$ , является окруж-

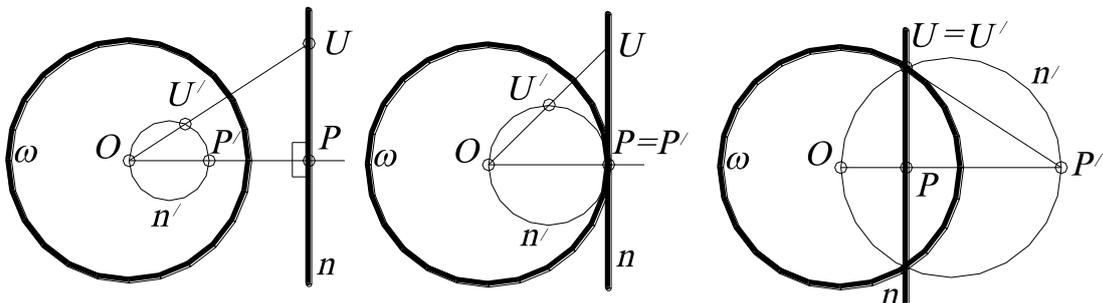


Рис. 63.

ность  $n'$ , проходящая через точку  $O$  (за исключением самой точки  $O$ ), а её диаметр, проходящий через точку  $O$ , перпендикулярен прямой  $n$  (рис. 63).

Образ окружности  $n$ , не проходящей через точку  $O$ , переходит при инверсии в другую окружность  $n'$ , также не проходящую через точку  $O$  (рис. 64 ),

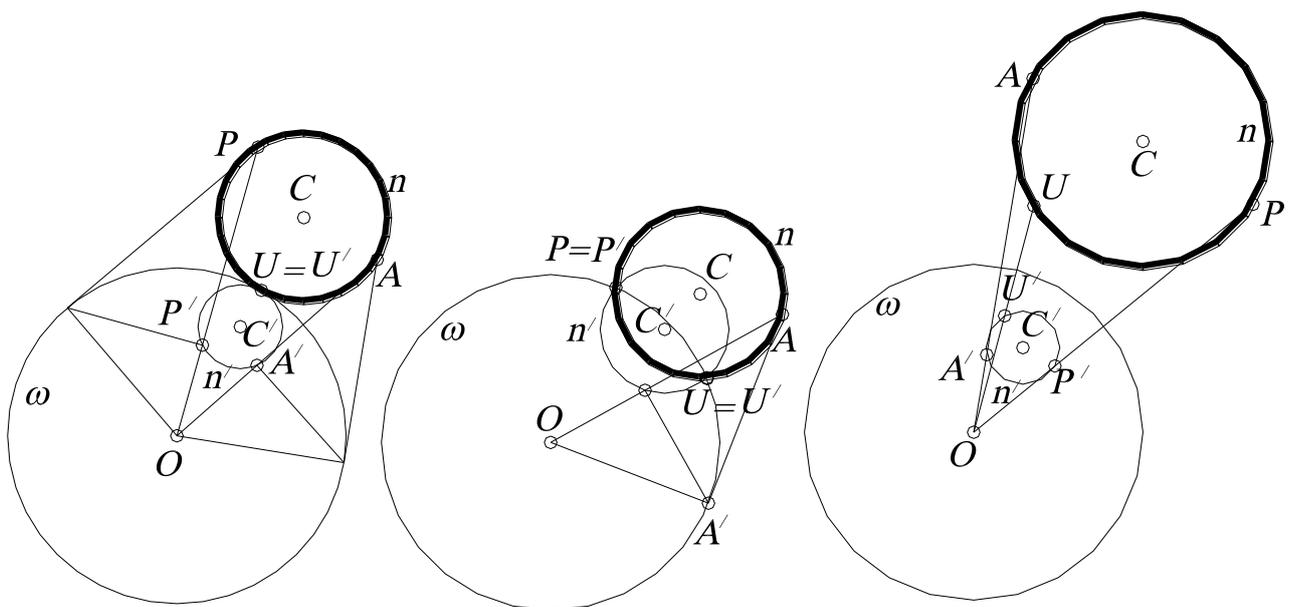


Рис. 64

или, может быть, в ту же самую окружность. Последняя возможность осуществляется в двух следующих случаях: 1) когда данная окружность совпадает с окружностью инверсии; 2) когда инверсия является тождественным преобразованием.

Произведение инверсий с общим центром  $O$  и радиусами  $R$  и  $R'$  окружностей инверсии представляет собой гомотетию  $G(k)$ , где  $k = \left(\frac{R'}{R}\right)^2$ .

## 1.5. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КРИСТАЛЛОВ

Законы симметрии играют огромную роль в строении кристаллов. В строении кристаллической решетки исчерпывается композиция всех видов симметрий реального мира. В связи с этим в данном параграфе рассматривается строение кристаллов.

Кристаллическое вещество характеризуется своим внутренним строением, которое можно назвать закономерно-дискретным (закономерно-прерывным). Материальные частицы, слагающие такое вещество, расположены в определённом порядке; они не заполняют пространства сплошь, а находятся друг от друга на некотором расстоянии.

Чтобы получить наглядное представление о структуре кристаллического вещества, вообразим себе систему параллелепипедов одной и той же формы, плотно сложенных друг с другом в параллельном положении. Каждый параллелепипед со всех сторон окружен такими же параллелепипедами. Восемь параллелепипедов сходятся углами в одной точке.

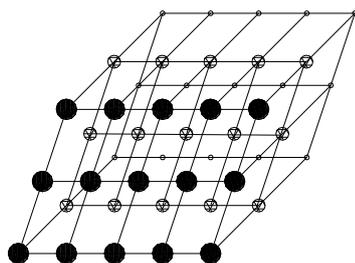


Рис. 65.

Если мысленно откинуть параллелепипеды, оставив на месте только точки, то получим пространственную решётку, состоящую только из одних точек. Пространственная решётка является «скелетом» вся-

кого кристалла, независимо от внешней формы (рис. 65).

Отдельные точки, слагающие пространственную решетку, называются её узлами. Эти узлы являются атомами, из которых состоят кристаллы. Прямая, проведённая через два узла, называется *рядом решетки*. Два ряда определяют плоскость пространственной решетки, или *плоскую сетку*. Расположение узлов на плоской сетке можно рассматривать как вершины бесконечно большого числа равных параллелограммов, приложенных друг к другу без промежутков. Кроме этого, плоскую сетку можно представить в виде правильных треугольников, квадратов и прямоугольников, так как такими геометрическими фигурами можно покрыть всю плоскость без просветов и двойных покрытий.

Таким образом, можно сказать, что любое кристаллическое вещество имеет геометрическую структуру, порождаемую группами симметрий. Русский учёный-кристаллограф Е. С. Фёдоров создал теорию строения кристаллов на основе групп симметрии. Он выявил, что в действительности таких групп конечное число, а именно: для ряда решетки линейных групп всего 7, для плоской сетки – 17, а пространственной – 230. Линейные кристаллографические группы, образующие кристаллические ряды, порождаются с помощью семи бесконечных «одномерных» групп симметрий, приведённых в табл. 1.

Таблица 1

### 7 одномерных кристаллографических групп

№ п. п.	Типичный узор	Образующие
1		Один параллельный перенос
2		Одна скользящая симметрия
3		Две осевые симметрии
4		Две центральные симметрии
5		Одна осевая и одна центральная симметрии
6		Один параллельный перенос и одна осевая симметрия
7		Три осевые симметрии

В случае 3 обе оси симметрии вертикальны, одна рассекает повторяющуюся фигуру пополам, то есть переводит её в себя; другая симметрия переводит эту фигуру в одну из соседних. Таким образом, уже половина повторяющейся фигуры, расположенная между осями симметрии, порождает бесконечный одномерный ряд. В случае 4 повторяющаяся фигура уже имеет одну центральную симметрию (центр находится на пересечении диагоналей), вторая центральная симметрия, центр которой находится между этими фигурами, переводит её половину в соседнюю. В случаях 6 и 7 имеется горизонтальная ось симметрии. Для всех этих групп, кроме 1 и 2, имеется некоторая свобода в выборе образующих; например, в случаях 4 и 5 одну из двух образующих можно заменить переносом.

Два ряда определяют плоскость пространственной решетки или плоскую сетку. Бесконечные дискретные двумерные группы движений (группы симметрий повторяющихся узоров) отличаются от бесконечных одномерных групп тем, что содержат два независимых параллельных переноса, то есть переноса в неколлинеарных направлениях. Русский кристаллограф Е. С. Федоров показал, что существует в точности 17 таких двумерных групп. Символы, которые обозначают эти группы (см. табл. 2), взяты из Международных таблиц рентгенокристаллографии.

Простейшей двумерной группой является группа **p1** (рис. 66), порождаемая двумя независимыми переносами. Так как преобразование, обратное параллельному переносу, и произведение двух параллельных переносов также являются переносами, эта группа состоит только из параллельных переносов.

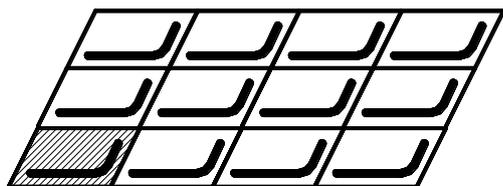


Рис. 66. Группа **p1**

Любая фигура, например фигура, показанная на рис. 66, переводится группой **p1** в бесконечное множество таких фигур, образующих двумерный узор. Обратно **p1** есть полная группа симметрий такого узора при условии, что сама фигура полно-

стью несимметрична, то есть её группа симметрий состоит из одного лишь тождественного преобразования.

Таблица 2

### 17 двумерных кристаллографических групп

№ п. п.	Обозначение	Образующие
1	<b>p1</b>	Два параллельных переноса
2	<b>p2</b>	Три центральные симметрии
3	<b>p3</b>	Два вращения на $120^0$
4	<b>p4</b>	Центральная симметрия и вращение на $90^0$
5	<b>p6</b>	Центральная симметрия и вращение на $120^0$
6	<b>cm</b>	Осевая и скользящая симметрии с параллельными осями
7	<b>pm</b>	Две осевые симметрии и параллельный перенос
8	<b>pg</b>	Две скользящие симметрии с параллельными осями
9	<b>cmm</b>	Две осевые симметрии с перпендикулярными осями и одна центральная симметрия
10	<b>pmm</b>	Симметрия относительно четырёх сторон прямоугольника
11	<b>pmg</b>	Одна осевая и две центральные симметрии
12	<b>pgg</b>	Две скользящие симметрии с перпендикулярными осями
13	<b>p31m</b>	Симметрии относительно трёх сторон равностороннего треугольника
14	<b>p3m1</b>	Осевая симметрия и вращение на $120^0$
15	<b>p4m</b>	Симметрии относительно трёх сторон прямоугольного равнобедренного треугольника
16	<b>p4g</b>	Осевая симметрия и вращение на $90^0$
17	<b>p6m</b>	Симметрии относительно трёх сторон прямоугольного треугольника с углом $30^0$

Если фигура представляет собой простую точку, узор называется двумерной решеткой. Характерным свойством такой решетки является то, что прямая, соединяющая любые две точки решетки, содержит множество других точек, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга, то есть одномерную решетку. Прямые, соединяющие узлы решетки, образуют мозаику из равных между собой параллелограммов, заполняющих всю плоскость без просветов и двойных покрытий (термин «мозаика» применяем для обозначения любого расположения многоугольников, полностью покрывающих всю плоскость и не перекрывающихся между собой, см. рис. 66). Типичный параллелограмм образован четырьмя точками. Параллельный перенос переводит этот параллелограмм в некоторый другой параллелограмм таким образом, что устанавливается взаимно однозначное соответствие между ячейками мозаики и преобразованиями

группы, обладающее тем свойством, что каждое преобразование группы переводит любую точку первоначального параллелограмма в точку, аналогичным образом расположенную относительно сторон нового параллелограмма. Поэтому типичный параллелограмм называют фундаментальной областью.

Выбор фундаментальной области весьма неоднозначен. Фундаментальной областью может служить любой параллелограмм с вершинами в точках решетки,

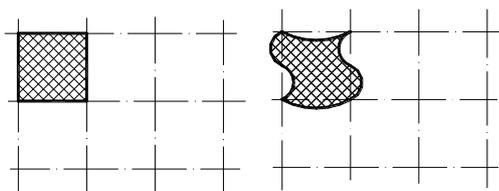


Рис. 67.

не содержащих других точек решетки внутри или на контуре.

Фундаментальная область не обязательно должна быть параллелограммом. Например, можно заменить пары противоположных сторон парами кривых, совмещающихся

параллельным переносом (рис. 67).

Однако независимо от того является ли она параллелограммом или любой другой фигурой, имеет ту же площадь, что единичный параллелограмм.

Любая выпуклая фундаментальная область группы параллельных переносов является центрально-симметричным многоугольником (параллелограммом или центрально-симметричным шестиугольником).

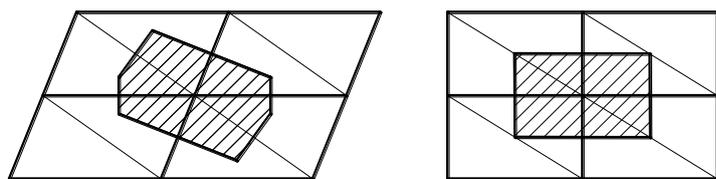


Рис. 68.

Мы можем выделить среди всех параллелограммов, являющихся фундаментальными областями (см. рис. 66, заштрихованная область),

приведённый параллелограмм, имеющий самые короткие стороны. Переносы вдоль этих сторон называются приведёнными образующими группы. Соединив вершины приведённого параллелограмма и пары соответствующих вершин параллелограмма, придём к мозаике конгруэнтных нетупоугольных треугольников с вершинами в точках решетки. Каждая точка решетки принадлежит шести таким треугольникам (рис. 68). Соединив центры окружностей, описанных око-

ло шести треугольников, получим область Дирихле (или «многоугольник Вороного»). Такие области в совокупности заполняют всю плоскость и являются специальным видом фундаментальной области. Область Дирихле является центрально-симметричной. Её форма зависит от отношения длин образующих параллелограмма и угла между ними. Если этот угол прямой, то область Дирихле – прямоугольник (или квадрат). Во всех остальных случаях область Дирихле – шестиугольник (необязательно правильный, но имеющий, в силу центральной симметрии, равные и параллельные противоположные стороны).

Любая данная решетка симметрична относительно середины отрезка, соединяющего любые две точки решетки. Середины таких отрезков образуют

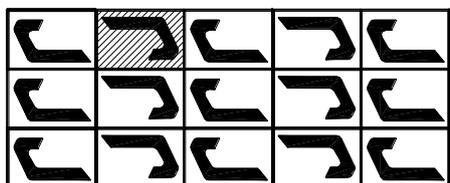


Рис. 69. Группа  $p2$

решетку с более мелкими клетками, у которой образующие переносы вдвое короче.

В этом случае симметрии решетки исчерпываются переносами и центральными симметриями. Другими словами, группа симметрии  $p2$

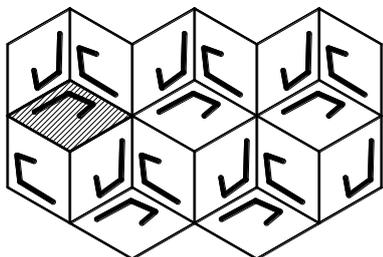


Рис. 70. Группа  $p3$

(рис. 69) образуется из группы  $p1$  добавлением центральной симметрии (параллельный перенос является композицией двух центральных симметрий).

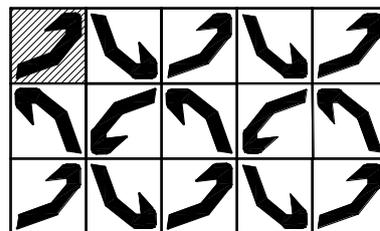


Рис. 71. Группа  $p4$

Группы  $p1$  и  $p2$  являются двумя простейшими из 17 дискретных групп движений. Полное описание 17 двумерных групп заняло бы слишком много места. Поэтому представляется целесообразным привести только их наглядные изображения (рис. 70 – 84).

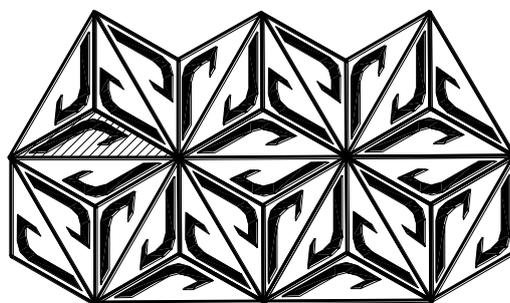


Рис. 72. Группа  $p6$

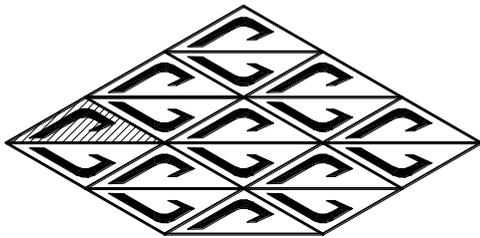


Рис. 73. Группа **cm**

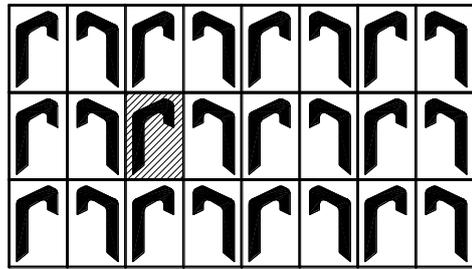


Рис. 74. Группа **pm**

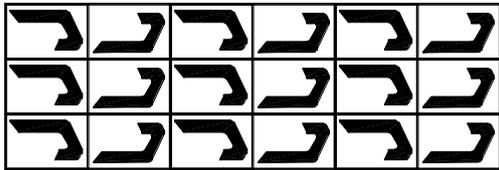


Рис. 75. Группа **pg**

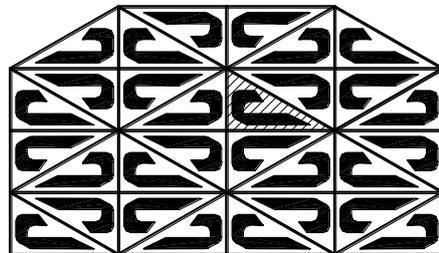


Рис. 76. Группа **cmm**

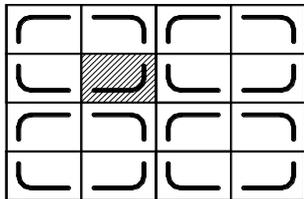


Рис. 77. Группа **pmm**

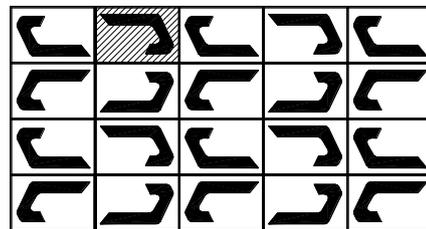


Рис. 78. Группа **pmg**

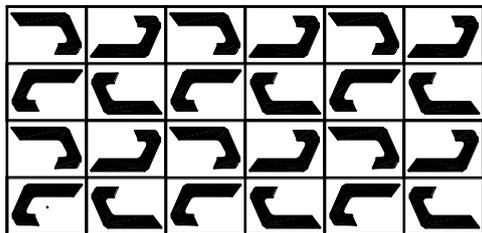


Рис. 79. Группа **pgg**

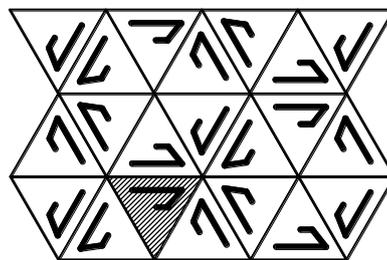


Рис. 80. Группа **p31m**

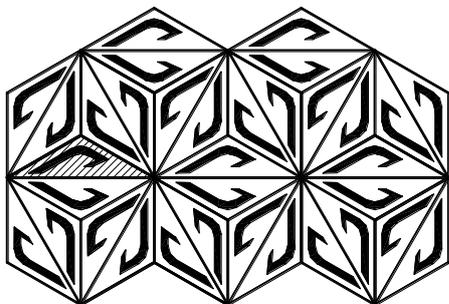


Рис. 81. Группа **p3m1**

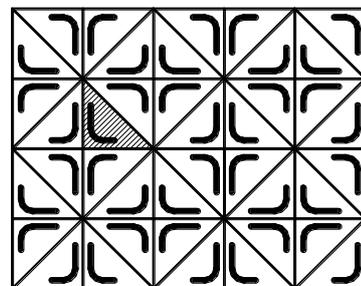


Рис. 82. Группа **p4m**

Заполнение плоскости многоугольниками (см. рис. 66 – 84) возможно в

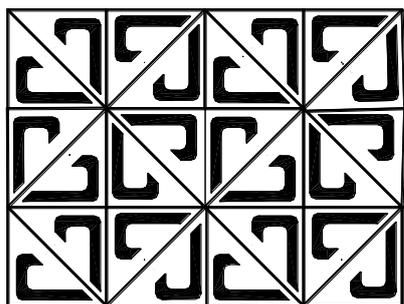


Рис. 83. Группа  $p4g$

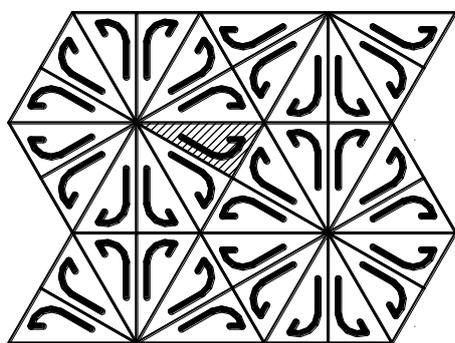


Рис. 84. Группа  $pbm$

том случае, когда сетка состоит из параллелограммов (в частности ромбов, прямоугольных четырёхугольников, квадратов) и правильных треугольников (правильный шестиугольник складывается из шести правильных треугольников).

Известно, что единственно возможные порядки осей вращения, входящих в группу симметрий решетки, равны 2, 3, 4 или 6. Из пятиугольников сетку на плоскости построить нельзя. Следовательно, ось симметрии 5-го порядка в кристаллах невозможна. По той же причине невозможны и все оси порядка выше шести.

Уравнение:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = 1,$$

где  $\alpha, \beta, \gamma$  - порядки осей вращения, подтверждает возможные порядки осей вращения. Рассмотрим существующие вращения, при котором плоскость заполняется многоугольниками (четырёхугольниками или треугольниками), плотно прилегающими друг к другу, то есть без зазоров и наложений.

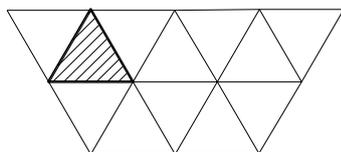


Рис. 85. Сеть  $T$

Правильный треугольник (на рис. 85 этот треугольник заштрихован) имеет ось симметрии третьего порядка. Его зеркальное отражение, то есть такой же треугольник, имеющий ось симметрии 3-го порядка, который переходит в себя при поворотах вокруг оси на угол  $120^\circ$ . Следовательно, возникает ещё

ось 3-го порядка. Таким образом, получаем равенство:  $1/3+1/3+1/3 = 1$ , то есть сеть, которую обозначим буквой  $T$ .

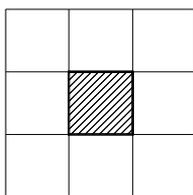


Рис. 86. Сеть  $Q$

Далее рассмотрим квадрат, то есть фигуру, обладающую осью симметрии 4-го порядка (рис. 86).

Пристроим к исходному квадрату (показан на рис. 86 штриховкой) ещё один квадрат, так, чтобы заданный квадрат переходил в другой квадрат при повороте на  $180^0$  вокруг некоторой оси 2-го порядка. Чтобы сохранить исходную симметрию заданного квадрата, необходимо окружить его ещё тремя квадратами (всего четыре квадрата). Таким образом, в этой конфигурации появляется

ещё одна ось 4-го порядка, и в результате получаем равенство  $1/4 + 1/2 + 1/4 = 1$ , то есть сеть, обозначаемую буквой  $Q$ .

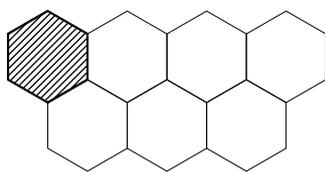


Рис. 87. Сеть  $S$

Правильный шестиугольник имеет ось симметрии 6-го порядка. Ось 2-го порядка переводит исходный шестиугольник в другой (рис. 87). Чтобы сохранить исходную симметрию шестиугольника, необходимо использовать ось симметрии 3-го порядка, переводящего шестиугольник в себя. Следовательно, получаем равенство для сети  $S$ :  $1/6+1/2+1/3=1$ .

Таким образом, единственно возможными случаями будут те, которые указаны в табл. 3.

Таким образом, единственно возможными случаями будут те, которые указаны в табл. 3.

Таблица 3

### Двумерные сети

Наименование сети	$1/\alpha$	$1/\beta$	$1/\gamma$
$T$	1/3	1/3	1/3
$Q$	1/4	1/2	1/4
$S$	1/6	1/2	1/3
$D$	1/2	1/2	1/∞
$U$	1/1	1/∞	1/∞

Сети  $U$  и  $D$  отвечают, соответственно, группам симметрий тождественного преобразования и одномерных групп движений. Рассуждение легко закончить, показав, что сети  $T, Q, S$  отвечают группам, связанным соответственно с рис. 70 – 72.

### **ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1. Что представляет собой произведение двух центрально-подобных вращений?
2. Что представляет собой произведение двух скользящих симметрий?
3. Пусть точка  $B$  – середина отрезка  $AC$ . Какие движения преобразуют: а) отрезок  $AB$  в  $CB$ ; б) отрезок  $AB$  в  $BC$ ?
4. Постройте образ квадрата, описанного вокруг окружности инверсии.
5. Определите группы симметрий следующих узоров:

...p p p p...

...p b p b...

...b q b q...

...b d p q b d p q...

## **2. ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ**

### **2.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ**

Одно из основных понятий математики, которое зародилось в глубокой древности и постепенно расширилось и обобщилось, – это понятие числа. В связи со счётом отдельных предметов возникло понятие о *целых положительных (натуральных)* числах, а затем идея о бесконечности натурального ряда чисел  $1, 2, 3, \dots$ . Задачи измерения длин, площадей, масс и т. п., а также выделение именованных величин привели к понятию *рационального дробного* числа. В связи с решением уравнений 1-й степени (линейных уравнений) введены по-

нения об *отрицательных* числах. Понятие об отрицательных числах возникло ещё у индийцев в VI – XI вв.

***Все целые и дробные положительные и отрицательные числа, включая нуль, называются рациональными.***

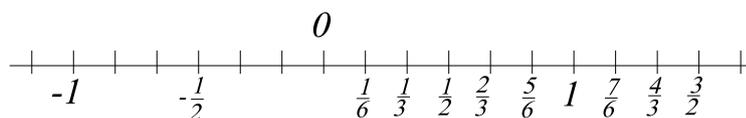


Рис. 88.

Для наглядности воспользуемся изображением чисел на прямой (рис. 88). Представим, что на прямой отмечены все точки с рациональными координатами.

Говорят, что совокупность всех этих рациональных точек образует на числовой оси «всюду плотное множество». Другими словами, между любыми двумя рациональными точками имеется ещё, по крайней мере, одна рациональная точка. Примером может служить совокупность всех рациональных дробей, содержащихся между нулём и единицей, если сами эти два числа не включать. В самом деле, какова бы ни была правильная дробь, всегда существует ещё меньшая дробь, содержащаяся между нею и нулём, и большая, содержащаяся между нею и единицей. Однако когда мы обращаем рациональную дробь в десятичную, мы можем кроме конечных дробей получать ещё и бесконечные десятичные дроби, которые должны быть периодическими. Простейшим примером будет  $\frac{1}{3} = 0,333\dots$ , период

которой состоит из одной цифры 3, начинается непосредственно после запятой. Но тогда нет препятствий к тому, чтобы представить себе непериодическую десятичную дробь, цифры которой следуют друг за другом по какому-либо определённом закону. Каждый, конечно, признает такую дробь иррациональным числом. Исторически возникновение понятия иррационального числа начинается с Пифагора, который рассуждал следующим образом. Если мы имеем прямоугольный треугольник, в котором два катета равны единице длины  $a=b=1$ , то его гипотенуза имеет длину  $\sqrt{2}$ . Таким образом, мы геометрически построили такой отрезок, отложив который на числовой оси от нулевой точки,

мы приходим к точке *иррациональной*, то есть такой точке, которая не содержится в прежнем множестве рациональных точек. Другими словами, *иррациональные числа – числа, несоизмеримые с единицей, а потому не могущие быть точно выраженными ни целыми, ни дробными рациональными числами*. К таким числам относятся числа  $\pi = 3,1415926\dots$  (значение числа «пи» с точностью до пятисотого знака имеется в Интернете),  $e = 2,7182818\dots$ ,

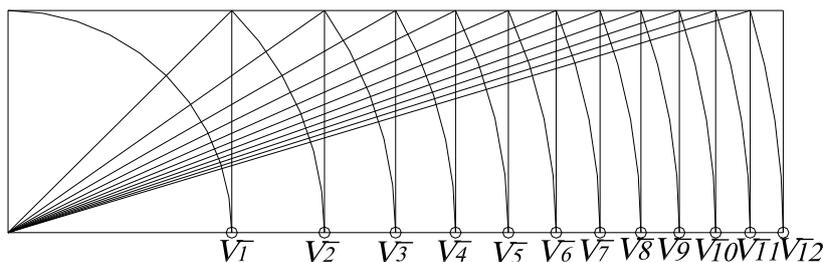


Рис. 89.

$\sqrt{2} = 1,4142136\dots$ . Вообще, в большинстве случаев, гипотенуза  $\sqrt{a^2 + b^2}$  прямоугольного треугольника, в котором катеты выра-

жаются числами  $a$  и  $b$ , будет выражена иррациональным числом. На рис. 89 показано построение таких иррациональных чисел. Начертив квадрат и наложив его диагональ на сторону, получают  $\sqrt{2}$ ; наложив на сторону этого прямоугольника его диагональ, – получают  $\sqrt{3}$  и т. д. Строят ряд так называемых динамических прямоугольников со сторонами  $\sqrt{1}$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{4}$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{6}$  и т. д.

Школа Пифагора очень усердно занималась изысканием таких пар чисел  $a$  и  $b$ , которым соответствует рациональная гипотенуза; это так называемые пифагоровы числа, примером которых являются числа 3, 4, 5.

Рациональные и иррациональные числа составляют совокупность *действительных чисел*.

В связи с решением квадратных и кубических уравнений в XVI в. возникли *комплексные числа*. Лишь в XIX в. пришли к логическому пониманию сущности комплексных чисел. Здесь прежде всего надо указать на геометрическую интерпретацию, к которой почти одновременно пришли многие исследователи. Наиболее глубоко проник в сущность вопроса Гаусс.

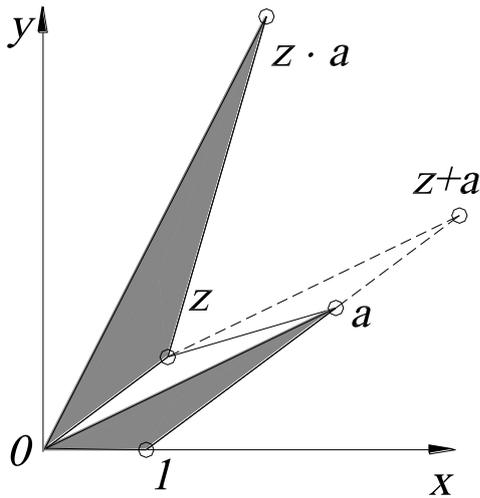


Рис. 90.

**Комплексное число** – это число вида  $x+iy$ , где  $x$  и  $y$  – действительные числа,  $i$  – так называемая мнимая единица (число, квадрат которого равен минус единице  $i^2 = -1$ ). Совокупность точек плоскости в декартовой системе координат  $x, y$  рассматривают как изображение совокупности комплексных чисел  $x+iy$ . Геометрически каждое комплексное число  $x+iy$  изображается точкой на плоскости, имеющей прямо-

угольные координаты  $x$  и  $y$ .

Рассмотрим геометрическое толкование операций над комплексными числами. Сумма произвольных чисел  $z+a$  получается тогда посредством известного построения параллелограмма по соответствующим этим числам точкам и по началу координат  $O$ . Здесь, точнее сказать, речь идёт о сложении двух векторов, изображаемых направленными отрезками, идущих от нулевой точки  $O$  к точкам  $a$  и  $z$  (если эти векторы коллинеарны, то «параллелограмм» вырождается (рис. 90)). Произведение  $z \cdot a$  получается при помощи точки-единицы  $1$  ( $x = 1, y = 0$ ) посредством построения треугольника, подобного треугольнику  $aO1$ . Другими словами, сложение  $z' = z + a$  изображается параллельным переносом, а умножение  $z' = z \cdot a$  – подобным преобразованием, то есть центрально-подобным вращением (поворотным расширением) при неподвижном начале  $O$ .

Если полярные координаты точки обозначить через  $r$  и  $\varphi$ , то соответствующее комплексное число можно представить в виде  $r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ , где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  – модуль комплексного числа  $x+iy$ ,  $\varphi$  – аргумент комплексного числа.

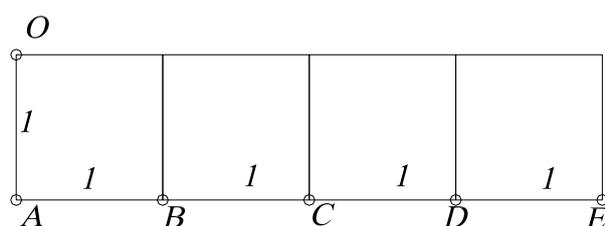
## 2.2. ПРОПОРЦИИ

Природа создала человека, соблюдая постоянные отношения частей к целому. Леонардо да Винчи исследовал пропорциональность человеческого тела. В его рисунках имеется изображение фигуры человека с распростертыми руками, вписанной в квадрат и в окружность, которое подтверждает отношение частей к целому. В отношении архитектуры Микеланджело говорил, что тот, кто знает анатомию человеческого тела, в состоянии понять внутреннее соответствие архитектурного целого, где каждая отдельная часть требует соответствующего отношения к прилегающей части и не одна из них не должна быть создана без правильного соотношения с целым.

Пропорции – это одно из средств создания элементов, что приводит к гармонии.

Как известно, в математике пропорцией называется равенство двух отношений:  $a : b = c : d$ . Известны простые отношения и иррациональные.

*ПРОСТЫЕ ОТНОШЕНИЯ (ПРОПОРЦИИ)* – это отношения, в которых зависимость двух величин выражается дробным числом, где числитель и знаменатель – целые числа. Например,



$$\begin{aligned} OA:AB &= 1:1; \quad OA:AC = 1:2; \\ OA:AD &= 1:3; \quad OA:AE = 1:4. \end{aligned}$$

Рис. 91.

Например,  $1:1, 1:2, 1:3, 1:4, 1:5, \dots$ . На отношении  $1:1$  строятся простейшие геометрические формы – квадрат, куб. Остальные отношения дают в прямоугольной форме построение квадрата целое число раз, при

этом меньшая величина служит единицей измерения (модулем) большей (рис. 91).

Простые отношения –  $2:3, 3:4, 2:5, 3:5, 5:6$  и т. п. содержат единицу измерения – модуль, укладывающийся не целое число раз в каждой пространственной величине, входящей в отношение. Примерами простых отношений могут служить сле-

дующие формы: полтора квадрата, два с половиной квадрата (рис. 92, *а*), отношение сторон в «египетском треугольнике» (рис. 92, *б*).

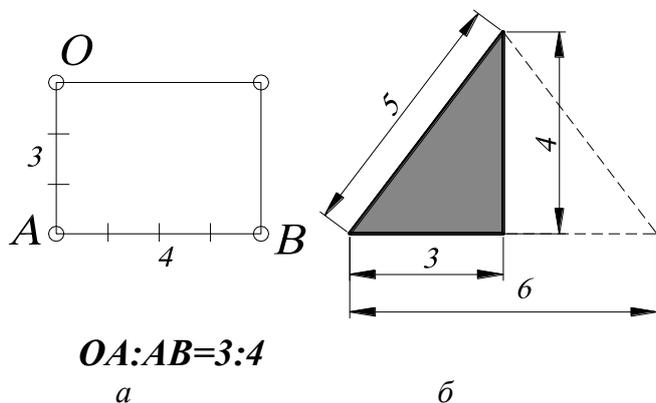


Рис. 92.

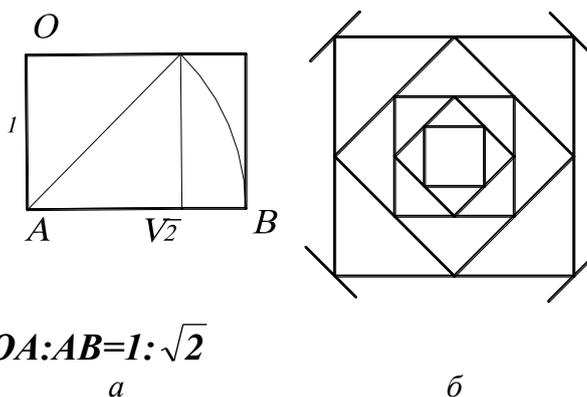
**ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ**

**ОТНОШЕНИЯ.** Эти отношения основываются на простой геометрической закономерности их построения. Такими отношениями являются следующие отношения.

Отношение диагонали

квадрата к его стороне:  $OA:AB = 1:\sqrt{2}$  (рис. 93, *а*). На рис.93, *б* приводится

построение ряда отношений  $1:\sqrt{2}$ , где сторона описанного квадрата равна диагонали вписанного. Таким образом, имеем бесконечный ряд величин, построенных на отношении  $1:\sqrt{2}$ . К числу иррациональных отношений принадлежит  $1:\sqrt{5}$  - отношение диагонали прямоугольника, составленного из двух квадратов, к его короткой стороне.



$OA:AB=1:\sqrt{2}$   
*а*

Рис. 93.

Иррациональным отношением является отношение высоты равностороннего

треугольника к половине

его основания  $a : b=1 : \sqrt{3}$

(рис.94, *а*). В ряде вписанных

треугольников имеется беско-

нечный ряд величин (рис. 94, *б*).

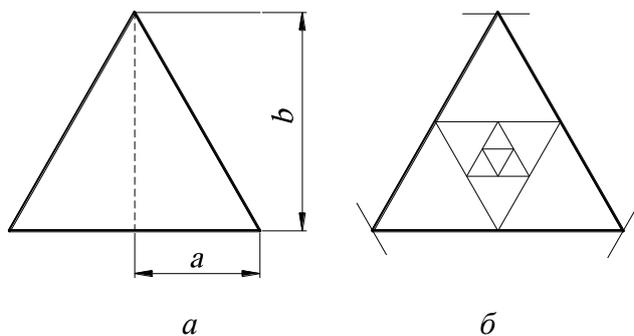


Рис. 94.

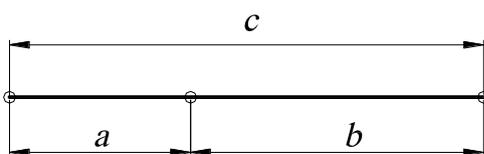
### 2.3. ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ

В математике это сечение называют делением в крайнем и среднем отношении. Эта пропорция характерна для многих творений природы. Многие знаменитые произведения архитектуры и художественного творчества созданы по законам «золотого сечения».

«Геометрия владеет двумя сокровищами: одно из них – это теорема Пифагора, а другое – деление отрезка в среднем и крайнем отношении.... Первое можно сравнить с мерой золота; второе же больше напоминает драгоценный камень»\*

Евклидово построение правильного пятиугольника опирается на деление отрезка в отношении  $\tau : 1$ , где  $\tau = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1,618033\dots$ . Другими словами, у пятиугольника  $ADCDE$  со стороной, равной единице, диагонали равны  $\tau$  (рис. 95).

*Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или, другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший – ко всему (см. рис. 95).*



$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \quad \text{или} \quad \frac{c}{b} = \frac{b}{a}$$

Рис. 95.

На рис. 96, а изображён один из способов построения по данному отрезку  $BC$  точки  $D$ , которая делит отрезок  $BC$  в отношении «золотого сечения», то есть

$$\frac{BD}{DC} = \frac{BC}{BD} \quad \text{или} \quad \frac{DC}{BD} = \frac{BD}{BC}.$$

Для построения точки  $D$ , принадлежащей отрезку  $BC$  и делящей этот отрезок  $BC$  в пропорции «золотого сечения», строится прямоугольный треугольник  $ABC$ , где

\* Кеплер И. (Kepler J.). Gesammelte Werke, t. 1, 2, 3, Munchen, 1938, 1939, 1941.

сторона  $AC = \frac{1}{2}BC$ . Затем строится точка  $E$ : с помощью циркуля отрезок  $AC$  откладывается на стороне  $AB$ , при этом  $AC=AE$ . Построение точки  $D$  выполняется вращением точки  $E$  вокруг точки  $B$ , то есть  $BE=BD$ .

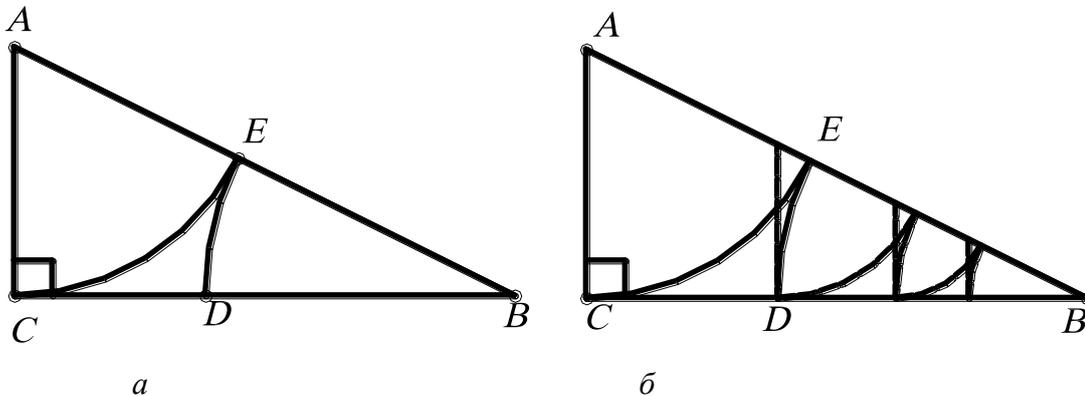


Рис. 96.

Отрезки «золотого сечения» выражаются иррациональной дробью  $BD=0,618\dots$ , если  $BC$  принять за единицу, тогда  $CD=0,382\dots$ . Для практических целей часто используют приближённые значения, то есть  $0,62$  и  $0,38$ . Если отрезок принять за сто частей, то большая часть отрезка равна  $62$ , а меньшая –  $38$  частям. В литературе можно встретить названия *майор* и *минор*. Майор – это обозначение большей части, а минор – меньшей части.

Деление по «золотому сечению», сделанное над основным целым, может быть продолжено до бесконечности, давая непрерывный ряд пропорций по «золотому сечению», путём откладывания каждый раз минор на соответствующий майор (см. рис. 96, б).

Построение правильного пятиугольника основано на построении пропорций «золотого сечения», так как диагонали правильного пятиугольника делятся в отношении «золотого сечения». На рис.97, а показано построение правильного пятиугольника. Пусть  $O$  – центр описанной окружности,  $A$  – точка на окружности и  $E$  – середина отрезка  $OA$ . Перпендикуляр к радиусу  $OA$ , восстановленный в точке  $O$ , пересекает окружность в точке  $D$ . Пользуясь циркулем, откладывают на диаметре отрезок  $CE$ , равный отрезку  $ED$ . Длина стороны вписанного в окружность правильного пятиугольника равна  $DC$ . Откладывая на окруж-

ности отрезки  $DC$ , получают пять точек, которые являются вершинами правильного пятиугольника. При этом отрезок  $OC$ , равный отрезку  $BD$ , будет являться стороной вписанного в эту окружность правильного десятиугольника.

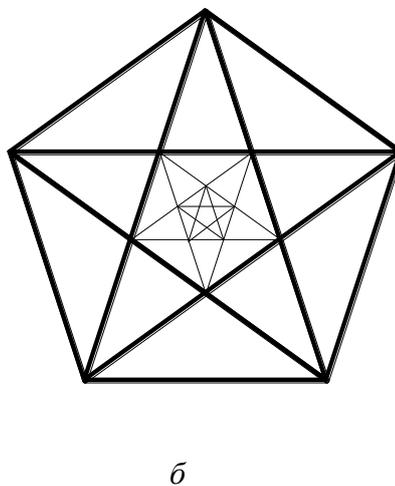
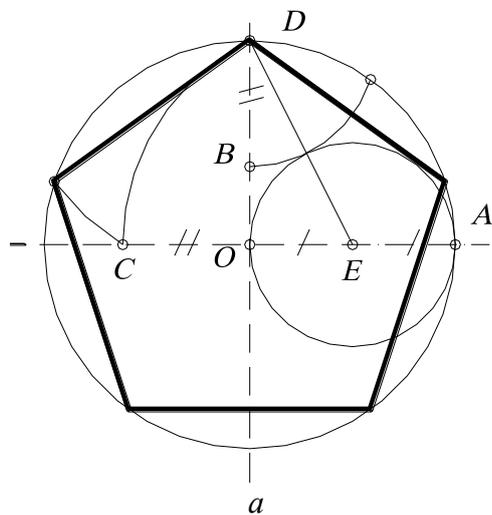


Рис. 97.

Соединяя вершины правильного десятиугольника через одну, получают фигуру, называемую пентаграммой (на рис.97, б пентаграмма выделена толстыми линиями).

В ряде вписанных пентаграмм, строится ряд величин, связанных между собой «золотым сечением». Таким образом, нетрудно убедиться в том, что отношение «золотого сечения» позволяет получать бесконечный пропорциональный ряд, в котором каждый член есть сумма двух предыдущих. Причём эта сумма относится к большему слагаемому точно так же, как большее слагаемое – к меньшему.

Вообще говоря, на соотношении стороны диагонали квадрата и прямоугольника, образованного из двух квадратов, могут быть развиты связанные, взаимопроникающие ряды, составленные из простых и иррациональных чисел.

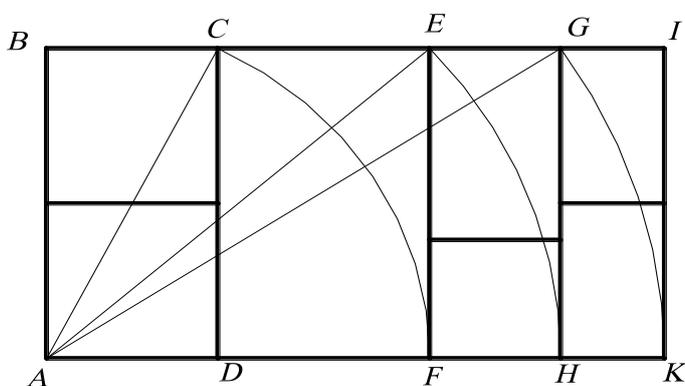


Рис. 98

Построение показывает, как, откладывая на продолжении прямоугольника  $ABCD$ , составленного из двух квадратов, получают прямоугольник  $ABEF$ , соотношение сторон которого равно  $2:\sqrt{5}$  (рис. 98). Одновременно возникает

прямоугольник  $CDEF$  - прямоугольник «золотого сечения». Диагональ  $AE$ , отложенная на продолжении стороны  $AF$ , определит сторону нового прямоугольника  $ABHG$ . Соотношение его сторон -  $2:3$ . Часть его –  $CDGH$  – квадрат. Таким образом. Повторяя один и тот же приём построения, приходят сначала к целочисленным отношениям, затем к иррациональным и вновь возвращаются к целочисленным. Следующий цикл операций приводит к иррациональным отношениям, причём прямоугольник  $GHIK$  будет состоять из двух прямоугольников «золотого сечения».

### **ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1. Дан отрезок прямой единичной длины. Используя пропорциональность, постройте точки с координатами:  $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{9}$ .
2. Дан правильный пятиугольник со стороной  $a$ . Используя пропорциональность, построить правильный пятиугольник со стороной  $b$ , радиус описанной окружности которого равен  $r$ .

### **3. МЕТОДЫ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

При обсуждении метода изображения начертательной геометрии нас прежде всего интересуют четыре вопроса: **1) что, 2) чем, 3) на чём и 4) каким способом изображается?** Другими словами: 1) какое множество служит областью отправления отображения, 2) какое множество – областью прибытия, 3) какое множество является исходным для конструирования области прибытия и 4) по какому правилу сопоставляются элементы области прибытия (прообразы и образы)?\*

---

\* Пеклич В. А. Высшая начертательная геометрия. М., 2000. 173 с.

### 3.1. ОБРАЗОВАНИЕ ЧЕРТЕЖА МОНЖА

Этот метод предложил в конце XVIII в. французский математик, инженер и политик Гаспар Монж. В основе этого метода лежит ортогональное проектирование.

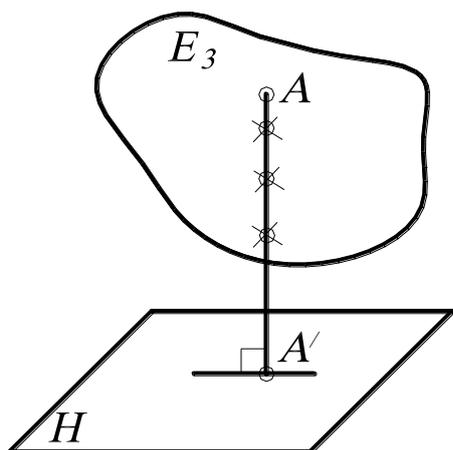


Рис. 99.

*Ортогональной* (или *прямоугольной*) проекцией точки  $A$  (рис. 99) на плоскость  $H$  называют основание перпендикуляра  $A'$ , опущенного из точки  $A$  на плоскость  $H$ . Точку  $A$  называют оригиналом, плоскость  $H$  – плоскостью проекций, отрезок прямой  $AA'$  – проектирующей прямой. Иногда оригиналы называют *прообразами*, проекции – *образами*, а соответствие между ними – *отображениями*.

Получаемый при этом на плоскости  $H$  чертёж *необратим*, так как соответствие между оригиналом  $A$  и проекцией  $A'$  однозначно только в одну сторону. Оригиналу соответствует единственная проекция  $A'$ , но проекции точки  $A'$

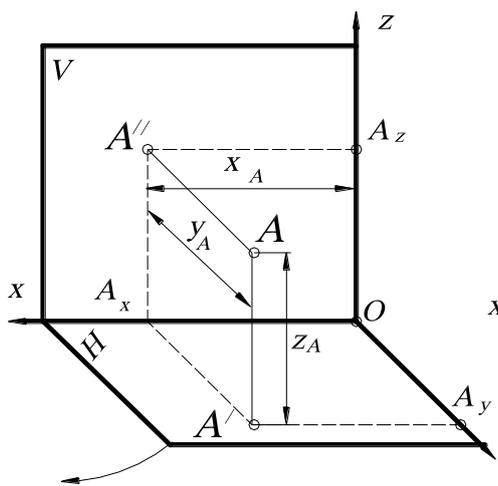


Рис. 100.

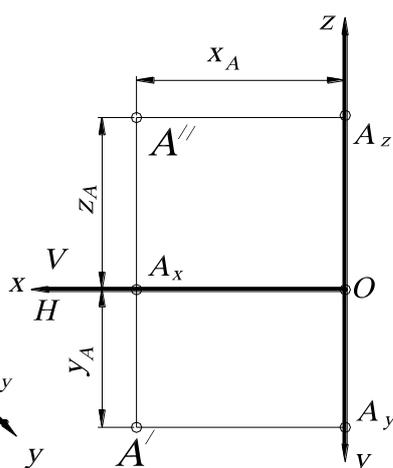


Рис. 101.

соответствует бесчисленное (однопараметрическое) множество точек на проектирующей прямой  $AA'$ . Поэтому Гаспар Монж вводит вторую взаимно перпендикулярную плоскость проекций. На рис. 100 изображе-

на\* прямоугольная декартова система с координатными осями  $x, y, z$ . Плоскости  $xy$  и  $xz$  обозначаются  $H$  и  $V$ . Плоскость  $H$  называется горизонтальной плоскостью проекций, а  $V$  – фронтальной плоскостью проекций. Плоскость  $V$  расположена в пространстве вертикально, а плоскость  $H$  – горизонтально. Ортогональные проекции точки  $A$  на эти плоскости обозначаются:  $A'$  – горизонтальная проекция точки;  $A''$  – фронтальная проекция точки. Перпендикуляры, опущенные из проекций  $A'$  и  $A''$  на ось  $x$ , пересекаются в точке  $A_x$ .

Совмещая плоскости  $V$  и  $H$  с построенными в них проекциями поворотом плоскости  $H$  вокруг оси  $x$  на  $90^0$  так, чтобы эти плоскости совпали, получают **чертёж** (или **эпюр**) Монжа (рис. 101). Проекции  $A'$  и  $A''$  расположены на эпюре на вертикальной прямой  $A'A'' \perp x$ , называемой **линией проекционной связи**, или, коротко, **линией связи**.

Построенный по таким правилам чертёж, состоящий из пары проекций, расположенных на одной линии связи, обратим, то есть соответствие между оригиналом и чертежом однозначно в обе стороны. Так по рис.101 можно определить координаты  $x, y$  и  $z$  точки  $A$  (расстояния от точки  $A$  до координатных плоскостей  $yz, zx, xy$  соответственно), равные длинам  $x=OA_x, y=A_xA', z=A_xA''$ .

Кроме горизонтальной и фронтальной плоскостей проекций (в черчении их называют видом сверху и видом спереди) иногда строят третью проекцию – **профильную** (вид слева). Координатную плоскость  $yz$  обозначают  $W$  и называют профильной плоскостью проекций (рис. 102). Построив профильную проекцию  $A'''$ , поворачивают  $W$  вокруг оси  $z$  на  $90^0$  и получают эпюр, содержащий три проекции (рис.103). При этом третья проекция располагается в проекционной связи с первой и со второй. Новой информации об оригинале эта проекция не добавляет, она является зависимой и лишь делает имеющуюся информацию

---

\* Рядом с чертежами будем давать наглядные изображения, по которым легче представить, что на них изображено. Такие изображения (рис. 100, 102, 104 и др.) выполняются по правилам аксонометрии, которая рассматривается в параграфе 3.3.

более удобной, то есть, имея профильную проекцию, легче догадаться, что изображено на чертеже.

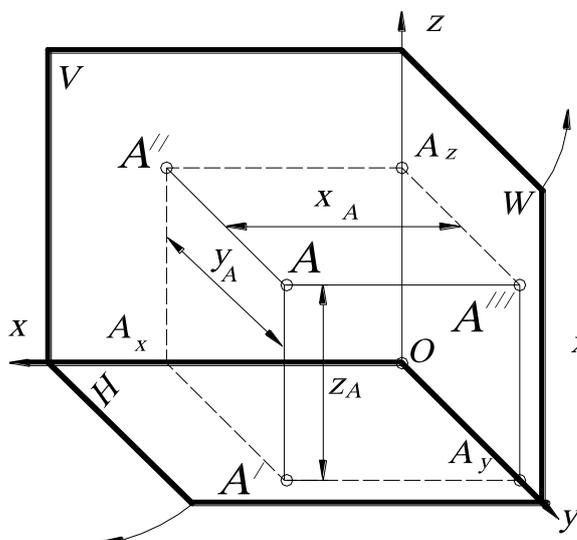


Рис. 102.

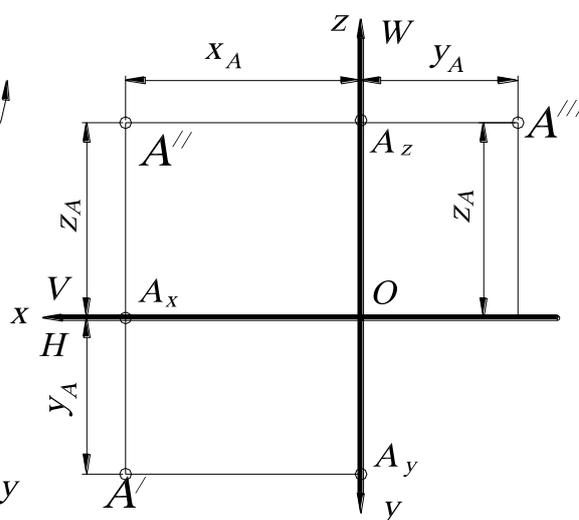


Рис. 103.

Таким образом, для чертежа Монжа областью отправления служит трёхмерное евклидово пространство, областью прибытия – множество пар точек на линиях проекционной связи (прямых пучка с несобственным центром), которое является подмножеством декартова квадрата плоскости чертежа. Другими словами, прообразом точки  $A$ , принадлежащей трёхмерному пространству при отображении, назначается пара её образов  $A'$  и  $A''$  на две плоскости проекций (лежащих на одной линии связи), представляющих собой произведение определённых проецирований и сечений.

### 3.2. ОБРАЗОВАНИЕ ЧЕРТЕЖА В ПРОЕКЦИЯХ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ

В этом методе изображения только одна плоскость проекций, которая расположена горизонтально. Точку пространства задают на чертеже её ортогональной проекцией на плоскость  $xOy$  (горизонтальной проекцией) и числовой отметкой этой точки, равной расстоянию от точки до плоскости проекций. Отметку пишут в виде индекса справа внизу у обозначения проекции точки. На

рис. 104 предполагается, что отрезок проецирующей прямой  $AA_3$  перпендикулярен плоскости проекций  $xOy$  (или *основная плоскость проекций*) и пересекает эту плоскость в точке  $A_3$ . Длина отрезка  $AA_3$  равна трём метрам (отметки обычно указывают в метрах). Перед отметками точек, расположенных под плоскостью  $xOy$ , пишут знак «минус».

Другими словами, плоскость  $xOy$  – это плоскость  $z=0$  (её часто называют *плоскостью нулевого уровня*)\*, а отметка точки – это координата  $z$  этой точки.

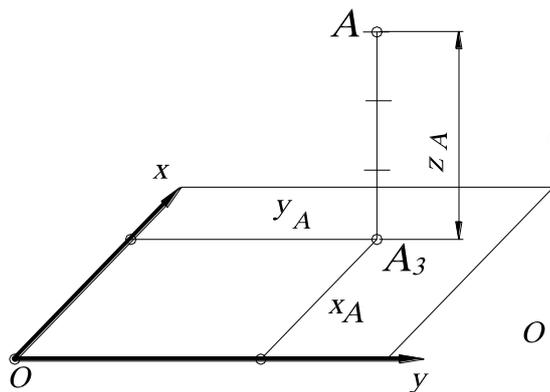


Рис. 104.

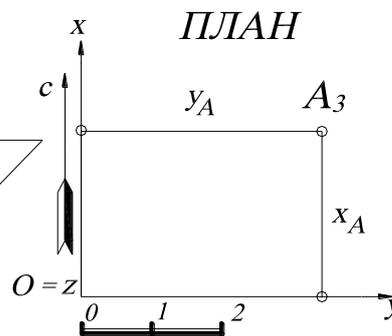


Рис. 105.

На рис. 105 показан чертёж точки  $A_3$  в проекциях с числовыми отметками. Такие чертежи обычно называют *планами*. Система координат  $xOy$  на плане располагается так, что ось  $Ox$  параллельна осевому меридиану, совпадающему с северным направлением, а ось  $Oy$  совпадает с направлением на восток. План дополняется линейным масштабом, который определяет единицу измерения по оси  $z$ .

От такого чертежа легко перейти к чертежу Монжа, считая, что плоскость  $xOy$  в методе Монжа совпадает с плоскостью  $H$  (при этом проекция  $A'$  совпадает с проекцией  $A_3$ ): выбрав произвольно ось проекций  $x$  (что соответствует произвольному выбору фронтальной плоскости проекций  $V$ ), провести перпендикулярно ей линию проекционной связи и, отложив на ней от оси  $x$  координату  $z_A=3$ , получить проекцию  $A''$ . Очевидно, что чертёж (см. рис. 105), на кото-

\* За абсолютную нулевую отметку для европейской части России принимают уровень Балтийского моря.

ром задана точка  $A_3$ , обратим – этой проекцией однозначно определяется оригинал  $A$ .

Таким образом, в проекциях с числовыми отметками *областью отправления* является пространство  $E_3$ , а *областью прибытия* – декартово произведение множества точек плоскости чертежа и множества вещественных чисел. В этом отображении точке  $A \in E_3$  сопоставляется пара её образов  $A_3$  и  $z_A$ , переводящие оригинал  $A$  в её горизонтальную проекцию  $A_3$  и в координату  $z_A$ .

### 3.3. АКСОНОМЕТРИЯ

АксонOMETрические проекции относят к наглядным изображениям, построенным на одной плоскости проекций (картине) методом параллельного\* проецирования объекта и жестко связанной с ним системы трёх взаимно перпендикулярных осей координат. Аксонометрию используют в тех случаях, когда требуется дать более наглядное, по сравнению с чертежом Монжа (или проекций с числовыми отметками), изображение, по которому легче представить оригинал. Слово «аксонометрия» буквально означает «измерение по осям». На

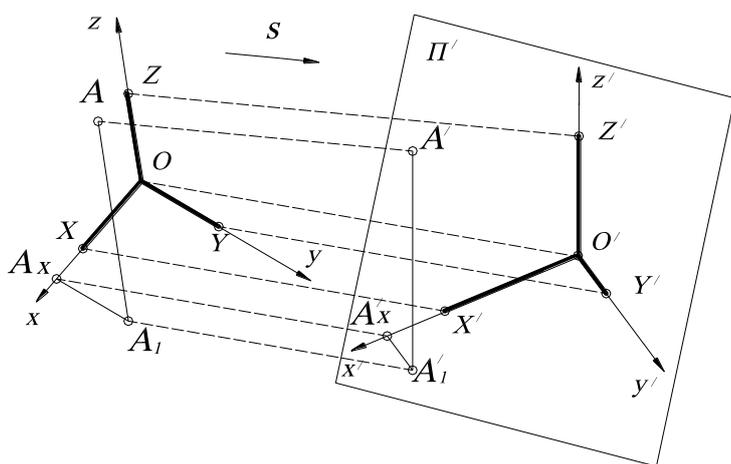


Рис. 106.

аксонометрическом чертеже имеются проекции координатных осей, и проекции точек в аксонометрии строят, откладывая по осям координаты этих точек.

На проецируемом объекте (рис. 106) – точка  $A$  – выбирают прямоугольную (декартову) систему координат, жестко связанную с данным объектом. Пусть  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$  –

\* Аксонометрическая проекция может быть и центральной (перспектива), но здесь и далее будем иметь в виду параллельную аксонометрическую проекцию.

единичные отрезки этой системы координат  $Oxyz$ , то есть равные единице длины (например, 1 см, 1 дм и т. п.) попарно перпендикулярные отрезки, отложенные от начала координат  $O$  по координатным осям  $x, y, z$ . В аксонометрии их принято называть *натуральными масштабами*, а систему координат – *натуральной системой координат*. Пусть далее  $A_I$  – ортогональная проекция точки  $A$  на плоскость  $xy$  (горизонтальная проекция), а  $A_x$  – ортогональная проекция точки  $A_I$  на ось  $x$ , то есть  $OA_xA_I A$  – координатная (натуральная) ломаная точки  $A$ , звенья  $OA_x, A_xA_I, A_I A$  которой равны координатам  $x, y, z$  точки  $A$ .

После этого расположим в пространстве плоскость *аксонометрических проекций* (или *картинную плоскость*)  $\Pi'$  и выберем направление проецирования  $s$ . Если угол между  $\Pi'$  и  $s$  отличен от прямого, то аксонометрию называют *параллельной* или *косоугольной*, если  $s \perp \Pi'$ , то *прямоугольной* или *ортогональной*.

Спроецировав точку  $A$  вместе с системой координат и координатной ломаной на плоскость  $\Pi'$ , получают:

- проекцию  $A'$  точки  $A$ , которая называется аксонометрической проекцией, или аксонометрией точки  $A$ ;
- проекции  $x', y', z'$  осей  $x, y, z$ , называемые аксонометрическими осями;
- проекции  $O'X', O'Y', O'Z'$ , называемые аксонометрическими масштабами;
- проекцию  $O'A_xA_I'A'$  координатной ломаной – аксонометрическая координатная ломаная, звенья которой  $O'A_x', A_x'A_I', A_I'A'$  – это аксонометрические координаты точки  $A$ .\*

Точку  $A_I'$  называют *вторичной проекцией*\*\* точки  $A$  или основание точки  $A$  (рис. 107), поскольку это проекция проекции, а именно аксонометрическая проекция горизонтальной проекции  $A_I$  точки  $A$ .

---

\* Проекции в аксонометрии обозначают, добавляя штрих (') к обозначению соответствующего оригинала.

\*\* Термин ввёл проф. В.И. Курдюмов.

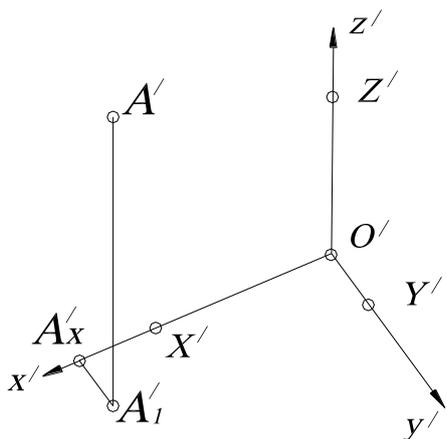


Рис.107

Таким образом, на аксонометрическом чертеже должны быть заданы аксонометрические оси и масштабы и две проекции точки  $A$  – аксонометрическая  $A'$  и вторичная  $A_1'$ , расположенные на линии проекционной связи, параллельной оси  $z'$ .

Одной только аксонометрической проекцией  $A'$  оригинал не определён – ей соответствуют все точки проектирующей прямой

$A'A \parallel s$  (см. рис. 106). Двум же проекциям  $A'$  и  $A_1'$  при условии, что  $A'A_1' \parallel z'$ , соответствует однозначно определённый оригинал  $A$ . В самом деле, проведя через точки  $A'$  и  $A_1'$  прямые  $A'A$  и  $A_1'A_1$ , параллельные направлению проецирования  $s$  (см. рис.106), находят на пересечении прямой  $A_1'A_1$  с плоскостью  $xu$  точку  $A_1$ , проводят через неё прямую  $A_1A \parallel z$  и получают точку  $A = A_1A \cap A'A$ .

Это означает, что построенный по таким правилам чертёж обратим, то есть оригиналу  $A$  однозначно соответствуют две проекции  $A'$  и  $A_1'$ , и двум проекциям  $A'$  и  $A_1'$  однозначно соответствует оригинал  $A$ . Чертёж даёт полную информацию об оригиналах, и задачи могут быть однозначно переведены на язык изображений.

**ПОКАЗАТЕЛИ ИСКАЖЕНИЯ.** Отношения  $\frac{O'X'}{OX} = k_x$ ;  $\frac{O'Y'}{OY} = k_y$ ;

$\frac{O'Z'}{OZ} = k_z$  аксонометрических масштабов называют **показателями искажения по осям  $x, y, z$ .**

На практике обычно вместо аксонометрических масштабов задают показатели искажения по осям и строят проекции  $A'$  и  $A_1'$ , то есть откладывают вдоль аксонометрических осей натуральные координаты точки  $A$ , помноженные на соответствующие коэффициенты искажения  $k_x, k_y, k_z$ . Натуральные координаты

наты обычно берут с чертежа Монжа или с чертежа в проекциях с числовыми отметками.

Выбирать произвольно аксонометрические оси и показатели искажения можно на основании *теоремы Польке*, которая гласит: *три выходящих из одной точки, произвольных отрезка на плоскости можно считать параллельной (косоугольной) аксонометрической проекцией\**. Другими словами, произвольно можно выбирать направление проецирования  $s$  и расположение картинной плоскости  $\Pi'$ .

Однако есть некоторые ограничения этого произвола:

1. Направление проецирования должно быть не параллельно ни одной из координатных осей. В противном случае ось спроецируется в точку, то есть один из коэффициентов будет равен нулю, а это уже не «измерение по осям».

2. Направление проецирования должно быть не параллельно ни одной из координатных плоскостей. Если задать направление проецирования параллельно одной из координатных плоскостей, то эта плоскость и все параллельные ей плоские фигуры оригинала спроецируются в прямые, и будет утрачено основное преимущество аксонометрии – наглядность.

Практически применяется всего несколько видов косоугольной аксонометрии, перечислим их. Если все три показателя искажения равны:  $k_x = k_y = k_z$ , то такую аксонометрию называют *изометрией*; *диметрия* – если равны только два коэффициента искажения ( $k_x = k_z \neq k_y$ ); *триметрия* – если никакие коэффициенты не равны:  $k_x \neq k_y \neq k_z$ .

Если картинную плоскость  $\Pi'$  расположить параллельно координатной плоскости  $xz$  (фронтальной плоскости проекций  $V$ ), то при *любом направлении проецирования*  $s$  фигуры, расположенные в плоскости  $xz$  и в параллельных ей плоскостях, будут изображаться без искажения. Это означает, что  $k_x = k_z = 1$ ,

---

\* Доказательство этой теоремы см. Глазунов Е. А., Четверухин Н. Ф. Аксонометрия. М., 1953.

такая аксонометрия называется *косоугольной фронтальной диметрией*; если  $k_y = 0,5$  - *кабинетной проекцией* (рис. 108). Если же вдобавок направление проецирования  $s$  наклонено к плоскости  $\Pi'$  под углом  $45^\circ$ , то  $k_y = 1$ , и аксонометрия называется *косоугольной фронтальной изометрией*, или *кавалерной проекцией* (рис. 109).

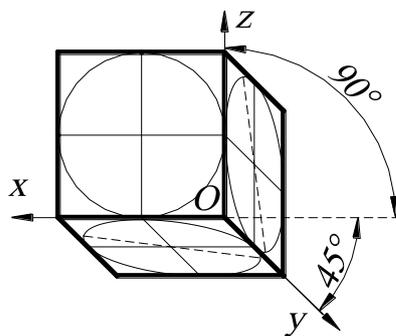


Рис. 108.

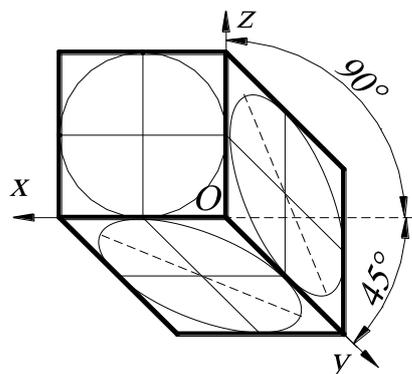


Рис. 109.

Если  $\Pi' \parallel xy$  и угол между направлением проецирования  $s$  и картинной плоскостью  $\Pi'$  составляет  $45^\circ$ , то  $k_x = k_y = k_z = 1$ , и такую аксонометрию называют *косоугольной горизонтальной изометрией*, или *военной перспективой* (рис. 110) и *лягушачьей перспективой* при виде сверху (рис. 111).

Во всех перечисленных проекциях две аксонометрические оси взаимно перпендикулярны, а третью можно выбрать произвольно, но обычно её направляют в соответствии с *ГОСТ 2.317-69*.

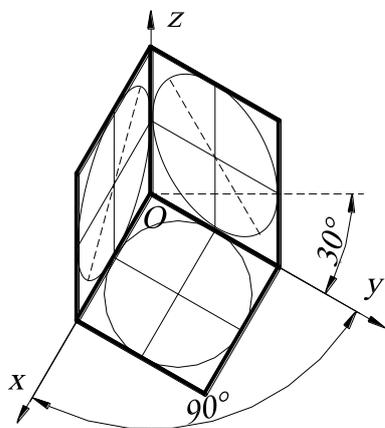


Рис. 110.

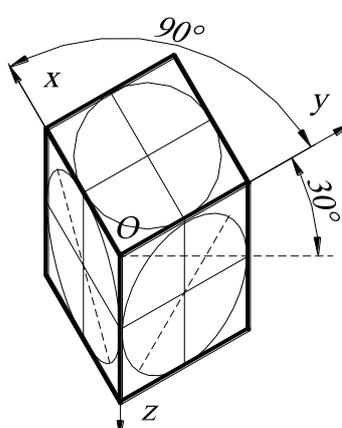


Рис. 111.

## ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ИЗОМЕТРИЯ И ДИМЕТРИЯ

Для вычерчивания наглядных изображений технических деталей и сооружений чаще всего применяют **прямоугольную изометрию**, в которой  $k_x = k_y = k_z$  (рис. 112), и **прямоугольную диметрию**, в которой  $k_x = k_z \neq k_y$  (рис. 113).

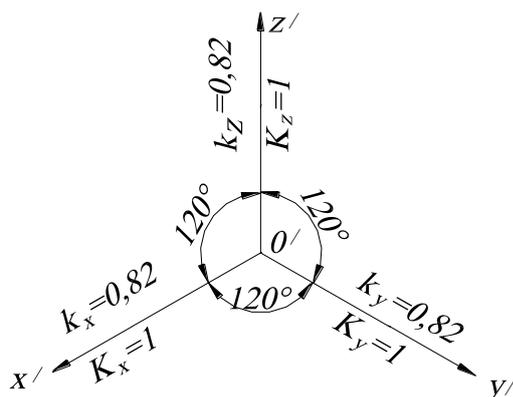


Рис. 112.

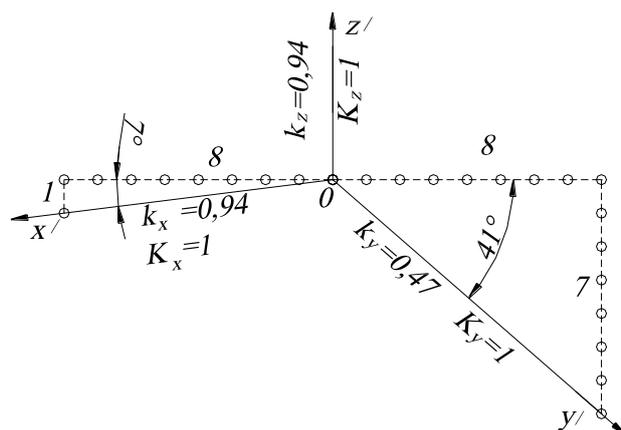


Рис. 113.

Прямоугольная изометрия получается в том случае, когда картинная плоскость  $\Pi'$  равнонаклонена к натуральным осям  $x, y, z$ . При этом аксонометрические оси  $x', y', z'$  образуют углы  $120^\circ$ . Все три показателя искажения в прямоугольной изометрии равны:  $k_x = k_y = k_z = 0,82$ , и при построении все три координаты точки нужно умножить на  $0,82$ . На практике для удобства обычно пользуются так называемыми **приведёнными показателями искажения**  $K_x = K_y = K_z = 1$ , округляя  $0,82$  до  $1$  (см. рис. 112). При этом аксонометрический чертёж увеличивается в  $1:0,82 \approx 1,22$  раза, и говорят, что он выполнен в **аксонометрическом масштабе 1,22:1**.

Для получения прямоугольной диметрии, в которой  $k_x = k_z \neq k_y$ , картинная плоскость  $\Pi'$  должна быть одинаково наклонена к координатным осям  $x$  и  $z$ , при этом аксонометрическая ось  $y'$  - биссектриса угла между осями  $x'$  и  $z'$ . В такой диметрии аксонометрические оси  $x'$  и  $z'$  образуют с горизонтальной прямой (при условии, что ось  $z'$  направлена вертикально) углы, примерно равные,  $7^\circ$  и

$41^\circ$ . Зная, что  $tg7^\circ \approx 1/8$  и  $tg41^\circ \approx 7/8$ , эти углы легко построить с помощью прямоугольных треугольников, у которых горизонтальные катеты равны восьми единицам, а вертикальные  $1$  и  $7$  (см. рис. 113).

Как и в прямоугольной изометрии, на практике обычно заменяют **точные** показатели искажения  $k_x = k_z = 0,94$ ;  $k_y = 0,47$  приведёнными показателями:  $k_x = k_z = 1$ ;  $k_y = 0,5$ , то есть натуральные координаты  $x$  и  $z$  откладывают по соответствующим аксонометрическим осям в натуральную величину, а координату  $y$  уменьшают в два раза. При этом чертёж получается увеличенным в  $1:0,94=0,5:0,47 \approx 1,06$  раза (см. рис. 113).

На рис. 114, *a* в прямоугольной изометрии с приведёнными коэффициентами искажения показаны проекции окружностей, лежащих в координатных плоскостях  $xy$ ,  $xz$ ,  $yz$ . Это эллипсы, большие оси которых равны  $1,22d$ , а малые –  $0,7d$ , где  $d$  – диаметр окружностей.

В диметрии с приведёнными показателями искажения окружности, лежащие в

плоскостях  $xy$ ,  $xz$ ,  $yz$ , изображаются эллипсами с большой осью, равной  $1,06d$ ; малые оси эллипсов равны соответственно  $0,35d$ ,  $0,95d$ ,  $0,35d$  (рис. 114, *б*)

Таким образом, для аксонометрии областью отправления служит трёхмерное пространство, областью прибытия – множество пар точек на линиях, параллельных оси  $z$ , то есть произведение отображений, переводящих точку трёх-

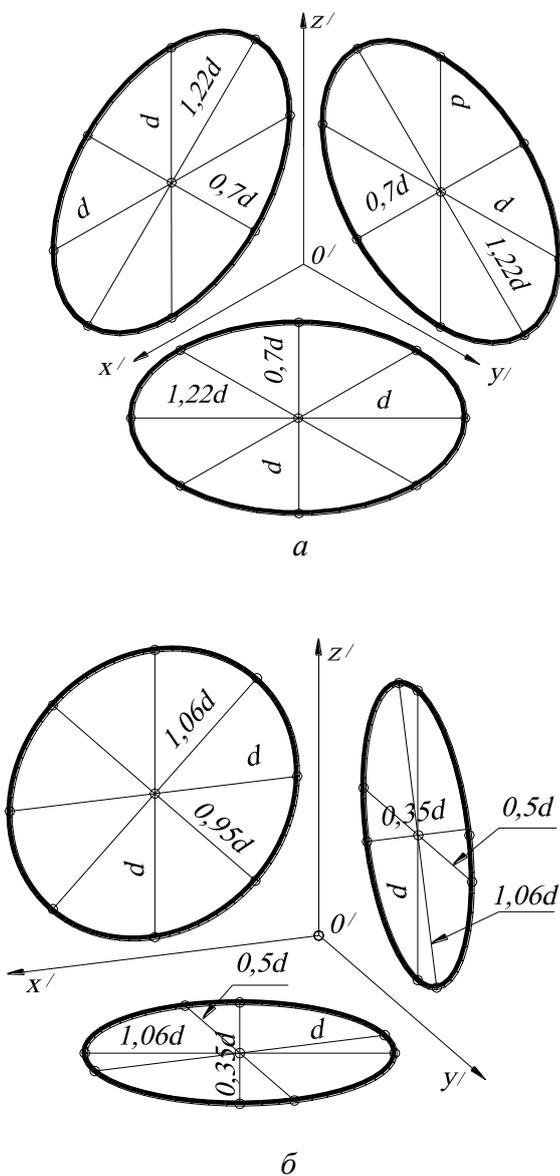


Рис.114

мерного пространства в её основную и вторичную проекцию. Различие с методом Монжа и проекциями с числовыми отметками заключается лишь в различии применяемых в них проецирований и сечений и их комбинаций.

### ***ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ***

- 1.** В чём заключается обратимость чертежа в проекциях с числовыми отметками?
- 2.** Дайте определение ортогонального проецирования.
- 3.** Определяет ли одна проекция точки её положение в трёхмерном пространстве?
- 4.** Сколько нужно иметь проекций точки, чтобы можно было однозначно определить её положение в трёхмерном пространстве при центральном и параллельном проецировании?
- 5.** Сколько проекций необходимо, чтобы отобразить точку четырёхмерного пространства?
- 6.** Чем отличаются чертежи, выполненные в проекциях с числовыми отметками, от чертежа Монжа и аксонометрии?

# ЧАСТЬ 3

## ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ

### 1. ПРЯМАЯ ЛИНИЯ

#### 1.1. ИЗОБРАЖЕНИЕ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ В ПРОЕКЦИЯХ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ

Прямая линия может быть задана парой точек, точкой и направлением или двумя пересекающимися плоскостями.

По расположению относительно основной плоскости проекций различают прямые общего положения и прямые частного положения. *Прямой общего положения* называется прямая, не параллельная и не перпендикулярная основной плоскости проекций. Остальные прямые называются прямыми *частного положения*.

Прямые частного положения могут быть двух типов: 1) *горизонтальные (или прямые уровня)* – это прямые параллельные основной плоскости проекций; 2) *проецирующие (или вертикальные)* – это прямые перпендикулярные основной плоскости проекций. На рис. 115 приведены примеры чертежей прямой

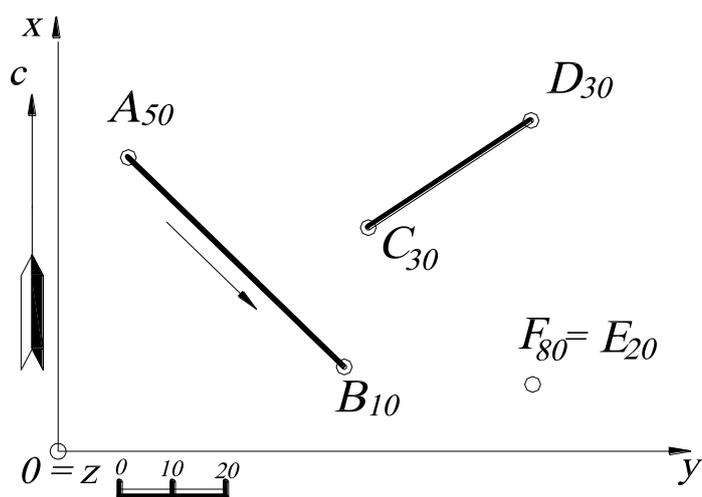


Рис. 115.

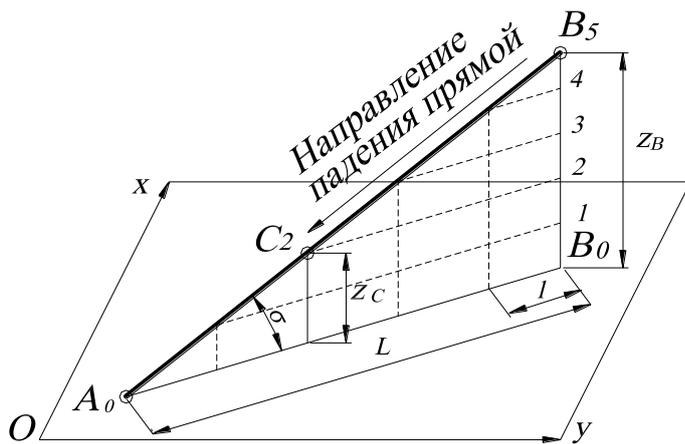
общего положения ( $A_{50}B_{10}$ ), горизонтальной прямой ( $C_{30}D_{30}$ ) и проецирующей прямой ( $F_{80}E_{20}$ ).

Направление прямой в проекциях с числовыми отметками в пространстве удобнее всего задавать углами в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

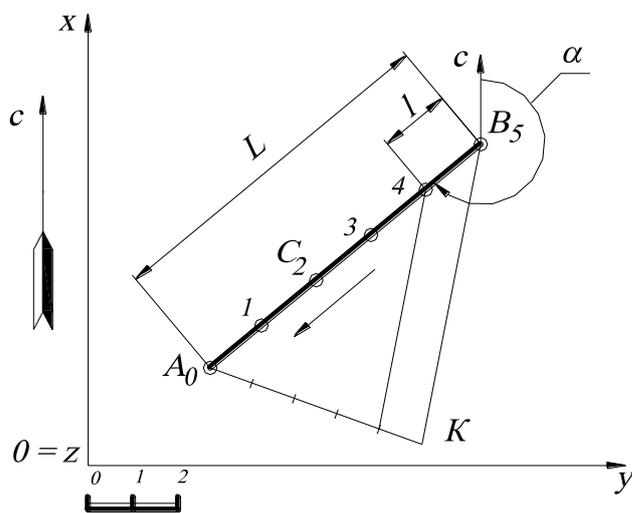
Угол  $\alpha$ , отсчитываемый по

часовой стрелке от северного направления меридиана до направления падения прямой, называется **азимутом падения прямой**, если изменить этот угол на  $180^0$ , то **азимутом восстания** (рис. 116, а, б).

**Направление падения прямой** соответствует направлению спуска прямой от точки с большей отметкой к точке с меньшей высотной отметкой. Направление падения прямой на чертеже обозначают стрелкой (см. рис. 116, б, проекция отрезка прямой  $A_0B_5$ ).



а



б

Рис. 116.

отрезка прямой (см. рис.116, б). Построение на горизонтальной проекции прямой нескольких её точек с соседними целочисленными (то есть выражаемыми целыми числами) отметками называется **градуированием** прямой. Градуирова-

отрезка прямой  $A_0B_5$ ).

Горизонтальная проекция отрезка прямой называется **заложением прямой** и обозначается  $L$  (см. рис.116, а, б).

Если разница между отметками двух точек равна единице линейного масштаба, то заключённый между ними отрезок называют **интервалом** данной прямой. Другими словами, заложение, соответствующее единичному подъёму прямой, называется **интервалом прямой**, или **масштабом заложения**, и обозначается  $l$  (см. рис.116, а, б).

Интервал прямой может быть определён путём обычного пропорционального деления

ние прямой может выполняться способом пропорционального деления или с помощью палетки.

Пропорциональное деление отрезка прямой заключается в делении его горизонтальной проекции на  $n$  равных частей, где  $n$  – разность числовых отметок двух точек, задающих этот отрезок. На рис. 116, б показано градуирование отрезка  $A_0B_5$  пропорциональным делением на пять равных частей ( $n=5-0=5$ ). Для этого из точки  $A_0$  проведена вспомогательная прямая под любым углом к проекции отрезка и на ней отложено пять равных отрезков произвольной длины. Конечная точка  $K$  последнего отрезка соединяется со второй заданной точкой  $B_5$  отрезка. Параллельно этой прямой  $KB_5$  проводят прямую через одно деление, определяя интервал прямой  $l$ . Таким образом, с помощью градуирования можно построить числовую отметку любой точки.

Угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций (или основной плоскости проекций) называется *углом падения*  $\sigma$  прямой.

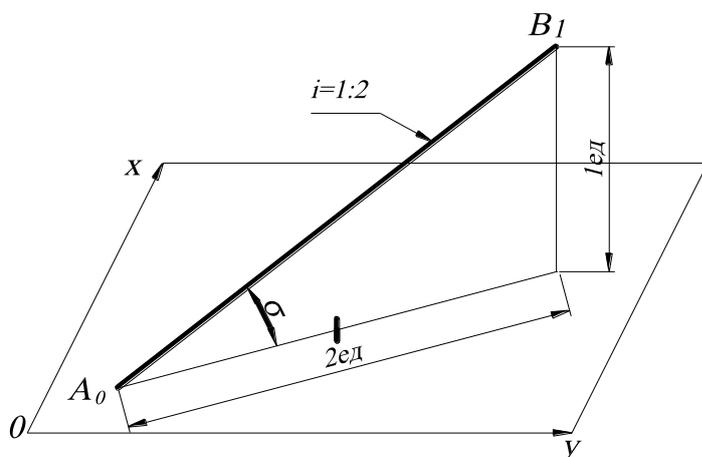


Рис. 117.

Угол падения прямой может быть задан *уклоном прямой*  $i$  – отношением единичного отрезка к интервалу прямой, или, другими словами, отношением противолежащего катета к прилежащему, обозначается  $i$  (рис.117). Интервал и уклон – взаимно

обратные величины, то есть  $l = \frac{1}{i}$  и  $i = \frac{1}{l}$ . Очевидно, уклон численно равен тангенсу угла  $\sigma$ , который данная прямая образует с горизонтальной плоскостью проекций  $H_0$ . Чем меньше уклон прямой (и больше интервал), тем ближе она к горизонтальному направлению, и, наоборот, чем больше уклон (и меньше интервал), тем прямая ближе к вертикальному направлению. Другими словами,

если  $l=0$ , то  $i=\infty$  и прямая вертикальна, если  $l=\infty$ , то  $i=0$  и прямая горизонтальна (все её точки имеют одну и ту же отметку).

Интервал прямой может быть определён с помощью **профиля** (вертикального разреза). Профиль является вертикальной (фронтальной) проекцией заданной прямой. Профиль строится в масштабе чертежа, по одной оси откладываются заложения, а по другой – высотные отметки по координаты  $z$ .

Для построения профиля вводят локальную систему координат  $0'x'y'z'$  на плане (рис. 118), которая определяет фронтальную плоскость проекций. Ось  $z'$  выбирается вертикально, то есть перпендикулярно к оси  $x'$ . На профиле по оси  $z'$  откладываются числовые отметки, в соответствии с линейным масштабом. В этом случае основная плоскость проекций  $0'x'y'$  на профиле будет проецироваться в виде прямой, совпадающей с осью  $x'$ . На рис. 118 в соответствии с заданным масштабом построен профиль прямой и определена величина интервала  $l$ . Полученный интервал на профиле может быть отложен несколько раз на плане от точки  $B_5$  (или от точки  $A_0$ ) для построения любой целочисленной отметки точки прямой. Точки  $A_0$  и  $B_0$  называются соответственно основаниями точек  $A$  и  $B$  на профиле.

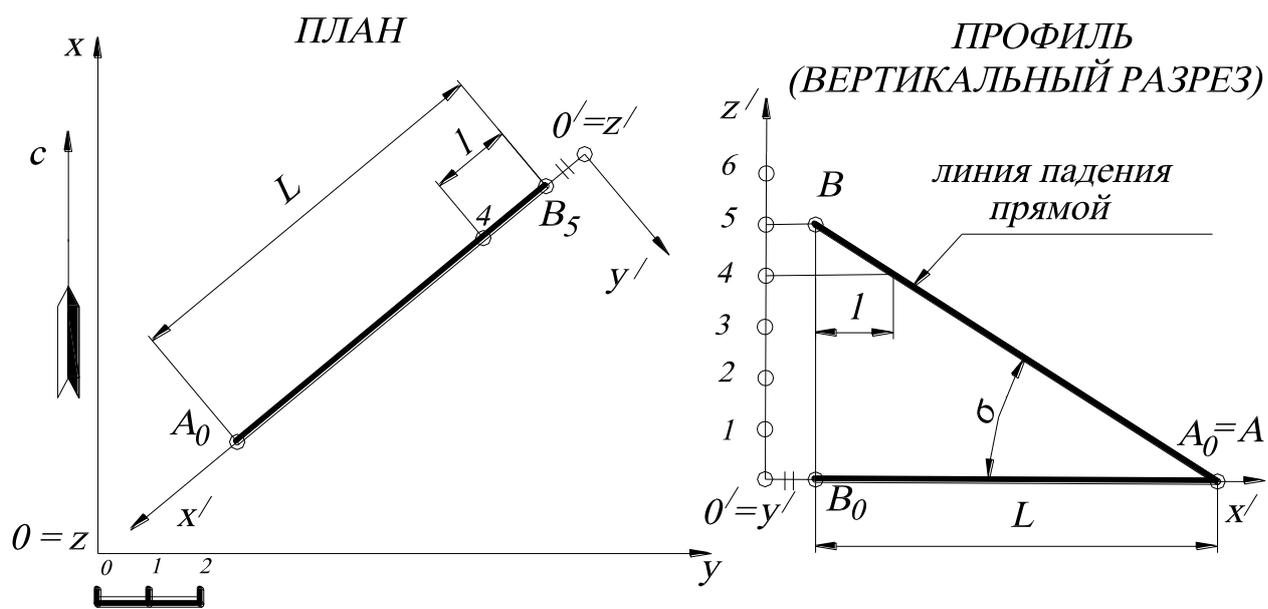


Рис. 118.

## 1.2. ПОСТРОЕНИЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ И ЕЁ УГЛА НАКЛОНА К ОСНОВНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ $H$

Угол прямой  $\sigma$  с плоскостью проекций  $H$  определяется как угол, составленный прямой и её проекцией (заложением) на этой плоскости.

Длина отрезка прямой и угол  $\sigma$  могут быть определены из прямоугольного треугольника (рис. 119, *а, б*), в котором один катет равен проекции отрезка прямой (заложению), а другой катет равен разности расстояний концов отрезка от плоскости проекций  $H$ .

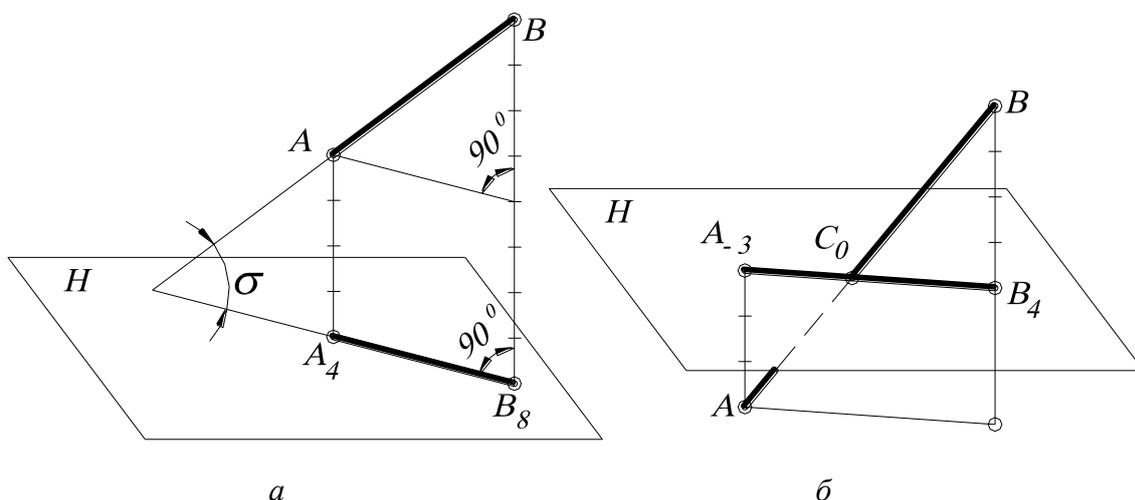


Рис. 119.

Если координаты, определяющие расстояния концов отрезка от плоскости проекций  $H$ , имеют разные знаки (рис. 119, *б*), то надо иметь в *виду разность алгебраическую*.

На рис. 120 длина отрезка  $AB$  и угол  $\sigma$ , составленный прямой  $AB$  с плоскостью  $H$ , определены из прямоугольного треугольника, построенного на заложении

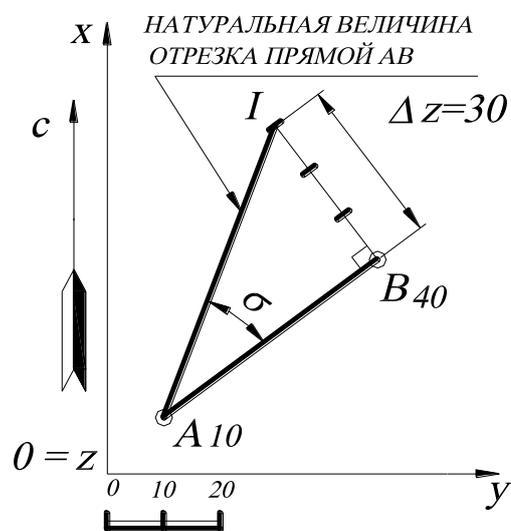


Рис. 120.



екции точек их пересечения имеют одну высотную отметку (рис. 122). В этом

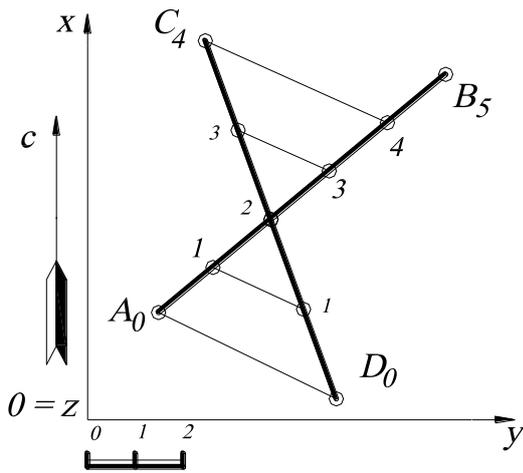


Рис. 122.

случае прямые, соединяющие одинаковые отметки заданных прямых, будут параллельны. Эти прямые являются горизонталями плоскости (см. тему «Плоскость»).

Если заданные прямые не градуированы, то необходимо определить величины числовых отметок обеих прямых в точке пересечения их проекций.

**ПРИМЕР.** Определить пересекаются ли заданные прямые  $A_{60}B_{10}$  и  $E_{20}F_{60}$  (рис. 123).

Для того чтобы определить, пересекаются ли эти прямые в пространстве, необходимо найти отметки точек этих прямых в пересечении их проекций, то есть точки  $C_?$ , принадлежащей прямой  $A_{60}B_{10}$  и точки  $K_?$ , принадлежащей прямой  $E_{20}F_{60}$ . Поэтому последовательно выполняют градуирование прямых  $A_{60}B_{10}$  и  $E_{20}F_{60}$ . Точка  $C$ , принадлежащая прямой  $A_{60}B_{10}$ , имеет числовую отметку, равную 37, а точка  $K$ , принадлежащая прямой  $E_{20}F_{60}$ , — числовую отметку, равную 38.

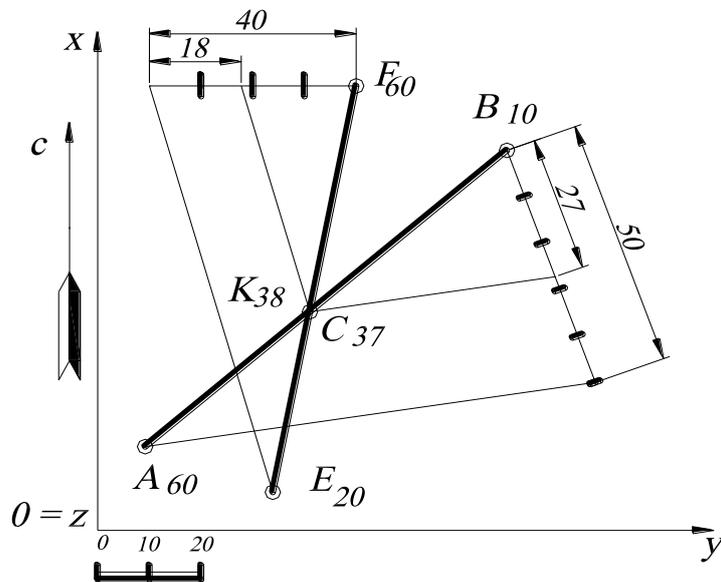


Рис. 123.

Следовательно, отрезки прямых  $A_{60}B_{10}$  и  $E_{20}F_{60}$  в пространстве не имеют общих точек, то есть не пересекаются. Подробное описание нахождения числовой отметки произвольной точки, принадлежащей прямой (см. рис. 121).

### 1.3.2. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

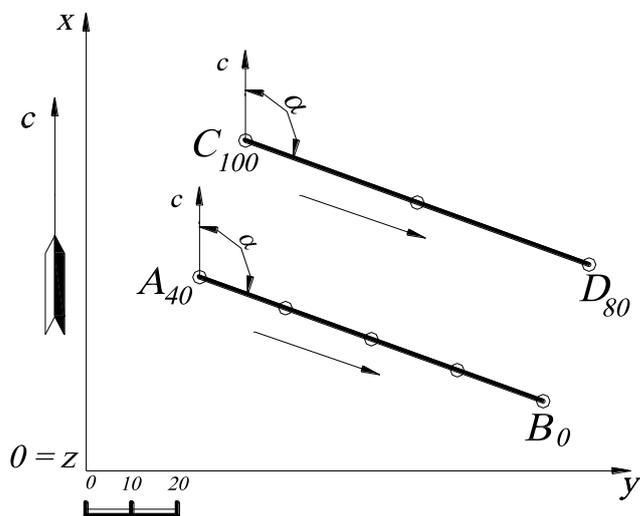


Рис. 124.

Параллельные прямые – это прямые, лежащие в одной плоскости и не имеющие действительных общих точек. На чертеже проекции этих прямых параллельны, углы падения равны, азимуты падения равны, равны заложения (рис. 124).

### 1.3.3. СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ

**Скрещивающиеся прямые** – прямые, не лежащие в одной плоскости и не имеющие никаких (действительных, мнимых) общих точек. На чертеже проекции прямых могут пересекаться, но точки пересечения их проекций имеют разные числовые отметки (рис. 125, а).

На плане проекции скрещивающихся прямых могут быть параллельны, интервалы равны, но направления падения должно быть противоположным (рис. 125, б). В том случае, если и направления падения совпадают, тогда прямые параллельны.

На плане проекции скрещивающихся прямых могут быть параллельны, направления падения совпадают, но интервалы должны быть различны (рис. 125, в).

Скрещивающиеся прямые используются для определения видимости на чертеже (рис.125, а). Точка, принадлежащая прямой **CD** и имеющая отметку **4**, будет закрывать точку, принадлежащую на прямой **AB**, имеющую отметку **2**. Следовательно, прямая **CD** будет закрывать прямую **AB**.

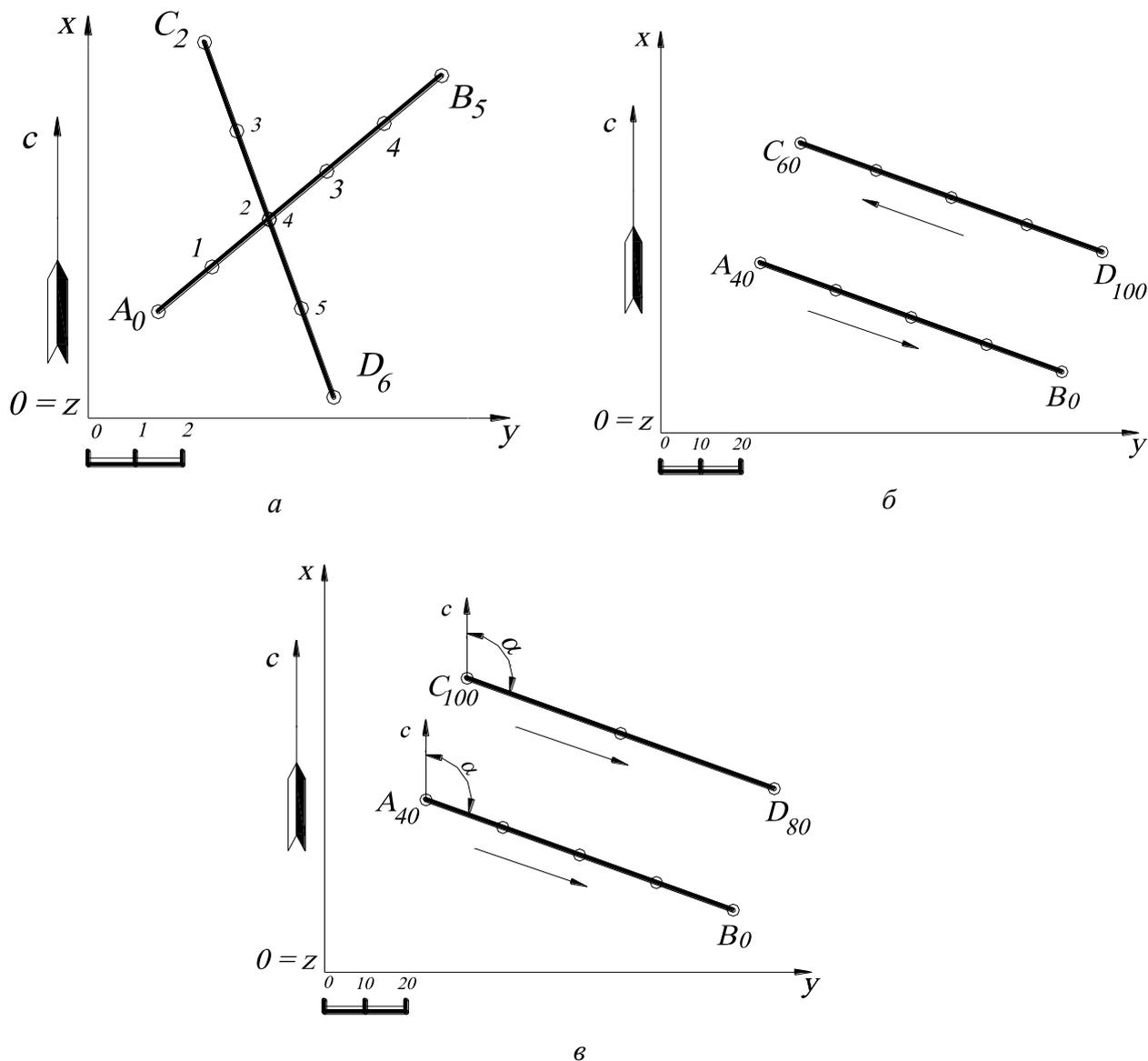


Рис. 125.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Перечислите способы задания прямой в проекциях с числовыми отметками.
2. Что такое уклон, заложение и интервал прямой?

3. Что называется градуированием прямой?
4. Изобразите на плане две пересекающиеся прямые, параллельные, скрещивающиеся.
5. Сформулируйте признаки параллельности прямых, заданных проекциями с числовыми отметками.
6. На заданной прямой  $A_{25}B_{80}$  построить точку  $C_?$ , отстоящую от основной плоскости проекций на 50. Прямая задана точками  $A(20,15, 25)$ ,  $B(50,70,80)$ .
7. На отрезке прямой  $A_{50}B_{10}$  найти точку  $C_?$ , делящую этот отрезок в отношении  $AC:CB=2:3$ . Прямая задана точкой  $A(50;30;50)$ , азимутом падения  $\alpha=120^0$ , углом падения  $\sigma =30^0$ .
8. Построить отрезок прямой, симметричный отрезку заданной прямой  $AB$  относительно: а) основной плоскости проекций, б) оси  $Ox$ , в) оси  $Oy$ , г) начала координат  $O$ . Отрезок задан точками  $A(35,15,10)$ ,  $B(15,50,40)$ .
9. На отрезке  $AB$  построить отрезок  $AC$  заданной длины  $/AC/=40$  мм и определить отметку точки  $C$ . Отрезок прямой задан координатами концов  $A$  и  $B$ . Отрезок задан точками  $A(35,15,10)$ ,  $B(15,50,40)$ .
10. Найти расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(40,30,40)$ ,  $B(20,70,30)$ ,  $C(10,25,20)$ .
11. Построить прямую  $CD_?$ , проходящую через точку  $C$ , параллельную прямой  $AB$ , длиной 50. Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(40,25,50)$ ,  $B(10,70,10)$ ,  $C(90,30,20)$ .
12. Построить проекции ромба  $ABCD$ , диагональ которого  $/BD/=50$  мм и лежит на прямой  $MN$ .  $A(35,60,50)$ ,  $M(40,20,30)$ ,  $N(10,80,30)$ .
13. Прямая  $AB$  имеет уклон  $i=1:2$ . Определить отметку точки  $B$ . Прямая задана точками  $A(20,15, 25)$ ,  $B(50,70,z)$ .

## 2. ПЛОСКОСТЬ

**Плоскость** – простейшая поверхность. Понятие плоскости (подобно точке и прямой) принадлежит к числу основных понятий геометрии. Плоскость обладает тем свойством, что любая прямая, соединяющая две её точки, целиком принадлежит ей.

### 2.1. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПЛОСКОСТЕЙ

Плоскость на чертеже можно задать:

1. Тремя неколлинейными точками, то есть тремя точками, не лежащими на одной прямой (рис. 126, *а*).
2. Точкой и прямой, не проходящей через эту точку (рис. 126, *б*).
3. Двумя пересекающимися прямыми (рис. 126, *в*).
4. Двумя параллельными прямыми, которые на чертеже в проекциях с числовыми отметками могут быть горизонталями (рис. 126, *г*; см. рис. 122).
5. Плоским отсеком (то есть любой плоской фигурой – кругом, многоугольником и т. п., рис. 126, *д*).
6. Масштабом заложения (рис. 126, *е*).

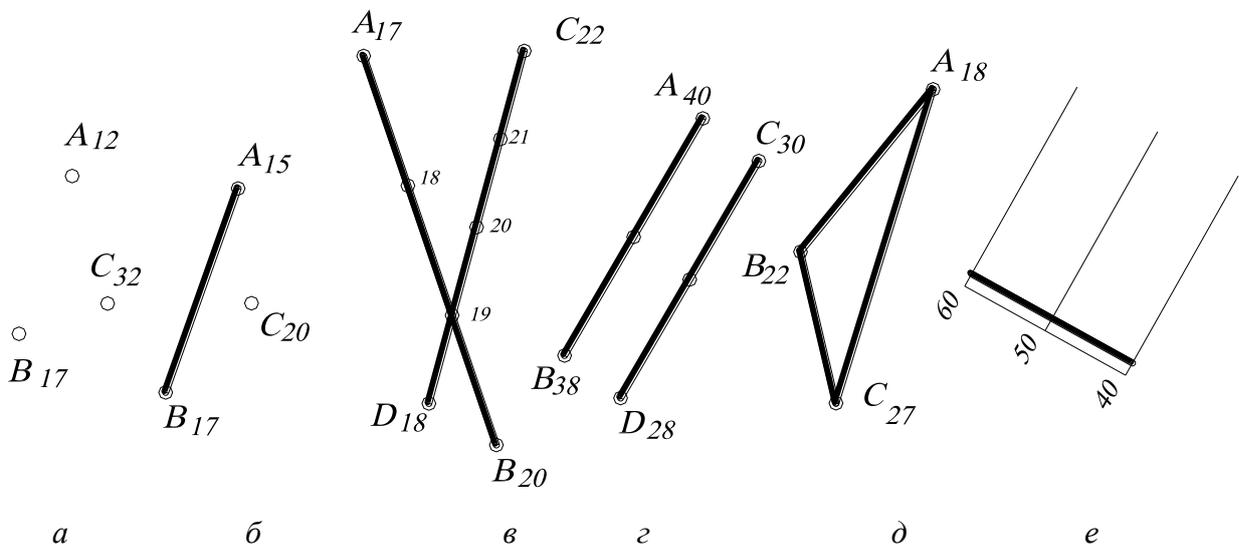


Рис. 126.

Плоскость относительно основной плоскости проекций  $H$  может занимать следующие положения:

- горизонтальное (параллельное плоскости  $H$ );
- вертикальное или проецирующее (перпендикулярное плоскости  $H$ );
- наклонное или общее положение (непараллельное и неперпендикулярное основной плоскости проекций  $H$ ).

Наиболее удобным и наглядным изображением плоскости в проекциях с числовыми отметками является задание с помощью *масштаба заложения плоскости*.

На рис. 127, 128 в аксонометрии и на плане изображена плоскость общего положения  $\omega$ . Дадим определения основных элементов этой плоскости, которые используются в проекциях с числовыми отметками.

**След плоскости  $\omega_n$**  - линия пересечения плоскости  $\omega$  с основной плоскостью проекций  $H$  (горизонталь с нулевой отметкой).

**Горизонталь плоскости** – прямая, принадлежащая плоскости и параллельная основной плоскости проекций  $H$  ( $0-0$ ,  $1-1$ ,  $2-2$ , на рис. 127, 128). Горизонтали плоскости могут рассматриваться как сечения заданной плоскости  $\omega$  семейством плоскостей, параллельных основной плоскости проекций.

**Отметка горизонтали** – высота  $z$  горизонтали над основной плоскостью проекций  $H$  (на рис. 127, 128 горизонтали проведены соответственно с отметками 0, 1 и 2 единицы масштаба). След плоскости  $\omega_n$  является горизонталью с нулевой отметкой.

**Линиями надения (наибольшего ската) плоскости** называются прямые, лежащие в этой плоскости и перпендикулярные к горизонталям этой плоскости (в том числе и к её горизонтальному следу  $AB \perp \omega_n$ ).

Согласно правилам проецирования прямого угла, горизонтальная проекция линии наибольшего ската плоскости перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали этой плоскости и к её горизонтальному следу.

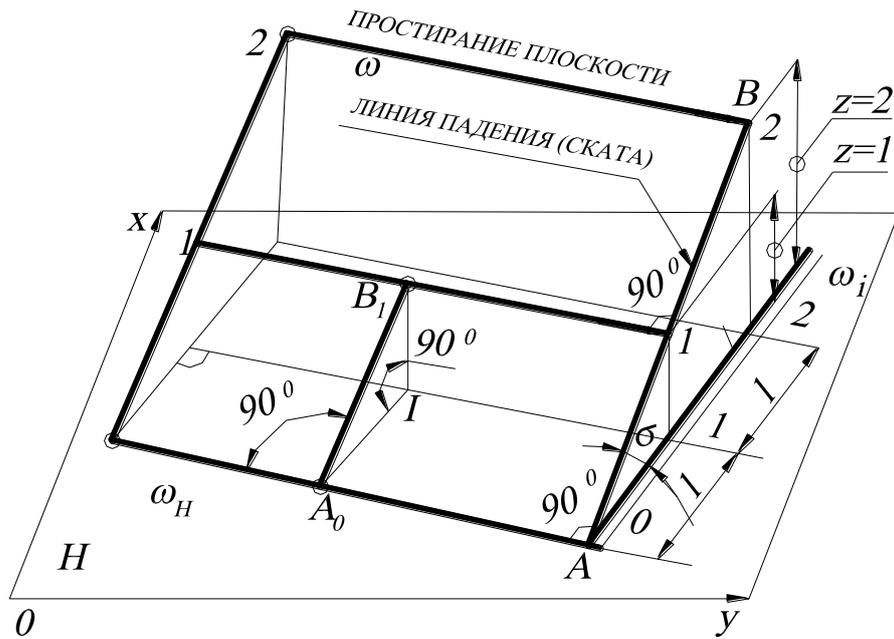


Рис. 127.

Профиль линии наибольшего ската есть линейный угол двугранного, образованного плоскостями  $\omega$  и  $H$ . Следовательно, линия наибольшего ската плоскости может служить для определения угла наклона этой плоскости к плоскости проекций  $H$ .

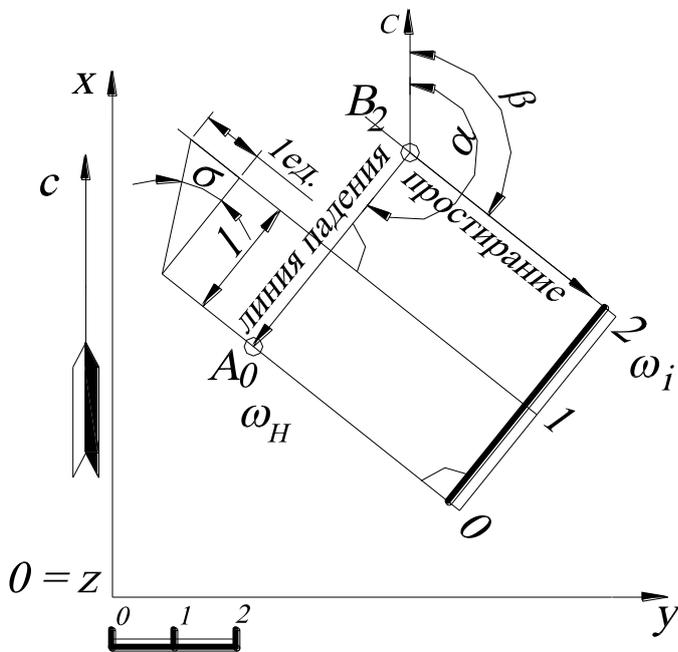


Рис. 128.

**Масштаб заложения.** Так называют градуированную проекцию линии падения (ската) плоскости. Так как линия ската плоскости перпендикулярна горизонталям, то масштаб заложения тоже перпендикулярен горизонталям плоскости. Масштаб заложения плоскости изображается на чертеже двумя параллельными прямыми (утолщённой и тонкой) и обозначается той же буквой, что и плоскость, с нижним индексом  $i$  —  $\omega_i$ .

буквой, что и плоскость, с нижним индексом  $i$  —  $\omega_i$ .

Перпендикулярно масштабу заложения плоскости проводят проекции её горизонталей. Вдоль масштаба заложения плоскости (со стороны тонкой линии) указываются отметки этих горизонталей, цифры числовых отметок про- ставляются так, чтобы их верх был ориентирован в сторону подъёма плоскости.

Изображение плоскости  $\omega$  масштабом заложения плоскости показано на рис. 128.

Кратчайшее расстояние на плане между проекциями двух соседних гори- зонталей, соответствующее единице высотного превышения, называется *ин- тервалом плоскости*  $\omega$  и обозначается  $l$  (см. рис. 127, 128).

*Угол падения плоскости*  $\sigma$  - угол наклона плоскости  $\omega$  к основной плос- кости проекций  $H$ . Определяется углом наклона между линией падения и её проекцией на основную плоскость проекций (см. рис. 127, 128).

*Уклон плоскости*  $i$  – отношение единицы линейного масштаба к интерва- лу:  $i = \frac{l}{l}$ , или тангенс угла падения плоскости:  $i = \text{tg}\sigma$ .

Иногда при решении инженерных задач на земной поверхности возникает необходимость ориентировать заданную плоскость относительно меридиана Земли. Для этого вводятся следующие термины.

*Азимут падения  $\alpha$  плоскости* - это угол, отсчитываемый по часовой стрелке на плане, от северного направления меридиана до направления падения плоскости (рис. 128). *Азимут восстания* отличается от азимута падения на  $180^\circ$ .

*Направление простирания плоскости* – это правое направление горизон- талей, если наблюдатель смотрит в сторону восстания плоскости.

*Азимут простирания  $\beta$  плоскости* – угол, отсчитываемый по часовой стрелке на плане, от северного направления меридиана до направления прости- рания (см. рис. 128).

Угол между азимутом простирания и азимутом падения всегда равен  $90^\circ$ .

Сечение вертикальной плоскостью называют в геологии профилем, или разрезом. Если разрез выполняется перпендикулярно простиранию плоскости, то он называется *вкрест простирания*, или *прямой*. Если вертикальный разрез не перпендикулярен простиранию, то такой разрез называется *косым*.

**ПРИМЕР.** Определить элементы залегания плоскости, заданной тремя неколлинеарными точками  $A_3$ ,  $B_2$ ,  $C_0$ . Построить разрез вкрест простирания, то есть вертикальная плоскость разреза должна проходить перпендикулярно горизонталям заданной плоскости (рис. 129).

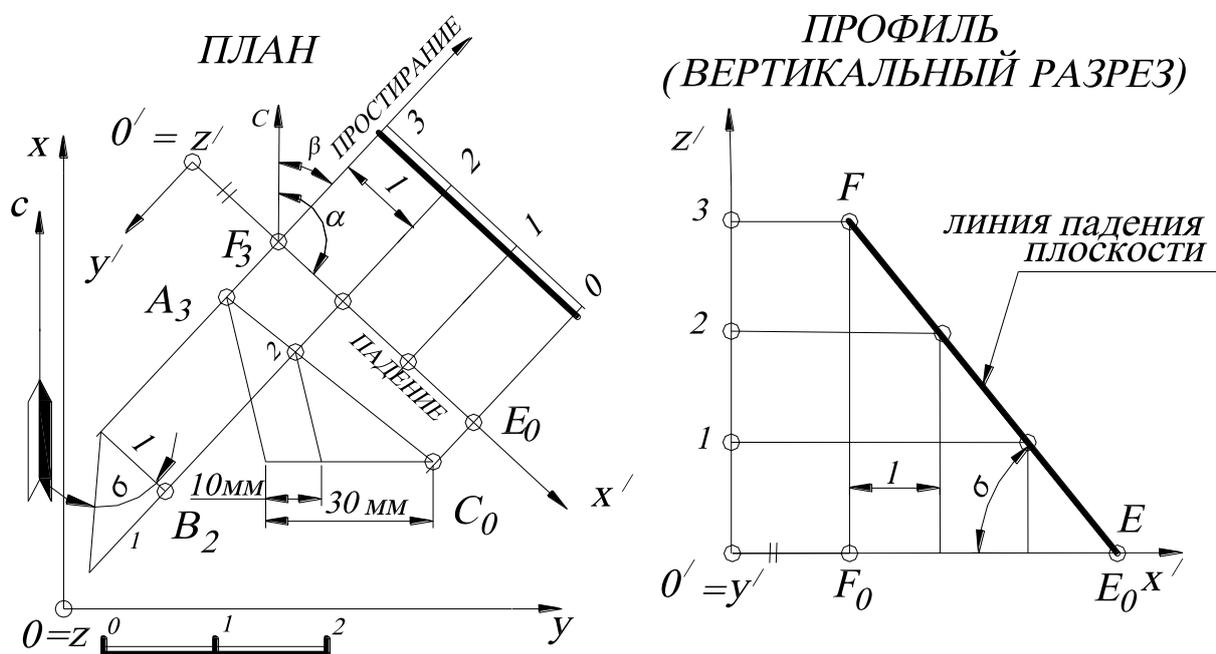


Рис. 129.

*Алгоритм решения.*

1. В заданной плоскости ( $A_3B_2C_0$ ) на плане строят горизонталь 2-2. Для этого необходимо проградировать проекцию отрезка прямой  $A_3C_0$  (см. рис. 129). Горизонталь с соседней целочисленной отметкой (3-3) будет параллельна горизонтали 2-2. Кратчайшее расстояние между горизонталями 2-2 и 3-3 является интервалом заданной плоскости  $l$ . Перпендикулярно к проекциям горизонталей задают масштаб заложения.



жать на горизонтали плоскости с отметкой 8 и удалена от точки  $A_9$  на величину интервала прямой  $l=5$  единиц линейного масштаба. Для выполнения этих условий из точки  $A_9$  как из центра проводят окружность радиусом  $R=5$  и находят точки пересечения её с 8-й или 10-й горизонталью плоскости  $\omega$  (точки  $B_8$  и  $C_8$ ). Точка  $A_9$  и точки  $B_8$  и  $C_8$  определяют две прямые, удовлетворяющие условию задачи: прямые  $A_9B_8$  и  $A_9C_8$  принадлежат плоскости  $\omega$ , проходят через точку  $A_9$  и имеют уклон  $i = 1:5$ .

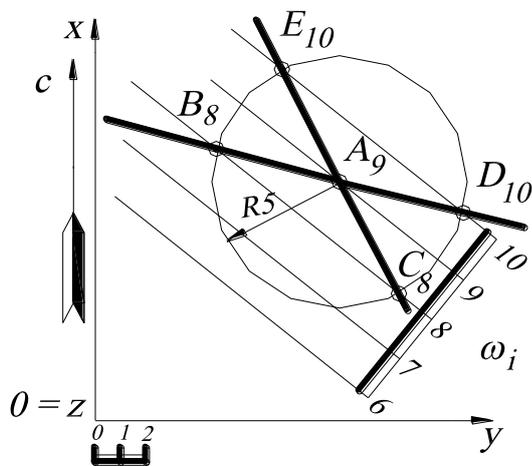


Рис. 131.

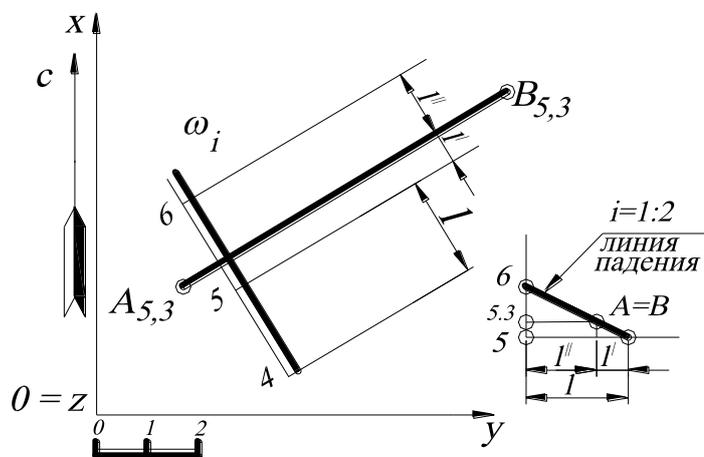


Рис. 132.

**ПРИМЕР 2.** Через проекцию отрезка горизонтальной прямой  $A_{5,3}B_{5,3}$  провести плоскость  $\omega$  с уклоном  $i = \frac{1}{2}$  (рис. 132).

Проекция прямой  $A_{5,3}B_{5,3}$  является проекцией горизонтали плоскости  $\omega$  с отметкой 5,3 – 5,3, так как по условию задачи через неё проходит плоскость. Следовательно, проводят перпендикулярно прямой  $A_{5,3}B_{5,3}$  масштаб заложения и градуируют его, зная интервал  $l = \frac{1}{i} = 2$  единицы масштаба. Для этого строят профиль, на котором определяют расстояния  $l'$  и  $l''$  от горизонтали с числовой отметкой 5,3 (то есть прямой  $A_{5,3}B_{5,3}$ ) до ближайших горизонталей с целочисленными значениями 5 и 6. Масштаб заложения  $\omega_i$  определяет искомую плос-

кость  $\omega$ . Задача имеет два решения, так как вторая плоскость будет иметь противоположное направление падения.

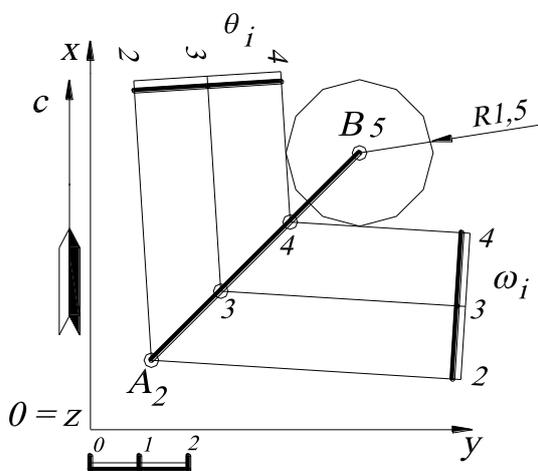


Рис. 133.

**ПРИМЕР 3.** Через прямую  $A_2B_5$

общего положения провести плоскость  $\omega$  с уклоном  $i = 1:1,5$  (рис. 133).

Градуируют прямую  $A_2B_5$ . Строят конус вращения с вершиной в точке  $B$ , вертикальной осью и окружностью основания, радиус которой равен  $1,5$  единицы линейного масштаба и которая расположена в горизонтальной плоскости с отметкой  $4$  (на  $1$

м ниже точки  $B$ ). Уклон любой образующей конуса и уклон любой его касательной плоскости  $i = 1:1,5$ . Поэтому две искомые плоскости  $\theta_i$  и  $\omega_i$  - это две касательные плоскости к конусу, проходящие через прямую  $A_2B_5$ .

## 2.3. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ

Плоскости в пространстве могут быть параллельны, пересекаться и быть взаимно перпендикулярными.

### 2.3.1. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЛОСКОСТИ

Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости будут соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости. На чертеже проекции горизонталей параллельных плоскостей будут соответственно параллельны, масштабы заложения одинаковые и направления падения их совпадают.

При решении конкретных инженерных задач в проекциях с числовыми отметками встречается необходимость определения мощности слоя. Будем рас-

считать *слой* как часть пространства, ограниченную двумя параллельными плоскостями (рис. 134). Верхняя плоскость слоя  $\theta$  называется *кровлей* (на чертеже изображается красным цветом), а нижняя плоскость слоя  $\omega$  – *подшовой* (на чертеже изображается синим цветом).

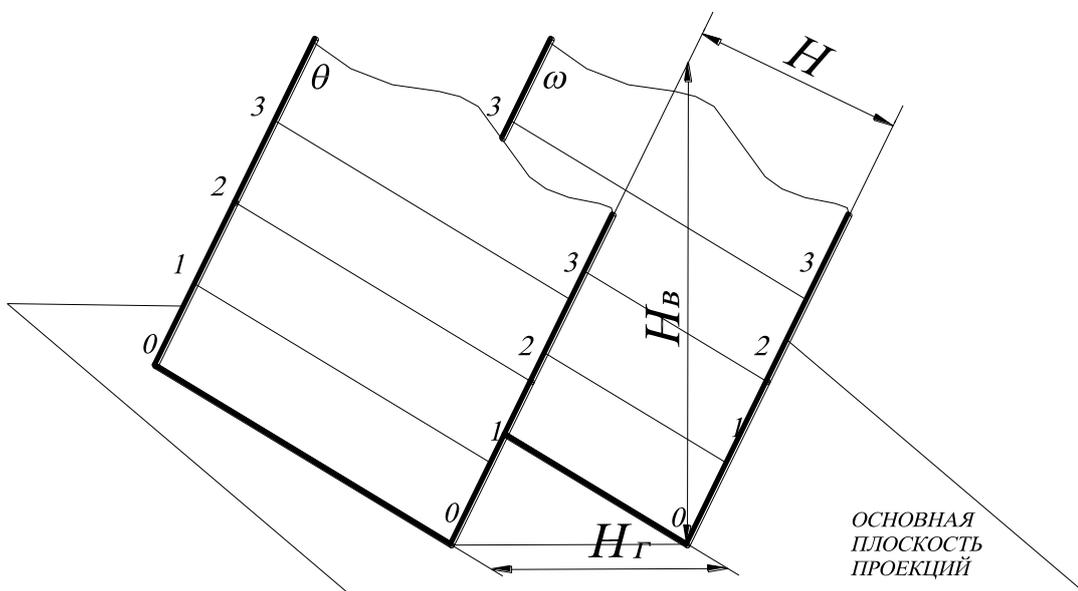


Рис. 134.

$H$  – *мощность слоя* (нормальная мощность, истинная мощность) – кратчайшее расстояние между двумя параллельными плоскостями кровли и подошвы.

$H_B$  – *вертикальная мощность* – расстояние от плоскости кровли до плоскости подошвы, измеряемое по вертикали.

$H_G$  – *горизонтальная мощность* – расстояние между плоскостью кровли и плоскостью подошвы в горизонтальном направлении.

$H_{\text{вид}}$  – *видимая мощность* – кратчайшее расстояние от кровли до подошвы слоя, определяемое по топографической поверхности.

**ПРИМЕР.** Определить нормальную  $H$ , горизонтальную  $H_G$  и вертикальную  $H_B$  мощности слоя, заданного двумя параллельными плоскостями  $\theta_i$  и  $\omega_i$  (рис. 135).

Для этого строят прямой профиль, плоскость которого перпендикулярна горизонталям плоскости. Построение профиля показано на рис. 135. Выбирают локальную систему координат  $\theta'x'y'z'$  на плане. Плоскость профиля определяют оси  $x'$  и  $z'$ . На профиле с помощью заложения прямой  $AB$  определяют линию падения плоскости  $\theta$ , которая является плоскостью подошвы заданного слоя. Для построения кровли на профиле определяют точку  $C$  (с помощью заложения  $L$ ), через которую проводят прямую, параллельную прямой  $AB$ . Прямая, проходящая через точку  $C$  на профиле, является линией падения плоскости кровли.

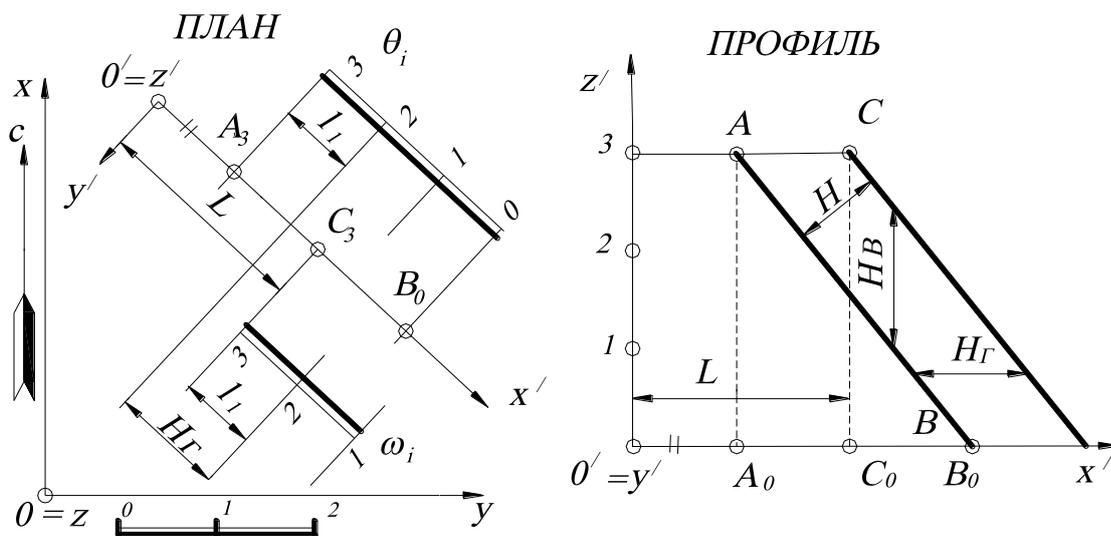


Рис. 135.

Кратчайшее расстояние на прямом профиле между линией падения кровли и линией падения подошвы, – нормальная мощность слоя  $H$ . Расстояние на этом профиле от линии падения кровли до линии падения подошвы, измеренное по вертикали – вертикальная мощность слоя  $H_B$ .

Расстояние на прямом профиле от линии падения кровли до линии падения подошвы, измеряемое в горизонтальном направлении, – горизонтальная мощность слоя  $H_G$ . Горизонтальная мощность слоя измеряется параллельно основной плоскости проекций, поэтому эту мощность можно определить на плане как расстояние между одноимёнными (с одинаковыми высотными отметками) горизонталями плоскостей  $\theta_i$  и  $\omega_i$ .

### 2.3.2. ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ ПЛОСКОСТИ

Пересекающиеся плоскости всегда имеют действительную прямую пересечения. Для нахождения прямой пересечения заданных плоскостей необходимо найти общие точки или точку и направление.

Рассмотрим несколько способов построения линии пересечения на конкретных примерах.

**ПРИМЕР 1.** Найти линию пересечения заданных плоскостей  $A_{10}B_{20}C_{30}$  и  $D_{30}E_{15}F_{10}$  (рис. 136).

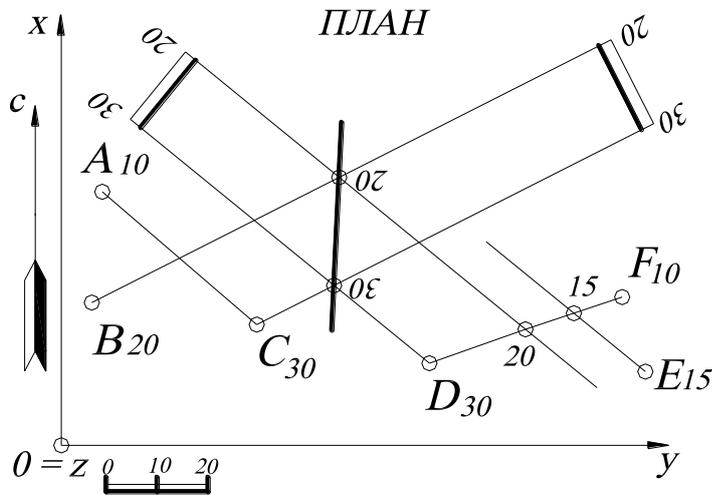


Рис. 136.

В заданных плоскостях  $A_{10}B_{20}C_{30}$  и  $D_{30}E_{15}F_{10}$  находят направление горизонталей (см. рис. 129). Затем находят точки пересечения горизонталей заданных плоскостей, имеющих одинаковые высотные отметки. Такими горизонталями на рис. 136 являются  $30-30$  и  $20-20$ . Их точки пересечения определяют прямую пересечения заданных плоскостей.

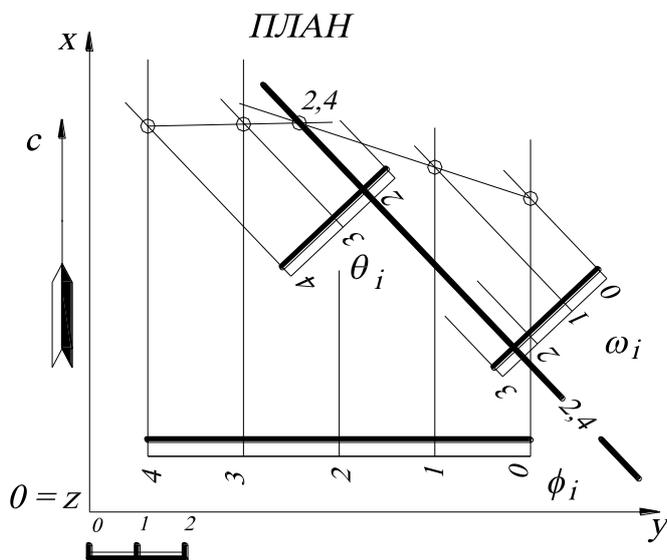


Рис. 137.

Одноимённые горизонталы плоскостей, использованные в *примере 1*, здесь ничего не дают, поскольку горизонталы данных плоскостей параллельны. В

**ПРИМЕР 2.** Найти линию пересечения заданных плоскостей  $\theta$  и  $\omega$ , азимуты падения которых одинаковы или отличаются друг от друга на  $180^\circ$  (рис.137).

Одноимённые горизонталы плоскостей, использованные в *примере 1*, здесь ничего не дают, поскольку горизонталы данных плоскостей параллельны. В

этом случае линия пересечения плоскостей по направлению будет совпадать с направлением горизонталей, которые по условию задания параллельны между собой. Остаётся найти общую точку.

*Алгоритм решения:*

1. Вводят вспомогательную плоскость  $\phi_i$  общего положения.
2. Строят линию пересечения плоскости посредника  $\phi_i$  с заданной плоскостью  $\theta_i$ , так же, как в примере 1.
3. Строят линию пересечения плоскости посредника  $\phi_i$  с заданной плоскостью  $\omega_i$ .
4. Найденные линии пересечения дают искомую точку с отметкой 2,4 (нахождение числовой отметки на рис. 137 не показано, которое выполняется методом градуирования любой из прямых). Эта точка принадлежит всем трём плоскостям и является их общей точкой.

Подобную задачу можно решить с помощью построения профилей заданных плоскостей (рис. 138).

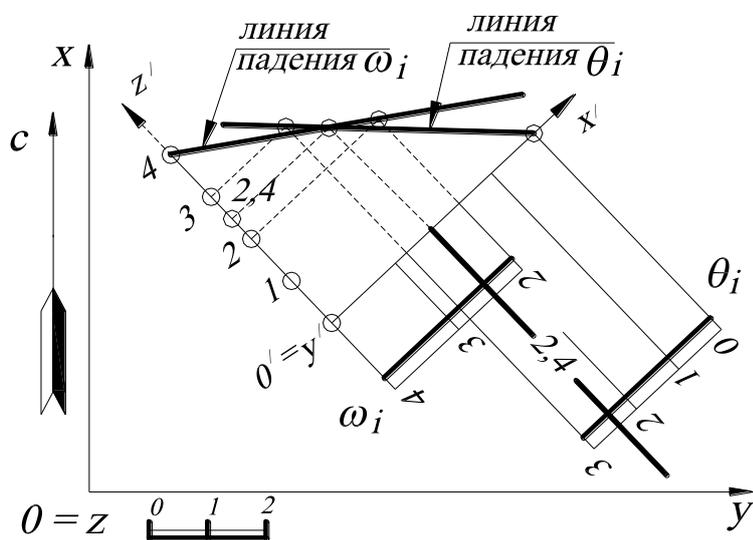


Рис. 138.

В этом случае задают профиль (удобнее в проекционной связи, см. рис.138) перпендикулярно горизонталям заданных плоскостей. Для этого вводят локальную систему отсчёта  $\theta'x'z'$ . На профиле строят линии падения (скатов) плоскостей  $\theta_i$  и  $\omega_i$ . Точка пересечения линий скатов

заданных плоскостей определяет искомую точку, а направление искомой линии пересечения будет параллельно горизонталям плоскостей  $\theta_i$  и  $\omega_i$ .

**Пересечение плоскости общего положения с вертикальной плоскостью.** В этом случае проекция искомой линии пересечения совпадает с вертикальной плоскостью. Такое сечение в проекциях с числовыми отметками называется вертикальным разрезом. Разрез строится по аналогии с построением профиля. Если секущая плоскость задана вкрест простирания плоскости общего положения (то есть перпендикулярно горизонталям плоскости), то на разрезе получается линия падения заданной плоскости. Если секущая плоскость задана не перпендикулярно простиранию, то на разрезе может получиться:

- горизонталь заданной плоскости.
- прямая, не совпадающая с линией ската плоскости (*косой* разрез).

**Пересечение плоскости общего положения с горизонтальной плоскостью.** Проекция линии пересечения совпадает с горизонталью заданной плоскости общего положения.

## 2.4. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

1. Прямая принадлежит плоскости.
2. Прямая параллельна плоскости.
3. Прямая пересекает плоскость.
4. Прямая перпендикулярна плоскости.

Если на модели непосредственно нельзя установить взаимное положение прямой и плоскости, то прибегают к некоторым вспомогательным построениям, в результате которых от вопроса о взаимном положении прямой и плоскости переходят к вопросу о взаимном положении данной прямой и некоторой вспомогательной прямой. Для этого проводят через данную прямую  $AB$  вспомогательную плоскость  $\omega$  так, чтобы эта плоскость пересекла данную плоскость  $\theta$  (рис. 139). Затем рассматривают прямую  $MN$  – прямую пересечения плоскостей  $\omega$  и  $\theta$ . При этом возможны три случая:

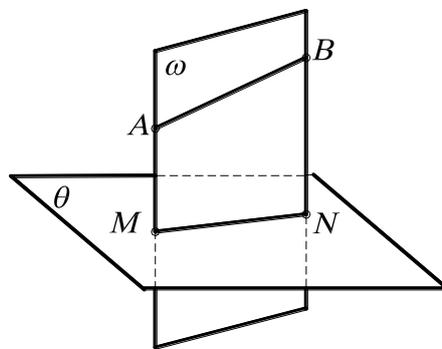


Рис. 139.

1. Прямая  $MN$  совпадает с прямой  $AB$  – это соответствует тому, что прямая  $AB$  принадлежит плоскости  $\theta$ .

2. Прямая  $MN$  пересекает прямую  $AB$  – это соответствует тому, что прямая  $AB$  пересекает плоскость  $\theta$ .

3. Прямая  $MN$  параллельна прямой  $AB$  – это соответствует тому, что прямая  $AB$  параллельна плоскости  $\theta$ .

Итак, указанный приём определения взаимного положения прямой и плоскости заключается в следующем:

- Через данную прямую проводят вспомогательную плоскость и строят линию пересечения этой плоскости и данной плоскости.
- Устанавливают взаимное положение данной прямой и прямой пересечения плоскостей; найденное положение определяет взаимное положение данной прямой и плоскости.

Решая различные задачи с применением вспомогательных плоскостей, необходимо выбирать эти плоскости так, чтобы все возникающие при этом построения были по возможности проще, и чтобы этих построений было меньше.

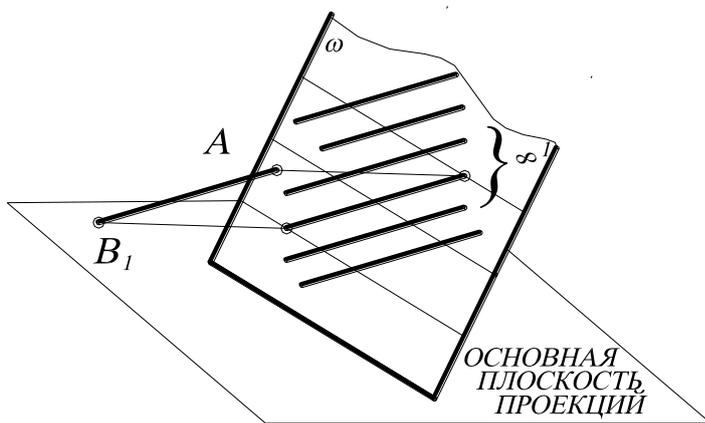


Рис. 140.

Теория принадлежности прямой плоскости рассмотрена выше.

Прямая параллельна плоскости, если в плоскости найдётся хоть одна прямая, параллельная ей. Вообще таких прямых однопараметрическое множество  $\infty^1$  или пучок прямых (рис. 140).

### 2.4.1. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ С ПЛОСКОСТЬЮ

Для нахождения точки пересечения прямой с плоскостью удобнее всего придерживаться следующего **алгоритма**:

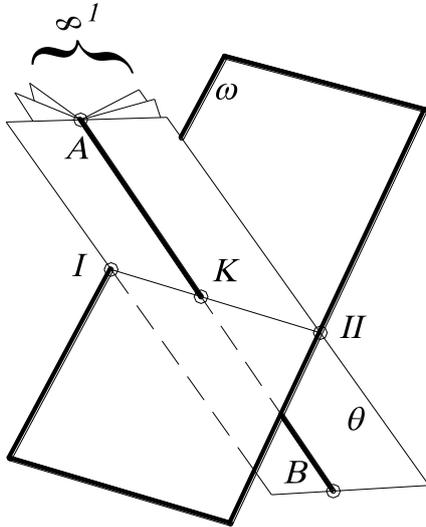


Рис. 141.

1. Через заданную прямую  $AB$  (рис.141) проводят вспомогательную плоскость-посредник  $\theta$  (таких плоскостей может быть  $\infty^1$  - пучок).
2. Находят линию пересечения  $I II$  вспомогательной плоскости-посредника  $\theta$  с заданной плоскостью  $\omega$ .
3. Искомая точка  $K$  будет находиться на пересечении заданной прямой  $AB$  с линией пересечения  $I II$  плоскости-посредника  $\theta$  и заданной плоскости  $\omega$ .

4. Определяют видимость проекции прямой  $AB$  на чертеже по конкурирующим точкам и числовую отметку точки  $K$ .

**ПРИМЕР.** Найти точку пересечения прямой  $A_1B_5$  с плоскостью  $\omega$ , заданной масштаб заложения  $\omega_i$  (рис. 142).

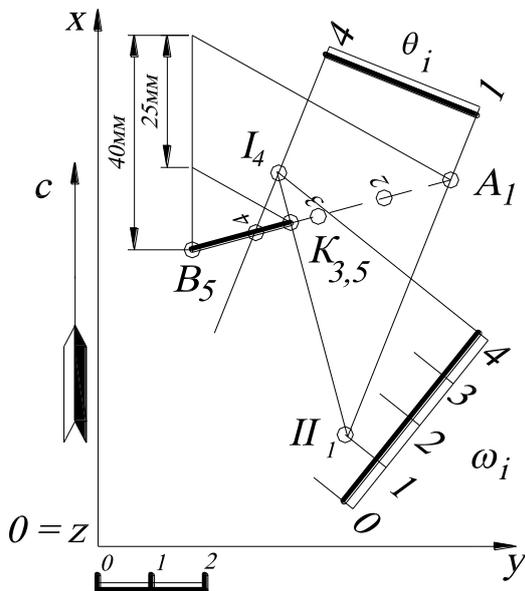


Рис. 142.

Через заданную прямую  $A_1B_5$  проводят вспомогательную плоскость-посредник  $\theta$  (на чертеже эта плоскость задана двумя горизонталями  $h_1$  и  $h_4$ ; см. признак принадлежности прямой к плоскости). Определяют пересечение посредника  $\theta$  с заданной плоскостью  $\omega$  – пересечение горизон-

талей с одинаковыми высотными отметками. Таким образом, находят точки  $I$  и

**II.** Точки *I* и *II* определяют линию пересечения плоскости-посредника  $\theta$  и заданной  $\omega$ . Точка пересечения найденной прямой линии *I II* с прямой  $A_1B_5$  даёт искомую точку *K*.

Для нахождения высотной отметки точки *K* используют градуирование прямой  $A_1B_5$ . Из точки  $B_5$  проводят прямую под произвольным углом. На этой прямой откладывают разность высотных отметок *A* и *B*, которая равна 4 ед. (1 ед.=10 мм). Затем через подобные треугольники находят числовую отметку искомой точки –  $K_{3,5}$ . Точка *K* является точкой, в которой заданная прямая изменяет свою видимость, то есть те числовые отметки проекции прямой  $A_1B_5$ , которые выше заданной проекции плоскости  $\omega$ , там проекция прямой видима (и наоборот).

### 2.4.2. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Вначале рассмотрим *теорему о частном проецировании прямого угла*, суть которой в следующем.

*Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая ей не перпендикулярна, то прямой угол проецируется на эту плоскость проекций в виде прямого угла* (рис.143, а).

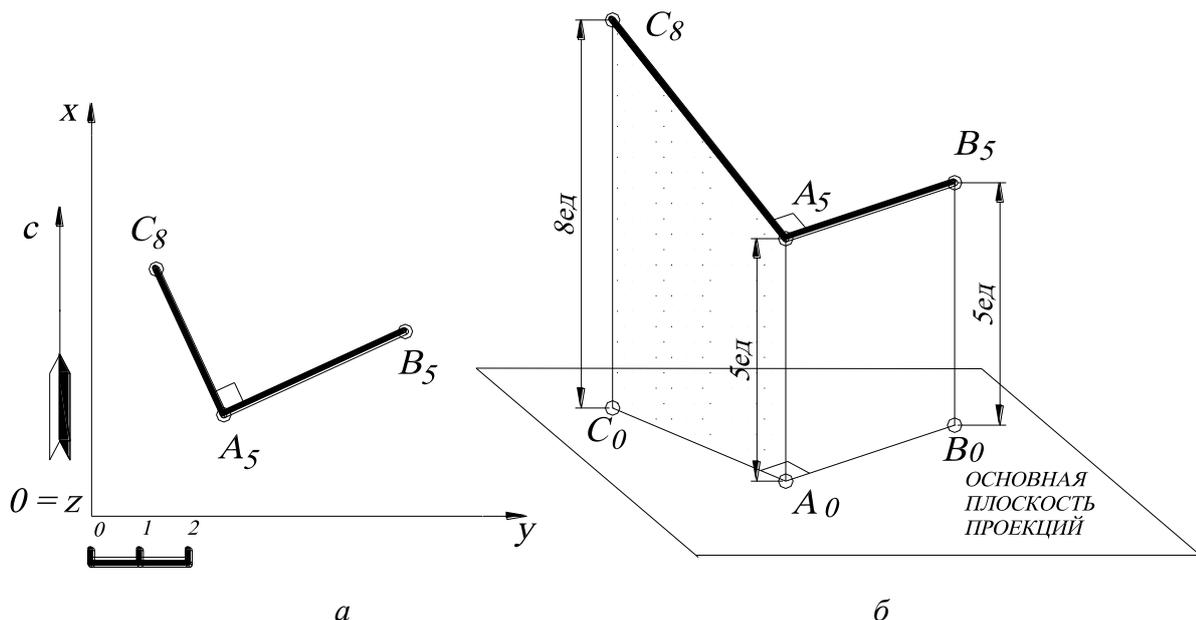


Рис. 143.

**Доказательство** (рис. 143, б). Отрезок прямой  $A_5B_5$  перпендикулярен отрезку  $B_5B_0$  по построению. Отрезок прямой  $A_5C_8$  перпендикулярен  $A_5B_5$  по заданию. Следовательно, отрезок прямой  $A_5B_5$  будет перпендикулярен плоскости  $C_8C_0A_0A_5$ . Отрезок прямой  $A_0B_0$  параллелен отрезку прямой  $A_5B_5$ . Таким образом, отрезок прямой  $A_0B_0$  также перпендикулярен плоскости  $C_8C_0A_0A_5$ . Следовательно, отрезок прямой  $A_0B_0$  перпендикулярен отрезку прямой  $A_0C_0$ .

**Свойство перпендикулярности прямой и плоскости:** если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости. На чертеже проекция (заложение) этой прямой всегда перпендикулярна к горизонталям этой плоскости (на основании теоремы о частном проецировании прямого угла) (рис. 144).

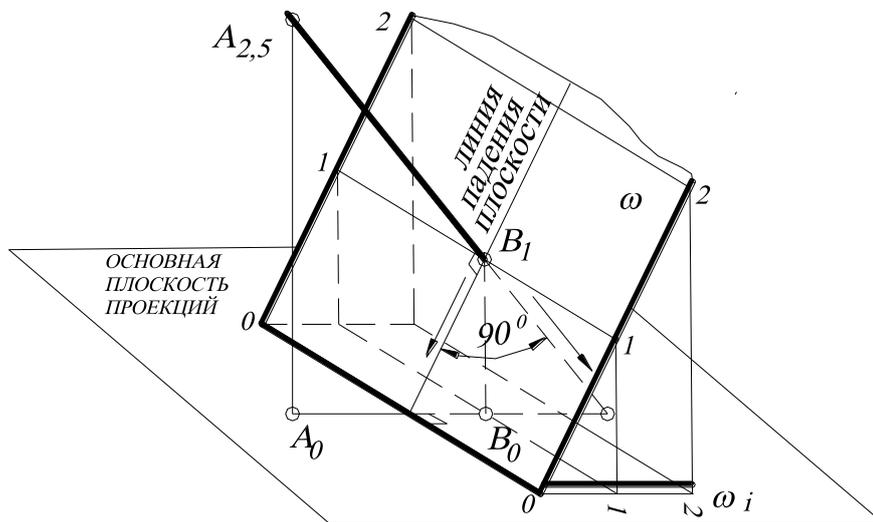


Рис. 144.

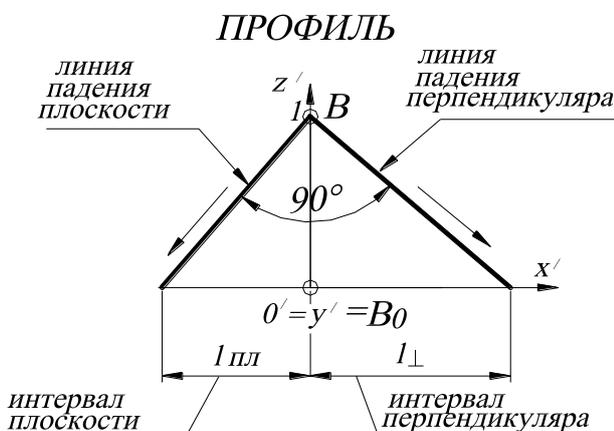


Рис. 145.

Интервал прямой  $l$ , перпендикулярной к плоскости, определяется с помощью прямого угла, построенного на профиле или через уклон  $i$ , так как это величина обратно пропорциональная уклону:  $i = \frac{l}{l_{\perp}}$ ,  $l = \frac{l_{\perp}}{i}$  (рис. 145).

**ПРИМЕР.** Дана точка  $A_3$ , принадлежащая плоскости  $\omega$ . Построить прямую  $A_3B_7$ , перпендикулярную плоскости  $\omega$ . Плоскость  $\omega$  задана масштабом заложения  $\omega_i$  (рис. 146).

На плане проекция (заложение) искомой прямой  $A_3B_7$ , перпендикулярной плоскости, всегда перпендикулярна горизонталям плоскости (на основании теоремы о проецировании прямого угла).

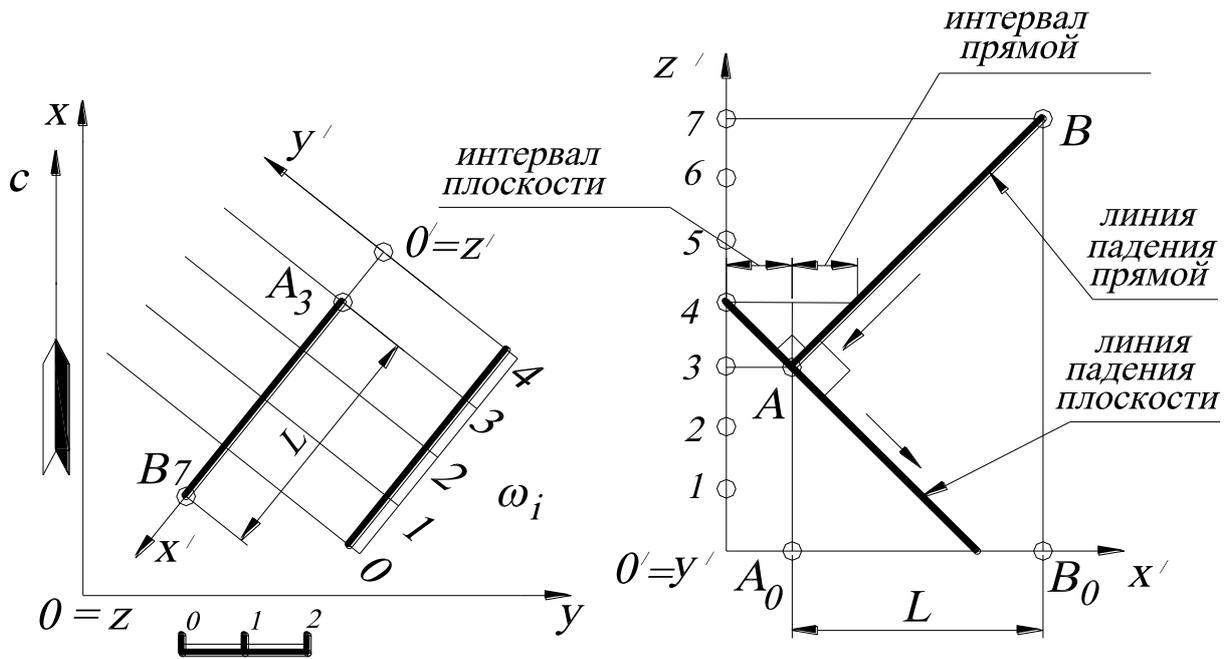


Рис. 146.

Направление падения искомого перпендикуляра и заданной плоскости  $\omega_i$  противоположны, а интервал перпендикуляра определяется с помощью профиля, построением прямого угла к линии падения плоскости. Таким образом, определив на профиле интервал прямой и отложив его (на плане) на заложении прямой четыре раза в сторону восстания, получают точку  $B_7$ .

Можно решить по-другому, то есть построить точку  $B_7$  на профиле и с помощью заложения  $L$  найти её на плане. Задача имеет два решения.

Если подобная задача (построение перпендикуляров) решается многократно, то следует прибегнуть к использованию шаблона (полетки), представляющего собой нарисованный прямой угол на прозрачном материале (калька, пластик). Располагая соответствующим образом этот шаблон, можно сразу найти

масштаб заложения прямой, зная масштаб заложения плоскости на профиле, который удобнее всего расположить на миллиметровой бумаге.

## 2.5. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

**Признак перпендикулярности плоскостей.** Если плоскость проходит через перпендикуляр к другой плоскости, то эти плоскости взаимно перпендикулярны. Вообще говоря, таких перпендикуляров будет целый пучок параллельных прямых, то есть однопараметрическое множество прямых  $\infty^1$  (рис. 147).

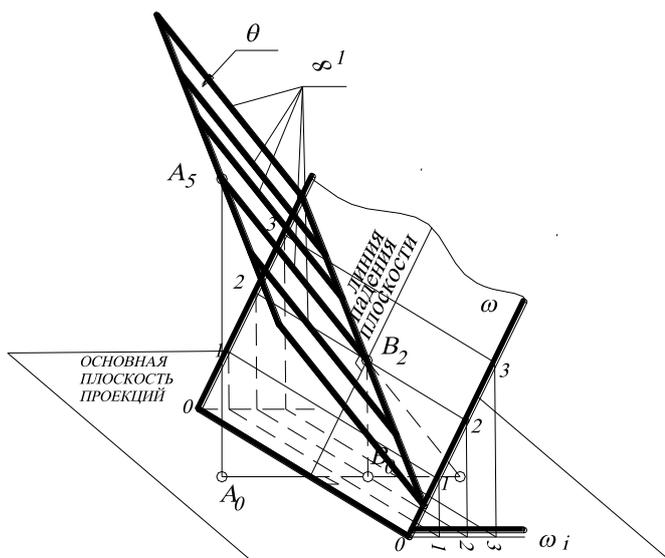


Рис. 147.

Если плоскость проходит через перпендикуляр к другой плоскости, то эти плоскости взаимно перпендикулярны. Вообще говоря, таких перпендикуляров будет целый пучок параллельных прямых, то есть однопараметрическое множество прямых  $\infty^1$  (рис. 147).

**ПРИМЕР.** Через заданный отрезок прямой  $F_{10}D_{30}$  построить плоскость  $\omega$ , перпендикулярную заданной плоскости  $A_{10}B_{20}C_{30}$  (рис. 148).

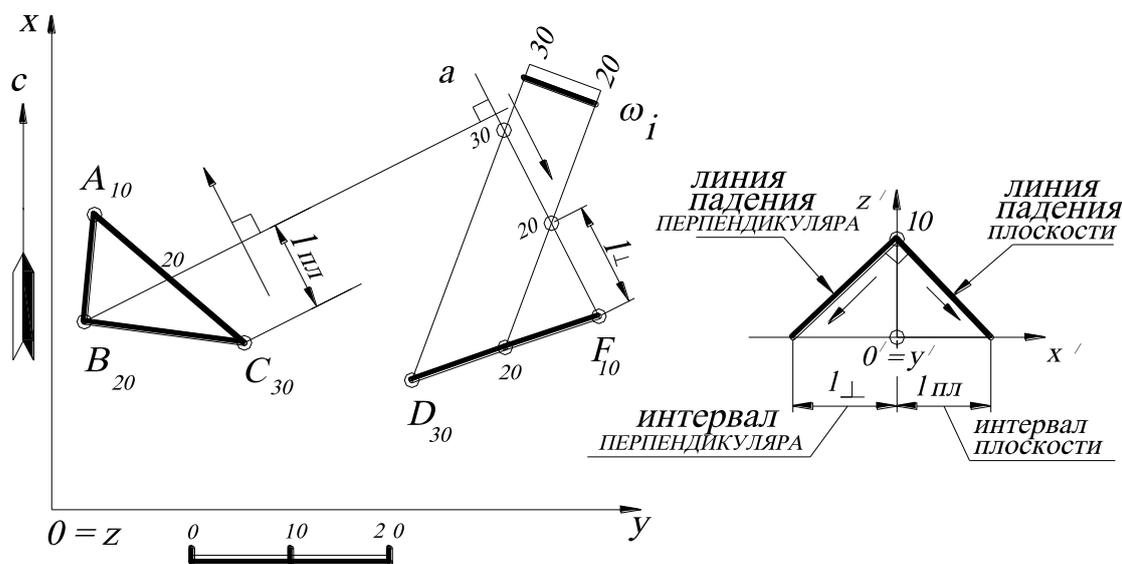


Рис. 148.

Плоскости перпендикулярны, если в одной из них содержится перпендикуляр к другой плоскости. Поэтому через произвольную точку проекции отрезка прямой  $F_{10}D_{30}$  (например, через проекцию точки  $F_{10}$ ) проводят произвольную прямую  $a$ , перпендикулярную плоскости треугольника  $A_{10}B_{20}C_{30}$  (на основании теоремы о частном проецировании прямого угла). Для этого в плоскости треугольника  $A_{10}B_{20}C_{30}$  находят горизонталь. На профиле определяют интервал прямой  $a$ . Проградуировав на плане прямую  $a$ , зная, что падение перпендикуляра и плоскости противоположно, строят горизонтали искомой плоскости  $\omega$ . Искомую плоскость на плане задают масштабом заложения  $\omega_1$ .

### **ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1. Построить треугольник  $ABC$  и найти его азимут падения  $\alpha$ , азимут простирания  $\beta$ , угол падения  $\sigma$  и интервал  $l$ . Точки заданы координатами:  $A(50, 10, 100)$ ,  $B(10, 50, 70)$ ,  $C(60, 80, 25)$ .
2. Через точку  $C$  провести по плоскости  $ABC$  прямую, уклон которой вдвое меньше уклона плоскости. Точки заданы координатами:  $A(50, 10, 100)$ ,  $B(10, 50, 70)$ ,  $C(60, 80, 25)$ .
3. Построить плоскость  $P_i$ , с уклоном  $i=1:1,5$ , проходящую через отрезок прямой  $AB$ . Точки заданы координатами:  $A(50, 10, 100)$ ,  $B(10, 50, 70)$ .
4. Плоскость  $ABC$  имеет уклон  $i=1:3$ . Определить масштаб чертежа. Точки заданы координатами:  $A(50, 10, 100)$ ,  $B(10, 50, 70)$ ,  $C(60, 80, 25)$ .
5. Построить точку  $B_{10}$ , принадлежащую прямой  $AB$ . Прямая  $AB$  перпендикулярна плоскости  $P_i$ . Точка  $A$  задана координатами  $A(30, 30, 70)$ , плоскость  $P_i$  задана точкой  $C(50, 20, 50)$ , азимутом падения  $\alpha=150^\circ$ , интервалом  $l=20$ .
6. Определить расстояние от точки  $K_{10}$  до плоскости, заданной треугольником  $ABC$ . Точки заданы координатами  $A(20, 40, 20)$ ,  $B(15, 90, 50)$ ,  $C(45, 60, 30)$ ,  $K(35, 100, 10)$ .

7. Построить треугольник  $ABC$ , принадлежащий плоскости  $P_i$ , если известно, что  $AB=BC=CA=40$  мм, сторона  $AB$  параллельна основной плоскости проекций. Плоскость  $P_i$  задана точкой  $A(25, 45, 40)$ , азимутом падения  $\alpha=150^\circ$  и интервалом  $l=10$ .
8. Построить плоскость  $P_i$ , проходящую через точку  $K(20, 40, 55)$  и параллельную плоскости треугольника  $ABC$ . Точки заданы следующими координатами:  $A(50, 40, 30)$ ,  $B(0, 80, 60)$ ,  $C(70, 80, 0)$ .

### 3. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА В ПРОЕКЦИЯХ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ

Решение позиционных и метрических задач значительно упрощается, если геометрические многообразия находятся в частном положении относительно плоскости проекций. Поэтому для более простого решения задач часто прибегают к такому преобразованию чертежа, которое переводило бы интересующие нас прямые и плоские фигуры оригинала из общего положения относительно плоскости проекций в частное (в проецирующие прямые или прямые уровня; в проецирующие плоскости или плоскости уровня).

Под *позиционными* будем понимать задачи по определению общих элементов различных геометрических многообразий. К ним относятся задачи на взаимопринадлежность (определение точки на линии или поверхности, проведение плоскости через данные линии и т. п.) и задачи на пересечение геометрических многообразий (нахождение линии пересечения двух поверхностей, определение точки пересечения линии с поверхностью и т. п.).

*Метрическими* называются задачи, в которых необходимо определить значения геометрических величин – длин отрезков, размеры углов, расстояния между геометрическими многообразиями, а также площадь, объём и т. п.

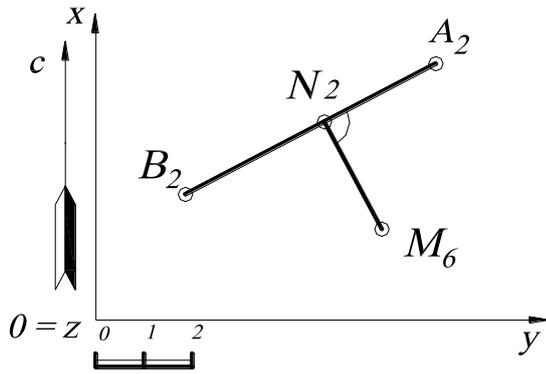


Рис. 149.

Например, для построения перпендикуляра из точки  $M_6$  к горизонтальной прямой  $A_2B_2$  (рис. 149) достаточно провести прямую на плане  $M_6N_2 \perp A_2B_2$  (на основании теоремы о частном проецировании прямого угла). Непосредственно по данному чертежу определяется натуральная величина отрезка прямой  $AB$ , равная проекции отрезка прямой  $A_2B_2$ .

Однако для нахождения натуральной величины отрезка прямой общего положения  $M_6N_2$  необходимо выполнить дополнительные построения.

Аналогично решают задачи и в том случае, когда на чертеже даны плоскости частного положения (рис. 150, а, б).

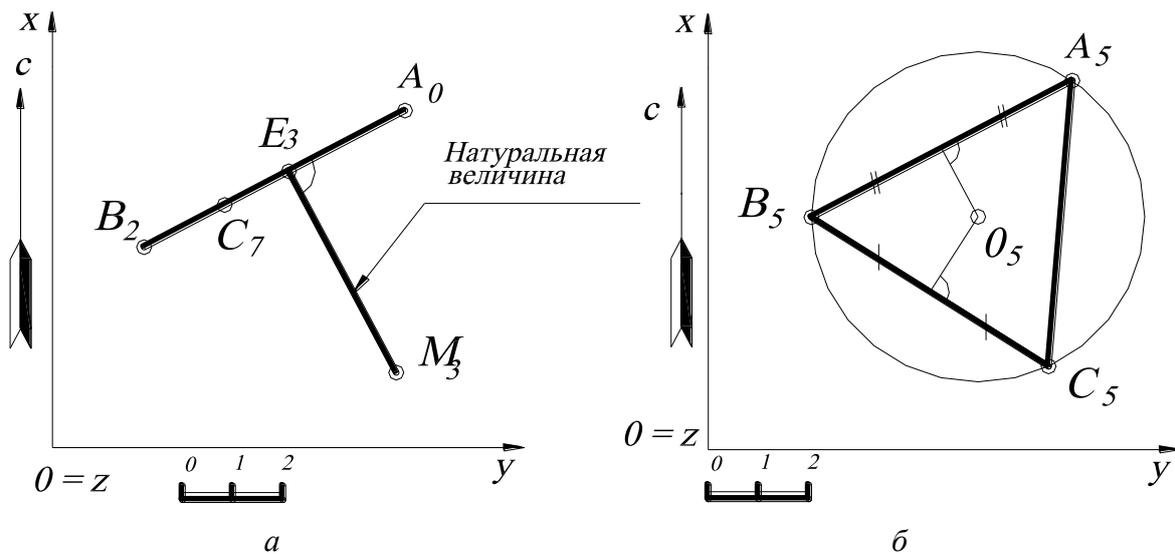


Рис. 150.

Несложно, например, построить перпендикуляр  $ME$  ( $M_3E_3$ ) из точки  $M$  ( $M_3$ ) к проецирующей плоскости, заданной треугольником  $ABC$  ( $A_0B_2C_7$ ), и найти его основание  $E$  ( $E_3$ ). Для этого достаточно провести прямую из проекции точки  $M_3$ , перпендикулярную к проекции треугольника  $A_0B_2C_7$ . При этом одновременно находят натуральную величину расстояния от заданной точки  $M$  до плоскости треугольника  $ABC$ , равную проекции отрезка  $M_3E_3$  (рис. 150, а).

Натуральная величина плоских фигур определяется на чертеже тогда, когда плоскость фигуры параллельна плоскости проекций, то есть является плоскостью уровня. На рис. 150, б треугольник  $ABC$ , лежащий в горизонтальной плоскости  $\Delta_5$ , проецируется на плане без искажения, то есть проекция этого треугольника равна оригиналу. Поэтому любые построения можно выполнять непосредственно на проекции треугольника  $A_5B_5C_5$ . Если, например, надо найти центр описанной окружности около треугольника  $ABC$ , то для этого достаточно построить окружность, описанную около проекции треугольника  $A_5B_5C_5$ .

Таким образом, рассмотренные примеры убеждают в преимуществах, которые могут быть получены при переходе от общего расположения оригиналов относительно плоскости проекций к их частному положению.

Изменения взаимного расположения объекта и плоскости проекций можно достичь двумя способами:

- 1) заменяя данную плоскость проекций новой плоскостью проекций так, чтобы неподвижный объект в пространстве оказался в каком-либо частном положении относительно новой системы отсчёта – *способ замены плоскостей проекций*;
- 2) перемещая объект в пространстве так, чтобы он оказался в частном положении относительно неизменной плоскости проекций – *способы вращения*.

### 3.1. СПОСОБ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Особенностью способа замены плоскостей проекций является переход от данной системы координат  $Oxyz$ , в которой заданы проекции объекта («старая система»), к *новой* системе координат  $O'x'y'z'$ . При этом главным условием является то, что новая плоскость проекций и «старая» взаимно перпендикулярны

(так как используем ортогональное проецирование). Положение самого объекта в пространстве остаётся неизменным.

Пусть некоторая новая плоскость проекций  $\theta'x'z'$  перпендикулярна заданной основной плоскости проекций  $\theta xy$  (рис.151, а). Такую новую плоскость проекций называют профилем. Прямая пересечения  $x'$  плоскостей  $\theta'x'z' \cap \theta xy$  назовём новой осью проекций. Ортогональная проекция точки  $A_2$  обозначается на профиле  $A$ . Повернув плоскость профиля вокруг оси  $x'$  на  $90^\circ$ , получают две проекции точки  $A$ , которые находятся на одной линии проекционной связи (рис.151, б).

Аналогично можно плоскость профиля  $\theta'x'z'$  заменить ещё другой новой плоскостью проекций  $\theta''x''y''$  (см. рис.151, а). Проекция точки  $A'$  будет находиться на линии проекционной связи, на расстоянии  $y''$  от новой оси  $x''$  (см. рис.151, б).

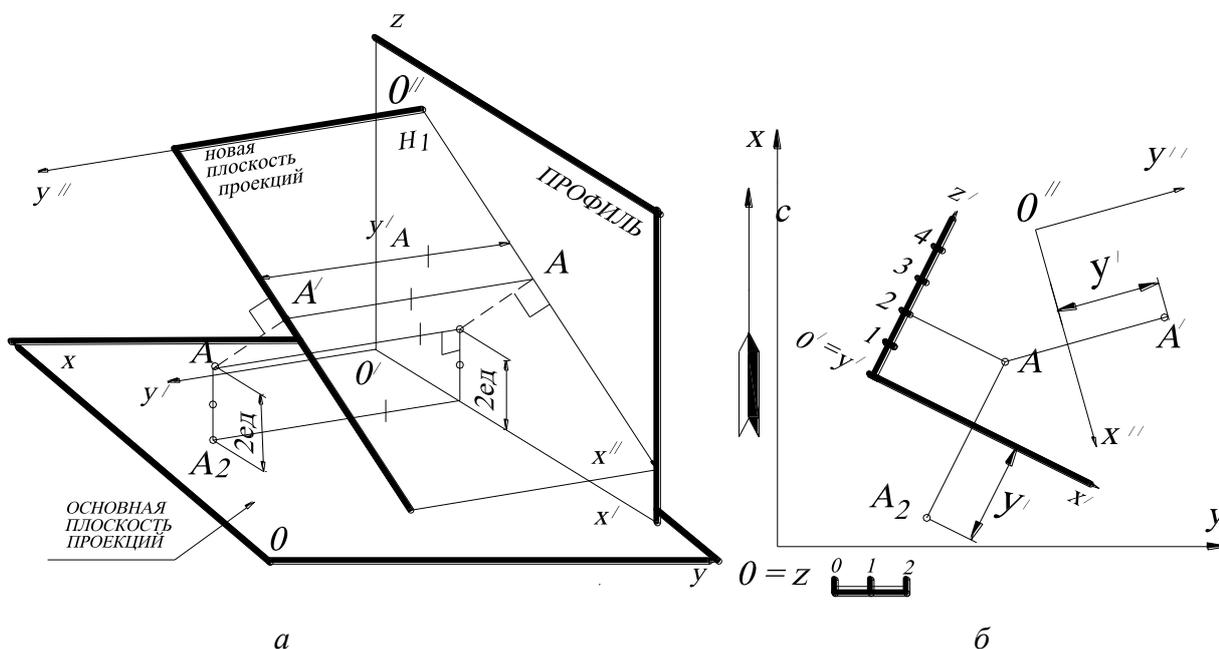
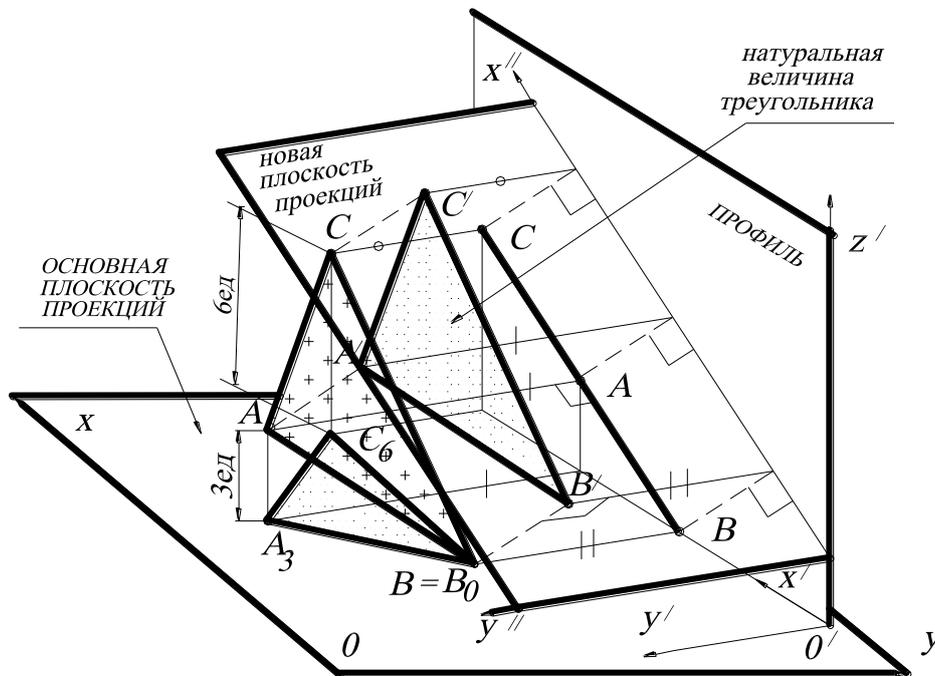


Рис. 151.

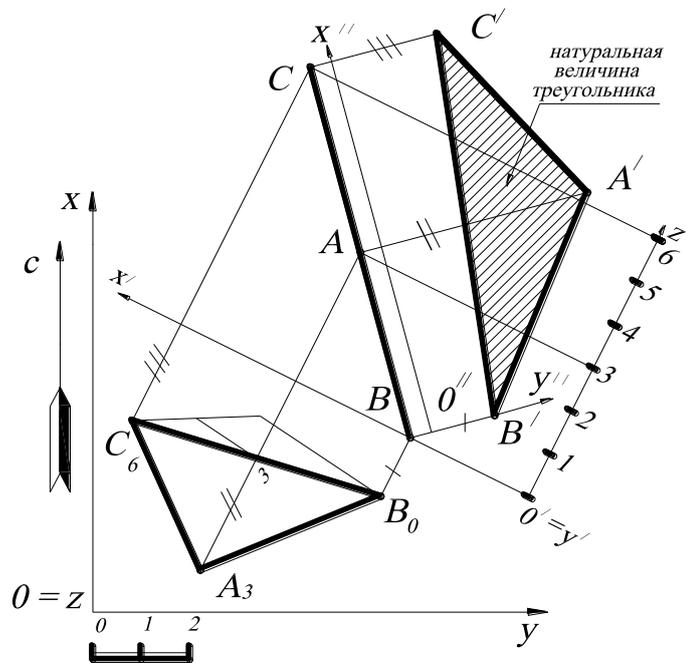
Итак, исходную плоскость проекций можно последовательно заменять новой плоскостью проекций. Причём новая плоскость проекций всегда перпендикулярна к предыдущей плоскости проекций. Дополнительные требования к выбору новой плоскости проекций связаны с конкретными условиями решаемой

задачи, с тем, чего мы хотим добиться в результате преобразования. Рассмотрим несколько задач, при решении которых используется способ замены плоскостей проекций.

**Задача 1.** Найти натуральную величину треугольника  $ABC$  (рис.152, а, б).



а



б

Рис. 152.

Треугольник  $ABC$  спроецируется на некоторую плоскость проекций в натуральную величину, если треугольник  $ABC$  будет параллелен этой плоскости проекций. Другими словами, если треугольник  $ABC$  будет находиться в плоскости уровня, по отношению к какой-либо плоскости проекций, то он спроецируется на неё в натуральную величину (см. рис. 150, б).

Заданный треугольник  $A_3B_0C_6$  занимает общее положение. Плоскость общего положения нельзя сразу преобразовать в плоскость уровня, потому что новая плоскость проекций не будет перпендикулярна к основной плоскости проекций  $Oxy$  (см. рис. 152, а). Это возможно лишь для проецирующей плоскости. Поэтому первую новую плоскость проекций (профиль)  $O'x'z'$  располагают перпендикулярно к заданному треугольнику  $A_3B_0C_6$ , то есть перпендикулярно к проекции горизонтали. Только в этом случае плоскость треугольника  $A_3B_0C_6$  на профиле будет проецирующей. Следовательно, в плоскости треугольника  $A_3B_0C_6$  строят горизонталь. На рис. 152, б построим горизонталь  $h_3$ , используя градуирование отрезка прямой  $B_0C_6$ . Вторую новую плоскость проекций  $O''x''y''$  располагают параллельно полученной на профиле проекции треугольника  $ABC$  (а следовательно, перпендикулярно к плоскости профиля  $O'x'z'$ ). Тогда треугольник  $ABC$  спроецируется на новую плоскость проекций  $O''x''y''$  без искажения. Для выполнения этой замены на чертеже проводят (в произвольном месте) ось  $x''$  параллельно профилю треугольника  $ABC$ . Затем строят линии проекционной связи из каждой точки профиля треугольника  $ABC$  (перпендикулярно к этой оси  $x''$ ) и откладывают на них оси  $x''$  координаты  $y'_A, y'_B, y'_C$  (аналогично, как показано на рис. 151, б).

Таким образом, используя проецирование на дополнительные плоскости проекций, можно преобразовать: плоскость общего положения – в проецирующую; проецирующую – в плоскость уровня и двумя последовательными преобразованиями, плоскость общего положения – в плоскость уровня.

**Задача 2.** Найти натуральную величину двугранного угла между плоскостями  $ABC$  и  $ADC$  (рис. 153).

Двугранный угол измеряется линейным углом, который получается при пересечении его граней плоскостью, перпендикулярной его ребру  $AC$ .

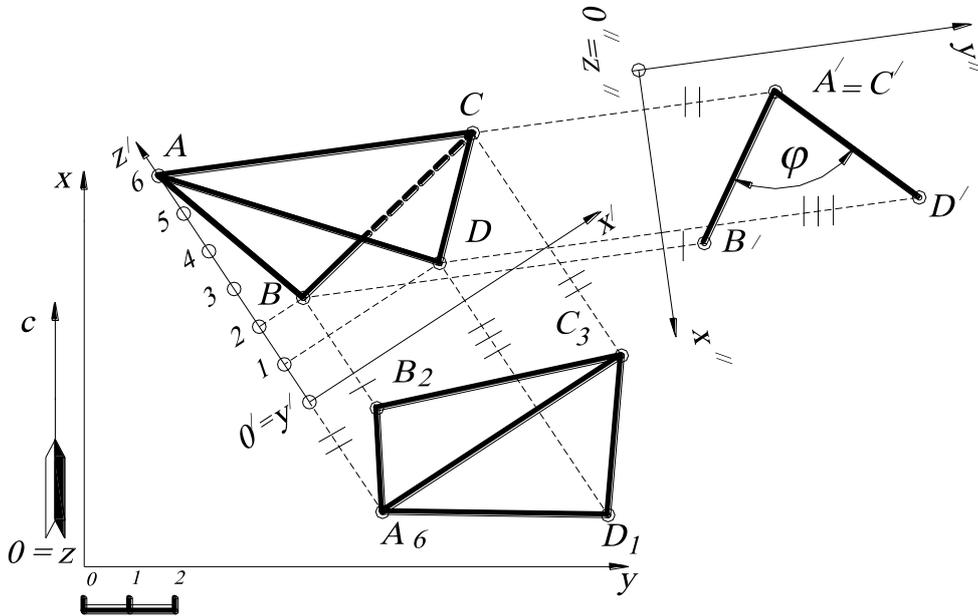


Рис. 153.

Поэтому в данной задаче необходимо новую плоскость проекций выбрать так, чтобы отрезок прямой  $A_6C_3$  на этой плоскости проекций стал проецирующим. Отрезок прямой  $A_6C_3$  задаёт прямую общего положения, а прямую общего положения нельзя сразу преобразовать в проецирующую, так как новая плоскость проекций, перпендикулярная к прямой общего положения, не будет перпендикулярна к заданной основной плоскости проекций  $0xy$ . Следовательно, сначала вводят новую плоскость проекций  $0'x'z'$  (профиль), перпендикулярную  $0xy$  и параллельную  $A_6C_3$  – на чертеже ось  $x'$  параллельна  $A_6C_3$ , а затем плоскость профиля  $0'x'z'$  заменяют на новую плоскость проекций  $0''x''y''$ . Прямая  $A_6C_3$  по отношению к плоскости профиля  $0'x'z'$  стала прямой уровня, а по отношению к  $0''x''y''$  – проецирующей. Построения на новые плоскости проекций треугольников  $A_6B_2C_3$  и  $A_6C_3D_1$  выполняются по аналогии построениям предыдущей задачи. Угол  $\varphi$  – это искомый угол между плоскостями  $A_6B_2C_3$  и  $A_6C_3D_1$ .

**Задача 3.** Найти расстояние и угол между скрещивающимися прямыми  $AB$  и  $CD$  (рис. 154).

Угол между скрещивающимися прямыми равен углу между параллельными им пересекающимися прямыми. Поэтому проводят через точку  $D_4$  прямую, параллельную  $A_6B_2$  – на чертеже появляется её проекция  $D_4E_0$ . Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $\angle C_0D_4E_0$ . Найти натуральную величину этого угла – это то же самое, что найти величину  $\Delta C_0D_4E_0$ . Это сделано точно так же, как в задаче 1. Строится плоскость профиля, перпендикулярная горизонтали треугольника  $C_0D_4E_0$  (то есть  $h_0 = C_0E_0$ ), а затем задаётся новая плоскость проекций  $0''x''y''$ , параллельная профилю треугольника  $CDE$ .

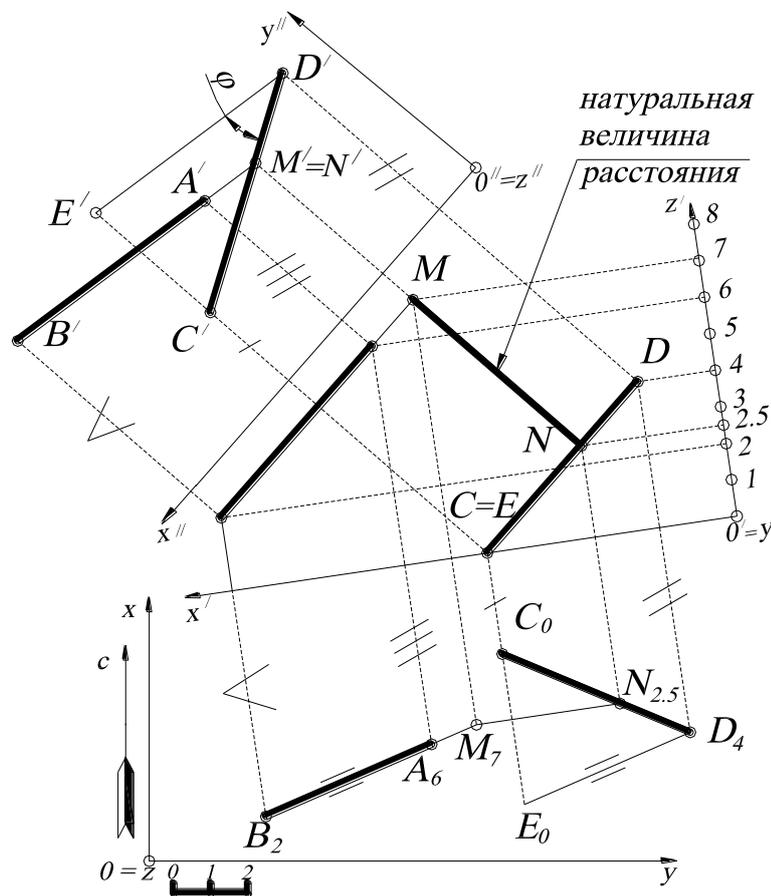


Рис. 154.

Кроме того, общая точка  $M'=N'$  проекций  $A'B'$  и  $CD'$  – это проекция на  $0''x''y''$  общего перпендикуляра  $MN$  прямых  $AB$  и  $CD$ , которым измеряется расстояние между ними. Поскольку  $MN \perp 0''x''y''$ , то  $MN \parallel 0'x'z'$ . Следовательно,  $MN$  проецируется на плоскость проекций  $0'x'z'$  (профиль) в натуральную величину.

### 3.2. СПОСОБЫ ВРАЩЕНИЯ

В отличие от способа замены плоскостей проекций, где заданная фигура оставалась неподвижной, а плоскости проекций изменялись, преобразование чертежа можно добиться обратным путём, а именно: оставив плоскость проекций неподвижной, переместить фигуру в пространстве до желаемого положения. Такое перемещение фигуры в пространстве выполняется с помощью вращения.

**Вращением** фигуры вокруг оси называется такое движение, при котором каждая точка фигуры перемещается по окружности, плоскость которой перпендикулярна к оси вращения, центр расположен в точке пересечения оси вращения с плоскостью вращения, а радиус равен расстоянию от точки до оси вращения. В проекциях с числовыми отметками в основном используется способ вращения вокруг линии уровня.

#### Вращение вокруг линии уровня

Рассмотрим сначала сущность способа на примере вращения точки  $C_4$  вокруг горизонтали  $h_2 = A_2B_2$  (рис. 155).

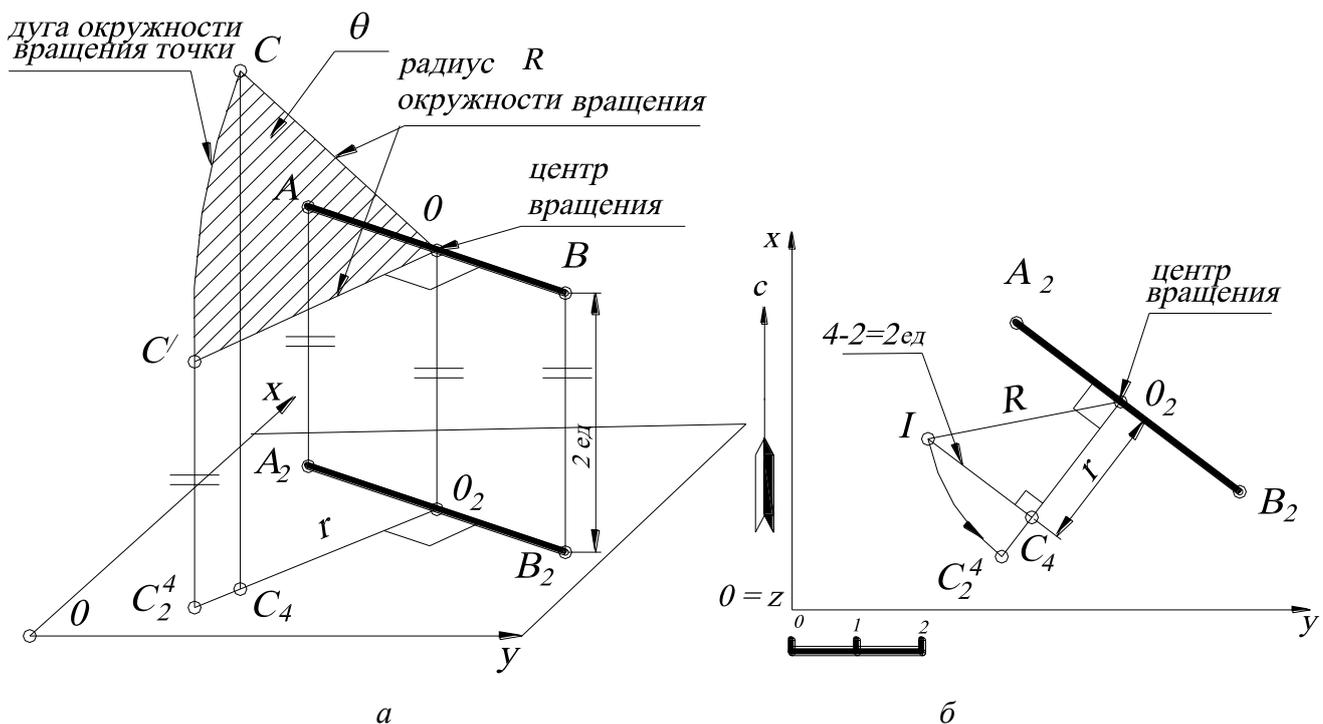


Рис. 155.

Пусть нужно построить проекцию точки  $C_4$  после вращения вокруг горизонтальной прямой  $A_2B_2$  на числовую отметку  $z=2$  (новую проекцию точки после вращения будем обозначать  $C_2^4$ ).

При вращении вокруг линии уровня точка  $C$  перемещается по окружности, плоскость которой  $\theta$  перпендикулярна к линии  $h_2 = A_2B_2$  (см. рис.155, а). Окружность с центром  $\theta$  и радиусом  $R=|\theta C|$  проецируется на плоскость проекций  $\theta xy$  в виде отрезка прямой  $\theta_2 C_2^4$ . После поворота точки  $C$ , до совмещения с числовой отметкой  $z=2$ , точка  $C$  переместится в точку  $C'$ , которая спроецируется в точку  $C_2^4$ .

На чертеже эта задача решается следующим образом (см. рис. 155, б). Через точку  $C_4$  проводят прямую, перпендикулярную к горизонтали  $h_2 = A_2B_2$ , и находят центр вращения  $\theta_2$ . Отрезок прямой  $C_4\theta_2 = r$  – это проекция радиуса вращения точки  $C$ . Методом прямоугольного треугольника определяют натуральную величину радиуса вращения точки  $R = \theta_2 I$ . После этого обратным перемещением точки  $I$  находят новое положение точки  $C_2^4$ . Таким образом, точка  $C_4$  перейдет в положение  $C_2^4$ , а проекция отрезка прямой  $\theta_2 C_2^4$  будет параллельна основной плоскости проекций  $\theta xy$ .

**Задача 1.** Определить натуральную величину треугольника  $A_6B_2C_{10}$  вращением вокруг горизонтали (рис. 156).

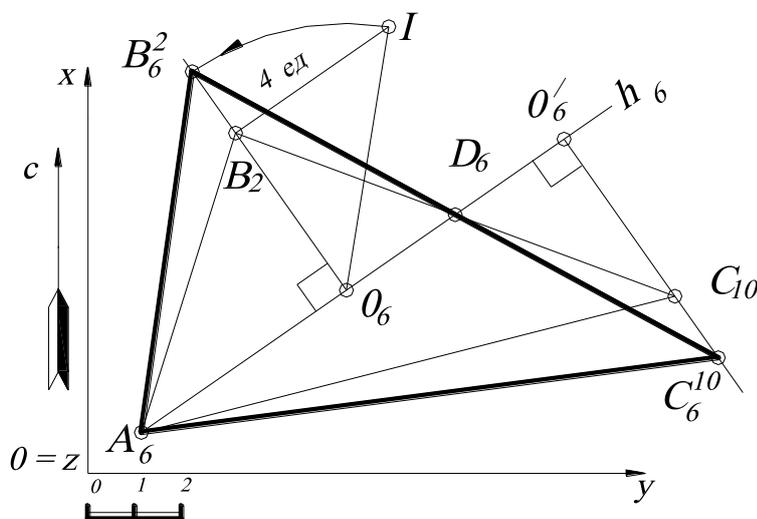


Рис. 156.



**Задача 2.** Найти угол наклона прямой  $A_7B_2$  к плоскости общего положения  $P_i$  (рис. 158).

Угол наклона прямой к плоскости – это угол между заданной прямой и её проекцией на заданную плоскость. **Алгоритм: 1.** Находят точку пересечения заданного отрезка прямой  $AB$  и плоскости  $P_i$  – точка  $C$ . **2.** Из другого конца отрезка прямой  $AB$  (точки  $A$ ) строят перпендикуляр  $m$  к заданной плоскости  $P_i$  и находят точку пересечения перпендикуляра  $m$  и заданной плоскости  $P_i$  – точка  $D$ . **3.** Прямая  $CD$  является проекцией отрезка заданной прямой  $AB$  на плоскость  $P_i$ . Поэтому угол  $\theta$  – угол между прямыми  $AC$  и  $CD$  – искомый.

Решение задачи упрощается при построении профиля. Точка  $C$  определяется на плане из условия принадлежности к отрезку прямой  $AB$ , а точка  $D$  строится вначале на профиле, а затем по проекционной связи на плане (см. перпендикулярность прямой и плоскости). Построив проекцию угла  $\theta$ , определяют натуральную величину этого угла вращением вокруг любой горизонтали, например,  $h_3$ .

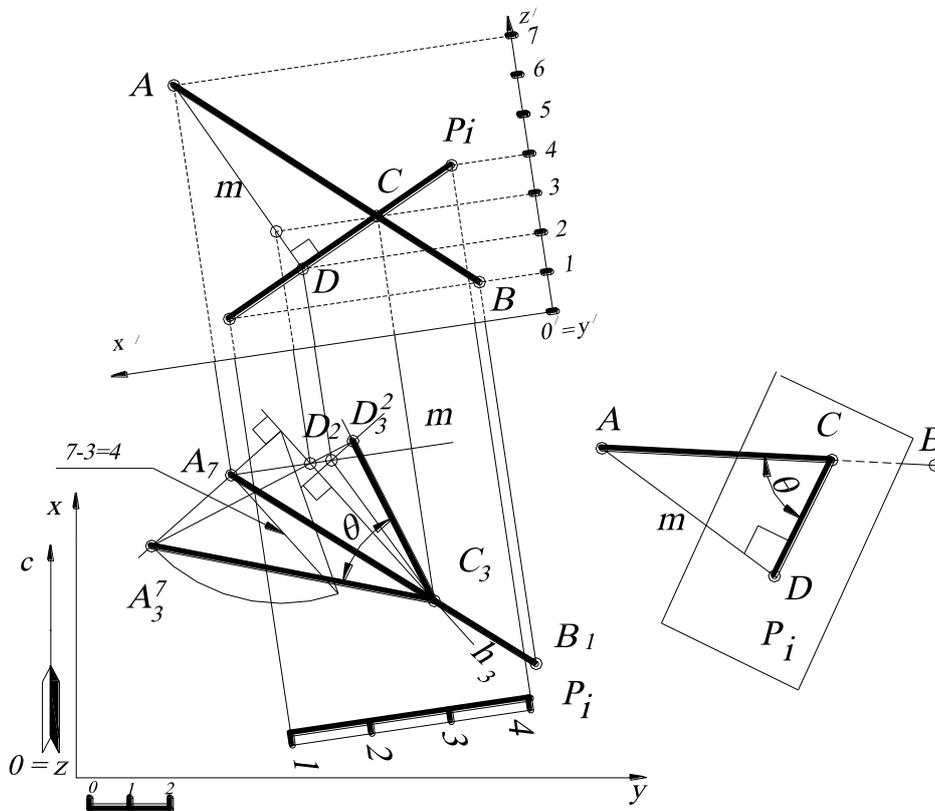


Рис. 158.

**Задача 3.** Найти двугранный угол между плоскостями  $P_i$  и  $Q_i$ .

Эту задачу решим двумя способами.

**Решение 1:** (рис.159, а, б). Для первого решения этой задачи используют следующий **алгоритм** (см. рис.159, а) Выбирают произвольную точку  $M$ , из которой строят прямые  $m$  и  $n$ , перпендикулярные плоскостям  $P_i$  и  $Q_i$  соответственно. Прямые  $m$  и  $n$  задают плоскость, перпендикулярную к двум заданным плоскостям. Угол  $\theta$  определяет двугранный угол между заданными плоскостями.

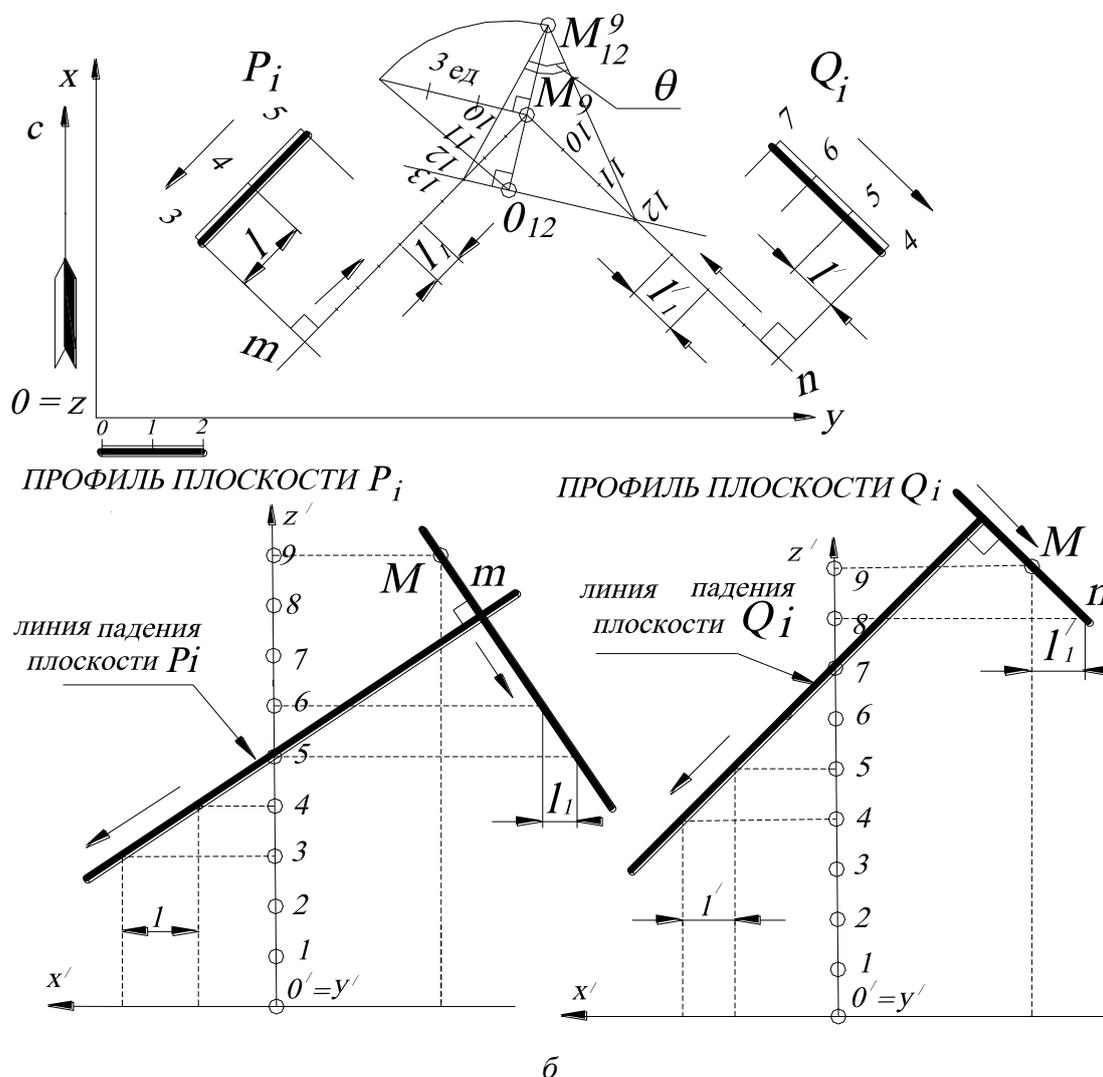
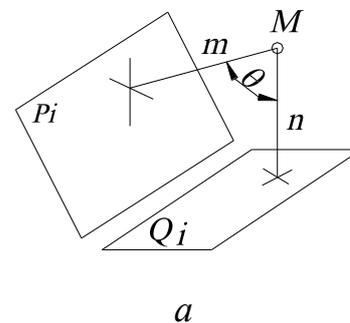


Рис. 159.

На плане (см. рис. 159, б) плоскости  $P_i$  и  $Q_i$  заданы масштабами заложения. В соответствии с алгоритмом выбирают произвольную точку, например  $M_9$ , из которой строят проекции перпендикуляров  $m$  и  $n$  к заданным плоскостям соответственно. Проекции этих перпендикуляров на плане проецируются прямыми, перпендикулярными к проекциям горизонталей заданных плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$ . Причём направление падения плоскости и направление падения перпендикуляра – противоположны. Для определения интервалов  $m$  и  $n$  строят профили перпендикуляров к линиям падения заданных плоскостей (см. рис. 159, б), то есть к линии падения плоскости проводят перпендикулярную прямую. Это можно сделать из любой точки, так как интервал перпендикуляра от этого не меняется. Затем на плане градуируют проекции  $m$  и  $n$ , в соответствии с направлением падения. Проекции прямых  $m$  и  $n$  задают плоскость, перпендикулярную к двум заданным плоскостям  $P_i$  и  $Q_i$ . Угол при вершине  $M_9$  определяет проекцию двугранного угла между заданными плоскостями  $P_i$  и  $Q_i$ . Далее находят натуральную величину угла  $\theta$  вращением вокруг произвольной горизонтали, например 12-й. Угол  $\theta$  определяет двугранный угол между заданными плоскостями  $P_i$  и  $Q_i$ .

**Решение 2:** (рис. 160, а, б). Для решения задачи используют следующий алгоритм (см. рис. 160, а):

1. Находят линию пересечения  $a$  заданных плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$ .
2. Строят плоскость  $F_i$  перпендикулярную к линии пересечения плоскостей  $a$ .
3. Находят линии пересечения  $m$  и  $n$  заданных плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$  с плоскостью  $F_i$ .
4. Угол  $\theta$  между прямыми  $n$  и  $m$  является двугранным углом между заданными плоскостями  $P_i$  и  $Q_i$ .

Построение на чертеже выполняется следующим образом (см. рис. 160, б).

1. Плоскости  $P_i$  и  $Q_i$  заданы масштабами заложения. Проекция линии пересечения заданных плоскостей  $a$  задаётся парой точек – точек пересечения двух

пар горизонталей плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$  с одинаковыми высотными отметками ( $h_4$ – $h_4$  и  $h_5$ – $h_5$ ). Для удобства построения точка пересечения горизонталей с 5-й высотной отметкой обозначена  $A_5$ .

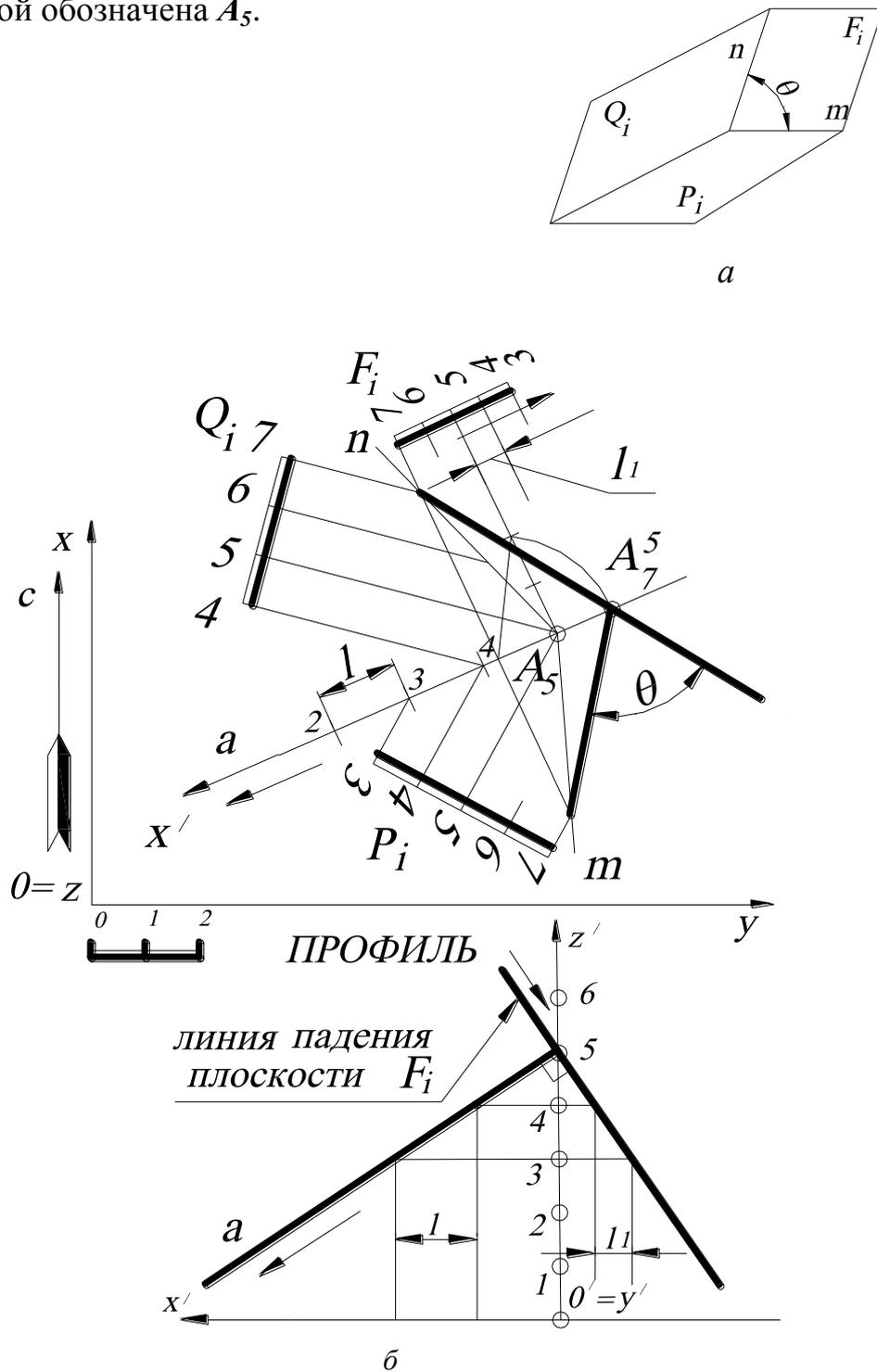


Рис. 160.

2. Через проекцию точки  $A_5$  строят плоскость  $F_i$ , перпендикулярную прямой  $a$ . Следовательно, горизонтالي этой плоскости будут перпендикулярны к

заложению (проекция) прямой  $a$ , а масштаб заложения будет определяться построением профиля прямой  $a$  и перпендикулярной плоскости  $F_i$ , заданной на профиле линией падения. Интервал  $l_I$  определяет горизонтали плоскости  $F_i$  с отметками 4-й и 3-й.

3. Находят линии пересечения заданных плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$  и построенной плоскости  $F_i - m$  и  $n$  соответственно. Пересечение горизонталей с одинаковыми высотными отметками задаёт прямые  $m$  и  $n$ .

4. Вращением точки  $A_5$  вокруг любой горизонтали плоскости (например, 7-й), находят натуральную величину двугранного угла  $\theta$ . Двугранный угол между плоскостями считается острым. Поэтому на рис. 160, б угол  $\theta$  показан смежным с построенным тупым углом.

### **ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1. Показать на примере нахождение натуральной величины треугольника методом замены плоскостей проекций; методом вращения.
2. Построить точку  $S$ , равноудалённую от заданных точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  и удалённую от плоскости треугольника  $ABC$  на расстояние 25 мм. Координаты точек задать самостоятельно.
3. Построить точку  $S$ , равноудалённую от заданных точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  на расстоянии 50 мм.
4. Дано: точка  $O_3$ , точка  $A_2$  и расстояние  $R$ . Найти числовую отметку точки  $A$ , если известно, что расстояние между точками  $A$  и  $O$  равно  $R$ .
5. Дано: точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Построить проекцию точки  $O$ , равноудалённую от четырёх данных точек.
6. Дано: три параллельные прямые  $AB$ ,  $CD$  и  $EF$ . Построить прямую, равноудалённую от заданных прямых.

## 4. КРИВЫЕ ЛИНИИ

### 4.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Термин «*кривая*» в различных разделах математики определяют по-разному. В начертательной геометрии кривую рассматривают как траекторию движения точки, как линию пересечения двух поверхностей и т. п.

Кривые классифицируются по их уравнениям и подразделяются на *алгебраические* и *трансцендентные*<sup>\*</sup>, в зависимости от того, являются ли их уравнения алгебраическими или трансцендентными в прямоугольной системе координат.

Если кривая не описывается аналитически, то она называется *незакономерной*, например, задание топографической поверхности множеством плоских *незакономерных* кривых.

Алгебраические кривые подразделяются в зависимости от порядка кривой. Порядок кривой определяется степенью ее алгебраического уравнения, освобожденного от корней и радикалов.

Кривая называется *плоской*, если все ее точки принадлежат некоторой плоскости, в противном случае она называется *пространственной*.

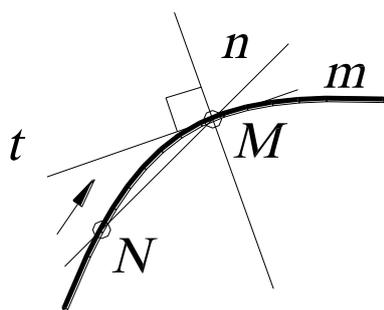


Рис. 161.

Для исследования локальных свойств плоской кривой строят в выбранной точке *касательную* и *нормаль* (рис. 161).

*Касательной* прямой  $t$  в точке  $M$  кривой  $m$  называется крайнее положение секущей  $MN$ , когда точка  $N$  линии  $m$  стремится к точке  $M$ .

<sup>\*</sup> Алгебраическими называются кривые, которые описываются алгебраическими уравнениями (окружность, парабола, гипербола и т. д.)

Трансцендентными называются кривые, которые описываются тангенциальными уравнениями (синусоида, циклоида и т. д.)

**Нормалью  $n$**  к плоской кривой в точке  $M$  называется прямая, перпендикулярная касательной  $t$  в этой точке.

Для пространственной кривой в каждой точке имеется бесчисленное множество ( $\infty^1$ ) нормалей, образующих нормальную плоскость.

Точка кривой называется **обыкновенной (регулярной)**, если в этой точке можно построить единственную касательную к кривой. Кривая в этой точке **гладкая**.

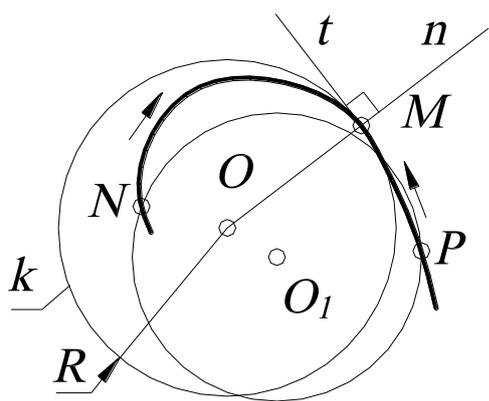


Рис. 162.

К локальным свойствам кривой также относится понятие **кривизны**. Предельное положение окружности  $k$ , проходящей через точку  $M$  и две другие ее близкие точки  $N$  и  $P$ , когда  $N \rightarrow M$ ,  $P \rightarrow M$ , называется **кругом кривизны** (или **соприкасающаяся окружность**) кривой в точке  $M$  (рис. 162).

Центр  $O$  круга кривизны называется **центром кривизны** для точки  $M$  и находится на нормали к кривой в направлении ее вогнутости. **Радиус круга кривизны  $R$**  называется радиусом кривизны. Величина  $K = 1/R$ , обратная радиусу кривизны, называется **кривизной кривой** в данной точке.

Если в обыкновенной точке  $M$  кривой  $t$  кривизна имеет экстремальное значение, в частности, равна нулю, то точка  $M$  называется **специальной**. К специальным точкам относятся **точки перегиба** (рис. 163, а), **вершины кривой** (рис. 163, б), **несобственные точки** (рис. 163, в).

В точке перегиба ветви кривой расположены по разные стороны от касательной  $t$ , кривизна равна нулю, так как радиус кривизны становится бесконечно большим, например, кривизна **синусоиды** в точке  $M$  (см. рис. 163, а) равна нулю. В точке перегиба кривизна меняет знак. С одной стороны точки кривая **выпуклая**, с другой – **вогнутая**.

В окрестности неособой точки кривизна меняется плавно, в точке особой – скачком. Точки, в которых кривизна наибольшая или наименьшая, называются *вершинами* кривой. Вершины синусоиды (см. рис.163, а) – это её высшие и низшие точки.

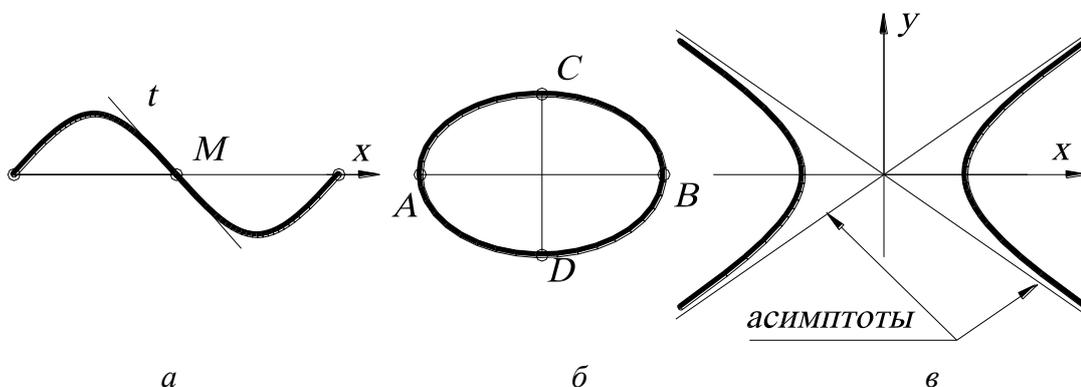


Рис. 163.

В вершинах кривой кривизна имеет *максимум* или *минимум*. Например, в точках *A* и *B* эллипса кривизна имеет максимальное значение, а в точках *C* и *D* – минимальное (см. рис.163, б). *Несобственные точки кривой* – это бесконечно удаленные точки пересечения кривой с несобственной прямой плоскости. Такие точки на чертеже имеют собственного представителя – *асимптоты*. Другими словами, касательная к кривой в её бесконечно удалённой точке называется *асимптотой*. Например, гипербола имеет две несобственные точки – две асимптоты (см. рис.163, в).

Две кривые *касаются*, если в их общей точке у них общая касательная.

Точки кривой называются *особыми*, если в них не определено положение касательной. К ним относятся *узловые* (рис.164, а), *изолированные* (рис. 164, б), *точки возврата* первого и второго рода (рис.164, в, г), *точки самоприкосновения* (рис. 164, д), *точки излома* (рис. 164, е), *точки прекращения* (рис. 164, ж), *асимптотические* (рис. 164, з).

*Изолированная точка* – действительная точка пересечения мнимых ветвей. Она может быть расположена вне действительной ветви кривой, однако ее координаты будут удовлетворять уравнению кривой.

Особые точки типа точки излома, точки прекращения, асимптотические точки могут существовать только у трансцендентных кривых.

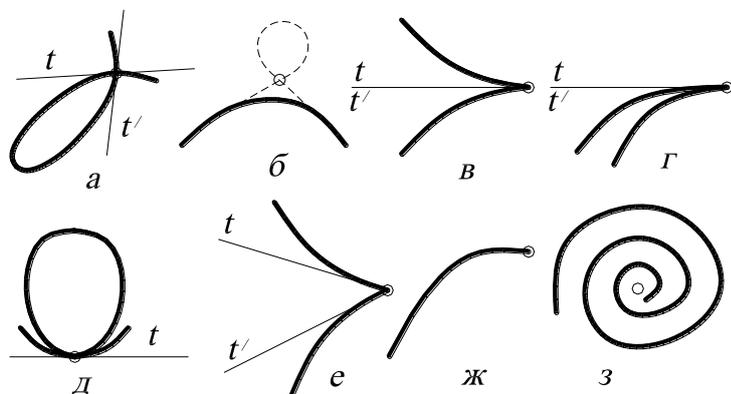


Рис. 164.

**Асимптотическая**

**точка** (не путать с несобственной, бесконечно удаленной точкой) – это точка, вокруг которой кривая «закручивается» бесконечное число раз, подходя к ней на сколь угодно малое расстояние.

Уравнение  $f(x, y, C)=0$ , где  $C$  – переменный параметр, определяет *однопараметрическое семейство кривых*. Кривая, касающаяся каждой кривой семейства, называется *огибающей* этого семейства. Каждая кривая является огибающей семейства своих касающихся и семейства своих соприкасающихся окружностей.

На рис.165 показано семейство окружностей радиуса  $r$ , центры которых лежат на окружности радиуса  $R$ . Огибающая этого семейства – пара окружностей, если  $R > r$  (рис.165, а),  $R < r$  (рис.165, в), и одна окружность, если  $R=r$  (рис.165, б).

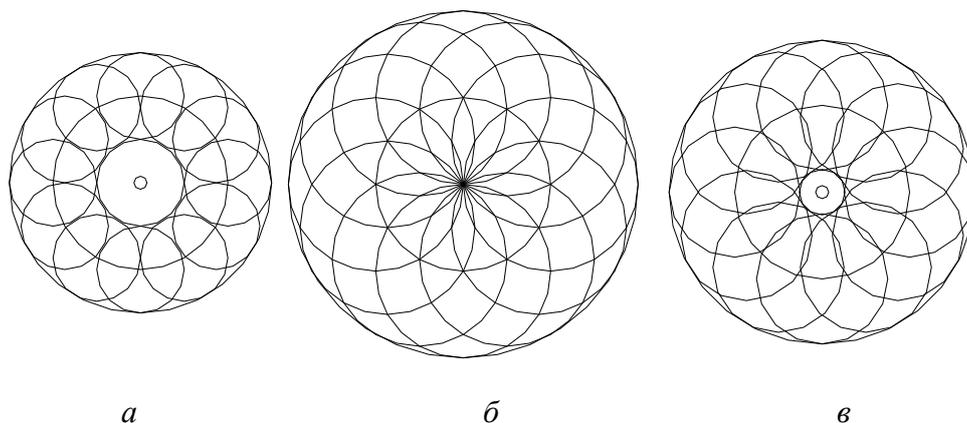


Рис.165

## 4.2. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Плоские алгебраические кривые имеют три основные характеристики: *порядок, класс, жанр*.

Порядок алгебраической кривой определяется степенью ее уравнения, записанного в декартовых координатах, после освобождения его от дробей и радикалов.

Алгебраическая кривая  $n$ -го порядка определяется простыми  $\frac{n \cdot (n + 3)}{2}$  точками или соответствующим количеством кратных точек.

Кратная точка  $p$  эквивалентна следующему числу простых точек, вычисляемому формулой  $\frac{p \cdot (p + 1)}{2}$ . Например,  $p = 2$ , двухкратная точка эквивалентна

заданию трех простых точек, так как  $\frac{2 \cdot (2 + 1)}{2} = 3$ ;  $p = 3$ , трехкратная точка эк-

вивалентна заданию шести простых точек, так как  $\frac{3 \cdot (3 + 1)}{2} = 6$  и т. д.

Графически порядок кривой определяется максимальным количеством точек пересечения кривой линии с прямой. При этом надо иметь в виду, что в число точек пересечения входят как действительные, так и мнимые точки. Например, задана кривая третьего порядка  $m$ , которую прямая  $a$  пересекает в трех действительных различных точках, прямая  $b$  – в двойной и простой точках, прямая  $c$  – в двух совпавших (здесь касается) и одной отличной от них точ-

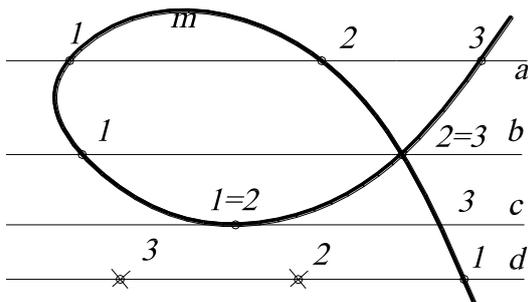


Рис. 166.

ках, а прямая  $d$  – в одной действительной и двух мнимых точках (рис. 166).

*Класс алгебраической кривой* определяется степенью ее уравнения, записанного в тангенциальных координатах, что можно определить графиче-

ски числом касательных, действительных или мнимых прямых, которые можно провести к этой кривой из произвольной точки, не лежащей на ней.

Кривые второго порядка являются также кривыми второго класса. Для кривых высших порядков в общем случае класс не равен порядку. Например, кривые третьего порядка могут быть кривыми третьего, четвертого, шестого классов.

Порядок кривых  $n$ , класс  $k$ , число двойных (узловых и изолированных) точек  $d$ , число точек возврата  $r$ , число двойных касательных  $t$ , число точек перегиба  $w$  связаны между собой формулами Плюккера:

$$k = n(n - 1) - 2d - 3r; \quad w = 3n(n - 2) - 6d - 8r;$$

$$n = k(k - 1) - 2t - 3w; \quad r = 3k(k - 2) - 6t - 8w.$$

Из этих формул следует, что кривая  $n$ -го порядка, не имеющая особых точек, будет кривой класса  $k = n(n-1)$ , а число точек перегиба такой кривой определяется равенством  $w = 3n(n-2)$ , причем в числе точек перегиба могут быть и мнимые.

При отсутствии особых точек алгебраическая кривая имеет максимально возможное число точек перегиба. Известно, что кривая  $n$ -го порядка может иметь не более  $\frac{(n-1) \cdot (n-2)}{2}$  двойных точек.

**Жанр (род)** кривой определяется числом  $p$ , являющимся разностью между наибольшим числом двойных точек, которые может иметь кривая этого порядка, и их фактическим числом у данной кривой.

$$p = \frac{(n-1)(n-2)}{2-d-r} \quad \text{или} \quad p = \frac{(k-1)(k-2)}{2-t-w}.$$

Если рассматриваемая кривая имеет наибольшее число двойных точек, возможных для кривой ее порядка, то она будет кривой нулевого жанра.

Кривая нулевого жанра обладает весьма важным свойством, а именно: координаты точки, описывающей эту кривую, могут быть выражены рациональными функциями некоторого параметра.

В силу этого свойства кривые нулевого жанра называются рациональными (уникурсальными) кривыми.

Более сложными по свойствам являются кривые первого, второго и т. д. жанров. Например, в случае кривых первого жанра правые части их параметрических уравнений могут быть выражены эллиптическими функциями параметра, в силу чего такие функции называют эллиптическими.

Для рациональных кривых количество точек перегиба минимально, а количество особых точек максимально.

### 4.3. ПРИБЛИЖЕННЫЕ СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ КАСАТЕЛЬНЫХ И НОРМАЛЕЙ К ПЛОСКИМ КРИВЫМ

Касательные и нормали к плоским кривым можно строить графически или с помощью специальных приборов. Рассмотрим способы построения касательных и нормалей к плоским кривым, основанные на построении так называемых кривых ошибок.

Построение касательной, проходящей через точку, лежащую вне данной кривой (рис. 167).

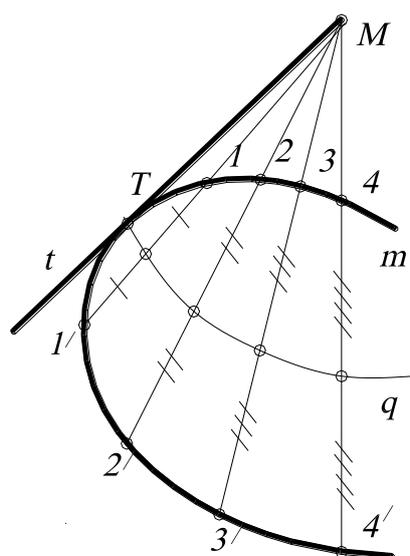


Рис. 167.

Через данную точку  $M$  проводят ряд секущих прямых. Точки их пересечения с кривой  $m$  обозначим соответственно  $1, 1', 2, 2', 3, 3', 4, 4'$ . Находим середину каждой из полученных хорд и построим кривую  $q$ , являющуюся их геометрическим местом. Точка  $T$  пересечения данной и построенной кривых будет точкой касания, а прямая  $TM$  – искомой касательной. Линию  $q$  называют *кривой ошибок*.

### Построение касательной, параллельной заданному направлению $S$

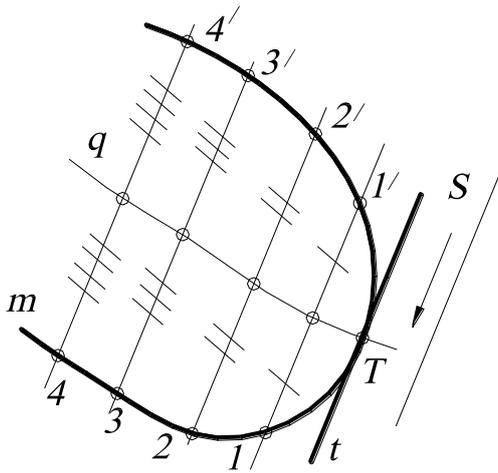


Рис. 168.

Проводят ряд прямых, параллельных прямой  $S$  и пересекающих данную кривую  $m$  соответственно в точках  $1, 1', 2, 2', 3, 3', 4, 4'$  (рис. 168). Находят середины хорд  $11', 22', 33', 44'$  и строят кривую ошибок  $q$  – геометрическое место середины хорд. Точка пересечения построенной и данной кривых будет точкой касания. Касательная  $t$  проходит через точку  $T$  параллельно данному направлению  $S$ .

## 4.4 КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА (КОНИКИ)

Уравнениям второй степени соответствуют кривые второго порядка: эллипс, гипербола и парабола. Окружность является частным случаем эллипса. Все эти линии можно встретить на конической поверхности вращения, поэтому их нередко называют кониками (построение конических сечений см. в п. 6.5 «Конические сечения»).

Параметрическое число  $p$  кривых второго порядка равно  $p = \frac{m(m+3)}{2} = \frac{2(2+3)}{2} = 5$  (где  $m$  – порядок кривой, см. «размерность кривых»), то есть, чтобы задать кривую второго порядка однозначно, нужно задать пять параметров, например, пять точек; три точки и две касательные и т. п.

ЭЛЛИПС описывается уравнением  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

Если  $a=b=R^2$ , то  $x^2+y^2=R^2$  – уравнение окружности.

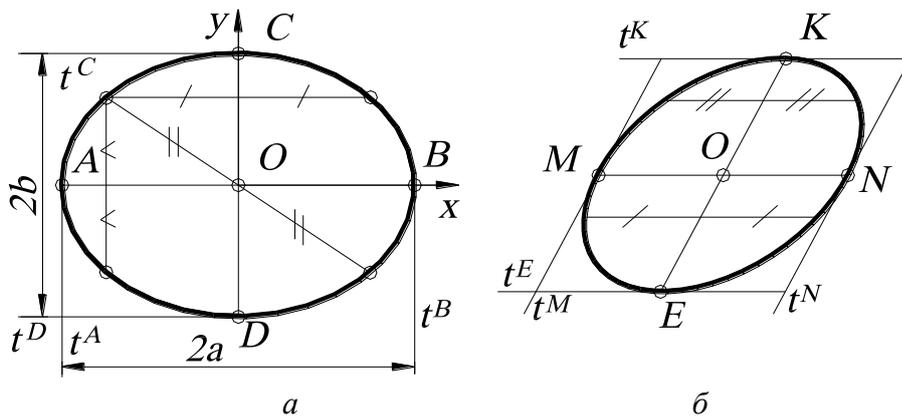


Рис. 169.

Эллипс – это замкнутая кривая, симметричная относительно осей  $AB$ ,  $CD$  и центра  $O$  (рис.169, а). Через центр эллипса проходят его диаметры

Диаметр эллипса  $AB$  есть его *большая ось*, а  $CD$  – *малая ось*.  $|AB|=2a$ ,  $|CD|=2b$ ;  $AB \perp CD$ . Диаметры  $AB$  и  $CD$  называют главными осями эллипса, а их концы – точки  $A, B, C, D$  – его вершинами.

Всегда можно подобрать такую пару диаметров эллипса, что хорды, параллельные одному из диаметров, делятся другим пополам. Такие диаметры называют *сопряжёнными*. На рис.169, б построена пара сопряжённых диаметров –  $MN, KE$ .

Касательные к эллипсу, построенные в концах его сопряженных диаметров (прямые  $t$ ), параллельны соответствующим диаметрам.

Графически можно построить любую точку эллипса, если заданы концы его сопряженных диаметров:  $A, B$  и  $C, D$  (рис. 170). В этом случае эллипс построен равномерным сжатием окружности в направлении  $OC \perp AO$ , то есть из

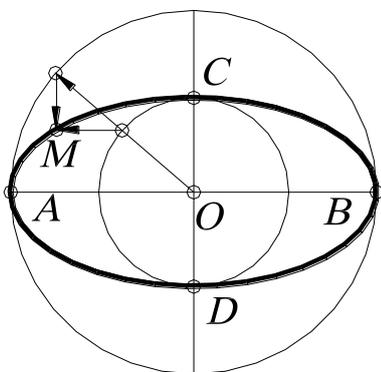


Рис. 170.

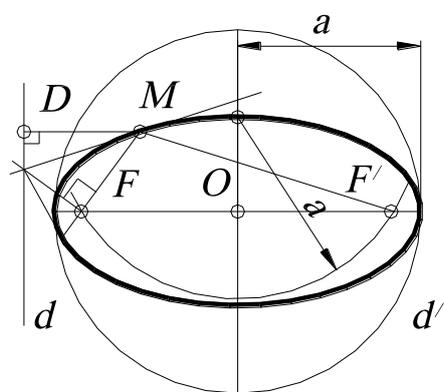


Рис. 171.

центра эллипса  $O$  строят прямую  $OM$  до пересечения с большей окружностью. Затем находят точку  $M$  как пересечение прямых, параллельных сопряженным диаметрам  $AB$  и  $CD$ .

### Фокусы и директрисы эллипса

1. Эллипс есть множество таких точек  $M$ , для которых сумма расстояний  $MF$  и  $MF'$  до двух фиксированных точек  $F$  и  $F'$  постоянна.

2. Эллипс есть множество таких точек  $M$ , для которых отношение расстояния  $MF$  до фиксированной точки  $F$  к расстоянию  $MD$  до фиксированной прямой  $d$  равно постоянной величине  $\varepsilon < 1$ .

Точки  $F$  и  $F'$  называются **фокусами** эллипса (рис.171). Прямые  $d$  и  $d'$  называются **директрисами** эллипса (фокусу  $F$  соответствует директриса  $d$ ). Отношение  $MF:MD=\varepsilon$  называется **эксцентриситетом** эллипса. Фокусы лежат на большой оси эллипса, а директрисы ей перпендикулярны. Расстояние между фокусами обозначают  $2c$ , при этом  $c^2=a^2-b^2$  и  $\varepsilon=c:a$ , где  $a$  и  $b$  – большая и малая полуоси эллипса. Постоянная сумма  $MF+MF'$  равна  $2a$ . Поэтому если даны оси эллипса, то фокусы находят в пересечении большой оси с окружностью радиуса  $a$  с центром в конце малой оси. Построение точки  $D$  (см. рис.171), через которую проходит директриса  $d$ , выполняется следующим образом. В точке  $F$  восстанавливается перпендикуляр, который в пересечении с касательной, проведённой через точку  $M$ , определяет точку  $D$ . Директрисы эллипса симметричны относительно малой оси эллипса.

Множество точек  $M$ , для которых отношение  $MF$  до фиксированной точки  $F$  (фокуса) к расстоянию  $MD$  до фиксированной прямой  $d$  (директрисы) есть постоянная величина  $\varepsilon$ , называется **гиперболой**, если  $\varepsilon > 1$ , и **параболой**, если  $\varepsilon = 1$ .

**ГИПЕРБОЛА** описывается уравнением  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

Гипербола – геометрическое место точек  $M$ , разность расстояний  $r-r' = |MF| - |MF'|$  которых до двух заданных точек  $F$  и  $F'$  есть величина постоянная, равная  $2a$ . Точки  $F, F'$  – **фокусы** гиперболы, расстояние от  $F$  до  $F'$  – фокусное расстояние, а точки  $A$  и  $A'$  – вершины гиперболы. Отрезки  $AA' = 2a$  и  $BB' = 2b$  – действительная и мнимая оси гиперболы (рис. 172). Гипербола – это незамкнутая

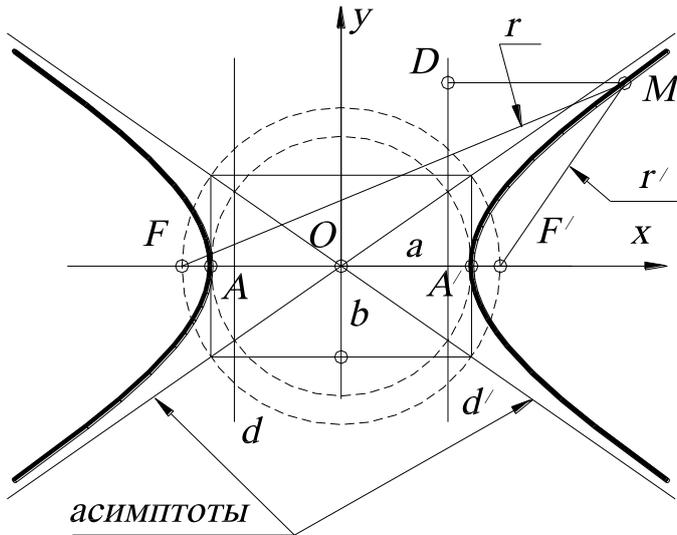


Рис. 172.

тая центральная кривая, начало координат – *центр* гиперболы  $O$ . Она имеет две бесконечные ветви, которые неограниченно приближаются в бесконечно удаленных точках к двум прямым, называемым *асимптотами*. Директрисы  $d$  и  $d'$  параллельны мнимой оси гиперболы.

Рассмотрим построение гиперболы по заданным вершинам

$A$  и  $A'$  и фокусному расстоянию  $FF'$  (рис. 173).

Разделив фокусное расстояние  $FF'$  пополам, получают точку  $O$ , от которой в обе стороны откладывают по половине заданного расстояния между вершинами  $A$  и  $B$ .

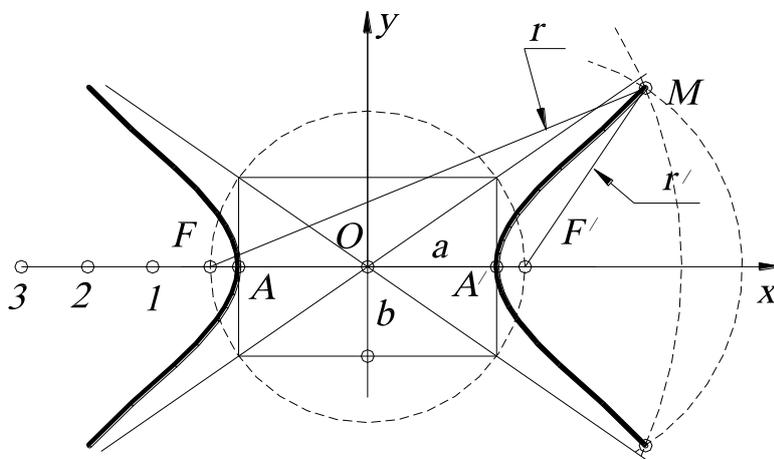


Рис. 173.

Слева от фокуса  $F$  задают ряд произвольных точек  $1, 2, 3 \dots$  (напоминаем, что коника однозначно определяется заданием пяти точек). Из фокуса  $F$  описывают дугу вспомогательной окружности радиусом  $r$ , равным, например, расстоянию от вершины гиперболы  $A'$  до точки  $3$ . Из фокуса  $F'$  проводят вторую дугу вспомогательной окружности радиусом  $r'$ , равным расстоянию от вершины  $A$  до точки  $3$ . На пересечении этих дуг находят точку  $M$  и точку ей симметричную относительно прямой  $AA'$ , принадлежащие гиперболе. Таким же способом находят остальные точки гиперболы. Вторая ветвь гиперболы строится симметрично первой.

например, расстоянию от вершины гиперболы  $A'$  до точки  $3$ . Из фокуса  $F'$  проводят вторую дугу вспомогательной окружности радиусом  $r'$ , равным расстоянию от вершины  $A$  до точки  $3$ . На пересечении этих дуг находят точку  $M$  и точку ей симметричную относительно прямой  $AA'$ , принадлежащие гиперболе. Таким же способом находят остальные точки гиперболы. Вторая ветвь гиперболы строится симметрично первой.

ПАРАБОЛА определяется уравнением

$$y^2 = 2px.$$

Парабола (рис. 174) – геометрическое место точек  $M$ , равноудаленных от данной точки  $F$ , называемой **фокусом**, и прямой  $d$ , называемой **директрисой**.

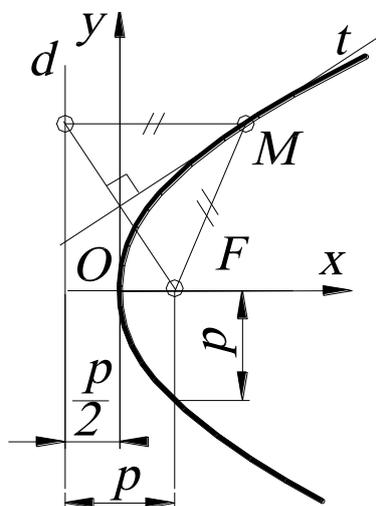


Рис. 174.

Расстояние от фокуса до директрисы  $FK = p$  называется **параметром** параболы, прямая  $FK$  – **осью**, а середина  $FK$  – **вершиной** параболы.

Если требуется построить параболу по заданной вершине  $O$ , оси симметрии  $x$  и точке  $M$  (рис.175, а), то строится вспомогательный прямоугольный треугольник  $OMA$ . Его стороны  $OA$  и  $AM$  делят на одинаковое число равных частей и

проводят прямые  $01, 02, 03, \dots$  и прямые, параллельные оси симметрии  $x$ :  $S^\infty 1', S^\infty 2', \dots MA$  ( $S^\infty \subset x$ ), в пересечении которых получаем точки искомой параболы.

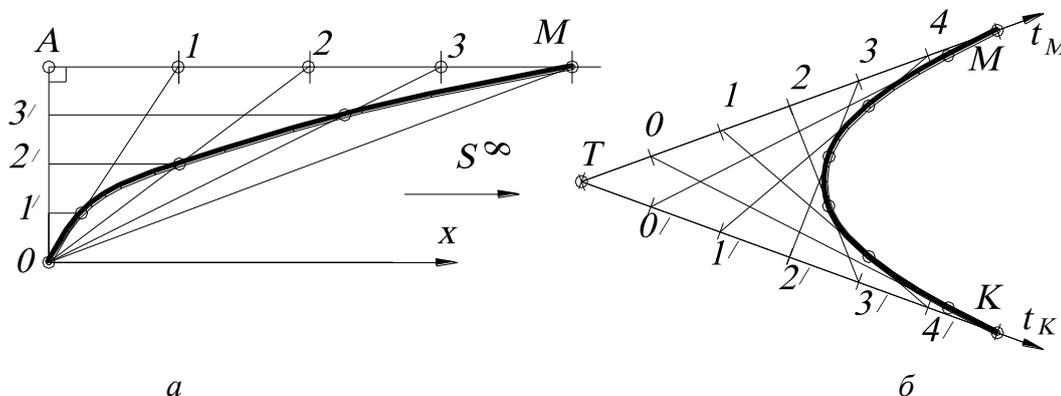


Рис.175

На рис.175, б дан пример построения параболы по двум её точкам  $M$  и  $K$  и двум пересекающимся в точке  $T$  касательным  $t^M$  и  $t^K$ . Отрезки  $MT$  и  $KT$  ( $T=t^M \cap t^K$ ) делят на одинаковое число равных частей и соединяют, как показано на рис. 175, б. Эти прямые служат касательными к параболе. В образованный контур вписывают плавную кривую – искомую параболу, которая огибает построенные прямые.

## 4.5. ТРАНСЦЕНДЕНТНЫЕ КРИВЫЕ

*Трансцендентными\** называются кривые, уравнения которых, будучи записаны в прямоугольной системе координат, не являются алгебраическими.

Разлагая в ряд правую часть уравнения такой, например, трансцендентной кривой, как  $y = \sin x$  (синусоида, см. рис.163, а), получают уравнение, содержащее алгебраические функции, однако число членов в нём будет неограниченным, а степень бесконечно большой.



Рис. 176.

Это дает основание рассматривать трансцендентные кривые как алгебраические линии бесконечно высокого порядка. Соответственно этому можно полагать, что характерные точки алгебраических кривых (точки перегиба, особые точки и т. п.) у трансцендентных кривых могут встречаться в *бесконечном количестве*. И это на самом деле так: трансцендентная кривая может пересекать прямую в бесконечном числе точек, у нее может быть бесконечное число

вершин даже на сколь угодно малом интервале (например, у кривой  $y = \sin \frac{1}{x}$  вблизи начала координат), бесконечное количество точек перегиба, асимптот и т. д.

Но помимо этой особенности у трансцендентных кривых могут быть характерные точки особой природы, которые не существуют у алгебраических кривых. К ним относятся *точки прекращения*, обладающие той особенностью, что окружность достаточно малого радиуса, проведенная из такой точки как из центра, пересекает кривую только в одной точке (например, кривая  $y = x^x$ , называемая *степенно-показательной кривой*, рис. 176). Сюда же относятся также

---

\* Трансцендентный от лат. transcendens – выходящий за пределы.

угловые точки, в которых прекращаются две ветви кривой, причём каждая из них имеет в этой точке свою касательную.

Трансцендентная кривая может иметь также *асимптотическую точку*, к которой неограниченно приближается ветвь кривой, делая вокруг этой точки бесконечное количество оборотов, например, у спирали золотого сечения точка

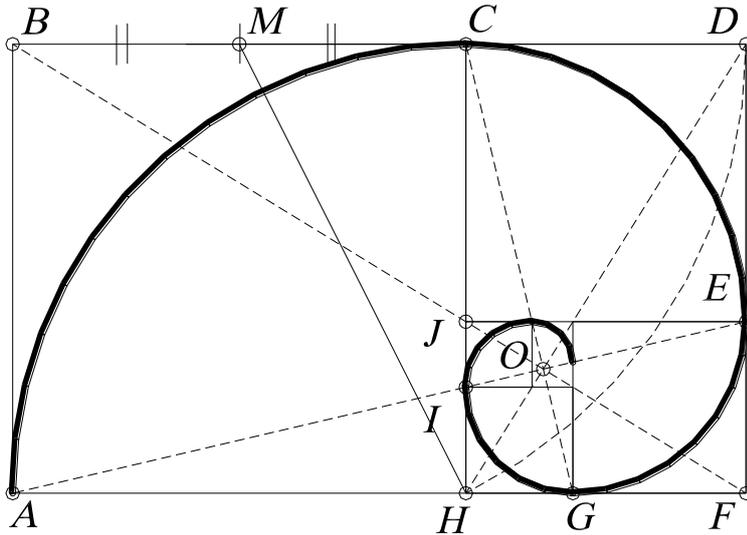


Рис. 177.

*O* является асимптотической (рис. 177). Построение спирали выполнено следующим образом. Построен прямоугольник золотого сечения. Это означает, что  $\frac{BC}{CD} = \frac{BD}{BC}$ , где сторона  $BC=AB$ . Для построения стороны  $BD$  строят

квадрат  $ABCH$ , делят сторону  $BC$  пополам и получают точку  $M$ . Проводят дугу окружности радиусом  $MH$  до совмещения с продолженной стороной  $BC$  и получают точку  $D$ . Затем квадрат  $ABCH$  достраивают до прямоугольника  $ABDF$ . Прямоугольник  $ABDF$  называется *прямоугольником золотого сечения*. По построению прямоугольник золотого сечения  $ABDF$  делится на квадрат  $ABCH$  и меньший прямоугольник золотого сечения  $CDFH$ . От малого прямоугольника  $CDFH$  можно отрезать другой квадрат, оставляя ещё меньший прямоугольник, и продолжать этот процесс до бесконечности. Что касается построения кривых отрезков спирали, то они получены четвертями окружностей из центров  $H, J, \dots$ . Таким образом, мы получаем бесконечную последовательность точек:  $\dots, I, G, E, C, A, \dots$ . Полученные точки лежат на равноугольной (логарифмической) спирали, уравнение которой имеет вид:  $\rho = a^\varphi$ . Другими словами, логарифмическую спираль можно приблизить спиралью, образованной четвертями

окружностей, вписанными в последовательные квадраты, изображенные на рис.177. Однако логарифмическая спираль пересекает стороны квадратов под очень малыми углами, а не касается их.\*

Помимо указанных характерных точек трансцендентные кривые могут иметь бесконечное множество *изолированных точек*, образующих *пунктирную ветвь*. Особым свойством трансцендентных кривых является и то, что для некоторых из них длина дуги, отсчитываемая от какой-либо точки кривой до её асимптотической точки, является величиной конечной, у других же эта длина неограниченно велика.

Сложность природы трансцендентных кривых затрудняет их изучение. До сих пор нет удовлетворительной классификации трансцендентных кривых. Попытки определить основы теории этих кривых были малосостоятельны и сводились главным образом к тому, чтобы создать общую теорию, охватывающую своими предложениями одновременно и алгебраические, и трансцендентные кривые.

#### **4.6. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КРИВЫЕ. ТРЕХГРАННИК ФРЕНЕ**

Исследование любой кривой включает в себя исследование кривой в целом и исследование в окрестности ее точки. Для исследования свойств кривой в целом необходимо установить общие свойства кривой и ее проекции. Естественно, они связаны со свойствами проецирования и справедливы для проекций плоских кривых.

1. Несобственная точка кривой проецируется в несобственную точку ее проекции. Это свойство – следствие свойства параллельного проецирования, которое представляет собой однозначное отображение, ставящее в соответствие несобственные точки пространства несобственным точкам плоскости.

---

\* Кокстер Г. С. М. Введение в геометрию. М.: Наука, 1966. – 242 с.  
162

2. Касательная к кривой проецируется в касательную к ее проекции, если направление проецирования не параллельно касательной (в противном проецируется в точку).

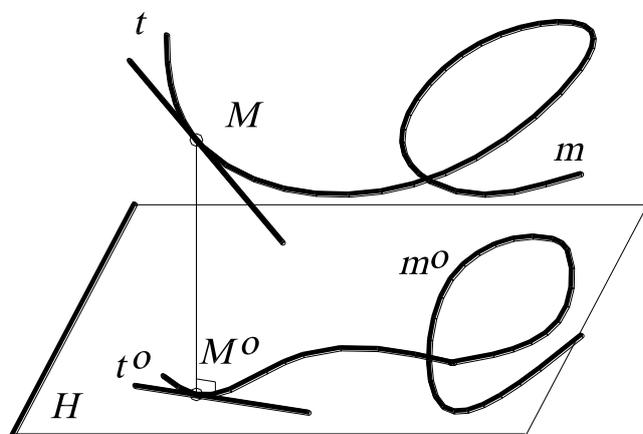


Рис. 178.

Как известно, касательная — это прямая, секущая (пересекающая) кривую в двух совпавших точках (рис.178).

При параллельном проецировании точкам кривой однозначно соответствуют точки ее проекции. Следовательно, двум совпавшим точкам пересечения

касательной к кривой соответствуют две совпавшие точки проекции касательной и проекции кривой. Это свойство дает обоснование способа построения касательной  $t$  к кривой  $m$  в ее точке  $M$ .

Порядок алгебраической (в общем случае) кривой равен порядку проекции кривой.

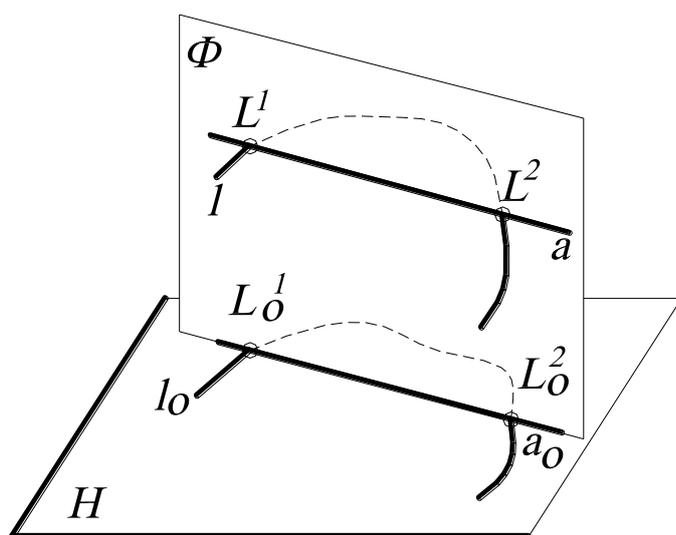


Рис. 179.

Проводят некоторую проецирующую плоскость  $\Phi$ , которая пересекает данную кривую  $l$   $n$ -го порядка в  $n$  точках  $L^i$ , где  $i=1,2,\dots,n$  (рис.179). Согласно однозначности проецирования, проекция прямой  $a_0 = \Phi \cap H$  пересекает проекцию  $l_0$  кривой  $l$  также в  $n$  точках, то есть  $L_0^i$ , где  $i=1,2,\dots,n$ .

В частных случаях проекция может распадаться и иметь меньший, чем у кривой, порядок. Например,

кривая второго порядка, лежащая в проецируемой плоскости, проецируется в «двойную» прямую, то есть каждая проецирующая прямая пересекает оригинал (кривую второго порядка) дважды.

В общем случае, если каждая проецирующая плоскость пересекает оригинал в  $k$  точках, то порядок проекции в  $k$  раз меньше, чем порядок у оригинала. Если центр проецирования находится на кривой в ее обыкновенной точке, то порядок проекции меньше на единицу, если в  $k$ -кратной точке, то порядок меньше на  $k$ .

**Исследования свойств пространственной кривой в окрестности ее точки. Трехгранник Френе.** Исследования так называемых дифференциальных (локальных) свойств производятся путем построения проекций кривой на грани сопровождающего трехгранника, называемого трехгранником Френе\*.

Покажем построение сопровождающего трехгранника кривой, не останавливаясь на методике такого исследования, так как это предмет дифференциальной геометрии. Он состоит из трех ребер – *касательной, нормали и бинормали* – и из трех граней – *соприкасающейся, нормальной и спрямляющейся*

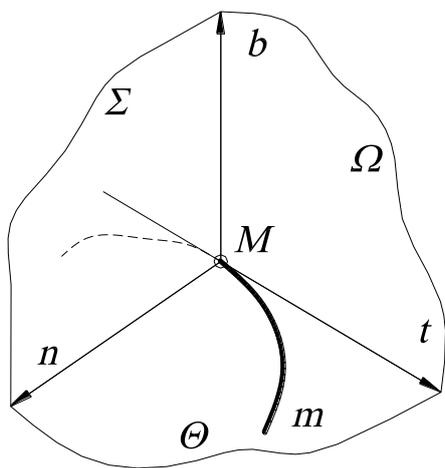


Рис. 180.

*плоскости* (рис. 180). Все плоскости, проходящие через касательную  $t$  к кривой  $m$  в точке  $M$ , называются касательными. Таких плоскостей можно провести пучок ( $\infty^1$ ). Среди них одна называется *соприкасающейся плоскостью*  $\Theta$ , являющейся предельным положением некоторой плоскости  $\Theta(M, M^1, M^2)$  при стремлении точек  $M^1, M^2$  вдоль кривой к точке  $M$ .

Из дифференциальной геометрии известно, что соприкасающаяся плоскость  $\Theta$  наилучшим образом приближается в

\* Трехгранник Френе – по имени французского ученого Френе (Frenet), предложившего его впервые в 1847 г.

окрестности точки  $M$  к кривой  $m$ . Поэтому эту кривую  $m$  в окрестностях точки  $M$  рассматривают как плоскую.

Плоскость  $\Sigma(M \in \Sigma)$ , перпендикулярная касательной  $t$ , называется *нормальной*. Плоскость  $\Omega \in t$ , перпендикулярная плоскости  $\Theta$ , называется *спрямляющей*.

## 4.7. ВИНТОВЫЕ ЛИНИИ

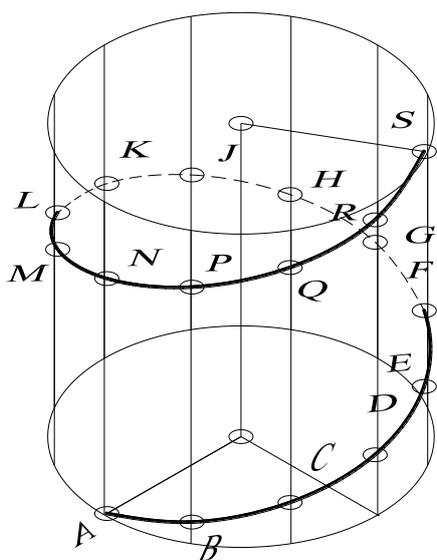


Рис. 181.

Цилиндрическая винтовая линия (рис. 181) описывается точкой, совершающей равномерное движение по образующей цилиндра вращения, которая, в свою очередь, равномерно вращается вокруг оси цилиндра. Смещение  $AN$  вдоль образующей при одном полном обороте называется *шагом* ( $h$ ) винтовой линии.

Величина  $p = \frac{h}{2\pi}$  - параметр винтовой

линии, который определяет перемещение  $r$

точки вдоль оси за время поворота последней на угол  $\varphi$ , равный одному радиану\*.

Различают правую и левую винтовые линии. Радиус цилиндра  $r$  и его ось  $i$  называют соответственно *радиусом* и *осью* винтовой линии. Для определения винтовой линии необходимо задать две величины –  $h$  (шаг) и  $r$ .

Таким образом, винтовая линия – это кривая, определяемая двумя параметрами. Цилиндрические винтовые линии обладают свойством сдвигаемости, то есть могут сдвигаться сами по себе. Две дуги одинаковой длины одной и той

\* От лат. Radius – радиус – центральный угол, соответствующий дуге, длина которой равна радиусу этой окружности. Содержит приблизительно  $57^{\circ}17'45$ . Принимается за единицу измерения углов.

же винтовой линии совпадают при наложении друг на друга. Этим свойством обладают также прямая и окружность.

Построение проекций винтовой линии определяется характером ее образования в пространстве (рис. 182).

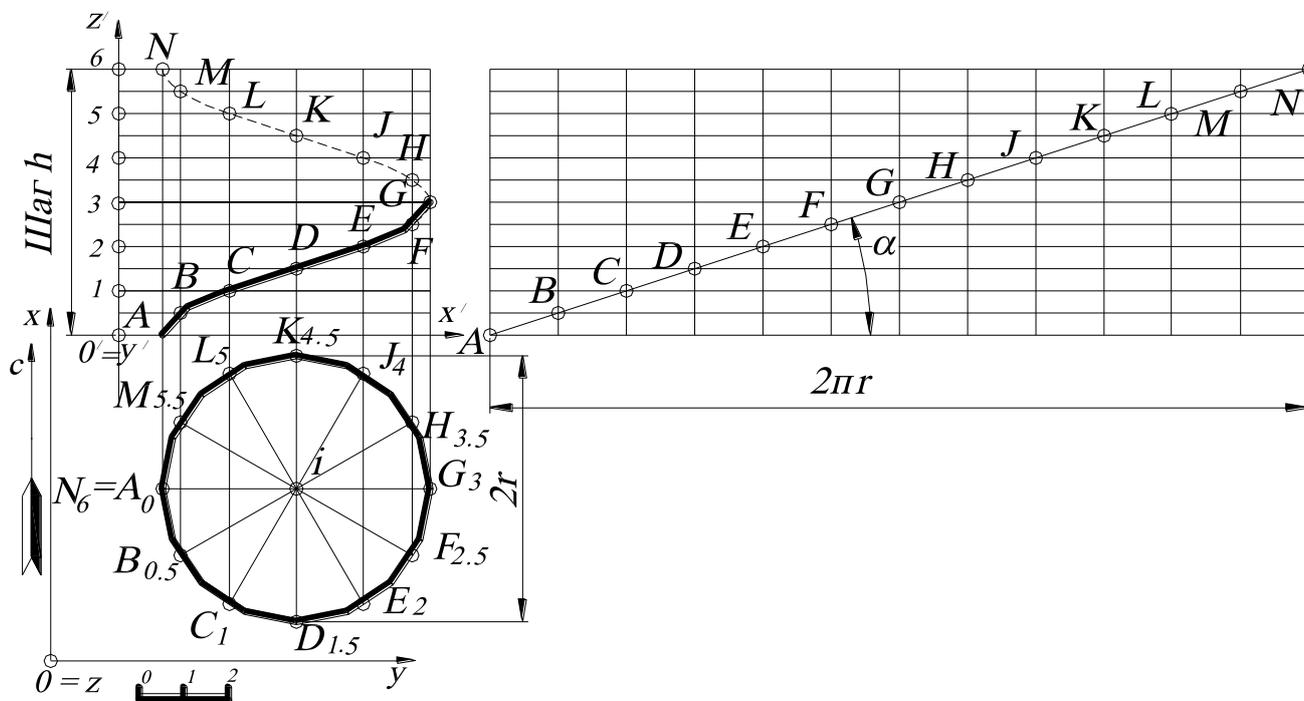


Рис. 182.

Горизонтальная проекция цилиндра и винтовой линии – окружность, совпадающая с проекцией окружности основания цилиндра. Если цилиндр разрезать по его прямолинейной образующей  $AN$  (рис.182) и, разгибая, разгладить по плоскости, получится развёртка цилиндра – прямоугольник с высотой  $h$  и основанием  $2\pi r$ , в которое развернётся окружность основания цилиндра. Винтовая линия в результате развёртывания превратится в прямую – диагональ прямоугольника. Это означает, что винтовая линия пересекает все образующие под одним и тем же углом  $\alpha$ .

Для построения развёртки винтовой линии (см. рис.182) делят окружность основания цилиндра, являющуюся горизонтальной проекцией винтовой линии, и отрезок, равный шагу  $h$ , отложенный на оси цилиндра, соответственно на одинаковое число равных частей. На рассматриваемом чертеже взято 12 ча-

стей. Тогда точки на профиле винтовой линии будут лежать на пересечении соответствующих горизонтальных и вертикальных прямых, проведенных через одноименные точки деления. Полученные точки соединяют плавной кривой. Как следует из способа построения, данная кривая является гелисой.

При разворачивании цилиндрической поверхности на плоскость винтовая линия на развертке превращается в прямую, наклоненную под углом  $\alpha$  к горизонтальной прямой – развертке основания цилиндра. Это следует из закона образования винтовой линии, по которому равным угловым перемещениям точки по окружности соответствуют равные прямолинейные перемещения, перпендикулярные плоскости окружности. На развертке равным отрезкам горизонтальной прямой будут соответствовать равные перемещения точки в вертикальном направлении. Итак, траектория точки на развертке представляет собой линию, у которой ординаты точек пропорциональны абсциссам, то есть прямую.

Угол  $\alpha$  равен углу подъема винтовой линии и определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{2\pi r} = \frac{p}{r}.$$

Тот факт, что на развёртке винтовая линия перешла в прямую, означает также, что винтовая линия является одной из *геодезических линий* на цилиндре. Так называют кратчайшую из всех линий, которые можно провести по поверхности через какие-либо две её точки, форму которой принимает нить, туго натянутая по поверхности между соседними точками.

Винтовая линия – кратчайшая из всех линий, которые можно провести между двумя точками, лежащими на поверхности цилиндра и на одном витке. Такая линия называется *геодезической*.

### ***ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ***

1. Дать определение порядка, жанра, класса кривой.
2. Показать на примерах особые точки кривой.

3. Воспользовавшись параболой, построенной на рис.174 или на рис.175, проверьте теорему о том, что лучи света, параллельные оси кривой, после отражения проходят через одну точку – фокус параболы.
4. Перегибая лист бумаги, постройте семейство касательных к параболе (из предыдущего вопроса).
5. Можно ли построить касательные к гиперболе, перегибая лист бумаги?

## 5. МНОГОГРАННИКИ

### 5.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ. ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

*Многогранник* – это геометрическое тело, часть пространства, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками. Многоугольники, из которых состоит многогранник, называют *гранями*, а стороны и вершины этих многоугольников – *ребрами* и *вершинами* многогранника.

*Выпуклым* называют многогранник, расположенный с одной стороны от плоскости любой грани. Любое плоское сечение выпуклого многогранника – выпуклый многоугольник. Для любого выпуклого многогранника справедлива *формула Эйлера*:  $V+G-P=2$ , где  $V$  – число вершин многогранника,  $G$  – число граней многогранника,  $P$  – число его ребер.

*Пирамида* – это выпуклый многогранник, основание которого – некоторый многоугольник, а боковые грани – треугольники с общей вершиной, которая называется вершиной пирамиды. Основание пирамиды – многоугольник, имеющий число сторон, равное числу боковых граней пирамиды. При неограниченном увеличении числа сторон основания пирамида становится конусом. Высота пирамиды – это перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на ее основание. Как легко видеть на рис. 183,  $a$ , высота  $S_0S_0$  пирамиды  $SABCD$  есть катет прямоугольного треугольника  $S_0S_0B_0$ , в котором гипотенуза  $S_0B_0$  есть ребро пирамиды, а катет  $S_0B_0$  – расстояние от основания высоты до одной

из вершин основания пирамиды. Если рассматривать прямоугольный треугольник  $S_{60}S_0F_0$ , то высота пирамиды  $S_{60}S_0$  является катетом, другой катет  $S_0F_0$  – это перпендикуляр, опущенный из основания высоты на сторону пирамиды, а гипотенузой является отрезок прямой  $S_{60}F_0$ .

Правильной называют пирамиду, основание которой – правильный многоугольник, а высота проходит через центр основания. Все боковые грани правильной пирамиды – равнобедренные треугольники.

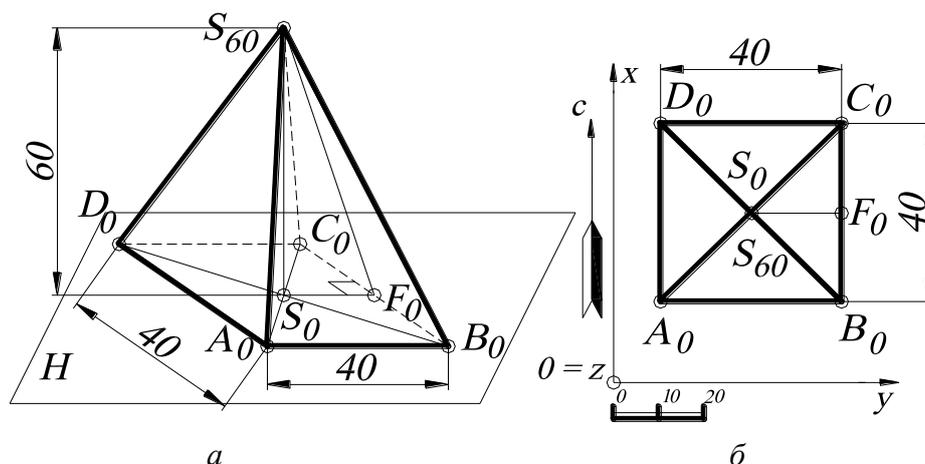


Рис. 183.

В проекциях с числовыми отметками многогранники задаются на плане вершинами – точками с высотными отметками. На рис. 183, *a* показана пирамида  $SABCD$  во фронтальной изометрии, на рис. 183, *б* построена эта же пирамида в проекциях с числовыми отметками.

Если вершину пирамиды удалить в бесконечность, то ребра пирамиды будут параллельны, и поверхность пирамиды преобразуется в поверхность призмы. Поверхность призмы ограничена двумя основаниями (гранями, соответствующими при параллельном переносе), а остальные грани (боковые) – параллелограммы. На рис. 184, *a* дана фронтальная изометрия призмы  $ABCDEFKL$ , рис. 184, *б* – призма  $ABCDEFKL$  в проекциях с числовыми отметками. Если неограниченно увеличивать число сторон оснований, то в пределе призма станет цилиндром. Призма называется прямой, если ее боковые грани и ребра перпендикулярны основанию. Прямая призма называется правильной,

если ее основания правильные многоугольники. Все боковые грани правильной призмы – равные прямоугольники.

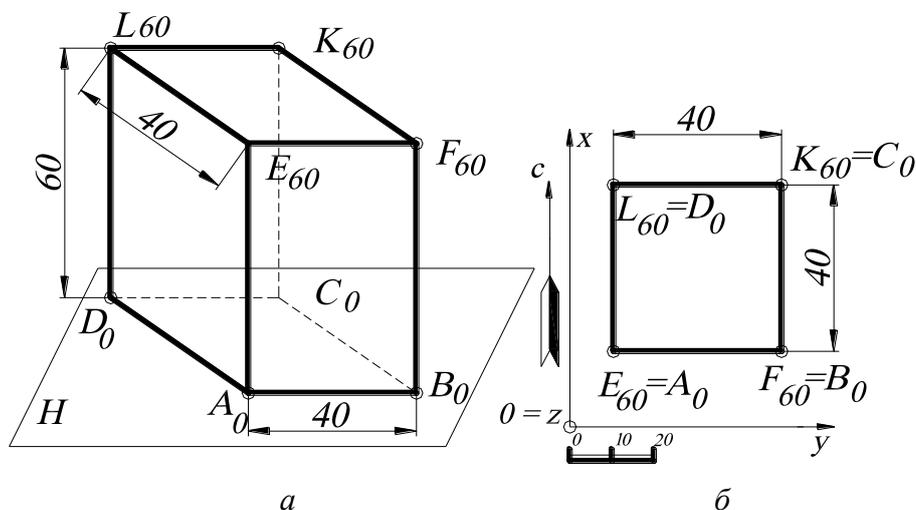


Рис. 184.

**Правильные многогранники** – это выпуклые многогранники, все грани которых равны, а также равны его двугранные углы. Все вершины правильного многогранника лежат на одной сфере (описанной), все его грани касаются одной сферы (вписанной) и все рёбра касаются одной сферы. Центры этих трёх сфер совпадают в центре многогранника. Существует пять типов правильных многогранников, называемых телами Платона: тетраэдр, гексаэдр (куб), октаэдр, икосаэдр и додекаэдр.

При построении тел Платона будем использовать метод вращения вокруг линии уровня (п. 4.2). В этом случае нужно уметь определять числовые отметки его вершин на плане. Нахождение числовых отметок будет осуществляться решением обратной задачи, то есть определение числовой отметки точки данной проекции по заданному её совмещённому положению и заданной оси вращения.

В самом деле, пусть  $A_2B_2$  – горизонтальная ось, вокруг которой вращают точку  $C$  и получают её совмещённое положение  $C_2$  с горизонтальной плоскостью на высоте  $2$ ;  $C_2$  – горизонтальная проекция точки, числовую отметку которой нужно найти (рис.185). Точки  $C_2$  и  $C_2$  лежат на одном перпендикуляре к

оси вращения  $A_2B_2$ , так как при вращении вокруг линии уровня точка  $C$  перемещается по окружности, плоскость которой перпендикулярна  $A_2B_2$ . Точка  $C_?$

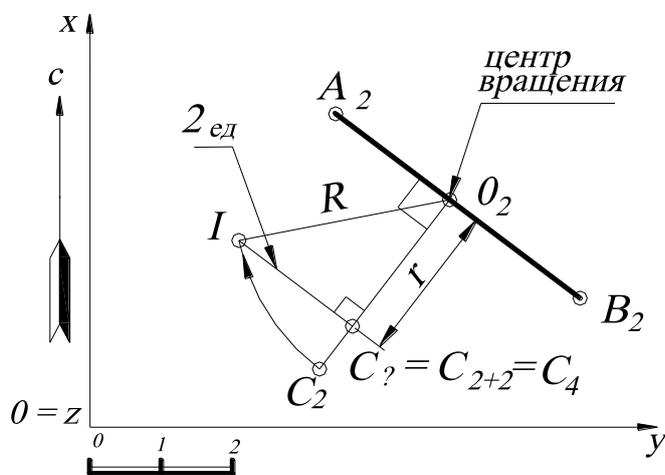
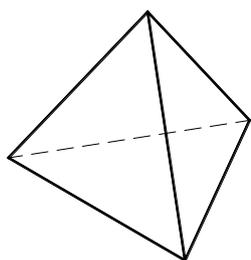


Рис. 185.

может находиться ниже или выше отрезка  $A_2B_2$ , а их проекции будут совпадать. Однако числовые отметки точек будут отличаться на одинаковую разность по отношению к отрезку  $A_2B_2$ . Предположим, что точка  $C_?$  находится выше  $A_2B_2$ . Тогда строится прямоугольный треугольник  $C_?O_2I$ , гипотенуза которого равна  $R$  – натуральной величине радиуса вращения точки  $C$  (см. рис. 155). Измерив величину катета  $IC_?$ , получают  $IC_?=2$  (в соответствии с линейным масштабом). Затем арифметически прибавляют её к числовой отметке точки  $C_2$ , то есть  $2+2=4$ . Поэтому точка  $C_?$  имеет числовую отметку, равную  $4$ . В том случае, если точка  $C_?$  находится ниже оси вращения  $A_2B_2$  (по условию задания), она имеет отметку  $C_{2-2}=C_0$ .

Таким образом, для того, чтобы определить числовую отметку точки по её совмещённому положению, строят прямоугольный треугольник с одним катетом, равным расстоянию от центра вращения до проекции точки; гипотенузой, равной натуральной величине радиуса вращения, проведённой из центра вращения. Тогда полученная длина второго катета этого прямоугольного треугольника будет являться числовой разностью между числовой отметкой искомой точки и числовой отметки оси вращения.

Далее рассмотрим построения всех пяти правильных многогранников в проекциях с числовыми отметками.



Далее рассмотрим построения всех пяти правильных многогранников в проекциях с числовыми отметками.

**1. Тетраэдр** – треугольная пирамида, все четыре грани которой – равносторонние треугольники.

**ПРИМЕР.** Построить тетраэдр, поставленный на горизонтальную плоскость проекций  $xOy$  по заданному ребру (построения могут выполняться аналогично, если необходимо построить неправильную пирамиду по произвольным шести рёбрам).

Построение тетраэдра начинают с построения на горизонтальной плоскости проекций  $xOy$  основания тетраэдра  $A_0B_0C_0$  – правильного треугольника с заданной стороной. Затем, для определения проекции вершины тетраэдра, совмещают его боковые грани с горизонтальной плоскостью проекций  $xOy$ , приняв

за оси вращения соответствующие стороны основания тетраэдра. Совмещение граней представится в виде трёх одинаковых равно- сторонних треугольников  $A_0S'B_0$ ,  $B_0S''C_0$ ,  $C_0S'''A_0$ . При этом точки  $S'$ ,  $S''$  и  $S'''$  – это совмещения одной и той же точки – вершины тетраэдра  $S_?$ . Затем поднимают боковые грани тетраэдра до тех пор,

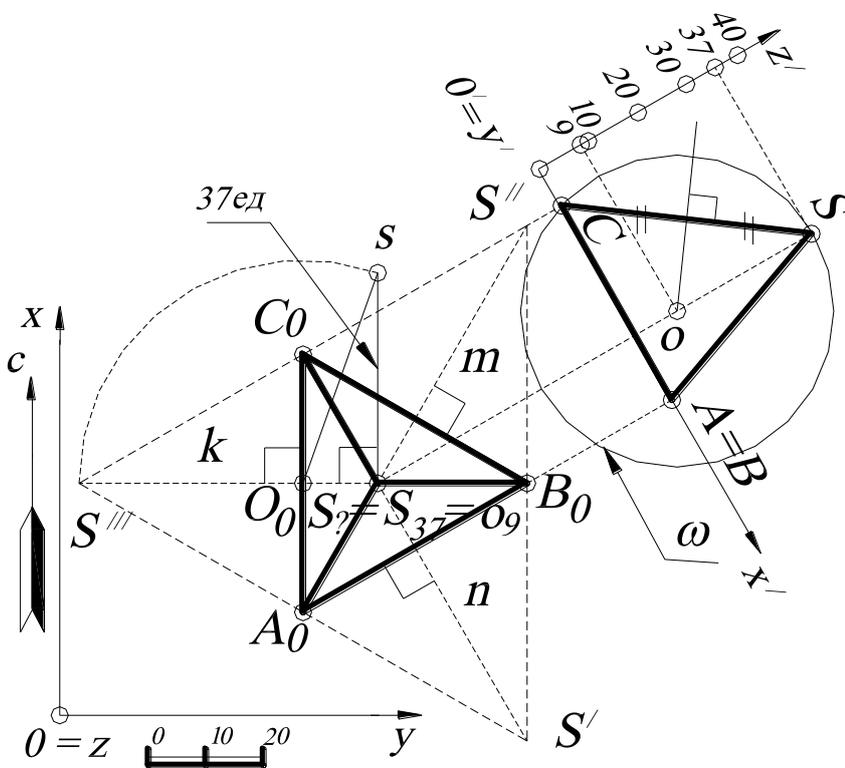


Рис. 186.

пока точки  $S'$ ,  $S''$  и  $S'''$  не сольются в одну  $S_?$ , - при этом горизонтальные проекции точек  $S'$ ,  $S''$  и  $S'''$  будут перемещаться по перпендикулярам  $n$ ,  $m$ ,  $k$  к осям вращения  $A_0B_0$ ,  $B_0C_0$ ,  $C_0A_0$ , и поэтому горизонтальная проекция вершины  $S_?$  будет находиться в точке пересечения всех трёх перпендикуляров.

По найденной таким образом горизонтальной проекции вершины  $S_?$  и её совмещению (например,  $S'''$ ), остаётся определить числовую отметку точки  $S_?$ .

Искомая числовая отметка или расстояние от горизонтальной плоскости проекций  $xOy$  (по заданию основания тетраэдра) равно катету  $S_2s$  прямоугольного треугольника  $S_2sO_0$ , построенного по гипотенузе  $O_0S'''$  и катету  $S_2O_0$  (см. рис. 185).

Проекция описанной сферы  $\omega$  строится из условия того, что все точки тетраэдра принадлежат поверхности сферы. Ребро  $SC$  параллельно плоскости профиля. Следовательно, проекция описанной сферы (на профиле) будет проходить через точку  $S$ ,  $C$  и точку, ей симметричную относительно высоты тетраэдра (так как точка  $C$  принадлежит параллели описанной сферы и на этом профиле будет принадлежать очерку этой сферы). Построив серединный перпендикуляр к профилю отрезка  $SC$ , находят проекцию центра  $o$  описанной сферы  $\omega$ . Горизонтальная проекция описанной сферы определяется радиусом  $oS=oS$  и центром  $o_9$ . Вследствие того, что описанная сфера  $\omega$  на плане будет изображаться в виде окружности такого же радиуса, как и на профиле, и для того, чтобы не затенять построения тетраэдра на плане, проекция описанной сферы на плане не проведена.

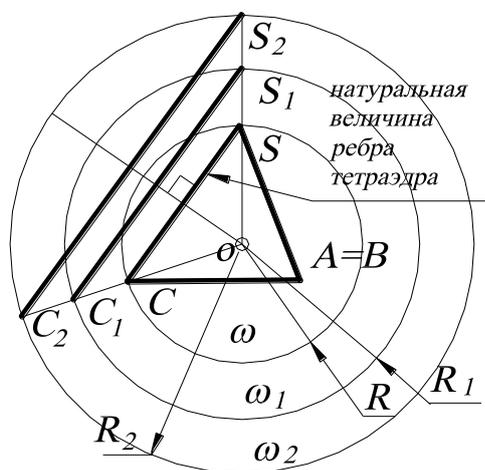


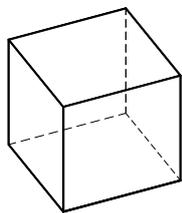
Рис. 187.

Что касается зависимости между радиусом описанной сферы и длиной ребра тетраэдра, то это будет величина постоянная. Другими словами, построив один раз сферу, описанную вокруг тетраэдра с заданной величиной ребра, и, пользуясь пропорциональностью, можно графически определить радиус любой другой сферы, описанной вокруг тетраэдра, и величину его ребра. Та-

кая зависимость справедлива для всех тел Платона. На рис. 187 построена графическая зависимость длины ребра тетраэдра от радиуса описанной сфе-

ры:  $\frac{SC}{R} = \frac{S_1C_1}{R_1} = \frac{S_2C_2}{R_2} = const$ , то есть из точки  $o$  строятся прямые, проходя-

щие через точки  $C$  и  $S$  и в пересечении с произвольными окружностями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  - проекциями описанных сфер – определяются рёбра  $S_1C_1, S_2C_2$ .



**2. Гексаэдр**, или **куб**, – прямоугольный параллелепипед, все шесть граней которого – равные квадраты.

Построение гексаэдра в проекциях с числовыми отметками с заданной величиной ребра, например **40**, показано на

рис.188. В этом случае гексаэдр стоит одной своей гранью  $A_0B_0C_0D_0$  на основ-

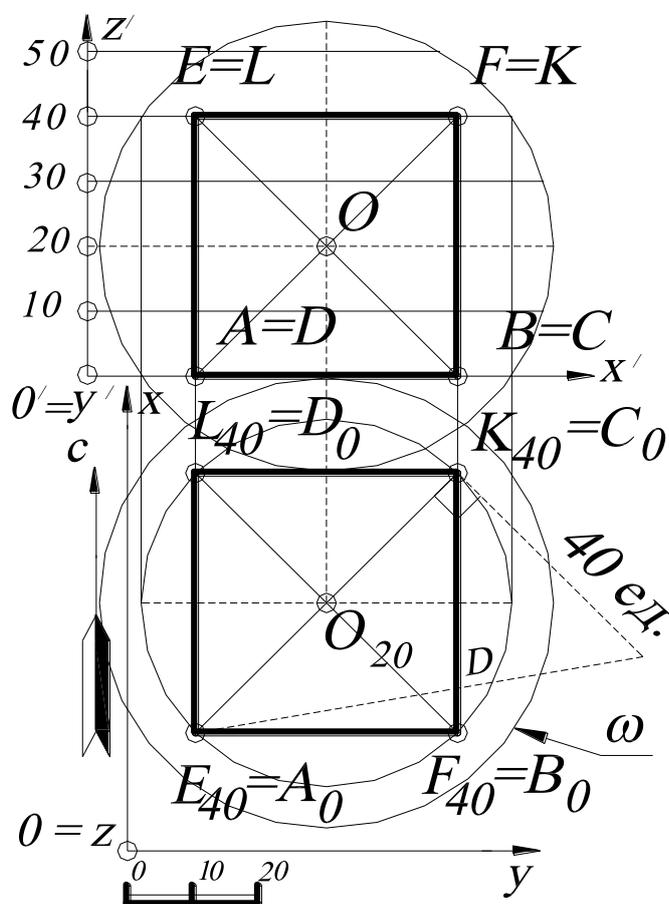


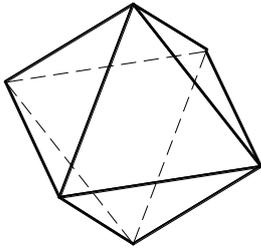
Рис. 188.

ной плоскости проекций  $xOy$ .

Грань  $A_0B_0C_0D_0$  будет проецироваться на эту плоскость проекций в виде квадрата со стороной **40** (по масштабу чертежа). Длина ребра гексаэдра соответствует числовым отметкам верхнего основания  $E_{40}F_{40}K_{40}L_{40}$ , проекция которого будет совпадать с проекцией  $A_0B_0C_0D_0$ .

Центр описанной сферы  $\omega$  будет находиться на пересечении диагоналей гексаэдра – точка  $O_{20}$ , а длина любой диагонали будет являться диаметром  $D$  описанной сферы. Все диагонали гексаэдра проецируются на горизонтальную плоскость проекций  $xOy$  с искажением, следовательно, на плане находят натуральную величину любой диагонали, например  $C_0E_{40}$ , методом прямоугольного треугольника. Полученная величина  $D$  является диаметром описанной сферы  $\omega$ .

горизонтальную плоскость проекций  $xOy$  с искажением, следовательно, на плане находят натуральную величину любой диагонали, например  $C_0E_{40}$ , методом прямоугольного треугольника. Полученная величина  $D$  является диаметром описанной сферы  $\omega$ .



3. Октаэдр состоит из восьми равносторонних треугольников, соединённых по четыре около каждой вершины. Отсюда видно, что октаэдр (правильный восьмигранник) может быть рассмотрен как две четырёхугольные пирамиды  $EABCD$  и  $FABCD$  ( $E, F$  – вершины этих пирамид), сложенные своими квадратными основаниями  $ABCD$  вместе (рис.189). На этом основании построение октаэдра начинается с построения упомянутого выше квадрата как основания пирамид.

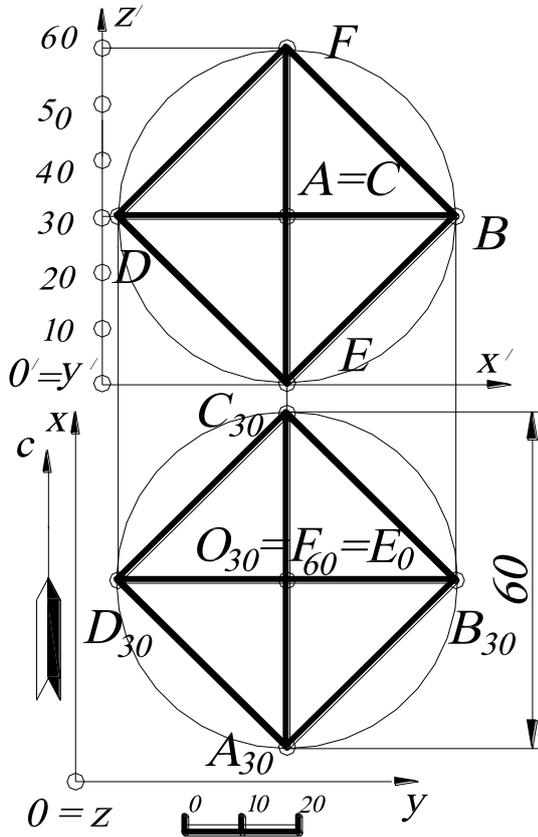


Рис. 189.

В простейшем случае, когда диагональ октаэдра, соединяющая обе вершины пирамид, вертикальна, плоскость квадрата параллельна горизонтальной плоскости проекций и, следовательно, проецируется на ней в натуральную величину, а на профиле – по прямой, параллельной оси  $z'$ . А потому, вычертив на горизонтальной плоскости квадрат  $A_{30}B_{30}C_{30}D_{30}$ , сторона которого равна ребру октаэдра, и соединив его центр  $O_{30}$ , в котором проектируются вершины  $E$  и  $F$  пирамид, с вершинами  $ABCD$ , находят горизонтальную проекцию октаэдра. Для определения числовых отметок точек  $E$  и  $F$  заметим, что все диагонали октаэдра равны между собой и что квадрат  $ABCD$  делит вертикальную диагональ пополам. Поэтому, измерив длину диагонали, например  $A_{30}C_{30}$ , которая равна  $60$ , получают числовые отметки точек  $E_0$  и  $F_{60}$ . Причём длина диагонали (и её проекции в этом случае) равна диаметру сферы, описанной вокруг этого октаэдра.

В простейшем случае, когда диагональ октаэдра, соединяющая обе вершины пирамид, вертикальна, плоскость квадрата параллельна горизонтальной плоскости проекций и, следовательно, проецируется на ней в натуральную величину, а на профиле – по прямой, параллельной оси  $z'$ . А потому, вычертив на горизонтальной плоскости квадрат  $A_{30}B_{30}C_{30}D_{30}$ , сторона которого равна ребру октаэдра, и соединив его центр  $O_{30}$ , в котором проектируются вершины  $E$  и  $F$  пирамид, с вершинами  $ABCD$ , находят горизонтальную проекцию октаэдра. Для определения числовых отметок точек  $E$  и  $F$  заметим, что все диагонали октаэдра равны между собой и что квадрат  $ABCD$  делит вертикальную диагональ пополам. Поэтому, измерив длину диагонали, например  $A_{30}C_{30}$ , которая равна  $60$ , получают числовые отметки точек  $E_0$  и  $F_{60}$ . Причём длина диагонали (и её проекции в этом случае) равна диаметру сферы, описанной вокруг этого октаэдра.

Для построения икосаэдра и додекаэдра в проекциях с числовыми отметками нужно уметь строить правильный пятиугольник с заданной стороной. На

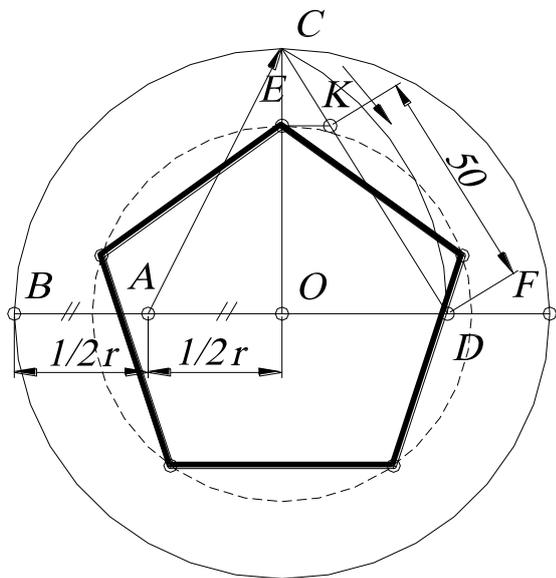
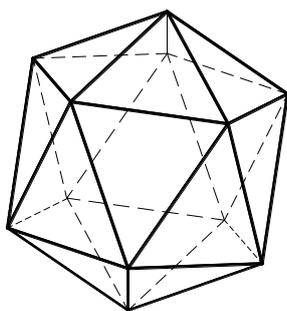


Рис. 190.

рис. 190 показан способ построения правильного пятиугольника с заданной стороной, например, равной **50**. Для этого пользуются правилом «золотого сечения» (см. параграф «Золотое сечение»). Проводят произвольную окружность с радиусом, равным **OB**, и делят этот радиус пополам, получая точку **A**. Из точки **A** радиусом, равным **AC**, проводят дугу окружности, которая пересечет горизонтальную прямую **OF** в точке **D**.

Таким образом, разделили отрезок **BD** в отношении «золотого сечения», где **AD** – «большая» часть, а **BA** – «меньшая». Точку **D** соединяют с точкой **C** прямой линией. Отрезок прямой **DC** будет являться шкалой, на которой откладывают заданную сторону правильного пятиугольника. В данной задаче на **DC** откладывают отрезок, равный **50**, и получают точку **K**. Из точки **K** проводят отрезок, параллельный отрезку **OD**, который пересечёт вертикальную ось **OC** в точке **E** – вершине правильного пятиугольника. Отрезок **OE** будет являться радиусом описанной окружности искомого пятиугольника. Остальные вершины пятиугольника находят, откладывая циркулем по построенной окружности отрезки (хорды), равные **50**.



**4. Икосаэдр** образован двадцатью равносторонними треугольниками, соединёнными по пяти около каждой вершины и, следовательно, расположенными так, что икосаэдр может быть рассматриваемым как многогранник, состоящий из двух пятиугольных пирамид **ACDEFG** и **BHJKLM** (где **A** и **B** – вершины этих пирамид) и про-

межуточного многогранника, ограниченного с боков десятью равными треугольниками (рис.191).

Пирамиды  $ACDEFG$  и  $BHJKLM$  имеют в основании два равных и параллельных пятиугольника  $CDEFG$  и  $HJKLM$ . Причём вершины этих оснований расположены так, что вершины верхнего основания  $HJKLM$  находятся напротив середин сторон нижнего основания  $CDEFG$ . Поэтому, чтобы построить по заданному ребру икосаэдр, где отрезок прямой  $AB$  соединяет вершины верхней и нижней пирамиды, перпендикулярен основной плоскости проекций  $xOy$ , и, следовательно, пятиугольные основания  $CDEFG$  и  $HJKLM$  параллельны этой плоскости проекций, а вершина  $A$  принадлежит этой плоскости проекций (то есть имеет отметку  $0$ ), поступают следующим образом.

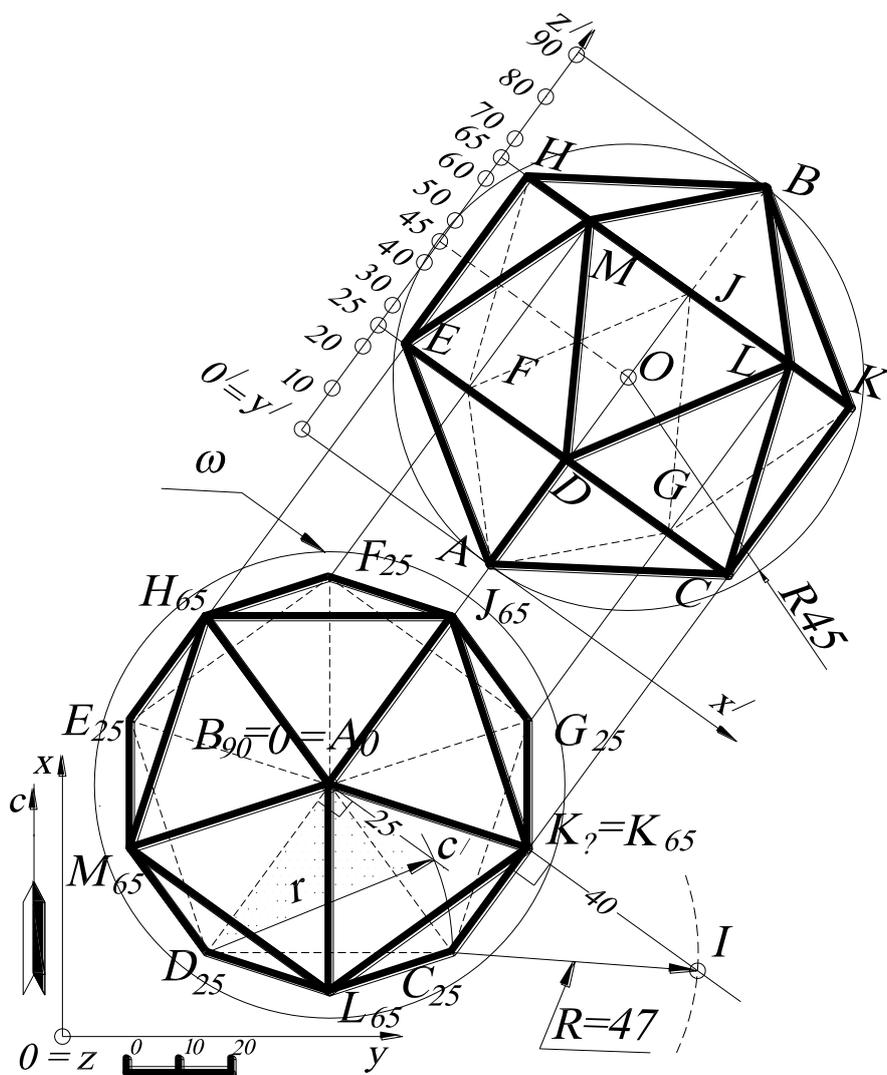


Рис. 191.

На плане чертят по заданному ребру (см. рис. 191) два правильных пятиугольника  $CDEFG$  и  $HJKLM$  так, чтобы эти точки  $C, D, E, F, G, H, J, K, L, M$  делили окружность, описанную около них, на десять равных частей. Тогда точки  $CDEFG$  и  $HJKLM$  представят горизонтальные проекции оснований как нижней пирамиды, так и верхней, а так-

же промежуточного многоугольника, где центр  $O$  – это середина отрезка прямой  $AB$ . Полученные точки последовательно соединяют между собой, как показано на рис. 191.

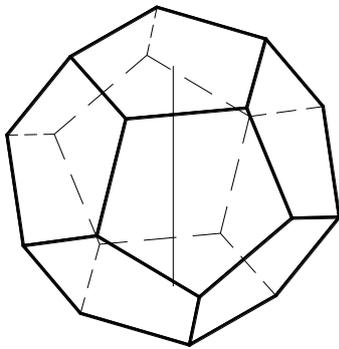
Чтобы найти числовые отметки полученных проекций вершин икосаэдра, достаточно найти высоту  $h$  обеих пирамид (они равны) и высоту  $h_1$  промежуточного многогранника, так как основание нижней пирамиды  $CDEFG$  параллельно основной плоскости проекций  $xOy$  и находится от неё на расстоянии высоты пирамиды  $h$ . Основание верхней пирамиды  $HJKLM$  также параллельно основной плоскости проекций и находится от неё на расстоянии  $h+h_1$ , а вершина  $B - h+h_1+h$ . Высота  $h$  пирамиды равна катету прямоугольного треугольника, в котором гипотенузой является ребро пирамиды, а другим катетом – расстояние от основания высоты пирамиды до одной из вершин основания пирамиды. Поэтому строят прямоугольный треугольник, в котором один катет равен  $A_0D$ . Затем в точке  $A_0$  восстанавливают перпендикуляр к  $A_0D$ , на котором делают засечку циркулем, равным гипотенузе – натуральной величине ребра пирамиды  $r=47$ . Катет прямоугольного треугольника  $A_0c'$  равен  $h$ . Измерив расстояние  $A_0c'=25$  (по масштабу чертежа), получают числовые отметки точек  $C, D, E, F, G$ , равные 25.

Остаётся найти высоту  $h_1$  промежуточного многогранника. Для этого достаточно найти высоту одной из вершин верхнего его основания  $HJKLM$ , например, вершины  $K_2$ , над плоскостью проекций  $xOy$ , так как это основание параллельно основной плоскости проекций. С этой целью используют метод прямоугольного треугольника, то есть определяют разность координат  $\Delta z=h_1$  (числовых отметок) концов отрезка, например, отрезка (ребра)  $C_{25}K_2$ , а именно строят прямоугольный треугольник  $C_{25}K_2I$ , в котором один катет равен  $C_{25}K_2$ . Затем в точке  $K_2$  восстанавливают перпендикуляр  $K_2I$ , на котором делают засечку циркулем, равным гипотенузе – ребру  $R=47$  (по масштабу чертежа).

Искомая высота точки  $K_2$  над основной плоскостью проекций определится как катет  $K_2I$  прямоугольного треугольника  $C_{25}K_2I$ , построенного по катету

$C_{25}K_2$  и гипотенузе  $R=47$ . А потому, измерив расстояние  $K_2I=40=h_1$  (в соответствии с линейным масштабом), получают отметку точки  $K_2$ , равную  $h_1+h=25+40=65$ . Все точки основания верхней пирамиды  $HJKLM$  также будут иметь числовые отметки, равные  $65$ , так как это основание параллельно основной плоскости проекций  $xOy$ .

Вершина  $B$  будет иметь числовую отметку  $h+h_1+h=25+40+25=90$ . Наконец, диаметр описанной сферы  $\omega$  икосаэдра  $|AB|=90$ , центр  $O$  которой будет лежать на середине этого отрезка.



5. Додекаэдр, или правильный двенадцатигранник, образован двенадцатью правильными пятиугольниками, соединёнными по три около каждой вершины и расположенными так, что противоположные грани многогранника лежат в плоскостях, параллельных друг другу, и развёрнуты относительно прямой, соединяющей их центры, на  $180^\circ$ .

На рис. 192 построен додекаэдр с заданным ребром. Построение выполняется следующим образом. Предположим, что додекаэдр одной из своих граней  $ABCDE$  поставлен на основную плоскость проекций  $xOy$ . В таком случае вычерчивают на основной плоскости проекций правильный пятиугольник  $A_0B_0C_0D_0E_0$  – основание додекаэдра. Чтобы определить проекции боковых вершин додекаэдра и их числовые отметки, совмещают с плоскостью проекций  $xOy$  две смежные грани, прилегающие к основанию  $A_0B_0C_0D_0E_0$ , вращая их около ребра  $A_0B_0$  и  $A_0E_0$ . Совмещение этих граней представится в виде двух правильных пятиугольников  $B_0H'G'F'A_0$  и  $A_0F''P'JE_0$ , причём легко видеть, что точки  $F'$  и  $F''$  – это прообразы для совмещения одной и той же точки – вершины  $F_2$ . Вращением, поднимают грани в их первоначальное положение и находят проекции точек  $F'$ ,  $F''$ ,  $G'$ . На плане проекции этих точек будут при восстановлении граней перемещаться по перпендикулярам к осям вращения  $A_0B_0$  и  $A_0E_0$ .

Следовательно, горизонтальная проекция вершины  $F_?$  будет находиться на пересечении перпендикуляров  $IF'$  и  $III F''$ , по которым перемещаются точки  $F'$  и  $F''$ .

Что касается числовой отметки точки  $F_?$ , то она будет находиться на высоте от основной плоскости проекций  $xOy$ , которая определится по величине ка-

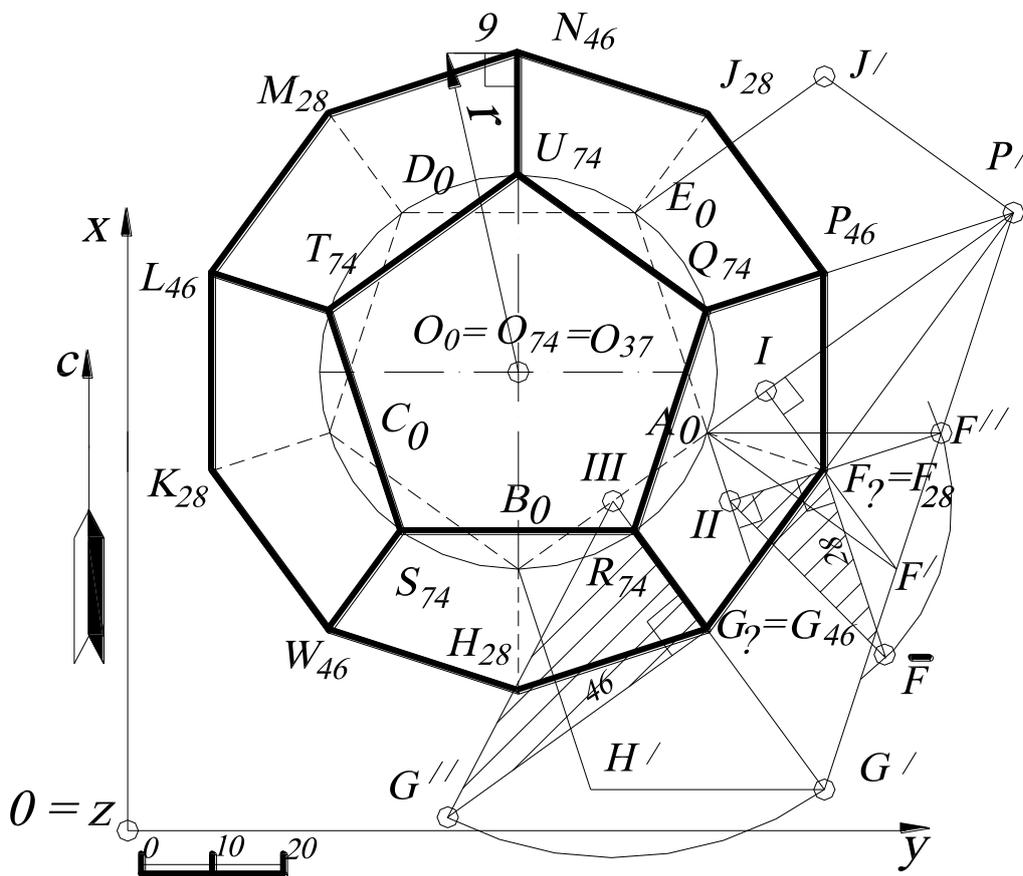


Рис. 192.

тета  $F_? \bar{F}$  в прямоугольном треугольнике  $III F_? \bar{F}$  (см. рис.185). Другими словами, длина катета  $F_? \bar{F}$  равна 28 (по построению), а ось вращения  $A_0 E_0$  занимает нулевую отметку, тогда точка  $F_? = F_{0+28} = F_{28}$ .

Чтобы найти числовую отметку точки  $G_?$  по совмещению  $G'$ , то можно увидеть на рис.192, что прямая  $F' G'$  пересекает ось вращения  $A_0 B_0$  в точке  $P'$  и, следовательно, горизонтальная проекция точки  $G'$  должна находиться одновременно и на горизонтальной проекции  $P' F$  прямой  $F' P'$ , и на перпендикуляре  $III G'$  к оси вращения  $A_0 B_0$ , то есть в точке их пересечения  $G_?$ . По известным

точкам  $G_?$  и  $G'$  (см. рис.185) определяют числовую отметку точки  $G_?$ , как катет  $G_?G''$  прямоугольного треугольника  $G_?G''\Pi$ , построенного по катету  $\Pi G_?$  и гипотенузе  $\Pi G'' = G_?G'$ . Поэтому, измерив расстояние  $G_?G''$  (в соответствии с линейным масштабом), получают числовую отметку точки  $G_?=G_{46}$ .

Таким же образом можно было бы поступать для определения проекций всех остальных вершин додекаэдра. Однако вследствие правильности многогранника все его вершины, подобные  $F$  и  $G$ , расположены одинаково относительно основной плоскости проекций и симметрично относительно оси додекаэдра, проведённой через центры обоих оснований  $ABCDE$  и  $RSTUQ$ . Следовательно, вершина  $F$  и точки  $H, K, M, J$  лежат на одном и том же расстоянии от основной плоскости проекций и симметрично расположены относительно центра окружности, описанной около основания  $ABCDE$ . На этом же основании, горизонтальные проекции  $F, H, K, M, J$  образуют вершины правильного пятиугольника, имеющего общую проекцию центра с основанием  $ABCDE$  и одну из вершин в точке  $F$ . Числовые отметки точек  $H, K, M, J$  равны числовой отметке точки  $F$ , так как проекция пятиугольника  $FHKMJ$  параллельна основной плоскости проекций.

На этом же основании горизонтальные проекции  $G, W, L, N, P$  образуют вершины правильного пятиугольника, имеющего общую проекцию центра с основанием  $ABCDE$  и одну из вершин в точке  $G$ . Следовательно, вершины  $W, L, N, P$  имеют числовые отметки, такие же, как у вершины  $G$ , то есть  $46$ .

Наконец, верхняя грань  $RSTUQ$ , параллельная основной плоскости проекций, имеет горизонтальной проекцией правильный пятиугольник, вписанный в одинаковую окружность, что и пятиугольник  $ABCDE$ , и притом так, что вершины обоих многоугольников разделяют окружность на десять равных частей (см. рис. 97, а). В силу симметричности додекаэдра числовые отметки грани  $RSTUQ$  определяются арифметическим прибавлением разности числовых отметок грани  $F_{28}H_{28}K_{28}M_{28}J_{28}$  и грани  $A_0B_0C_0D_0E_0$  к числовым отметкам грани

$G_{46}W_{46}L_{46}N_{46}P_{46}$ , то есть  $28-0=28$ ,  $28+46=74$ , и получают грань с отметками  $R_{74}S_{74}T_{74}U_{74}Q_{74}$ .

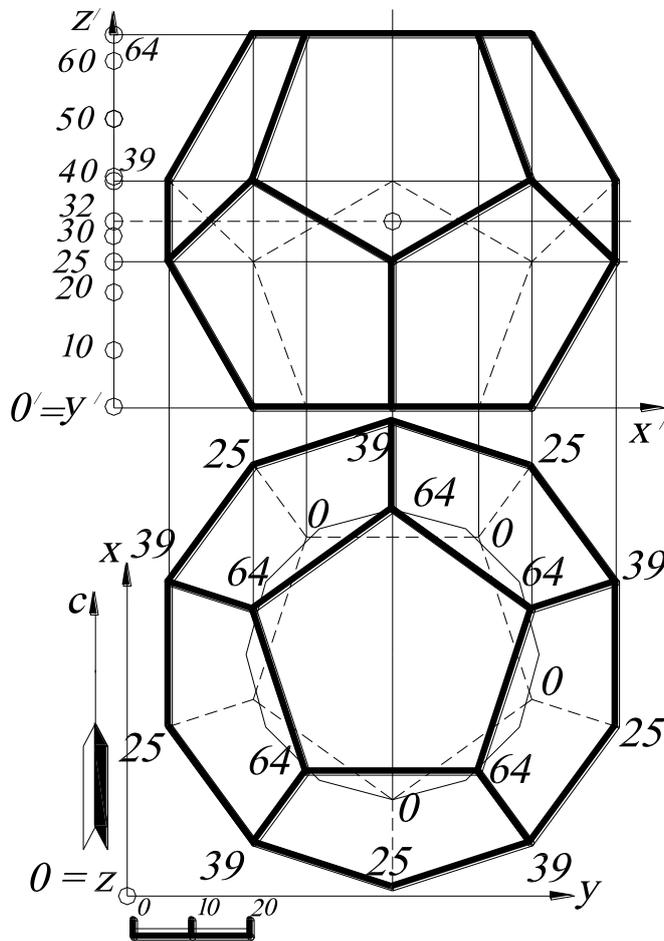


Рис. 193.

Центр описанной вокруг додекаэдра сферы лежит на середине оси  $O_0O_{74}$ , то есть в точке  $O_{37}$ . Все вершины додекаэдра принадлежат поверхности сферы. Поэтому проекцией радиуса описанной сферы будет отрезок, соединяющий центр  $O_{37}$  с любой её вершиной, например  $N_{46}$ . Натуральную величину радиуса  $r$  описанной сферы определяют методом прямоугольного треугольника, как показано на рис. 192 (проекция описанной сферы на чертеже не показана из-за множества линий основного построения додекаэдра). На

рис. 193 показано построение профиля додекаэдра.

Центры граней правильного многогранника являются вершинами другого правильного многогранника. Сфера, вписанная в первый (и касающаяся его граней в их центрах), описана около второго. Центры граней тетраэдра, куба, октаэдра, додекаэдра, икосаэдра являются соответственно вершинами тетраэдра, октаэдра, куба, икосаэдра, додекаэдра.

Для каждого правильного многогранника существуют перемещения (повороты, зеркальные отражения и поворотные отражения), в которых многогранник переходит сам в себя. Они называются его *самосовмещениями*. Таких са-

мосовмещений (включая тождественное преобразование) у тетраэдра – 24, у куба и октаэдра – 48, у додекаэдра и икосаэдра – 120.

Например, у тетраэдра 6 плоскостей симметрии, у куба и октаэдра – 9. Тетраэдр переходит сам в себя в поворотах вокруг своих высот на углы  $120^{\circ}$  и  $240^{\circ}$ , октаэдр совмещается сам с собой при поворотах вокруг своих диагоналей на углы  $90^{\circ}$ ,  $180^{\circ}$  и  $270^{\circ}$ .

Характеристики правильных многогранников сведены в табл. 4.

Таблица 4

### Характеристики правильных многогранников

Тело	$G$	$B$	$P$	$m$	$n$	Грань
Тетраэдр	4	4	6	3	3	Треугольник
Гексаэдр (куб)	6	8	12	3	4	Квадрат
Октаэдр	8	6	12	4	3	Треугольник
Икосаэдр	20	12	30	5	3	Треугольник
Додекаэдр	12	20	30	3	5	Пятиугольник

Примечания:  $G$  – число граней;  $P$  – число ребер;  $B$  – число вершин правильного многогранника;  $n$  – число сторон грани;  $m$  – число ребер правильного многогранника, исходящих из вершины.

Античные зодчие в качестве источника гармонии архитектурных построек использовали проекции Платоновых тел, отражающих в соответствии с их представлениями общую гармонию мира. Некоторые учёные (один из них Шпейнзер) рассматривали построение пяти правильных многогранников как дедуктивный метод построения системы геометрии. Платон каждому правильному многограннику придавал определенное значение и цвет, а именно: тетраэдру соответствовал огонь и оранжевый цвет; кубу – земля, желтый; октаэдру – воздух, светло-голубой; икосаэдру – вода, голубой; додекаэдру – Вселенная, белый цвет.

## 5.2. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКА ПЛОСКОСТЬЮ

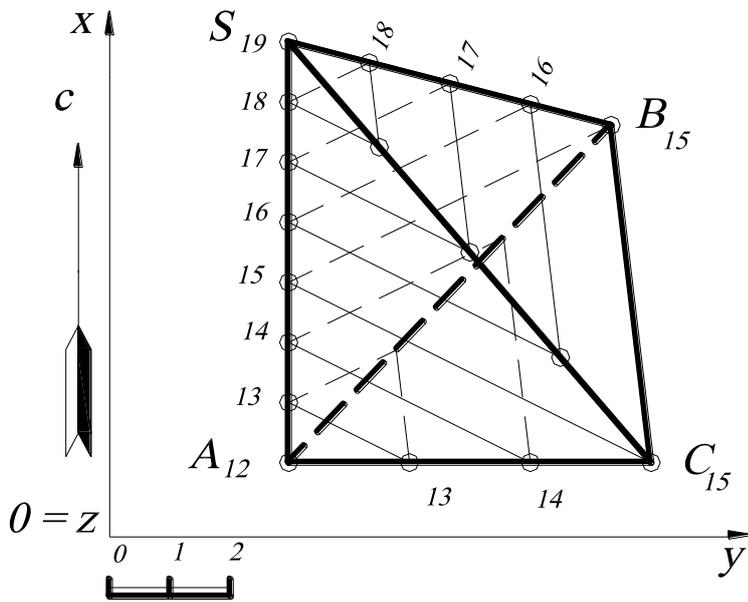


Рис. 194.

Грани многогранника представляют собой плоскости. Плоскость в проекциях с числовыми отметками удобнее задавать горизонталями (или масштаб заложения). Так как вершины многогранника заданы высотными отметками, то грани многогранника можно проградировать (рис.194) и определить пересечение граней как двух плоскостей (пересечение двух пар горизонталей с одинаковыми числовыми отметками). Таким образом, построив точки пересечения с ребрами многогранника и их отметки, определяют видимость сечения.

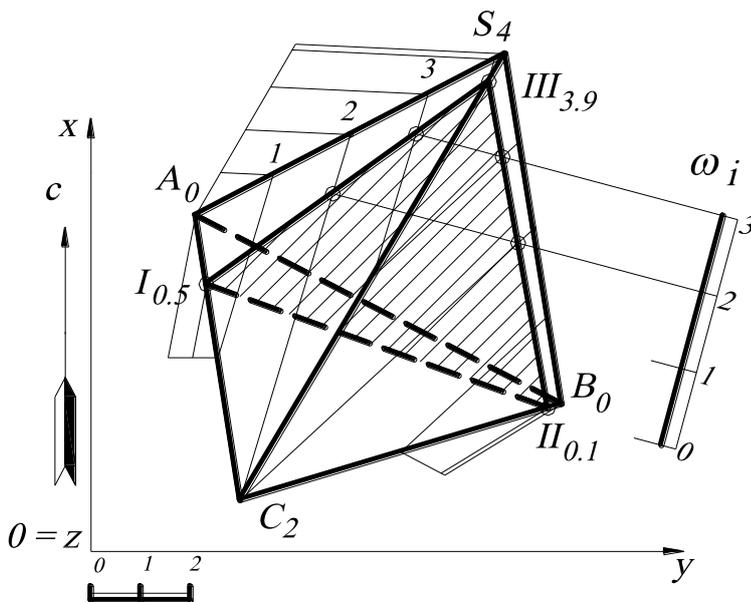


Рис. 195.

**ПРИМЕР.** Найти точки пересечения пирамиды  $ABCD$  с плоскостью  $\omega_i$ .

Построение выполняется следующим образом (рис.195). Градуируют сторону  $SA$  и строят горизонтали  $h_1, h_2, h_3$ , которые задают плоскость грани  $SAC$ . Находят линию пересечения грани  $SAC$  и заданной плоскости  $\omega_i$ , как пересечение па-

ры горизонталей с одинаковыми числовыми отметками (см. параграф «Взаимное положение плоскостей»). В пересечении пар горизонталей с отметками 2 и с отметками 3 получаются две точки, которые задают линию пересечения (*I*, *III*) грани *SAC* и заданной плоскости  $\omega_i$ .

Аналогично строят линию пересечения грани *SCB* с заданной плоскостью  $\omega_i$ , в результате имеют линию пересечения (*II*, *III*). Грань *ACB* с заданной плоскостью  $\omega_i$  пересекается по прямой (*I*, *II*), так как построенные точки *I* и *II* принадлежат рёбрам этой грани, и поэтому дополнительных построений здесь выполнять необязательно. Построенный треугольник является сечением пирамиды *SABC* и заданной плоскости  $\omega_i$ . Определяют видимость этого треугольника и числовые отметки его вершин *I*, *II* и *III* (с помощью градуирования). Эту задачу можно решать при помощи прямого профиля.

### 5.3. АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ТОЧЕК ПЕРЕСЕЧЕНИЯ МНОГОГРАННИКА С ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ

Построение точек пересечения многогранника с прямой линией связано с основной позиционной задачей. Алгоритм выполняется в следующей последовательности.

1. Через заданную прямую проводится вспомогательная плоскость-посредник (таких плоскостей можно провести пучок  $\infty^1$ ).
2. Строится фигура сечения (см. пример на рис.195). Затем определяются точки пересечения (с числовыми отметками) заданной прямой со сторонами фигуры сечения.
3. Определяют видимость прямой.

**ПРИМЕР.** Найти точки пересечения пирамиды *SABC* с прямой *DE*.

Через заданную прямую *D<sub>3</sub>E<sub>1</sub>* проводят вспомогательную плоскость-посредник  $\omega_i$  (см. «Принадлежность прямой плоскости»), в сечении которой с



## **ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1. Построить проекции куба, диагональ которого вертикальна.
2. Построить октаэдр, поставленный гранью на основную плоскость проекций.
3. Дана сторона  $AB$  равностороннего треугольника, вершина которого  $C$  находится в данной плоскости профиля. Построить тетраэдр, имеющий данный треугольник своим основанием.
4. Даны вершина куба, ребро и направление горизонтальной проекции другого ребра, проходящие через данную вершину; построить проекции куба.

## **6. ПОВЕРХНОСТИ**

**Поверхность** – это непрерывное двухпараметрическое (двумерное) множество точек.

В декартовой системе координат положение точки на плоскости определяется заданием двух параметров абсциссы и ординаты. Точка на произвольной поверхности будет также определяться двумя параметрами – криволинейными координатами  $U$  и  $V$ . Из этого следует возможность другого определения: **поверхность** – это непрерывное однопараметрическое (одномерное) множество линий, имеющих единый закон образования.

В зависимости от вида линий, закона их образования и распределения в пространстве получают поверхности различного класса. На некоторых поверхностях можно выделить множество конгруэнтных линий, на других – только множество неконгруэнтных линий (топографические поверхности).

Если множество элементов (точек, линий), определяющих поверхность, непрерывно, то каркас называется **непрерывным**, в противном случае он называется **дискретным**.

## 6.1. СПОСОБЫ ОБРАЗОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ

Наиболее распространенными способами образования поверхностей, используемыми в геометрии, являются:

\* *кинематический способ*, основанный на непрерывном перемещении линии (образующей) в пространстве по определенному закону (кинематические поверхности);

\* *способ конструирования поверхностей с помощью непрерывных (мгновенных) преобразований исходной образующей поверхности*;

\* *способ конструирования поверхностей нелинейными преобразованиями пространства*, когда сложные поверхности получаются как образы простых (изученных) поверхностей;

\* *проективный способ*, при котором точки и линии поверхности образуются в результате пересечения прямых или плоскостей двух пучков (связок), находящихся в проективном соответствии;

\* *способ выделения линейных каркасов поверхностей* из многопараметрических множеств линий (комплексов, конгруэнций) путем наложения определенных условий на параметры;

\* *номограммно-ключевой способ*, когда устанавливается некоторая последовательность графических операций (алгоритм), в результате которых определяются элементы каркаса конструируемой поверхности.

Перечисляемые основные способы образования поверхностей взаимно связаны, а некоторые из них взаимозаменяемы. Это относится, например, к кинематическим поверхностям, поверхностям преобразований и др. Наиболее широкое применение в инженерной практике получил кинематический способ образования поверхностей.

*Кинематической поверхностью* называется поверхность, которая образуется непрерывным перемещением в пространстве линии (образующей) по

определенному закону. У некоторых кинематических поверхностей образующая в процессе движения может менять свою форму.

Закон перемещения образующей, описывающей поверхность, удобно задавать на чертеже некоторыми неподвижными кривыми (направляющими), которые должна пересекать движущаяся образующая.

**Система кинематических поверхностей.** Изучение заданных многообразий, как правило, начинается с их систематизации. К сожалению, в начертательной геометрии невозможно разработать применяемую для всех возможных случаев систематизацию (классификацию) поверхностей. Каждый способ задания поверхностей образует свою базу для их систематизации. Например, в кинематическом способе образования поверхностей вполне естественно в основу систематизации можно положить вид образующей и закон ее перемещения. По виду образующей различают линейчатые (образующая – прямая), циклические (образующая – окружность) и другие поверхности.

По закону перемещения образующей – поверхности вращения, параллельного переноса, винтовые и т. д. Очевидно, что при этом некоторые поверхности могут быть отнесены к различным классам.

## **6.2. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ПОВЕРХНОСТИ**

Поверхность считается заданной на чертеже, если относительно любой точки, заданной на том же чертеже, можно однозначно решить, принадлежит она данной поверхности или нет.

В настоящее время широко используются задание поверхности графическим и аналитическим способами благодаря внедрению ПК в инженерную практику.

### Графический способ задания кинематических поверхностей

Этот способ имеет две разновидности: сложные поверхности, имеющие образующие переменной формы, могут быть заданы некоторым числом, совокупностью принадлежащих им точек или линий - *каркасом*. Такие поверхности обычно называют *каркасными* или *поверхностями зависимых линий*. Типичным примером поверхностей зависимых линий являются топографические поверхности.

Каркасные поверхности задают на чертеже проекциями элементов каркаса. Каркас поверхности в этом случае называется дискретным, в отличие от непрерывного каркаса кинематической поверхности. На полученном чертеже точки и линии поверхности, не лежащие на линиях каркаса, могут быть построены только *приблизженно*. *Поэтому поверхность, заданная дискретным каркасом, не вполне определена, могут существовать и другие поверхности с тем же каркасом, но несколько отличающиеся одна от другой.*

Часто при задании кинематических поверхностей пользуются понятием определителя. Назовем *определителем* данной кинематической поверхности совокупность независимых условий, однозначно определяющих эту поверхность. Условиями могут быть: задание образующей поверхности, закон ее изменения (в случае переменной образующей), закон движения образующей и др. Некоторые из них могут быть выражены графически.

Одна и та же поверхность может быть образована несколькими способами. Поэтому она может иметь разные определители. Например, сфера может быть определена центром и радиусом или четырьмя точками (некомпланарными, то есть не лежащими в одной плоскости) и т. д.

### 6.3. ОБРАЗОВАНИЕ И ГРАФИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ

**Поверхностью вращения** называют поверхность, образованную вращением какой-либо линии (образующей) вокруг некоторой прямой, называемой осью поверхности.

Для изображения такой поверхности в проекциях с числовыми отметками выбирается ось (рис.197). Затем строится профиль этой поверхности вращения, на котором находится образующая. Каждая точка образующей описывает при вращении окружность с центром на оси вращения, перпендикулярной этой оси. Иначе говоря, сечения поверхности плоскостями, перпендикулярными оси, называются **параллелями поверхности**. Эти параллели будут проецироваться без искажения на плоскость  $H$  в виде окружностей, а на профиле в виде отрезков, перпендикулярных оси вращения.

Кривые, полученные в сечении поверхности осевыми плоскостями, называются **меридианами**. Наибольшая

и наименьшая параллели называются **экватором** и **горлом** поверхности. Эти окружности проецируются на  $H$  в виде окружностей.

Меридианом поверхности вращения является кратчайшая (геодезическая) линия поверхности. Параллели и меридианы, пересекаясь под прямыми углами, образуют ортогональную сеть на поверхности вращения, аналогичную прямоугольной декартовой сети на плоскости.



Рис. 197.

Для изучения свойств поверхности вращения и построения их изображений на чертежах большое значение имеют следующие теоремы, которые будем называть предложениями, так как они будут даваться без доказательства.

**Предложение 1.** При вращении плоской или пространственной алгебраической кривой  $n$ -го порядка вокруг произвольной прямой образуется поверхность вращения порядка  $2n$ .

**Предложение 2.** При вращении кривой  $n$ -го порядка, имеющей плоскость симметрии, вокруг оси, лежащей в этой плоскости, образуется поверхность вращения  $n$ -го порядка.

**Предложение 3.** Вращением прямой  $l$  вокруг оси  $i$  образуется поверхность вращения второго порядка  $\Phi^2$ .

**Предложение 4.** Вращением кривой второго порядка  $l^2$  вокруг оси  $i$ , лежащей в плоскости симметрии кривой  $l^2$ , образуется поверхность вращения второго порядка  $\Phi^2$ .

#### 6.4. ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

**ЦИЛИНДР.** Цилиндром вращения называется поверхность, образованная вращением прямой линии, называемой **образующей**, вокруг заданной прямой – **оси**. Цилиндр называется **прямым**, если его образующие перпендикулярны основанию. Очевидно, любая образующая прямого цилиндра является его высотой. Прямой цилиндр, основание которого – окружность, называется **прямым круговым цилиндром**. Прямой круговой цилиндр может быть образован и параллельным переносом окружности основания по направлению вдоль оси вращения или винтовым движением винтовой линии, или любой другой линией, лежащей на этом цилиндре. Если ось прямого кругового цилиндра перпендикулярна горизонтальной плоскости, то в проекциях с числовыми отметками такой

цилиндр будет проецироваться на плане в виде окружности, равной основаниям этого цилиндра.

Наклонный эллиптический цилиндр на чертеже в проекциях с числовыми отметками может задаваться однопараметрическим семейством эллипсов с числовыми отметками, а также этот цилиндр может определяться осью и вертикальным сечением, являющимся окружностью.

Ось наклонного цилиндра задается отрезком прямой  $M_1K_3$  (рис.198). Через точку  $M_1$  строят вертикальное сечение, перпендикулярное на плане к оси цилиндра, и вводят новую систему координат  $Ox'y'z'$  для профиля. На профиле строят окружность заданного радиуса  $r=25$  (в соответствии с линейным масштабом), которая является вертикальным сечением наклонного эллиптического цилиндра.

На профиле (вертикальном сечении) проводят горизонтальные линии, расстояния между которыми в масштабе равны единичным высотным превышениям. Другими словами, на профиле находят верхнюю образующую цилиндра.



Рис. 198.

дра, высотная отметка которой равна 3,5, и ещё две образующие, высотные отметки которых на профиле равны 3 и 2. На плане масштабы заложения этих образующих будут такими же, как и масштабы заложения оси цилиндра  $l$ , так как по условию задания они параллельны друг другу, а их высотные отметки будут определяться пропорционально с помощью профиля.

Крайние очерковые образующие будут иметь высотные отметки, одинаковые с высотными отметками оси, так как они лежат в одной плоскости и, как было уже сказано, параллельны друг другу. Для точности построения эллипсов градуируют ещё две образующие, высотные отметки которых на профиле равны 2.

Для построения эллипса с высотной отметкой, например  $l$ , необходимо на всех проградированных образующих цилиндра найти точки с высотной отметкой  $l$  и соединить их плавной кривой. Семейство (однопараметрическое) построенных эллипсов задаст на плане наклонный эллиптический цилиндр, а

эллипс с высотной отметкой  $0$  – сечение этого цилиндра горизонтальной плоскостью проекций  $H$ .

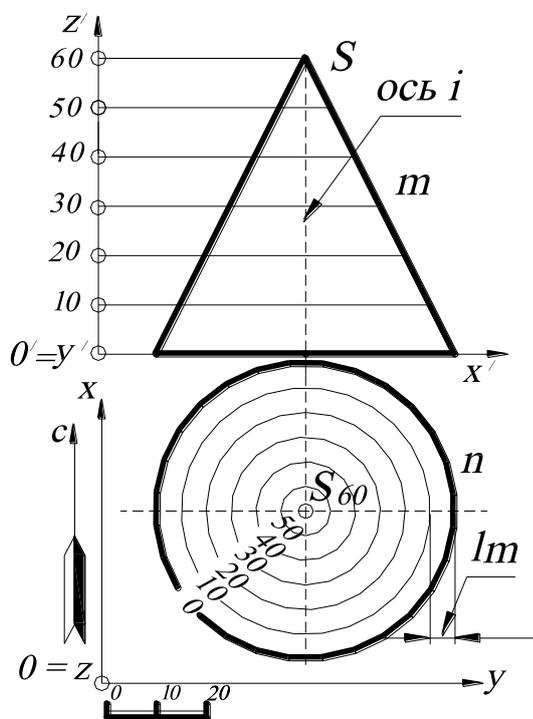


Рис. 199.

**КОНУС.** На рис.199 изображён конус вращения, образованный вращением вокруг оси  $i \perp H$  прямой  $m$ , пересекающей её под острым углом. Прямая  $i$  – ось, прямая  $m$  – образующая, точка  $S = m \cap i$  – вершина конуса. У конуса две половины, простирающиеся в бесконечность в обе стороны от вершины; на рис.199 показана только часть нижней половины, которая отсечена плоскостью  $H$ . Такую часть конуса мы также будем называть конусом, а окружность  $n$  (пересечение конуса с плоскостью проекций  $H$ ) – его **основанием**.

ность  $n$  (пересечение конуса с плоскостью проекций  $H$ ) – его **основанием**.

Конус вращения в проекциях с числовыми отметками задаётся горизонталями – семейством (однопараметрическим) концентрических окружностей. Расстояние  $l_m$  – *интервал образующей* конуса – кратчайшее расстояние (на плане) между проекциями двух соседних горизонталей конуса вращения. В сечении конуса вращения могут получаться: окружность, эллипс, парабола, гипербола, две прямые, две совпавшие прямые или две изотропные (мнимые) прямые (см. далее «Конические сечения»).

Размерность конуса вращения в трёхмерном пространстве равна шести. Поэтому такой конус можно задать вершиной (три параметра) и основанием (три параметра); прямой (четыре параметра), точкой на этой прямой (один параметр) и углом наклона образующей (один параметр) и т. п.

### СФЕРА.

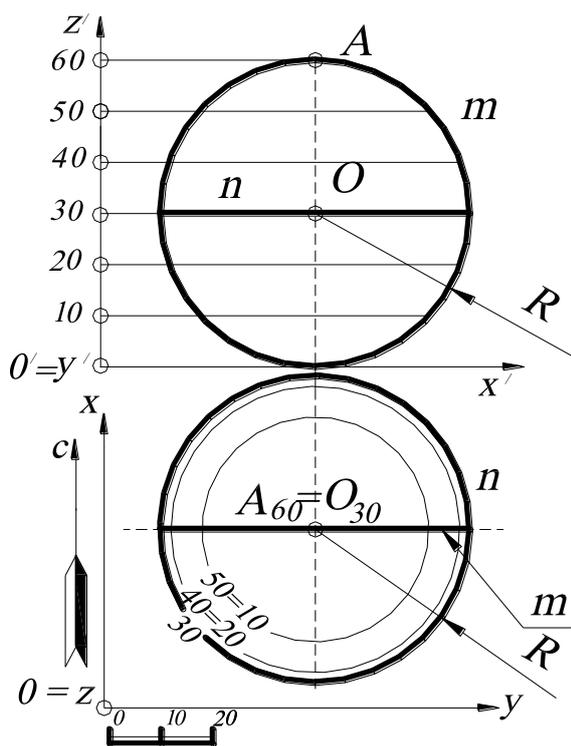


Рис. 200.

Сфера – поверхность, образованная вращением окружности вокруг своего диаметра. Размерность сферы в трехмерном пространстве равна четырем, поэтому сфера может быть задана точкой (три параметра) и радиусом (один параметр); четырьмя некопланарными (не лежащими в одной плоскости) точками и т. д. Любое плоское сечение сферы представляет окружность. Сфера в проекциях с числовыми отметками (рис. 200) задается горизонталями – семейством окружностей, параллельных основной плоскости проекций (плоскости нулевого уровня).

Окружность  $n$  называется *экватором* сферы, которая на профиле будет изображаться отрезком прямой, перпендикулярной оси сферы. Окружность  $n$  является *очерковой линией* сферы на плане. Раз-



помощью линий проекционной связи переносят на план (точка  $c_{26}$  – это точка пересечения осей эллипса, построение которой показано на рис. 201).

Рассмотрим пересечение сферы с прямой.

*Найти точки (точку) пересечения прямой  $FE$  общего положения с поверхностью сферы.*

Алгоритм этой задачи связан с основной позиционной задачей (нахождения точки пересечения прямой с плоскостью):

1. Через прямую проводят вспомогательную плоскость-посредник.
2. Находят пересечение вспомогательной плоскости-посредника со сферой (окружность).
3. Определяют точки пересечения (вместе с их высотными отметками) полученного сечения с заданной прямой.
4. Определяют видимость заданной прямой.

На чертеже в проекциях с числовыми отметками этот алгоритм реализуется следующим образом (рис. 202). Через прямую  $E_{60}F_{10}$  проводят вертикаль-

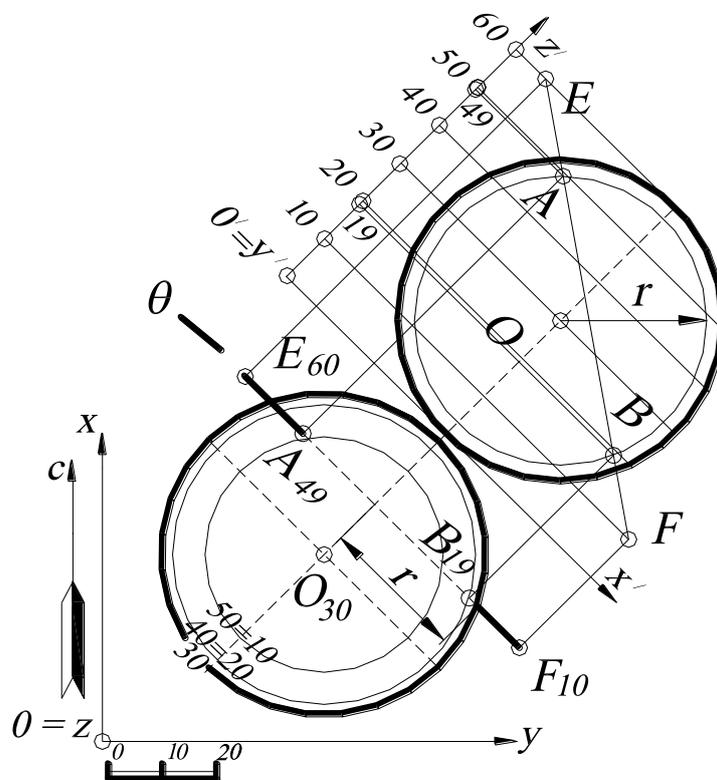


Рис. 202.

ную плоскость-посредник  $\theta$ . Затем строится профиль  $O'x'y'z'$  (новая декартова система координат) так, чтобы ось  $x'$  была параллельна проекции (заложению) прямой  $E_{60}F_{10}$ , так как в этом случае сечение сферы радиуса  $r$  на этот профиль спроецируется без искажения, а прямая изобразится в виде прямой  $AB$ . На профиле определяются общие точки сечения и заданной прямой –  $A_{49}$  и  $B_{10}$ , которые, с помощью линий проекционной связи переносятся на план. Видимость прямой  $E_{60}F_{10}$  определяют относительно поверхности сферы, то есть если поверхность сферы видима, то прямая невидима.

### 6.5. КОНИЧЕСКИЕ СЕЧЕНИЯ

При сечении плоскостями поверхностей второго порядка получаются кривые второго порядка. В сечении конуса вращения получают различные кривые второго порядка (если секущая плоскость не проходит через вершину

конуса вращения) в зависимости от положения секущей плоскости:

**1. Окружность**, когда секущая плоскость перпендикулярна оси вращения конуса. Если на чертеже, интервал (масштаб заложения) секущей плоскости равен бесконечности, то есть секущая плоскость  $\theta_i$  парал-

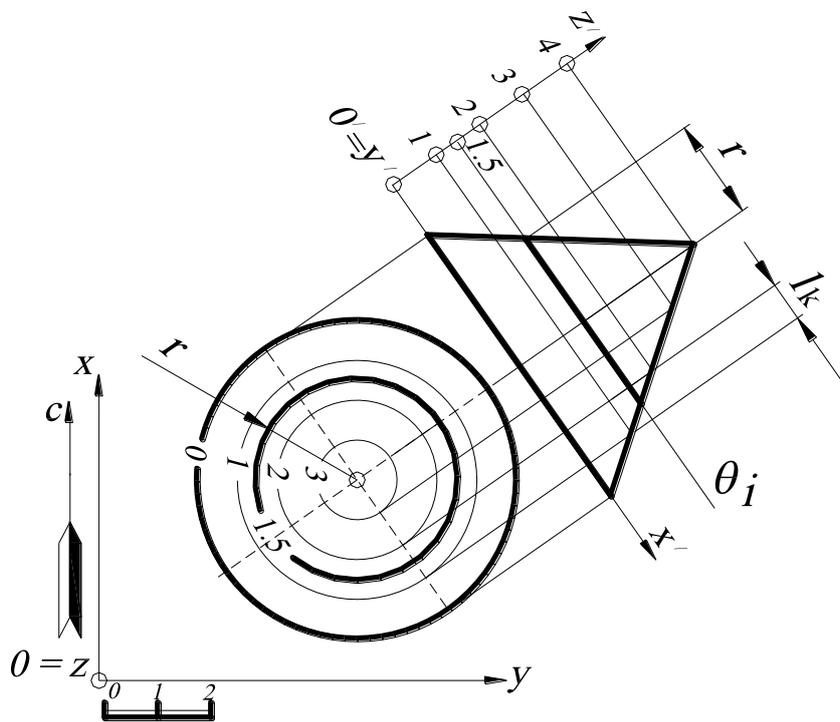


Рис. 203.

лельна основной плоскости проекций  $H$ , то в сечении получается окружность (все точки окружности имеют одну и ту же высотную отметку, например  $1,5$ , рис. 203).

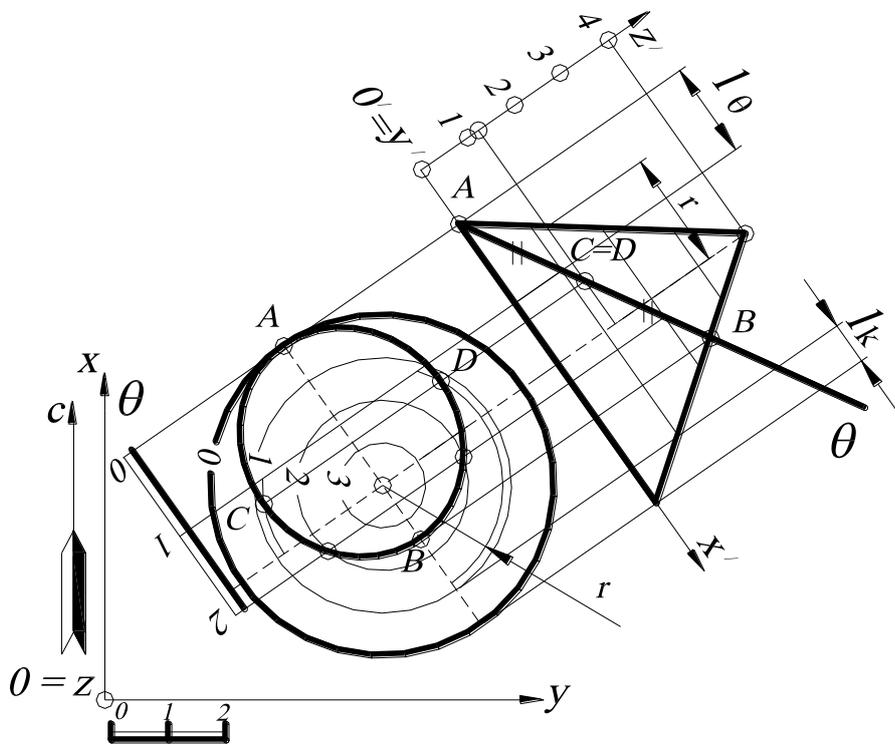


Рис. 204.

**2. Эллипс (или его часть)**, когда секущая плоскость  $\theta_i$  пересекает все образующие одной половины конуса (или могут пересекать), но не перпендикулярна оси конуса. На чертеже в проекциях с числовыми отметками, если интервал (масштаб заложения) секущей плоскости  $l_\theta$  будет больше интервала (масштаба заложения) образующей поверхности заданного конуса  $l_k$ ,  $l_\theta > l_k$ , то в сечении получается эллипс или его часть

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  (рис. 204).

**3. Парабола**, когда секущая плоскость  $\theta_i$  параллельна одной образующей конуса вращения (парабола имеет одну бесконечно удаленную точку). На чертеже в проекциях с числовыми отметками, если интервал (масштаб заложения) секущей плоскости  $l_\theta$  равен интервалу (масштабу заложения) образующей конуса  $l_k$ , то в сечении получается парабола  $l_\theta = l_k$ ,  $y^2 = 2px$  (рис. 205).

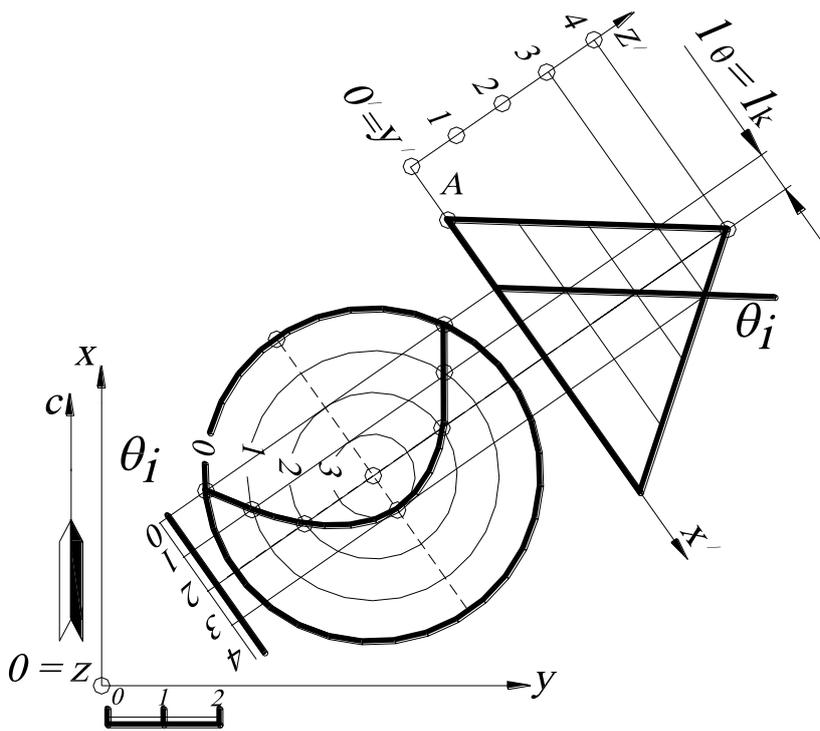


Рис. 205.

**4. Гипербола**, когда секущая плоскость  $\theta$  параллельна двум образующим. (Гипербола имеет две бесконечно удаленные точки). Если интервал (масштаб заложения) секущей плоскости  $l_\theta$  меньше интервала (масштаба заложения) образующей конуса  $l_k$  (рис.

206) или вообще секущая плоскость перпендикулярна основанию конуса, то в сечении получается гипербола  $l_\theta < l_k$ ,  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ . Если  $l_\theta = 0$ , гипербола

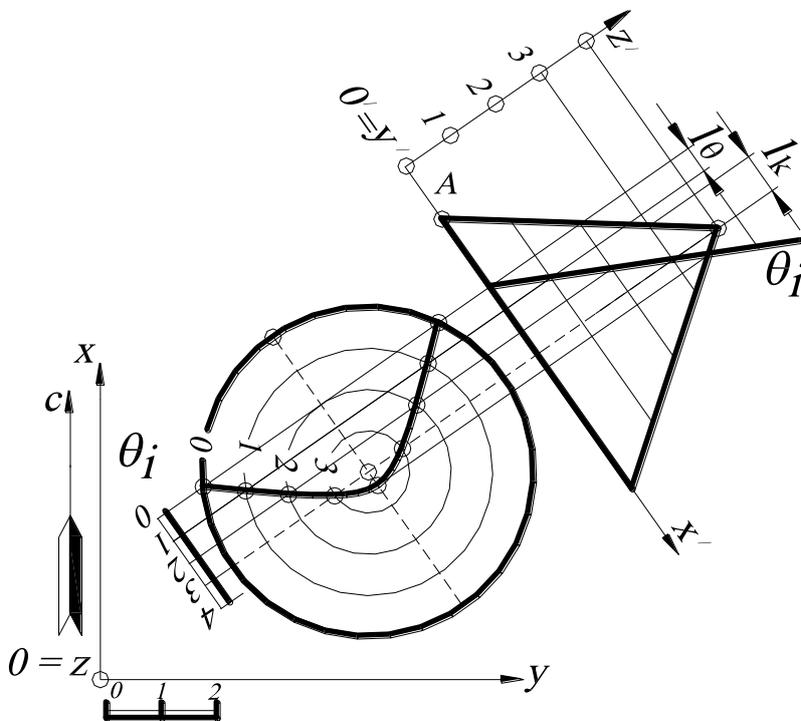


Рис. 206.

на основную плоскость проекций  $H$  будет проецироваться в виде прямой, совпавшей с этой вертикальной плоскостью  $\theta_i$ .

*Если секущая плоскость проходит через вершину конуса, то в сечении может получиться:*

- а) *две изотропные (мнимые) прямые*, в пересечении которых появляется действительная точка – вершина конуса  $S$ , при этом интервал секущей плоскости  $l_\theta$  будет больше интервала образующей конуса вращения  $l_k$ :  $l_\theta > l_k$ ;
- б) *две совпавшие прямые*, интервал секущей плоскости  $l_\theta$  будет равен интервалу образующей конуса  $l_k$ :  $l_\theta = l_k$ ;
- в) *две пересекающиеся прямые*, интервал секущей плоскости  $l_\theta$  меньше интервала образующей конуса  $l_k$ :  $l_\theta < l_k$ , а также если секущая плоскость проходит через ось конуса (рис. 207).

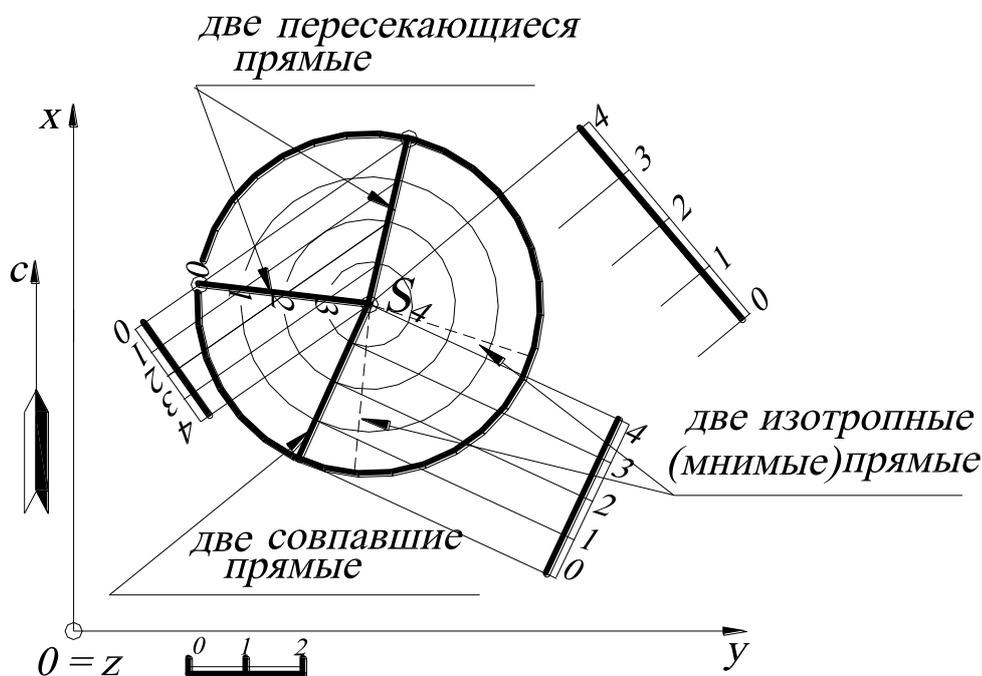


Рис. 207.

## 6.6. ПОВЕРХНОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕРЕНОСА

Поверхностью параллельного переноса называется поверхность, образованная непрерывным параллельным перемещением образующей  $m$  по направляющей  $n$  (рис. 208).

Движение образующей  $m$  может быть определено перемещением какой-

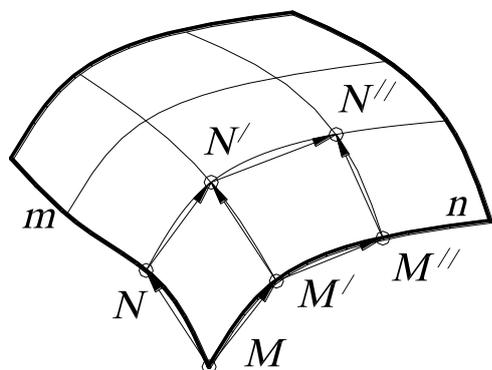


Рис. 208.

либо ее точки  $M$  по бесконечно малым хордам направляющей  $n$ . Покажем, что образующие и направляющие поверхности параллельного переноса взаимно заменяемы, то есть поверхность, образованная движением линии  $n$  по линии  $m$ , конгруэнтна поверхности, образованной движением линии  $m$  по линии  $n$ .

Рассмотрим параллелограмм  $MNN'M'$ . Точка  $N'$  может быть получена

переносом точки  $N$  на вектор  $MM'$  или переносом точки  $M'$  на вектор  $M'N'$ , то есть одну и ту же точку  $N'$  поверхности можно получить перемещением образующей по направляющей или, наоборот, направляющей по образующей.

Отсюда следует, что поверхность параллельного переноса несет на себе два семейства линий, конгруэнтных соответственно линиям  $m$  и  $n$ . Очевидно, определитель поверхности содержит образующую  $m$  и направляющую  $n$ , что записывается так:  $\Phi(m; n)$ . На чертеже такая поверхность задается образующей и направляющей.

### 6.7. ЛИНЕЙЧАТЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Поверхность называется *линейчатой*, если она образована движением прямой (образующей)  $l$  по заданному закону. Закон ее движения обычно задается тремя направляющими —  $n_1; n_2; n_3$  (рис. 209).

В качестве направляющих можно рассматривать линии или поверхности (образующая перемещается, касаясь этой поверхно-

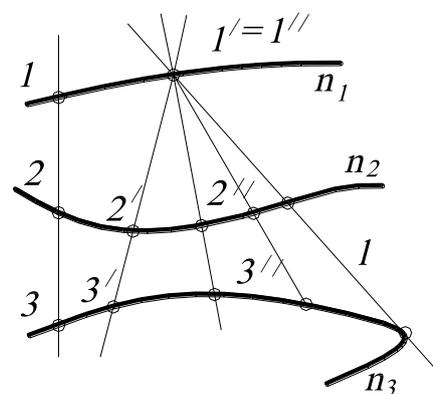


Рис. 209.

сти), а также другие геометрические элементы, например, графики изменения параметров образующих и т. п.

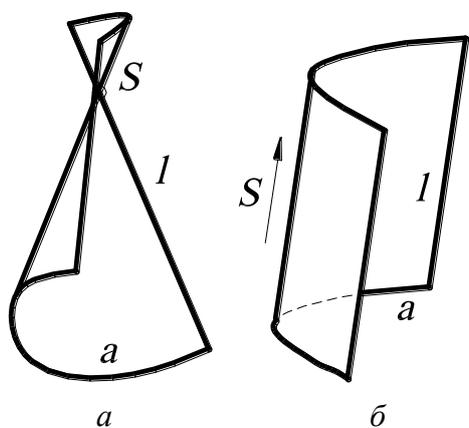


Рис. 210.

**Коническая поверхность  $\Phi$**  образуется движением прямой  $l$  (образующей), проходящей через фиксированную точку  $S$  (вершину) и пересекающей направляющую кривую  $a$  (рис.210, а).

Если направляющей является алгебраическая кривая  $n$ -порядка (плоская или пространственная), то порядок поверхности  $\Phi$  будет равен  $n$ , то есть любая плоскость пересекает ее по кривой  $g$  порядка  $n$  или любая прямая  $m$  пересекает ее в  $n$  точках.

Коническую поверхность с несобственной вершиной  $S$  называют **цилиндрической поверхностью**. Это поверхность, описываемая движением прямой линии  $l$  (образующей), пересекающей кривую линию  $a$  (направляющую) и имеющей постоянное направление  $S$  (рис. 210, б).

Порядок линейчатой поверхности с тремя направляющими равен удвоенному произведению порядков алгебраических направляющих  $2n_1n_2n_3$ .

**ПРИМЕР.** Построить линейчатую поверхность, направляющие  $p, q, r$ , которой скрещивающиеся прямые (рис. 211).

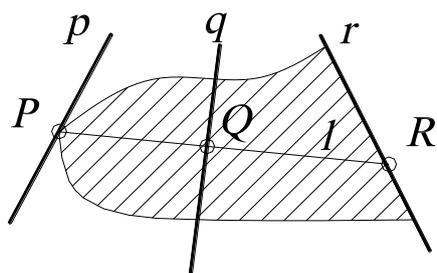


Рис. 211.

Образующая  $l$ , проходящая через точку  $P$ , принадлежащая направляющей  $p$ , пересекает прямые  $q$  и  $r$  и при движении точки  $P$  по

прямой  $p$  описывает поверхность, называемую **однополостным (линейчатым) гиперболоидом**. В этом случае необходимо найти образующую  $l$ , проходящую через точку  $P$  и две скрещивающиеся прямые  $q$  и  $r$ .

Задача сводится к основной позиционной задаче начертательной геометрии (нахождение общих элементов прямой и плоскости, рис. 212).

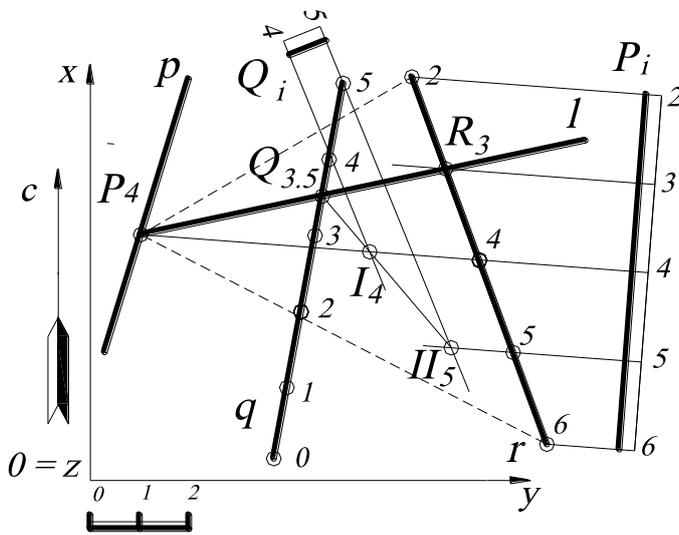


Рис. 212.

Алгоритм:

1. На прямую  $r$  (можно выбрать и другую прямую, то есть  $q$ ) и точку  $P$  «натягивают» плоскость (на чертеже эта плоскость показана штриховыми линиями). Затем эту плоскость задают горизонталями  $P_i$ .
2. Находят точку пересечения прямой  $q$  с плоскостью  $P_i$ :

а) через прямую  $q$  прово-

дят вспомогательную плоскость-посредник  $Q_i$ ;

б) находят пересечение плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$  – прямая  $I_4II_5$ ;

в) находят точку пересечения прямой  $I_4II_5$  и прямой  $q$  – точка  $Q_{3,5}$ .

3. Прямая, соединяющая заданную точку  $P_4$  и построенную точку  $Q_{3,5}$ , будет искомой прямой  $l$ .

Форма поверхности показана на рис. 213.

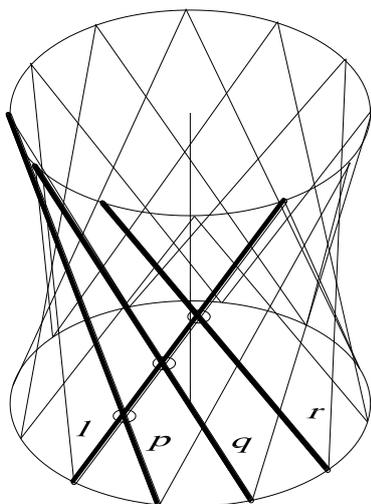


Рис. 213.

На рис. 214 построен однополостный гиперболоид в проекциях с числовыми отметками. На профиле очерк гиперболоида – гипербола, которая строится по точкам пересечения параллелей с плоскостью главного меридиана или может быть построена на профиле как огибающая вращающейся, образующей  $l$  в разных её положениях; на плане очерк однополостного гиперболоида – горловая окружность (горловая параллель) – огибающая горизонтальных проекций прямоли-

нейных образующих  $l$ . Однополостный гиперболоид является поверхностью второго порядка.

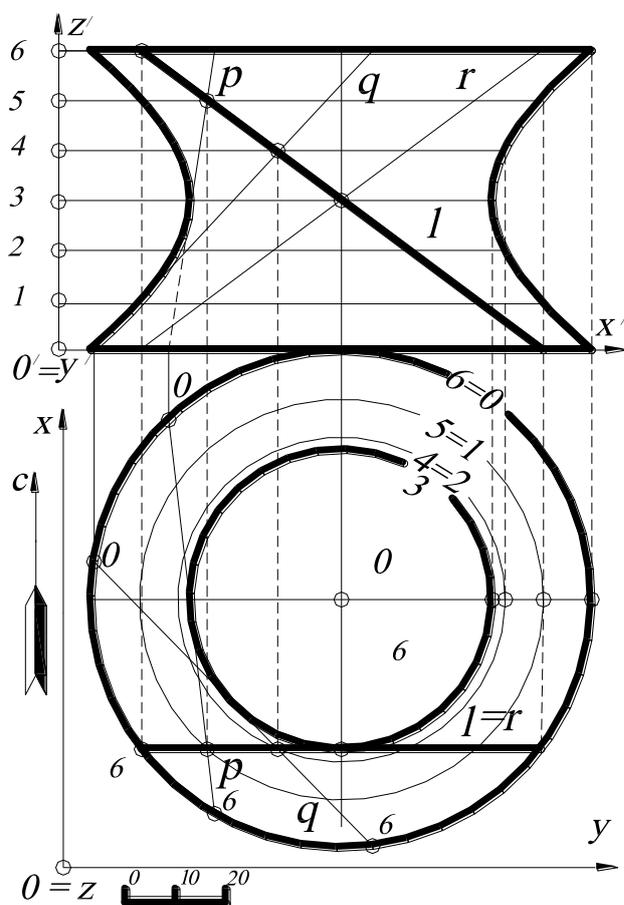


Рис. 214.

Множество прямых, с которыми совпадает при вращении образующая  $l$ , называют 1-м семейством на гиперболоиде. Из симметрии поверхности вращения относительно меридиональной плоскости следует существование на гиперболоиде 2-го семейства прямых. Прямые 1-го семейства закручены влево, прямые 2-го – вправо. Любые две прямые одного семейства скрещиваются, любые две прямые из разных семейств пересекаются (или параллельны). Через каждую точку однополостного гиперболоида проходят одна правая и одна левая прямая.

## 6.8. ЛИНЕЙЧАТЫЕ ПОВЕРХНОСТИ С ПЛОСКОСТЬЮ ПАРАЛЛЕЛИЗМА (ПОВЕРХНОСТИ КАТАЛАНА)

Линейчатыми поверхностями с плоскостью параллелизма называются поверхности, все образующие которых параллельны заданной плоскости, называемой плоскостью параллелизма или направляющей плоскостью.

Если одна из направляющих будет являться несобственной (бесконечно удаленной), а две другие действительными, такие поверхности называются поверхностями с плоскостью параллелизма, так как плоскость параллелизма явля-

ется собственным представителем несобственной (бесконечно удаленной) прямой. В самом деле, любая образующая пересекается с плоскостью параллелизма в бесконечно удаленной (несобственной) точке, так как образующих у линейчатой поверхности  $\infty^1$ , то получают  $\infty^1$  несобственных точек (бесконечно удаленных), то есть несобственную прямую. В зависимости от вида действительных направляющих поверхность с плоскостью параллелизма называется цилиндром, коноидом, кривой плоскостью.

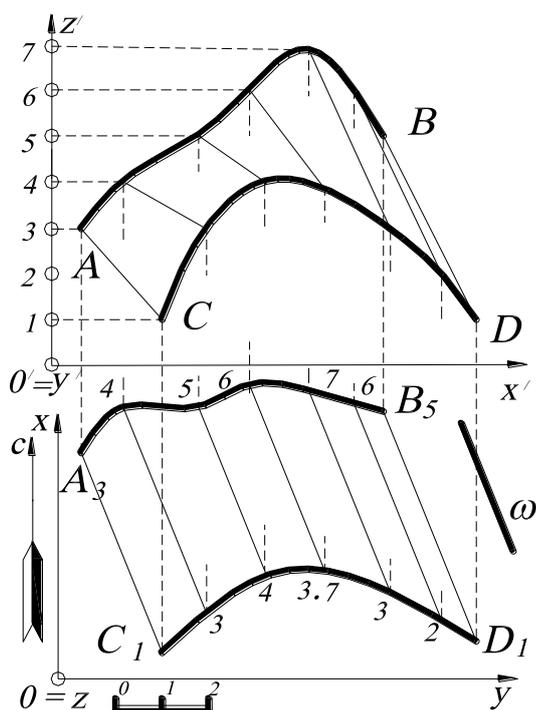


Рис. 215.

**Цилиндр** – поверхность, образованная движением прямой (образующей) по двум действительным кривым направляющим, причем образующая всегда остается параллельна плоскости параллелизма. Порядок такой поверхности:  $n=2 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot 1$ . На рис. 215 изображен цилиндр, образованный движением прямой, пересекающей направляющие кривые  $AB$  и  $CD$  и параллельной плоскости параллелизма  $\omega \perp H$  ( $H$  – основная плоскость проекций  $xOy$ ).

**Конус** – поверхность, образованная движением прямой (образующей) по двум действительным направляющим, одна из которых прямая, причем образующая остается всегда параллельна какой-либо плоскости параллелизма. Порядок такой поверхности:  $n = 2 \cdot n_1 \cdot 1 \cdot 1$ . На рис. 216 показан конус, направляющими линиями служат кривая  $AB$  и прямая  $CD \perp H$ , а плоскостью параллелизма – основная плоскость проекций  $xOy$ .

**Кривая плоскость** - поверхность, образованная движением прямой (образующей) по двум действительным скрещивающимся прямым (рис. 217), причем

образующая остается всегда параллельна какой-либо плоскости параллелизма. Эта поверхность известна под названием *гиперболического параболоида*, так как она несет на себе каркас не только прямых, но и гипербол и парабол. Порядок такой поверхности:  $n=2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1=2$ . На рис. 217 изображена часть такой поверхности, ограниченная направляющими  $AB$  и  $CD$  и образующими  $AD$  и  $BC$ , параллельными плоскости параллелизма  $\omega$ , перпендикулярной основной плоскости проекций  $xOy$ .

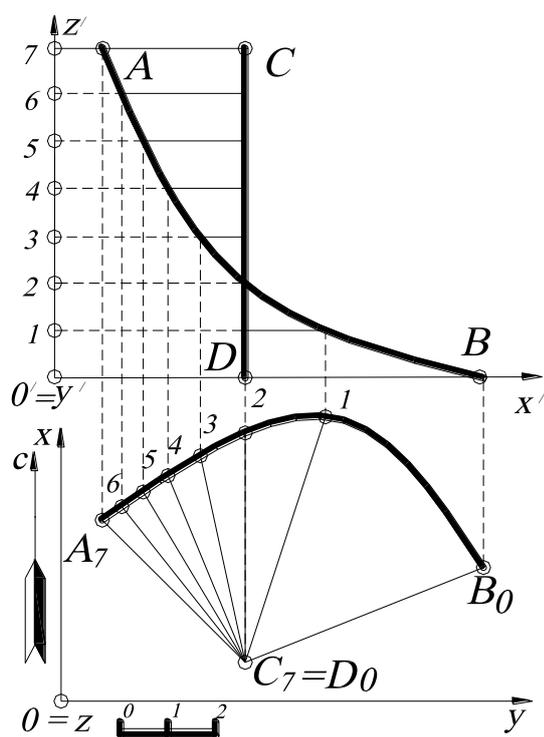


Рис. 216.

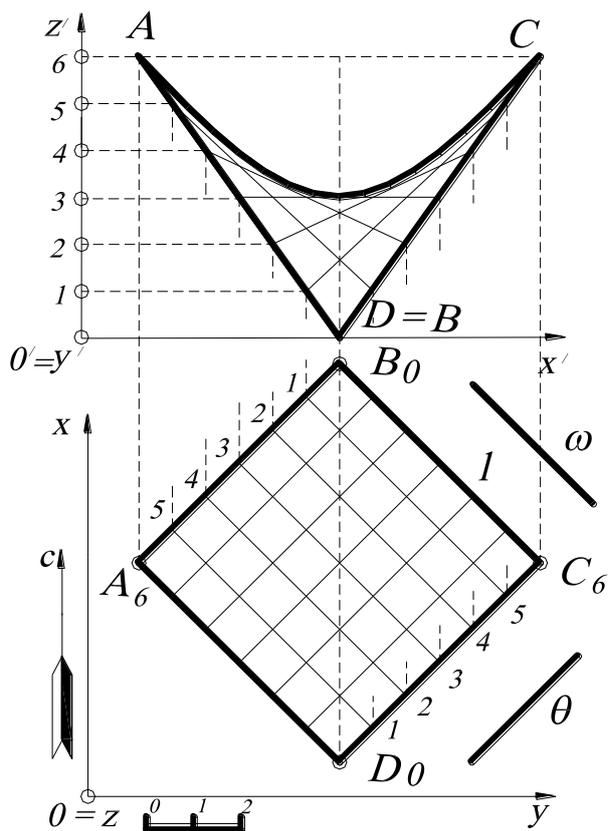


Рис. 217.

На гиперболическом параболоиде есть второе семейство прямых, которому принадлежат данные направляющие  $AB$  и  $CD$ . Все прямые второго семейства также параллельны некоторой плоскости параллелизма  $\theta$  (на рис. 217  $\theta \perp H$ ). Эти два семейства (образующих и направляющих) совершенно равноправны, то есть при движении прямой  $AB$ , пересекающей прямые  $AD$  и  $BC$  и параллельной плоскости  $\theta$ , получается та же поверхность. Два семейства прямых на гиперболическом параболоиде устроены точно так же, как и на однопо-

лостном гиперboloиде, а именно: две прямые одного семейства скрещиваются, две прямые из разных семейств лежат в одной плоскости; через каждую точку гиперболического параболоида проходит одна прямая из каждого семейства.

### 6.8.1. ПОВЕРХНОСТИ ОДИНАКОВОГО СКАТА

На практике при проектировании откосов дорог часто применяются и поверхности равнодлинного откоса. Поверхность одинакового ската представляет собой в пространстве огибающую семейства прямых круговых конусов, вершины которых лежат на пространственной кривой (рис. 218).

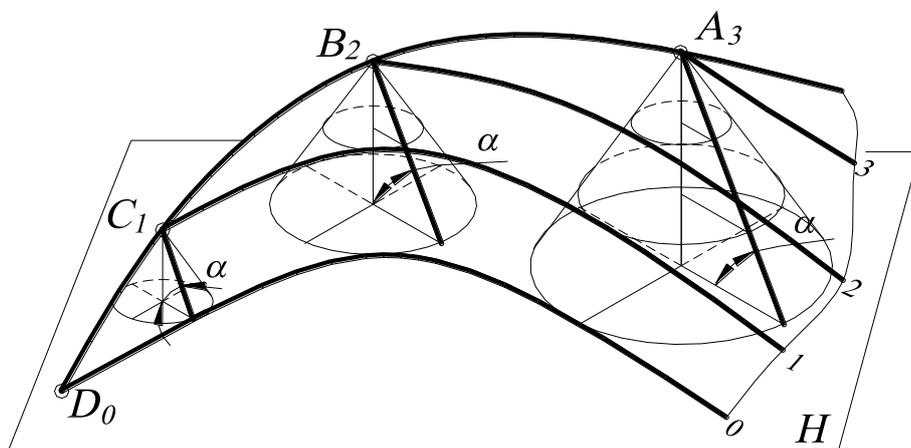


Рис. 218.

Поверхность одинакового ската – линейчатая поверхность. Все образующие этой поверхности составляют с горизонтальной плоскостью проекций  $H$

одинаковый угол  $\alpha$ , равный углу наклона образующих конуса. Частным случаем поверхности одинакового ската является эвольвентная поверхность. Для построения горизонталей поверхности одинакового ската необходимо иметь проекцию кривой линии и угол наклона поверхности (образующих конуса)  $\alpha$  к горизонту.

**ПРИМЕР.** Построить к заданной кривой  $A_3B_2C_1D_0$  поверхность одинакового ската с углом наклона поверхности к основной плоскости проекций  $H$ , равным  $\alpha=70^\circ$ .

Построения выполняются следующим образом:

1. В соответствии с масштабом чертежа строится профиль, в котором проводится прямая под углом  $\alpha$ . Получаемый при этом отрезок  $l$  характеризует интервал образующих конусов (рис. 219).

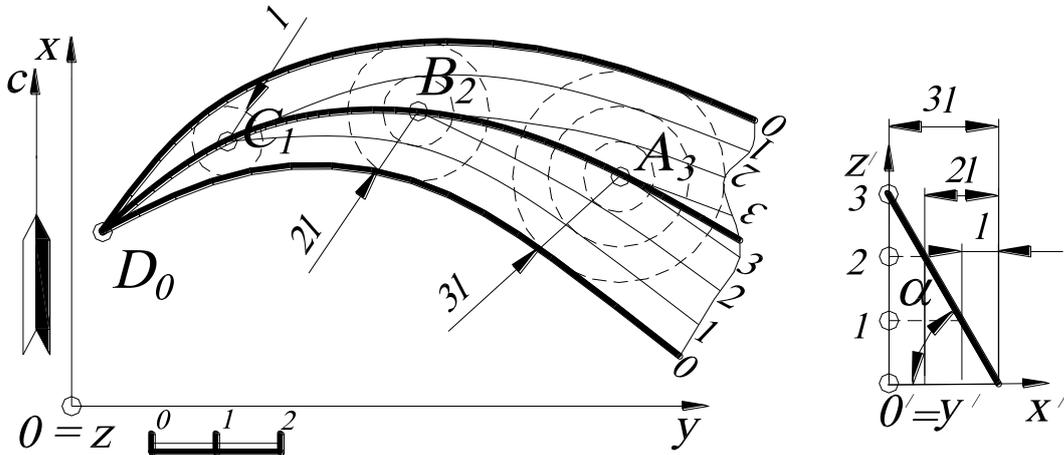


Рис. 219.

2. В соответствии с интервалом  $l$  строятся образующие конусов с центрами в точках  $C_1B_2A_3$ .

3. По касательным к горизонталям конусов с одинаковыми высотными отметками проводятся лекальные кривые горизонталей поверхности одинакового ската.

### 6.8.2. ПОВЕРХНОСТЬ РАВНОДЛИННОГО ОТКОСА

Поверхностью равнодлинного откоса называется линейчатая поверхность, образующая которой - отрезок прямой постоянной длины - перемещается в пространстве так, что его один конец скользит по направляющей, пространственной кривой (прямой), а другой конец - по заданной поверхности (плоскости), причём горизонтальная проекция образующей всегда перпендикулярна горизонтальной проекции направляющей.

Частным случаем поверхности равнодлинного откоса является такая поверхность, образующая которой (отрезок постоянной длины) одним концом скользит по прямой, а другим - по горизонтальной плоскости. В этом случае поверхность равнодлинного откоса можно представить как поверхность, соприкасающуюся с однопараметрическим множеством прямых круговых конусов с вертикальной осью (рис. 220). Вершины этих конусов лежат на направляющей

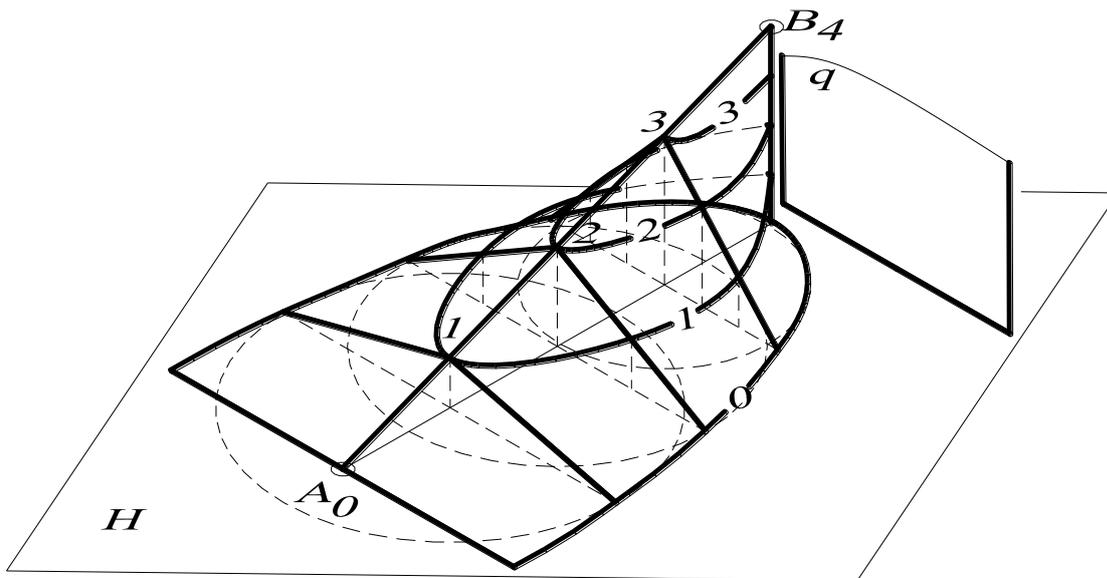


Рис. 220.

(прямой), а основания – на заданной плоскости. На практике такая поверхность заменяется поверхностью, образующие которой на горизонтальной проекции перпендикулярны горизонтальной проекции направляющей (по определению). Длины отрезков образующих этих конусов, заключённых между вершинами и основаниями, равны, то есть угол наклона образующей конуса к горизонтальной плоскости проекций меняется при движении конуса вдоль направляющей.

Поверхность равнодлинного откоса такого вида задана:

- 1) направляющая - отрезок прямой; образующая – отрезок прямой постоянной длины. Горизонтальные проекции образующей и направляющей перпендикулярны, то есть все горизонтальные проекции образующих

будут параллельны между собой, а, следовательно, параллельны плоскости параллелизма  $q$  (см. рис. 220);

2) отрезок (образующая поверхности) одним концом скользит по направляющей, другим – по основной (горизонтальной) плоскости проекций.

В результате движения образующей по горизонтальной плоскости проекций, в пересечении получается плоская кривая, которую можно рассматривать, в данном случае как направляющую. Тогда поверхность равнодлинного откоса можно представить как часть *коноида*.

**ПРИМЕР.** Построить поверхность равнодлинного откоса (часть коноида), образующая которой прямая  $l$ , параллельная плоскости параллелизма  $q$ . Образующая (постоянной длины) этой поверхности одним концом скользит по направляющей прямой  $A_0B_4$ , а другим – по горизонтальной плоскости проекций  $H$ . Натуральная величина образующей определяется расстоянием от прямой  $A_0B_4$  до горизонтальной плоскости проекций  $H$ .

#### *Построение очерка поверхности равнодлинного откоса*

В общем случае, поверхность равнодлинного откоса можно представить как поверхность, соприкасающуюся с однопараметрическим множеством прямых круговых конусов с вертикальной осью (вершины этих конусов лежат на направляющей (прямой)  $A_0B_4$ , а основания на горизонтальной плоскости проекций  $H$ ). Тогда образующую конуса можно рассматривать как постоянную образующую поверхности равнодлинного откоса, параллельную плоскости  $q \perp H$  (рис. 221).

Для определения горизонтальных проекций образующих части поверхности равнодлинного откоса проводят окружность радиуса  $R$ , равной натуральной величине отрезка образующей  $PK=l_0$  (см. рис. 221, б). Рассекают эту окружность горизонтальными прямыми, расстояния между которыми, в масштабе, равны единице (линейный масштаб). Длину отрезка  $PK$  можно рассматривать как постоянную образующую конусов.

Затем строятся образующие поверхности равнодлинного откоса, проходящие через отметки  $0, 1, 2, 3$ , причём горизонтальные проекции этих образующих на плане перпендикулярны направляющей  $A_0B_4$ . В точке с отметкой  $4$  образующая поверхности будет проецирующей.

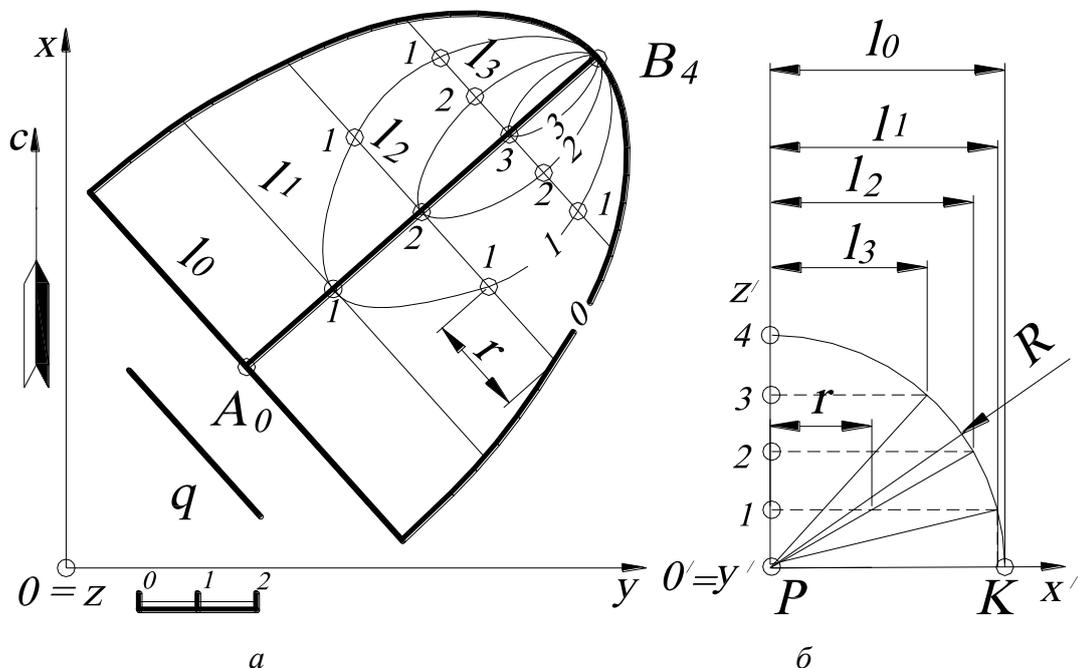


Рис. 221.

Построенные образующие на плане градуируют с интервалом  $1$  (единица), то есть определяют промежуточные высотные отметки, расположенные между концами отрезка образующей. Градуировка осуществляется с помощью переноса соответствующих высотных отметок. Для этого используется сетка горизонтальных сечений на профиле (см. рис. 221, б) (например, расстояние  $r$  на образующей  $l_2$  соответствует точке с высотной отметкой  $1$ ). Точки с одинаковыми высотными отметками соединяют плавными кривыми линиями, которые являются горизонталями поверхности равнодлинного откоса.

## **ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1. В чём заключается каркасный способ задания поверхности?
2. Что такое определитель поверхности?
3. Перечислите способы задания поверхностей на плане (сферы, конуса, поверхности вращения общего вида).
4. Найти точки пересечения прямой общего положения  $AB$  и прямого кругового конуса.
5. Найти точки пересечения прямой общего положения  $AB$  и наклонного цилиндра.
6. Как построить линию пересечения поверхности вращения и многогранника?
7. Как определяется линия пересечения двух поверхностей вращения?
8. На ребре куба как на диаметре построена сфера. Вписать в куб сферу, касающуюся данной сферы и трёх граней куба.
9. Как образуется поверхность равнодлинного откоса?
10. Сформулируйте определитель поверхности равного уклона.
11. Найти точки пересечения прямой общего положения  $AB$  и косо́й плоскости.

## **7. ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ**

Кинематические поверхности сложной формы иногда называют поверхностями зависимых линий. Типичным примером поверхностей зависимых линий служат топографические поверхности.

*Топографическими поверхностями* называют поверхности, заданные дискретным множеством линий уровня. Такое представление поверхностей широко распространено в топографии, горном деле, строительстве и др. Следует помнить, что поверхности, заданные дискретным каркасом, не вполне опре-

делены, так как могут существовать и другие поверхности с тем же каркасом, но несколько отличающиеся одна от другой.

**Непрерывно-топографическими** поверхностями называют поверхности, образованные непрерывным множеством линий уровня. Эти поверхности широко применяют в авиации, архитектуре и др.

На рис. 222 изображена топографическая поверхность, пересекаемая пучком параллельных горизонтальных плоскостей  $H_0, H_1, H_2$ , расположенных по вертикали на одном расстоянии друг от друга  $h=10$ . Плоскости  $H_0, H_1, H_2$  пересекают заданную топографическую поверхность по горизонталям – плоским кривым. Ортогонально (перпендикулярно) спроецировав полученные горизонтали на основную плоскость проекций  $H$ , получают ряд замкнутых кривых, называемых **изогипсами** (isos – греч. равный, одинаковый, hupsos – греч. высо-

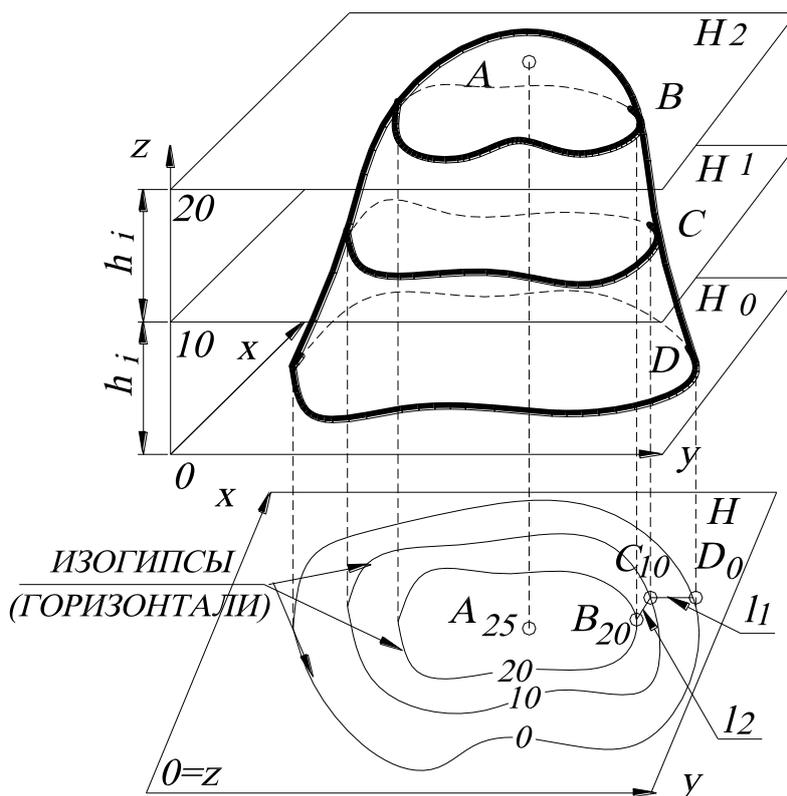


Рис. 222.

та).

Полученные таким образом изогипсы образуют план топографической поверхности в системе координат  $xOy$ . Следует помнить, что в проекциях с

числовыми отметками ось  $x$  всегда совпадает с северным направлением меридиана.

Иногда при решении инженерных задач на земной поверхности возникает необходимость использовать следующие термины.

**Высота сечения  $h$**  – это расстояние по вертикали между секущими рельеф поверхности горизонтальными плоскостями.

**Заложение (интервал)  $l$**  – это расстояние по нормали между проекциями двух соседних изогипс.

**Угол падения (наклона)  $\sigma$**  топографической поверхности к горизонту определяется высотой сечения и заложением:  $tg \sigma = \frac{h}{l} = i$ .

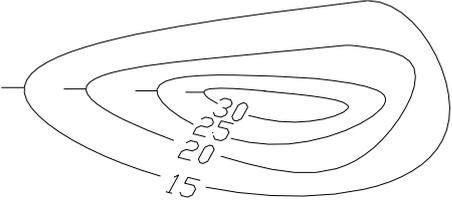
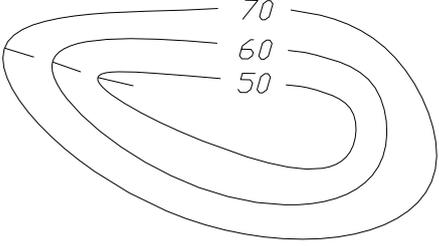
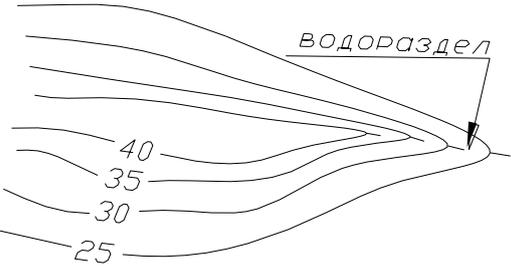
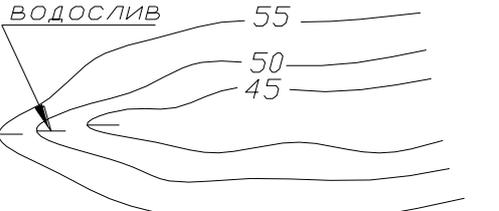
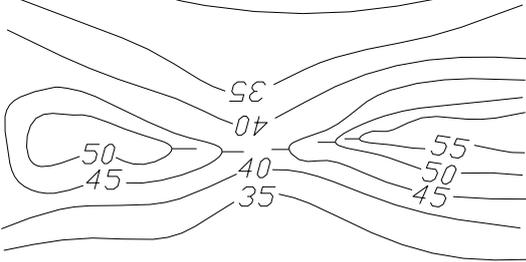
Отношение высоты сечения к заложению  $i$  между горизонталями называют **уклоном**.

## 7.1. ЭЛЕМЕНТЫ ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

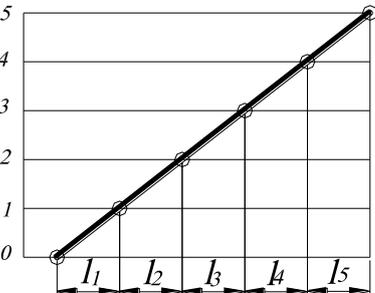
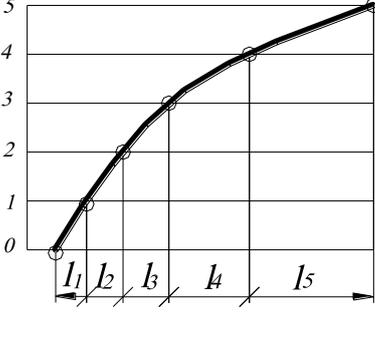
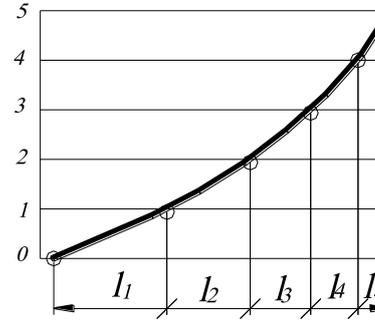
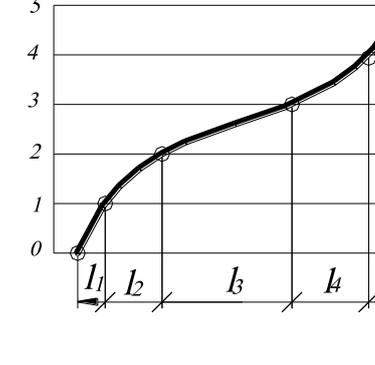
Элементы рельефа топографической поверхности можно легко представить по изображению горизонталей и анализу их высотных отметок. Для удобства определения характера топографической поверхности и отдельных форм рельефа пользуются берг-штрихами, которые проставляют перпендикулярно горизонтали и направляют от неё в сторону спуска поверхности. Горизонталы, кратные 5 числовым отметкам, для удобства чтения чертежа иногда выделяют толстой линией.

В табл. 5 даны некоторые схемы изображения горизонталей главных элементов поверхности. Вершина горы, дно котлована называются **характерными точками топографической поверхности**, а линии водораздела и водослива – характерными линиями поверхности. По характеру горизонталей на плане и по профилю можно установить характер формы скатов (падений) поверхности (табл. 6).

## Схемы изображения основных форм рельефа на плане

План поверхности	Название рельефа	Краткая характеристика поверхности
	Возвышение, гора (холм)	Выпуклая конусообразная форма. Горизонтали – замкнутые кривые
	Впадина, котловина (яма)	Конусообразное углубление. Горизонтали – замкнутые кривые
	Хребет	Вытянутое в одном направлении возвышение
	Лощина	Вытянутое в одном направлении углубление
	Седловина, перевал	Понижение рельефа при пересечении горы или хребта

## Схемы изображения основных форм ската на профиле

Профиль поверхности	Название ската	Краткая характеристика профиля поверхности
	Ровный	Заложения (интервалы) на всей высоте сечения: $l_1=l_2=l_3=l_4=l_5$
	Выпуклый	Заложение (интервал) у подошвы меньше, чем у вершины: $l_1 < l_2 < l_3 < l_4 < l_5$
	Вогнутый	Заложение (интервал) у подошвы больше, чем у вершины: $l_1 > l_2 > l_3 > l_4 > l_5$
	Смешанный	Заложения (интервалы) изменяются: $l_3 > l_4 > l_2 > l_1 > l_5$

**ЛИНИЯ ПАДЕНИЯ ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ** определяет кратчайшее расстояние между двумя горизонталями и называется падением топографической поверхности, или линией наибольшего ската поверхности в данной точке.

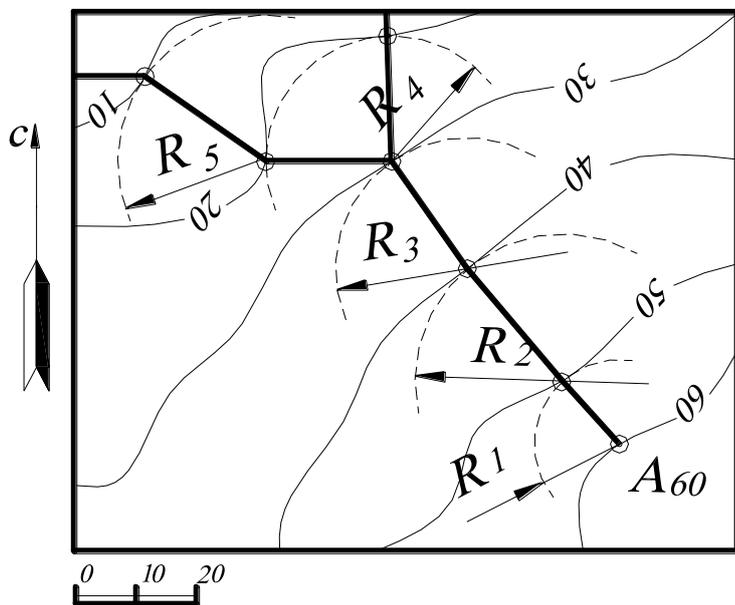


Рис. 223.

Линия падения строится как совокупность прямых-образующих конических поверхностей, по которым происходит касание. Условно принимается, что перепад высотных отметок носит линейный характер, следовательно, топографическая поверхность будет касаться конуса по образующей. При

этом основание прямого кругового конуса будет касаться ближайшей горизонтали (касание может быть также и в нескольких точках, рис. 223).

**ЛИНИЯ ПОСТОЯННОГО УКЛОНА** топографической поверхности используется на практике при проектировании трассы дорог (шоссейных, железных), каналов, то есть там, где возникает необходимость построения линии постоянного уклона на топографической поверхности. Для сокращения земляных работ ось дороги (или канала) располагают не по прямой, а так, чтобы она шла по топографической поверхности, изменяя при этом направление соответственно с уклоном местности.

На рис. 224 показано построение линии постоянного уклона на топографической проекции, где  $\sigma$  - постоянный угол наклона прямой – оси к горизонтальной плоскости проекций. На профиле определяется интервал  $l$ , затем на плане (с помощью засечек циркуля) строят кривую линию.

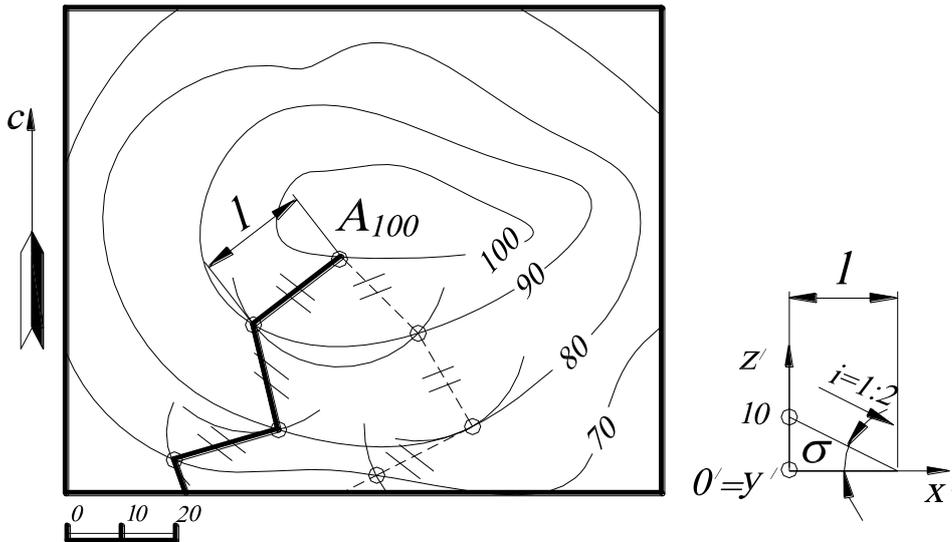


Рис. 224

**ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ К ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ.**

Если точка принадлежит поверхности, то она принадлежит линии, лежащей на этой поверхности.

**ПРИМЕР.** Найти высотную отметку точки  $A$ , принадлежащую топографической поверхности (рис. 225).

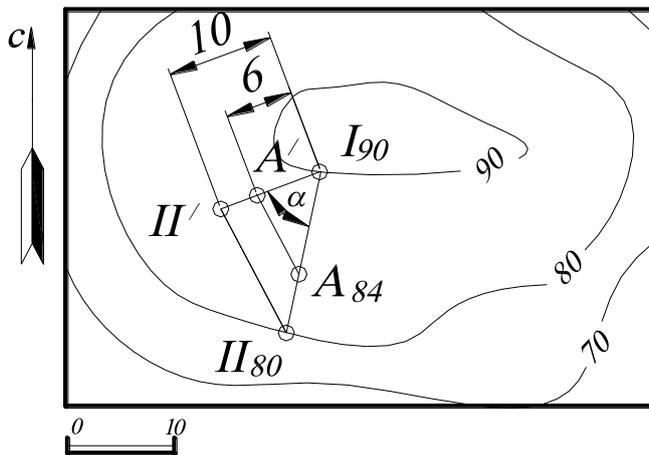


Рис. 225.

ческой поверхности (рис. 225).

Через точку  $A$  на плане проводят линию ската  $I_{90}II_{80}$ , которая является интерполяционной прямой перепада высот. Из точки  $I_{90}$  проводят отрезок прямой  $I_{90}II'$  под произвольным углом  $\alpha$  и откладывают на нём от точки  $I_{90}$  разницу высотных отметок, взятых по масштабу чертежа, то есть

$10$ . Произвольный отрезок  $I_{90}II'$ , на котором откладываем разницу числовых отметок точек, назовём шкалой масштабов. Соединяют полученную точку  $II'$  с точкой  $II_{80}$ . Затем с помощью подобных треугольников находят точку  $A'$ , то

есть проводят прямую из искомой точки  $A$ , параллельную отрезку прямой  $II_{80}I'$ . Далее, по шкале масштабов определяют высотную отметку точки  $A$  на прямой  $I_{90}I'$ . Таким образом, высотная отметка точки  $A$  соответствует  $84$ .

С помощью вышеописанного построения можно строить промежуточные изогипсы.

## 7.2. НАХОЖДЕНИЕ ОБЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ПЛОСКОСТИ И ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

### 1. Плоскость занимает проецирующее положение.

В этом случае проекция линии пересечения совпадает со следом плоскости (так как плоскость проецирующая), а линия пересечения будет иметь высотные отметки, что и изогипсы заданной топографической поверхности. Линию пересечения строят на профиле (в геологии такие сечения называют геологическими вертикальными разрезами). На рис. 226 показано построение линии пересечения проецирующей плоскости с топографической поверхностью.

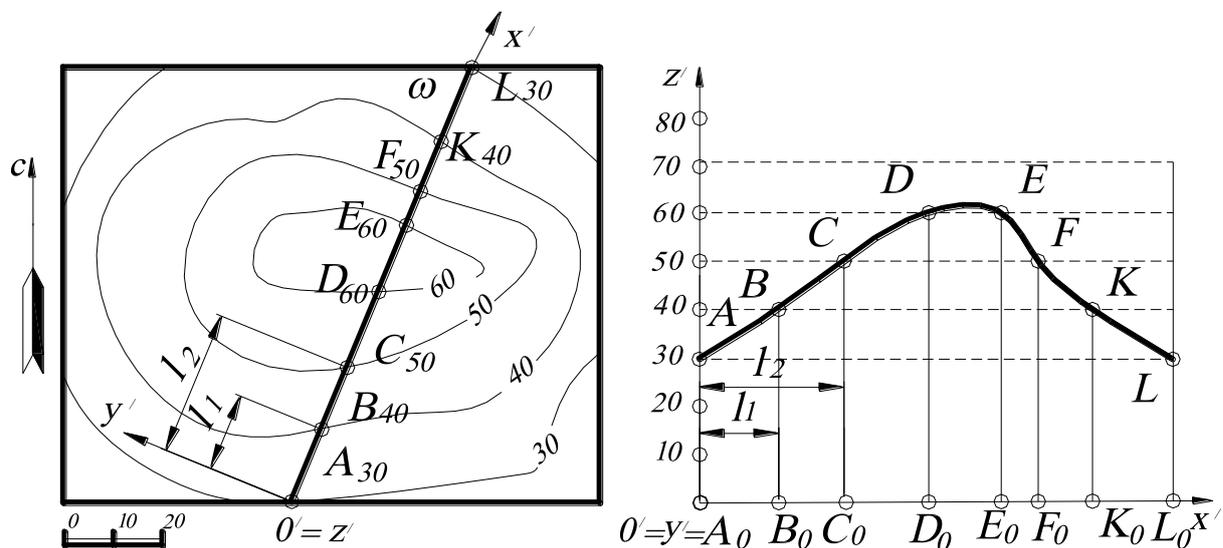


Рис. 226.

Построение осуществляется следующим образом. На плане задают новую систему координат  $O'x'y'/z'$ , совпадающую с проекцией проецирующей плоскости  $\omega$ , и находят точки пересечения с изогипсами  $A_{30}, B_{40}, C_{50}, D_{60}, E_{60}, F_{50}, K_{40},$

$L_{30}$ , имеющие одинаковые высотные отметки. На профиле, по оси  $x'$  откладывают заложения этих точек  $l_1, l_2, \dots$  (на рис. 226 показаны только два, остальные строятся аналогично) и получают основания точек  $A_0, B_0, C_0, D_0, E_0, F_0, K_0, L_0$  (или проекции на основную плоскость проекций), которые затем поднимают по перпендикулярам на соответствующие высотные отметки и соединяют плавной кривой линией.

## 2. Плоскость занимает горизонтальное положение.

Нахождение линии пересечения топографической поверхности с горизонтальной плоскостью сводится к нахождению изогипсы, так как все изогипсы получаются в результате пересечения заданного рельефа горизонтальными плоскостями. Однако если горизонтальная плоскость имеет числовую отметку отличную от высоты заданного сечения топографической поверхности, то в этом случае необходимо найти изогипсу с промежуточной числовой отметкой. Рассмотрим решение этой задачи на примере.

**ПРИМЕР.** Найти линию пересечения заданной топографической поверхности горизонтальной плоскостью  $H_{82}$  (рис. 227).

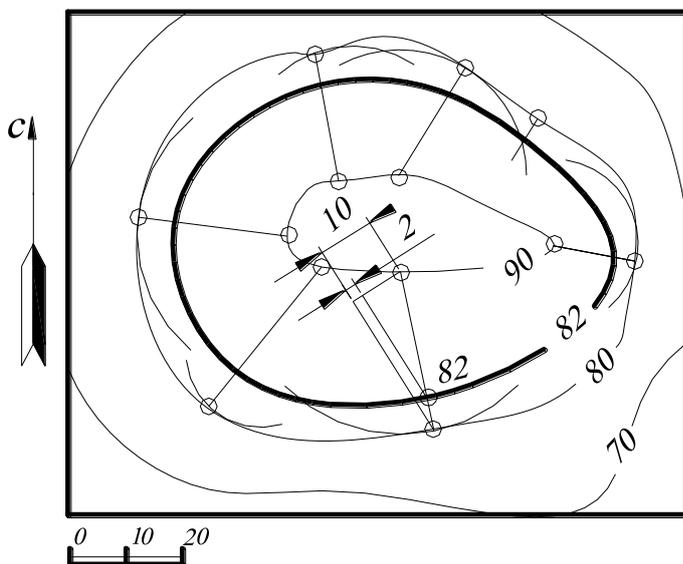


Рис. 227.

Для определения на плане горизонтальной плоскости, проходящей через высотную отметку 82, необходимо построить изогипсу с отметкой 82. Для этого между изогипсами 80 и 90 строят ряд линий ската, считая, что перепад высот носит линейный характер. С помощью градуирования находят на этих линиях

ската числовые отметки 82 (см. рис. 225) и, соединив последовательно полученные точки кривой линией, получают искомую изогипсу, которая называется

промежуточной. Эта изогипса будет определять линию пересечения горизонтальной плоскости  $H_{82}$  с заданной топографической поверхностью.

### **3. Плоскость занимает общее положение.**

Для искомой линии пересечения заданных поверхностей (топографической поверхности и плоскости)

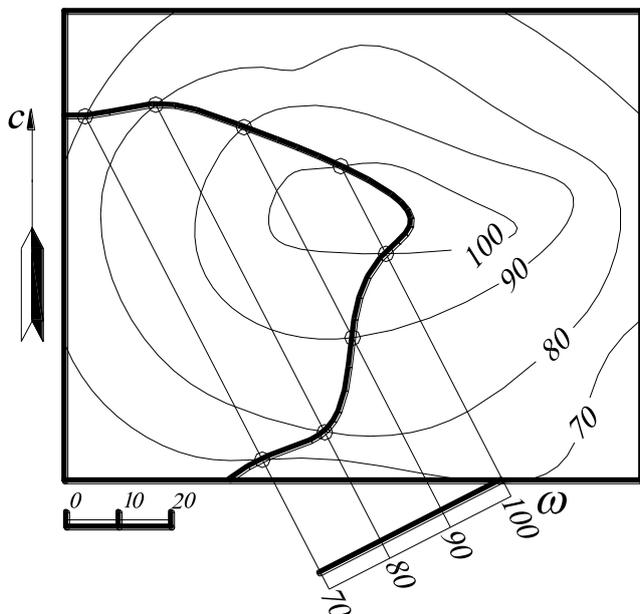


Рис. 228.

необходимо найти ряд общих точек, которые одновременно принадлежали бы заданным поверхностям.

Для нахождения общих точек необходимо в заданной плоскости построить горизонтали с высотными отметками, равными высотным отметкам изогипс заданной топографической поверхности (рис. 228). Линии (горизонтали плоскости и изогипсы топографической поверхности) с одинаковыми

высотными отметками в пересечении дадут общие точки, так как они лежат в одних горизонтальных плоскостях. Затем найденные точки соединяют плавной кривой линией, которая будет являться пересечением плоскости с топографической поверхностью.

## **7.3. НАХОЖДЕНИЕ ОБЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЯМОЙ И ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

Для нахождения точек пересечения прямой с топографической поверхностью поступают следующим образом (*алгоритм*):

1. *Через заданную прямую проводят вспомогательную плоскость-посредник. Таких плоскостей можно провести пучок  $\infty^1$ .*

2. Находят линию пересечения вспомогательной плоскости-посредника с заданной топографической поверхностью.
3. Искомые точки будут находиться на пересечении заданной прямой с найденной линией пересечения.
4. Определяется видимость на чертеже.

**ПРИМЕР.** Найти точки пересечения заданной топографической поверхности с прямой  $A_{70}B_{40}$  (рис. 229).

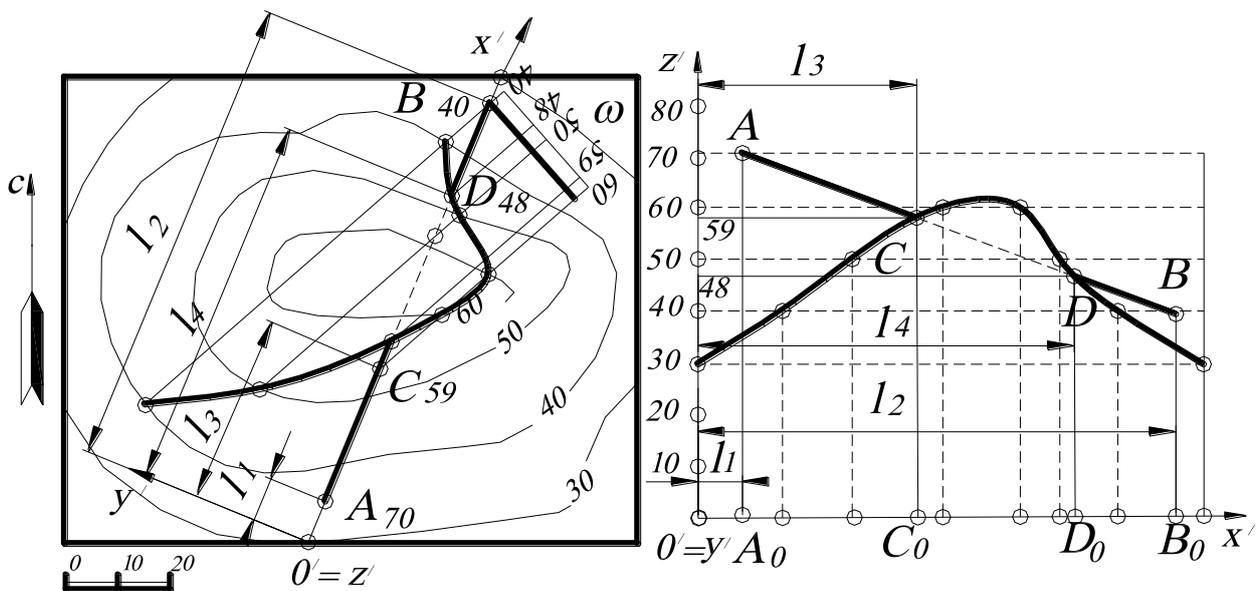


Рис. 229.

1. Через отрезок прямой  $A_{70}B_{40}$  на плане проводят вспомогательную плоскость-посредник  $\omega$ .
2. Находят линию пересечения этой плоскости-посредника  $\omega$  с топографической поверхностью. Для этого градуируют прямую  $A_{70}B_{40}$  и проводят горизонталь вспомогательной плоскости-посредника. Затем находят общие точки горизонталей  $\omega$  и изогипс топографической поверхности, соединяя их последовательно плавной линией.
3. Находят точки пересечения  $C$  и  $D$  прямой  $A_{70}B_{40}$  и построенной кривой линии и определяют их высотные отметки  $C_{59}, D_{48}$ .
4. Определяют видимость прямой  $A_{70}B_{40}$ .

В том случае, если плоскость  $\omega$  является проецирующей, то необходимо строить профиль, искомые точки при этом не изменяются (см. рис. 229).

## **7.4. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Для нахождения линии пересечения заданных поверхностей необходимо найти ряд общих точек, которые одновременно принадлежат заданным поверхностям. Для определения видимости и характера искомой линии пересечения необходимо найти характерные точки на этих поверхностях.

Как было отмечено выше, для нахождения общих точек, принадлежащих одновременно заданным поверхностям, необходимо использовать вспомогательные плоскости (поверхности, например, шаровые), называемые посредниками.

Сущность метода состоит в том, что выбирают вспомогательную секущую плоскость, пересекающую заданные поверхности по простым линиям (прямым или окружностям), которые в пересечении дают искомые общие точки. Затем находят точки, лежащие на очерковых образующих (если таковые имеются), и последовательно соединяют плавной кривой линией. Искомая линия пересечения является видимой, если обе пересекающиеся поверхности или их части являются видимыми. Если же хотя бы одна из пересекающихся поверхностей или её часть является невидимой, то и вся линия пересечения также невидима.

### ***7.4.1. НАХОЖДЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ С МНОГОГРАННИКОМ***

Для нахождения линии пересечения топографической поверхности и многогранника необходимо построить линию пересечения каждой грани с топографической поверхностью. Другими словами, задача сводится к нахожде-

нию линии пересечения плоскости с топографической поверхностью. Для нахождения точек пересечения боковых рёбер многогранника с топографической поверхностью используют алгоритм решения задач на нахождение точек пересечения прямой с топографической поверхностью, так как эти точки будут являться точками излома.

**ПРИМЕР.** Построить линию пересечения топографической поверхности с усечённой пирамидой (в реальной ситуации с котлованом), уклоны боковых граней которой к горизонтальному основанию с числовой отметкой 3 равны:  $i=1:1$  – с севера и юга и  $i=1:1,5$  – запада и востока (рис. 230).

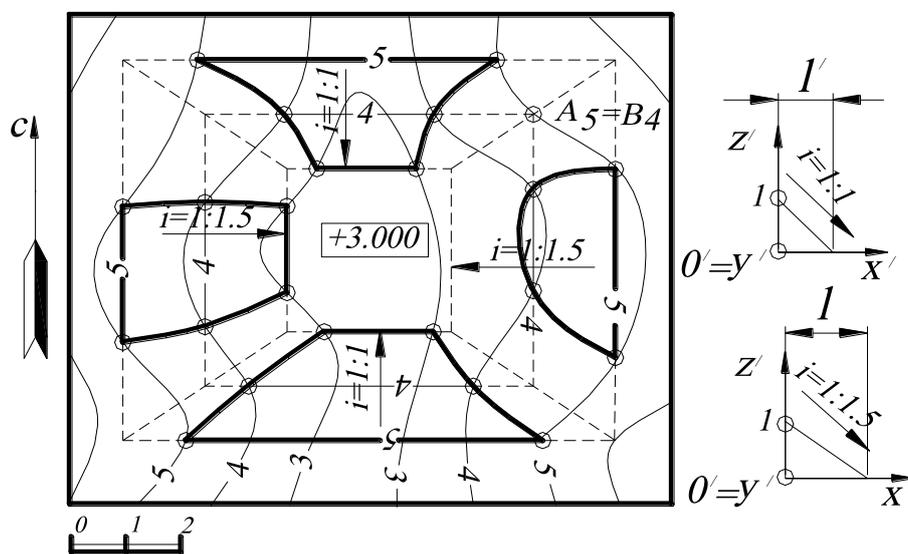


Рис. 230.

Строят горизонтали западной и восточной граней пирамиды с интервалом  $1,5$  м, то есть полторы единицы линейного масштаба (см. п. 2.4), а севера и юга –  $1$  м (одна единица линейного масштаба). Прямые пересечения смежных граней (рёбра пирамиды) проходят через точки пересечения одноимённых горизонталей этих граней. Линия пересечения поверхностей определяется как линия, соединяющая точки пересечения изогипс топографической поверхности и горизонталей граней пирамиды с одинаковыми высотными отметками. Видимость определяется по конкурирующим точкам, принадлежащим рёбру пирамиды и изогипсе. Например, точки  $A_5$  и  $B_4$  принадлежат обеим поверхностям, проекции которых совпадают. Если точка  $A_5$  принадлежит топографической

поверхности, а точка  $B_4$  – поверхности пирамиды, при этом точка  $A_5$  находится выше, то это означает, что топографическая поверхность является видимой. Видимость поверхностей меняется на противоположную в линии пересечения заданных поверхностей.

### 7.4.2. НАХОЖДЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ВРАЩЕНИЯ

Для нахождения линии пересечения топографической поверхности с поверхностью вращения необходимо на поверхности вращения построить ряд параллелей (окружностей, перпендикулярных оси вращения), высотные отметки которых должны совпадать с высотными отметками изогипс на топографической поверхности.

**ПРИМЕР.** Найти линию пересечения топографической поверхности с коническим котлованом, угол падения образующих которого равен  $45^\circ$ . Дно котлована – окружность с числовой отметкой 3 (рис. 231).

На конической поверхности (котловане) строят горизонталы с высотными

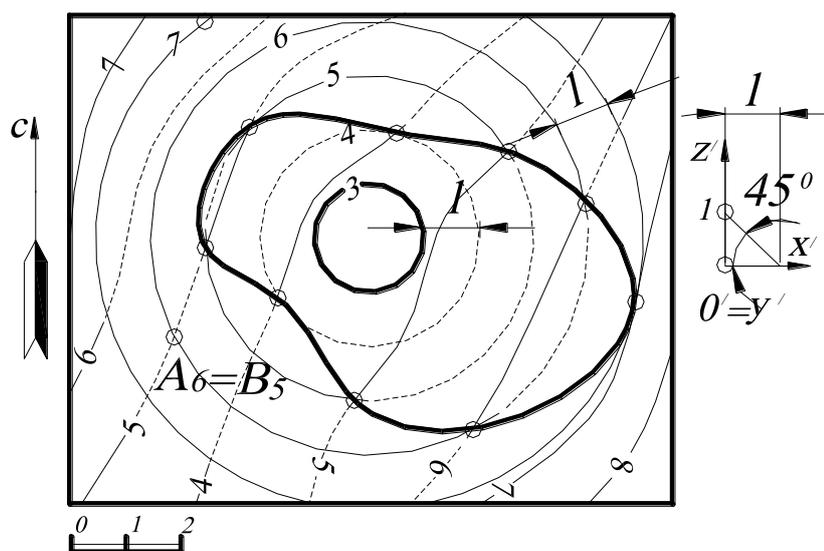


Рис. 231.

отметками, равными высотным отметкам изогипс топографической поверхности. Для этого на профиле определяют интервал горизонталей конуса  $l$ . Находят точки пересечения линий, имеющих одинаковые высотные отметки и, последова-

тельно соединив эти точки плавной кривой, получают искомую линию пересечения. Видимость поверхностей определяется исходя из условия конкурирующих точек, принадлежащих обеим поверхностям, проекции которых совпадают, например  $A_6=B_5$  (см. рис. 231). Другими словами, если точка  $A_6$  принадлежит поверхности конуса, а точка  $B_5$  - топографической поверхности, при этом точка  $A_6$  находится выше, то это означает, что конус является видимым. Видимость поверхностей меняется на противоположную в линии пересечения заданных поверхностей.

## 7.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ ЗЕМЛЯНЫХ РАБОТ

При проектировании земляных сооружений (например, дорог, площадок, котлованов и т.п.) приходится решать комплекс задач, рассмотренных по отдельности в предыдущих параграфах. Это задачи на построение проходящей через заданную линию поверхности заданного уклона и на построение линии пересечения поверхностей.

Если, например, уровень дороги выше уровня поверхности местности, то дорога выполняется в виде *насыпи*, если ниже, то в виде *выемки*. Плоскости и поверхности, ограничивающие дорогу или площадку со всех сторон и соединяющие её с поверхностью местности, называют *откосами*. На плане земляные сооружения в зависимости от их назначения могут иметь различные изображения: квадраты, прямоугольники, многоугольники, сочетания прямых и дуг окружностей, кривые линии и др. Рассмотрим примеры построения откосов различных земляных сооружений.

**ПРИМЕР 1.** Задана часть топографической поверхности и градуированная ось дороги заданной ширины. Построить границы откосов насыпи с уклоном  $1:1$ .

Плоскость дороги состоит из двух участков (рис. 232): слева - прямолинейного участка с отметкой  $7$ , а справа - наклонного  $7-10$ , имеющего уклон  $1:4$

(то есть интервал между горизонталями равен четыре единицы линейного масштаба).

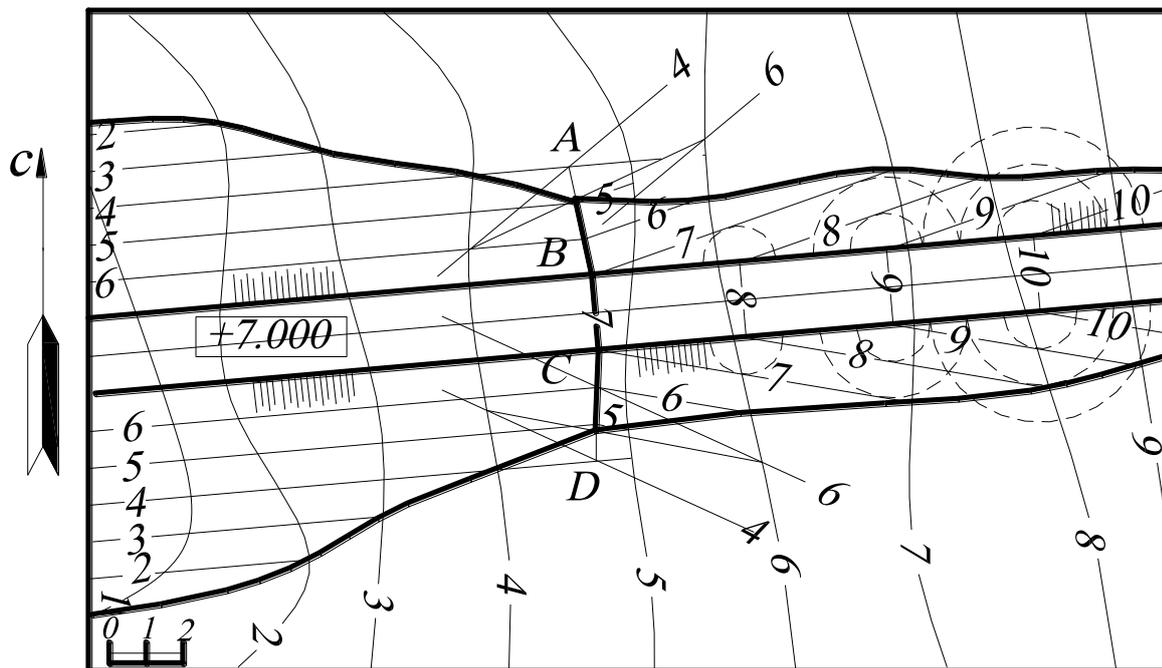


Рис. 232.

Вначале строят плоскости откосов дороги, задавая их горизонталями. Горизонтали откосов левого участка дороги расположены на расстоянии интервала 1 м (то есть одна единица линейного масштаба). Для построения горизонталей откосов правого участка дороги каждую точку на бровке дороги с целой отметкой (можно и с дробной) принимают за вершину конуса, уклон образующих которого равен заданному уклону откоса  $1:1$ . Следовательно, интервал конуса равен 1 м (то есть единице линейного масштаба). Искомая плоскость откоса касается всех этих конусов (достаточно построить только один из них), то есть горизонтали этой плоскости касаются горизонталей конусов – concentрических окружностей.

Далее строятся линии пересечения соседних откосов друг с другом, которые пересекаются по прямым  $AB$  и  $CD$  (точки  $A$  и  $D$  – точки пересечения этих прямых с топографической поверхностью). Точки пересечения прямых  $AB$  и  $CD$  с топографической поверхностью определяются с помощью вспомогательных плоскостей общего положения. А именно, например, через прямую  $AB$

проводят вспомогательную плоскость-посредник (задавая её горизонталями  $h_4$  и  $h_6$ ), находят линию пересечения этой плоскости и топографической поверхности. Общая точка построенной линии пересечения и заданной прямой  $AB$  будет являться искомой точкой – точкой пересечения прямой  $AB$  и топографической поверхности. Затем по точкам пересечения одноимённых горизонталей находят границы всех откосов.

После определения границ всех откосов на каждом из них чертят так называемые *берг-штрихи* (параллельные длинные и короткие черточки), которые показывают направление стока воды по откосу. Они начинаются от верхнего края откоса и направлены по линиям наибольшего ската, то есть перпендикулярно его горизонталям; на коническом откосе они проходят через вершину конуса (см. ГОСТ 21.204 – 93 «Условные графические изображения и обозначения на чертежах генеральных планов и транспорта»).

**ПРИМЕР 2.** Задан план местности в горизонталях и проектируемой на этом участке местности горизонтальной площадки на отметке 7 м и прямолинейного плоского въезда на неё (рис. 233). Площадка имеет форму прямоугольника с примыкающим к нему полукругом. Уклоны всех откосов равны  $1:1$ . В зоне выемки к площадке должна примыкать канава для стока воды (кювет) шириной 1 м; отметка внешнего края канавы равна отметке её внутреннего края, то есть 7 м.

Выделенную на чертеже 7-ю горизонталь топографической поверхности называют линией нулевых работ – она отделяет зону выемки (на востоке) от зоны насыпи (на западе).

Вначале строятся горизонтали откосов насыпи и выемки. Откосы насыпи, примыкающие к прямолинейным краям площадки, и откосы выемки, примыкающие к прямолинейным внешним краям канавы, – это плоскости, горизонталю которых параллельны этим краям (которые являются 7-ми горизонталями этих откосов и идут через 1 м).

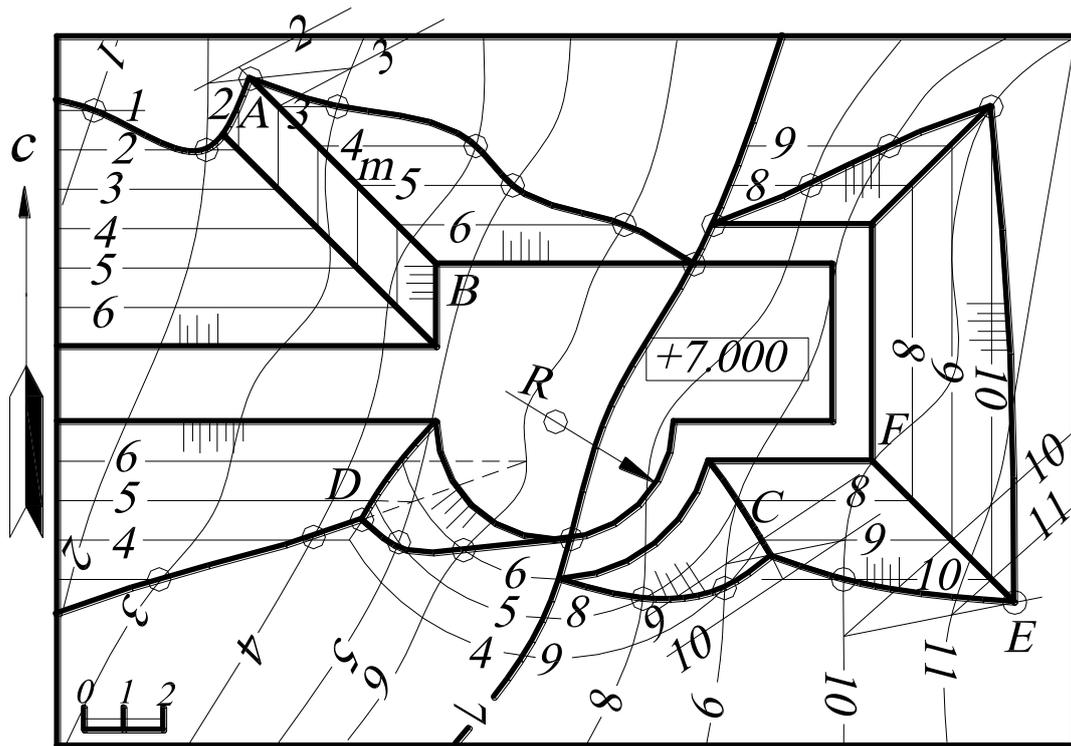


Рис. 233.

Откосы насыпи и выемки, граничащие с круглыми краями площадки и канавы, имеют форму конусов вращения, а их горизонтали на плане - concentric окружности, разность радиусов (интервал) которых 1 м (так как уклон равен  $1:1$ ).

Далее строятся линии пересечения соседних откосов друг с другом и всех откосов с землёй – в основном по точкам пересечения одноимённых горизонталей. Для точного определения точек  $A$ ,  $D$ ,  $C$ ,  $E$  применяют вспомогательные плоскости общего положения. Например, для нахождения точки  $A$  через прямую  $m$  проводят вспомогательную плоскость-посредник (задавая её горизонталями  $h_2$  и  $h_3$ ) и находят линию пересечения этой плоскости и топографической поверхности. Общая точка построенной линии пересечения и заданной прямой  $m$  будет являться искомой точкой  $A$  – точкой пересечения прямой  $m$  и топографической поверхности.

Линия пересечения плоского и конического откосов насыпи и выемки - парабола, поскольку плоскость и конус имеют одинаковый уклон (интервал), то

есть плоскость параллельна одной образующей конуса (см. «Конические сечения»).

Линия пересечения двух откосов друг с другом и две линии пересечения этих откосов с землёй сходятся в одной точке – общей точке этих трёх поверхностей. После определения границ всех откосов на каждом из них чертят бергштрихи.

### ***ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ***

1. Задание топографической поверхности на плане. Показать на примере.
2. Что называется профилем топографической поверхности?
3. Как находятся точки пересечения прямой с топографической поверхностью?
4. Какая поверхность образует откосы горизонтального прямолинейного участка пути?
5. Какая поверхность образует откосы горизонтального криволинейного участка пути?
6. Какие поверхности образуют откосы прямолинейного и криволинейного участков дороги, имеющих уклоны?

## **8. РАЗВЕРТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

### **8.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ**

*Разверткой поверхности* называется плоская фигура, образованная последовательным совмещением всех плоских элементов этой поверхности с одной плоскостью (без образования разрывов, складок, без растяжения или сжатия).

Понятие «плоский элемент» включает следующее:

1. Каждая грань многогранной поверхности является плоским элементом этой поверхности. Так как такие элементы точно совмещаются с плоскостью развертки, то многогранная поверхность является развертываемой, а ее развертка – точной.

2. Часть криволинейной поверхности, заключенная между двумя бесконечно близкими прямыми образующими, является элементом поверхности. Элемент поверхности плоский, если эти образующие лежат в одной плоскости, то есть если они взаимно параллельны или попарно пересекаются.

Поверхность, состоящая из плоских элементов, может быть развернута последовательным совмещением каждого элемента с одной плоскостью. Таким образом, поверхности, образованные движением образующей прямой, при котором каждая пара последовательных ее положений взаимно параллельны или пересекаются друг с другом (поверхности цилиндрические, конические), являются развертываемыми, а их развертки – точными.

Касательная плоскость к развертываемой поверхности является продолженным плоским элементом этой поверхности. Но так как плоский элемент развертываемой поверхности ограничен прямолинейными образующими, в пределе сливающимися друг с другом, то касательная плоскость в какой-либо точке образующей касается этой поверхности по всей образующей. Отсюда следует: если касательная плоскость в обыкновенной точке поверхности касается её по прямой линии, то поверхность развертываемая.

3. Элемент поверхности косою, если смежные прямые-образующие скрещиваются (то есть не лежат в одной плоскости). Такие элементы не могут быть совмещены с плоскостью, и, следовательно, поверхность, образованная таким движением прямой, при котором смежные ее положения скрещиваются, является неразвертываемой (цилиндроида, коноид, косая плоскость и т. п.).

Касательная плоскость к неразвертываемой поверхности в одной из ее точек, какой-либо ее образующей, во всех остальных точках этой образующей не касается поверхности, а пересекает ее. Отсюда следует, что если плоскость,

касающаяся поверхности в обыкновенной точке, пересекает эту поверхность, то последняя является неразвёртываемой.

Любую неразвёртываемую поверхность можно аппроксимировать вписанной (или описанной) многогранной поверхностью. Каждая грань такой многогранной поверхности с некоторым приближением может быть принята за плоский элемент кривой поверхности. Построенная при этом развертка неразвёртываемой кривой поверхности является приближенной.

Развертки применяются во всех случаях раскроя плоского листового материала для последующего образования поверхности путем изгибания и соединения полученных плоских фигур. Развертки используются при постройке из листовой стали резервуаров (цилиндрические стенки, сферические днища и др.), трубопроводов, кожухов и т. д.

## **8.2. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА РАЗВЕРТЫВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

Поверхность и ее развертка являются точечными множествами, между которыми устанавливается взаимно однозначное соответствие: каждой точке поверхности соответствует единственная точка развертки, каждой линии на поверхности соответствует линия на развертке, и наоборот. Взаимно однозначное соответствие на развёртке имеет следующие свойства:

1. Прямая на поверхности переходит в прямую на развертке.
2. Параллельные прямые на поверхности переходят в параллельные прямые на развертке.
3. Длины отрезков линии на поверхности и той же линии на развертке равны.
4. Углы между линиями на поверхности, принадлежащие одной грани, с вершиной в обыкновенной точке этой поверхности и между соответствующими линиями на развертке равны.

5. Площадь развертки равна площади поверхности; все размеры на развертке имеют натуральную величину.

Доказательства этих свойств вытекают из определения развертки. Действительно, прямая образующая, ограничивающая плоский элемент поверхности, при совмещении этого элемента с плоскостью останется прямой линией (свойство 1).

Параллельные прямые-образующие, ограничивающие плоский элемент поверхности, при совмещении этого элемента с плоскостью сохраняют свою параллельность (свойство 2).

Расстояния между произвольной точкой одной образующей и произвольной точкой смежной образующей каждого плоского элемента на поверхности и на развертке равны, так как плоские элементы не меняют своей величины при совмещении с плоскостью (свойство 3). Заметим, что вершина является особенной точкой конической поверхности. Поэтому свойство 3 имеет место только для смежных прямых образующих, ограничивающих бесконечно малый плоский элемент на конической поверхности и на развертке. В общем же случае угол между двумя образующими этой поверхности меньше угла между соответствующими им прямыми на развертке.

### 8.3. ОБЩИЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ РАЗВЕРТКИ КРИВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Исходными данными для графического построения развертки поверхности является геометрическая модель этой поверхности. Независимо от того, является ли рассматриваемая поверхность развертываемой или неразвертываемой, графически может быть построена только *приближенная* развертка. Это объясняется тем, что в процессе снятия и откладывания размеров и выполнения других графических операций неизбежны погрешности, обуславливаемые конструктивными особенностями чертежных инструментов, физическими воз-

возможностями глаза и погрешностями от замены дуг их хордами и углов на поверхности плоскими углами. Поэтому такая развертка является приближенной, но достаточно точной для практических целей.

Развертки кривых неразвертываемых поверхностей не обладают свойствами 1 – 3 развертываемых поверхностей и поэтому имеют большие погрешности.

Общим методом построения приближенных разверток развертывающихся и неразвертывающихся кривых поверхностей является предварительная их аппроксимация\* многогранными поверхностями. В некоторых случаях неразвертываемая кривая поверхность может быть аппроксимирована участками развертывающихся кривых поверхностей, и затем эти аппроксимирующие поверхности, в свою очередь, аппроксимируются многогранной поверхностью. Для получения поверхности из такой развертки, кроме изгибания, необходимо произвести частичное растяжение и сжатие отдельных ее участков.

В общем случае построение развертки выполняется в следующем порядке:

1. Данную кривую поверхность заменяют с заданной степенью приближения многогранной поверхностью (с учетом сказанного выше).
2. Определяется натуральная величина всех ребер многогранника. Если грани имеют более трех вершин, то следует разбить их диагоналями на треугольники и определить натуральную величину диагоналей.
3. Строится на плоскости чертежа натуральная величина одной грани и к ней, пользуясь смежными ребрами, последовательно пристраиваются остальные грани.
4. Соответствующие вершины на развертке соединяются линиями. Полученная плоская фигура является искомой фигурой.

При развертывании многогранной поверхности выполняются только операции 2 и 3. Ниже рассматриваются способы построения разверток.

---

\* Аппроксимация – (от лат. *approximare* – приближаться) приближенное выражение каких-либо величин или геометрических объектов через другие, более простые.

## 8.4. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЁРТОК

Для построения развертки цилиндрических и призматических поверхностей применяются способы нормального сечения и раскатки. Для развертки конических, пирамидальных поверхностей применяется способ треугольников (триангуляции), основанный на равенстве двух треугольников по трем его сторонам.

**Построение разверток методом нормального сечения.** Заданную призматическую поверхность пересекают плоскостью, перпендикулярной к ее боковым граням, в любом удобном месте. Такое сечение называется **нормальным**. Находят натуральную величину нормального сечения. Полученная ломаная линия натуральной величины нормального сечения развертывается в отрезок прямой. Через точки, соответствующие вершинам нормального сечения, проводят перпендикуляры, на которых откладывают натуральные величины соответствующих отрезков ребер до верхнего и нижнего оснований. Концы ребер последовательно соединяют отрезками прямых. Затем пристраивают к построенной развертке боковой поверхности призмы натуральные величины фигур оснований призмы.

**ПРИМЕР 1.** Построить развертку поверхности треугольной призмы способом нормального сечения (рис. 234).

Проводят плоскость  $n$  перпендикулярно к боковым ребрам призмы в любом удобном месте. Для этого используют метод замены плоскостей проекций, так как в противном случае плоскость  $n$  будет занимать общее положение.

Находят натуральную величину нормального сечения методом двойной замены плоскостей проекций ( $I' II' III'$  – натуральная величина нормального сечения). Полученную ломаную линию натуральной величины нормального сечения  $I' II' III'$  разворачивают в прямую линию, которая на рис. 234 обозначена  $I'_0 II'_0 III'_0$ . Через точки  $I'_0, II'_0, III'_0$ , и  $I'_0$  проводят вертикальные линии и отк-

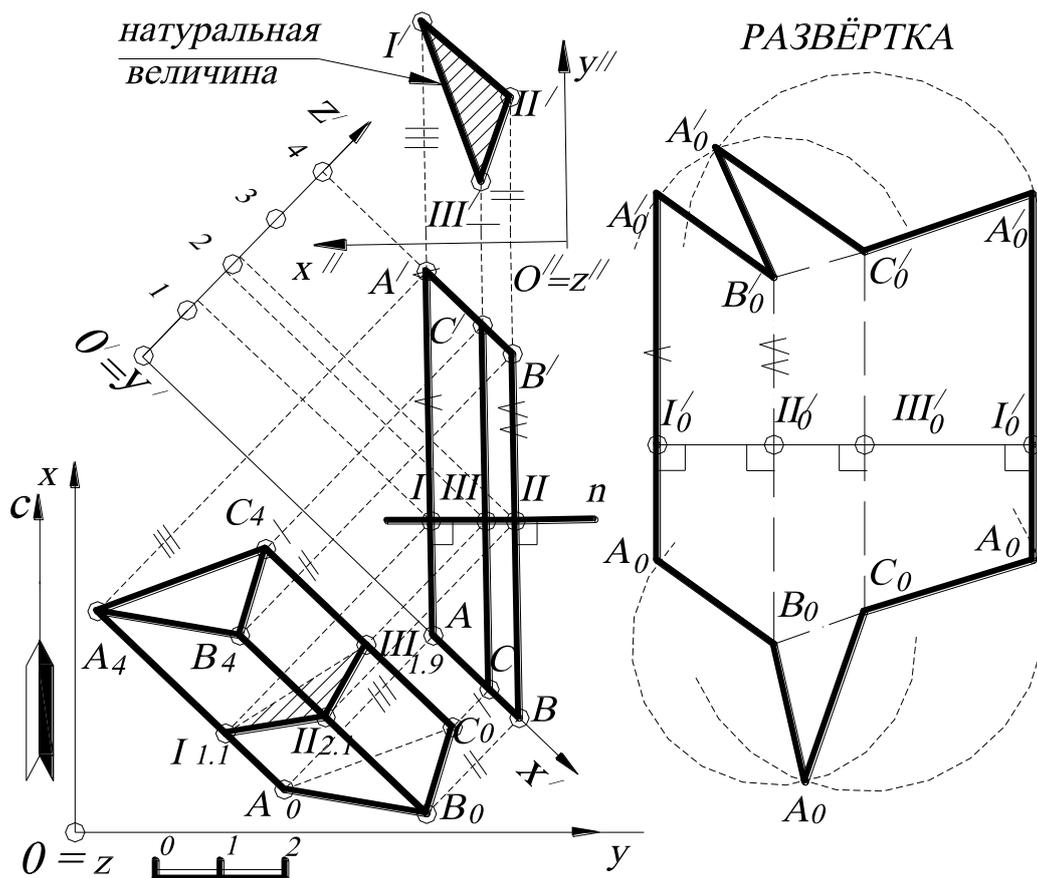


Рис. 234.

ладывают на них натуральную величину рёбер (перпендикулярно вверх и вниз от нормального сечения) до верхнего и нижнего основания призмы соответственно, в данном случае, взятые с профиля (так как плоскость профиля параллельна проекциям рёбер). Получают точки  $A_0, B_0, C_0$  и  $A'_0, B'_0$  и  $C'_0$ , при этом длины рёбер  $IA=I'_0A_0, IA'=I'_0A'_0; IB=I'_0B_0, IB'=I'_0B'_0; IC=I'_0C_0, IC'=I'_0C'_0$ . Найденные точки  $A_0, B_0, C_0$  (снизу) и  $A'_0, B'_0$  и  $C'_0$  (сверху) последовательно соединяют ломаной линией и получают развертку боковой поверхности призмы. Затем пристраивают натуральные величины фигур верхнего и нижнего оснований методом засечек. В данном примере основания призмы являются натуральными величинами, так как нижнее основание призмы принадлежит горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ , а верхнее основание параллельно ей. Линии сгиба на развертке изображаем штрихпунктирной линией с двумя точками.

Для развертки цилиндрической поверхности по способу нормального сечения необходимо проделать те же построения, приняв ряд прямолинейных образующих за боковые ребра вписанной призмы. Эти образующие изобразятся прямыми линиями (свойство 1). Полученные точки, принадлежащие верхнему основанию и боковой поверхности, а также нижнему основанию и боковой поверхности одновременно, соединяются лекальной кривой.

Вырезав теперь из плотной бумаги фигуру развёртки, можно склеить из неё призму, проделав обратную операцию – свёртывание, то есть перегибая эту фигуру (выкройку) по рёбрам.

Развертку боковой поверхности призмы можно строить *способом раскатки*. Этот способ удобен, если ребра призмы параллельны одной плоскости проекций. Задача сводится к определению натуральных величин боковых граней призмы путём их совмещения с плоскостью уровня, проходящей через одно из рёбер. Представим себе призму, лежащую одной гранью, например, на плоскости  $xOy$ . Будем последовательно поворачивать призму вокруг ее боковых ребер (без скольжения катить ее по плоскости  $xOy$ ). Если допустить, что грани призмы, совмещаясь с плоскостью  $xOy$ , оставляют на ней след (отпечатываются на ней), то, совмещая последовательно с  $xOy$  все грани призмы, получают развертку ее боковой поверхности.

**ПРИМЕР 2.** На рис. 235 показано построение развертки призмы способом раскатки.

В данном случае ребра призмы занимают положение горизонталей. Вращаем призму последовательно вокруг прямых  $C_0D_0$ ,  $B_2E_2$ ,  $A_0F_0$ . При этом точки – вершины призмы – будут перемещаться в плоскостях, перпендикулярных боковым ребрам (см. п. 3.2. «Способы вращения»).

Определив натуральную величину отрезков  $A_0B_2$ ,  $B_2C_0$ ,  $F_0E_2$ ,  $E_2D_0$  способом прямоугольного треугольника (для того чтобы не затемнять чертеж, выполнено на отдельном поле чертежа), находят положение точек  $B$ ,  $A$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $F$ ,  $E$ . Натуральные величины оснований были построены для проверки точности ре-

шения задачи, так как боковые ребра параллельны между собой (свойство 2). Последовательно соединив найденные точки, получаем развертку боковой поверхности призмы. На рис. 235 показано также построение на развёртке точки  $K_{0.5}$ , лежащей на видимой грани призмы  $B_2C_0D_0E_2$ , основанное на свойстве

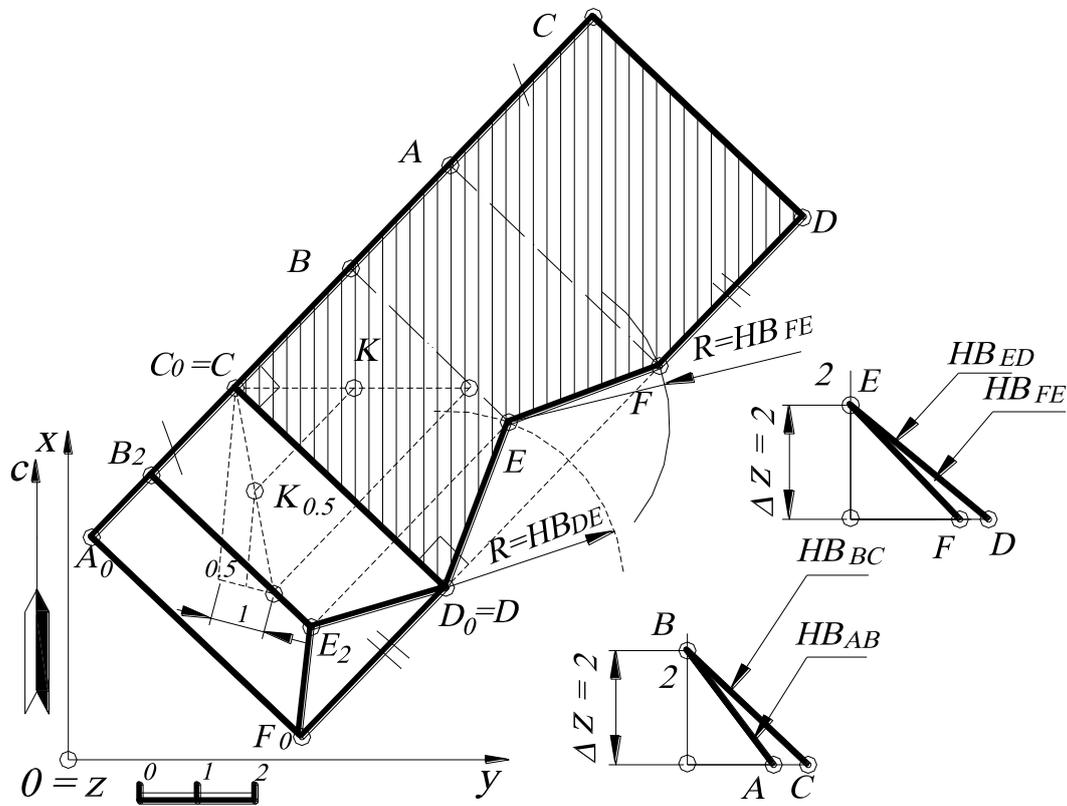


Рис. 235.

принадлежности точки плоскости. Следовательно, через точку  $K_{0.5}$  проводят прямую, принадлежащую грани  $B_2C_0D_0E_2$ , и переносят эту прямую на развёртку, перемещая точку  $K_{0.5}$ .

**Построение разверток методом триангуляции.** Этот метод основан на равенстве двух треугольников по трем его сторонам. Если грань многогранника имеет более трех вершин, то в каждой грани проводят диагонали, которые разбивают ее на два и более треугольников. Затем определяют натуральные величины всех этих треугольников. Далее на плоскости последовательно выстраивают эти треугольники, получая развертку.

**ПРИМЕР 3.** Построить развертку пирамиды  $S_4A_0B_0C_0D_0$  (рис. 236).

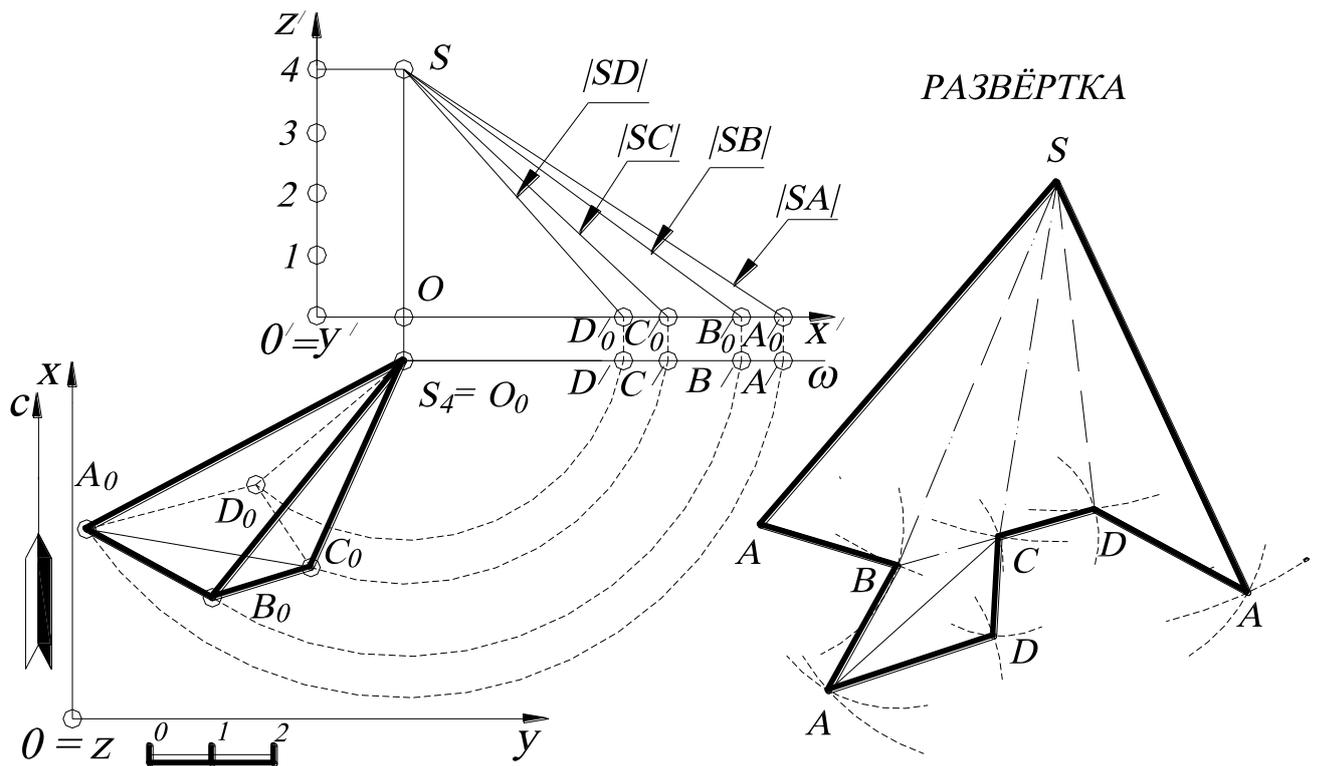


Рис. 236.

Разделяют диагональю  $A_0C_0$  основание пирамиды  $A_0B_0C_0D_0$  на треугольники. Определяют натуральные величины граней пирамиды. Натуральная величина основания пирамиды  $A_0B_0C_0D_0$  совпадает с ее проекцией, так как принадлежит плоскости  $xOy$ . Для нахождения натуральных величин боковых рёбер пирамиды используют способ вращения вокруг проецирующей прямой (на рис. 236 это отрезок прямой  $S_0O_0$ ), поворачивая все боковые рёбра пирамиды и совмещая их с проецирующей плоскостью. Затем строят профиль, плоскость которого параллельна плоскости  $\omega$ , и находят натуральные величины рёбер -  $|SA|$ ,  $|SB|$ ,  $|SC|$ ,  $|SD|$ .

На свободном поле чертежа последовательно выстраивают натуральные величины треугольников методом засечек, получая развертку пирамиды. Линии сгиба вычерчивают штрихпунктирной линией с двумя точками.

На сформулированных свойствах разверток базируются задачи построения на поверхности линии, удовлетворяющие заданным требованиям.

**ПРИМЕР 4.** Соединить две точки  $A$  и  $B$ , принадлежащие конической поверхности  $\Phi$  кратчайшей линией  $n$  (рис. 237). Такая линия на поверхности называется *геодезической* (форму геодезической линии принимает нить, туго натянутая на поверхности).

На плоскости кратчайшей линией между двумя точками является отрезок прямой. Поэтому для решения этой задачи строят развертку данной поверхности  $\Phi$ . Построение развертки выполняют по способу треугольников, заключающемуся в том, что поверхность конуса заменяется вписанной многогранной с треугольными гранями, которая и разворачивается.

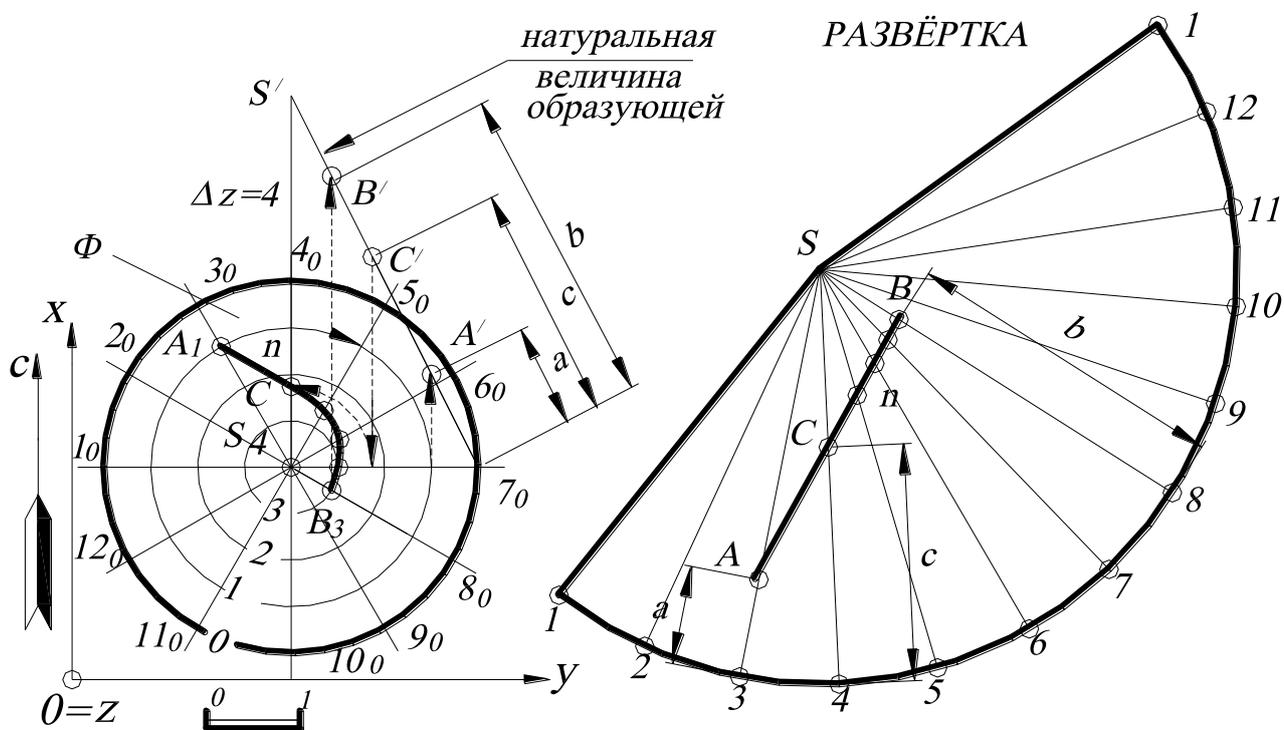


Рис. 237.

В данную коническую поверхность вписывают пирамиду. Для этого основание конуса разделяют на двенадцать равных частей. (Развертка является более точной при наименьшей разности длины дуги и ее хорды). Затем находят натуральную величину ребра правильной пирамиды, которая равна образующей заданного конуса (методом прямоугольного треугольника).

На случайной прямой от точки  $S$  откладывают отрезок  $Sl$ , равный натуральной величине образующей конуса. Затем проводят дугу с центром в точке  $S$

и радиусом, равным длине  $SI$ , так как все ребра пирамиды равны между собой. На построенной дуге засечками отмечают точки  $2, 3 \dots 12, I$ , равные длинам хорд  $I_02_0; 2_03_0 \dots 12_0I_0$ . Таким образом, построили приближенную развертку конуса.

Далее пропорциональным делением отрезка в заданном отношении (как показано на чертеже) находят образы  $A, B$  данных точек поверхности на развёртке. Затем построенную прямую  $AB$  на развертке переносят в обратном отображении на поверхность  $\Phi$ , получая геодезическую линию  $n$ .

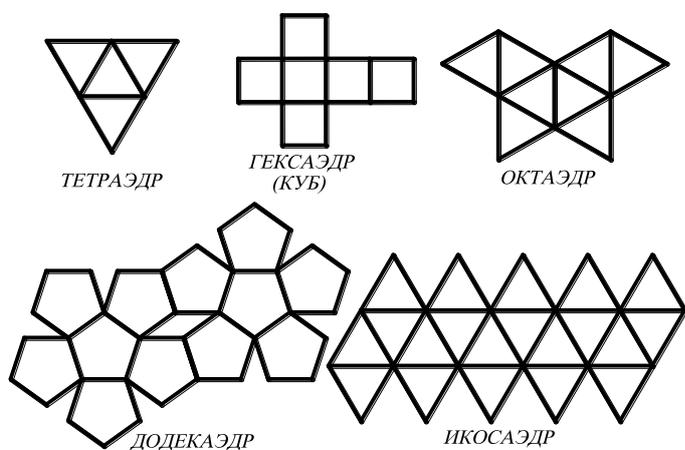


Рис. 238.

**Частный случай.** Развертка поверхности прямого кругового конуса является сектором круга радиуса, равного длине  $l$  образующей. Центральный угол  $\varphi$  этого сектора вычисляется по формуле

$$\varphi^0 = \frac{r \cdot 360^0}{l}, \text{ где } r - \text{радиус основания конуса.}$$

диус основания конуса.

На рис. 238 приведены развёртки правильных многогранников (см. также М. Веннинджер. Модели многогранников. М., 1974).

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Дана пирамида  $SABCD$ . Соединить две точки  $F$  и  $E$ , принадлежащие поверхности пирамиды, кратчайшей линией (геодезической). Точка  $E$  принадлежит ребру  $SC$ , точка  $F$  принадлежит грани  $SCB$ .
2. Соединить две точки  $A$  и  $B$ , принадлежащие цилиндрической поверхности  $\Phi$  кратчайшей линией.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Идея данного учебного пособия сводится к теории формирования геометрических моделей на основе общих для них свойств и принципов. Говоря о построении геометрических моделей, под «моделью точки», «моделью прямой» и т. п. подразумевается «образ точки», «образ прямой» и т. д. Слово «модель» употребляется ещё в одном смысле – «множество», из которого конструируется область прибытия изображения. Для построения любой геометрической модели необходимо определить:

1. Что рассматривается, какое множество служит прообразом или областью отправления отображения;
2. Чем моделируются элементы области отправления в области прибытия;
3. На чём строится модель, то есть какое множество является образом – областью прибытия;
4. Каким образом и по какому правилу устанавливается взаимно однозначное соответствие между элементами области отправления и области прибытия.

В методе Монжа областью отправления служит трёхмерное евклидово пространство, областью прибытия – множество пар точек на линиях проекционной связи, которое является подмножеством декартова квадрата плоскости чертежа. образом точки  $A$  при отображении назначается пара её образов  $A'$  и  $A''$  при двух необратимых отображениях, представляющих собой произведения определённых проектирований и сечений.

То же самое следует повторить для аксонометрии и перспективы, понимая под отображением такое отображение, которое переводит точку пространства в её основную и вторичную проекцию соответственно. Различие между этими тремя методами заключается лишь в различии применяемых в них проектирований и сечений и их комбинаций.

В проекциях с числовыми отметками областью отправления является также трёхмерное пространство, а областью прибытия – декартово произведение точек плоскости чертежа и множества вещественных чисел. В этом отображении точке  $A$ , принадлежащей трёхмерному пространству, сопоставляется пара её образов  $A_0$  и  $z_A$ . Отображения переводят точку трёхмерного пространства в её горизонтальную проекцию  $A_0$  и в координату  $z_A$  точки  $A$ .

Элементами области прибытия могут быть любые объекты. В панорамной или купольной перспективах для конструирования области прибытия используется не плоскость, а соответственно цилиндр и сфера.

Моделировать можно не только трёхмерное пространство, но и любые многообразия – поверхности, многомерные пространства, многообразия, элементами которых являются не только точки, но и прямые, плоскости и т. д.

Стереографическая проекция сферы – пример отображения, в котором областью отображения служит не пространство, а сфера, а областью прибытия – плоскость.

Геометрическое описание и геометрическое решение многофакторной задачи приводит к конструкции, расположенной в многомерном пространстве. Другими словами, процессы и явления реальной действительности можно описать геометрическими методами. Переход от абстрактного многомерного пространства к вполне доступным для привычного восприятия трёхмерным и, далее, к двумерным (одномерным) геометрическим формам может быть осуществлён с помощью операций проецирования и сечения. Операции проецирования и сечения выступают как универсальный инструмент моделирования, который позволяет понижать сложность (размерность) изучаемого объекта.

Геометрические модели многомерного пространства позволяют объяснить свойства реальных явлений, то есть ближе прикоснуться к живой действительности. Отсюда проистекает особая роль этих моделей, дающих возможность прогнозировать и создавать алгоритмы для достижения наилучших результатов.

В настоящее время методы начертательной геометрии развиваются под непосредственным воздействием запросов практики и находят многочисленные решения в самых различных областях науки, техники и искусства. Причём каждый новый этап развития начертательной геометрии, любое её продвижение вперёд сопровождается её сближением с другими, всё более сложными и абстрактными разделами математики и проникновением в неё идёй симметрии, пропорциональности и размерности.

Формы восприятия и выражения во многих областях науки, техники и искусства, в конечном счёте, опираются на принципы симметрии, используемые в специфических понятиях и средствах, им присущих. Принципы симметрии могут служить и служат для унификации и определения широкого круга знаний. Однако даже тот, кто по роду своей деятельности связан с симметрией, редко понимает, сколь широк диапазон её проявлений. Это связано с тем, что в одних случаях понимание симметрии затруднено особенностями профессиональной лексики, в других – специфический характер задач препятствует распознаванию этого универсального подхода, избранного для их решения. Например, художники, музыканты и учёные постоянно оперируют понятиями симметрии, но говорят на разных «языках». Это не позволяет им понять, что по существу они заняты поиском общей проблемы и расходятся лишь в частности, на которые акцентируют своё внимание. Однако если в качестве мотива использовать молекулы, звуки музыки, какой-то геометрический элемент или архитектурный элемент, то соответствующими объектами симметрии будут кристаллы, музыкальное произведение, поверхность (или её часть), архитектурное произведение.

Геометрическая теория симметрии позволила объяснить некоторые природные закономерности. Ярким примером является отсутствие некоторых форм кристаллов. Построение плоской кристаллической решетки ограничено числом способов, позволяющих покрыть плоскость без промежутков и наложений (аналогично, покрытие многогранниками трёхмерного пространства). Заполне-

ние плоскости многоугольниками возможно в том случае, если эта решетка состоит из параллелограммов (в частности, ромбов, квадратов, прямоугольников), треугольников или правильных шестиугольников. Такие многоугольники имеют оси симметрии 2, 3, 4 и 6-го порядков. Из пятиугольников плоскую решетку построить нельзя (сумма углов при вершине многоугольников (мотивов) должна составлять  $360^0$ ). Следовательно, не может быть 5, 7-го и более высокого порядков.

Следует отметить две стороны изучения симметрии:

- 1) поиск правил (алгоритмов) и мотивов, лежащих в основе существующих объектов симметрии;
- 2) отыскание новых объектов, возникающих при повторении мотива по разным правилам.

Использование геометрической теории симметрии в начертательной геометрии позволяет значительно упростить решение многих задач на построение правильных и полуправильных фигур. Другими словами, построение любой плоской или объёмной фигуры значительно упрощается, если использовать различные виды симметрии.

Таким образом, знание законов построения геометрических моделей позволяет конструировать различные объекты реального пространства, а также создавать алгоритмы и строить новые геометрические модели.

## **СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

- Горная графическая документация.* – М.: Изд. стандартов, 1983. – 200 с.
- Горная энциклопедия* / гл. ред. Е. А. Козловский. Т. 1– Т.5– М.: Сов. энциклопедия, 1989.
- Ломоносов, Г. Г.* Инженерная графика/ Г. Г. Ломоносов. - М.: Недра, 1984. – 287 с.
- Нартова, Л. Г.* Начертательная геометрия. Теория и практика [Текст]: учебник для вузов / Л. Г. Нартова, В. И. Якунин. - М.: Дрофа, 2008. - 302 с. : ил. - Библиогр.: с. 297.
- Пеклич, В. А.* Начертательная геометрия: учебник для вузов/ В. А. Пеклич. – М.: Изд-во АСВ, 1999. - 248 с.
- Пеклич, В. А.* Начертательная геометрия [Текст]: учебник / В. А. Пеклич. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2007. - 272 с. : ил. - Библиогр.: с. 265.
- Русскевич, Н. Л.* Начертательная геометрия/ Н. Л. Русскевич. – Киев: Вища школа, 1978. - 312 с.
- Тарасов, Б. Ф.* Методы изображения в транспортном строительстве/ Б. Ф. Тарасов. – Л.: Стройиздат, 1987. – 248 с.
- Фролов, С. А.* Сборник задач по начертательной геометрии [Текст]: учебное пособие/ С. А. Фролов. - 3-е изд., стер. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. - 192 с.: ил.
- Фролов, С. А.* Методы преобразования ортогональных проекций/ С. А. Фролов.- М.: Машгиз, 1963. –144 с.
- Фролов, С. А.* Начертательная геометрия [Текст]: учебник / С. А. Фролов. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: ИНФРА-М, 2008. - 286 с.: цв.ил.
- Чекмарев, А. А.* Начертательная геометрия и черчение [Текст]: учебник / А. А. Чекмарев. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Владос, 2005. - 471 с.: ил. - (Учебник для вузов). - Библиогр.: с. 465-466.

**Четверухин, Н. Ф.** Курс начертательной геометрии/ Н. Ф. Четверухин. – М.: Высшая школа, 1968. – 276 с.

**Шангина, Е. И.** Инженерная графика. Задачи и решения: учебное пособие/ Е. И. Шангина. – Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2005. – 132 с.

**Шангина, Е. И.** Инженерная графика. Теория и приложения: учебное пособие/ Е. И. Шангина. – Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2005. – 256 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	3
 <i>Часть 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ПОСТРОЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ</i>	
<b>1. Множества.....</b>	<b>7</b>
1.1. Основные понятия теории множеств.....	7
1.2. Отображения и преобразования.....	11
1.3. Теоретико-множественный подход к задачам на построение.....	16
1.4. Геометрические пространства и их размерность.....	18
1.5. Формирование пространства.....	21
1.6. Приёмы подсчёта параметров.....	23
1.7. Параметрический подход к решению задач начертательной геометрии.....	34
Вопросы для самопроверки.....	37
 <b>2. Системы координат.....</b>	<b>38</b>
2.1. Прямоугольные декартовы координаты.....	38
2.2. Полярные координаты точки на плоскости.....	39
2.3. Цилиндрические координаты.....	40
2.4. Сферические координаты.....	40
2.5. Астрономические координаты.....	41
2.6. Геодезические координаты.....	42
2.7. Геоцентрические координаты.....	44
Вопросы для самопроверки.....	44

<b>3. Проекции</b> .....	45
3.1. Метод проекций.....	45
3.2. Стереографические проекции.....	47
3.3. Цилиндрические проекции.....	48
3.4. Конические проекции.....	51
Вопросы для самопроверки.....	52

## *Часть 2. ПРИНЦИПЫ ИНВАРИАНТНОСТИ*

<b>1. Движения</b> .....	53
1.1. Движения в евклидовой плоскости.....	53
1.2. Движения в евклидовом пространстве.....	59
1.3. Подобие.....	61
1.3.1. Гомотетия.....	62
1.4. Инверсия.....	68
1.5. Геометрические свойства кристаллов.....	71
Вопросы для самопроверки.....	80
<b>2. Пропорциональность</b> .....	80
2.1. Общие сведения теории чисел.....	80
2.2. Пропорции.....	84
2.3. Золотое сечение.....	86
Вопросы для самопроверки.....	89
<b>3. Методы изображений</b> .....	89
3.1. Образование чертежа Монжа.....	90
3.2. Образование чертежа в проекциях с числовыми отметками.....	92
3.3. Аксонометрия.....	94
Вопросы для самопроверки.....	101

### Часть 3. ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ

<b>1. Прямая линия</b> .....	102
1.1. Изображение прямых линий в проекциях с числовыми отметками.	102
1.2. Построение натуральной величины отрезка прямой общего положения и её угла наклона к основной плоскости проекций <b>Н</b> .....	106
1.3. Взаимное положение прямых.....	107
1.3.1. Пересекающиеся прямые.....	107
1.3.2. Параллельные прямые.....	109
1.3.3. Скрещивающиеся прямые.....	109
Вопросы для самопроверки.....	110
<b>2. Плоскость</b> .....	112
2.1. Способы задания плоскостей.....	112
2.2. Принадлежность точки и прямой плоскости.....	117
2.3. Взаимное положение плоскостей.....	119
2.3.1. Параллельные плоскости.....	119
2.3.2. Пересекающиеся плоскости.....	121
2.4. Взаимное положение прямой и плоскости.....	124
2.4.1. Пересечение прямой линии с плоскостью.....	126
2.4.2. Перпендикулярность прямой и плоскости.....	127
2.5. Перпендикулярность плоскостей.....	130
Вопросы для самопроверки.....	131
<b>3. Способы преобразования чертежа в проекциях с числовыми отметками</b> .....	132
3.1. Замена плоскостей проекций.....	134
3.2. Способы вращения.....	140
Вопросы для самопроверки.....	147

<b>4. Кривые линии</b> .....	148
4.1. Основные понятия и определения.....	148
4.2. Основные характеристики плоских алгебраических кривых.....	152
4.3. Приближённые способы построения касательных и нормалей к плоским кривым.....	154
4.4. Кривые второго порядка (коники).....	155
4.5. Трансцендентные кривые.....	160
4.6. Пространственные кривые. Трёхгранник Френе.....	162
4.7. Винтовые линии.....	165
Вопросы для самопроверки.....	167
<b>5. Многогранники</b> .....	168
5.1. Общие сведения. Правильные многогранники.....	168
5.2. Пересечение многогранника плоскостью.....	184
5.3. Алгоритм построения точек пересечения многогранника с прямой линией.....	185
Вопросы для самопроверки.....	187
<b>6. Поверхности</b> .....	187
6.1. Способы образования поверхностей. Кинематические поверхности	188
6.2. Способы задания поверхностей. Определитель поверхности.....	189
6.3. Образование и графическое задание поверхностей вращения.....	191
6.4. Поверхности вращения второго порядка.....	192
6.5. Конические сечения.....	198
6.6. Поверхности параллельного переноса.....	201
6.7. Линейчатые поверхности.....	202
6.8. Линейчатые поверхности с плоскостью параллелизма (поверхности Каталана).....	205
6.8.1. Поверхности одинакового ската.....	208

6.8.2. Поверхности равнодлинного откоса.....	209
Вопросы для самопроверки.....	213
<b>7. Топографические поверхности.....</b>	<b>213</b>
7.1. Элементы топографической поверхности.....	215
7.2. Нахождение общих элементов плоскости и топографической поверхности.....	220
7.3. Нахождение общих элементов прямой и топографической поверхности.....	222
7.4. Взаимное пересечение поверхностей.....	224
7.4.1. Нахождение линии пересечения топографической поверхности с многогранником.....	224
7.4.2. Нахождение линии пересечения топографической поверхности с поверхностью вращения.....	226
7.5. Определение границ земляных работ.....	227
Вопросы для самопроверки.....	231
<b>8. Развёртки поверхностей.....</b>	<b>231</b>
8.1. Основные понятия и определения.....	231
8.2. Основные свойства развёртываемой поверхности.....	233
8.3. Общий метод построения развёртки кривой поверхности.....	234
8.4. Построение развёрток.....	236
Вопросы для самопроверки.....	242
<b>Заключение.....</b>	<b>243</b>
<b>Список рекомендуемой литературы.....</b>	<b>247</b>

Учебное издание

Елена Игоревна Шангина  
Георгий Андреевич Шангин

**ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**  
**ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ**

*Учебное пособие*

*Второе издание, стереотипное*

Редактор издательства Л.Н. Авдеева  
Компьютерная верстка и графика авторов

Подписано в печать 04.10.2006. Бумага писчая. Формат 60x84/16.  
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.  
Печ. л. 16, 0. Уч. изд. л. 12.25. Тираж 100 экз. Заказ № .

Издательство УГГГУ  
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30.  
Уральский государственный горный университет  
Отпечатано с оригинал-макета  
В лаборатории множительной техники УГГУ

**Минобрнауки России**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**  
**«Уральский государственный горный университет»**



**Е. И. Шангина**  
**Г.А. Шангин**

# **ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**

**ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЯ**

*Издание второе, дополненное, исправленное*

**Екатеринбург – 2015**

УДК 514.18

Ш 20

Рецензенты: *Денисов М. А.* профессор, д-р техн. наук кафедры «Инженерная графика» Уральского федерального университета  
*Савельев Ю. А.* канд. техн. наук, доцент кафедры «Инженерная графика» Уральского государственного университета путей сообщения.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета  
Уральского государственного горного университета

Шангина Е. И., Шангин Г. А.

**Ш 20** Инженерная графика. Задачи и решения. Изд. 2-е дополн., исправл. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2015. – 153 с.: ил.

Рассматриваются задачи, которые студенты должны уметь решать в курсе «Инженерная графика». Отличие этого задачника от существующих в том, что для всех задач даны достаточно подробные решения и описаны алгоритмы решения. Уровень задач – от самых простых до комплексных.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлениям «Горное дело» и «Прикладная геология», может быть полезно преподавателям и аспирантам, занимающимся вопросами приложений начертательной геометрии и инженерной графики.

УДК 514.18

©Уральская гос. горно-геолог. академия, 2006

© Уральский государственный горный университет, 2015

© Шангина Е. И., 2006

© Шангина Е. И., Шангин Г. А., 2015

## ***ПРЕДИСЛОВИЕ***

Начертательная геометрия занимается решением пространственных геометрических задач на плоском чертеже. Стереометрические (трёхмерные) объекты обсуждаются в ней с помощью планиметрических (двумерных) изображений этих объектов, проекций. Правила построения таких чертежей очень важны для понимания начертательной геометрии, поскольку они обеспечивают возможность решать пространственные задачи на плоском чертеже (модели). Правила сопоставления оригинала и плоской модели реализуются обратимостью чертежа, а именно данному оригиналу должен соответствовать вполне определённый чертёж, и, наоборот, чертежу соответствует определённый оригинал.

Решая задачу по начертательной геометрии, приходится всё время переводить с языка оригиналов, природы, языка стереометрии на язык чертежа, изображений язык планиметрии, и наоборот, то есть по изображениям уметь представлять оригинал, а зная что-то об оригинале, понять, как он интерпретируется в изображении. Таким образом, прочитав текст условия задачи, следует уяснить суть стереометрической задачи, задачи о трёхмерных оригиналах, изображённых на этом двумерном чертеже. Затем нужно «увидеть» решение этой пространственной задачи (забыв на время о чертеже), то есть записать (на бумаге или в голове) план её решения (алгоритм). Лишь после этого можно приступить к выполнению чертежа, то есть начинать реализацию этих операций на чертеже.

Количество задач, решаемых способами начертательной геометрии, неизмеримо богаче, чем то, что здесь изложено. Однако данное учебное пособие – это попытка показать некоторые методы, способы и алгоритмы, которые используются начертательной геометрией при решении задач.

Автор выражает искреннюю благодарность рецензентам за замечания и советы, направленные на улучшение содержания данной книги. Автор также выражает глубокую признательность В. А. Пекличу за предоставленные материалы.

# 1. ПРЯМАЯ. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ. ГРАДУИРОВАНИЕ. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ

**1.1.** На заданной прямой  $A_{25}B_{80}$  построить точку  $C_?$ , отстоящую от основной плоскости проекций на  $50$  (по масштабу чертежа). Прямая задана точками  $A(20,15,25)$ ,  $B(50,70,80)$ .

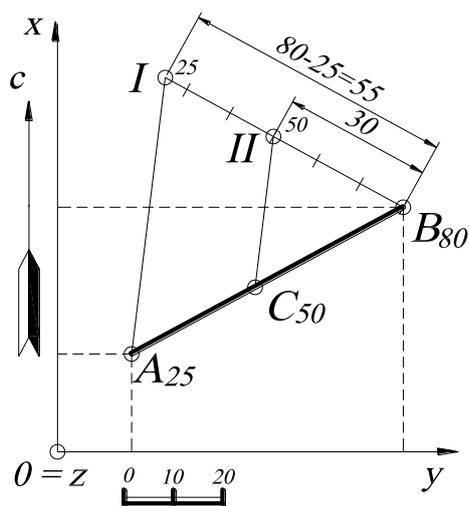


Рис. 1.

**Решение** (рис. 1). Для нахождения точки  $C_?$  необходимо на заданной прямой  $A_{25}B_{80}$  найти точку с высотной отметкой  $50$ . Для этого градуируют прямую  $A_{25}B_{80}$ . Через точку  $B_{80}$  проводят произвольную прямую  $B_{80}I$  – шкалу высотных отметок, на которой откладывают разность высотных отметок  $A_{25}$  и  $B_{80}$ . Выбрав единичный масштаб  $1ед.=10$  (по масштабу чертежа), получают отрезок  $B_{80}I=55$ . Затем из точки  $II$  проводят отрезок прямой, параллельный

отрезку прямой  $A_{25}I$ , и получают (на основании подобных треугольников) искомую точку  $C_{50}$ .

**1.2.** Найти натуральную величину отрезка прямой  $A_{23}B_{66}$  и угол его наклона  $\sigma$  к основной плоскости проекций  $H$ . Прямая задана точками  $A(20,15,23)$ ,  $B(50,70,80)$ .

**Решение** (рис. 2). Для определения натуральной величины отрезка прямой общего положения  $A_{23}B_{66}$  в данном случае используют метод прямоугольного треугольника, одним катетом которого является проекция этого отрезка  $L$  (заложение), а другим катетом – разность координат  $\Delta z$  (числовых отметок) концов отрезка, отстоящих от основ-

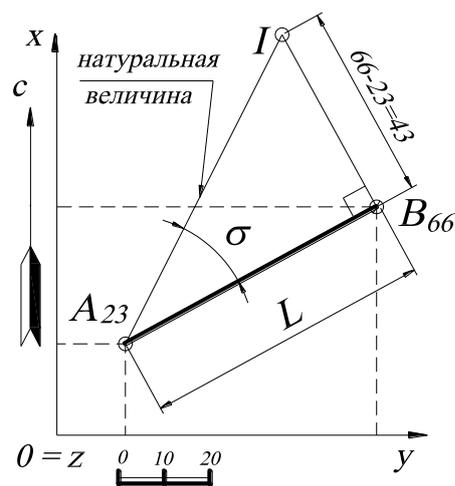


Рис. 2.

ной плоскости проекций  $H$ . Гипотенузой такого прямоугольного треугольника является натуральная величина этого отрезка. Поэтому на прямой  $B_{66}I$ , перпендикулярной  $A_{23}B_{66}$ , откладывают разницу (в заданном линейном масштабе) координат концов отрезка  $\Delta z=43$ , гипотенуза  $A_{23}I$  – натуральная величина, а угол между гипотенузой и проекцией отрезка прямой – угол наклона к плоскости проекций  $\sigma$ .

**1.3.** На отрезке прямой  $A_{50}B_{10}$  найти точку  $C_?$ , делящую этот отрезок в отношении:  $(AC):(CB)=2:3$ . Прямая задана точкой  $A(50;30;50)$ , азимутом падения  $\alpha=120^\circ$ , углом падения  $\sigma=30^\circ$ .

**Решение** (рис. 3). На плане строится точка  $A_{50}$ , заданная координатами. Затем находят точку  $B_{10}$ , зная азимут падения и угол падения прямой. Заложение отрезка прямой  $A_{50}B_{10}$  определяют на профиле. Строят профиль, задав ось  $x'$  параллельно проекции отрезка  $A_{50}B_{10}$ . На линиях проекционной связи откладывают (в масштабе чертежа) от оси  $x'$  координаты  $z$  (числовые отметки) точек  $A_{50}$  и  $B_{10}$ .

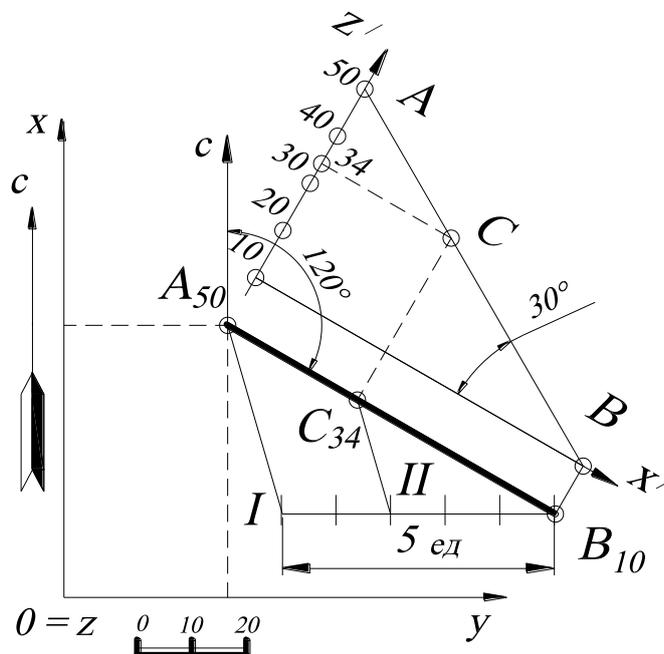


Рис. 3.

Получают профиль прямой  $A_{50}B_{10}$ . Точка  $C_?$  определяется с помощью градуирования (пропорционального деления на заданные части, см. пример **1.1**). Другими словами, из точки  $B_{10}$  (можно и из точки  $A_{50}$ ) проводят произвольный отрезок  $B_{10}I$  длиной  $5\text{ ед.} = 50$  (по масштабу чертежа), который делят в отношении  $(I,II):(II,B_{10})=2:3$ . Затем проводят отрезок прямой  $II C_{34}$ , параллельный отрезку прямой  $IA_{50}$ , и находят точку  $C_{34}$ , высотную отметку которой определяют на профиле (также числовую отметку можно определять градуированием на плане).

1.4. Построить отрезок прямой, симметричный отрезку заданной прямой  $A_{10}B_{40}$  относительно: а) основной плоскости проекций  $H$ , б) оси  $Ox$ , в) оси  $Oy$ , г) начала координат  $O$ . Отрезок задан точками  $A(35,15,10)$ ,  $B(15,50,40)$ .

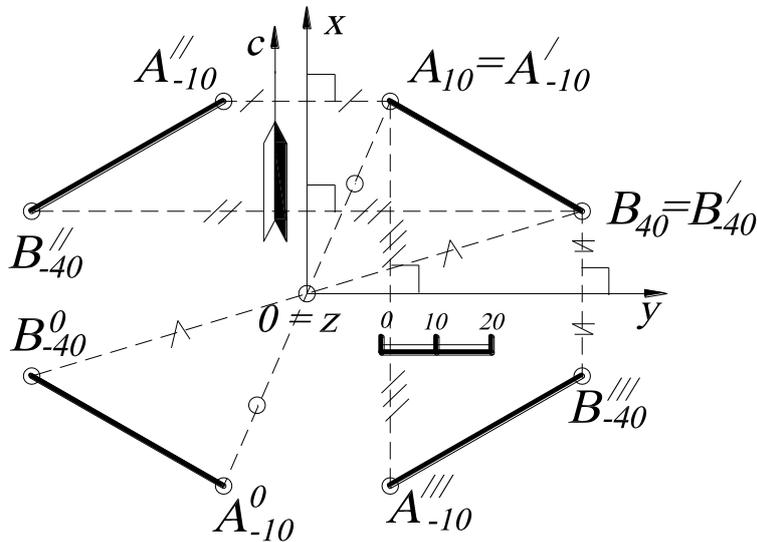


Рис. 4.

**Решение** (рис. 4). По координатам строят проекцию отрезка прямой  $A_{10}B_{40}$ . Затем находят образы заданного отрезка: а) относительно основной плоскости проекций  $H$  (плоскостная симметрия) – это проекция отрезка  $A'_{10}B'_{40}$ , совпадающая с проекцией заданного отрезка; б) относительно оси

$Ox$  (осевая симметрия) – из концов отрезка строятся вспомогательные прямые, перпендикулярные оси  $Ox$ , на которых откладываются удвоенные отрезки, равные расстоянию от концов отрезка до оси  $Ox$  – это проекция отрезка  $A''_{10}B''_{40}$ ; в) симметричный отрезок относительно оси  $Oy$  –  $A'''_{10}B'''_{40}$  – строится по аналогии с осевой симметрией относительно  $Ox$ ; г) симметричный отрезок относительно начала отсчёта (центральная симметрия) с помощью вспомогательных прямых, проходящих через начало координат, на которых откладываются отрезки прямых, равные удвоенному расстоянию от концов заданного отрезка до начала координат  $O$ . В этом случае получается проекция отрезка  $A^0_{10}B^0_{40}$ . Все полученные образы являются отображением заданного отрезка прямой  $A_{10}B_{40}$ .

1.5. На отрезке прямой  $A_{10}B_{40}$  построить отрезок  $A_{10}C_?$  заданной длины  $|AC|=40$  (по масштабу чертежа) и определить отметку точки  $C_?$ . Отрезок задан точками  $A(35,15,10)$ ,  $B(15,50,40)$ .

**Решение** (рис. 5). Строят профиль параллельно заданной проекции прямой  $A_{10}B_{40}$ . В этом случае прямая  $A_{10}B_{40}$  будет проецироваться на плоскость выбранного профиля в натуральную величину. Ось  $x'$  задают параллельно проекции отрезка  $A_{10}B_{40}$ . На линиях проекционной связи откладывают (в заданном масштабе) от оси  $x'$  координаты  $z$  (числовые отметки) точек  $A_{10}$  и  $B_{40}$ . Затем на профиле от точки  $A_{10}$  откладывают 40 единиц линейного масштаба и получают точку  $C$  с числовой отметкой 33. На плане точка  $C_{33}$  строится с помощью линии проекционной связи.

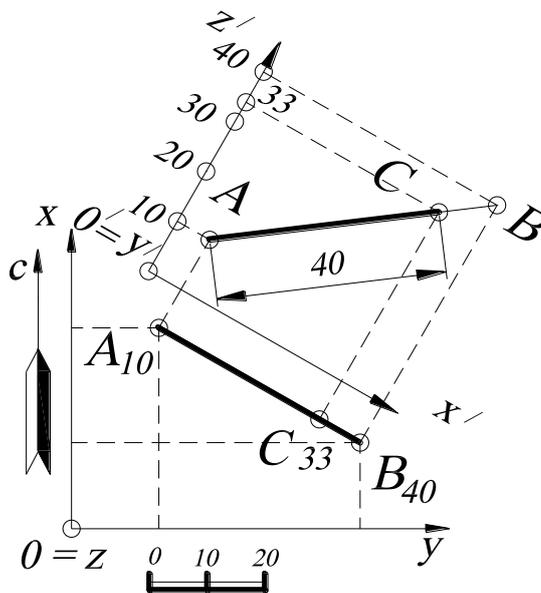


Рис. 5.

**1.6.** Найти расстояние от точки  $C_{20}$  до прямой  $A_{40}B_{30}$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(40,30,40)$ ,  $B(20,70,30)$ ,  $C(10,25,20)$ .

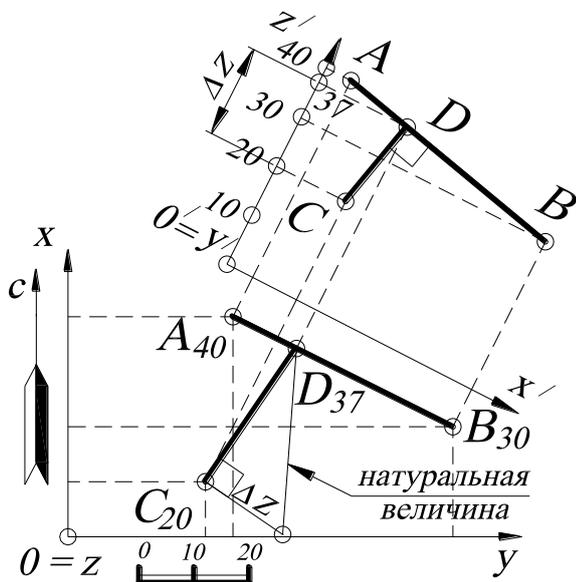


Рис. 6.

**Решение** (рис. 6). Расстояние от точки до прямой – это перпендикуляр, опущенный из точки  $C_{20}$  на прямую  $A_{40}B_{30}$ . Прямая  $A_{40}B_{30}$  – прямая общего положения, следовательно, на плане прямой угол проецируется не в натуральную величину. Прямой угол проецируется без искажения в том случае, если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая ей не перпендикулярна (на основании теоремы о частном проецировании

прямого угла). Поэтому строят профиль, плоскость которого параллельна прямой  $A_{40}B_{30}$ . На профиле строят прямую  $CD$ , перпендикулярную прямой  $AB$ . На плане

находят натуральную величину  $C_{20}D_{37}$  методом прямоугольного треугольника, одним катетом которого является проекция отрезка прямой  $C_{20}D_{37}$ , другим – разность числовых отметок  $\Delta z=17$  (по масштабу чертежа), а гипотенуза – натуральная величина  $|CD|$  (см. задачу 1.2).

**1.7.** Построить прямую  $C_{20}D_?$ , проходящую через точку  $C_{20}$  и параллельную прямой  $A_{50}B_{10}$ , длиной  $|CD|=50$  (по масштабу чертежа). Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(40,25,50)$ ,  $B(10,70,10)$ ,  $C(60,45,20)$ .

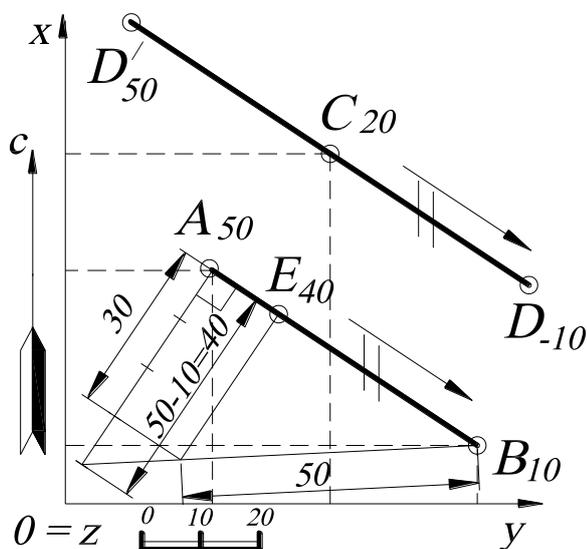


Рис. 7.

**Решение** (рис. 7). Поскольку проекции параллельных прямых параллельны, азимуты падения равны, заложения (интервалы) равны, то искомая прямая  $C_{20}D_?$  будет параллельна заданной прямой  $A_{50}B_{10}$ . Заложение прямой  $C_{20}D_?$  будет соответствовать заложению прямой  $A_{50}B_{10}$ , длиной 50. Следовательно, строится натуральная величина прямой  $A_{50}B_{10}$  (методом прямоугольного треугольника, в соответствии с масштабом

чертежа,  $1 \text{ ед.}=10$ ). Отложив 50 (по линейному масштабу) от точки  $B_{10}$  (можно и от  $A_{50}$ ) на натуральной величине прямой и перенеся её на проекцию  $A_{50}B_{10}$  (используя подобие треугольников), получают точку  $F_{40}$ . Заложение прямой  $C_{20}D_?=B_{10}E_{40}$ , а отметка точки  $D_?$  определяется в соответствии с разницей высотных отметок точек  $B_{10}$  и  $E_{40}$  ( $40-10=30$ ). Задача имеет два решения, то есть две прямые –  $C_{20}D'_{50}$  и  $C_{20}D_{-10}$ .

чертежа,  $1 \text{ ед.}=10$ ). Отложив 50 (по линейному масштабу) от точки  $B_{10}$  (можно и от  $A_{50}$ ) на натуральной величине прямой и перенеся её на проекцию  $A_{50}B_{10}$  (используя подобие треугольников), получают точку  $F_{40}$ . Заложение прямой  $C_{20}D_?=B_{10}E_{40}$ , а отметка точки  $D_?$  определяется в соответствии с разницей высотных отметок точек  $B_{10}$  и  $E_{40}$  ( $40-10=30$ ). Задача имеет два решения, то есть две прямые –  $C_{20}D'_{50}$  и  $C_{20}D_{-10}$ .

**1.8.** Построить проекции ромба  $ABCD$ , диагональ которого  $|BD|=50$  (по масштабу) и лежит на прямой  $M_{30}N_{30}$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(35,60,50)$ ,  $M(40,20,30)$ ,  $N(10,80,30)$ .

**Решение** (рис. 8). Решение задачи основывается на свойстве ромба, что диа-

гонали ромба взаимно перпендикулярны и в точке их пересечения делятся пополам. Поскольку  $M_{30}N_{30}$  является горизонтальной прямой, то из точки  $A_{50}$  строится прямая, перпендикулярная прямой  $M_{30}N_{30}$  (на основании теоремы о проецировании прямого угла), на которой откладывают удвоенное расстояние

$A_{50}O_{30}$  (где  $O_{30}$  – точка пересечения осей ромба) и определяют проекцию точки  $C_{10}$  и её числовую отметку (см. задачу 1.4. – осевая симметрия). Затем от точки  $O_{30}$  (по разные стороны) на отрезке прямой  $M_{30}N_{30}$  откладывают по 25 (в соответствии с масштабом чертежа), получая диагональ ромба  $B_{30}D_{30}$ . Точки  $A_{50}$ ,  $B_{30}$ ,  $C_{10}$  и  $D_{30}$  определяют вершины искомого ромба.

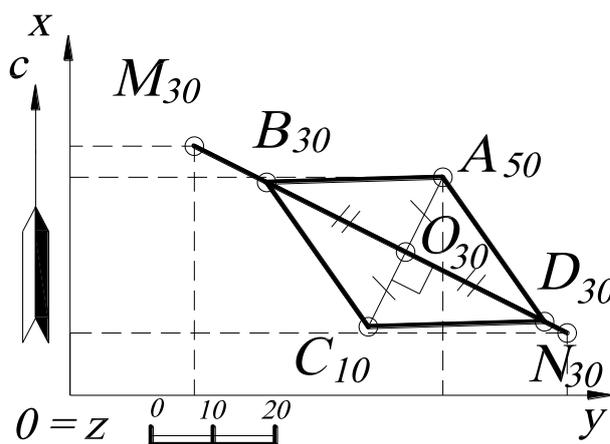


Рис. 8.

**1.9.** Отрезок прямой  $A_{50}B_?$  имеет уклон  $i=1:2$ . Определить числовую отметку

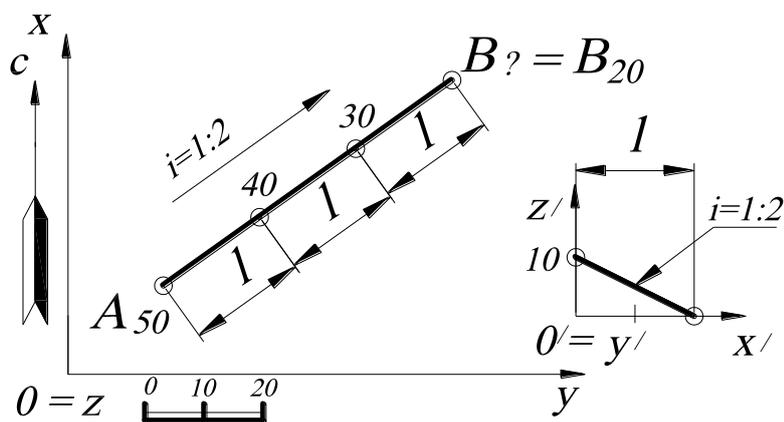


Рис. 9.

точки  $B_?$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(15,17,50)$ ,  $B(50,65,?)$ .

**Решение** (рис. 9).

**Уклон прямой** – это отношение единичного отрезка к интервалу прямой

или, другими словами, отношение противолежащего катета к прилежащему. Единичный отрезок определяется по линейному масштабу, тогда интервал в два раза больше единичного отрезка. Направление уклона указывает в сторону уменьшения числовых отметок, то есть точка  $B$  имеет отметку  $20$ .

1.10. Построить проекции квадрата  $ABCD$ , диагональ которого принадлежит отрезку прямой  $M_{10}N_{50}$ , и дана проекция вершины  $A_{20}$ .

**Решение** (рис. 10). Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны и

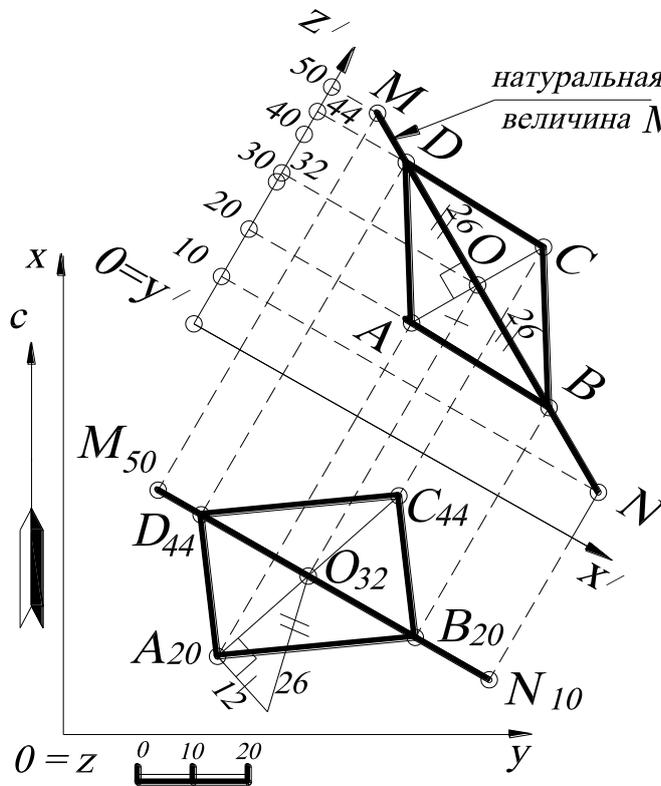


Рис. 10.

в точке их пересечения делятся пополам. Поскольку прямая  $M_{50}N_{10}$  – прямая общего положения, то для задания проекции направления диагонали строят профиль и определяют точку  $O_{32}$  и точку  $C_{44}$  (см. задачу 1.6). Для нахождения натуральной величины половины диагонали квадрата  $O_{32}A_{20}$  используют метод прямоугольного треугольника (см. задачу 1.2). На профиле откладывают натуральную величину полученной диагонали  $BD=26$  (по масшта-

бу чертежа) и определяют отметки точек  $B_{20}$  и  $D_{44}$ , а затем в проекционной связи получают их на плане.

### УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

- 1.1. Разделить отрезок прямой общего положения  $A_{10}B_{60}$  точкой  $C_?$  в отношении  $(A_{10} C_?):(C_? B_{60})=3:4$ . Найти числовую отметку точки  $C_?$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(20, 20, 10)$ ;  $B(45, 65, 60)$ .
- 1.2. Построить прямую, проходящую через заданную точку  $A(20, 20, 10)$  и пересекающую ось  $z$  под углом  $30^\circ$ , длиной  $50$  мм.
- 1.3. Дана прямая  $a$ , заданная отрезком  $C_{60}B_?$ , где  $B_?$  – точка пересечения с осью  $Oz$ . Определить числовую отметку точки  $B_?$  и указать возможное количество

решений. Интервал прямой  $a$  равен а)  $10$  мм; б)  $20$  мм. Координаты точки  $C(45, 60, 60)$ .

- 1.4. Построить прямую  $A_{60}B_?$ , пересекающую основную плоскость проекций  $xOy$  в точке  $B_?$ , азимут падения которой  $\alpha=120^\circ$ , угол падения  $\sigma=30^\circ$ . Найти натуральную величину этой прямой. Координаты точки  $A(40, 15, 60)$ .
- 1.5. Найти точку пересечения  $C_?$  прямой  $A_{10}B_{50}$  с вертикальной плоскостью, проходящей через а) ось  $Ox$  (плоскость  $zOx$ ); б) ось  $Oy$  (плоскость  $zOy$ ). Проекции точек заданы координатами:  $A(55, 25, 10)$ ,  $B(10, 60, 50)$ .
- 1.6. Через данную точку  $C_{60}$  провести прямую так, чтобы она пересекала заданную прямую  $A_{10}B_{50}$  и была параллельна вертикальной плоскости, проходящей через а) ось  $Ox$  (плоскость  $zOx$ ); б) ось  $Oy$  (плоскость  $zOy$ ). Проекции точек заданы координатами:  $A(55, 25, 10)$ ,  $B(10, 80, 50)$ ,  $C(45, 60, 60)$ .
- 1.7. Построить прямую, проходящую через точку  $A(60, 65, 40)$  и пересекающую ось  $Oy$  под углом  $30^\circ$ .
- 1.8. Через данную точку  $C_{33}$  провести прямую  $C_{33}D_?$ , пересекающую заданную прямую  $A_{10}B_{60}$  и параллельную основной плоскости проекций  $xOy$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(20, 20, 10)$ ;  $B(45, 65, 60)$ ,  $C(70, 30, 33)$ .
- 1.9. Определить относительное положение двух прямых  $AB$  и  $CD$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(20, 20, 20)$ ,  $B(80, 90, 70)$ ,  $C(30, 70, 50)$ ,  $D(70, 10, 0)$ . Определить натуральную величину  $C_{50}D_0$ .
- 1.10. Построить проекцию отрезка прямой  $A_?D_{10}$ , на которой лежат точки  $B_?$  и  $C_{50}$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(20, 20, ?)$ ,  $B(40, 55, ?)$ ,  $C(60, ?, 50)$ ,  $D(?, 115, 10)$ . Определить натуральную величину  $A_?D_{10}$ .
- 1.11. Найти недостающие координаты точек прямой  $AB$ , если известно, что точка  $C$  – след отрезка прямой  $AB$  с плоскостью проекций  $xOy$  (то есть точка пересечения прямой с плоскостью проекций  $xOy$ ). Определить натуральную величину прямой  $AB$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(40, ?, ?)$ ,  $B(65, 65, 50)$ ,  $C(50, 35, ?)$ .

- 1.12. Через точку  $M_?$ , принадлежащую прямой  $AB$ , построить горизонтальную прямую линию, которая пересекает две заданные параллельные прямые  $AB$  и  $CD$  на высоте  $55$  мм. Проекция точек заданы координатами:  $A(40, 15, 10)$ ,  $B(60, 65, 70)$ ,  $C(20, 15, 40)$ .
- 1.13. Найти расстояние от точки  $C_{50}$  до прямой  $A_{10}B_{70}$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(40, 15, 10)$ ,  $B(60, 65, 70)$ ,  $C(20, 35, 50)$ .
- 1.14. Найти расстояние от точки  $M_0$  до а) прямой  $AB$ , б) прямой  $CD$ . Проекция точек заданы координатами:  $M(40, 50, 0)$ ,  $A(50, 0, 50)$ ,  $B(10, 0, 10)$ ,  $C(0, 20, 20)$ ,  $D(0, 70, 70)$ .
- 1.15. Через точку  $M_?$ , принадлежащую прямой  $AB$ , построить горизонтальную прямую линию, которая пересекает две заданные пересекающиеся прямые  $AB$  и  $BC$  на высоте  $55$  мм. Проекция точек заданы координатами:  $A(60, 65, 70)$ ,  $B(20, 15, 40)$ ,  $C(50, 90, 80)$ .
- 1.16. Построить высоту  $CD$  треугольника  $A_{10}B_{70}C_{50}$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(40, 15, 10)$ ,  $B(60, 65, 70)$ ,  $C(10, 40, 50)$ .
- 1.17. Построить проекции параллелограмма, диагональю которого является отрезок  $A_{40}C_{10}$ , а вершина – точка  $B_{50}$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(20, 15, 40)$ ,  $C(50, 90, 10)$ ,  $B(10, 75, 50)$ .
- 1.18. Построить проекции ромба  $ABCD$ , диагональю которого является отрезок  $A_{60}C_{10}$ , а вершина – точка  $D_?$  принадлежит отрезку прямой  $F_{50}E_0$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(50, 15, 60)$ ,  $C(80, 90, 10)$ ,  $F(35, 30, 50)$ ,  $E(30, 100, 0)$ .
- 1.19. Построить треугольник, симметричный заданному треугольнику  $A_{20}B_{40}C_{60}$ , относительно а) стороны  $A_{20}B_{40}$ ; б) стороны  $B_{40}C_{60}$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(60, 30, 20)$ ,  $B(30, 80, 40)$ ,  $C(20, 40, 60)$ .
- 1.20. Найти натуральную величину треугольника  $A_{10}B_{30}C_{60}$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(30, 30, 10)$ ,  $B(10, 100, 30)$ ,  $C(80, 50, 60)$ .
- 1.21. Достроить проекцию плоского четырёхугольника  $ABCD$ , если известны координаты точек:  $A(55, 25, 10)$ ,  $B(15, 10, 30)$ ,  $C(10, 60, 50)$ ,  $D(60, ?, 30)$ .

- 1.22. Найти линию пересечения плоскости треугольника  $A_{10}B_{50}C_{60}$  с вертикальной плоскостью, проходящей через ось  $Ox$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(55, 25, 10)$ ,  $B(10, 60, 50)$ ,  $C(45, 60, 60)$ .
- 1.23. Построить на отрезке прямой  $AB$  отрезок прямой  $AE$ , равный отрезку прямой  $CD$ . Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(20, 20, 20)$ ,  $B(50, 60, 70)$ ,  $C(30, 70, 30)$ ,  $D(40, 90, 10)$ .
- 1.24. Построить квадрат  $ABCD$  по его диагонали  $AC$ , если известно, что вторая его диагональ  $BD$  параллельна плоскости проекций  $xOy$ . Проекция точек заданы следующими координатами  $A(30, 50, 50)$ ,  $C(60, 90, 10)$ .
- 1.25. Построить точку  $D_?$ , симметричную точке  $C_{20}$  относительно прямой  $AB$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(40, 30, 40)$ ;  $B(20, 70, 30)$ ;  $C(10, 25, 20)$ . Определить расстояние от точки  $D_?$  до прямой  $AB$ .
- 1.26. Построить параллелограмм  $ABCD'$ , симметричный параллелограмму  $ABCD$  относительно стороны  $AB$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(75, 25, 50)$ ,  $B(40, 75, 20)$ ,  $C(0, 65, 40)$ ,  $D(?, ?, ?)$ .
- 1.27. Построить проекции прямоугольного треугольника  $ABC$ , один катет  $AB$  которого известен, а вершина  $C$  лежит на прямой  $DE$ . Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(70, 25, 50)$ ,  $B(80, 50, 50)$ ,  $D(20, 25, 10)$ ,  $E(70, 80, 50)$ .
- 1.28. Построить прямоугольник  $ABCD$ . Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(40, 30, 50)$ ,  $B(20, 60, 20)$ ,  $C(30, 90, ?)$ .
- 1.29. Найти кратчайшее расстояние от точки  $A$  до точки  $B$  с пересечением плоскости проекций  $xOy$  в точке  $C_?$ . Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(70, 25, 50)$ ,  $B(20, 70, 30)$ .
- 1.30. Найти кратчайшее расстояние от точки  $A$  до точки  $B$  с пересечением сначала плоскости проекций  $xOy$  в точке  $C_?$ , а затем плоскости проекций  $xOz$  в точке  $D_?$ . Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(70, 25, 50)$ ,  $B(20, 70, 30)$ .

## 2. ПЛОСКОСТЬ. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ, ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

2.1. Определить элементы залегания плоскости, заданной тремя неколлинейными точками  $A_3$ ,  $B_2$ ,  $C_0$ . Построить разрез в крест простирания, то есть вертикальная плоскость разреза должна проходить перпендикулярно горизонталям заданной плоскости (рис. 11).

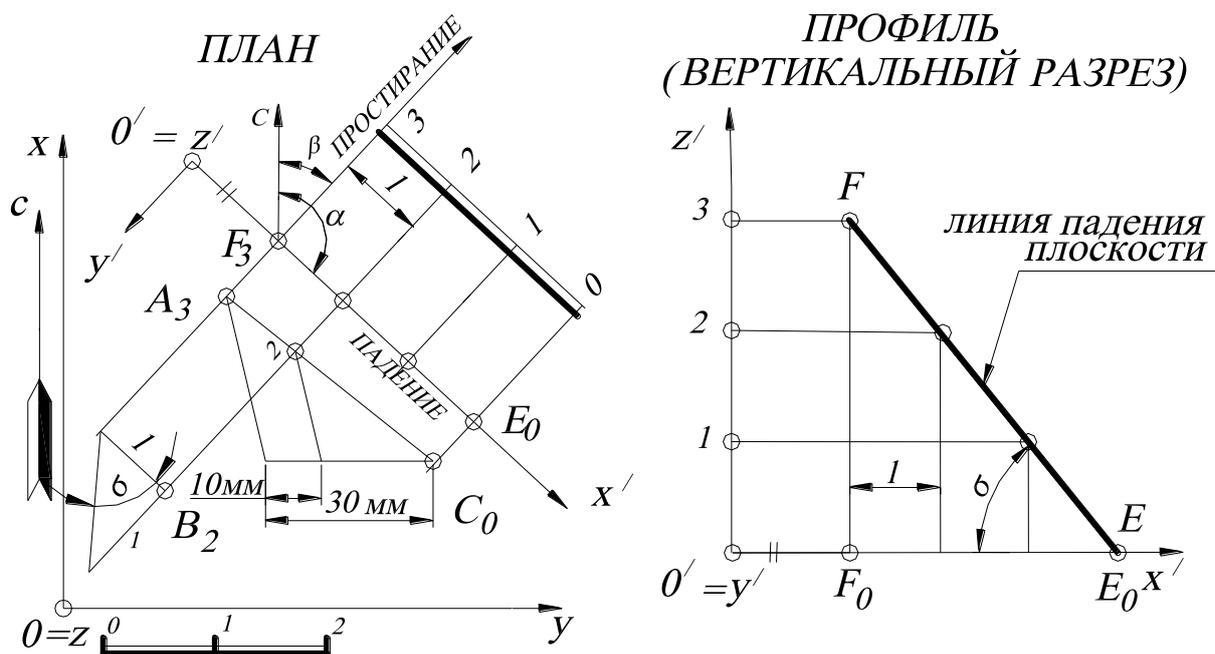


Рис. 11.

### Алгоритм решения.

1. В заданной плоскости ( $A_3B_2C_0$ ) на плане строят горизонталь 2-2. Для этого необходимо проградировать проекцию отрезка прямой  $A_3C_0$  (см. задачу 1.1). Горизонталь с соседней целочисленной отметкой (3-3) будет параллельна горизонтали 2-2. Кратчайшее расстояние между горизонталями 2-2 и 3-3 является интервалом заданной плоскости  $l$ . Перпендикулярно к проекциям горизонталей задают масштаб заложения.

2. Находят линию падения плоскости (линию наибольшего ската, являющуюся масштабом заложения), проекция которой перпендикулярна горизонталям плоскости.
3. Определяют азимуты падения и простирания. *Азимут падения плоскости  $\alpha$*  – это угол, отсчитываемый по часовой стрелке (иногда говорят «правый угол») от северного направления меридиана до направления падения плоскости. *Направление простирания* определяется правым направлением горизонталей, если смотреть в сторону восстания плоскости. *Азимут простирания  $\beta$*  – это угол, отсчитываемый от северного направления меридиана по часовой стрелке до направления простирания. Причём угол между азимутом падения и азимутом простирания всегда равен  $90^\circ$ .
4. Находят угол падения плоскости на разрезе вкrest простирания. *Угол падения  $\delta$*  – это угол наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций  $H$  (основной плоскости проекций). Определяется углом наклона линии падения и её проекцией на плоскость проекций. Зная интервал и единицу линейного масштаба, на профиле определяют угол падения  $\sigma$  (можно определять на плане (см. рис.11), такое изображение называется наложенным сечением).

2.2. Через точку  $C_{50}$  провести в плоскости треугольника  $A_0B_{80}C_{50}$  прямую  $n$ , уклон которой вдвое меньше уклона плоскости.

**Решение** (рис. 12). Строят горизонталю плоскости (см. задачу 2.1)  $A_0B_{80}C_{50}$  с целыми отметками. Расстояние между проекциями соседних горизонталей – это интервал масштаба заложения плоскости. Строят окружность в точке  $C_{50}$

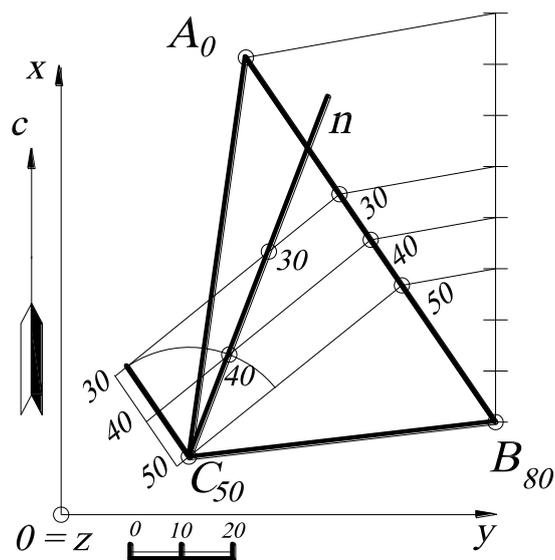


Рис. 12.

радиусом, равным удвоенному интервалу плоскости. Эта окружность изображает

основание конуса вращения с вершиной в точке  $C_{50}$ , высота которого равна  $10$  (в масштабе чертежа), то есть расположена в горизонтальной плоскости с отметкой  $40$ . Уклон всех образующих конуса вдвое меньше уклона заданной плоскости, а две образующие, по которым конус пересекается с плоскостью  $A_0B_{80}C_{50}$ , – это две искомые прямые. Они проходят через точки пересечения окружности основания с  $40$ -й горизонталью плоскости  $A_0B_{80}C_{50}$  (показана одна параллель конуса).

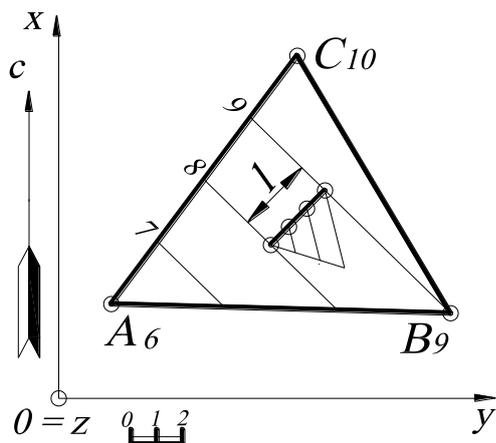


Рис. 13.

**2.3.** Плоскость  $A_6B_9C_{10}$  имеет уклон  $i=1:3$ . Определить масштаб чертежа.

**Решение** (рис. 13). Строят горизонтали плоскости и, разделив интервал между ними на три равные части (уклон плоскости равен  $1:3$ ), получают единицу масштаба. Деление производят следующим образом: строят вспомогательную прямую, на которой откладывают три равных отрезка и с помощью подобных треугольников находят три равных отрезка на интервале плоскости.

Масштаб чертежа показан на рис.13.

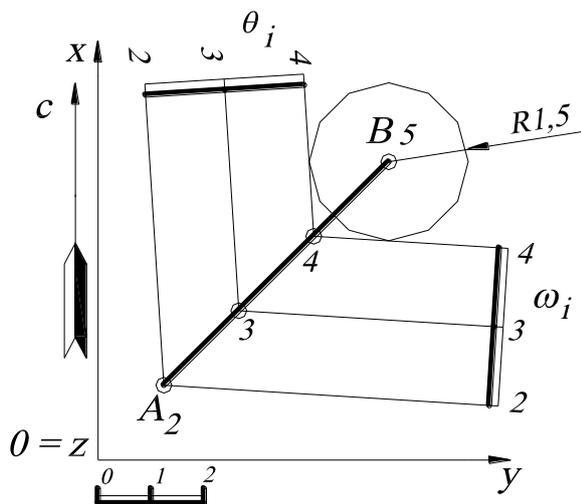


Рис. 14.

**2.4.** Через прямую  $A_2B_5$  общего положения провести плоскость  $\omega_i$  с уклоном  $i=1:1,5$  (рис. 14).

**Решение.** Градуируют прямую  $A_2B_5$ . Строят конус вращения с вершиной в точке  $B_5$ , вертикальной осью и окружностью основания, радиус которой равен  $1,5$  единицы линейного масштаба и которая расположена в горизонтальной плоскости с отметкой  $4$  (на  $1$  ниже точки  $B_5$ ). Уклон любой образующей

равен  $1,5$  единицы линейного масштаба и которая расположена в горизонтальной плоскости с отметкой  $4$  (на  $1$  ниже точки  $B_5$ ). Уклон любой образующей

конуса и уклон любой его касательной плоскости  $i=1:1,5$ . Поэтому две искомые плоскости  $\omega_i$  и  $\theta_i$  - это две касательные плоскости к конусу, проходящие через прямую  $A_2B_5$ .

2.5. Через точку  $E_5$  провести плоскость  $P_i$ , параллельную прямым  $A_{15}B_{10}$  и  $C_6D_3$ .

**Решение** (рис. 15).  
 Градуируют прямые  $A_{15}B_{10}$  и  $C_6D_3$  (см. задачу 1.1) и через точку  $E_5$  проводят прямые  $m \parallel A_{15}B_{10}$  и  $n \parallel C_6D_3$ . Эти прямые задают искомую плоскость  $P_i$ .

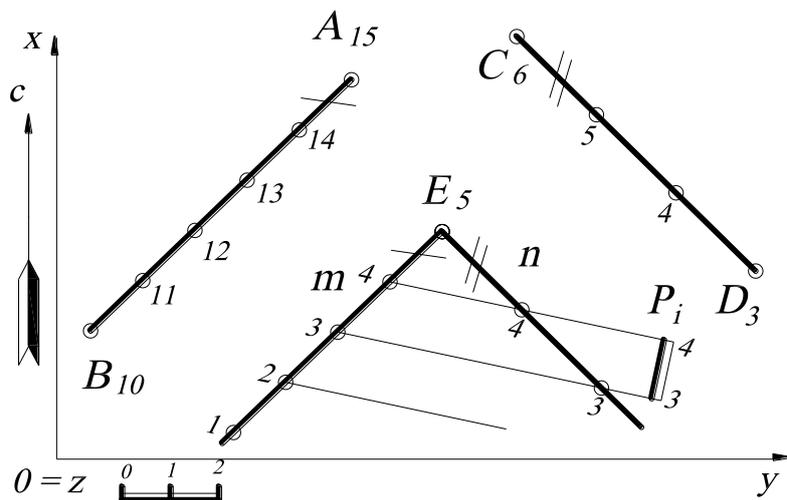


Рис. 15.

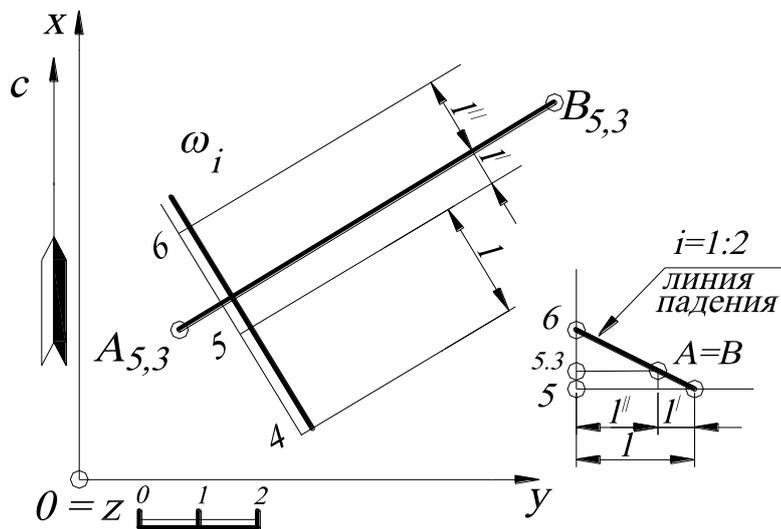


Рис. 16.

2.6. Через проекцию отрезка горизонтальной прямой  $A_{5,3}B_{5,3}$  провести плоскость  $\omega_i$  с уклоном  $i=1:2$  (рис. 16).

**Решение.** Проекция прямой  $A_{5,3}B_{5,3}$  является проекцией горизонтали плоскости  $\omega_i$  с отметкой  $5,3 - 5,3$ , так как по условию задачи через неё проходит плоскость. Следовательно, перпендикулярно

прямой  $A_{5,3}B_{5,3}$  проводят масштаб заложения и градуируют его, зная интервал



выше заданной проекции плоскости  $\omega_i$ , там проекция прямой видима (и наоборот).

2.8. Найти линию пересечения заданных плоскостей  $A_{10}B_{20}C_{30}$  и  $D_{30}E_{15}F_{10}$ .

**Решение** (рис. 18). В заданных плоскостях  $A_{10}B_{20}C_{30}$  и  $D_{30}E_{15}F_{10}$  находят направление горизонталей (см. рис 11). Затем находят точки пересечения горизонталей заданных плоскостей, имеющих одинаковые высотные отметки. Такими горизонталями являются  $30-30$  и  $20-20$ . Их точки пересечения определяют прямую пересечения заданных плоскостей.

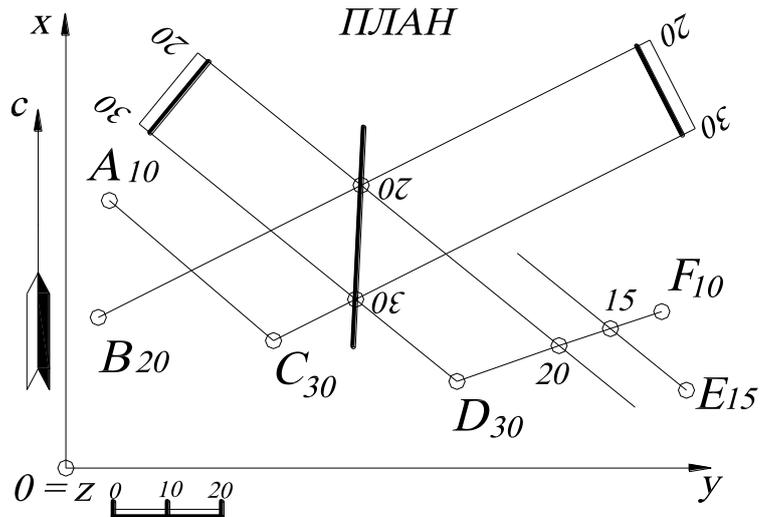


Рис. 18.

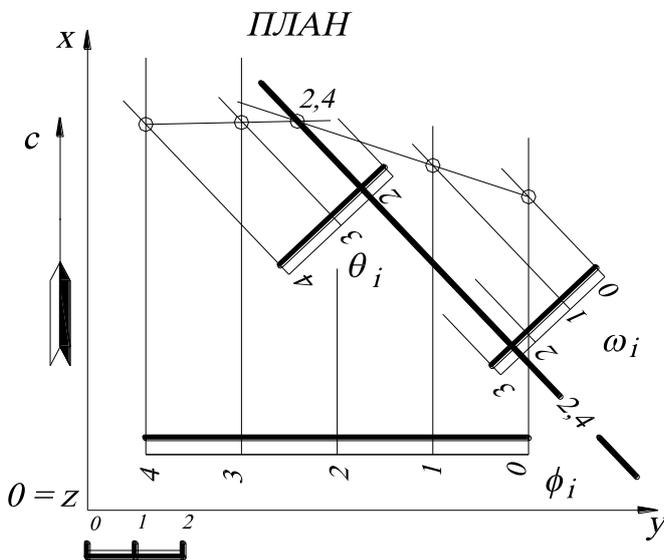


Рис. 19.

2.9. Найти линию пересечения заданных плоскостей  $\theta$  и  $\omega$ , азимуты падения которых одинаковы или отличаются друг от друга на  $180^0$  (рис. 19).

**Решение.** Одноимённые горизонталы плоскостей, использованные в задаче 2.8, здесь ничего не дают, поскольку горизонталы данных плоскостей параллельны.

В этом случае линия пересечения плоскостей по направлению будет совпадать с направлением горизонталей, которые по условию задания параллельны между собой. Остаётся найти общую точку.

**Алгоритм решения.**

1. Вводят вспомогательную плоскость  $\phi_i$  общего положения.
2. Строят линию пересечения плоскости посредника  $\phi_i$  с заданной плоскостью  $\theta_i$ , так же, как в задаче 2.8.
3. Строят линию пересечения плоскости посредника  $\phi_i$  с заданной плоскостью  $\omega_i$ .
4. Найденные линии пересечения дают искомую точку с отметкой 2,4 (нахождение числовой отметки не показано, которое выполняется методом градуирования любой из прямых). Эта точка принадлежит всем трём плоскостям и является их общей точкой.

Подобную задачу можно решить с помощью построения профилей заданных плоскостей (рис. 20).

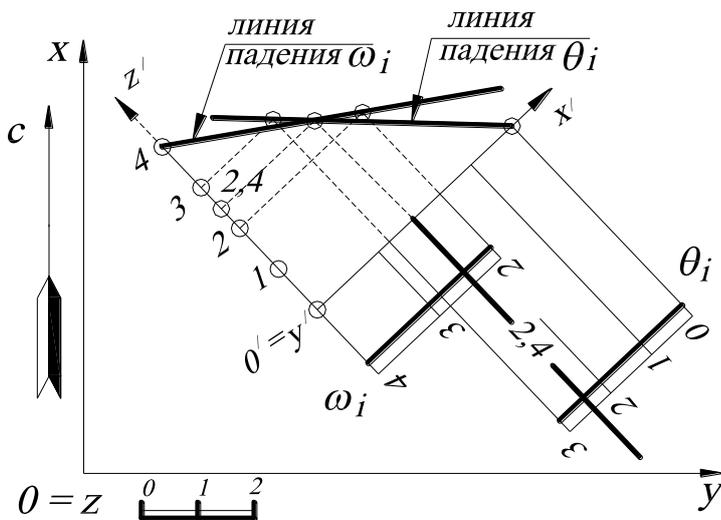


Рис. 20.

В этом случае задают профиль (удобнее в проекционной связи, см. рис. 20) перпендикулярно горизонталям заданных плоскостей. Для этого вводят локальную систему отсчёта  $\theta'x'y'z'$ . На профиле строят линии падения (скатов) плоскостей  $\theta_i$  и  $\omega_i$ . Точка пересечения линий скатов заданных плоскостей определяет искомую точку, а направление

искомой линии пересечения будет параллельно горизонталям плоскостей  $\theta_i$  и  $\omega_i$ .

**2.10.** Через точку  $A_3$ , принадлежащую плоскости  $\omega$ , построить прямую  $A_3B_7$ , перпендикулярную этой плоскости  $\omega$ . Плоскость  $\omega$  задана масштабом заложения  $\omega_i$ .

**Решение** (рис. 21) На плане проекция (заложение) искомой прямой  $A_3B_7$ , перпендикулярной плоскости, всегда перпендикулярна горизонталям плоскости (на основании теоремы о проецировании прямого угла).

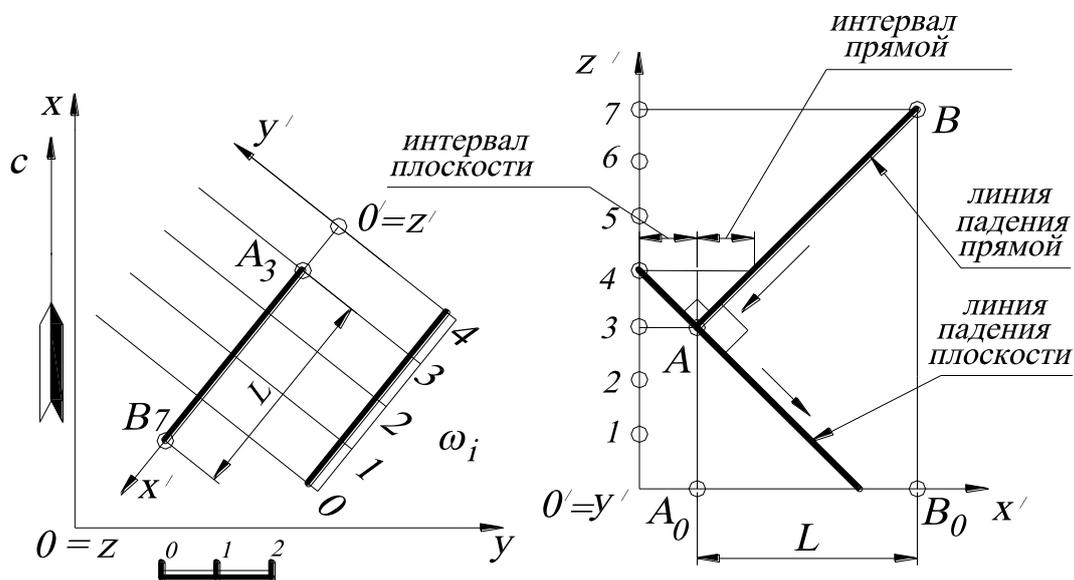


Рис. 21.

Направления падения искомого перпендикуляра и заданной плоскости  $\omega_i$  противоположны, а интервал перпендикуляра определяется с помощью профиля, построением прямого угла к линии падения плоскости. Таким образом, определив на профиле интервал прямой и отложив его (на плане) на заложении прямой четыре раза в сторону восстания, получают точку  $B_7$ . Задача имеет два решения.

**2.11.** Определить расстояние от точки  $K_{10}$  до плоскости, заданной треугольником  $A_{20}B_{50}C_{30}$ .

**Решение** (рис. 22). Расстоянием от точки до плоскости будет служить натуральная величина перпендикуляра, опущенного из точки до плоскости. В этом случае используют следующий алгоритм решения задачи.

**Алгоритм решения.**

1. Строят перпендикуляр из точки к плоскости.
2. Находят точку пересечения этого перпендикуляра с плоскостью.

3. Определяют натуральную величину полученного отрезка.

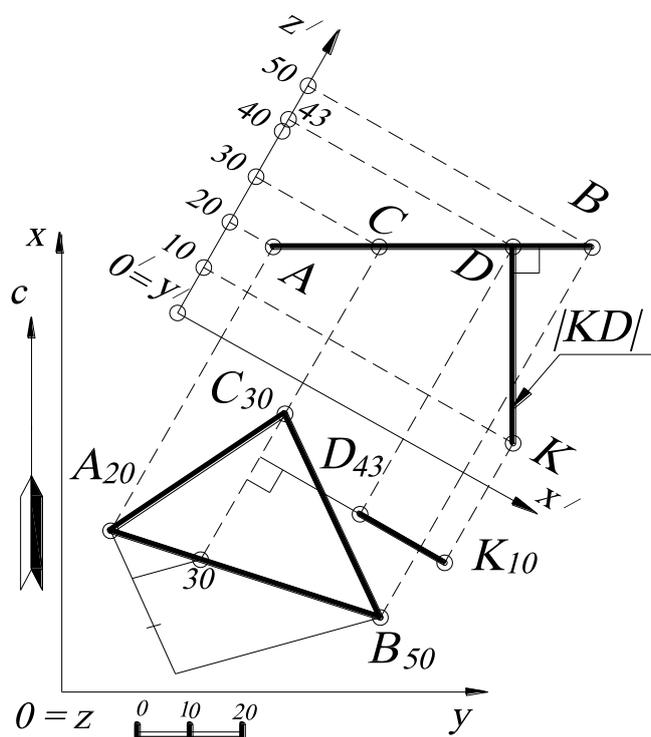


Рис. 22.

Эта задача может решаться только на плане (пользуясь вышеописанным алгоритмом), однако решение задачи упрощается, если использовать профиль. Поэтому в проекционной связи строят профиль плоскости  $A_{20}B_{50}C_{30}$  (предварительно построив горизонтали плоскости, см. задачу 2.1), причём плоскость профиля задают перпендикулярно горизонталям плоскости  $A_{20}B_{50}C_{30}$ . Плоскость  $A_{20}B_{50}C_{30}$  проецируется на профиле в отрезок прямой  $AB$ , а перпендикуляр  $KD$  из

точки  $K_{10}$  – в отрезок прямой  $KD \perp AB$ , причём  $|KD|$  – натуральная величина искомого расстояния.

**2.12.** Построить треугольник  $A_{45}B_?C_?$ , принадлежащий плоскости  $P_i$ , если известно, что стороны равны  $|AB|=|AC|=40$  (по масштабу чертежа) и составляют угол  $30^\circ$  с основной плоскостью проекций  $H$ . Плоскость  $P_i$  задана точкой  $A_{45}$ , азимутом падения  $\alpha = 60^\circ$  и углом падения  $\sigma = 45^\circ$ .

**Решение** (рис. 23). По исходным данным на плане задают плоскость  $P_i$  (см. задачу 2.1). Проекции сторон треугольника  $A_{45}B_?$  и  $A_{45}C_?$  определяются в результате пересечения прямого кругового конуса с вершиной в точке  $A_{45}$  (образующие которого наклонены к основной плоскости проекций под углом  $30^\circ$ ) и заданной плоскостью  $P_i$ . Поэтому на профиле задают проекцию прямого кругового конуса с вершиной в точке  $A_{45}$ , определяют радиус одной из параллелей конуса  $R$  (например, 30-й) и находят заложения сторон  $AB$  и  $AC$ . На плане строят окруж-

ность 30-й горизонтали конуса радиуса  $R$  с центром в точке  $A_{45}$  и находят две образующие, по которым конус пересекает плоскость  $P_i$ , – это две искомые прямые. На этих прямых откладывают заложения сторон треугольника  $L_{AB}$  и  $L_{AC}$ . Задача имеет четыре решения, два из которых показано на рис. 23.

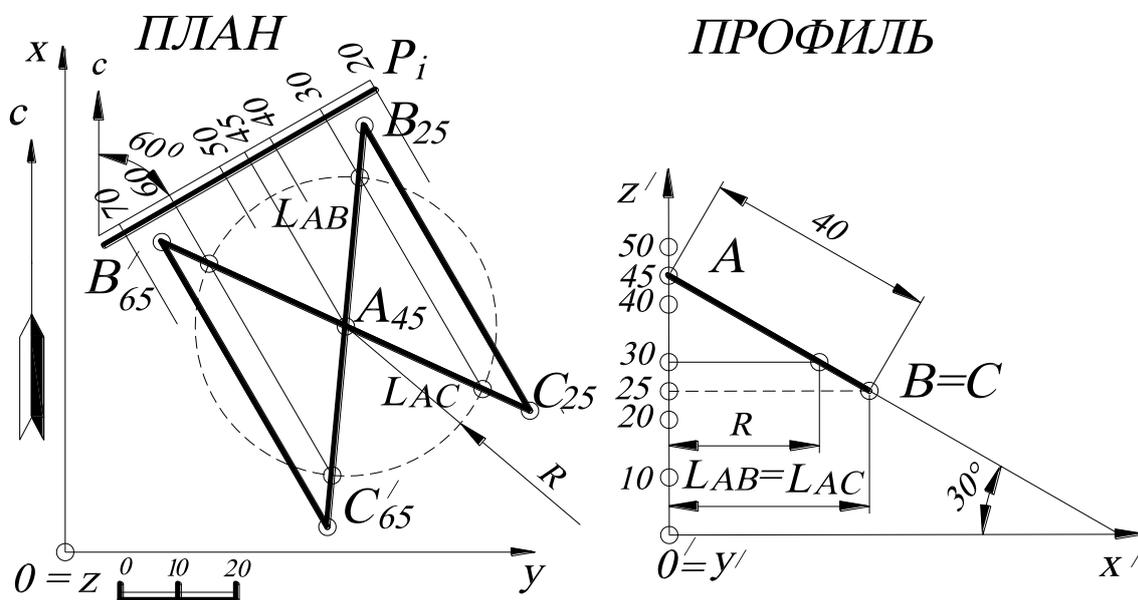


Рис. 23.

**2.13.** Построить треугольник  $A_{40}B_?C_?$ , принадлежащий плоскости  $P_i$ , если известно, что  $|AB|=|BC|=|CA|=40$ , сторона  $A_{40}B_?$  параллельна основной плоскости проекций. Плоскость  $P_i$  задана точкой  $A_{40}$ , азимутом падения  $\alpha=150^\circ$  и интервалом  $l=10$ .

**Решение** (рис. 24). На плане задают плоскость  $P_i$  (см. пример 2.1). Сторона  $A_{40}B_?$  параллельна основной плоскости проекций  $H$ , следовательно, она принадлежит горизонтали заданной плоскости  $h_{40}$ , проецируется без искажения и отметка точки –  $B_{40}$ . Далее находят точку  $C_?$ , предполагая, что искомый треугольник лежит в горизонтальной плоскости с отметкой 40. Поэтому строят равносторонний треугольник (засечками циркуля), лежащий в плоскости, параллельной горизонтальной плоскости проекций, и получают точку  $C'_{40}$ . Затем точку  $C'_{40}$  определяют в плоскости  $P_i$ . На профиле, повернув точку  $C'$  до совмещения с ли-

нией падения плоскости  $P_i$  (плоскость профиля перпендикулярна горизонталям

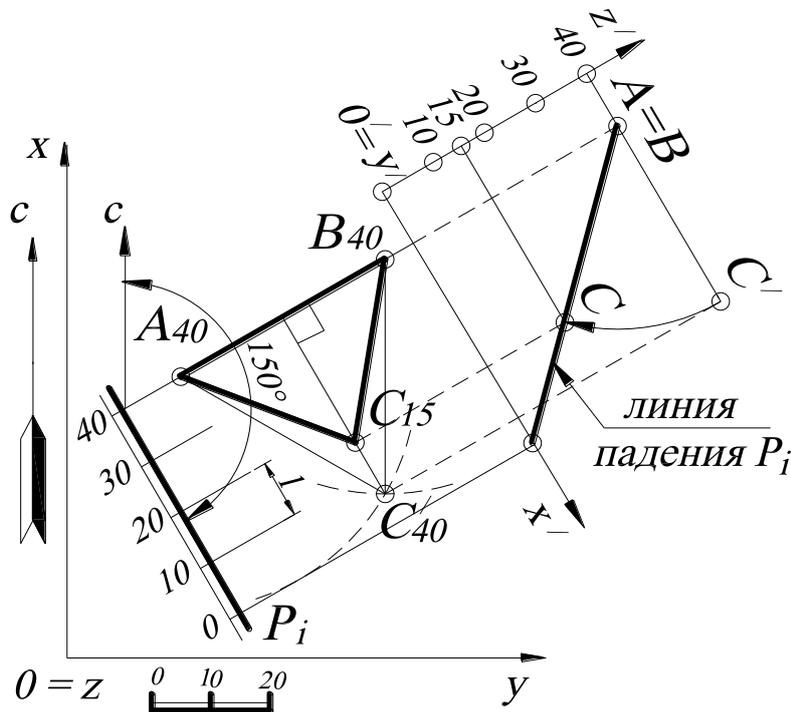


Рис. 24.

плоскости  $P_i$ ), получают точку  $C$  с отметкой  $15$ . На плане точка  $C_{15}$  будет находиться на пересечении линии проекционной связи и срединного перпендикуляра к стороне  $A_{40}B_{40}$ , так как искомый треугольник  $A_{40}B_{40}C_{15}$  – равносторонний треугольник (все вершины лежат на срединных перпендикулярах к противоположным сторонам). Задача

имеет четыре решения (так как точки  $B_?$  и  $C_?$  могут строиться и в противоположные стороны).

**2.14.** Построить плоскость  $P_i$ , проходящую через точку  $K_{55}$  и параллельную плоскости треугольника  $A_{30}B_{60}C_0$ , и задать её масштабом заложения.

**Решение** (рис. 25). На чертеже горизонтали параллельных плоскостей параллельны, масштабы заложения (интервалы) одинаковы, направления падения совпадают. Следовательно, построив горизонтали плоскости  $A_{30}B_{60}C_0$  и определив интервал  $l$  (см. задачу 2.1), строят масштаб заложения плоскости  $P_i$ , проходящей через точку  $K_{55}$  с соответствующими отметками горизонталей и интервалом, равным интервалу  $l$ , то есть от горизонтали  $h_{55}$  проводят с двух сторон параллельные линии на расстоянии  $\frac{l}{2}$ .



**H.** Расстояние на этом профиле от линии падения кровли до линии падения подошвы, измеренное по вертикали, – вертикальная мощность слоя  $H_B$ .

Расстояние на прямом профиле от линии падения кровли до линии падения подошвы, измеряемое в горизонтальном направлении, – горизонтальная мощность слоя  $H_G$ . Горизонтальная мощность слоя измеряется параллельно основной плоскости проекций, поэтому эту мощность можно определить на плане, как расстояние между одноимёнными (с одинаковыми высотными отметками) горизонталями плоскостей  $\theta_i$  и  $\omega_i$ .

**2.16.** Построить плоскость, проходящую через точку  $K_{60}$  и перпендикулярную отрезку прямой  $A_{40}B_0$ . Плоскость задать масштабом заложения  $P_i$ .

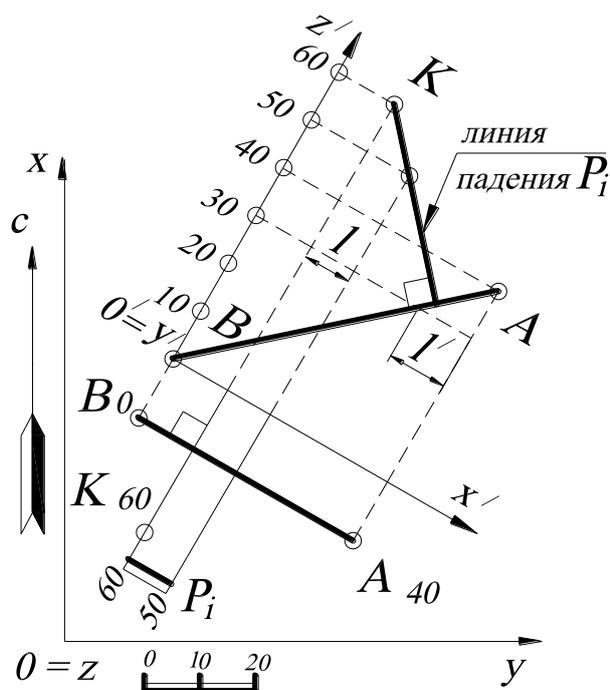


Рис. 27.

**Решение** (рис. 27). Прямая, перпендикулярная плоскости, на чертеже изображается проекцией (заложением), перпендикулярным горизонталям плоскости (см. задачу 2.10). Следовательно, через точку  $K_{60}$  проводят прямую, перпендикулярную к заданной прямой  $A_{40}B_0$ , которая является горизонталью  $h_{60}$  искомой плоскости  $P_i$ , а интервал  $l$  определяется с помощью профиля.

**2.17.** Построить плоскость  $P_i$ , проходящую через отрезок прямой  $A_{30}B_0$  и перпендикулярную плоскости  $Q_i$ . Плоскость  $Q_i$  задана точкой  $C_{60}$ , азимутом падения  $\alpha=40^\circ$  и интервалом  $l=15$ .

**Решение** (рис. 28). Через произвольную точку заданной прямой  $A_{30}B_0$  (например, точку  $B_0$ ) проводят прямую  $n$ , перпендикулярную плоскости  $Q_i$  (так как если плоскость проходит через перпендикуляр к другой плоскости, то эти

плоскости взаимно перпендикулярны). Находят направление падения перпендикуляра  $n$  и интервал  $l'$  (на профиле, см. задачу 2.10). Затем строят горизонтالي плоскости  $P_i$ , соединяя одинаковые высотные отметки прямой  $A_{30}B_0$  (проградуированной) и построенного перпендикуляра  $n$ .

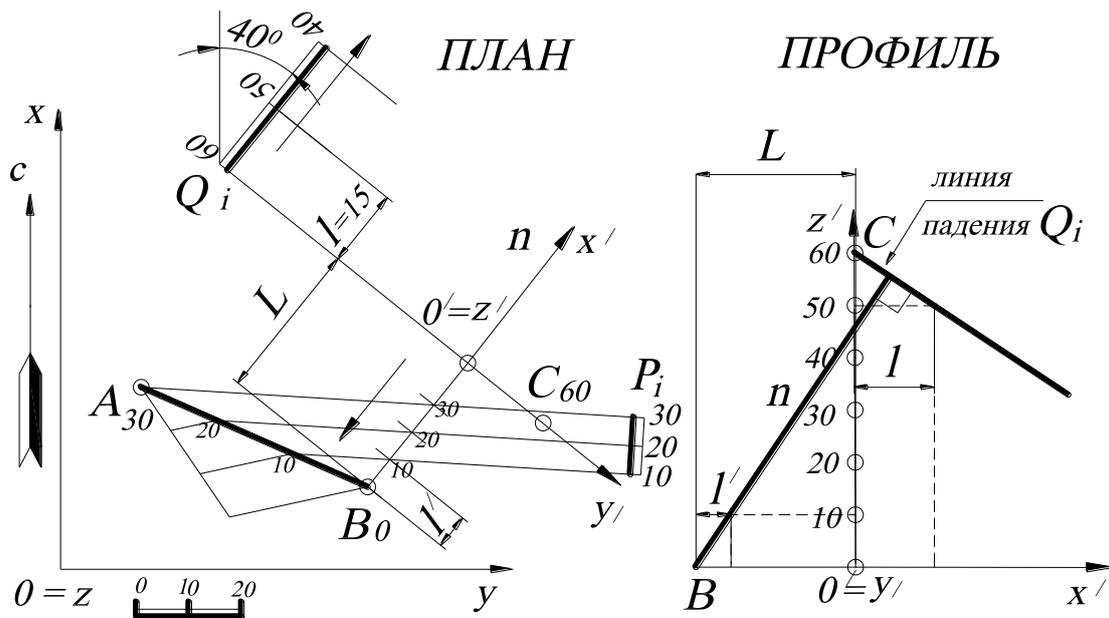


Рис. 28.

**2.18.** Из точки  $N_{50}$  построить отрезок прямой  $N_{50}M_?$ , параллельный заданным плоскостям  $P_i(A_{10}B_{40}C_{20})$  и  $Q_i(D_{30}E_0F_{10})$ , длиной  $|N_{50}M_?|=40$  (рис. 29).

**Решение.** Прямая, проходящая через заданную точку  $N_{50}$  и параллельная двум заданным плоскостям  $P_i(A_{10}B_{40}C_{20})$  и  $Q_i(D_{30}E_0F_{10})$ , – это прямая, параллельная линии пересечения этих плоскостей. Следовательно, находят прямую пересечения заданных плоскостей (предварительно построив их горизонтали, см. задачу 2.1) – это прямая  $n$ . Параллельные прямые имеют одинаковые направления падения, равные интервалы, и их проекции параллельны. Поэтому, зная интервал  $l$  прямой  $n$ , можно построить профиль искомой прямой  $|NM|=40$ , определить заложение  $L$  этой прямой и отметку точки  $M$ , равную 28. На плане строят проекцию прямой  $N_{50}M_{28}$ . Задача имеет два решения, так как можно построить сим-

метричную прямую  $N_{50}M'_{72}$  относительно точки  $N_{50}$  (то есть с противоположной стороны от точки  $N_{50}$ ). Отметка точки  $M'_{72}$  определяется арифметически:  $50-28=22$ ,  $50+22=72$  (см. задачу 1.4).

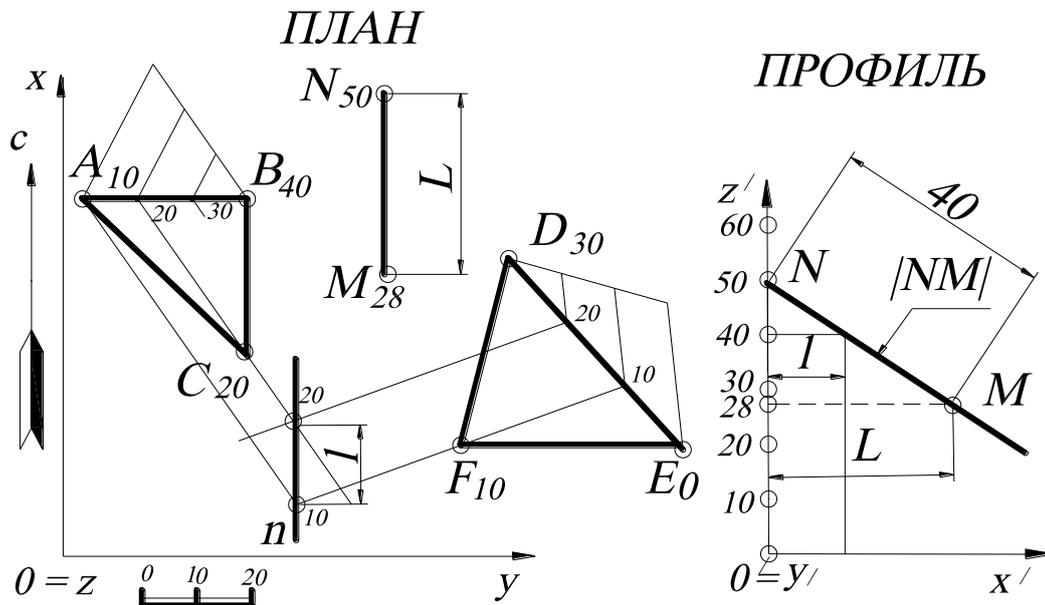


Рис. 29.

**2.19.** Через точку  $A_{50}$  провести плоскость  $P_i$ , перпендикулярную плоскости  $Q_i$  и параллельную прямой  $B_{80}C_{60}$ . Задать плоскость  $P_i$  масштабом заложения (рис. 30).

**Решение.** Задача имеет два условия: первое – плоскость  $P_i$  должна быть перпендикулярна заданной плоскости  $Q_i$  (известно, плоскости перпендикулярны, если в одной из них содержится перпендикуляр к другой плоскости). Второе условие – плоскость  $P_i$  должна быть параллельна заданной прямой  $B_{80}C_{70}$  (известно, плоскость и прямая параллельны, если в плоскости содержится хотя бы одна прямая, параллельная заданной прямой). Следовательно, выполняют первое условие – строят прямую  $m$ , перпендикулярную заданной плоскости  $Q_i$  и проходящую через точку  $A_{50}$  (см. задачу 2.10). Затем строят прямую  $n$ , проходящую через точку  $A_{50}$  и параллельную заданной прямой  $B_{80}C_{70}$  (см. пример 2.18). Две пересекающиеся прямые задают плоскость. Для задания плоскости  $P_i$  масштабом

заложения строят горизонтали плоскости, соединяя точки с одинаковыми высотными отметками на прямых  $m$  и  $n$ .

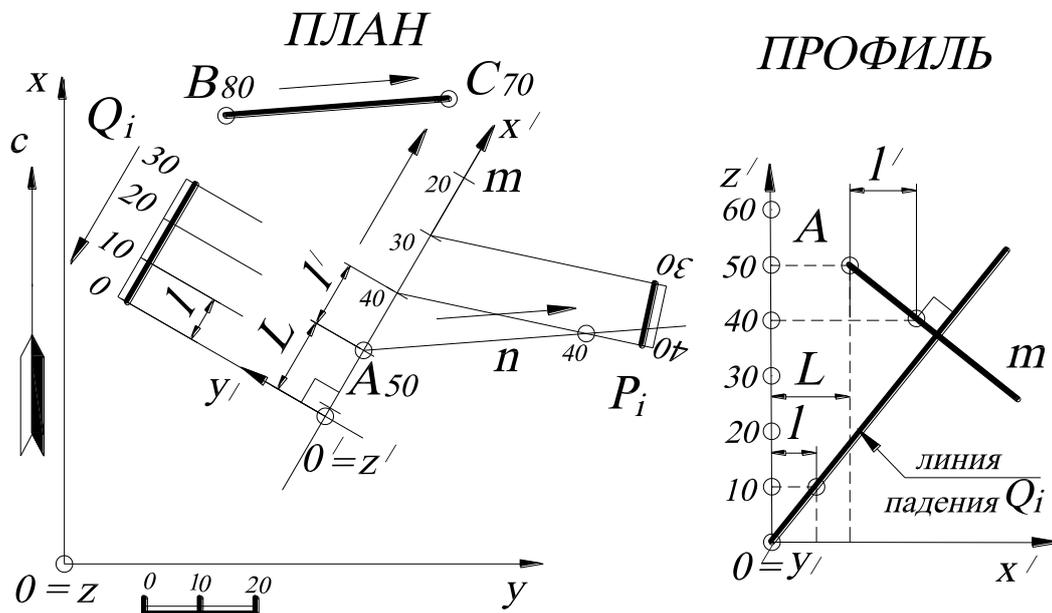


Рис. 30.

2.20. Найти натуральную величину треугольника  $A_3B_0C_6$  (рис. 31).

**Решение.** Треугольник  $A_3B_0C_6$  будет проецироваться на некоторую плоскость проекций в натуральную величину, если треугольник  $A_3B_0C_6$  будет параллелен этой плоскости проекций.

Заданный треугольник  $A_3B_0C_6$  занимает общее положение. Плоскость общего положения нельзя сразу преобразовать в плоскость уровня, потому что новая плоскость проекций не будет перпендикулярна к основной плоскости проекций  $0xy$ . Это возможно лишь для проецирующей плоскости.

Поэтому первую новую плоскость проекций (профиль)  $0'x'z'$  располагают перпендикулярно к заданному треугольнику  $A_3B_0C_6$ , то есть перпендикулярно к проекции горизонтали. Только в этом случае плоскость треугольника  $A_3B_0C_6$  на профиле будет проецирующей. Следовательно, в плоскости треугольника  $A_3B_0C_6$  строят горизонталь. На рис. 31 построена горизонталь  $h_3$  с использованием градуирования отрезка прямой  $B_0C_6$ .

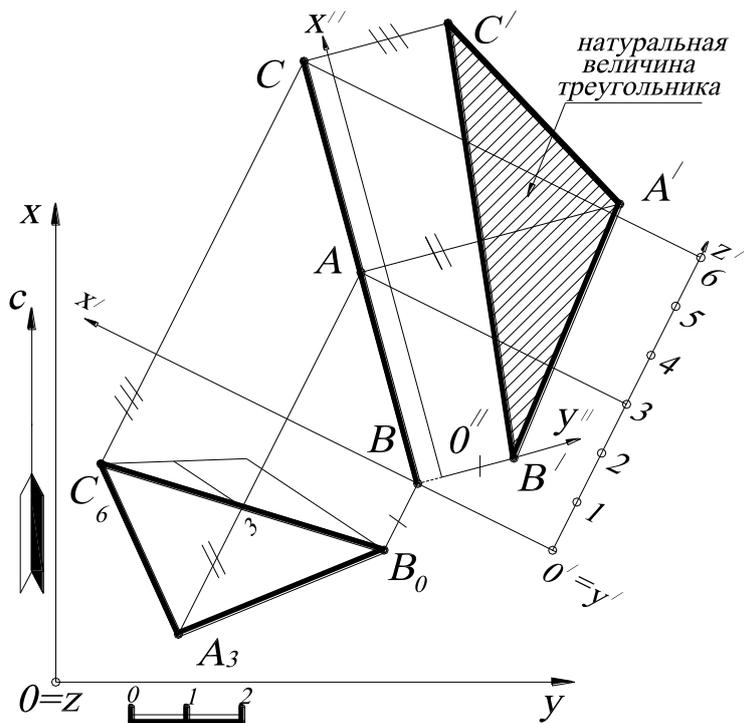


Рис. 31.

Вторую новую плоскость проекций  $0''x''y''$  располагают параллельно полученной на профиле проекции треугольника  $ABC$  (а следовательно, перпендикулярно к плоскости профиля  $0x'z'$ ). Тогда треугольник  $ABC$  спроецируется на новую плоскость проекций  $0''x''y''$  без искажения. Для выполнения этой замены на чертеже

проводят (в произвольном месте) ось  $x''$  параллельно профилю треугольника  $ABC$ . Затем строят линии проекционной связи из каждой точки профиля треугольника  $ABC$  (перпендикулярно к этой оси  $x''$ ) и откладывают на них от оси  $x''$  координаты  $y'_A, y'_B, y'_C$ .

Таким образом, используя проецирование на дополнительные плоскости проекций, можно преобразовать: плоскость общего положения – в проецирующую; проецирующую – в плоскость уровня и двумя последовательными преобразованиями плоскость общего положения – в плоскость уровня.

**2.21.** Найти натуральную величину двугранного угла между плоскостями  $A_6B_2C_3$  и  $A_6D_1C_3$ .

**Решение** (рис. 32). Двугранный угол измеряется линейным углом, который получается при пересечении его граней плоскостью, перпендикулярной его ребру  $A_6C_3$ .

Поэтому в данной задаче необходимо новую плоскость проекций выбрать так, чтобы отрезок прямой  $A_6C_3$  на этой плоскости проекций стал проецирующей

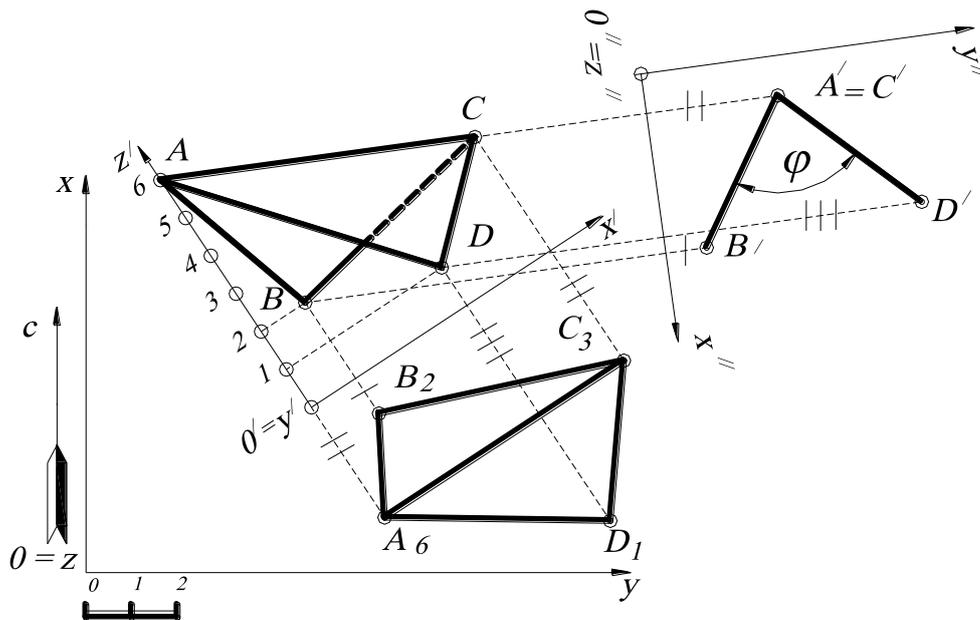


Рис. 32.

щим. Отрезок прямой  $A_6C_3$  задаёт прямую общего положения, а прямую общего положения нельзя сразу преобразовать в проецирующую, так как новая плоскость проекций, перпендикулярная к прямой общего положения, не будет перпендикулярна к заданной основной плоскости проекций  $0xy$ . Следовательно, сначала вводят новую плоскость проекций  $0'x'z'$  (профиль), перпендикулярную  $0xy$  и параллельную  $A_6C_3$  – на чертеже ось  $x'$  параллельна  $A_6C_3$ . Затем плоскость профиля  $0'x'z'$  заменяют на новую плоскость проекций  $0''x''y''$ . Прямая  $A_6C_3$  по отношению к плоскости профиля  $0'x'z'$  стала прямой уровня, а по отношению к  $0''x''y''$  – проецирующей. Построения на новые плоскости проекций треугольников  $A_6B_2C_3$  и  $A_6D_1C_3$  выполняются по аналогии построениям предыдущей задачи. Угол  $\varphi$  – это искомый угол между плоскостями  $A_6B_2C_3$  и  $A_6D_1C_3$  (меньше  $90^\circ$ ).

**2.22.** Найти расстояние и угол между скрещивающимися прямыми  $A_6B_2$  и  $C_0D_4$  (рис. 33).

**Решение.** Угол между скрещивающимися прямыми равен углу между параллельными им пересекающимися прямыми. Поэтому через точку  $D_4$  проводят

прямую, параллельную  $A_6B_2$ , – на чертеже появляется её проекция  $D_4E_0$ . Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $\angle C_0D_4E_0$ . Найти натуральную величину этого угла – это то же самое, что найти величину  $\Delta C_0D_4E_0$ . Это сделано точно так же, как в задаче 2.20. Строится плоскость профиля, перпендикулярная горизонтали треугольника  $C_0D_4E_0$  (то есть  $h_0 = C_0E_0$ ), а затем задаётся новая плоскость проекций  $0''x''y''$ , параллельная профилю треугольника  $CDE$ .

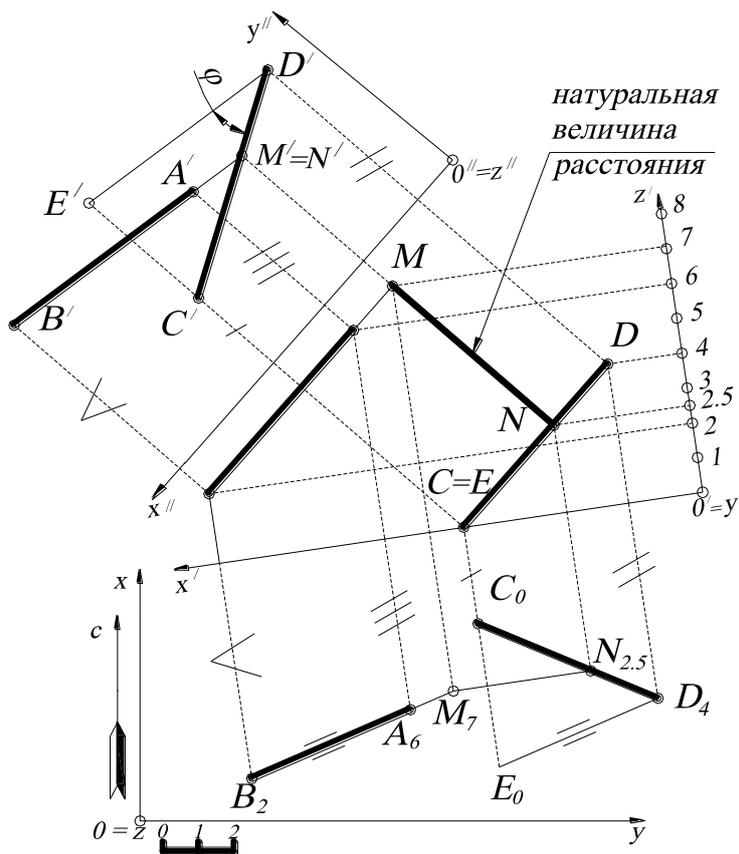


Рис. 33.

Кроме того, общая точка  $M'=N'$  проекций  $A'B'$  и  $C'D'$  – это проекция на  $0''x''y''$  общего перпендикуляра  $MN$  прямых  $AB$  и  $CD$ , которым измеряется расстояние между ними. Поскольку  $MN \perp 0''x''y''$ , то  $MN \parallel 0'x'z'$ . Следовательно,  $MN$  проецируется на плоскость проекций  $0'x'z'$  (профиль) в натуральную величину.

**2.23.** Определить числовую отметку точки  $C_2$  данной проекции по заданному её совмещённому положению  $C_2$  и заданной оси вращения  $A_2B_2$ .

**Решение** (рис. 34). Пусть  $A_2B_2$  – горизонтальная ось, вокруг которой вра-

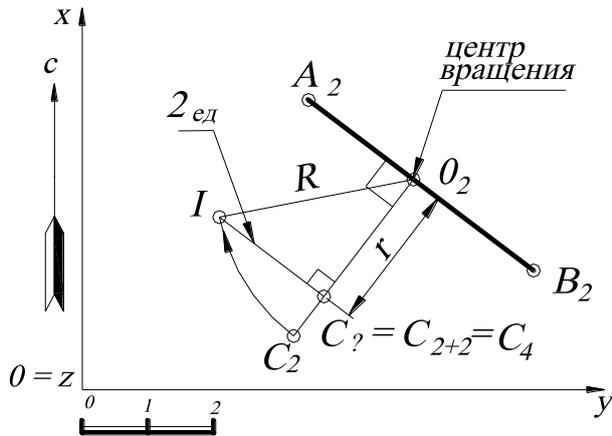


Рис. 34.

щают точку  $C_?$  и получают её совмещённое положение  $C_2$  с горизонтальной плоскостью на высоте  $2$ ;  $C_?$  – горизонтальная проекция точки, числовую отметку которой нужно найти. Точки  $C_2$  и  $C_?$  лежат на одном перпендикуляре к оси вращения  $A_2B_2$ , так как при вращении вокруг линии уровня точка  $C_?$  перемещается по окружности, плоскость которой пер-

пендикулярна  $A_2B_2$ . Точка  $C_?$  может находиться ниже или выше отрезка  $A_2B_2$ , а их проекции будут совпадать. Однако числовые отметки точек будут отличаться на одинаковую разность по отношению к отрезку  $A_2B_2$ . Предположим, что точка  $C_?$  находится выше  $A_2B_2$ . Тогда строится прямоугольный треугольник  $C_?O_2I$ , гипотенуза которого равна  $R$  – натуральной величине радиуса вращения точки  $C_?$ . Измерив величину катета  $IC_?$ , получают  $IC_?=2$  (в соответствии с линейным масштабом). Затем арифметически прибавляют её к числовой отметке точки  $C_2$ , то есть  $2+2=4$ . Поэтому точка  $C_?$  имеет числовую отметку, равную  $4$ . В том случае, если точка  $C_?$  находится ниже оси вращения  $A_2B_2$  (по условию задания), тогда она имела бы отметку  $C_{2-2}=C_0$ .

Таким образом, для того, чтобы определить числовую отметку точки по её совмещённому положению, строят прямоугольный треугольник с одним катетом, равным расстоянию от центра вращения до проекции точки; гипотенузой, равной натуральной величине радиуса вращения, проведённой из центра вращения. Тогда полученная длина второго катета этого прямоугольного треугольника будет являться числовой разностью между числовой отметкой искомой точки и числовой отметкой оси вращения.

2.24. Определить натуральную величину треугольника  $A_6B_2C_{10}$ , вращением вокруг горизонтали.

**Решение** (рис. 35). Через точку  $A_6$  проводят горизонталь плоскости  $A_6B_2C_{10}$ .

Для этого находят на прямой  $B_2C_{10}$  точку, имеющую отметку  $z=6$  (выполняется с помощью градуирования, на чертеже не показано). При вращении вокруг

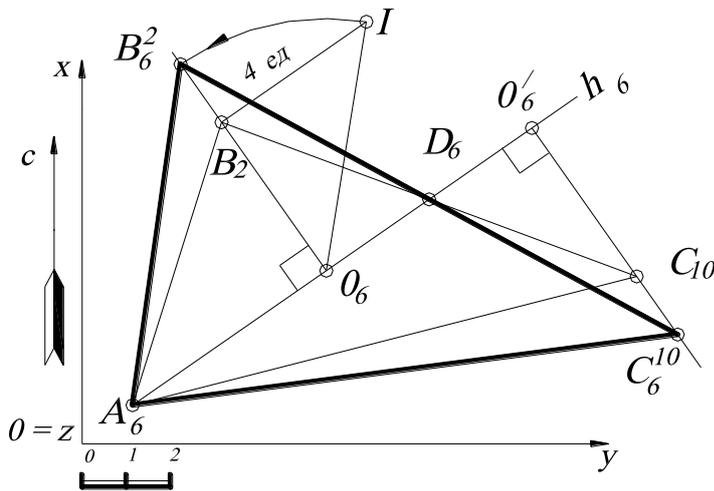


Рис. 35.

горизонтали  $h_6$  точка  $B_2$  и точка  $C_{10}$  перемещаются в пространстве по окружностям, плоскости которых перпендикулярны оси вращения  $A_6D_6$ . Проекция радиуса вращения для точки  $B$  –  $B_2O_6$ , а для  $C$  –  $C_{10}O'_6$ . Находят натуральную величину радиуса вращения точ-

ки  $B_2$  методом прямоугольного треугольника, а затем полученный отрезок совмещают с проекцией радиуса – точка  $B_6^2$ . Точку  $C_6^{10}$  можно определять аналогичным способом. Однако точка  $D_6$  при вращении является неподвижной (так как принадлежит горизонтали  $h_6$ ). Следовательно, прямая, соединяющая точки  $B_6^2$  и  $D_6$ , в пересечении с прямой  $O'_6C_{10}$  определит точку  $C_6^{10}$ . Таким образом, треугольник  $A_6B_6^2C_6^{10}$  будет являться натуральной величиной, так как параллелен основной плоскости проекций.

Второй вариант решения задачи – вращение треугольника  $A_6B_2C_{10}$  с построением профиля, как показано на рис. 36. При этом плоскость профиля  $0x'z'$  задаётся перпендикулярно к горизонтали  $h_6$ . Тогда по отношению к плоскости профиля горизонталь  $h_6$  будет являться проецирующей, а все точки треугольника будут перемещаться по окружностям, плоскости которых будут параллельны плоскости профиля (будут проецироваться на профиль в натуральную величину).

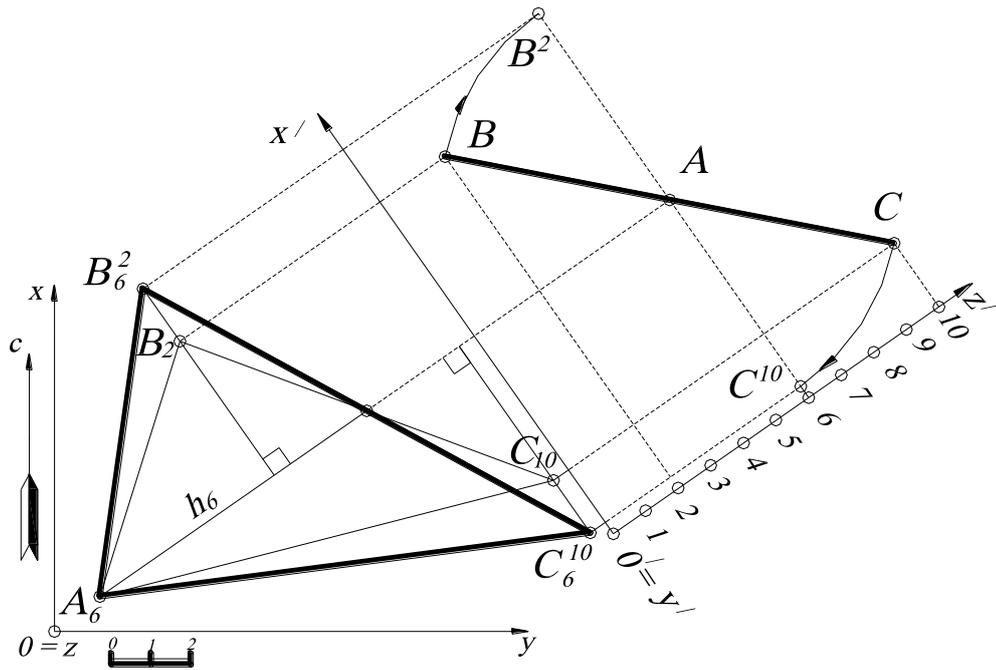


Рис. 36.

2.25. Найти угол наклона прямой  $A_7B_2$  к плоскости общего положения  $P_i$  (рис. 37).

**Решение.** Угол наклона прямой к плоскости – это угол между заданной прямой и её проекцией на заданную плоскость.

**Алгоритм решения.**

1. Находят точку пересечения заданного отрезка прямой  $AB$  и плоскости  $P_i$  – точка  $C$ .
2. Из другого конца отрезка прямой  $AB$  (точки  $A$ ) строят перпендикуляр  $m$  к заданной плоскости  $P_i$  и находят точку пересечения перпендикуляра  $m$  и заданной плоскости  $P_i$  – точка  $D$ .
3. Прямая  $CD$  является проекцией отрезка заданной прямой  $AB$  на плоскость  $P_i$ . Поэтому угол  $\theta$  – угол между прямыми  $AC$  и  $CD$  – искомый.

Решение задачи упрощается при построении профиля. Точка  $C$  определяется на плане из условия принадлежности к отрезку прямой  $AB$ , а точка  $D$  строится вначале на профиле, а затем по проекционной связи на плане (см. перпендику-

лярность прямой и плоскости). Построив проекцию угла  $\theta$ , определяют натуральную величину этого угла вращением вокруг любой горизонтали, например  $h_3$ .

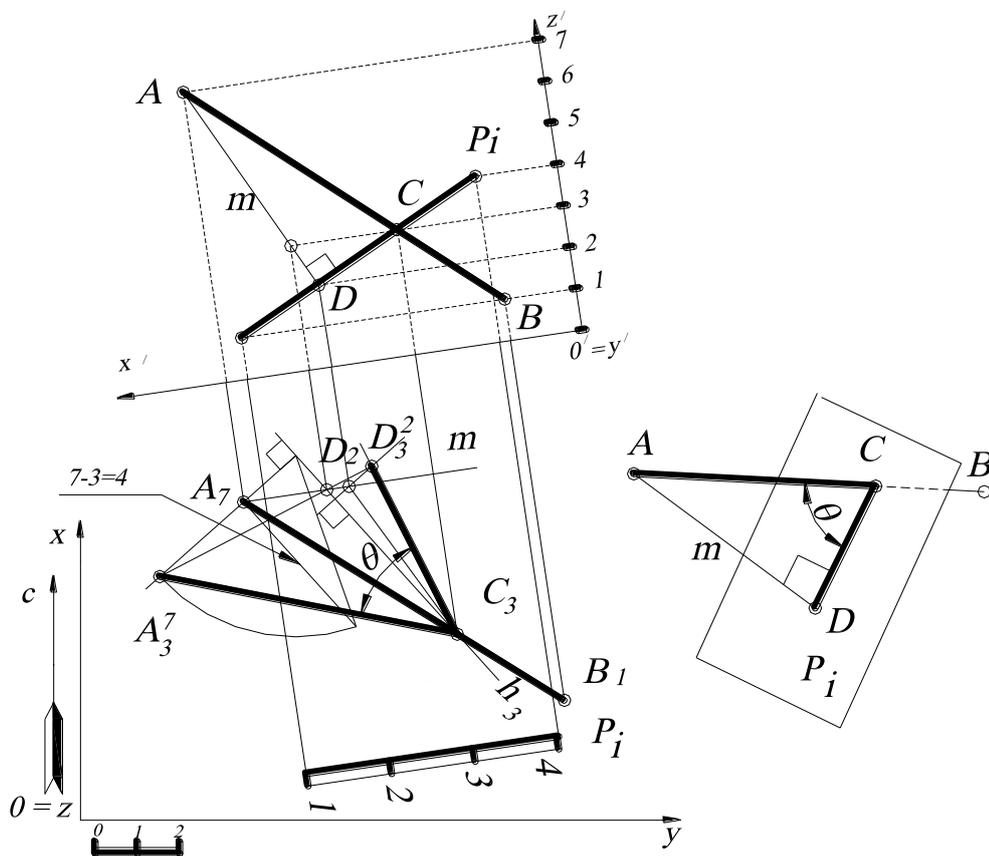


Рис. 37.

**2.26.** Найти двугранный угол между плоскостями  $P_i$  и  $Q_i$ . Эту задачу решим двумя способами.

**Решение 1** (рис. 38, а, б).

Для первого способа решения этой задачи используют следующий **алгоритм** (см. рис.38, а). Выбирают произвольную точку  $M$ , из которой строят прямые  $m$  и  $n$ , перпендикулярные плоскостям  $P_i$  и  $Q_i$  соответственно. Прямые  $m$  и  $n$  задают плоскость, перпендикулярную к двум заданным плоскостям. Угол  $\theta$  определяет двугранный угол между заданными плоскостями.



бой точки, так как интервал перпендикуляра от этого не меняется. Затем на плане градуируют проекции  $m$  и  $n$  в соответствии с направлением падения. Проекции прямых  $m$  и  $n$  задают плоскость, перпендикулярную к двум заданным плоскостям  $P_i$  и  $Q_i$ . Угол при вершине  $M_9$  определяет проекцию двугранного угла между заданными плоскостями  $P_i$  и  $Q_i$ . Далее находят натуральную величину угла  $\theta$  вращением вокруг произвольной горизонтали, например 12-й. Угол  $\theta$  определяет двугранный угол между заданными плоскостями  $P_i$  и  $Q_i$ .

**Решение 2** (рис. 39, а, б). Задача решается в соответствии со следующим **алгоритмом** (см. рис. 39, а).

1. Находят линию пересечения  $a$  заданных плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$ .
2. Строят плоскость  $F_i$ , перпендикулярную к линии пересечения плоскостей  $a$ .
3. Находят линии пересечения  $m$  и  $n$  заданных плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$  с плоскостью  $F_i$ .
4. Угол между прямыми  $n$  и  $m$  является двугранным углом  $\theta$  между заданными плоскостями  $P_i$  и  $Q_i$ .

Построение на чертеже выполняется следующим образом (см. рис. 39, б).

1. Плоскости  $P_i$  и  $Q_i$  заданы масштабами заложения. Проекция линии пересечения заданных плоскостей  $a$  задаётся парой точек – точек пересечения двух пар горизонталей плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$  с одинаковыми высотными отметками ( $h_4-h_4$  и  $h_5-h_5$ ). Для удобства построения точка пересечения горизонталей с 5-й высотной отметкой обозначена  $A_5$ .

2. Через проекцию точки  $A_5$  строят плоскость  $F_i$ , перпендикулярную прямой  $a$ . Следовательно, горизонтالي этой плоскости будут перпендикулярны к заложению (проекции) прямой  $a$  (см. рис. 39, а), а масштаб заложения будет определяться построением профиля прямой  $a$  и перпендикулярной плоскости  $F_i$ , заданной на профиле линией падения. Интервал  $l_1$  определяет горизонтали плоскости  $F_i$  с отметками 4-й и 3-й.



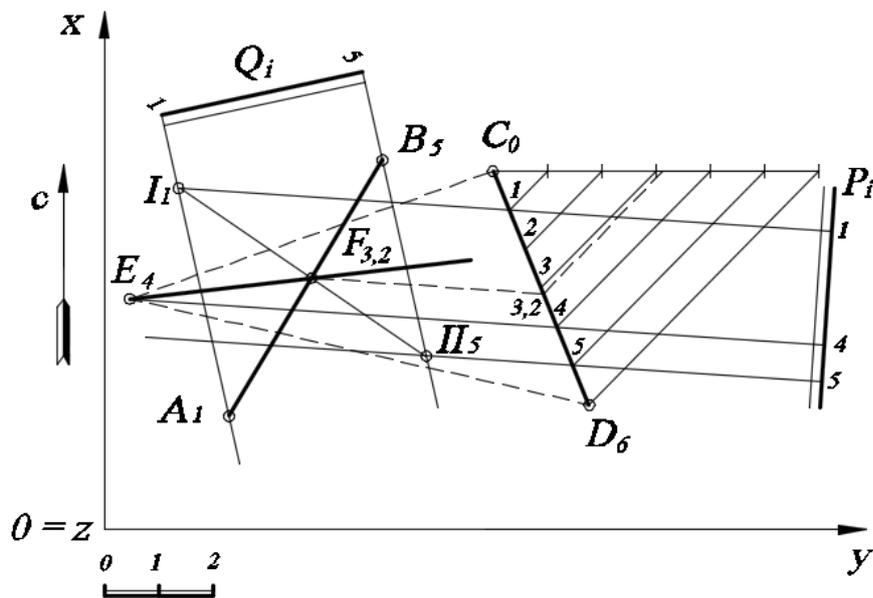


Рис. 40

### Алгоритм

1. На прямую  $C_0D_6$  (можно выбрать и другую прямую, то есть  $A_1B_5$ ) и точку  $E_4$  «натягивают» плоскость (на чертеже эта плоскость показана штриховыми линиями). Затем эту плоскость задают масштабом

заложения  $P_i$ . Для этого градуируют отрезок прямой  $C_0D_6$  и строят горизонтали плоскости  $P_i$  (на рис. 40 показана горизонталь с отметкой 4, которая задает направления всех горизонталей плоскости  $E_4C_0D_6$ , а также представлены горизонтали 1 и 5, параллельные горизонтали с отметкой 4 (для удобства построения точки пересечения прямой и плоскости), эти горизонтали соответствуют отметкам на концах отрезка прямой  $A_1B_5$ ).

2. Находят точку пересечения прямой  $A_1B_5$  с плоскостью  $P_i$ :
  - а) через прямую  $A_1B_5$  проводят вспомогательную плоскость-посредник  $Q_i$ , задавая ее параллельными горизонтальными прямыми линиями;
  - б) находят пересечение плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$  – прямая  $I_1II_5$ ;
  - в) находят точку пересечения прямой  $I_1II_5$  и прямой  $A_1B_5$  – точка  $F_{3,2}$ .
3. Прямая, соединяющая заданную точку  $E_4$  и построенную точку  $F_{3,2}$ , будет искомой прямой.

2.28. Построить прямую  $m$ , пересекающую две скрещивающиеся прямые  $A_1B_5$  и  $C_0D_6$  и параллельную прямой  $E_{10}D_{12}$ .

**Решение** (рис. 41). Задача сводится к основной позиционной задаче начертательной геометрии (нахождение общих элементов прямой и плоскости).

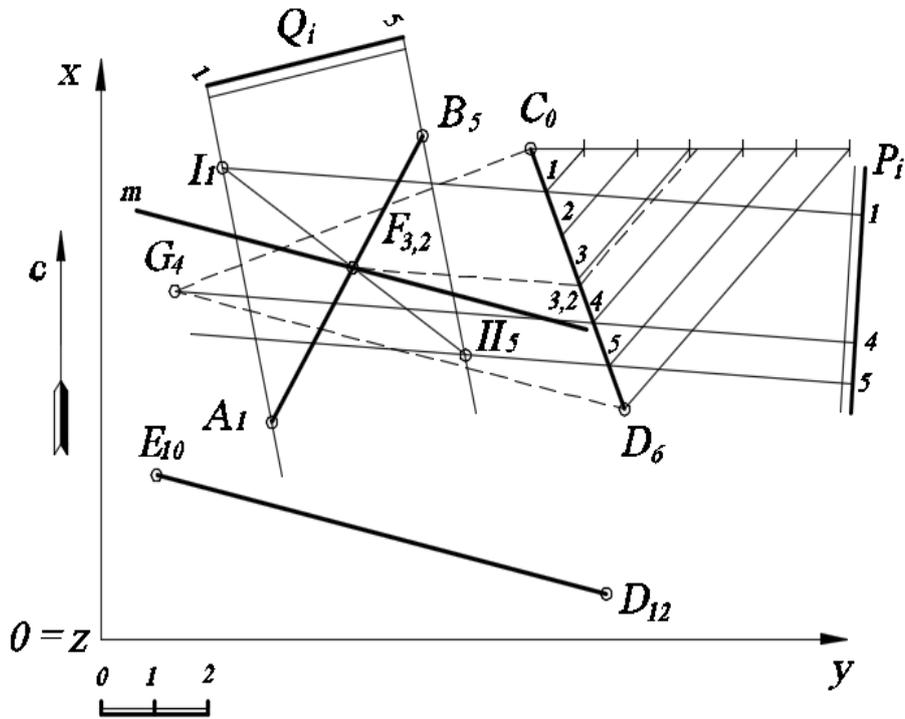


Рис. 41

**Алгоритм.**

1. Через  $C_0D_6$  (можно выбрать и другую прямую, то есть  $A_1B_5$ ) строят плоскость  $C_0D_6G_4$ , параллельную прямой  $E_{10}D_{12}$ , на основании признака параллельности прямой и плоскости (плоскость и прямая параллельны, если в плоскости найдется хотя бы одна прямая, параллельная заданной). Длина проекции прямой  $D_6G_4$  и разница отметок (координат  $z$ ) идентична прямой  $E_{10}D_{12}$ .
2. Плоскость  $C_0D_6G_4$  задают масштабом заложения  $P_i$ . Для этого градуируют отрезок прямой  $C_0D_6$  и строят горизонтали плоскости  $P_i$  (на рис. 41 показана горизонталь с отметкой 4, которая задает направления всех горизонталей плоскости  $E_4C_0D_6$ , а также представлены горизонтали 1 и 5, параллельные горизонтали с отметкой 4 и (для удобства построения точки пересечения прямой и плоскости), эти горизонтали соответствуют отметкам на концах отрезка прямой  $A_1B_5$ ).

3. Находят точку пересечения прямой  $A_1B_5$  с плоскостью  $P_i$ :
- а) через прямую  $A_1B_5$  проводят вспомогательную плоскость-посредник  $Q_i$ , задавая ее параллельными горизонтальными прямыми линиями;
  - б) находят пересечение плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$  – прямая  $I_1II_5$ ;
  - в) находят точку пересечения прямой  $I_1II_5$  и прямой  $A_1B_5$  – точка  $F_{3,2}$ .
4. Прямая  $m$ , проходящая через построенную точку  $F_{3,2}$  и параллельная прямой  $E_{10}D_{12}$ , будет искомой прямой.

### УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

- 2.1. Достроить проекцию плоского пятиугольника  $ABCDE$ , если известны координаты точек:  $A(55, 25, 10)$ ,  $B(15, 10, 30)$ ,  $C(10, 60, 50)$ ,  $D(60, ?, 30)$ ,  $E(?, 75, 40)$ .
- 2.2. Построить проекцию точки  $D_{40}$ , принадлежащей плоскости треугольника  $A_{10}B_{30}C_{60}$ , если известны следующие координаты:  $A(20, 10, 10)$ ,  $B(10, 100, 30)$ ,  $C(90, 60, 60)$ ,  $D(30, ?, 40)$ .
- 2.3. Определить числовые отметки концов отрезка прямой  $D_2E_2$ , принадлежащего плоскости треугольника  $ABC$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(40, 5, 30)$ ,  $B(85, 50, 60)$ ,  $C(25, 80, 50)$ ,  $D(90, 30, ?)$ ,  $E(60, 100, ?)$ .
- 2.4. Найти расстояние между параллельными прямыми  $AB$  и  $CD$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(60, 10, 70)$ ,  $B(100, 80, 30)$ ,  $C(20, 65, 50)$ .
- 2.5. В плоскости, заданной прямой  $AB$  и точкой  $M$ , построить равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с катетами  $AB=BC$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(80, 40, 50)$ ,  $B(70, 65, 10)$ ,  $M(100, 60, 30)$ .
- 2.6. В плоскости, заданной прямой  $AK$  и точкой  $M$ , построить «египетский» прямоугольный треугольник  $ABC$  с гипотенузой  $AC=50$ ,  $BC=40$  и  $AB=30$ , причём  $AB$  принадлежит  $AK$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(60, 10, 70)$ ,  $K(100, 80, 30)$ ,  $M(20, 60, 50)$ .

- 2.7. В плоскости, заданной прямой  $AB$  и точкой  $M$ , построить правильный шестиугольник  $ABCDEF$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(80, 40, 50)$ ,  $B(70, 65, 10)$ ,  $M(100, 60, 30)$ .
- 2.8. Найти угол наклона плоскости, заданной треугольником  $ABC$ , к вертикальной плоскости, проходящей через а) ось  $Ox$ ; б) ось  $Oy$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(40, 5, 30)$ ,  $B(85, 50, 60)$ ,  $C(25, 80, 50)$ .
- 2.9. Определить, лежат ли параллельные прямые  $AB$ ,  $CD$  и  $EF$  в одной плоскости. Проекции точек заданы координатами:  $A(40, 10, 70)$ ,  $B(80, 80, 30)$ ,  $C(80, 10, 60)$ ,  $D(?, ?, 20)$ ,  $F(20, 65, 50)$ ,  $E(?, ?, 10)$ .
- 2.10. Найти расстояние от точки  $D_0$  до плоскости треугольника  $A_{10}B_{30}C_{60}$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(20, 10, 10)$ ,  $B(10, 100, 30)$ ,  $C(90, 60, 60)$ ,  $D(30, 50, 0)$ .
- 2.11. Построить линию пересечения плоскости  $P_i$  с основной плоскостью проекций  $xOy$ , заданной двумя параллельными прямыми  $AB$  и  $CD$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(40, 10, 70)$ ,  $B(80, 80, 30)$ ,  $C(80, 10, 60)$ ,  $D(?, ?, 20)$ .
- 2.12. Построить линию пересечения плоскости  $P_i$  с основной плоскостью проекций  $xOy$ , заданной двумя пересекающимися прямыми  $AB$  и  $BC$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(40, 10, 70)$ ,  $B(80, 80, 30)$ ,  $C(20, 65, 50)$ .
- 2.13. Построить точку пересечения прямой  $n$  с плоскостью  $P_i$ . Прямая  $n$  задана точкой  $B(60, 20, 10)$ , азимутом падения  $\alpha=225^0$  и интервалом  $l=20$  мм. Плоскость  $P_i$  задана точкой  $A(50, 30, 30)$ , азимутом падения  $\alpha=135^0$  и углом падения  $\sigma=30^0$ . Найти пересечение плоскости  $P_i$  с осями  $Ox$  и  $Oy$ .
- 2.14. Построить точку пересечения прямой  $n$  с плоскостью  $P_i$ . Прямая  $n$  задана точкой  $B(60, 20, 10)$ , азимутом падения  $\alpha=315^0$  и интервалом  $l=20$  мм. Плоскость  $P_i$  задана точкой  $A(50, 30, 30)$ , азимутом падения  $\alpha=135^0$  и углом падения  $\sigma=30^0$ . Найти пересечение плоскости  $P_i$  с осями  $Ox$  и  $Oy$ .

- 2.15. Через точку  $O(0, 0, 0)$  построить прямую, пересекающую прямую  $AB$  и  $CD$ .  
Проекции точек заданы координатами:  $A(30, 60, 70)$ ,  $B(70, 20, 10)$ ,  $C(40, 10, 20)$ ,  $D(90, 80, 70)$ .
- 2.16. Через точку  $O(50, 100, 0)$  построить прямую, пересекающую прямые  $AB$  и  $CD$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(30, 60, 70)$ ,  $B(70, 20, 10)$ ,  $C(40, 10, 20)$ ,  $D(90, 80, 70)$ .
- 2.17. Через точку  $K_{50}$  построить плоскость  $P_i$ , перпендикулярную плоскости треугольника  $ABC$  и параллельную прямой  $FE$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $K(90, 100, 50)$ ,  $A(80, 50, 20)$ ,  $B(60, 110, 70)$ ,  $C(40, 60, 10)$ ,  $F(100, 10, 30)$ ,  $E(70, 30, 0)$ .
- 2.18. Определить угол наклона прямой  $ED$  к плоскости треугольника  $ABC$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(80, 20, 20)$ ,  $B(140, 40, 100)$ ,  $C(70, 60, 60)$ ,  $E(80, 110, 10)$ ,  $D(50, 100, 50)$ .
- 2.19. Из точки  $N(40, 30, 70)$  построить отрезок прямой  $NM$ , параллельный двум заданным плоскостям  $ABC$  и  $DEF$ , длиной  $50$  мм. Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(120, 40, 50)$ ,  $B(115, 0, 10)$ ,  $C(90, 40, 20)$ ,  $D(135, 85, 60)$ ,  $E(135, 115, 20)$ ,  $F(15, 110, 0)$ .
- 2.20. Из точки  $N(40, 30, 70)$  построить прямую  $NM$ , параллельную двум заданным плоскостям  $ABC$  и  $P_i$ , длиной  $40$  мм. Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(120, 40, 50)$ ,  $B(115, 0, 10)$ ,  $C(90, 40, 20)$ . Плоскость  $P_i$  проходит через точку  $D(135, 85, 60)$ , имеет азимут падения  $120^\circ$  и интервал  $l=10$ .
- 2.21. Найти двугранный угол между двумя заданными плоскостями  $ABC$  и  $DEF$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(120, 40, 50)$ ,  $B(115, 0, 10)$ ,  $C(90, 40, 20)$ ,  $D(135, 85, 60)$ ,  $E(135, 115, 20)$ ,  $F(15, 110, 0)$ .
- 2.22. Построить плоскость  $P_i$ , проходящую через прямую  $AB$  и перпендикулярную плоскости  $Q_i$ . Плоскость  $P_i$  задать масштабом заложения. Координаты точек отрезка прямой –  $A(10, 20, 30)$ ,  $B(40, 50, 0)$ . Плоскость  $Q_i$  проходит через точку  $C(50, 60, 110)$ , имеет азимут падения  $110^\circ$  и уклон  $i = 1:2$ .

- 2.23. Построить высоту треугольника  $ABC$  из вершины  $C$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(40, 10, 70)$ ,  $B(80, 80, 30)$ ,  $C(20, 65, 50)$ .
- 2.24. Найти центр и радиус окружности, описанной вокруг треугольника  $ABC$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(40, 10, 70)$ ,  $B(80, 80, 30)$ ,  $C(20, 65, 50)$ .
- 2.25. Найти центр и радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(40, 10, 70)$ ,  $B(80, 80, 30)$ ,  $C(20, 65, 50)$ .
- 2.26. Найти расстояние между параллельными плоскостями  $P_i$  и  $Q_i$ . Плоскость  $P_i$  задана тремя точками –  $A(40, 10, 70)$ ,  $B(80, 80, 30)$ ,  $C(20, 65, 50)$ , а плоскость  $Q_i$  проходит через точку  $D(110, 65, 50)$ .
- 2.27. Построить плоскость  $Q_i$ , параллельную данной плоскости  $P_i(ABC)$  и удалённую от неё на расстояние  $d=30$  мм. Проекция точек заданы координатами:  $A(40, 10, 70)$ ,  $B(80, 80, 30)$ ,  $C(20, 65, 50)$ .
- 2.28. Построить прямую  $n$ , пересекающую две скрещивающиеся прямые  $AB$  и  $CD$  и параллельную  $EF$ . Прямую  $n$  задать парой точек. Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(75, 40, 30)$ ,  $B(35, 70, 60)$ ,  $C(85, 65, 50)$ ,  $D(45, 105, 20)$ ,  $E(10, 35, 80)$ ,  $F(25, 100, 50)$ .
- 2.29. Определить расстояние между двумя скрещивающимися прямыми  $AB$  и  $CD$ . Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(75, 40, 30)$ ,  $B(35, 70, 60)$ ,  $C(85, 65, 50)$ ,  $D(45, 105, 20)$ .
- 2.30. Построить прямую, пересекающую данные прямые  $AB$  и  $CD$  и параллельную оси  $Oy$ . Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(75, 40, 30)$ ,  $B(35, 70, 60)$ ,  $C(85, 65, 50)$ ,  $D(45, 105, 20)$ .

### 3. МНОГОГРАННИКИ

**3.1.** Построить тетраэдр, поставленный на горизонтальную плоскость проекций  $xOy$  по заданному ребру, равному **45** (по масштабу чертежа).\*

**Решение** (рис. 42). Построение тетраэдра начинают с построения на горизонтальной плоскости проекций  $xOy$  основания тетраэдра  $A_0B_0C_0$  – правильного треугольника с заданной стороной. Затем для определения проекции вершины тетраэдра совмещают его боковые грани с горизонтальной плоскостью проекций  $xOy$ , приняв за оси вращения соответствующие стороны основания тетраэдра. Совмещение граней представится в виде трёх одинаковых равно-

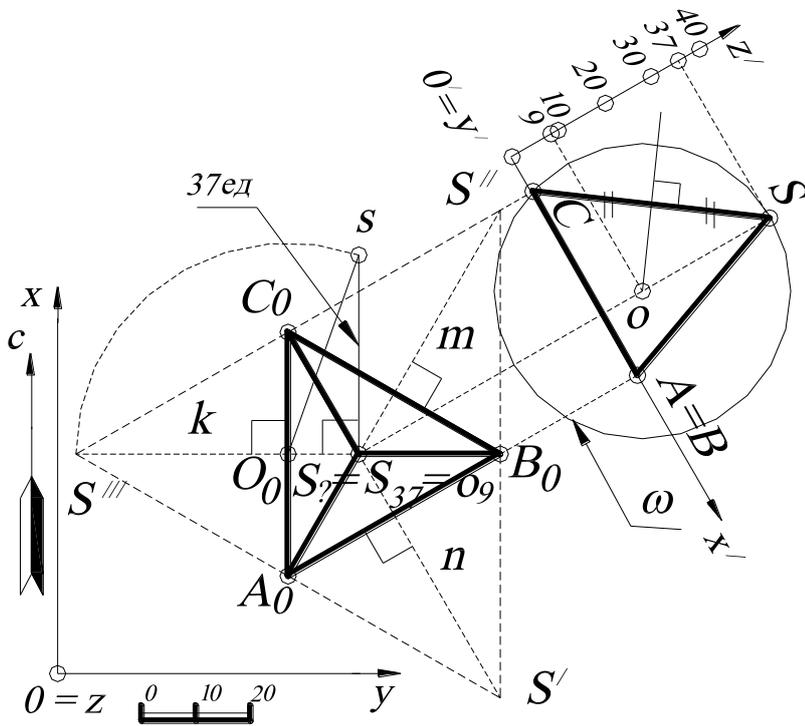


Рис. 42.

сторонних треугольников  $A_0S'B_0$ ,  $B_0S''C_0$ ,  $C_0S'''A_0$ . При этом точки  $S'$ ,  $S''$  и  $S'''$  – это совмещения одной и той же точки – вершины

тетраэдра  $S_?$ . Затем поднимают боковые грани тетраэдра до тех пор, пока точки  $S'$ ,  $S''$  и  $S'''$  не сольются в одну  $S_?$ . При этом горизонтальные проекции точек  $S'$ ,  $S''$  и  $S'''$  будут перемещаться по перпендикулярам  $n$ ,  $m$ ,  $k$  к осям вращения  $A_0B_0$ ,  $B_0C_0$ ,  $C_0A_0$ , и поэтому горизонтальная проекция вершины  $S_?$  будет находиться в точке пересечения всех трёх перпендикуляров.

\* Построения могут выполняться аналогично, если необходимо построить неправильную пирамиду по произвольным шести рёбрам.

По найденной таким образом горизонтальной проекции вершины  $S_2$  и её совмещению (например,  $S'''$ ) остаётся определить числовую отметку точки  $S_2$ . Искомая числовая отметка или расстояние от горизонтальной плоскости проекций  $xOy$  (по заданию основания тетраэдра) равно катету  $S_2s$  прямоугольного треугольника  $S_2sO_0$ , построенного по гипотенузе  $O_0S'''$  и катету  $S_2O_0$  (см. рис. 34).

Проекция описанной сферы  $\omega$  строится из условия: все точки тетраэдра принадлежат поверхности сферы. Ребро  $SC$  параллельно плоскости профиля. Следовательно, проекция описанной сферы (на профиле) будет проходить через точки  $S$ ,  $C$  и точки им симметричные относительно высоты тетраэдра (так как точка  $C$  принадлежит параллели описанной сферы и на этом профиле будет принадлежать очерку этой сферы). Построив серединный перпендикуляр к профилю отрезка  $SC$ , находят проекцию центра  $o$  описанной сферы  $\omega$ . Горизонтальная проекция описанной сферы определяется радиусом  $oS=oC$  и центром  $o_9$ . Вследствие того, что описанная сфера  $\omega$  на плане будет изображаться в виде окружности такого же радиуса, как и на профиле и для того чтобы не затенять построения тетраэдра на плане, проекция описанной сферы на плане не проведена.

Что касается зависимости между радиусом описанной сферы и длиной ребра тетраэдра, то это будет величина постоянная. Другими словами, построив один раз сферу, описанную вокруг тетраэдра с заданной величиной ребра, и пользуясь пропорциональностью, можно графически определить радиус любой другой сферы, описанной вокруг тетраэдра, и величину его ребра. Такая зависимость справедлива для всех тел Платона. На рис. 43 построена графическая зависимость длины

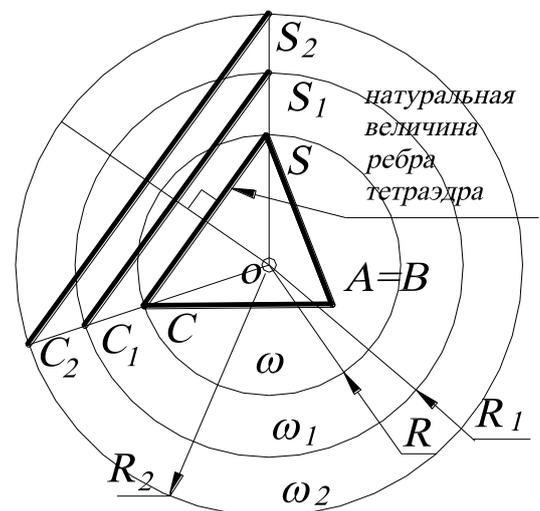


Рис. 43.

длины ребра. Такая зависимость справедлива для всех тел Платона. На рис. 43 построена графическая зависимость длины

ребра тетраэдра от радиуса описанной сферы:  $\frac{SC}{R} = \frac{S_1C_1}{R_1} = \frac{S_2C_2}{R_2} = const$ , то

есть из точки  $o$  строятся прямые, проходящие через точки  $C$  и  $S$  и в пересечении с произвольными окружностями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  - проекциями описанных сфер – определяют ребра  $S_1C_1, S_2C_2$ .

3.2. Построить гексаэдр (куб) с величиной ребра **40** (по масштабу чертежа).

**Решение** (рис. 44). В этом случае гексаэдр стоит одной своей гранью

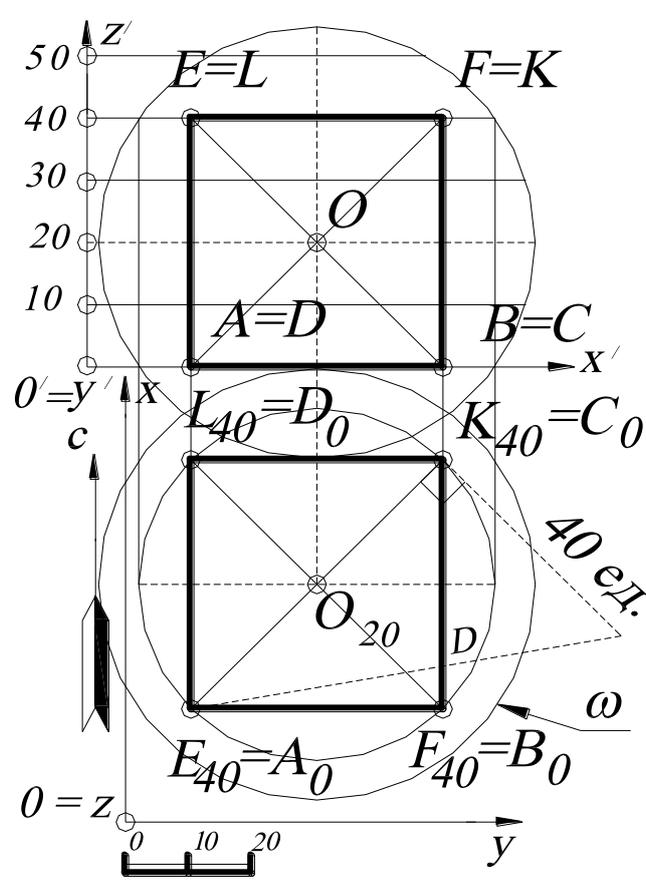


Рис. 44.

$A_0B_0C_0D_0$  на основной плоскости проекций  $xOy$ . Грань  $A_0B_0C_0D_0$  будет проецироваться на эту плоскость проекций в виде квадрата со стороной **40**. Длина ребра гексаэдра соответствует числовым отметкам верхнего основания  $E_{40}F_{40}K_{40}L_{40}$ , проекция которого будет совпадать с проекцией  $A_0B_0C_0D_0$ .

Центр описанной сферы  $\omega$  будет находиться на пересечении диагоналей гексаэдра – точка  $O_{20}$ , а длина любой диагонали будет являться диаметром  $D$  описанной сферы. Все диагонали гексаэдра проецируются на горизонтальную

плоскость проекций  $xOy$  с искажением, следовательно, на плане находят натуральную величину любой диагонали, например  $C_0E_{40}$ , методом прямоугольного треугольника. Полученная величина  $D$  является диаметром описанной сферы  $\omega$ .

3.3. Построить октаэдр с величиной ребра **42** (по масштабу чертежа).

**Решение** (рис. 45). Октаэдр состоит из восьми равносторонних треугольников, соединённых по четыре около каждой вершины. Отсюда видно, что октаэдр (правильный восьмигранник) может быть рассмотрен как две четырехугольные пирамиды –  $EABCD$  и  $FABCD$  ( $E, F$  – вершины этих пирамид), сложенные своими квадратными основаниями  $ABCD$  вместе. На этом основании построение октаэдра начинается с построения упомянутого выше квадрата со стороной **42** как основания пирамид.

В простейшем случае, когда диагональ октаэдра, соединяющая обе вершины пирамид, вертикальна, плоскость квадрата параллельна горизонтальной плоскости проекций и, следовательно, проецируется на неё в натуральную величину, а на профиле – по прямой, параллельной оси  $z'$ .

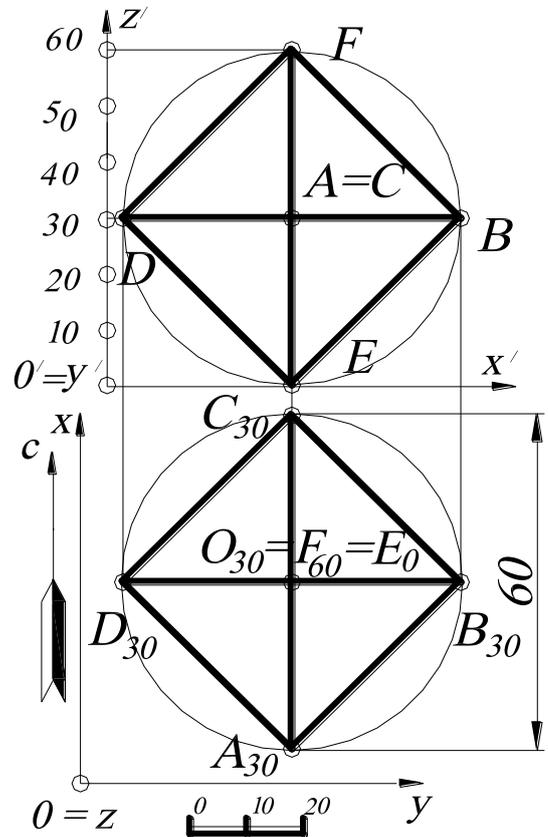


Рис. 45.

А потому, вычертив на горизонтальной плоскости квадрат  $A_{30}B_{30}C_{30}D_{30}$ , сторона которого равна ребру октаэдра, и соединив его центр  $O_{30}$ , в котором проецируются вершины  $E$  и  $F$  пирамид, с вершинами  $ABCD$ , находят горизонтальную проекцию октаэдра. Для определения числовых отметок точек  $E$  и  $F$  заметим, что все диагонали октаэдра равны между собой и что квадрат  $ABCD$  делит вертикальную диагональ пополам. Поэтому, измерив длину диагонали, например  $A_{30}C_{30}$ , которая равна **60**, получают числовые отметки точек  $E_0$  и  $F_{60}$ . Причём длина диагонали (и её проекции в этом случае) равна диаметру сферы, описанной вокруг этого октаэдра.

3.4. Построить правильный пятиугольник со стороной **50** (по масштабу чертежа).

**Решение** (рис. 46). Для этого пользуются правилом «золотого сечения». Проводят произвольную окружность с радиусом, равным  $OB$ , и делят этот радиус пополам, получая точку  $A$ . Из точки  $A$  радиусом, равным  $AC$ , проводят дугу окружности, которая пересечет горизонтальную прямую  $OF$  в точке  $D$ . Таким образом, разделили отрезок  $BD$  в отношении «золотого сечения», где  $AD$  – «большая» часть, а  $BA$  – «меньшая».

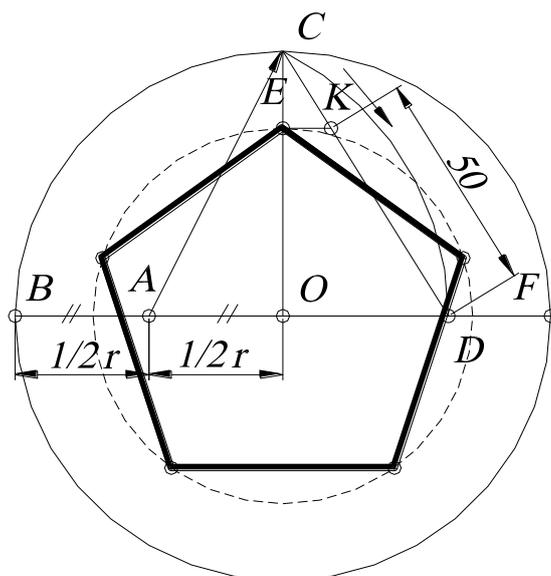


Рис. 46.

Точку  $D$  соединяют с точкой  $C$  прямой линией. Отрезок прямой  $DC$  будет являться шкалой, на которой откладывают заданную сторону правильного пятиугольника. В данной задаче на  $DC$  откладывают отрезок, равный **50**, и получают точку  $K$ . Из точки  $K$  проводят отрезок, параллельный отрезку  $OD$ , который пересечёт вертикальную ось  $OC$  в точке  $E$  – вершине правильного пятиугольника. Отрезок  $OE$  будет являться радиусом описанной окружности искомого пятиугольника. Остальные вершины пятиугольника находят, откладывая циркулем по построенной окружности отрезки (хорды), равные **50**.

3.5. Построить икосаэдр с величиной ребра **47** (по масштабу чертежа).

**Решение** (рис. 47). Икосаэдр образован двадцатью равносторонними треугольниками, соединёнными по пяти около каждой вершины и, следовательно, расположенными так, что икосаэдр может быть рассматриваемым как многогранник, состоящий из двух пятиугольных пирамид  $ACDEFG$  и  $BHJKLM$  (где  $A$  и  $B$  – вершины этих пирамид) и промежуточного многогранника, ограниченного с боков десятью равными треугольниками. Пирамиды  $ACDEFG$  и  $BHJKLM$  имеют в основании два равных и параллельных пятиугольника  $CDEFG$  и

***HJKLM***. Причём вершины этих оснований расположены так, что вершины верхнего основания ***HJKLM*** находятся напротив середин сторон нижнего основания ***CDEFG***. Поэтому, чтобы построить по заданному ребру икосаэдр, где отрезок прямой ***AB*** соединяет вершины верхней и нижней пирамид, перпендикулярен основной плоскости проекций ***xOy***, и, следовательно, пятиугольные основания ***CDEFG*** и ***HJKLM*** параллельны этой плоскости проекций, а вершина ***A*** принадлежит этой плоскости проекций (то есть имеет отметку ***0***), поступают следующим образом.

На плане чертят по заданному ребру (см. рис. 46) два правильных пятиугольника ***CDEFG*** и ***HJKLM*** так, чтобы точки ***C, D, E, F, G, H, J, K, L, M*** делили окружность, описанную около них, на десять равных частей. Тогда точки ***CDEFG*** и ***HJKLM*** представят горизонтальные проекции оснований как нижней пирамиды, так и верхней, а также промежуточного мно-

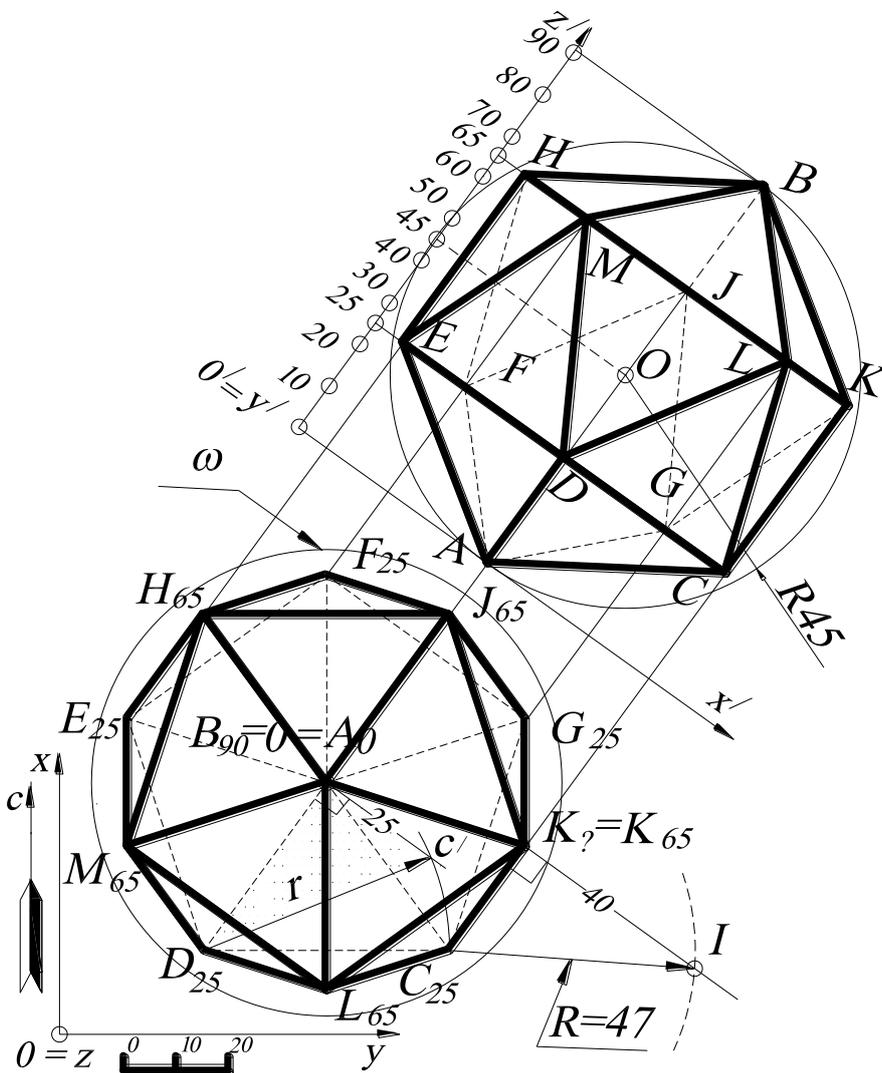


Рис. 47.

гоугольника, где центр ***O*** – это середина отрезка прямой ***AB***. Полученные точки последовательно соединяют между собой, как показано на рис. 47.

Чтобы найти числовые отметки полученных проекций вершин икосаэдра, достаточно найти высоту  $h$  обеих пирамид (они равны) и высоту  $h_1$  промежуточного многогранника, так как основание нижней пирамиды  $CDEFG$  параллельно основной плоскости проекций  $xOy$  и находится от неё на расстоянии высоты пирамиды  $h$ . Основание верхней пирамиды  $HJKLM$  также параллельно основной плоскости проекций и находится от неё на расстоянии  $h+h_1$ , а вершина  $B$  –  $h+h_1+h$ . Высота  $h$  пирамиды равна катету прямоугольного треугольника, в котором гипотенузой является ребро пирамиды, а другим катетом – расстояние от основания высоты пирамиды до одной из вершин основания пирамиды. Поэтому строят прямоугольный треугольник, в котором один катет равен  $A_0D$ . Затем в точке  $A_0$  восстанавливают перпендикуляр к  $A_0D$ , на котором делают засечку циркулем, равным гипотенузе – натуральной величине ребра пирамиды  $r=47$ . Катет прямоугольного треугольника  $A_0c'$  равен  $h$ . Измерив расстояние  $A_0c'=25$  (по масштабу чертежа), получают числовые отметки точек  $C, D, E, F, G$ , равные 25.

Остаётся найти высоту  $h_1$  промежуточного многогранника. Для этого достаточно найти высоту одной из вершин верхнего его основания  $HJKLM$ , например, вершины  $K_?$ , над плоскостью проекций  $xOy$ , так как это основание параллельно основной плоскости проекций. С этой целью используют метод прямоугольного треугольника, то есть определяют разность координат  $\Delta z=h_1$  (числовых отметок) концов отрезка, например, отрезка (ребра)  $C_{25}K_?$ , а именно строят прямоугольный треугольник  $C_{25}K_?I$ , в котором один катет равен  $C_{25}K_?$ . Затем в точке  $K_?$  восстанавливают перпендикуляр  $K_?I$ , на котором делают засечку циркулем, равным гипотенузе – ребру  $R=47$  (по масштабу чертежа).

Искомая высота точки  $K_?$  над основной плоскостью проекций определится как катет  $K_?I$  прямоугольного треугольника  $C_{25}K_?I$ , построенного по катету  $C_{25}K_?$  и гипотенузе  $R=47$ . А потому, измерив расстояние  $K_?I=40=h_1$  (в соответствии с линейным масштабом), получают отметку точки  $K_?$ , равную  $h_1+h=25+40=65$ . Все точки основания верхней пирамиды  $HJKLM$  также будут иметь числовые отмет-

ки, равные 65, так как это основание параллельно основной плоскости проекций  $xOy$ .

Вершина  $B$  будет иметь числовую отметку  $h+h_1+h=25+40+25=90$ . Наконец, диаметр описанной сферы  $\omega$  икосаэдра  $|AB|=90$ , центр  $O$  которой будет лежать на середине этого отрезка.

### 3.6. Построить додекаэдр с величиной ребра 33.

**Решение** (рис. 48). Додекаэдр (правильный двенадцатигранник) образован двенадцатью правильными пятиугольниками, соединёнными по три около каждой вершины, и расположены так, что противоположные грани многогранника лежат в плоскостях, параллельных друг другу, и симметричны относительно центра додекаэдра.

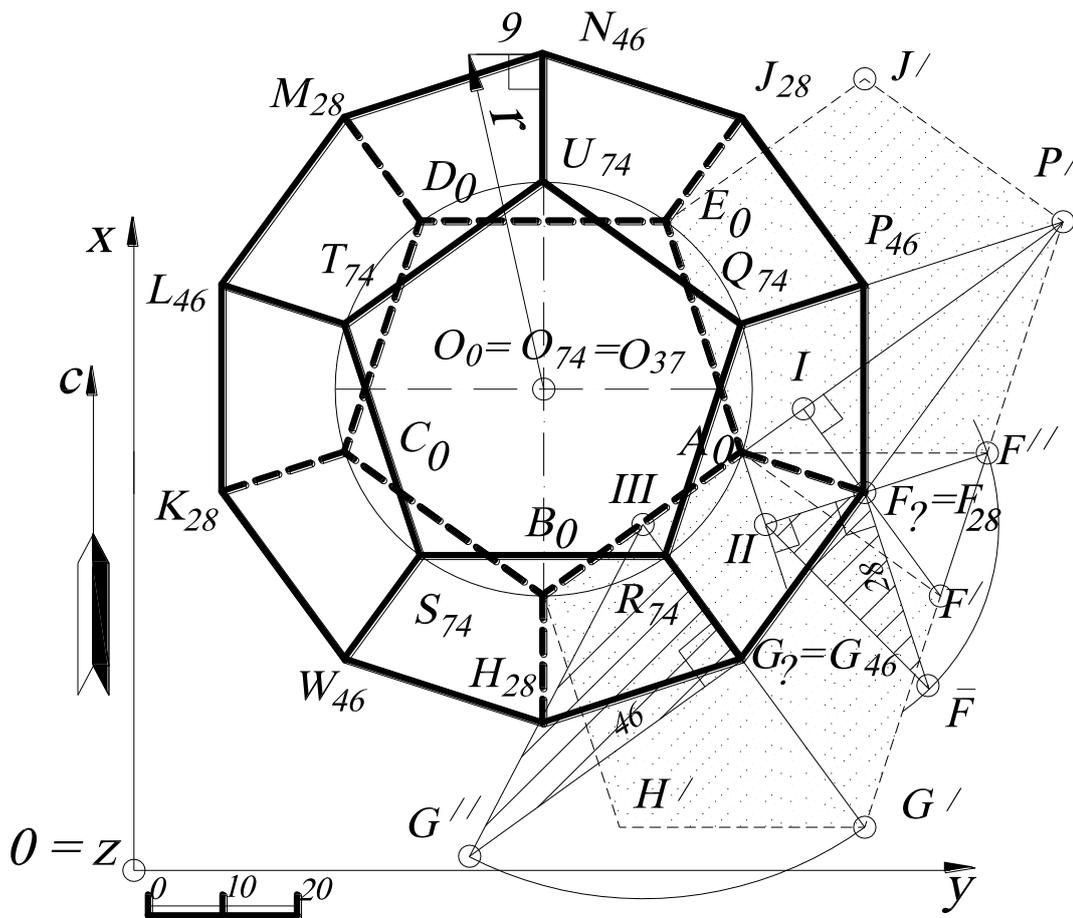


Рис. 48.

Построение выполняется следующим образом. Предположим, что додекаэдр одной из своих граней  $ABCDE$  поставлен на основную плоскость проекций  $xOy$ . В таком случае вычерчивают на основной плоскости проекций правильный пятиугольник  $A_0B_0C_0D_0E_0$  – основание додекаэдра. Чтобы определить проекции боковых вершин додекаэдра и их числовые отметки, совмещают с плоскостью проекций  $xOy$  две смежные грани, прилегающие к основанию  $A_0B_0C_0D_0E_0$ , вращая их около ребра  $A_0B_0$  и  $A_0E_0$ . Совмещение этих граней представится в виде двух правильных пятиугольников –  $B_0H'G'F'A_0$  и  $A_0F''P'J'E_0$ , причём легко видеть, что точки  $F'$  и  $F''$  – это прообразы для совмещения одной и той же точки – вершины  $F_?$ . Вращая грани, поднимают их в первоначальное положение и находят проекции точек  $F'$ ,  $F''$ ,  $G'$ . На плане проекции этих точек будут при восстановлении граней перемещаться по перпендикулярам к осям вращения  $A_0B_0$  и  $A_0E_0$ . Следовательно, горизонтальная проекция вершины  $F_?$  будет находиться на пересечении перпендикуляров  $IF'$  и  $III F''$ , по которым перемещаются точки  $F'$  и  $F''$ .

Что касается числовой отметки точки  $F_?$ , то она будет находиться на высоте от основной плоскости проекций  $xOy$ , которая определится по величине катета  $F_?, \bar{F}$  в прямоугольном треугольнике  $III F_?, \bar{F}$  (см. рис. 34). Другими словами, длина катета  $F_?, \bar{F}$  равна  $28$  (по построению), а ось вращения  $A_0E_0$  занимает нулевую отметку, тогда точка  $F_? = F_{0+28} = F_{28}$ .

Чтобы найти числовую отметку точки  $G_?$  по совмещению  $G'$ , то можно увидеть на рис. 46, что прямая  $F'G'$  пересекает ось вращения  $A_0B_0$  в точке  $P'$ , и, следовательно, горизонтальная проекция точки  $G'$  должна находиться одновременно и на горизонтальной проекции  $P'F$  прямой  $F'P'$  и на перпендикуляре  $III G'$  к оси вращения  $A_0B_0$ , то есть в точке их пересечения  $G_?$ . По известным точкам  $G_?$  и  $G'$  (см. рис. 34) определяют числовую отметку точки  $G_?$ , как катет  $G_?G''$  прямоугольного треугольника  $G_?G''III$ , построенного по катету  $III G_?$  и гипотенузе  $III G'' = G_?G'$ . Поэтому, измерив расстояние  $G_?G''$  (в соответствии с линейным масштабом), получают числовую отметку точки  $G_? = G_{46}$ .

Таким же образом можно было бы поступать для определения проекций всех остальных вершин додекаэдра. Однако вследствие правильности многогранника все его вершины, подобные  $F$  и  $G$ , расположены одинаковым образом относительно основной плоскости проекций и симметрично относительно оси додекаэдра, проведённой через центры обоих оснований  $ABCDE$  и  $RSTUQ$ . Следовательно, вершина  $F$  и точки  $H, K, M, J$  лежат на одном и том же расстоянии от основной плоскости проекций и симметрично расположены относительно центра окружности, описанной около основания  $ABCDE$ . На этом же основании горизонтальные проекции  $F, H, K, M, J$  образуют вершины правильного пятиугольника, имеющего общую проекцию центра с основанием  $ABCDE$ , и одну из вершин в точке  $F$ . Числовые отметки точек  $H, K, M, J$  равны числовой отметке точки  $F$ , так как проекция пятиугольника  $FHKMJ$  параллельна основной плоскости проекций.

На этом же основании горизонтальные проекции  $G, W, L, N, P$  образуют вершины правильного пятиугольника, имеющего общую проекцию центра с основанием  $ABCDE$ , и одну из вершин в точке  $G$ . Следовательно, вершины  $W, L, N, P$  имеют числовые отметки такие же, как у вершины  $G$ , то есть  $46$ .

Наконец, верхняя грань  $RSTUQ$ , параллельная основной плоскости проекций, имеет горизонтальной проекцией правильный пятиугольник, вписанный в одинаковую окружность, что и пятиугольник  $ABCDE$ , и притом так, что вершины обоих многоугольников разделяют окружность на десять равных частей. В силу симметричности додекаэдра числовые отметки грани  $RSTUQ$  определяются арифметическим прибавлением разности числовых отметок грани  $F_{28}H_{28}K_{28}M_{28}J_{28}$  и грани  $A_0B_0C_0D_0E_0$  к числовым отметкам грани  $G_{46}W_{46}L_{46}N_{46}P_{46}$ , то есть  $28-0=28$ ,  $28+46=74$ , и получают грань с отметками  $R_{74}S_{74}T_{74}U_{74}Q_{74}$ .

Центр описанной вокруг додекаэдра сферы лежит на середине оси  $O_0O_{74}$ , то есть в точке  $O_{37}$ . Все вершины додекаэдра принадлежат поверхности сферы. Поэтому проекцией радиуса описанной сферы будет отрезок, соединяющий центр  $O_{37}$  с любой её вершиной, например  $N_{46}$ . Натуральную величину радиуса  $r$  опи-

санной сферы определяют методом прямоугольного треугольника, как показано

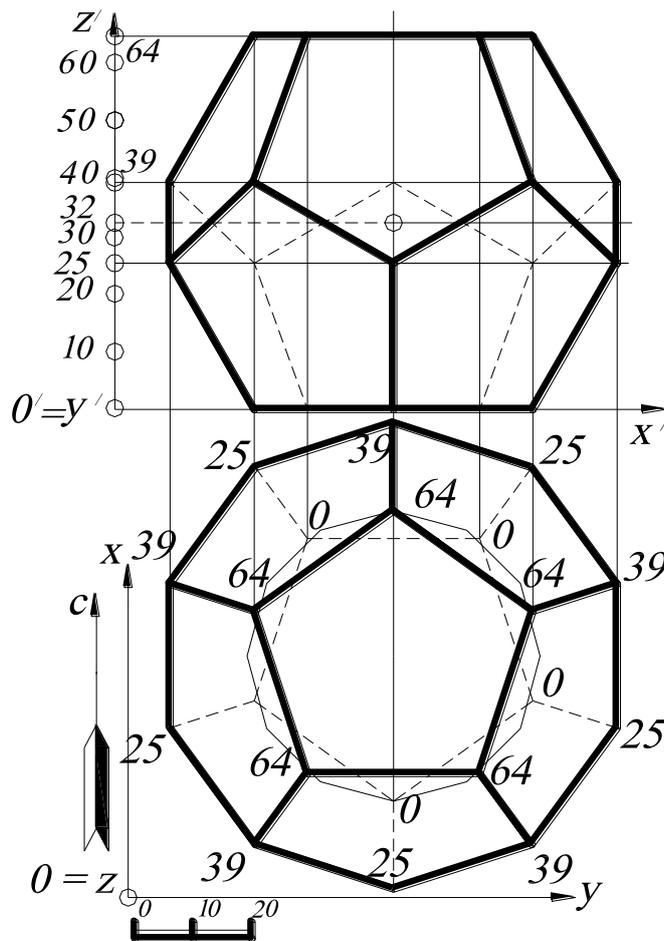


Рис. 49.

на рис. 48 (проекция описанной сферы на чертеже не показана из-за множества линий основных построений додекаэдра).

На рис. 49 показано построение профиля додекаэдра. Задаётся система координатных осей  $O'x'y'z'$  (ось  $y'$  будет проецироваться в точку, совпадающую с  $O'$ ), и по линиям проекционной связи строят вершины додекаэдра в соответствии с их числовыми отметками. Затем все полученные вершины соединяются отрезками прямых с учётом видимости рёбер додекаэдра.

3.7. Найти точки пересечения пирамиды  $ABCD$  с плоскостью  $\omega_i$ .

**Решение** (рис. 50). Построение выполняется следующим образом. Градуируют сторону  $SA$  и строят горизонтали  $h_1, h_2, h_3$ , принадлежащие плоскости грани  $SAC$ . Находят линию пересечения

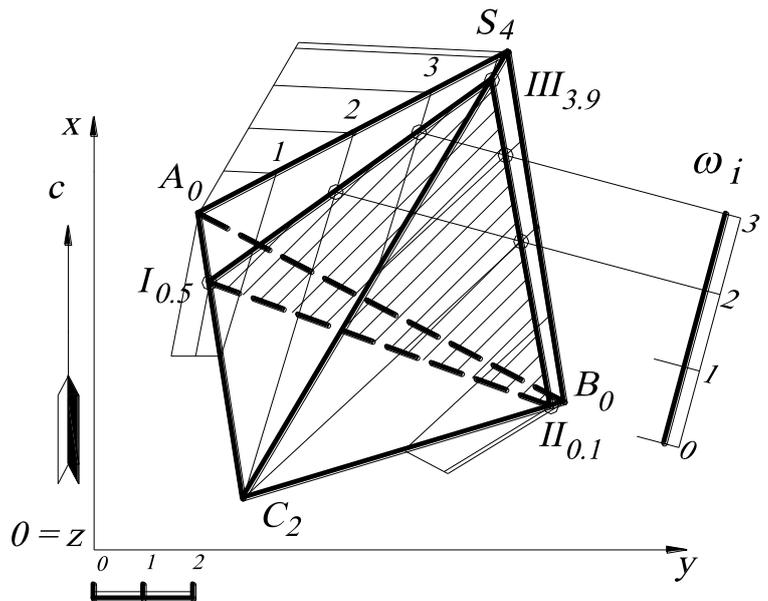


Рис. 50.

границы  $SAC$  и заданной плоскости  $\omega_i$ , как пересечение пары горизонталей с одинаковыми числовыми отметками (см. задачу 2.8.). В пересечении пар горизонталей с отметками  $2$  и с отметками  $3$  получаются две точки, которые задают линию пересечения ( $I, III$ ) границы  $SAC$  и заданной плоскости  $\omega_i$ .

Аналогично строят линию пересечения границы  $SCB$  с заданной плоскостью  $\omega_i$ , в результате имеют линию пересечения ( $II, III$ ). Грань  $ACB$  с заданной плоскостью  $\omega_i$  пересекается по прямой ( $I, II$ ), так как построенные точки  $I$  и  $II$  принадлежат рёбрам этой грани, и поэтому дополнительные построения здесь выполнять необязательно. Построенный треугольник является сечением пирамиды  $SABC$  заданной плоскостью  $\omega_i$ . Определяют видимость этого треугольника и числовые отметки его вершин  $I, II$  и  $III$  (с помощью градуирования).

### 3.8. Найти точки пересечения пирамиды $SABC$ с прямой $DE$ .

**Решение** (рис. 51). Построение точек пересечения многогранника с прямой линией связано с основной позиционной задачей. **Алгоритм** выполняется в следующей последовательности.

1. Через заданную прямую проводится вспомогательная плоскость-посредник (таких плоскостей можно провести пучок  $\infty^1$ ).
2. Строится фигура сечения (см. пример на рис. 50). Затем определяются точки пересечения (с числовыми отметками) заданной прямой со сторонами фигуры сечения.
3. Определяют видимость прямой.

Через заданную прямую  $D_3E_1$  проводят вспомогательную плоскость-посредник  $\omega_i$ , в сечении которой с заданным многогранником будет треугольник  $I_{0,5}II_{0,1}III_{3,9}$ . Полученное сечение  $I_{0,5}II_{0,1}III_{3,9}$  пересечет заданную прямую  $D_3E_1$  в точках  $F$  и  $K$ , отметки которых определяются градуированием отрезка прямой  $D_3E_1$ .

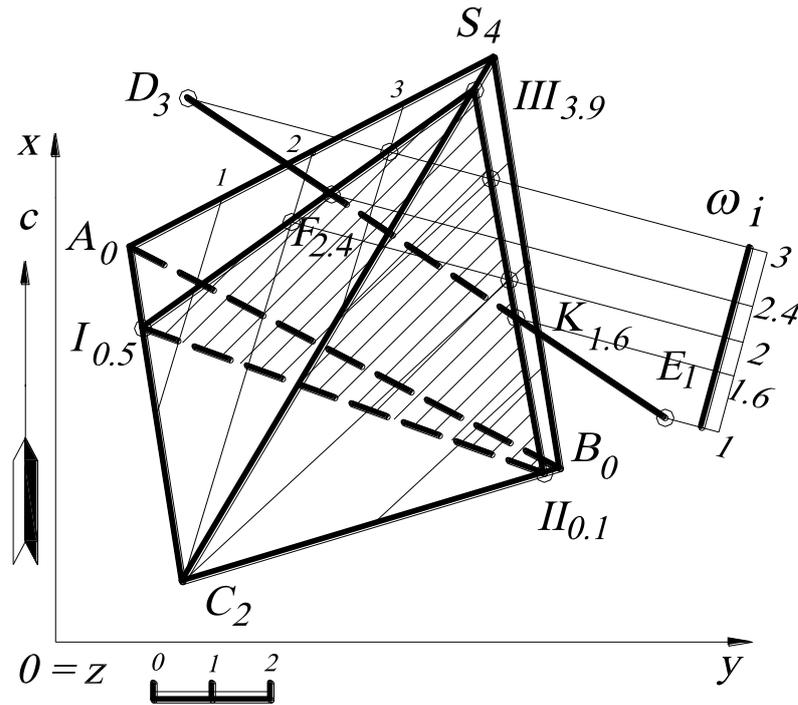


Рис. 51.

Видимость отрезка прямой  $D_3E_1$  определяется по конкурирующим точкам. Другими словами, находят точки, принадлежащие поверхности многогранника и прямой  $D_3E_1$ , проекции которых совпадают, и определяют их числовые отметки с помощью градуирования. Точка будет видимой, числовая отметка которой больше (в зависимости от этого, определяется видимость многогранника или прямой). На рис. 51 проекция прямой  $D_3E_1$  и проекция ребра  $S_4C_2$  пересекаются. Однако ребро  $S_4C_2$  находится выше, чем прямая  $D_3E_1$ , значит, прямая  $D_3E_1$  является невидимой, а в точках пересечения с многогранником  $F_{2.4}$  и  $K_{1.6}$  видимость её меняется на противоположную.

### УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

- 3.1. Построить пересечение прямой  $EF$  с пирамидой  $ABCD$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(140, 120, 40)$ ,  $B(90, 30, 0)$ ,  $C(40, 20, 20)$ ,  $D(20, 130, 0)$ ;  $E(70, 15, 10)$ ,  $F(100, 150, 40)$ .

- 3.2. Построить сечение поверхности пирамиды  $SABCD$  плоскостью  $MLN$ . Проекции точек заданы координатами:  $S(135, 120, 150)$ ,  $A(55, 15, 20)$ ,  $B(95, 180, 70)$ ,  $C(20, 160, 30)$ ,  $D(20, 25, 0)$ ,  $M(160, 55, 110)$ ,  $L(145, 30, 90)$ ,  $N(145, 55, 100)$ .
- 3.3. Построить проекцию прямой призмы, нижнее основание которой  $A_{20}B_{20}C_{50}$ , а высота равна  $60$  мм. Проекции точек заданы координатами:  $A(65, 55, 20)$ ,  $B(35, 90, 20)$ ,  $C(80, 90, 50)$ .
- 3.4. Поставить на плоскость  $K_0L_{60}M_{30}$  треугольную пирамиду  $SABC$ , в основании которой лежит правильный треугольник  $A_?B_?C_?$ , если известен центр  $O(35, ?, 40)$  и радиус описанной окружности основания  $R=25$  мм, высота пирамиды  $h=70$  мм. Вершины  $A_?$  и  $C_?$  принадлежат горизонтали плоскости  $K_0L_{60}M_{30}$ . Плоскость  $K_0L_{60}M_{30}$  задана координатами точек:  $K(65, 15, 0)$ ,  $L(65, 105, 60)$ ,  $M(5, 60, 30)$ .
- 3.5. Построить проекцию пирамиды, нижнее основание которой  $A_{20}B_{20}C_{50}$ , вершина  $S_?$  лежит на прямой, перпендикулярной основанию, проходящей через точку  $C_{50}$  и  $S_?C_{50}=60$  мм. Проекции точек заданы координатами:  $A(65, 55, 20)$ ,  $B(35, 90, 20)$ ,  $C(80, 90, 50)$ .
- 3.6. Поставить на плоскость  $K_0L_{60}M_{30}$  прямую треугольную призму, в основании которой лежит правильный треугольник  $A_?B_?C_?$ , если известен центр  $O(35, ?, 40)$  и радиус описанной окружности основания  $R=25$  мм, высота призмы  $OO'=70$  мм. Верхнее основание параллельно нижнему и проходит через точку  $O'(35, 40, ?)$ . Вершины  $A_?$  и  $C_?$  принадлежат горизонтали плоскости  $K_0L_{60}M_{30}$ . Плоскость  $K_0L_{60}M_{30}$  задана координатами точек:  $K(65, 15, 0)$ ,  $L(65, 105, 60)$ ,  $M(5, 60, 30)$ .
- 3.7. Поставить на плоскость  $K_0L_{60}M_{30}$  треугольную пирамиду  $SADC$ , в основании которой лежит правильный треугольник  $A_{35}B_?C_?$ , если известен центр описанной окружности основания  $O(35, ?, 40)$  и точка  $A(55, ?, 35)$ . Высота пирамиды  $S_?O_{40}=70$  мм. Плоскость  $K_0L_{60}M_{30}$  задана координатами точек:  $K(65, 15, 0)$ ,  $L(65, 105, 60)$ ,  $M(5, 60, 30)$ .

- 3.8. Построить прямую призму, основания которой – параллельные треугольники  $A_{55}B_{50}C_{30}$  и  $A'_{?}B'_{?}C'_{?}$ , а высота призмы  $h=70$  мм. Призма стоит на плоскости  $K_0L_{60}M_{30}$ . Проекция вершин нижнего основания призмы заданы следующими координатами:  $A(60, ?, 55)$ ,  $B(15, ?, 50)$ ,  $C(50, ?, 30)$ . Плоскость  $K_0L_{60}M_{30}$  задана координатами точек:  $K(65, 15, 0)$ ,  $L(65, 105, 60)$ ,  $M(5, 60, 30)$ .
- 3.9. Построить проекции пирамиды по заданному основанию  $A_0B_0C_0$  и натуральным величинам трёх её рёбер:  $SA=60$  мм,  $SB=50$  мм,  $SC=70$  мм. Основание пирамиды задано координатами точек:  $A(70, 20, 0)$ ,  $B(40, 50, 0)$ ,  $C(75, 70, 0)$ .
- 3.10. Построить сечение пирамиды  $S_{70}A_0B_0C_0D_0E_0$  плоскостью  $K_0M_{60}L_{40}$  и найти натуральную величину фигуры сечения. Плоскость  $K_0M_{60}L_{40}$  задана координатами точек  $K(55, 5, 0)$ ,  $M(20, 55, 60)$ ,  $L(5, 25, 40)$  Пирамида задана координатами точек:  $S(60, 60, 70)$ ,  $A(50, 35, 0)$ ,  $B(80, 35, 0)$ ,  $C(90, 60, 0)$ ,  $D(70, 75, 0)$ ,  $E(35, 70, 0)$ .

## 4. ПОВЕРХНОСТИ

**4.1.** Построить наклонный эллиптический цилиндр, заданный осью (отрезок прямой  $M_1K_{-3}$ ) и вертикальным сечением (окружность с радиусом  $r=25$ ).

**Решение** (рис. 52). Наклонный эллиптический цилиндр на чертеже в проекциях с числовыми отметками может задаваться однопараметрическим семейством эллипсов с числовыми отметками, а также этот цилиндр может определяться осью и вертикальным сечением, являющимся окружностью.

Ось наклонного цилиндра задается отрезком прямой  $M_1K_{-3}$ . Через точку  $M_1$  строят вертикальное сечение, перпендикулярное на плане к оси цилиндра, и вводят новую систему координат  $Ox'y'z'$  для профиля. На профиле строят окружность заданного радиуса  $r=25$  (в соответствии с линейным масштабом), которая является вертикальным сечением наклонного эллиптического цилиндра.

На профиле (вертикальном сечении) проводят горизонтальные линии, расстояние между которыми в масштабе равно единичным высотным превышениям. Другими словами, на профиле находят верхнюю образующую цилиндра, высот-

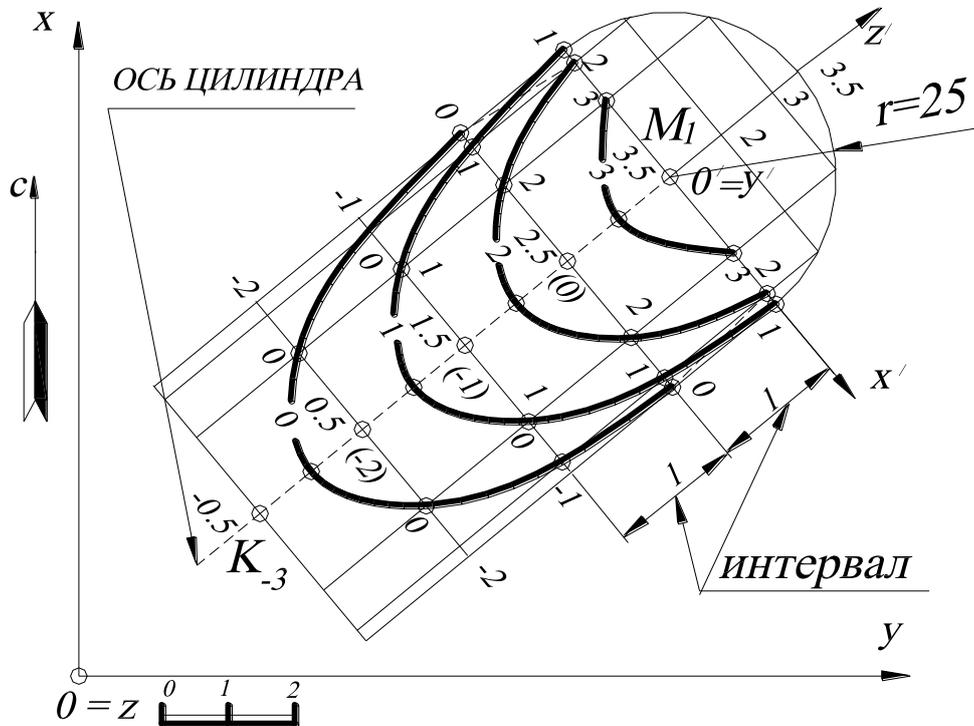


Рис. 52.

ная отметка которой равна 3.5, и ещё две образующие, высотные отметки которых на профиле равны 3 и 2. На плане масштабы заложения этих образующих будут такими же, как и масштабы заложения оси цилиндра  $l$ , так как по условию задания они параллельны друг другу, а их высотные отметки будут определяться пропорционально с помощью профиля.

Крайние очерковые образующие будут иметь высотные отметки, одинаковые с высотными отметками оси, так как они лежат в одной плоскости и, как было уже сказано, параллельны друг другу. Для точности построения эллипсов градуируют ещё две образующие, высотные отметки которых на профиле равны 2.

Для построения эллипса с высотной отметкой, например  $l$ , необходимо на всех проградированных образующих цилиндра найти точки с высотной отметкой  $l$  и соединить их плавной кривой. Семейство (однопараметрическое) построенных эллипсов задаст на плане наклонный эллиптический цилиндр, а эллипс с высотной отметкой  $0$  – сечение этого цилиндра горизонтальной плоскостью проекций  $H$ .

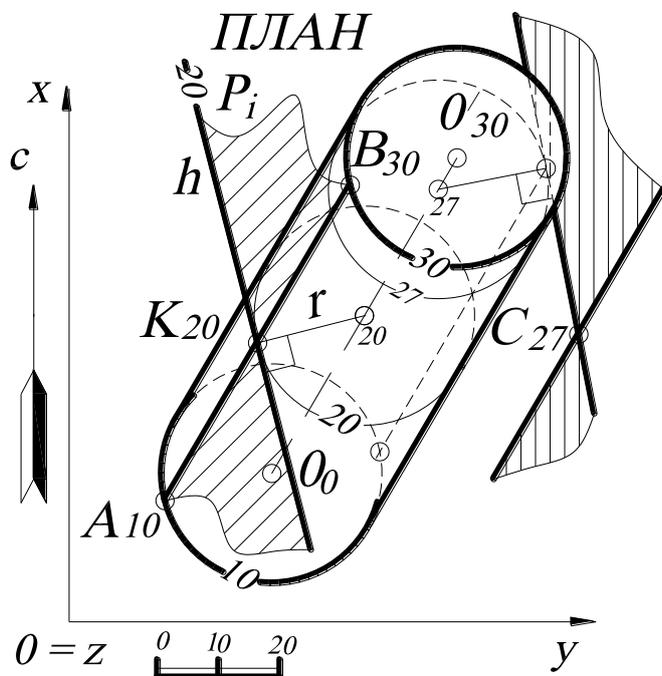


Рис. 53.

4.2. Построить касательную плоскость  $P_i$  к поверхности наклонного цилиндра, проходящую через точку  $K_{20}$ . Точка  $K_{20}$  принадлежит поверхности цилиндра.

**Решение** (рис. 53). Касательная плоскость в обыкновенной (регулярной) точке  $K$  определена однозначно касательными в этой точке к любым двум кривым, расположенным на поверхности и пересекающимися в этой точке  $K$ . Следовательно, через точку  $K_{20}$  проводят образующую цилиндра  $A_{10}B_{30}$ , которая будет являться общей для цилиндра и

образующую цилиндра  $A_{10}B_{30}$ , которая будет являться общей для цилиндра и



ную прямую, пересекала бы поверхность цилиндра по прямым линиям, то есть эта плоскость должна быть параллельна образующим цилиндра (в том случае, если задан конус, то плоскость должна проходить через его вершину).

Таким образом, через прямую  $A_{10}B_{40}$  проводят плоскость  $P_i$ , которая пересекала бы поверхность цилиндра по его образующим. Плоскость  $P_i$  будет являться плоскостью общего положения, так как образующие цилиндра – это прямые общего положения. Для построения плоскости  $P_i$  на прямой  $A_{10}B_{40}$  выбирают произвольную точку, например  $B_{40}$ , и строят прямую  $B_{40}D_0$ , параллельную оси  $O_0O_{50}$  цилиндра. На основании свойства параллельности прямых интервал прямой  $B_{40}D_0$  равен интервалу оси цилиндра (или интервалу образующей). Затем на прямой  $A_{10}B_{40}$  находят точку с отметкой  $0$ , определив интервал прямой  $A_{10}B_{40}$  (на чертеже градуирование  $A_{10}B_{40}$  не показано). Пересекающиеся прямые  $A_{10}B_{40}$  и  $B_{40}D_0$  будут определять плоскость  $P_i$ , параллельную оси цилиндра и пересекающую его поверхность по образующим  $t'$  и  $t''$ . Точки пересечения  $E_{19}$  и  $F_{31}$  прямой  $A_{10}B_{40}$  с этими образующими будут искомыми точками встречи прямой с поверхностью цилиндра. Числовые отметки точек  $E_{19}$  и  $F_{31}$  определяются градуированием отрезка прямой  $A_{10}B_{40}$  (на чертеже градуирование не показано).

#### 4.4. Построить сечение сферы плоскостью общего положения $\omega_i$ .

**Решение** (рис. 55). Для нахождения сечения сферы плоскостью общего положения строится профиль  $O'x'y'z'$ , плоскость  $O'x'z'$  которого перпендикулярна горизонталям заданной плоскости  $\omega_i$ . В этом случае заданная плоскость общего положения на этом профиле будет проецирующей. Поэтому вводится новая декартова система координат, причем ось  $x'$  перпендикулярна горизонталям плоскости  $\omega_i$ , ось  $z'$  выбирается вертикально и перпендикулярно к оси  $x'$ , а ось  $y'$  совпадает с началом отсчета  $O'$ . Для решения этой задачи профиль удобнее строить в проекционной связи, как показано на рис. 55. На профиле плоскость  $\omega_i$  будет изображаться в виде прямой, совпадающей с линией падения плоскости, сфера –

в виде окружности. На профиле находят общие точки плоскости и сферы и с помощью линий проекционной связи переносят на план (точка  $c_{26}$  – это точка пересечения осей эллипса, построение которой показано на рис. 55). Большая ось эллипса, проходящая через точку  $c_{26}$ , пересекает очерк сферы в двух точках. Точки, принадлежащие экватору сферы, будут являться точками изменения видимости сечения.

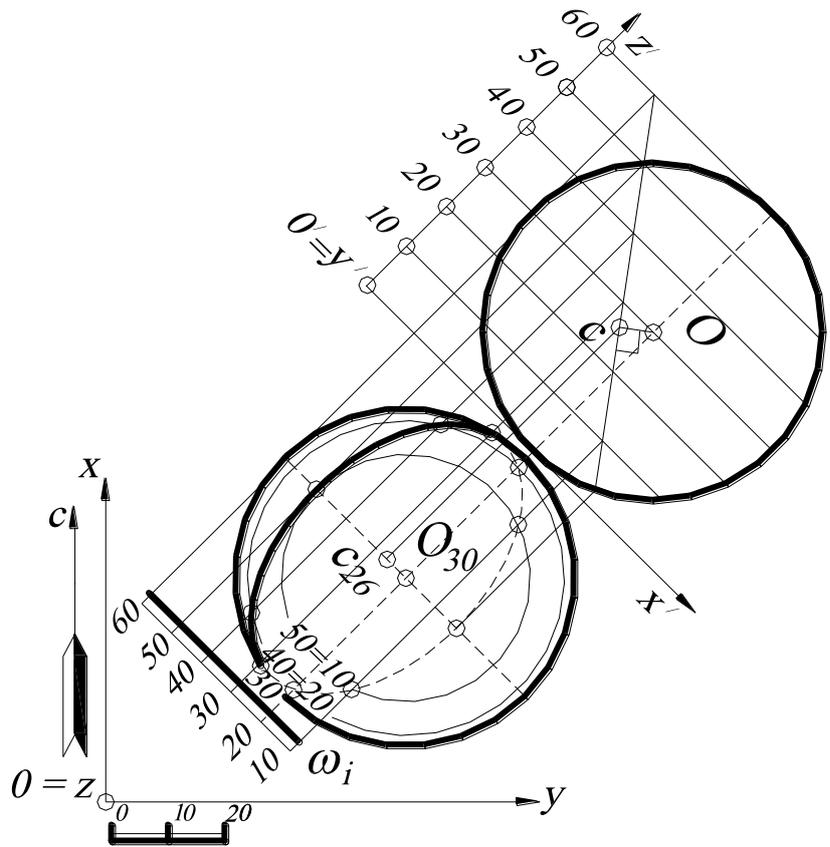


Рис. 55.

**4.5.** Найти точки (точку) пересечения прямой  $F_{10}E_{60}$  общего положения с поверхностью сферы.

**Решение** (рис. 56). **Алгоритм** этой задачи связан с основной позиционной задачей (нахождение точки пересечения прямой с плоскостью):

1. Через прямую проводят вспомогательную плоскость-посредник.
2. Находят пересечение вспомогательной плоскости-посредника со сферой (окружность).
3. Определяют точки пересечения (вместе с их высотными отметками) полученного сечения с заданной прямой.
4. Определяют видимость заданной прямой.

На чертеже в проекциях с числовыми отметками этот алгоритм реализуется следующим образом. Через прямую  $E_{60}F_{10}$  проводят вертикальную плоскость-

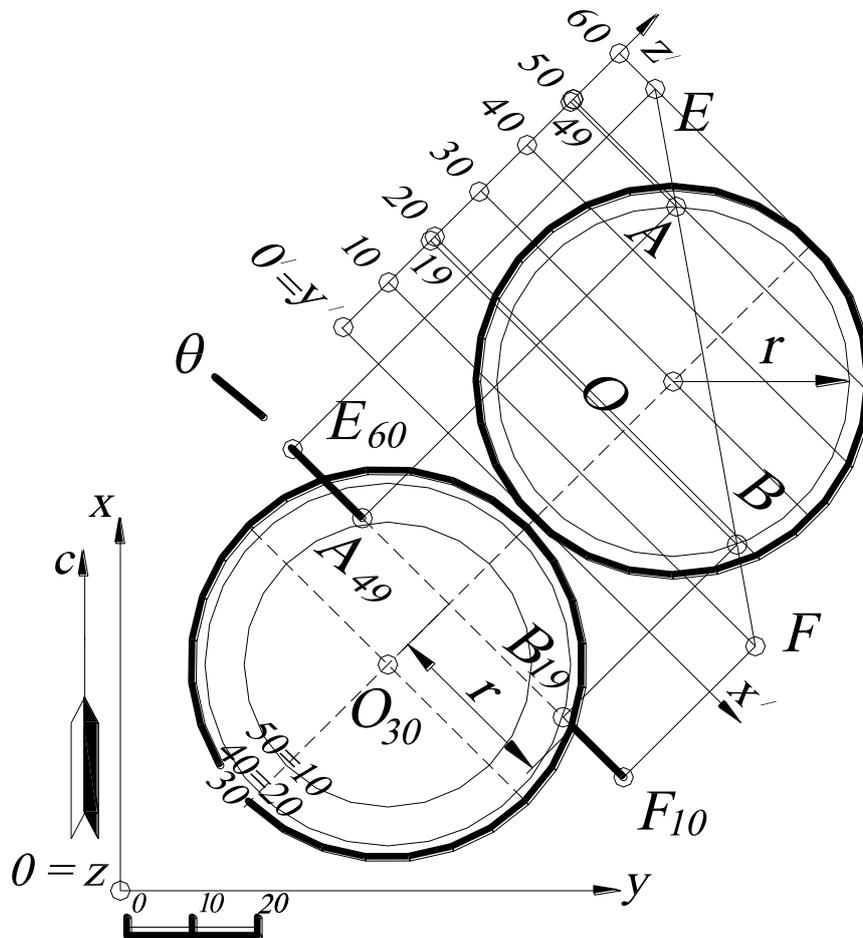


Рис. 56.

посредник  $\theta$ . Затем строится профиль  $Ox'y'z'$  (новая декартова система координат) так, чтобы ось  $x'$  была параллельна проекции (заложению) прямой  $E_{60}F_{10}$ , так как в этом случае сечение сферы радиуса  $r$  на этот профиль спроецируется без искажения, а прямая изобразится в виде прямой  $AB$ . На профиле определяются общие точки сечения и заданной прямой –  $A_{49}$  и  $B_{10}$ , которые потом с помощью линий проекционной связи переносятся на план. Видимость прямой  $E_{60}F_{10}$  определяют относительно поверхности сферы, то есть если поверхность сферы видима, то прямая невидима (и наоборот).

**4.6.** Построить сечение прямого кругового конуса плоскостью общего положения  $\theta_i$ , не проходящей через вершину конуса.

**Решение** (рис. 57, 58, 59, 60). Прямой круговой конус задаётся на плане горизонтальными сечениями (или параллелями), расстояния между которыми определяется расстоянием – интервалом конуса  $l_k$ . При пересечении конуса плоскостью общего положения  $\theta_i$ , не проходящей через вершину конуса, возможны четыре варианта.

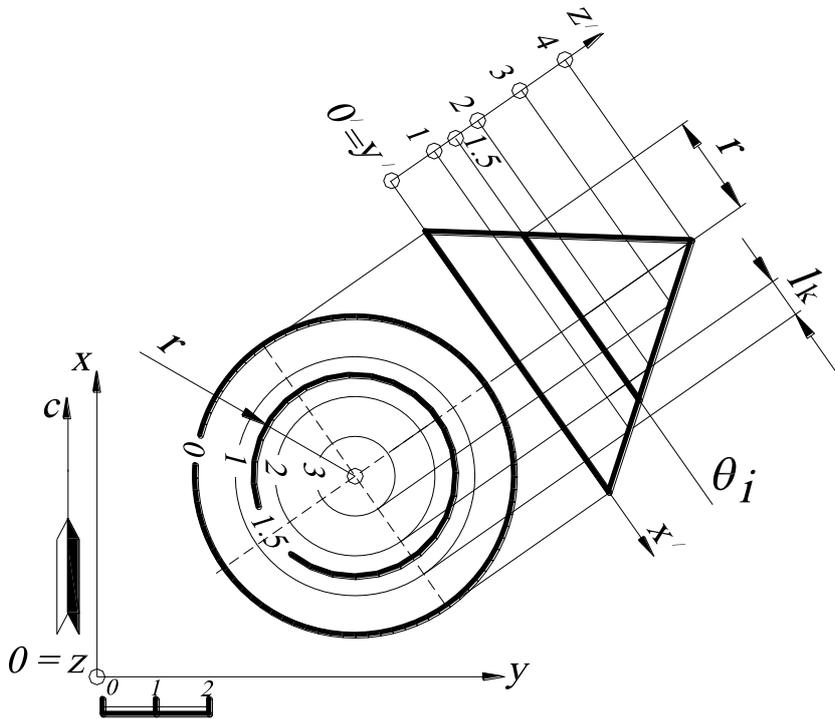


Рис. 57.

**1. Окружность,**

когда секущая плоскость перпендикулярна оси вращения конуса. Если на чертеже интервал (масштаб заложения) секущей плоскости равен бесконечности, то есть секущая плоскость  $\theta_i$  параллельна основной плоскости проекций  $H$ , то в сечении получается окружность (все точки окружности

имеют одну и ту же высотную отметку, например 1,5 (см. рис. 57).

**2. Эллипс (или его часть),** когда секущая плоскость  $\theta_i$  пересекает все образующие одной половины конуса (или могут пересекать), но не перпендикулярна оси конуса.

На чертеже в проекциях с числовыми отметками если интервал (масштаб заложения) секущей плоскости  $l_\theta$  будет больше интервала (масштаба заложения) образующей поверхности заданного конуса  $l_k$ ,  $l_\theta > l_k$ , то в сечении получается эллипс или его часть (см. рис. 58). Для построения эллипса на плане используют

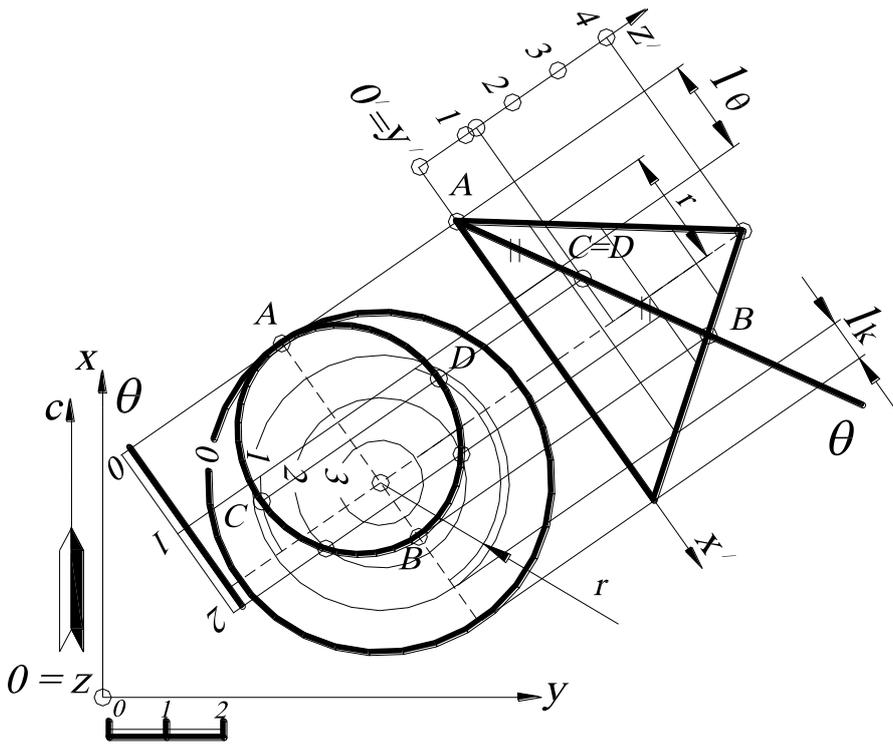


Рис. 58.

ки). Если интервал (масштаб заложения) секущей плоскости  $l_\theta$  меньше интервала (масштаба заложения) образующей конуса  $l_k$  (см. рис. 59) или секущая плоскость перпендикулярна основанию конуса, то в сечении получается гипербола

$$l_\theta < l_k, \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

профиль, плоскость которого выбирают так, чтобы плоскость  $\theta_i$  стала проецирующей, то есть перпендикулярной горизонталям плоскости  $\theta_i$ .

3. *Гипербола*, когда секущая плоскость  $\theta$  параллельна двум образующим. (Гипербола имеет две бесконечно удаленные точки).

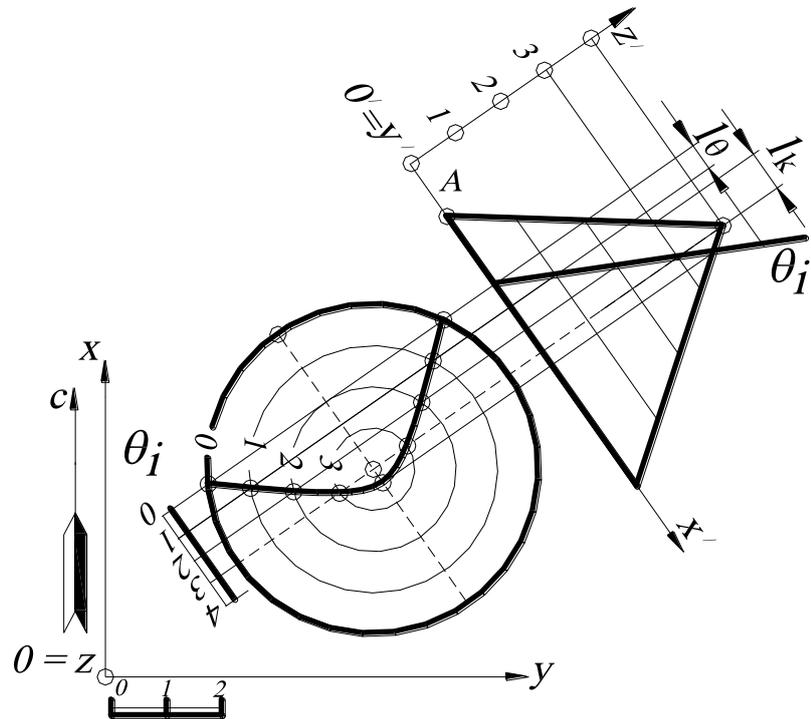


Рис. 59.

Если  $l_\theta = 0$ , гипербола на основную плоскость проекций  $H$  будет проецироваться в виде прямой, совпавшей с этой вертикальной плоскостью  $\theta_i$ .

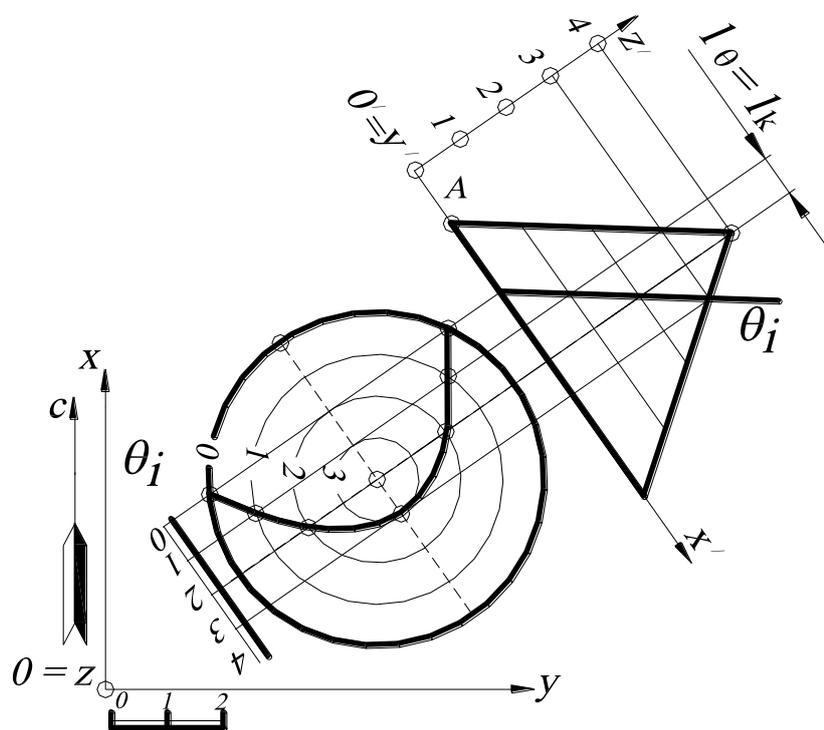


Рис. 60.

**4. Парабола**, когда секущая плоскость  $\theta_i$  параллельна одной образующей конуса вращения (парабола имеет одну бесконечно удаленную точку). На чертеже в проекциях с числовыми отметками, если интервал (масштаб заложения) секущей плоскости  $l_\theta$  равен интервалу (масштабу заложения) образующей

конуса  $l_k$ , то в сечении получается парабола  $l_\theta = l_k$ ,  $y^2 = 2px$  (см. рис. 60).

Если *секущая плоскость проходит через вершину конуса*, то в сечении может получиться (рис. 61):

а) *две изотропные (мнимые) прямые*, в пересечении которых появляется действительная точка – вершина конуса  $S$ , при этом интервал секущей плоскости  $l_\theta$  будет больше интервала образующей конуса вращения  $l_k$ :

$$l_\theta > l_k;$$

б) *две совпавшие прямые*, интервал секущей плоскости  $l_\theta$  будет равен интервалу образующей конуса  $l_k$ :  $l_\theta = l_k$ ;

в) две пересекающиеся прямые, интервал секущей плоскости  $l_\theta$  меньше интервала образующей конуса  $l_k$ :  $l_\theta < l_k$  (а также если секущая плоскость проходит через ось конуса).

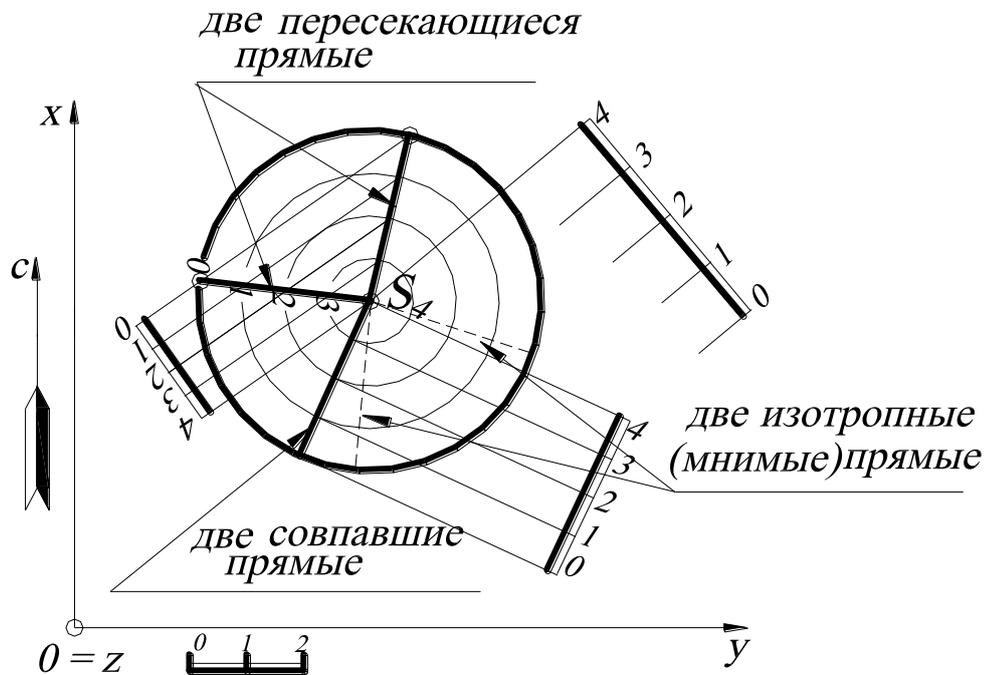


Рис. 61.

4.7. Найти точки пересечения прямой  $A_{10}B_{40}$  и прямого кругового конуса, заданного вершиной  $S_{60}$  и основанием заданного радиуса с отметкой  $10$ .

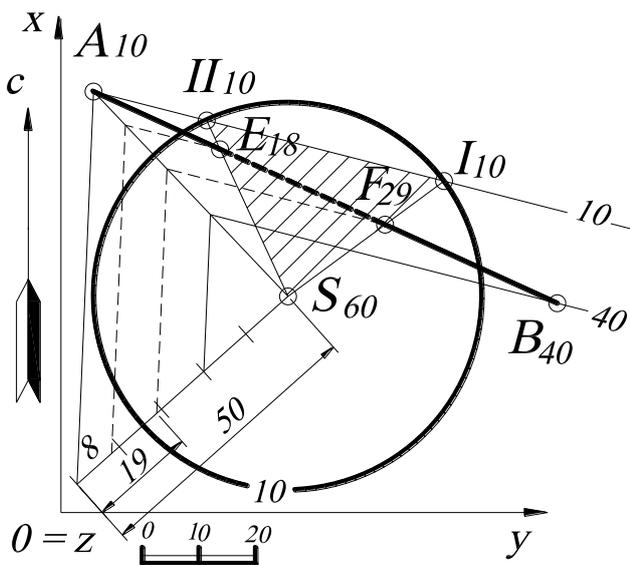


Рис. 62.

**Решение** (рис. 62). Алгоритм решения этой задачи см. в задаче 4.5. Через вершину конуса  $S_{60}$  (см. задачу 4.3) и прямую  $A_{10}B_{40}$  задают плоскость  $S_{60}A_{10}B_{40}$  – это плоскость общего положения. Строят горизонтали этой плоскости (например,  $40$ -ю и  $10$ -ю), проградировав отрезок  $S_{60}A_{10}$ . Находят пересечение плоскости  $S_{60}A_{10}B_{40}$  с поверхностью заданного

конуса – это две образующие  $S_{60}I_{10}$  и  $S_{60}II_{10}$ . Затем определяют точки пересечения заданной прямой  $A_{10}B_{40}$  и полученных образующих  $S_{60}I_{10}$  и  $S_{60}II_{10} - E_{18}$  и  $F_{29}$ , числовые отметки которых определяются градуированием отрезка прямой  $A_{10}B_{40}$  (см. построение на рис. 62).

4.8. Найти расстояние от точки  $A_{30}$  до поверхности прямого кругового конуса,

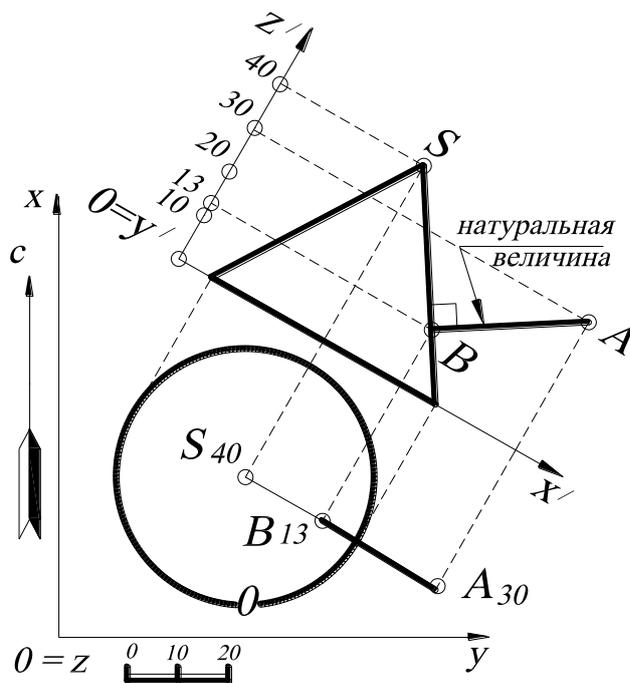


Рис. 63.

заданного вершиной  $S_{40}$  и основанием – окружностью заданного радиуса с отметкой  $0$ .

**Решение** (рис. 63). Расстоянием до поверхности конуса является перпендикуляр, опущенный из точки  $A_{30}$  к ближайшей образующей конуса. Проекция этого перпендикуляра на плане будет находиться в плоскости, задаваемой точкой  $A_{30}$  и осью конуса. Для нахождения точки пересечения

этого перпендикуляра с поверхностью конуса строится профиль, параллельный этой плоскости. На профиле определяется точка пересечения перпендикуляра с поверхностью конуса  $B$  и её числовая отметка –  $13$ , а также натуральная величина расстояния  $A_{30}B_{13}$  (так как отрезок прямой  $A_{30}B_{13}$  параллелен плоскости профиля).

4.9. Построить касательную плоскость к поверхности прямого кругового конуса, проходящую через точку  $K_{20}$ . Конус задан вершиной  $S_{30}$  и основанием  $n$  – окружностью заданного радиуса с числовой отметкой  $0$ .

**Решение** (рис. 64). Известно, что касательная плоскость к поверхности в точке определяется двумя касательными, проведёнными к кривым поверхности,

проходящими через эту точку. Вершина конуса является особой точкой, и через

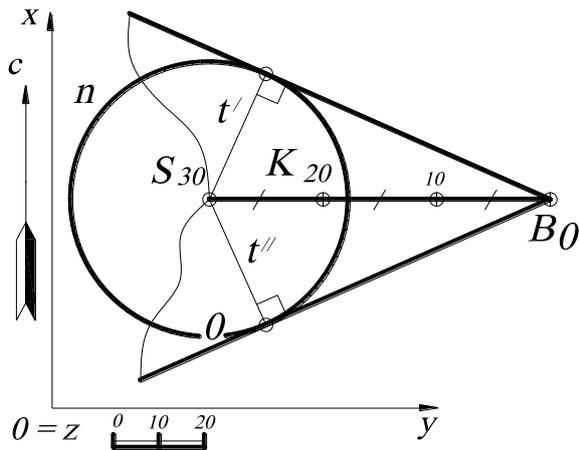


Рис. 64.

неё проходят множество касательных – образующих конуса. Следовательно, касательная плоскость в этом случае задается прямой  $K_{20}S_{30}$  и любой касательной прямой, проведённой к поверхности конуса, например к его параллели.

Точка  $K_{20}$  не принадлежит поверхности конуса. Для построения касательной к основанию конуса определяют точку  $B_0$  – пересечение прямой  $S_{30}K_{20}$  с основной плоскостью проекций  $H$ .

Из точки  $B_0$  строят касательные прямые к основанию конуса  $n$ , и в точках касания с основанием конуса определяют образующие конуса  $t'$  и  $t''$ . Касательные к основанию конуса и образующие  $t'$  и  $t''$  будут задавать две касательные плоскости. Решение задачи не изменилось бы, если строить горизонталь конуса с числовой отметкой 20 и проводить к ней касательные из точки  $K_{20}$ .

**4.10.** Найти расстояние от точки  $A_{40}$  до поверхности тора (круговое кольцо, «бублик»).

**Решение.** Тор образован вращением окружности вокруг оси, принадлежащей плоскости этой окружности

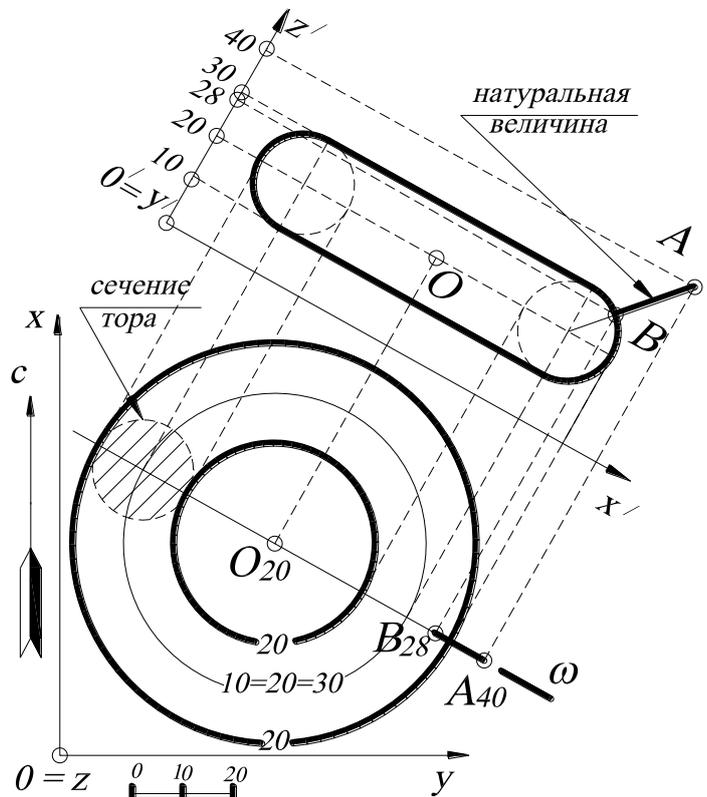


Рис. 65.

(эта окружность показана на рис. 65). Расстоянием является прямая, соединяющая заданную точку  $A_{40}$  с центром этой окружности – сечением тора, и будет находиться в плоскости, проходящей через центр тора  $\omega$ . Для нахождения точки пересечения прямой и тора строится профиль параллельно проецирующей плоскости  $\omega$ .

На профиле определяется искомая точка  $B$  и её числовая отметка  $28$ . На плане точка  $B_{28}$  находится с помощью линии проекционной связи. Натуральная величина расстояния определяется на профиле (по построению).

**4.11.** Построить линейчатую поверхность, направляющие  $p, q, r$  которой – скрещивающиеся прямые (рис. 66).

**Решение.** Образующая  $l$ , проходящая через точку  $P$ , принадлежащую направляющей  $p$ , пересекает прямые  $q$  и  $r$  и при движении точки  $P$  по прямой  $p$  описывает поверхность, называемую **однополостным (линейчатым) гиперболоидом**. В этом случае необходимо найти образующую  $l$ , проходящую через точку  $P$  и две скрещивающиеся прямые  $q$  и  $r$ .

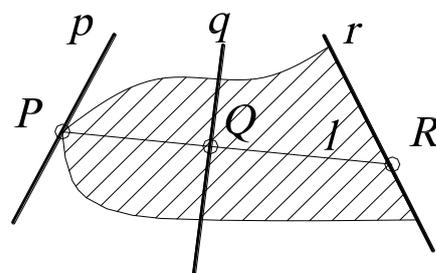


Рис. 66.

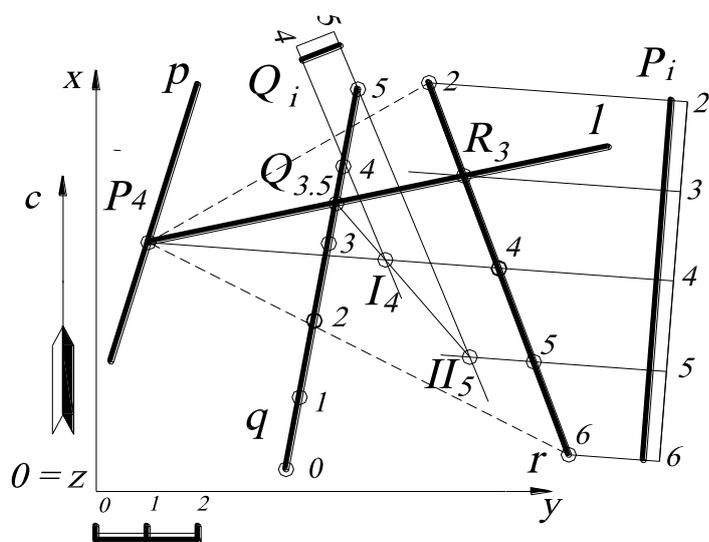


Рис. 67.

Задача сводится к основной позиционной задаче начертательной геометрии (нахождение общих элементов прямой и плоскости, рис. 67).

**Алгоритм.**

1. На прямую  $r$  (можно выбрать и другую прямую, то есть  $q$ ) и точку  $P$  «натягивают»

плоскость (на чертеже эта плоскость показана штриховыми линиями). Затем эту плоскость задают горизонталями  $P_i$ .

2. Находят точку пересечения прямой  $q$  с плоскостью  $P_i$ :

а) через прямую  $q$  проводят вспомогательную плоскость-посредник  $Q_i$ ;

б) находят пересечение плоскостей  $P_i$  и  $Q_i$  – прямая  $I_4II_5$ ;

в) находят точку пересечения прямой  $I_4II_5$  и

прямой  $q$  – точка  $Q_{3,5}$ .

3. Прямая, соединяющая заданную точку  $P_4$  и построенную точку  $Q_{3,5}$ , будет искомой прямой  $l$ .

Форма поверхности показана на рис. 68.

На рис. 69 построен однополостный гиперболоид в проекциях с числовыми отметками. На профиле очерк гиперболоида – гипербола, которая строится по точкам пересечения параллелей с плоскостью главного меридиана или может быть построена на профиле как огибающая вращающейся

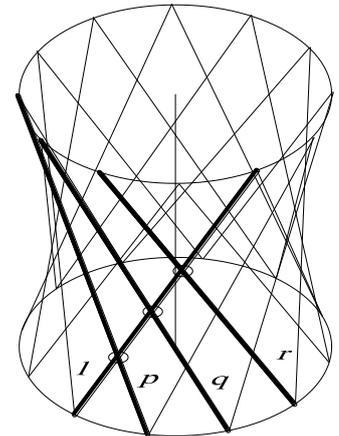


Рис. 68.

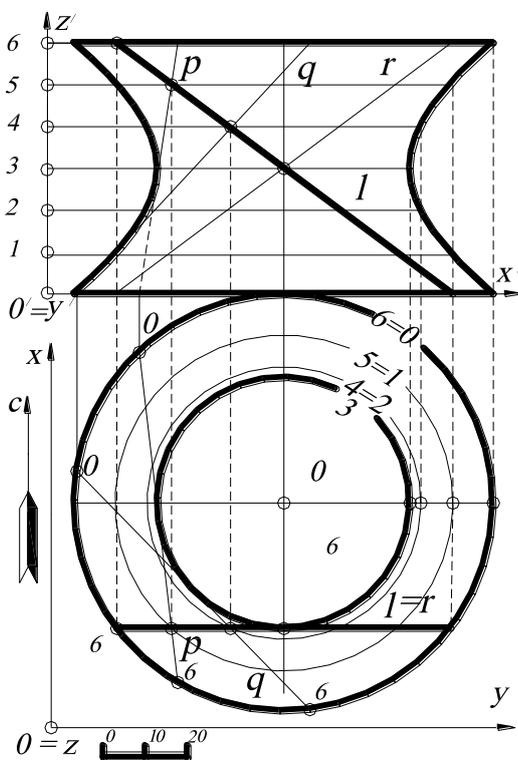


Рис. 69.

образующей  $l$  в разных её положениях; на плане очерк однополостного гиперболоида – горловая окружность (горловая параллель) – огибающая горизонтальных проекций прямолинейных образующих  $l$ . Однополостный гиперболоид является поверхностью второго порядка.

Множество прямых, с которыми совпадает при вращении образующая  $l$ , называют 1-м семейством на гиперболоиде. Из симметрии поверхности вращения относительно меридиональной плоскости следует существование на гиперболоиде 2-го семейства

прямых. Прямые 1-го семейства закручены влево, прямые 2-го – вправо. Любые две прямые одного семейства скрещиваются, любые две прямые из разных семейств пересекаются (или параллельны). Через каждую точку однополостного гиперболоида проходят одна правая и одна левая прямые.

**4.12.** Построить к заданной кривой  $A_3B_2C_1D_0$  поверхность одинакового ската с углом наклона поверхности к основной плоскости проекций  $H$ , равным  $\alpha=70^\circ$ .

**Решение** (рис. 70). Построения выполняются следующим образом:

1. В соответствии с масштабом чертежа строится профиль, в котором проводится прямая под углом  $\alpha$ . Получаемый при этом отрезок  $l$  характеризует интервал образующих конусов.

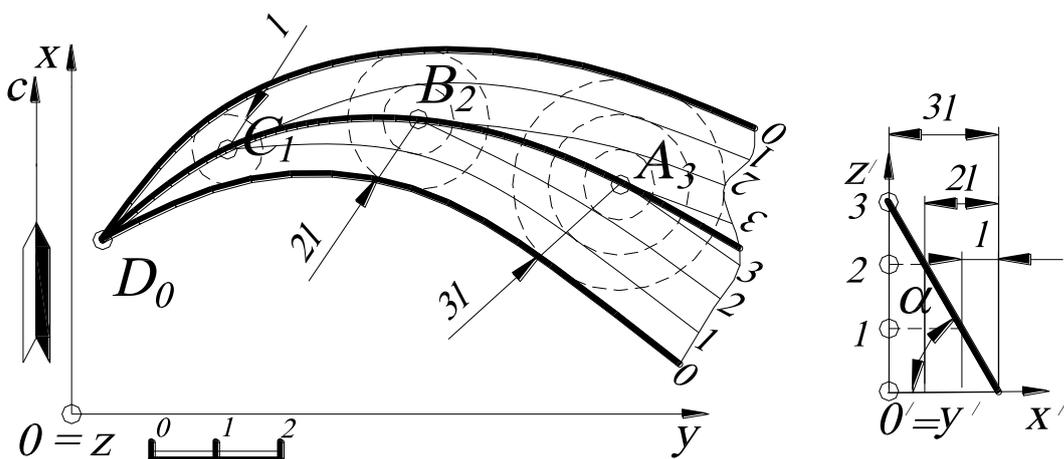


Рис. 70.

2. В соответствии с интервалом  $l$  строятся образующие конусов с центрами в точках  $C_1B_2A_3$ .

3. По касательным к горизонталям конусов с одинаковыми высотными отметками проводятся лекальные кривые горизонталей поверхности одинакового ската.

Наглядное изображение этой поверхности представлено на рис. 71.

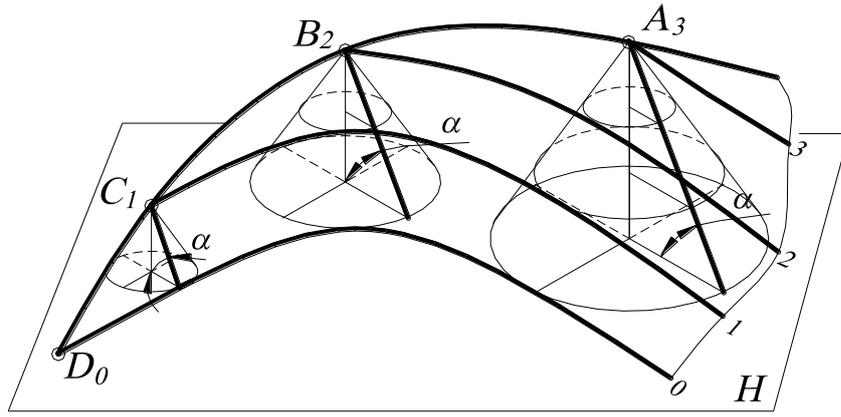


Рис. 71.

**4.13.** Построить поверхность равнодлинного откоса (частный случай коноида), образующая которой – прямая  $l$ , параллельная плоскости параллелизма  $q$ . Образующая постоянной длины  $|l|=4$  (по масштабу чертежа) этой поверхности одним концом скользит по направляющей прямой  $A_0B_4$ , а другим по горизонтальной плоскости проекций  $H$ . Натуральная величина образующей определяется расстоянием от точки  $B_4$  до горизонтальной плоскости проекций  $H$ .

**Решение** (рис. 72). В общем случае поверхность равнодлинного откоса можно представить как поверхность, соприкасающуюся с однопараметрическим

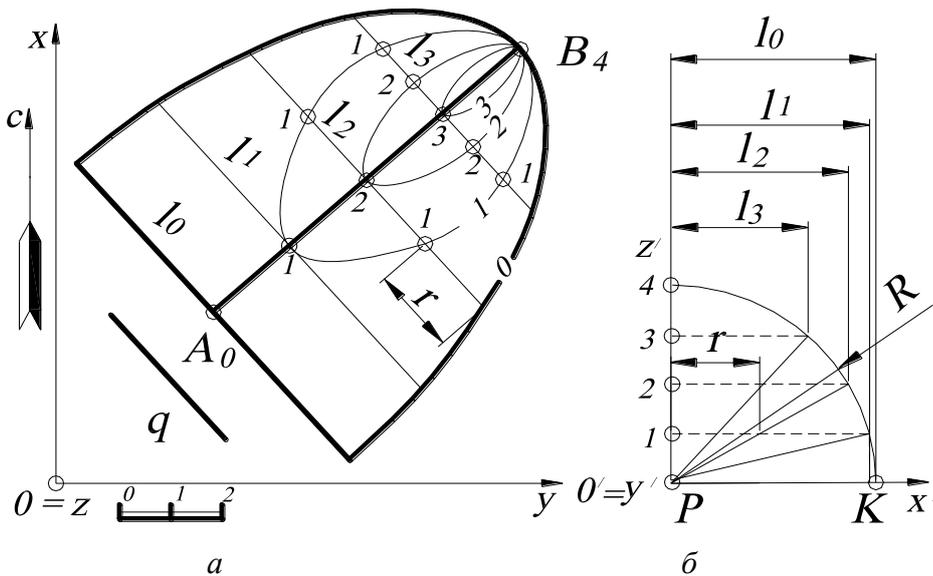


Рис. 72.

множеством прямых круговых конусов с вертикальной осью (вершины этих конусов лежат на направляющей (прямой)  $A_0B_4$ , а основания – на горизонтальной плоскости проекций  $H$ ). Тогда образующую конуса можно

рассматривать как постоянную образующую поверхности равнодлинного откоса, параллельную плоскости  $q \perp H$  (рис. 72, а).

Для определения горизонтальных проекций образующих части поверхности равнодлинного откоса проводят окружность (на рис.72, б показана часть этой окружности) радиуса  $R=4$ , равного длине отрезка образующей  $PK=l_0$ . Рассекают эту окружность отрезками горизонтальных прямых, расстояния между которыми в масштабе чертежа равны единице (линейный масштаб). Длину отрезка  $PK$  можно рассматривать как постоянную образующую конусов.

Затем строятся образующие поверхности равнодлинного откоса, проходящие через отметки  $0, 1, 2, 3$ , причём горизонтальные проекции этих образующих на плане перпендикулярны направляющей  $A_0B_4$ . В точке с отметкой «4» образующая поверхности будет проецирующей.

Построенные образующие на плане градуируют с интервалом, равным единице, то есть определяют промежуточные высотные отметки, расположенные между концами отрезка образующей. Градуировка осуществляется с помощью переноса соответствующих высотных отметок. Для этого используется сетка горизонтальных сечений на профиле (рис. 72, б) (например, расстояние  $r$  на образующей  $l_2$  соответствует точке с высотной отметкой  $1$ ). Точки с одинаковыми высотными отметками соединяют плавными кривыми линиями, которые являются горизонталями поверхности равнодлинного откоса.

Наглядное изображение этой поверхности представлено на рис. 73.

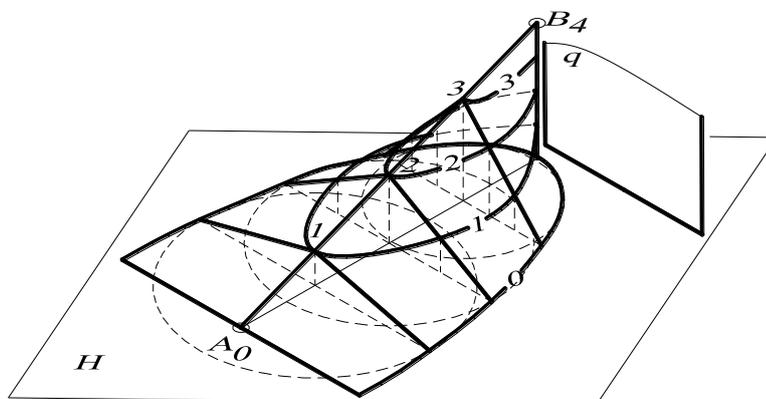


Рис. 73.

## УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

- 4.1. Определить расстояние от поверхности сферы до прямого кругового конуса. Сфера с центром  $O(50, 60, 70)$ ,  $R_{\text{сферы}}=25$  мм. Конус с вершиной  $S(20, 30, 80)$  и основанием конуса – окружностью  $R=20$  мм, принадлежащей плоскости проекций  $xOy$ .
- 4.2. Найти на поверхности наклонного конуса с круглым основанием образующие, наклонённые к основной плоскости проекций  $xOy$  под углом  $30^\circ$ . Конус задан вершиной  $S(110, 10, 60)$  и основанием – окружностью с центром  $O(35, 55, 0)$  и радиусом  $R=30$  мм.
- 4.3. Построить проекцию сферы радиусом  $30$  мм, касательной к горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ , к плоскости общего положения  $A_{60}B_0C_{30}$  и к вертикальной плоскости, проходящей через а) ось  $Ox$ , б) ось  $Oy$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(50, 45, 60)$ ,  $B(50, 105, 0)$ ,  $C(10, 75, 30)$ .
- 4.4. На отрезке прямой  $A_{40}B_{20}$  построить точку  $C_?$ , удалённую от начала системы координат  $O$  на  $60$  мм. Проекции точек заданы координатами:  $A(20, 10, 40)$ ,  $B(40, 50, 20)$ .
- 4.5. Построить проекции конуса вращения с вершиной в точке  $S_{60}$ . Отрезок прямой  $S_{60}K_{45}$  – одна из образующих конуса. Окружность основания лежит в плоскости  $A_{50}B_{30}C_0$ . Проекции точек заданы координатами:  $A(10, 10, 50)$ ,  $B(65, 30, 30)$ ,  $C(10, 60, 0)$ ,  $S(35, 75, 60)$ ,  $K(55, 25, 45)$ .
- 4.6. Построить проекцию конуса вращения, лежащего на горизонтальной плоскости проекций и касающегося её по прямой  $O_?S_?$ . Точка  $S_?$  – вершина конуса; угол, который образующая составляет с осью конуса, –  $30^\circ$ . Радиус окружности основания –  $30$  мм. Проекции точек заданы координатами:  $O(35, 15, ?)$ ,  $S(35, 75, ?)$ .
- 4.7. Через прямую  $A_{45}B_{65}$  провести плоскость  $\omega$ , касательную к сфере с центром  $O(30, 65, 35)$  и радиусом  $R=25$  мм. Проекции точек заданы координатами:  $A(30, 10, 45)$ ,  $B(30, 45, 65)$ .

- 4.8. Построить проекцию конуса вращения, основание которого принадлежит плоскости  $A_{50}B_{30}C_0$ , высота  $h=60$  мм и радиус основания  $R=25$  мм. Центр основания – точка  $O(35, 40, 20)$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(10, 10, 50)$ ,  $B(65, 30, 30)$ ,  $C(10, 60, 0)$ .
- 4.9. Построить проекцию прямого цилиндра вращения, основание которого принадлежит плоскости  $A_{50}B_{30}C_0$ , высота  $h=60$  мм и радиус основания  $R=25$  мм. Центр основания – точка  $O(35, 40, 20)$ . Проекция точек плоскости заданы координатами:  $A(10, 10, 50)$ ,  $B(65, 30, 30)$ ,  $C(10, 60, 0)$ .
- 4.10. Построить проекции точек пересечения прямой со сферой, заданной центром  $O(35, 55, 30)$  и радиусом  $R=30$  мм. Прямая задана проекциями точек: а)  $A(15, 20, 15)$ ,  $B(15, 90, 15)$ , б)  $C(20, 40, 70)$ ,  $D(20, 40, 0)$ , в)  $F(70, 45, 60)$ ,  $E(25, 95, 20)$ .
- 4.11. Построить проекции точек пересечения прямой с прямым конусом вращения, заданным вершиной  $S(35, 50, 50)$ , окружностью основания с центром  $O(35, 50, 0)$  и радиусом  $R=30$  мм, лежащей в горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ . Прямая задана проекциями точек: а)  $A(15, 20, 15)$ ,  $B(15, 90, 15)$ , б)  $C(20, 40, 70)$ ,  $D(20, 40, 0)$ , в)  $F(65, 20, 40)$ ,  $E(35, 85, 10)$ .
- 4.12. Через прямую  $A_{40}B_{60}$  провести плоскость  $\omega$ , пересекающую прямой конус вращения по параболе. Конус вращения задан вершиной  $S(55, 60, 60)$  и основанием – окружностью, принадлежащей горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ , с центром  $O(55, 60, 0)$  и радиусом  $R=45$  мм. Прямая задана проекциями точек:  $A(10, 5, 40)$ ,  $B(55, 30, 60)$ .
- 4.13. Построить сечение прямого конуса вращения плоскостью, которая проходит через прямую  $KM$  и перпендикулярна к образующим этого конуса. Конус вращения задан вершиной  $S(55, 60, 60)$  и основанием – окружностью, принадлежащей горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ , с центром  $O(55, 60, 0)$  и радиусом  $R=45$  мм. Найти натуральную величину сечения. Координаты точек –  $K(80, 35, 40)$ ,  $M(20, 15, 40)$ .

- 4.14. Построить сечение прямого конуса вращения плоскостью, которая проходит через прямую  $KM$  и параллельна образующим этого конуса. Конус вращения задан вершиной  $S(55, 60, 60)$  и основанием – окружностью, принадлежащей горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ , с центром  $O(55, 60, 0)$  и радиусом  $R=45$  мм. Найти натуральную величину сечения. Координаты точек –  $K(65, 50, 0)$ ,  $M(0, 50, 0)$ .
- 4.15. Построить сечение прямого конуса вращения плоскостью, проходящей через отрезок прямой  $KE$  и наклонённой к горизонтальной плоскости проекций  $xOy$  под углом  $75^\circ$ . Конус вращения задан вершиной  $S(55, 60, 60)$  и основанием – окружностью, принадлежащей горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ , с центром  $O(55, 60, 0)$  и радиусом  $R=45$  мм. Найти натуральную величину сечения. Координаты точек –  $K(65, 50, 55)$ ,  $E(0, 50, 55)$ .
- 4.16. Построить сечение наклонного цилиндра плоскостью, проходящей через точку  $A(35, 85, 80)$  и перпендикулярной к образующим данного цилиндра. Цилиндр задан осью  $O_0O'_{80}$  и основанием – окружностью, лежащей в горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ , с центром  $O(35, 105, 0)$  и радиусом  $R=25$  мм. Проекция точки  $O'(35, 25, 80)$ . Найти натуральную величину сечения.

## 5. ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ

**5.1.** Найти высотную отметку точки  $A_?$ , принадлежащую топографической поверхности.

**Решение** (рис. 74). Через точку  $A_?$  на плане проводят линию ската  $I_{90}II_{80}$ , являющуюся прямой перепада высот, которую затем градуируют. Для этого из точки  $I_{90}$  проводят отрезок прямой  $I_{90}II'$  под произвольным углом  $\alpha$  и откладывают на нём от точки  $I_{90}$  разницу высотных отметок, вы-

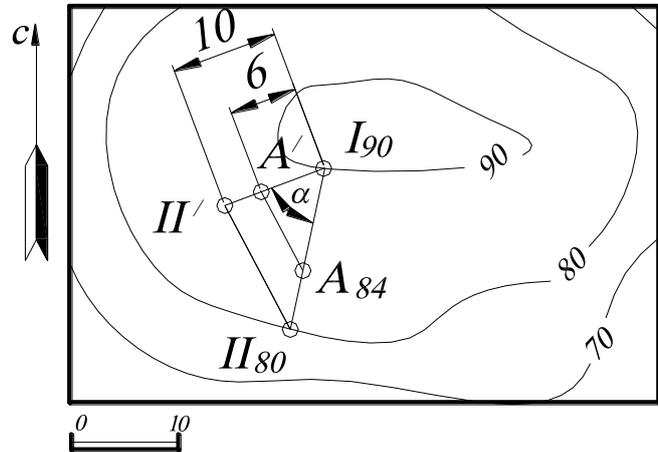


Рис. 74.

брав единичный масштаб (см. задачу 1.1). Произвольный отрезок  $I_{90}II'$ , на котором откладывают разницу числовых отметок точек, называют шкалой масштабов. Соединяют полученную точку  $II'$  с точкой  $II_{80}$ . Затем с помощью подобных треугольников находят точку  $A'$ , то есть проводят прямую из искомой точки  $A$ , параллельную отрезку прямой  $II_{80}II'$ . Далее по шкале масштабов определяют высотную отметку точки  $A$  на прямой  $I_{90}II'$ . Таким образом, высотная отметка точки  $A$  соответствует  $84$ . С помощью вышеописанного построения можно строить промежуточные изогипсы.

**5.2.** Построить линию пересечения топографической поверхности и плоскости.

**Решение.** При пересечении топографической поверхности плоскостью возможны три варианта.

### **1. Плоскость занимает проецирующее положение.**

В этом случае проекция линии пересечения совпадает со следом плоскости (так как плоскость проецирующая), а линия пересечения будет иметь высотные

отметки, совпадающие с высотными отметками изогипс. Линию пересечения строят на профиле (в геологии такие сечения называют геологическими вертикальными разрезами). На рис. 75 показано построение линии пересечения проецирующей плоскости с топографической поверхностью.

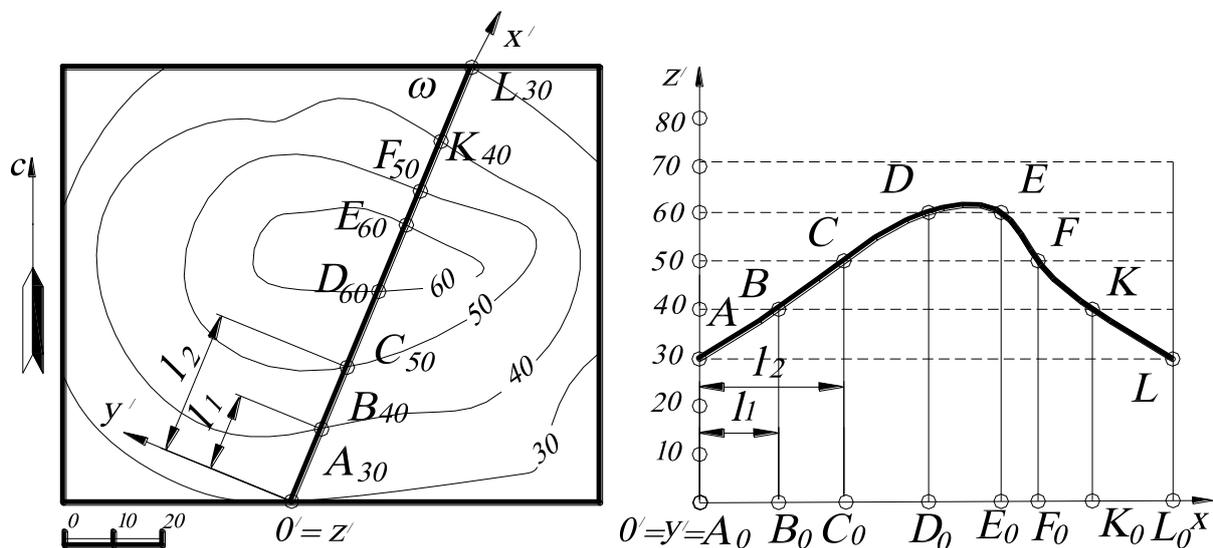


Рис. 75.

Построение осуществляется следующим образом. На плане задают новую систему координат  $O'x'y'z'$ , совпадающую с проекцией проецирующей плоскости  $\omega$ , и находят точки пересечения с изогипсами  $A_{30}, B_{40}, C_{50}, D_{60}, E_{60}, F_{50}, K_{40}, L_{30}$ , имеющие одинаковые высотные отметки. На профиле по оси  $x'$  откладывают заложения этих точек  $l_1, l_2, \dots$  (на рис.75 показаны только два, остальные строятся аналогично) и получают основания точек  $A_0, B_0, C_0, D_0, E_0, F_0, K_0, L_0$  (или проекции на основную плоскость проекций), которые затем поднимают по перпендикулярам на соответствующие высотные отметки и соединяют плавной кривой линией.

## 2. Плоскость занимает горизонтальное положение.

Найти линию пересечения заданной топографической поверхности горизонтальной плоскостью  $H_{82}$  (рис. 76). Нахождение линии пересечения топографической поверхности с горизонтальной плоскостью сводится к нахождению изогипсы, так как все изогипсы получаются в результате пересечения заданного

рельефа горизонтальными плоскостями. Однако если горизонтальная плоскость имеет числовую отметку, отличную от высоты заданного сечения топографической поверхности, то в этом случае необходимо найти изогипсу с промежуточной числовой отметкой.

Для определения на плане горизонтальной плоскости, проходящей через высотную отметку 82, необходимо построить изогипсу с отметкой 82. Для этого между изогипсами 80 и 90 строят ряд линий ската, считая, что перепад высот носит линейный характер. С помощью градуирования находят на этих линиях ската числовые

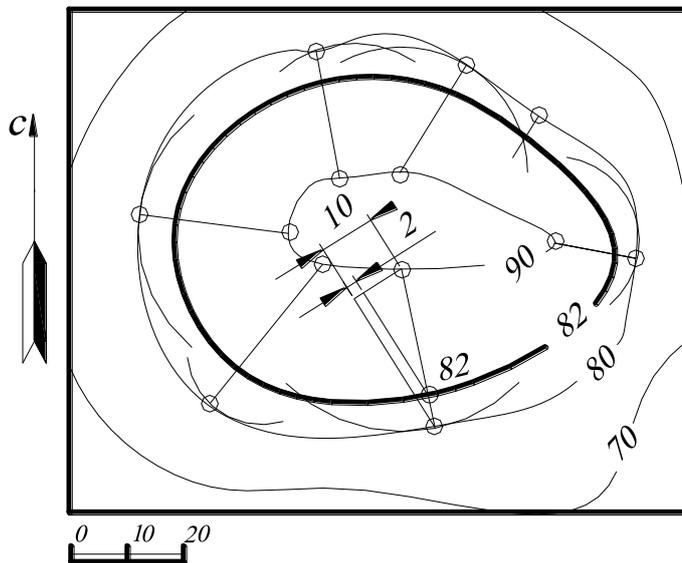


Рис. 76.

отметки 82 (см. задачу 5.1) и, соединив последовательно полученные точки кривой линией, получают искомую изогипсу, которая называется промежуточной. Эта изогипса будет определять линию пересечения горизонтальной плоскости  $H_{82}$  с заданной топографической поверхностью.

### ***3. Плоскость занимает общее положение.***

Для искомой линии пересечения заданных поверхностей (топографической поверхности и плоскости) необходимо найти ряд общих точек, которые одновременно принадлежали бы заданным поверхностям.

Для нахождения общих точек необходимо в заданной плоскости построить горизонтали с высотными отметками, равными высотным отметкам изогипс заданной топографической поверхности (рис. 77). Линии (горизонтали плоскости и изогипсы топографической поверхности) с одинаковыми высотными отметками в пересечении дадут общие точки, так как они лежат в одних горизонтальных

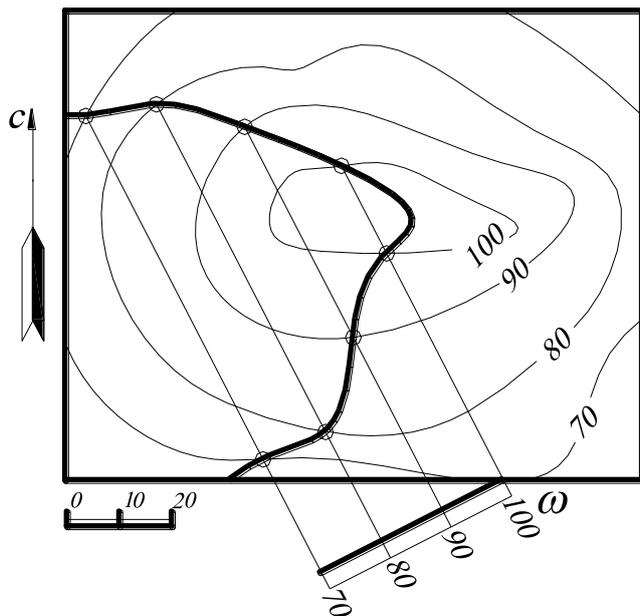


Рис. 77.

наковые высотные отметки, то есть с помощью горизонтальных вспомогательных плоскостей.

Однако иногда приходится применять и другие вспомогательные плоскости. Так, в случае рис. 78 точки *A*, *B* и *D* построены с помощью горизонтальных плоскостей с отметками 55 и 65 (то есть промежуточных горизонталей плоскости  $P_i$  и промежуточных изогипс топографической поверхности). Горизонталы плоскости и поверхности с этими отметками начерчены штриховыми линиями. На плоскости их можно построить точно, а на поверхности их строят приближенно.

Точка *C* построена с помощью плоскости общего положения  $Q_i$ . Топографическую поверхность в окрестности этих точек считают плоскостью, а её горизонталы – параллельными прямыми; при этом линии её пересечения со вспомога-

плоскостях. Затем найденные точки соединяют плавной кривой линией, которая будет являться пересечением плоскости с топографической поверхностью.

Линия пересечения топографической поверхности с плоскостью и любой другой поверхностью строится, вообще говоря, по точкам пересечения их одноимённых горизонталей, имеющих оди-

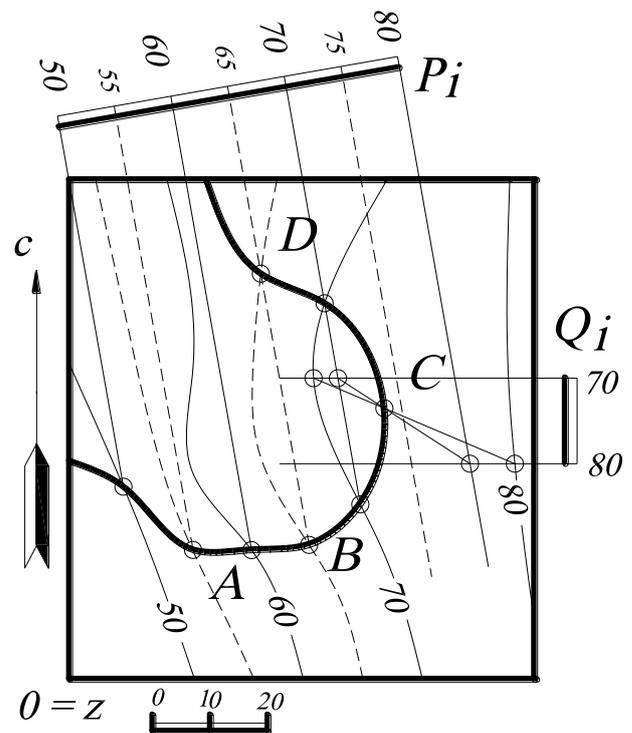


Рис. 78.



1. Через отрезок прямой  $A_{70}B_{40}$  на плане проводят вспомогательную плоскость-посредник  $\omega$ .

2. Находят линию пересечения этой плоскости-посредника  $\omega$  с топографической поверхностью. Для этого градуируют прямую  $A_{70}B_{40}$  и проводят горизонталы вспомогательной плоскости-посредника. Затем находят общие точки горизонталей  $\omega$  и изогипс топографической поверхности, соединяя их последовательно плавной линией.

3. Находят точки пересечения  $C$  и  $D$  прямой  $A_{70}B_{40}$  и построенной кривой линии и определяют их высотные отметки  $C_{59}, D_{48}$ .

4. Определяют видимость прямой  $A_{70}B_{40}$  по конкурирующим точкам.

**5.4.** Построить линию пересечения топографической поверхности с усечённой пирамидой (в реальной ситуации с котлованом), уклоны боковых граней которой к горизонтальному основанию с числовой отметкой  $3: i=1:1$  – с севера и юга и  $i=1:1,5$  – запада и востока.

**Решение** (рис. 80). Строят горизонталы западной и восточной граней пирамиды с интервалом  $1,5$  м, то есть полторы единицы линейного масштаба (см. п. 2.4), а севера и юга –  $1$  м (одна единица линейного масштаба). Прямые пересечения смежных граней (рёбра пирамиды) проходят через точки пересечения одноимённых горизонталей этих граней. Линия пересечения поверхностей определяется как линия, соединяющая точки пересечения изогипс топографической поверхности и горизонталей граней пирамиды с одинаковыми высотными отметками. Видимость определяется по конкурирующим точкам, принадлежащим рёбру пирамиды и изогипсе. Например, точки  $A_5$  и  $B_4$  принадлежат обеим поверхностям, проекции которых совпадают. Если точка  $A_5$  принадлежит топографической поверхности, а точка  $B_4$  – поверхности пирамиды, при этом точка  $A_5$  находится выше, то это означает, что топографическая поверхность является видимой. Видимость поверхностей меняется на противоположную в линии пересечения заданных поверхностей.

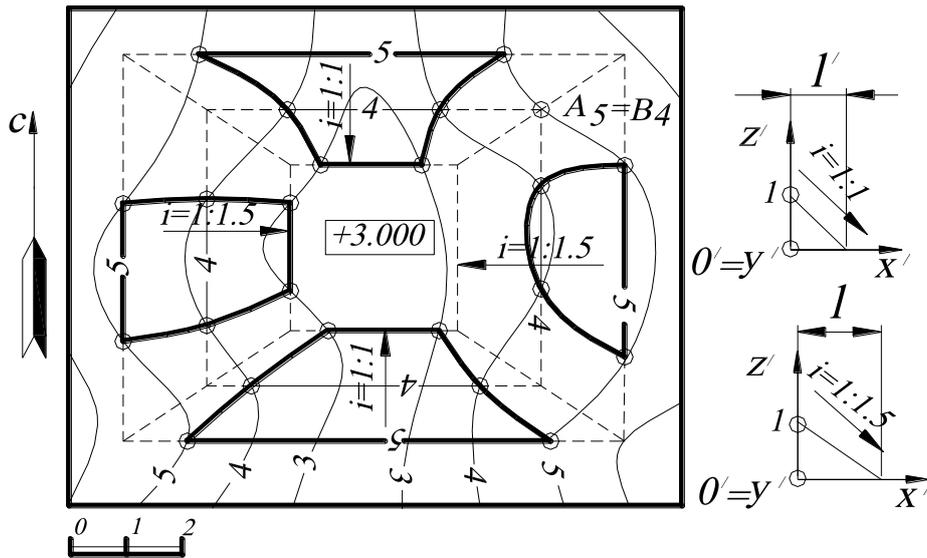


Рис. 80.

5.5. Найти линию пересечения топографической поверхности с коническим котлованом, угол падения образующих которого равен  $45^\circ$ . Дно котлована - окружность с числовой отметкой 3.

**Решение** (рис. 81). На конической поверхности (котловане) строят горизонтали с высотными от-

метками, равными высотным отметкам изогипс топографической поверхности. Для этого на профиле определяют интервал горизонталей конуса  $l$ . Находят точки пересечения линий, имеющих одинаковые высотные отметки и, последо-

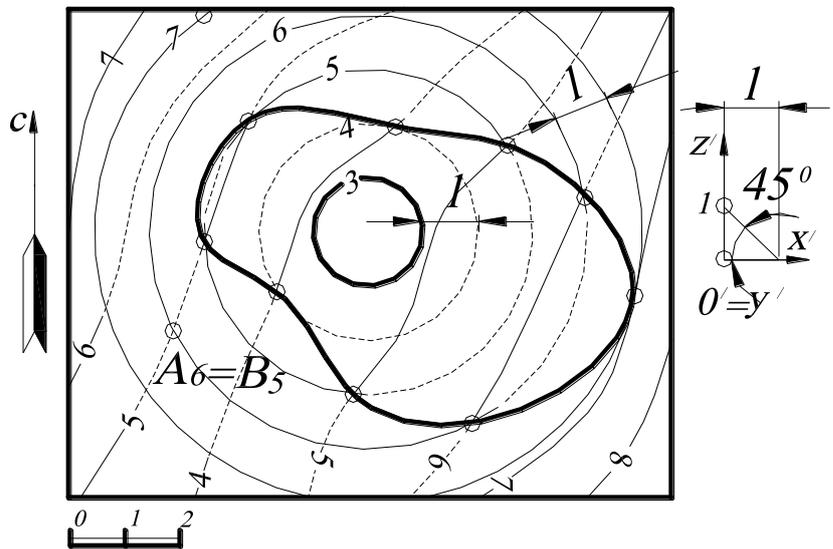


Рис. 81.

ательно соединив эти точки плавной кривой, получают искомую линию пересечения. Видимость поверхностей определяется исходя из условия конкурирующих точек, принадлежащих обеим поверхностям, проекции которых совпадают,

например  $A_6$  и  $B_5$ . Другими словами, если точка  $A_6$  принадлежит поверхности конуса, а точка  $B_5$  - топографической поверхности, при этом точка  $A_6$  находится выше, то это означает, что конус является видимым. Видимость поверхностей меняется на противоположную в линии пересечения заданных поверхностей.

**5.6.** Построить откосы и найти их пересечение с топографической поверхностью: а) насыпи прямолинейного горизонтального участка дороги с отметкой 5; уклон насыпи  $i=1:1,5$ ; б) выемки прямолинейного участка дороги с отметкой 5; уклон выемки  $i=1:1$  (рис. 82, а, б).

**Решение.** Сначала строят плоскости откосов (построение уклона, см. задачу 1.9), которые задаются горизонталями: а) интервал горизонталей на откосах насыпи – 1,5 (то есть полторы единицы линейного масштаба); б) интервал на откосах выемки – 1 (одна единица линейного масштаба). Затем находят общие точки построенных горизонталей и изогипс топографической поверхности.

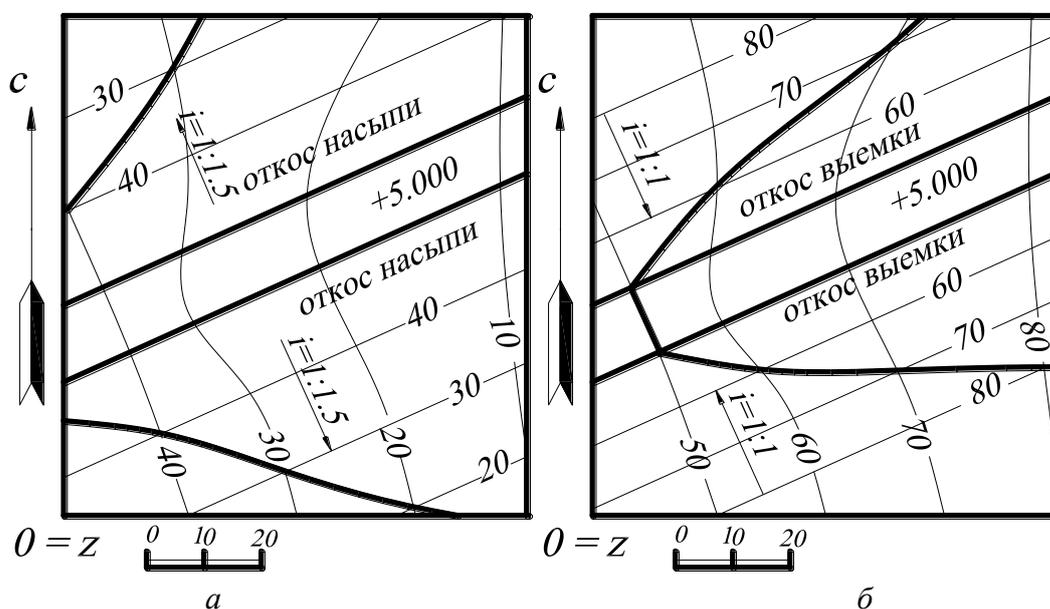


Рис. 82.

**5.7.** Построить: а) откосы насыпи прямолинейного наклонного участка дороги. Уклон насыпи  $i=1:1,5$ ; б) откосы выемки прямолинейного наклонного участка дороги. Уклон выемки  $i=1:1$ .

**Решение** (рис. 83, а, б). Каждую точку на бровке дороги с целой отметкой (можно и с дробной) принимают за вершину конуса, уклон образующих которого равен заданному уклону откоса. Искомая плоскость откоса касается всех этих конусов (достаточно построить только один из них). Интервал на откосах насыпи  $-1,5$  (полторы единицы линейного масштаба), выемки  $-1$  (единица линейного масштаба).

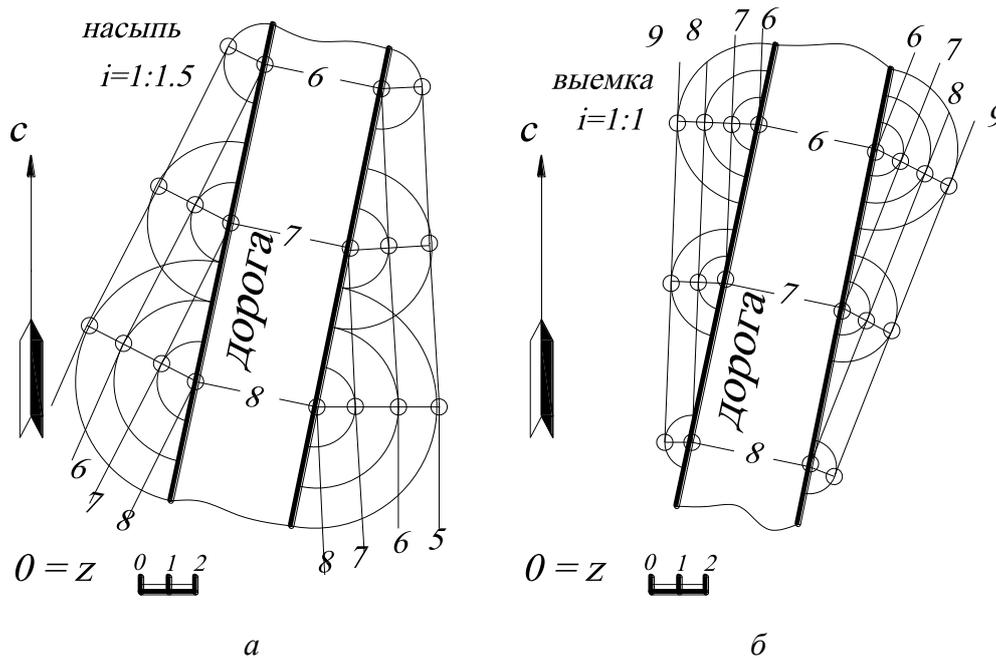


Рис. 83.

**5.8.** Построить откосы: а) насыпи криволинейного горизонтального участка дороги с отметкой 5. Ось дороги и её бровки – концентрические окружности. Уклон насыпи  $i=1:1,5$ ; б) выемки криволинейного горизонтального участка дороги с отметкой 5. Ось дороги и её бровки – концентрические окружности. Уклон выемки  $i = 1:1$ .

**Решение** (рис. 84, а, б). Горизонталы откосов – концентрические окружности. Разность радиусов соседних горизонталей равна  $1,5$  на откосах насыпи (полторы единицы линейного масштаба) и  $1$  (единица линейного масштаба) – на откосах выемки. Поверхности откосов – конусы вращения с общей осью, но различными вершинами. На насыпи вершина западного откоса выше дороги, а во-

сточного ниже, а в выемке – наоборот. В том случае, если ось дороги и её бровки не являются концентрическими окружностями, то построения выполняются иначе.

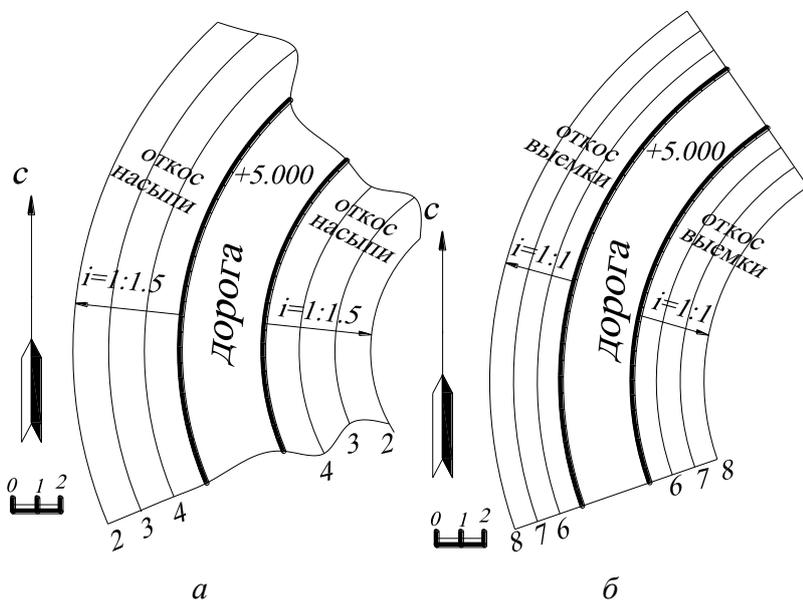


Рис. 84.

Строят конусы с вершинами на бровке дороги и с заданным уклоном образующих, а затем проводят касательные к одноимённым горизонталям этих конусов. Другими словами, поверхность откоса касается всех этих конусов, то есть является их огибающей. Здесь недостаточно построить

только один из этих конусов, как в задаче 5.7, наоборот, чем больше построено конусов, тем точнее можно построить огибающие.

**5.9.** Задана часть топографической поверхности и градуированная ось - дорога заданной ширины. Построить границы откосов насыпи с уклоном  $i=1:1$ .

**Решение** (рис. 85). Плоскость дороги состоит из двух участков: слева - прямолинейного участка с отметкой 7, а справа - наклонного 7-10, имеющего уклон  $1:4$  (то есть интервал между горизонталями равен четыре единицы линейного масштаба).

Вначале строят плоскости откосов дороги, задавая их горизонталями. Горизонтали откосов левого участка дороги расположены на расстоянии интервала - 1 (то есть одна единица линейного масштаба). Для построения горизонталей откосов правого участка дороги каждую точку на бровке дороги с целой отметкой (можно и с дробной) принимают за вершину конуса, уклон образующих ко-

того равен заданному уклону откоса  $1:1$ . Следовательно, интервал конуса равен  $1$  (то есть единице линейного масштаба). Искомая плоскость откоса касается всех этих конусов (достаточно построить только один из них), то есть горизонтали этой плоскости касаются горизонталей конусов – концентрических окружностей.

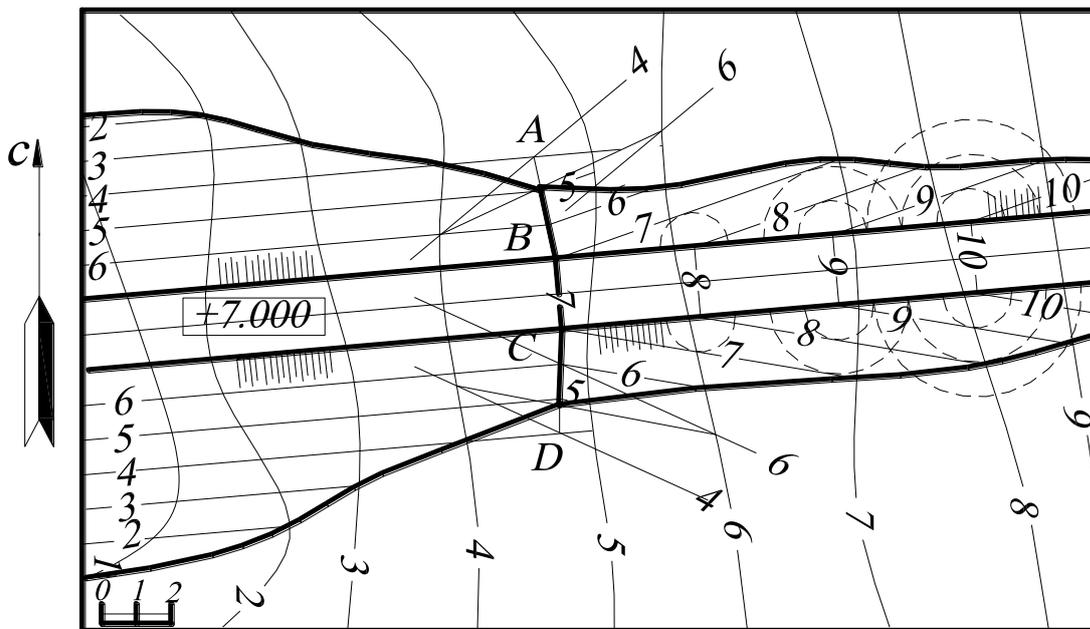


Рис. 85.

Далее строятся линии пересечения соседних откосов друг с другом, которые пересекаются по прямым  $AB$  и  $CD$  (точки  $A$  и  $D$  – точки пересечения этих прямых с топографической поверхностью). Точки пересечения прямых  $AB$  и  $CD$  с топографической поверхностью определяются с помощью вспомогательных плоскостей общего положения, а именно, например, через прямую  $AB$  проводят вспомогательную плоскость-посредник (задавая её горизонталями  $h_4$  и  $h_6$ ) и находят линию пересечения этой плоскости и топографической поверхности. Общая точка построенной линии пересечения и заданной прямой  $AB$  будет являться искомой точкой – точкой пересечения прямой  $AB$  и топографической поверхности. Затем по точкам пересечения одноимённых горизонталей находят границы всех откосов.

После определения границ всех откосов на каждом из них чертят так называемые *берг-штрихи* (параллельные длинные и короткие черточки), которые показывают направление стока воды по откосу. Они начинаются от верхнего края откоса и направлены по линиям наибольшего ската, то есть перпендикулярно его горизонталям; на коническом откосе они проходят через вершину конуса (см. ГОСТ 21.108 – 78 «Условные графические изображения и обозначения на чертежах генеральных планов и транспорта»).

**5.10.** Задан план местности в горизонталях и проектируемой на этом участке местности горизонтальной площадки на отметке  $7\text{ м}$  и прямолинейного плоского въезда на неё (рис. 86). Площадка имеет форму прямоугольника с примыкающим к нему полукругом. Уклоны всех откосов  $i=1:1$ . В зоне выемки к площадке должна примыкать канава для стока воды (кювет) шириной  $1\text{ м}$ ; отметка внешнего края канавы равна отметке её внутреннего края, то есть  $7\text{ м}$ .

Выделенную на чертеже 7-ю горизонталь топографической поверхности называют линией нулевых работ – она отделяет зону выемки (на востоке) от зоны насыпи (на западе).

Вначале строятся горизонтали откосов насыпи и выемки. Откосы насыпи, примыкающие к прямолинейным краям площадки, и откосы выемки, примыкающие к прямолинейным внешним краям канавы, – это плоскости, горизонтали которых параллельны этим краям (которые являются 7-ми горизонталями этих откосов и идут через  $1\text{ м}$ ).

Откосы насыпи и выемки, граничащие с круглыми краями площадки и канавы, имеют форму конусов вращения, а их горизонтали на плане – концентрические окружности, разность радиусов (интервал) которых  $1\text{ м}$  (так как уклон равен  $1:1$ ).

Далее строятся линии пересечения соседних откосов друг с другом и всех откосов с землёй – в основном по точкам пересечения одноимённых горизонталей. Для точного определения точек *A*, *D*, *C*, *E* применяют вспомогательные

плоскости общего положения. Например, для нахождения точки  $A$  через прямую  $m$  проводят вспомогательную плоскость-посредник (задавая её горизонталями  $h_2$  и  $h_3$ ), находят линию пересечения этой плоскости и топографической поверхности. Общая точка построенной линии пересечения и заданной прямой  $m$  будет

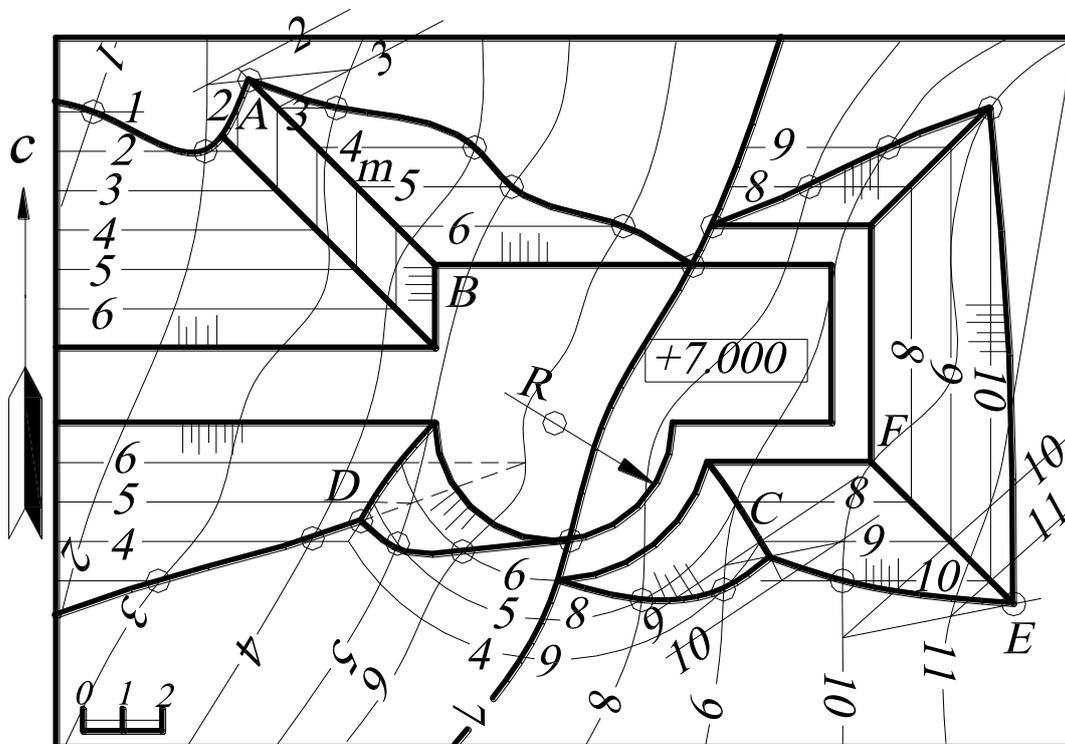


Рис. 86.

являться искомой точкой  $A$  – точкой пересечения прямой  $m$  и топографической поверхности.

Линия пересечения плоского и конического откосов насыпи и выемки - парабола, поскольку плоскость и конус имеют одинаковый уклон (интервал), то есть плоскость параллельна одной образующей конуса (см. «Конические сечения»).

Линия пересечения двух откосов друг с другом и две линии пересечения этих откосов с землёй сходятся в одной точке – общей точке этих трёх поверхностей. После определения границ всех откосов на каждом из них чертят бергштрихи.

На рис. 87 коническая поверхность задана уклоном  $i=1:2$ , а плоскость  $P_i$  - уклоном  $i=1:3.5$ , то есть плоскость  $P_i$  имеет меньший уклон, чем коническая поверхность. В этом случае плоскость  $P_i$  пересекает все образующие конической

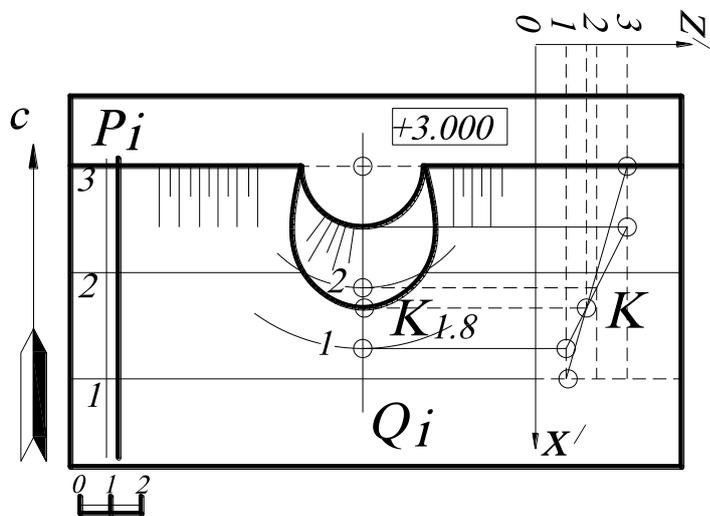


Рис. 87.

поверхности, следовательно, в сечении получается эллипс.

Линию пересечения конической поверхности с плоскостью  $P_i$  определяют точки пересечения их горизонталей с одинаковыми числовыми отметками. Нижняя точка эллипса  $K_{1.8}$  (точка принадлежащая оси эллипса) определена с помощью

сечения горизонтально проецирующей плоскости  $Q_i$ . В сечении этой плоскостью показаны профиль плоскости  $P_i$  и конической поверхности. Точка их пересечения  $K$  определяет положение и числовую отметку точки  $K_{1.8}$ .

### УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

5.1. Построить пересечение топографической поверхности с двумя параллельными плоскостями  $\omega (A_{10}B_{70}C_{40})$  и  $\theta$ , кратчайшее расстояние между которыми равно  $15 \text{ мм}$ . Плоскость  $\omega (A_{10}B_{70}C_{40})$  находится выше плоскости  $\theta$ . Построить вертикальный разрез в крест

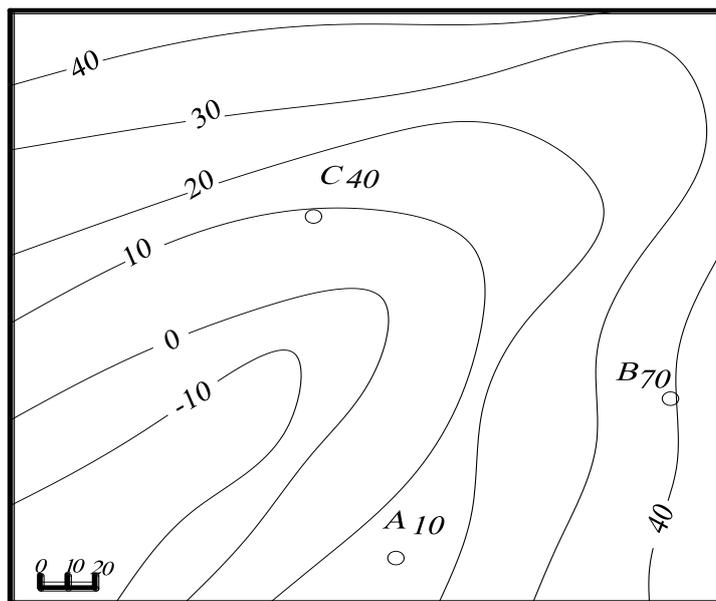


Рис. 88.

простирается, проходящий через точку  $C_{40}$ , и построить срез по горизонту  $I3$  (рис. 88).

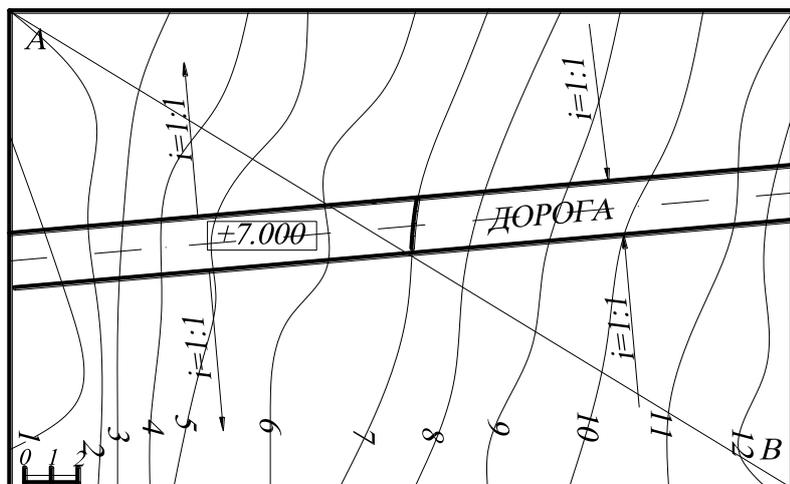


Рис. 89.

5.2. Определить линию пересечения откосов дороги (плоскости) с топографической поверхностью. Построить вертикальный разрез по линии  $A - B$  (рис. 89).

5.3. Найти линию пересечения топографической и конической поверхностей. Построить вертикальный разрез, проходящий по линии  $A - B$  (рис. 90).

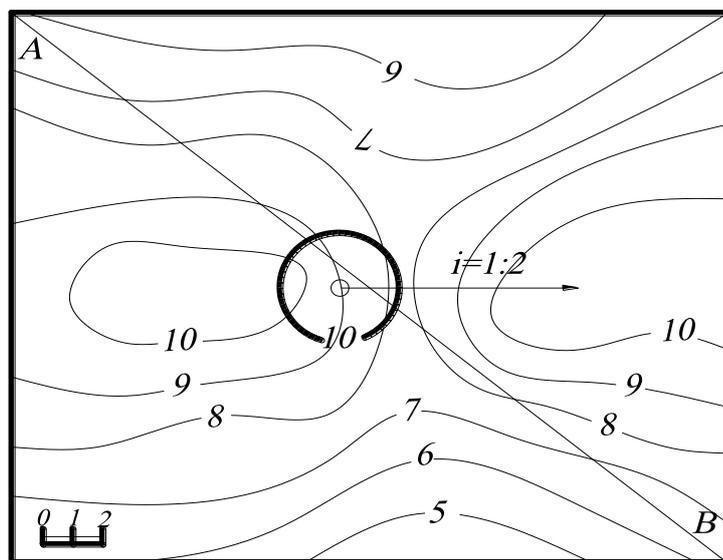
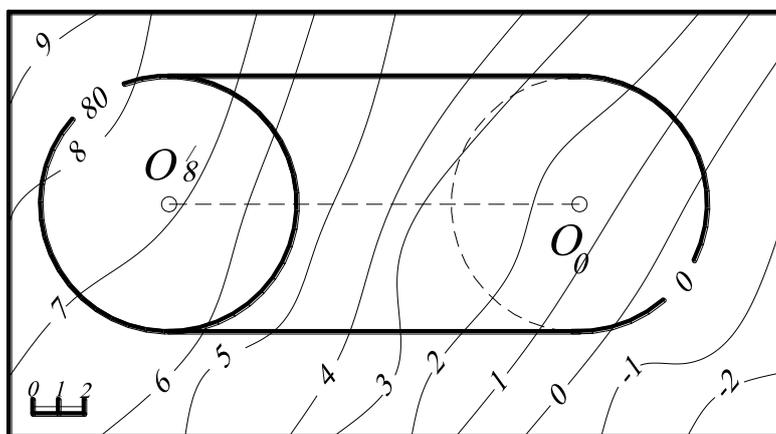


Рис. 90.

5.4. Построить линию пересечения топографической и цилиндрической поверхностей (рис. 91).



5.5. Задан план участка местности и проектируемой на этом участке горизонтальной площадки с отметкой 8. Построить границы откосов с заданными уклонами (рис. 92).

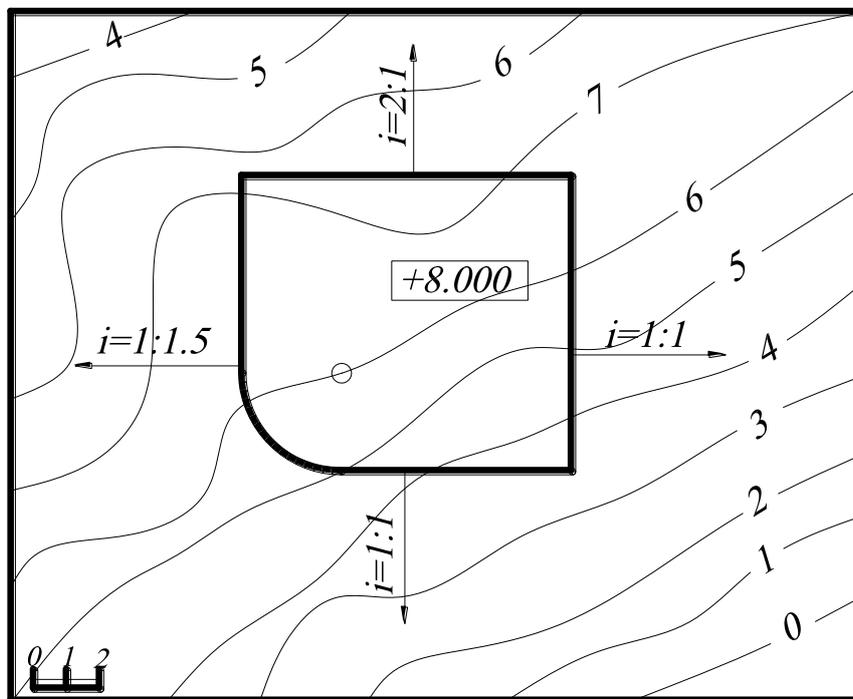


Рис. 92.

## 6. РАЗВЁРТКИ

**6.1.** Построить развертку поверхности треугольной призмы способом нормального сечения.

**Решение** (рис. 93). Проводят плоскость  $n$  перпендикулярно к боковым ребрам призмы в любом удобном месте. Для этого используют метод замены плоскостей проекций.

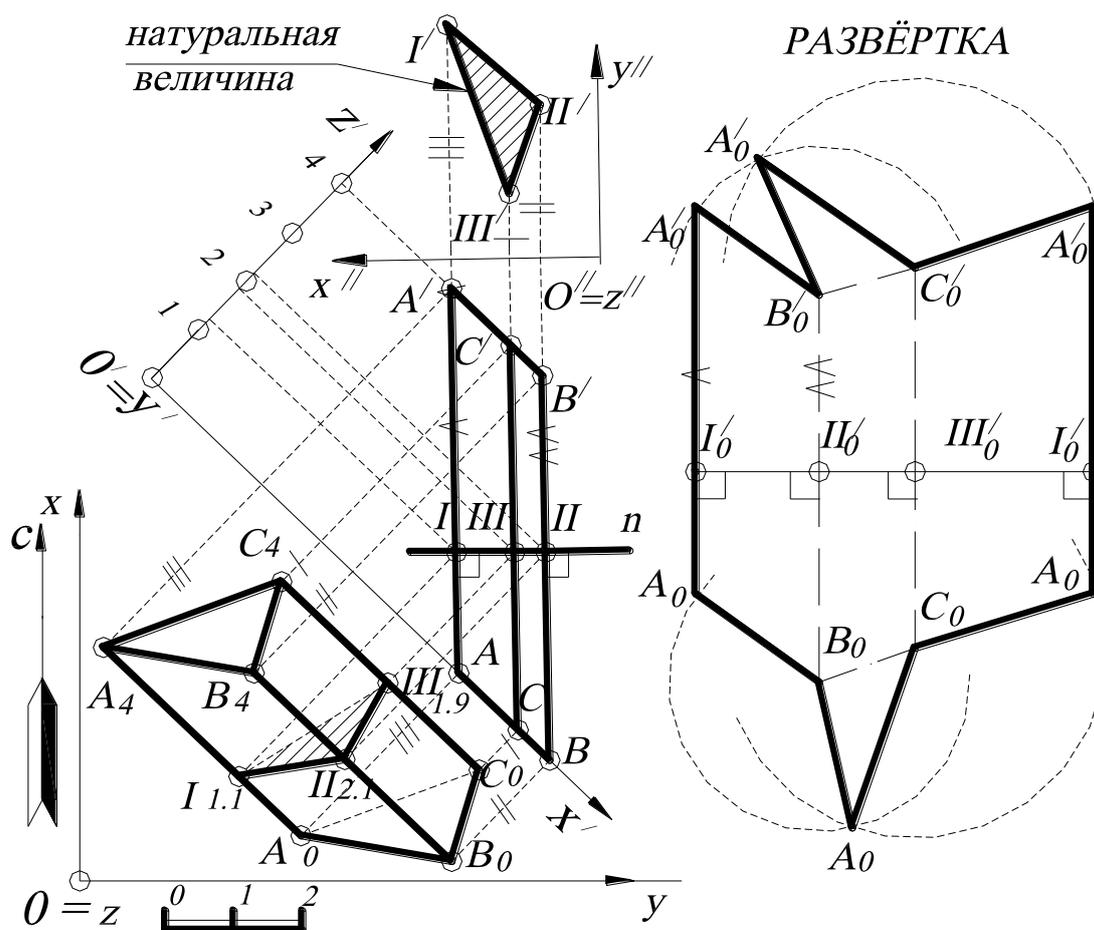


Рис. 93.

Находят натуральную величину нормального сечения методом двойной замены плоскостей проекций ( $I' II' III'$  – натуральная величина нормального сечения). Полученную ломаную линию натуральной величины нормального сечения  $I' II' III' I'$  разворачивают в прямую линию, которая на рис. 93 обозначена  $I'0 II'0 III'0 I'0$ . Через точки  $I'0, II'0, III'0,$  и  $I'0$  проводят вертикальные линии и откладывают

на них натуральную величину рёбер (перпендикулярно вверх и вниз от нормального сечения) до верхнего и нижнего оснований призмы соответственно, в данном случае взятые с профиля (так как плоскость профиля параллельна проекциям рёбер). Получают точки  $A_0, B_0, C_0$  и  $A'_0, B'_0$  и  $C'_0$ , при этом длины рёбер  $IA=I'_0A_0, IA'=I'_0A'_0; II B=II'_0B_0, II B'=II'_0B'_0; III C=III'_0C_0, III C'=III'_0C'_0$ . Найденные точки  $A_0, B_0, C_0$  (снизу) и  $A'_0, B'_0$  и  $C'_0$  (сверху) последовательно соединяют ломаной линией и получают развертку боковой поверхности призмы. Затем пристраивают натуральные величины фигур верхнего и нижнего оснований методом засечек. В данном примере основания призмы являются натуральными величинами, так как нижнее основание призмы принадлежит горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ , а верхнее основание параллельно ей. Линии сгиба на развертке изображаем штрихпунктирной линией с двумя точками.

## 6.2. Построить развёртку призмы способом раскатки

**Решение** (рис. 94). В данном случае ребра призмы занимают положение горизонталей. Вращаем призму последовательно вокруг прямых  $C_0D_0, B_2E_2, A_0F_0$ . При этом точки – вершины призмы перемещаются в плоскостях, перпендикулярных боковым ребрам.

Определив натуральную величину отрезков  $A_0B_2, B_2C_0, F_0E_2, E_2D_0$  способом прямоугольного треугольника (для того чтобы не затемнять чертеж, построение натуральной величины выполнено на отдельном поле чертежа), находят положение точек  $B, A, C, D, F, E$ . Натуральные величины оснований были построены для проверки точности решения задачи, так как боковые ребра параллельны между собой. Последовательно соединив найденные точки, получаем развертку боковой поверхности призмы. На рис. 94 показано также построение на развёртке точки  $K_{0.5}$ , лежащей на видимой грани призмы  $B_2C_0D_0E_2$ , основанное на свойстве принадлежности точки плоскости. Следовательно, через точку  $K_{0.5}$  проводят прямую, принадлежащую грани  $B_2C_0D_0E_2$ , и переносят эту прямую на развёртку, перемещая точку  $K_{0.5}$ .

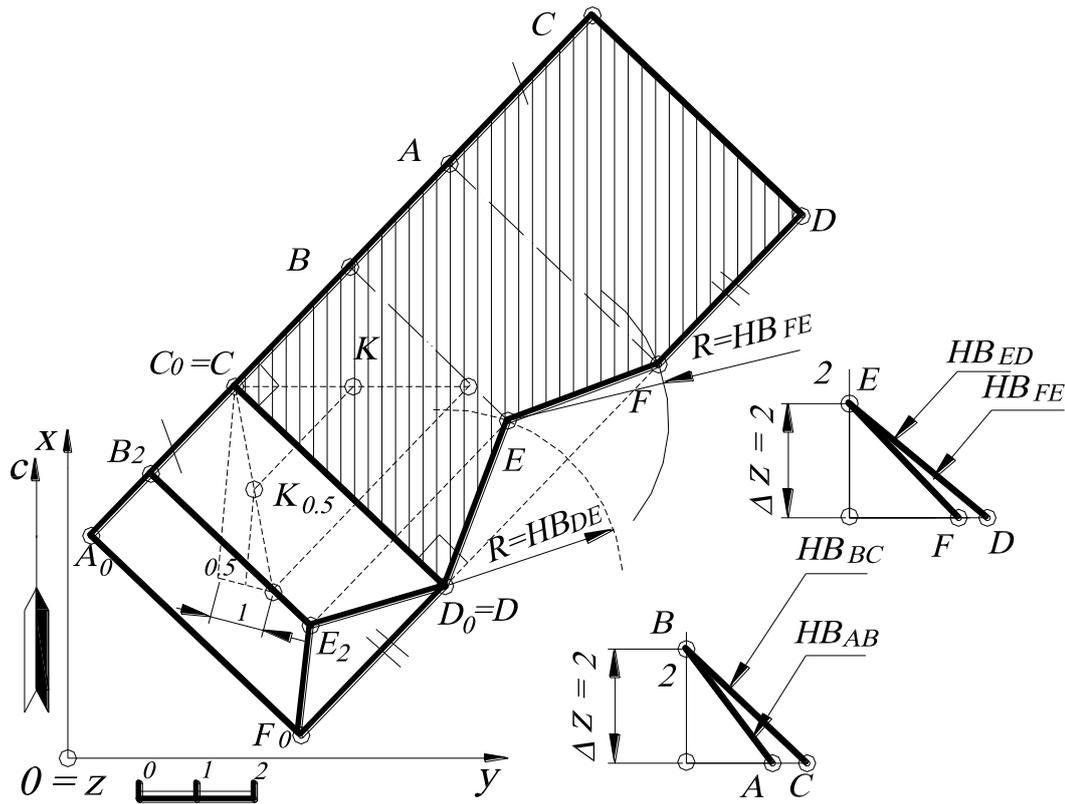


Рис. 94.

### 6.3. Построить развертку пирамиды $S_4A_0B_0C_0D_0$ .

**Решение** (рис. 95). Разбивают диагональ  $A_0C_0$  основание пирамиды  $A_0B_0C_0D_0$ . Определяют натуральные величины граней пирамиды. Натуральная величина основания пирамиды  $A_0B_0C_0D_0$  совпадает с ее проекцией, так как принадлежит плоскости  $xOy$ . Для нахождения натуральных величин боковых ребер пирамиды используют способ вращения вокруг проецирующей прямой (на рис. 93 это отрезок прямой  $S_0O_0$ ). Поворачивая все боковые ребра пирамиды и совмещая их с проецирующей плоскостью  $\omega$ , строят профиль, плоскость которого параллельна плоскости  $\omega$ . Натуральные величины ребер -  $|SA|$ ,  $|SB|$ ,  $|SC|$ ,  $|SD|$  - находят на профиле, откладывая соответствующие числовые отметки.

На свободном поле чертежа последовательно совмещают все натуральные величины треугольников методом засечек, получая развертку пирамиды. Линии сгиба вычерчивают штрихпунктирной линией с двумя точками.

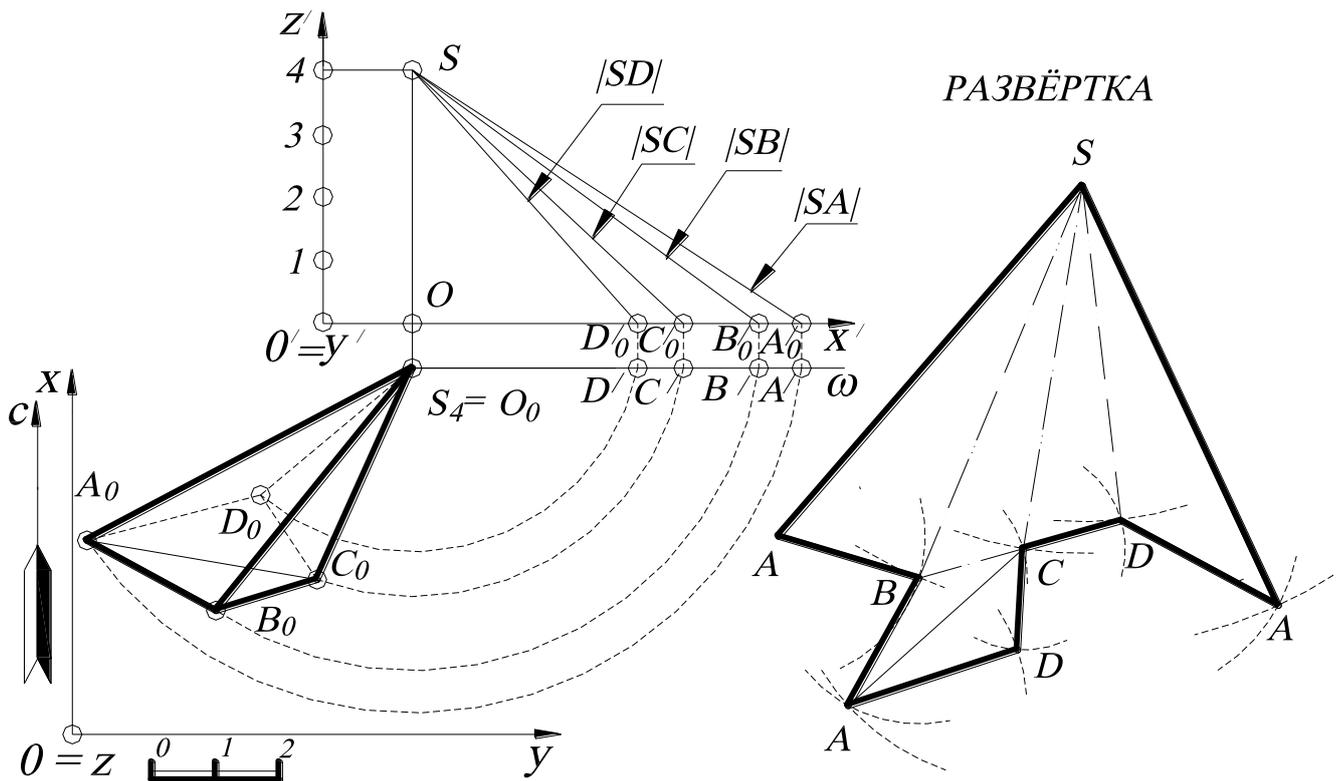


Рис. 95.

**6.4.** Дана пирамида  $S_{30}A_0B_0C_0D_0$ . Соединить две точки  $F_{10}$  и  $E_{19}$ , принадлежащие боковой поверхности пирамиды, кратчайшей линией на поверхности (такая линия на поверхности называется *геодезической*). Точка  $E_{19}$  принадлежит ребру  $S_{30}C_0$ , точка  $F_{10}$  принадлежит грани  $S_{30}C_0B_0$ .

**Решение** (рис. 96). На плоскости кратчайшей линией между двумя точками является отрезок прямой. Поэтому для решения этой задачи строят развёртку двух смежных граней пирамиды  $S_{30}A_0B_0$  и  $S_{30}B_0C_0$ . Натуральная величина рёбер основания  $A_0B_0$  и  $A_0C_0$  совпадает с их проекцией, а натуральные величины боковых рёбер определяют методом прямоугольного треугольника (напоминаем, что развёртка строится только по натуральным величинам рёбер). На свободном поле чертежа последовательно выстраивают две грани (или два треугольника в натуральную величину) с помощью засечек циркуля. Линию сгиба показывают штрихпунктирной линией с двумя точками.

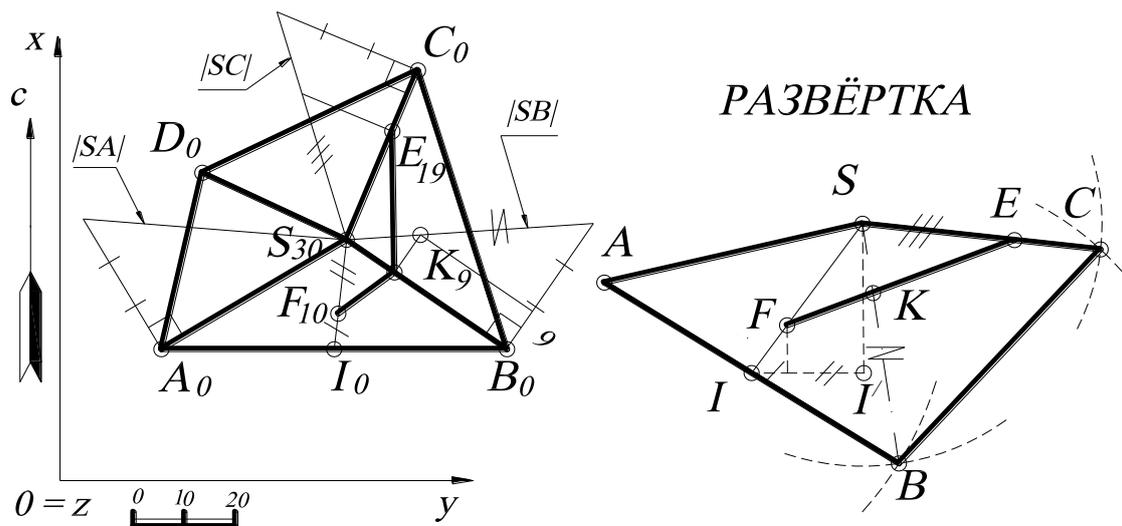


Рис. 96.

На развёртке строят точки  $F$  и  $E$ . Чтобы построить точку  $E$  на развёртке, на плане проекцию точки  $E_{19}$  переносят на натуральную величину ребра  $|SC|$  (с помощью подобных треугольников). Чтобы построить точку  $F_{10}$  на развёртке, проводят через неё прямую (на плане)  $S_{30}I$  (так как известно, что точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости). На развёртке строят прямую  $SI$  (точка  $I$  находится на натуральной величине  $AB$ ). Затем с помощью пропорционального деления отрезка  $SI$  (на развёртке) находят точку  $F$  (известно, что если точка делит отрезок прямой в заданном отношении, то и проекция этого отрезка делится в том же отношении). На развёртке строят прямую  $FE$ . Точка пересечения с ребром  $SB$  – точка  $K$ . Для построения точки  $K$  на плане переносят отрезок  $KB$  (можно и отрезок  $SK$ ) на натуральную величину  $|SB|$  и с помощью подобных треугольников определяют точку  $K_9$  на ребре  $S_{30}B_0$ . Числовую отметку точки  $K$  находят, как показано на рис. 96. Ломаная  $F_{10}K_9E_{19}$  – проекция кратчайшего расстояния между точками  $F_{10}E_{19}$  на поверхности пирамиды.

6.5. Соединить две точки  $A_1$  и  $B_3$ , принадлежащие конической поверхности  $\Phi$  кратчайшей линией  $n$ . Такая линия на поверхности называется *геодезической* (форму геодезической линии принимает нить, туго натянутая на поверхности).

**Решение** (рис. 97). На плоскости кратчайшей линией между двумя точками является отрезок прямой. Поэтому для решения этой задачи строят развертку данной поверхности  $\Phi$ . Построение развертки выполняют по способу треугольников, заключающемуся в том, что поверхность конуса заменяется вписанной многогранной с треугольными гранями, которая и разворачивается.

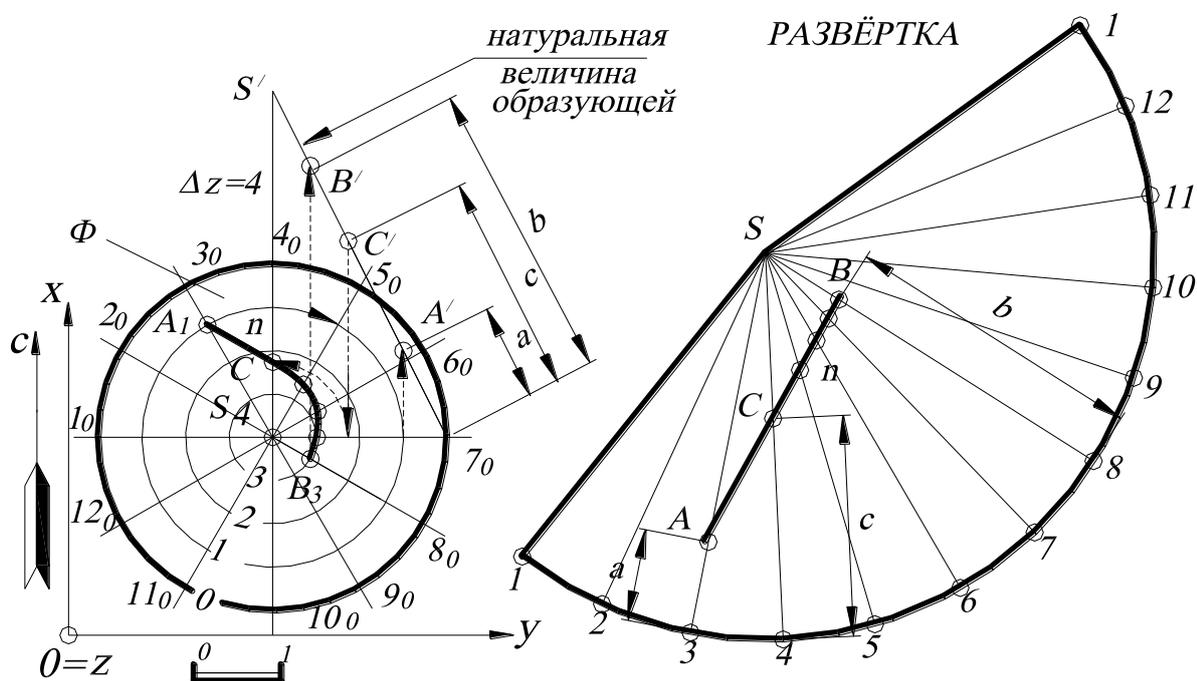


Рис. 97.

В данную коническую поверхность вписывают пирамиду. Для этого основание конуса разбивают на двенадцать равных частей. (Развертка является более точной при наименьшей разности длины дуги и ее хорды). Затем находят натуральную величину ребра правильной пирамиды, которая равна образующей заданного конуса (методом прямоугольного треугольника).

На случайной прямой от точки  $S$  откладывают отрезок  $Sl$ , равный натуральной величине образующей конуса. Затем проводят дугу с центром в точке  $S$  и радиусом, равным длине  $Sl$ , так как все ребра пирамиды равны между собой. На

построенной дуге засечками отмечают точки  $2, 3 \dots 12, 1$ , равные длинам хорд  $1_0 2_0; 2_0 3_0 \dots 12_0 1_0$ . Таким образом, построили приближенную развертку конуса.

Далее пропорциональным делением отрезка в заданном отношении (как показано на чертеже) находят образы  $A, B$  данных точек поверхности на развёртке. Затем построенную прямую  $AB$  на развертке переносят в обратном отображении на поверхность  $\Phi$ , получая геодезическую линию  $n$ .

**Частный случай.** Развертка поверхности прямого кругового конуса является сектором круга радиуса, равного длине  $l$  образующей. Центральный угол  $\varphi$  этого сектора вычисляется по формуле

$$\varphi^0 = \frac{r \cdot 360^0}{l}, \text{ где } r - \text{ радиус основания конуса.}$$

### 6.6. Построить развёртку цилиндрической винтовой линии.

**Решение** (рис. 98). Построение проекций винтовой линии определяется характером ее образования в пространстве.

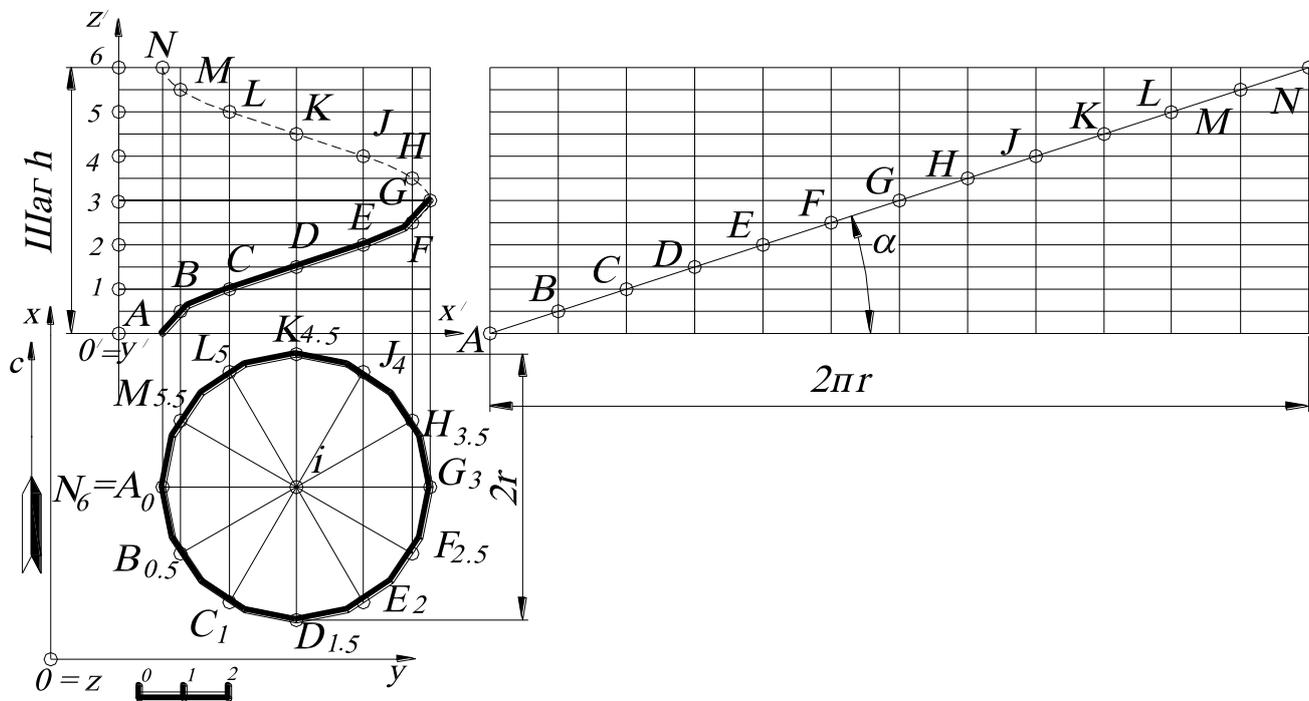


Рис. 98.

Горизонтальная проекция цилиндра и винтовой линии – окружность, совпадающая с проекцией окружности основания цилиндра. Если цилиндр разрезать по его прямолинейной образующей  $AN$  и, разгибая, разгладить по плоскости, получится развёртка цилиндра – прямоугольник с высотой  $h$  и основанием  $2\pi r$ , в которое развернётся окружность основания цилиндра. Винтовая линия в результате развёртывания превратится в прямую – диагональ прямоугольника. Это означает, что винтовая линия пересекает все образующие под одним и тем же углом  $\alpha$ .

Для построения развёртки винтовой линии делят окружность основания цилиндра, являющуюся горизонтальной проекцией винтовой линии, и отрезок, равный шагу  $h$ , отложенный на оси цилиндра, на одинаковое число равных частей. На рассматриваемом чертеже взято  $12$  частей. Тогда точки на профиле винтовой линии будут лежать на пересечении соответствующих горизонтальных и вертикальных прямых, проведенных через одноименные точки деления. Полученные точки соединяют плавной кривой. Как следует из способа построения, данная кривая является гелисой.

При развёртывании цилиндрической поверхности на плоскость винтовая линия на развёртке превращается в прямую, наклоненную под углом  $\alpha$  к горизонтальной прямой – развёртке основания цилиндра. Это следует из закона образования винтовой линии, по которому равным угловым перемещениям точки по окружности соответствуют равные прямолинейные перемещения, перпендикулярные плоскости окружности. На развёртке равным отрезкам горизонтальной прямой будут соответствовать равные перемещения точки в вертикальном направлении. Итак, траектория точки на развёртке представляет собой линию, у которой ординаты точек пропорциональны абсциссам, то есть прямую. Угол  $\alpha$  равен углу подъема винтовой линии и определяется по формуле  $tg \alpha = \frac{h}{2\pi r} = \frac{p}{r}$ . Тот факт, что на развёртке винтовая линия перешла в прямую, означает также, что винтовая линия является одной из *геодезических линий* на цилиндре.

## УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

- 6.1. Дана пирамида  $ABCD$  и две точки  $F$  и  $E$ , принадлежащие видимым граням пирамиды. Соединить точки  $F$  и  $E$  кратчайшей линией по поверхности пирамиды. Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(140, 120, 40)$ ,  $B(90, 30, 0)$ ,  $C(40, 20, 20)$ ,  $D(20, 130, 0)$ ;  $E(80, ?, 20)$ ,  $F(?, 90, 30)$ .
- 6.2. Построить развёртку наклонного цилиндра. Цилиндр задан осью  $O_0O'_{80}$  и основанием – окружностью, лежащей в горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ , с центром  $O(35, 105, 0)$  и радиусом  $R=25$  мм. Проекция точки  $O'(35, 25, 80)$ .
- 6.3. Построить развёртку додекаэдра (правильного двенадцатигранника) со стороной  $30$  мм.
- 6.4. Построить полную развёртку усечённого куба  $ABCD A'B'C'D'$  плоскостью  $K_{50}L_{25}M_0$ . Куб задан следующими координатами:  $A(15, 45, 0)$ ,  $B(15, 85, 0)$ ,  $D(55, 45, 0)$ ,  $A'(15, 45, 40)$ ; плоскость –  $K(10, 45, 50)$ ,  $L(70, 75, 25)$ ,  $M(10, 105, 0)$ .
- 6.5. Построить полную развёртку прямого цилиндра вращения, усечённого плоскостью  $K_{50}L_{25}M_0$ . Цилиндр вращения задан осью  $O_{90}O'_0$ , перпендикулярной горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ , и основанием – окружностью, принадлежащей горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ , с центром  $O(35, 65, 0)$  и радиусом  $R=25$  мм. Проекция плоскости задана следующими координатами точек:  $K(10, 45, 50)$ ,  $L(70, 75, 25)$ ,  $M(10, 105, 0)$ .
- 6.6. Построить полную развёртку прямой правильной шестигранной призмы, стоящей на горизонтальной плоскости проекций и усечённой плоскостью  $K_{50}L_{25}M_0$ . Призма задана точкой  $A(10, 65, 0)$ , принадлежащей основанию  $ABCDEF$ , с центром описанной окружности вокруг основания  $O(35, 65, 0)$  и высотой  $h=40$ . Проекция плоскости задана следующими координатами точек:  $K(10, 45, 50)$ ,  $L(70, 75, 25)$ ,  $M(10, 105, 0)$ .

6.7. По данной развёртке построить проекцию призмы, поставив её основанием на плоскость  $xOy$ . Показать на её поверхности точку  $A$ . Ребро  $C_0D_0$  параллельно оси  $Oy$ ,  $C(40, 20, 0)$  (рис. 99).

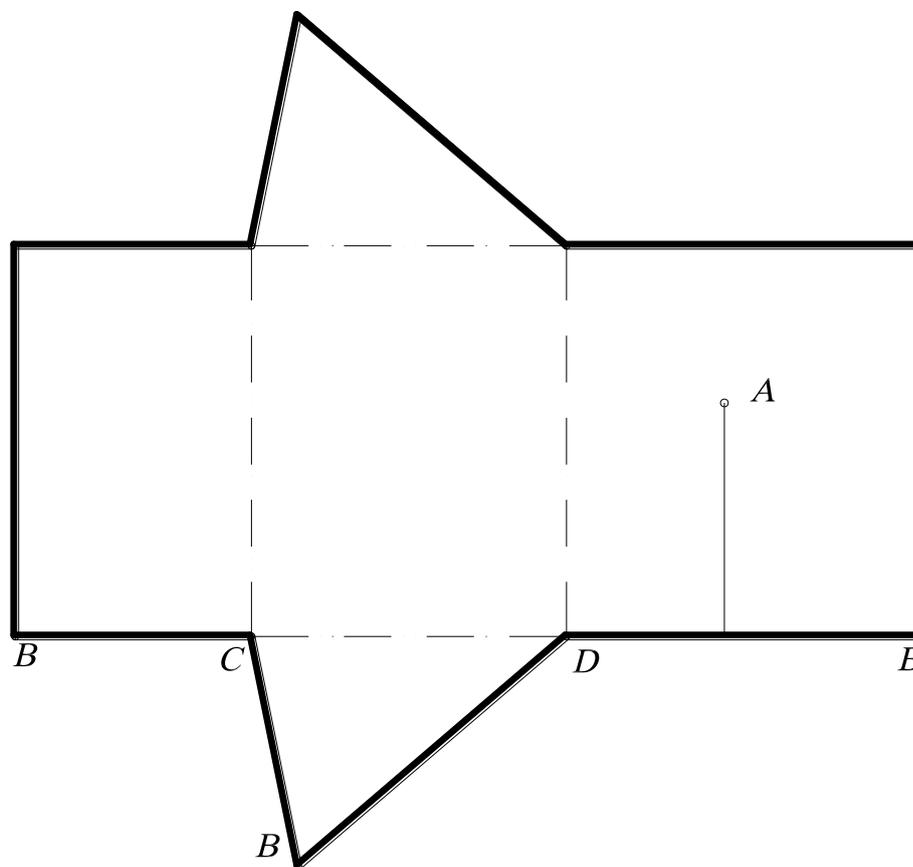


Рис. 99.

6.8. Построить полную развёртку пирамиды  $SABC$ , усечённой плоскостью  $K_0L_{20}M_{40}$ . Проекция плоскости задана следующими координатами точек:  $K(10, 0, 0)$ ,  $L(50, 20, 20)$ ,  $M(10, 40, 40)$ ; координаты вершин пирамиды –  $S(30, 20, 80)$ ,  $A(10, 45, 0)$ ,  $B(70, 75, 0)$ ,  $C(10, 105, 0)$

6.9. Построить полную развёртку призмы  $ABCA'B'C'$ , усечённой плоскостью  $K_0L_{20}M_{40}$ . Проекция плоскости задана следующими координатами точек:  $K(10, 0, 0)$ ,  $L(50, 20, 20)$ ,  $M(10, 40, 40)$ ; координаты вершин призмы –  $A(10, 45, 0)$ ,  $B(70, 75, 0)$ ,  $C(40, 105, 0)$ ,  $A'(10, 0, 50)$ ,  $B'(70, 30, 50)$ ,  $C'(40, 60, 50)$ .

6.10. По данной развёртке построить проекцию пирамиды, поставив её основанием на плоскость  $xOy$ . Показать на её поверхности точку  $A$ . Ребро  $C_0D_0$  параллельно оси  $Oy$ ,  $C(80, 70, 0)$  (рис. 100).

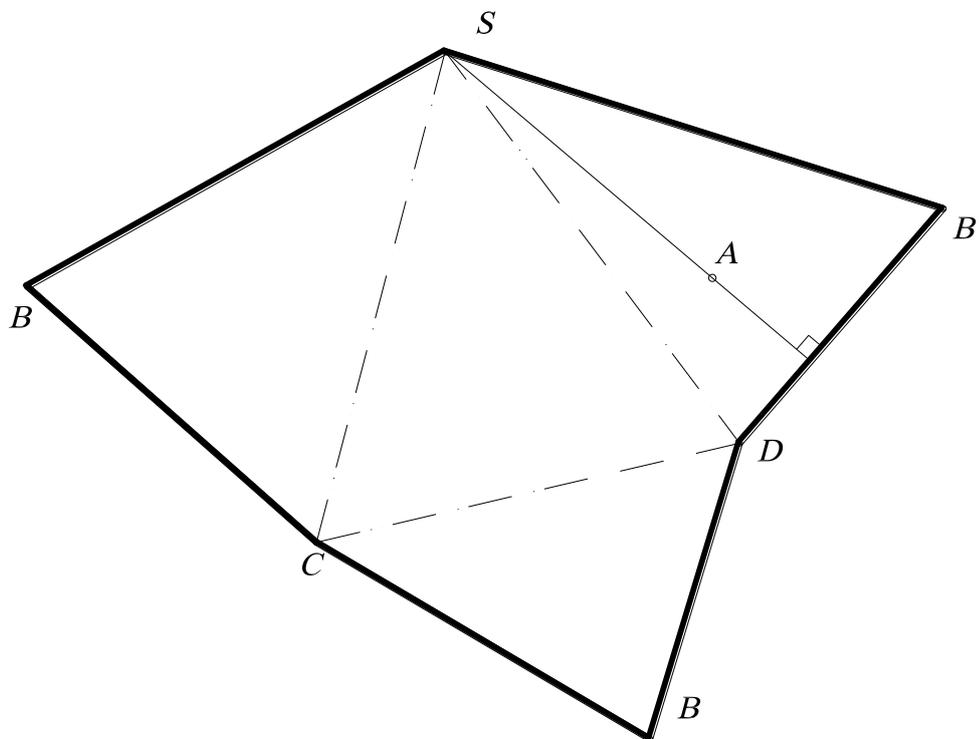


Рис. 100.

6.11. Построить полную развёртку поверхности конуса с вершиной  $S_{45}$  и радиусом основания  $R=30$  мм (рис. 101)

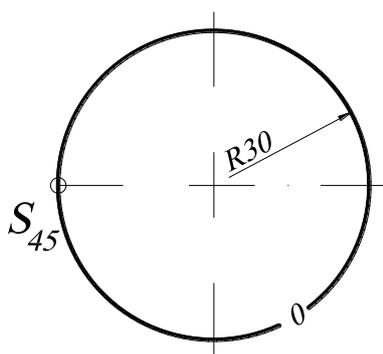


Рис. 101.

6.12. Построить на поверхности цилиндра линию кратчайшего расстояния (геодезическую) между точками  $A$  и  $B$ . Точки  $A$  и  $B$  принадлежат видимой части поверхности цилиндра (рис. 102).

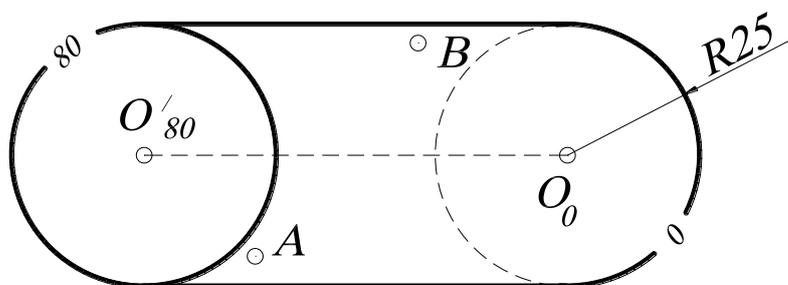


Рис. 102.

## 7. КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАЧИ

Для решения комплексных задач необходимо обобщить информацию предыдущих частей данного задачника, сформулировав использованные ранее алгоритмы, а также дать определение понятию «геометрическое место».

Под позиционными понимают задачи по определению общих элементов геометрических многообразий. Позиционные задачи подразделяют:

1) по признаку принадлежности двух геометрических множеств, т. е. если одно множество является подмножеством другого, содержится в последнем (например, прямая принадлежит плоскости);

2) по признаку параллельности, т. е. если одно множество не имеет общих элементов с другим множеством (например, прямая параллельна плоскости);

3) по признаку пересечения двух множеств, т. е. одно множество имеет общие элементы с другим множеством (например, прямая и плоскость при пересечении имеют общий элемент – точку, а при пересечении со сферой может иметь одну общую точку, две или не иметь вообще точки пересечения). Обычно выделяется частный случай пересечения – перпендикулярность геометрических элементов. Кроме этого, имеется частный случай для скрещивающихся прямых, когда они не параллельны, не пересекаются. Мы предлагаем классифицировать задачи исходя из основных фигур пространства. Основными элементами пространства являются точка, кривая (прямая) линия, поверхность (плоскость). Тогда (исходя из комбинаторики) будем иметь 6 типов задач:

1. Взаимное положение двух точек.
2. Взаимное положение точки и прямой (кривой) линии.
3. Взаимное положение двух линий.
4. Взаимное положение точки и поверхности.
5. Взаимное положение линии и поверхности.
6. Взаимное положение двух поверхностей.

Однако мы будем рассматривать эти геометрические фигуры как геометрические места (совокупность точек, положение которых удовлетворяет некоторым геометрическим условиям) трехмерного пространства, так как решение геометрических задач часто сводится к построению геометрических мест. Метод геометрических мест при решении задач на построение известен еще со времен Платона и состоит в следующем: «Построить объекты  $a_1, a_2, \dots$ , являющиеся элементами множества  $M$  и удовлетворяющие условиям  $1, 2, \dots$ ». Число объектов и условий зависит от конкретного содержания задачи. Элементы множества  $M$ , удовлетворяющие условию  $1$ , образуют некоторое подмножество  $M_1 \subset M$ , условие  $2$  выделяет из  $M$  подмножество  $M_2$  и т. д. Искомые объекты получаются как результат пересечения подмножеств  $M_1, M_2, \dots$ , т. е.  $\{a_1, a_2, \dots\} = M_1 \cap M_2 \cap \dots$ . Ниже перечисляются основные геометрические места, к нахождению которых приводится решение многих задач.

Однако вначале введем условные обозначения, которыми воспользуемся для символической записи.

- $A_1, A_2, \dots$  - точки;
- $a_1, a_2, \dots$  - прямые (кривые) линии;
- $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  - плоскости;
- $\Phi_1, \Phi_2, \dots$  - поверхности;
- $\wedge$  - конъюнкция – логическая операция, служащая для образования

высказывания « $A$  и  $B$ », то есть обозначающая союз «и».

- $\cap$  – пересечение геометрических многообразий;
- $\perp$  - перпендикулярность геометрических многообразий;
- $\parallel$  - параллельность геометрических многообразий;
- $\dot{\div}$  - обозначение скрещивающихся прямых линий.

Итак, следующие геометрические места рассматриваем, исходя из основных фигур и их частных положений.

1. Геометрическое место точек, равноудаленных от некоторой точки, есть сфера с центром в этой точке. Всякая плоскость, касательная к сфере, будет удалена от его центра на расстояние, равное радиусу сферы, и перпендикулярна к этому радиусу ( $A$ ).
2. Геометрическое место точек, равноудаленных от двух данных точек, есть плоскость, проходящая через середину отрезка, соединяющего данные точки, и перпендикулярная ему ( $A_1 \wedge A_2$ ).

*Примечание.* Около пары сфер одинакового радиуса можно описать цилиндр, а если сферы разного радиуса – два конуса.

3. Геометрическое место точек, равноудаленных от трех данных точек  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , не лежащих на одной прямой, есть прямая, перпендикулярная к плоскости, определяемой тремя данными точками, и проходящая через центр окружности, описанной через эти три точки, так как окружность однозначно определяется заданием трех точек ( $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3$ ).

Это геометрическое место точек может быть построено как линия пересечения двух плоскостей, проходящих через середины отрезков  $A_1A_2$  и  $A_2A_3$  и соответственно к ним перпендикулярных.

4. Геометрическое место точек, равноудаленных от четырех данных точек  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  и  $A_4$ , не лежащих в одной плоскости (и определяющих сферу, что подтверждается подсчетом параметров), есть только одна точка – центр сферы, поверхность которой проходит через эти точки. Этот центр находится как точка пересечения плоскостей, проведенных через середины отрезков  $A_1A_2$ ,  $A_2A_3$  и  $A_3A_4$  и соответственно перпендикулярных им ( $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge A_4$ ).

Для того чтобы найти пересечение этих трех плоскостей, можно найти прямую пересечения двух плоскостей, а затем найти пересечение этой прямой с третьей плоскостью.

5. Геометрическое место точек, равноудаленных от данной прямой, есть поверхность прямого кругового цилиндра. Всякая плоскость, касательная к этому цилиндру, будет параллельна оси цилиндра и удалена от нее на данное расстояние ( $a$ ).
6. Геометрическое место точек, равноудаленных от заданных прямой и точки, есть линия пересечения прямого кругового цилиндра и сферы. Эта линия может быть построена решением задачи на нахождение общих элементов двух поверхностей ( $A \wedge a$ ).
7. Геометрическое место прямых, проходящих через определенную точку на данной прямой и наклоненной к последней под заданным углом  $\omega$ , есть поверхность прямого кругового конуса ( $A \wedge a$ ).

*Примечание.* Если провести плоскость, пересекающую конус перпендикулярно к его оси, то поверхность конуса будет служить геометрическим местом прямых, проходящих через вершину и наклоненных к этой плоскости под углом  $90^\circ - \omega$ . Всякая плоскость, касательная к такому конусу, будет наклонена под углом  $90^\circ - \omega$  к этой плоскости нормального сечения.

8. Геометрическое место точек, равноудаленных от заданной точки и плоскости, есть линия (две линии) пересечения плоскости со сферой ( $A \wedge \alpha$ ).

*Примечание.* В частном случае может получиться, что эта плоскость (или две плоскости, или одна из них) будет касательной плоскостью.

9. Геометрическое место точек, равноудаленных от заданных точки и поверхности на заданное расстояние, есть линия (или две линии, в частном случае ни одной) пересечения сферы с эквидистантой заданной поверхности. Например, эквидистантой сферы будут две сферы с тем же центром, расположенные по разные стороны от ее поверхности на данном расстоянии ( $A \wedge \Phi$ ).

*Примечание.* В частном случае сфера и эквидистанта поверхности могут быть касательными или не иметь действительных точек пересечения.

10. Геометрическое место точек, равноудаленных от данных двух параллельных прямых, есть плоскость, перпендикулярная к отрезку, определяющему кратчайшее расстояние между данными прямыми, и проходящими через его середину ( $a_1 \parallel a_2$ ).

11. Геометрическое место точек, равноудаленных от трех параллельных прямых  $a_1$ ,  $a_2$ , и  $a_3$ , не лежащих в одной плоскости, есть прямая, параллельная данным прямым ( $a_1 \parallel a_2 \parallel a_3$ ).

*Примечание.* Если через произвольную точку  $A_1$  на прямой  $a_1$  провести перпендикулярную плоскость  $\alpha$ , то последняя пересечет две другие в точках  $A_2$  и  $A_3$ . Искомое геометрическое место может быть построено как перпендикуляр к плоскости  $\alpha$ , проходящий через центр окружности, описанной в этой плоскости около треугольника  $A_1A_2A_3$ . Три параллельные прямые однозначно определяют прямой круговой цилиндр (подтверждается подсчетом параметров).

12. Геометрическое место точек, равноудаленных от двух пересекающихся прямых, есть пара плоскостей, перпендикулярных к плоскости, содержащей данные прямые, проходящие через биссектрисы углов между ними ( $a_1 \cap a_2$ ).

*Примечание.* Искомые плоскости будут совпадать с плоскостями двух ветвей плоской кривой, на которые распадается линия пересечения двух прямых круговых цилиндров.

13. Геометрическое место точек, равноудаленных от двух перпендикулярных прямых, есть пара плоскостей (так же как и в п.12), перпендикулярных к плоскости, содержащей данные прямые, проходящие через биссектрисы углов между ними ( $a_1 \perp a_2$ ).

14. Геометрическое место точек, равноудаленных от двух скрещивающихся прямых, есть линия пересечения двух прямых круговых цилиндров ( $a_1 \neq a_2$ ) или плоскость параллелизма, расположенная на одинаковом расстоянии от заданных скрещивающихся прямых.

*Примечание.* В частном случае эти цилиндры могут быть касательными или вообще не иметь общих элементов. Тогда геометрическим местом точек будет являться плоскость, параллельная касательным плоскостям к этим цилиндрам.

15. Геометрическое место точек, равноудаленных от данной плоскости, есть пара плоскостей, параллельных данной и расположенных от нее по разные стороны на данном расстоянии ( $\alpha$ ).

16. Геометрическое место точек, равноудаленных от прямой и плоскости, есть линия пересечения прямого кругового цилиндра с одной или двумя плоскостями ( $a \wedge \alpha$ ). Могут быть случаи касания и пустого множества общих элементов.

*Примечание.* В том случае, если расстояние удаления равно нулю, то решается задача на нахождение точки пересечения прямой и плоскости. Это замечание справедливо и для случая прямой и плоскости, ей перпендикулярной ( $\alpha \perp a$ ) и плоскости и пересекающей ее прямой ( $\alpha \cap a$ ).

17. Геометрическое место точек, равноудаленных от прямой и параллельной ей плоскости, есть в общем случае прямые пересечения прямого кругового цилиндра и двух плоскостей ( $a \parallel \alpha$ ).

*Примечание.* Эти прямые в общем случае будут являться образующими данного цилиндра, а в частном – две совпавшие образующие, которые получаются в результате касания плоскости этого цилиндра, а также мнимое пересечение элементов.

18. Геометрическое место точек, равноудаленных от прямой и поверхности, есть линия пересечения прямого кругового цилиндра с эквидистантой заданной поверхности ( $a \wedge \Phi$ ).

*Примечание.* Если расстояние равно нулю, то строится точка пересечения прямой и поверхности.

19. Геометрическое место точек, равноудаленных от плоскости и точки, есть линия пересечения плоскости (двух плоскостей) со сферой  $(\alpha \wedge A)$ .

*Примечание.* В частном случае может получиться так, что плоскость будет касательной к поверхности сферы, а также пустое множество общих элементов.

20. При определении взаимного положения плоскостей  $(\alpha_1 \wedge \alpha_2)$  обычно выделяют следующие варианты: параллельные плоскости  $(\alpha_1 \parallel \alpha_2)$ ; пересекающиеся плоскости  $(\alpha_1 \cap \alpha_2)$  и их частный случай – перпендикулярные плоскости  $(\alpha_1 \perp \alpha_2)$ . Мы будем рассматривать только два последних случая, объединяя их в единый блок, так как в первом случае получается однопараметрическое множество параллельных плоскостей.

Итак, геометрическое место точек, равноудаленных от двух пересекающихся плоскостей, есть две биссекторные плоскости двугранных углов, образованных этими пересекающимися плоскостями. Каждая биссекторная плоскость проходит через линию пересечения плоскостей и делит пополам соответствующую пару углов между этими плоскостями  $(\alpha_1 \cap \alpha_2)$ ,  $(\alpha_1 \perp \alpha_2)$ .

*Примечание.* Если расстояние удаления равно нулю, то решается задача на нахождение линии пересечения этих плоскостей, которая будет являться геометрическим местом точек, равноудаленных от этих плоскостей.

21. Геометрическое место точек, равноудаленных от трех пересекающихся плоскостей  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$ , есть прямая – линия пересечения плоскостей биссектора, равноделящих двугранные углы между плоскостями  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  и  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$   $(\alpha_1 \cap \alpha_2 \cap \alpha_3)$ .

*Примечание.* Поверхность, касательная к трем пересекающимся плоскостям, является поверхностью прямого кругового конуса с вершиной в точке пересечения этих плоскостей.

22. Геометрическое место точек, равноудаленных от трех плоскостей, параллельных одной прямой, есть прямая – ось цилиндра, касательного к этим трем плоскостям  $((\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \alpha_3) \parallel a)$ .

23. Геометрическое место точек, равноудаленных от заданной поверхности и плоскости, есть, в общем случае, линия пересечения эквидистантной плоскости и эквидистантной поверхности ( $\Phi \wedge \alpha$ ).

*Примечание.* В частном случае эта плоскость будет касательной или вообще не иметь ни одной общей точки с заданной поверхностью.

24. Геометрическое место точек, равноудаленных от двух поверхностей, есть линия пересечения эквидистант этих поверхностей ( $\Phi_1 \wedge \Phi_2$ ).

*Примечание.* Если расстояние равно нулю, то строится линия пересечения заданных поверхностей. Имеют место случаи касания этих поверхностей и отсутствия общих элементов.

Анализ основных геометрических мест позволяет сделать вывод о том, что для решения позиционных алгоритмических задач необходимы следующие алгоритмы:

1. Нахождение общего элемента прямой и плоскости – точки (табл. 1).
2. Нахождение общего элемента двух плоскостей (табл. 2, 3).
3. Нахождение общих элементов прямой (кривой) линии с поверхностью (табл. 4).
4. Нахождение общих элементов плоскости и поверхности (табл. 5).
5. Нахождение общих элементов двух поверхностей (табл. 6).
6. Построение касательных плоскостей к заданным поверхностям (табл. 7).

Кроме этих алгоритмов решения позиционных задач в табл. 8 представлен алгоритм основной метрической задачи.

Составим перечисленные алгоритмы.

**Алгоритм построения точки пересечения прямой и плоскости  
(основная или первая позиционная задача)**

Алгоритм А 1	
1. Через заданную прямую $a$ проводят вспомогательную плоскость-посредник $\beta$ . <sup>*</sup> В общем случае таких плоскостей может быть $\infty^1$ .	
2. Находят прямую $b$ пересечения заданной плоскости $\alpha$ и плоскости посредника $\beta$ .	
3. Искомая точка $A$ определяется в результате пересечения заданной прямой $a$ и полученной прямой $b$ .	
4. Определяют видимость прямой методом конкурирующих точек.	
*Плоскость-посредник выбирается частного положения, однако в проекциях с числовыми отметками она может быть и общего положения.	

Алгоритм А2 – решение задачи на пересечение двух плоскостей общего положения – может быть осуществлен двумя способами:

1. Построить точки пересечения двух прямых одной плоскости с другой плоскостью, то есть использовать два раза алгоритм А1 (табл. 1).
2. Ввести две вспомогательные секущие плоскости частного положения, построить их линии пересечения с заданными плоскостями. Две соответствующие точки пересечения определяют искомую линию пересечения данных плоскостей. Другими словами, для нахождения линии пересечения двух плоскостей необходимо найти две общие точки.

Таким образом, для нахождения линии пересечения двух плоскостей сформируем два алгоритма А2.1, А2.2. Эта задача называется второй позиционной задачей начертательной геометрии (табл. 2, 3).

**Построение линии пересечения двух плоскостей  
(вторая позиционная задача)**

Алгоритм А 2.1	
1. Находят точку $A$ пересечения прямой $a$ с плоскостью $\alpha$ , используя алгоритм А1.	
2. Находят точку $B$ пересечения прямой $b$ с плоскостью $\alpha$ , используя алгоритм А1.	
3. Строят прямую $AB$ – линию пересечения заданных плоскостей $\alpha$ и $\beta$ .	
4. Определяют видимость плоскостей методом конкурирующих точек.	
<p><i>Примечание.</i> В проекциях с числовыми отметками линию пересечения плоскостей строят как пересечение двух прямых-горизонталей с одинаковыми числовыми отметками.</p>	

**Построение линии пересечения двух плоскостей**

Алгоритм А 2.2	
1. Проводят плоскость уровня $\omega_1$ и находят линии пересечения $h_1$ и $h_2$ с заданными плоскостями $\alpha$ и $\beta$ .	
2. Строят точку $A$ пересечения прямых $h_1$ и $h_2$ .	
3. Проводят плоскость уровня $\omega_2$ и находят линии пересечения $h_3$ и $h_4$ с заданными плоскостями $\alpha$ и $\beta$ .	
4. Строят точку $B$ пересечения прямых $h_3$ и $h_4$ .	
5. Определяют видимость плоскостей методом конкурирующих точек.	
<p><i>Примечание.</i> 1. Если плоскость задана следами, то нужно найти две общие точки. 2. В проекциях с числовыми отметками линию пересечения плоскостей строят как пересечение двух прямых-горизонталей с одинаковыми числовыми отметками.</p>	

Все машины, приборы, любые изделия состоят из отдельных деталей, соединенных между собой. Форму деталей машин образуют, главным образом, сочетание плоскостей и кривых поверхностей (цилиндрической, конической, сферической, торовой), расположенных в пространстве так, что они находятся друг относительно друга в определенном соотношении. Чаще всего они пересекаются, образуя общую для них линию. Поэтому главным этапом конструирования таких деталей является определение границ элементарных исходных поверхностей, которыми и являются линии их взаимного пересечения. Таким образом, задача построения линии пересечения двух поверхностей, достаточно часто встречающаяся в начертательной геометрии, имеет широкое практическое применение в конструкциях технических деталей. Рассмотрим эти алгоритмы (табл. 4-6).

Таблица 4

**Нахождение общих элементов кривой (прямой) линии**

Алгоритм А 3	
1. Выбирают посредник $\alpha$ так, чтобы заданная кривая (прямая) смогла принадлежать этому посреднику (вспомогательная плоскость или поверхность).	
2. Строят посредник $\alpha$ , в который заключают заданную кривую (прямую) линию $a$ .	
3. Находят линию $b$ пересечения посредника $\alpha$ с заданной поверхностью $\Phi$ .	
4. Искомая точка $A$ определяется при пересечении построенной кривой $b$ и заданной $a$ .	
5. Определяют видимость плоскостей методом конкурирующих точек.	
<p><i>Примечание.</i> Если задача решается не на компьютере, то нужно иметь в виду то, чтобы линия пересечения <math>b</math> была линией, которую на проекциях можно построить циркулем и линейкой (прямая или окружность). В противном случае посредник необходимо заменить.</p>	

Линия пересечения двух поверхностей в общем виде представляет собой пространственную кривую, которая может распадаться на две части и более. Строится линия пересечения при помощи вспомогательных плоскостей или кри-

вых поверхностей, которые называются посредниками. Выбор вспомогательной поверхности (посредника) определяется формой и положением пересекающихся поверхностей. В качестве посредников могут использоваться проецирующие плоскости, плоскости общего положения, цилиндрические, конические и сферические поверхности. Следует по возможности подбирать такие вспомогательные поверхности, которые в пересечении с данными поверхностями дают простые для построения линии (прямые или окружности). Каждый из посредников пересекает данные поверхности в общем случае по некоторым кривым, которые как лежащие в одной и той же плоскости или на одной и той же поверхности, могут пересекаться между собой и тогда определяют одну или несколько точек, лежащих на линии пересечения поверхностей.

Таблица 5

**Построение линии пересечения плоскости и поверхности**

Алгоритм А 4	
1. Выбирают вспомогательную плоскость-посредник $\omega$ .	
2. Строят посредник $\omega$ (построение обычно начинают с нахождения опорных (характерных) точек, к которым относятся экстремальные точки (низшие или высшие), точки видимости относительно плоскостей проекций).	
3. Находят линии $a$ и $b$ , по которым посредник $\omega$ пересекает заданную плоскость $\alpha$ и поверхность $\Phi$ .	
4. Отмечают точку $A$ пересечения построенных линий $a$ и $b$ .	
5. Операции 1, 2, 3, 4 повторяют нужное число раз (посредники задаются в пределах экстремальных точек). Полученные точки последовательно соединяют линией.	
6. Определяют видимость полученной линии (если часть поверхности видима, то и линия видима).	
<p><i>Примечание.</i> При решении задачи с помощью циркуля и линейки эта плоскость должна пересекать заданную поверхность по прямым или окружностям.</p>	

**Построение линии пересечения двух поверхностей**

Алгоритм А 5	
<p>1. Выбирают вспомогательную поверхность-посредник <math>\omega</math> так, чтобы ее пересечение с заданными поверхностями осуществлялось по простым линиям.</p>	
<p>2. Строят посредник <math>\omega</math> (построение обычно начинают с нахождения опорных (характерных) точек, к которым относятся экстремальные точки (низшие или высшие), точки видимости относительно плоскостей проекций).</p>	
<p>3. Находят линии <math>a</math> и <math>b</math>, по которым посредник <math>\omega</math> пересекает заданные поверхности <math>\Phi_1</math> и <math>\Phi_2</math>.</p>	
<p>4. Отмечают точку <math>A</math> пересечения построенных линий <math>a</math> и <math>b</math>.</p>	
<p>5. Операции 1, 2, 3, 4 повторяют нужное число раз (посредники задаются в пределах экстремальных точек).</p>	
<p>6. Полученные точки последовательно соединяют линией.</p>	
<p>7. Определяют видимость полученной линии (если часть поверхности видима, то и линия видима).</p>	
<p><i>Примечание.</i></p> <p>1. Если одна из поверхностей является проецирующей, то есть одна из проекций искомой линии уже дана, то другую проекцию искомой линии строят по ее принадлежности второй заданной поверхности.</p> <p>2. Если две поверхности второго порядка описаны около третьей или вписаны в нее, то они пересекаются по двум плоским кривым, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки пересечения линий касания (теорема Монжа).</p>	

**Построение плоскости, касательной к сфере, цилиндру, конусу, тору**

Алгоритм А 6	
1. Через точку $A$ , принадлежащую заданной поверхности, строят образующую $a$ циклической поверхности (круговое сечение).	
2. Проводят касательную прямую $t_1$ к полученной окружности $a$ .	
3. Через точку $A$ строят образующую $b$ поверхности вращения.	
4. Проводят касательную прямую $t_2$ к полученной линии $b$ .	
5. Прямые $t_1$ и $t_2$ , пересекающиеся в точке $A$ , задают касательную плоскость.	

Кроме позиционных задач в начертательной геометрии имеются метрические задачи. Метрическими называют задачи, в которых необходимо определить натуральные значения геометрических величин – длин отрезков, размеры углов, расстояния между геометрическими многообразиями, а также площадь, объём и т. п. Причем необходимо помнить, что натуральная величина отрезков прямых, плоских фигур определяется на чертеже без дополнительных построений тогда, когда прямая или плоскость фигуры параллельна плоскости проекций, то есть является прямой или плоскостью уровня по отношению к плоскости проекций. В остальных случаях необходимы дополнительные построения или преобразование геометрических объектов до частного положения (способ прямоугольного треугольника, методы вращения или замены плоскостей проекций).

Задача на определение расстояния от точки до плоскости называется основной метрической задачей начертательной геометрии.

**Нахождение расстояния от точки до плоскости**  
(основная метрическая задача)

Алгоритм А 7	
<p>1. Из точки <math>A</math> строят прямую, перпендикулярную плоскости <math>P</math> (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости такая прямая должна быть перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости).</p>	
<p>2. Находят точку <math>B</math> пересечения перпендикуляра с плоскостью <math>P</math> (основная позиционная задача, см. А1).</p>	
<p>3. Определяют натуральную величину отрезка прямой <math>AB</math> любым из известных способов.</p>	

Важнейшей целью при решении задач является формирование общих подходов, а точнее методов к умению решать задачи как можно более широких классов (эвристических задач). Уже с далеких времен многие математики занимались поиском общих эвристических схем, которые помогают в поиске способа решения конкретных задач. Разработкой таких эвристических схем занимался один из комментаторов Евклида Папп, знаменитые математики и философы Рене Декарт (1596-1650), Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646-1716). Так, например, Р. Декарт подчеркивал, что научные открытия и изобретения следует производить не путем беспорядочного блуждания наугад по дорогам науки, а с помощью метода. «Под методом же я разумею достоверные и легкие правила, строго соблюдая которые, человек никогда не примет ничего ложного за истинное» и сможет добывать новое знание – все, что он способен познать – «без изменений траты умственных сил»<sup>1</sup>. Эти слова можно трактовать в том смысле, что при решении задач в различных сферах деятельности (науке, технике, образовании и др.) следует пользо-

<sup>1</sup> Декарт Р. Избр. произв. – М.: Госполитиздат, 1950. – С. 80, 90.

ваться общими подходами (методами), которые преследуют цель максимально возможной интенсификации интеллекта.

В математике, как и в геометрии, в частности начертательной геометрии, общих подходов (методов) решения задач не так уж много, однако они являются достаточно универсальными и с успехом (возможно под другими именами), используются и в других областях знаний. Рассмотрим методы решения задач, которые используются в курсе начертательной геометрии.

**1. Метод разбиения задачи на подзадачи.** Этот метод состоит в том, что сложную нестандартную задачу разбивают на несколько более простых подзадач, по возможности стандартных или ранее решенных, при последовательном решении которых будет решена и исходная задача. Здесь возможны такие случаи:

- разбиение условий задачи на части;
- разбиение требования задачи на части;
- разбиение области определения задачи на части.

Рассмотрим пример расчленения условия на части. Построить точку  $A$ , равноудаленную от сторон линейного угла с вершиной  $B$  и принадлежащую прямой  $a$ . Линейный угол и отрезок прямой не лежат в одной плоскости. Условие задачи разбивается на две части:

1) геометрическое множество трехмерного пространства, равноудаленное от сторон линейного угла, – это плоскость  $\alpha$ , проходящая через биссектрису и перпендикулярная к плоскости этого угла;

2) искомая точка принадлежит заданной прямой  $a$  – это пересечение плоскости  $\alpha$  с прямой  $a$ .

**2. Преобразование задачи.** Последовательные преобразования сложной комплексной задачи в цепочку эквивалентных задач до получения задачи, которую знаем, как решать. Другими словами, перейти из пространства стереометрии в пространство планиметрии (уменьшить размерность задачи). Например, преобразование элементов задачи из общего положения в частное. При этом эквивалентность задач понимается как совпадение их множеств решений, а преобразова-

ние должно не менять языка ее записи, т. е. если задача была геометрической, то и преобразованная задача тоже должна быть геометрической. В противном случае это уже будет не преобразование, а моделирование.

**3. Моделирование.** В общем случае этот метод подразумевает замену исходной задачи ее моделью: текстовая (сюжетная) задача переводится в уравнение, систему уравнений или неравенств; уравнение представляется в виде кривой на плоскости или в пространстве и т. п., т. е. в конечном счете сводится к какому-то геометрическому изображению. А поскольку геометрическое моделирование, целью которого является построение моделей, то актуальность приобретают методы построения физических моделей и конструктивных. Физические модели представляют совокупность материальных объектов, оперирование которыми приводит к решению задачи. Такими материальными (реальными) моделями могут служить модели геометрических фигур и тел из разного рода материала (бумаги, пластика, дерева и т. п.). Конструктивные модели позволяют задавать условие задачи и в аналитическом виде, и в графическом, что значительно упрощает поиск решения задачи. Этот метод широко используется при решении многопараметрических задач, отображающих процессы и явления различных сфер деятельности. В этом случае большое значение имеет понятие «размерности» геометрических пространств (многообразий), поскольку позволяет конструировать на двумерном чертеже гиперповерхности, а также исследовать их методами геометрического моделирования.

**4. Введение вспомогательных элементов.** В общем случае возможны следующие варианты:

- введение недостающих по смыслу задачи элементов между данными и искомыми элементами (дополнительное построение на чертеже, введение дополнительных переменных для составления уравнений и т. п.);
- преднамеренное погружение задачи в большую размерность, т. е. введение дополнительных параметров, не связанных с условием задачи. Такими элементами являются «посредники», содержащие исходный элемент.

**5. Подобие.** Построение дополнительных элементов на чертеже, подобных тем, которые получаются в результате решения задачи. Причем дополнительные элементы строятся так, чтобы по отношению к исходным они были симметричными. Этот метод основан на принципе пропорциональности. В качестве подобных элементов в пространстве служат эквидистантные поверхности.

**6. Переформулировать.** Часто условие задачи сформулировано так, что исходные элементы являются определителем какой-либо поверхности. Например, если в пространстве заданы три пересекающиеся прямые, то известно, что такие прямые являются определителем конуса вращения. Поэтому иногда простая переформулировка позволяет обнаружить искомые элементы. Например, построить прямую, равноудаленную от трех пересекающихся прямых. Такой прямой является ось конуса вращения. Например, построить из шести спичек четыре равносторонних треугольника. Задача переформулируется следующим образом: требуется построить объект с шестью ребрами и четырьмя треугольными гранями, т. е. тетраэдр.

**7. Обобщение.** Этот метод является общим в математике. Очень часто общее доказать легче, чем частное, и практика математической науки дает в подтверждение этому достаточно много ярких и убедительных примеров. Подобная ситуация определяется часто как «парадокс изобретателя». Об этом методе в той или иной форме высказывались Г. В. Лейбниц, П. Г. Л. Дирихле, Ю. В. Р. Дедекин, Д. Пойа и др. Достаточно привести несколько принадлежащих им высказываний<sup>2</sup>: «Доказать больше иногда легче» (Д. Пойа); «Решая познавательную задачу, полезно придумать какую-либо другую, общую задачу, которая содержит первоначальную и легче поддается решению» (Г. В. Лейбниц); «Как часто случается, общая задача оказывается легче, чем была бы частная, если бы мы пытались решить ее непосредственно в лоб» (П. Г. Л. Дирихле, Ю. В. Р. Дедекин).

---

<sup>2</sup> Цит. из Зенкин А.А. Когнитивная компьютерная графика. – М.: Наука, 1991. – С. 152-153.

Как правило, это обобщение протекает за счет погружения (вложения) исходных элементов задачи в пространство большей размерности, непосредственно связанное с исходными элементами. С геометрической точки зрения, такие пространства являются геометрическими местами – множествами точек, равноудаленными от заданного элемента (или элементов). Поэтому прямая может быть рассмотрена как поверхность кругового цилиндра, точка – как сфера и т. п. Использование данного метода предполагает, что из решения обобщенной задачи без особого труда может быть получено решение исходной задачи.

Рассмотрим пример. Построить плоскость на расстоянии  $R_1$  от точки  $A$ , на расстоянии  $R_2$  от точки  $B$  и на расстоянии  $R_3$  от точки  $C$ . Искомая плоскость, удаленная от трех точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  на заданные расстояния  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , должна быть касательной к трем сферам, центры которых совпадают с точками  $A$ ,  $B$  и  $C$ , а радиусы соответственно равны  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ . Около каждой пары сфер можно описать конус вращения. Таких конусов будет два. Плоскость, касательная к такому конусу, будет касательной и к вписанным в него сферам. Поэтому задача сводится к построению плоскости, касательной к этим конусам, которая определяется двумя прямыми: а) соединяющей вершины этих конусов; б) касательной к основанию конуса. В результате решения этой задачи могут получиться две плоскости.

Заметим, что метод «Переформулировать» и метод разбиения задачи на подзадачи могут рассматриваться как конкретная разновидность метода «Обобщить». Дело в том, что, переформулировав задачу, т.е. фактически определив какую-либо поверхность, мы получаем новую задачу, являющуюся обобщением, а разбивая задачу на подзадачи, в конечном счете приходим к обобщению этих подзадач. Вообще говоря, при решении задач трудно однозначно утверждать, какой именно метод использовался, поскольку чаще всего при решении задач могут использоваться одновременно несколько методов. Более того, одна и та же задача, исследуемая с опорой на разные методы, может приводить к одному и тому же результату.

Все рассмотренные нами методы не претендуют на полноту классификации методов решения геометро-графических задач, поскольку, во-первых, любая задача априори может преподнести новый метод. Во-вторых, в некоторых случаях простые рассуждения, мысленные операции (анализ, синтез, абстракция, конкретизация и т. п.), приводящие к незначительным «косметическим» изменениям, позволяют получить алгоритм решения сложной задачи. Тем не менее рассмотренные методы содержат некие реальные ориентиры, позволяющие новичку осваивать процесс решения задач и вырабатывать интеллектуальные и практические навыки и умения в этой деятельности.

Предложенные алгоритмы, сконструированные геометрические места, а также методы дают возможность большего понимания при решении нижепредложенных задач.

**7.1. Дано:** конус (заданный вершиной  $S_3$  и основанием – параллель заданного радиуса с нулевой отметкой) и прямая  $A_9B_7$ . Построить плоскость, касающуюся данного конуса и параллельную прямой  $A_9B_7$ .

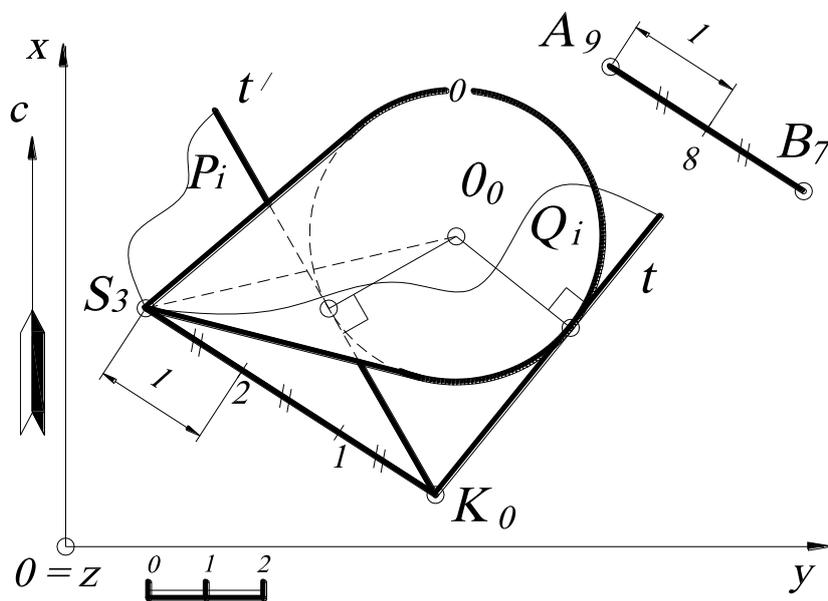


Рис. 103.

**Решение** (рис. 103).

Известно, что прямая параллельна плоскости, если в плоскости найдётся хотя бы одна прямая, параллельная заданной. Следовательно, через вершину конуса  $S_3$  проводят прямую, параллельную заданной прямой  $A_9B_7$  (см. свойства параллельных пря-

мых) и находят на этой прямой точку  $K$  с отметкой  $0$ . Из полученной точки  $K_0$  строят касательные прямые  $t$  и  $t'$  к основанию конуса (см. задачу 4.9). Прямые

$S_3K_0$  и  $t$  будут задавать одну искомую плоскость  $Q_i$ , а прямые  $S_3K_0$  и  $t'$  - другую  $P_i$ .

**7.2.** Дано: точка  $A_1$ , точка  $B_4$  и точка  $C_6$ . Построить точку  $S_?$ , равноудалённую от заданных точек  $A_1$ ,  $B_4$  и  $C_6$  на расстояние **4.5** (по линейному масштабу).

**Решение** (рис. 104). Решение задачи сводится к построению прямого кругового конуса, образующая которого равна **4.5**. Задача имеет два решения, то есть можно построить два конуса.

Вначале находят окружность основания конуса и точку  $O$  – центр основания конуса. По исходным данным, точки  $A_1$ ,  $B_4$  и  $C_6$  принадлежат плоскости общего положения, следовательно, окружность основания будет проецироваться на плане в виде эллипса. Поэтому методом замены плоскостей проекций определяют натуральную величину треугольника  $A_1B_4C_6$  (можно воспользоваться любым другим методом для определения натуральной величины  $A_1B_4C_6$ ). Для этого строят профиль в проекционной связи перпендикулярно горизонталям плоскости  $A_1B_4C_6$  и второй заменой плоскостей проекций определяют натуральную величину  $A_1B_4C_6$  (откладывая соответствующие координаты точек  $A_1$ ,  $B_4$  и  $C_6$ , взятые с плана).

Точка  $O'$  определяется на натуральной величине треугольника  $A'B'C'$  как центр описанной окружности (точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника  $A'B'C'$ ). Точку  $O'$  проецируют на профиль (используя принадлежность её к треугольнику  $ABC$ ), определяют её числовую отметку **3.1**, а затем строят на плане (отложив соответствующую координату).

Находят очерковую образующую  $S'E'$ , которая на профиле будет изображаться в натуральную величину (так как параллельна плоскости профиля), повернув точку  $A'$  вокруг  $S'O'$ . Затем на профиле из точки  $O$  восстанавливают перпендикуляр (высоту конуса) и засечкой циркуля из точки  $E$  радиусом **4.5** (по масштабу чертежа) определяют точку  $S$  – вершину конуса.

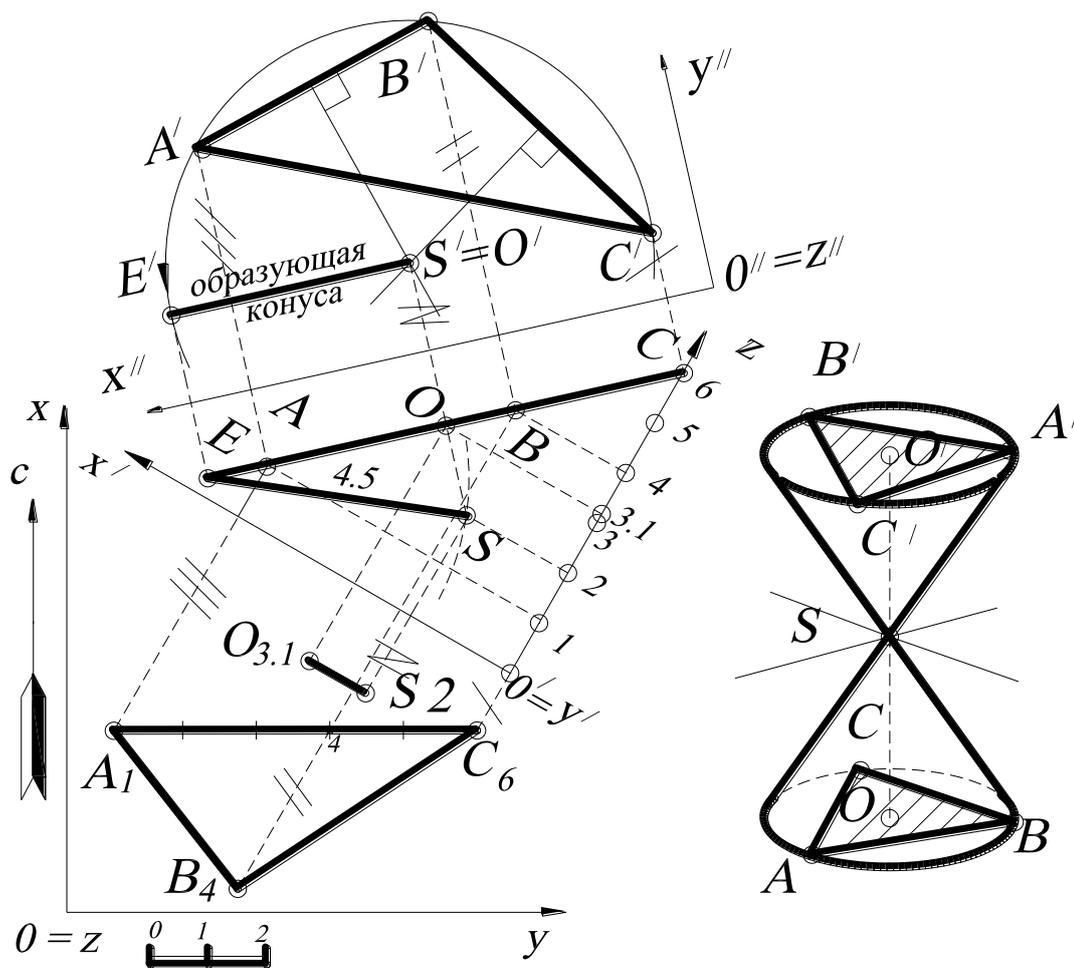


Рис. 104.

Точку  $S$  проецируют на план на прямую, проведённую через точку  $O_{3.1}$  перпендикулярно горизонталям, так как высота конуса перпендикулярна его основанию (см. перпендикулярность прямой и плоскости). Точка  $S_2$  – точка, равноудалённая от заданных точек  $A_1$ ,  $B_4$  и  $C_6$  на расстоянии 4.5.

7.3. Дано: точка  $O_3$ , точка  $A_2$  и расстояние  $R$ . Найти числовую отметку точки  $A_2$ , если известно, что расстояние между точками  $A_2$  и  $O_3$  равно  $R$ .

**Решение** (рис. 105). Задача сводится к построению сферы с центром  $O_3$  и радиусом  $R$ . Другими словами, точка  $A_2$  будет лежать на поверхности этой сферы, а числовая отметка этой точки определяется из принадлежности её к поверхности.

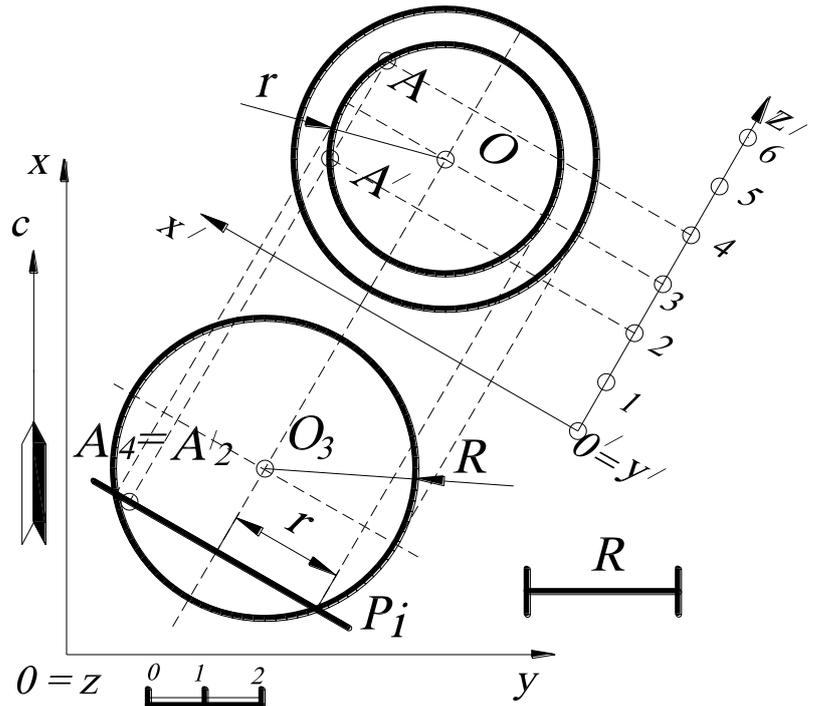


Рис. 105.

На плане строят сферу с центром  $O_3$  и радиусом  $R$ . Известно, что если точка принадлежит поверхности, то она принадлежит линии, лежащей в этой поверхности. Следовательно, проводят через точку  $A_2$  плоскость  $P_i$ , которая пересечёт эту сферу по окружности – параллели сферы. Затем для нахождения числовой отметки точки  $A_2$  строят профиль этой параллели, на которую проецируют точку  $A_2$  и определяют числовую отметку – это **4** (для наглядности на профиле построена также проекция сферы). Однако точка  $A_2$  может иметь отметку **2** (см. рис. 103 – точка  $A'_2$ ), так как в этой задаче два решения.

7.4. Дано: сфера ( $O_3$  – центр,  $R$  – радиус) и точка  $A_2$ , принадлежащая этой сфере. На экваторе данной сферы построить точки, отстоящие от точки  $A_2$  на расстояние  $r=2$  (по масштабу чертежа).

**Решение** (рис. 106). Задача сводится к нахождению точек пересечения сферы с центром  $A_?$  и радиусом  $r=2$  с окружностью – экватором заданной сферы.

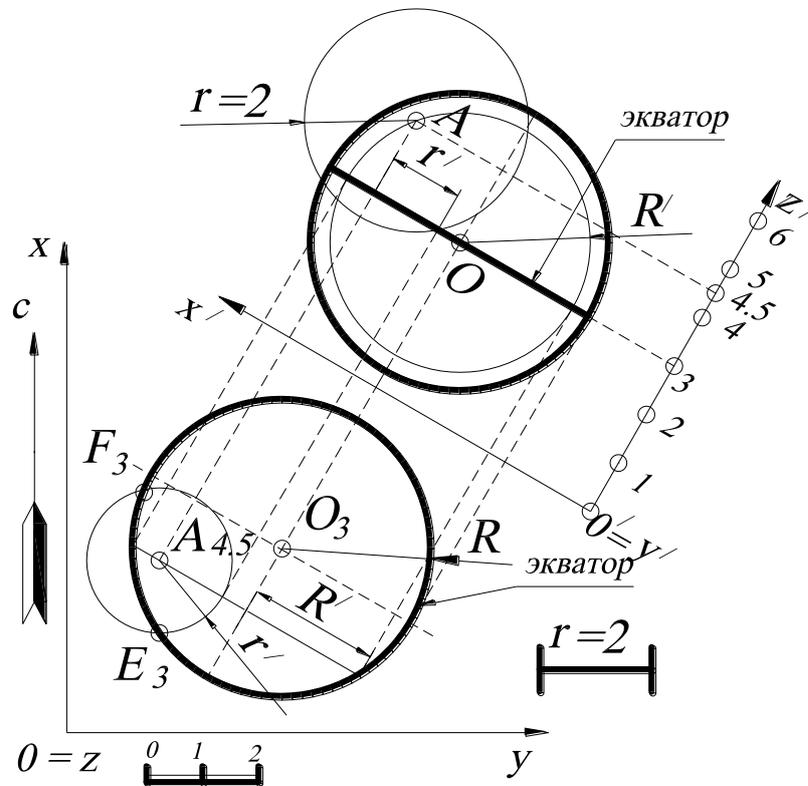


Рис. 106.

Другими словами, строят сферу с центром в точке  $A_?$  и радиусом  $r=2$  и определяют пересечение этой сферы с экватором данной сферы. Построения выполняются следующим образом. Вначале находят числовую отметку точки  $A_?$ . Для этого проводят проецирующую плоскость через точку  $A_?$ , которая пересечёт заданную сферу по окружности радиуса  $R'$ . На профиле эта окружность в пересечении с линией проекционной связи определит числовую отметку точки  $A_?$  – **4.5** (или **1.5**, см. предыдущую задачу).

Затем на профиле строят сферу с центром в точке  $A$  и радиусом  $r=2$  и определяют радиус горизонтали  $r'$  построенной сферы, который соответствует числовой отметке «экватора» заданной сферы, то есть **3**-й. На плане строят параллель сферы с радиусом  $r'$  и находят точки  $F_3$  и  $E_3$ .

7.5. Дано: точки  $A_1, B_4, C_6$  и  $D_2$ . Построить проекцию точки  $O_2$ , равноудалённую от четырёх данных точек.

**Решение** (рис. 107). Задача сводится к построению центра сферы, так как четыре некопланарные точки задают сферу, а равноудалённая точка от четырёх – центр сферы. В этом случае, построив две параллели сферы, можно найти центр этой сферы, так как центры двух параллелей зададут ось сферы, а серединный перпендикуляр, проведённый к двум точкам, лежащим на одном очерке сферы, в пересечении с осью определит центр искомой сферы.

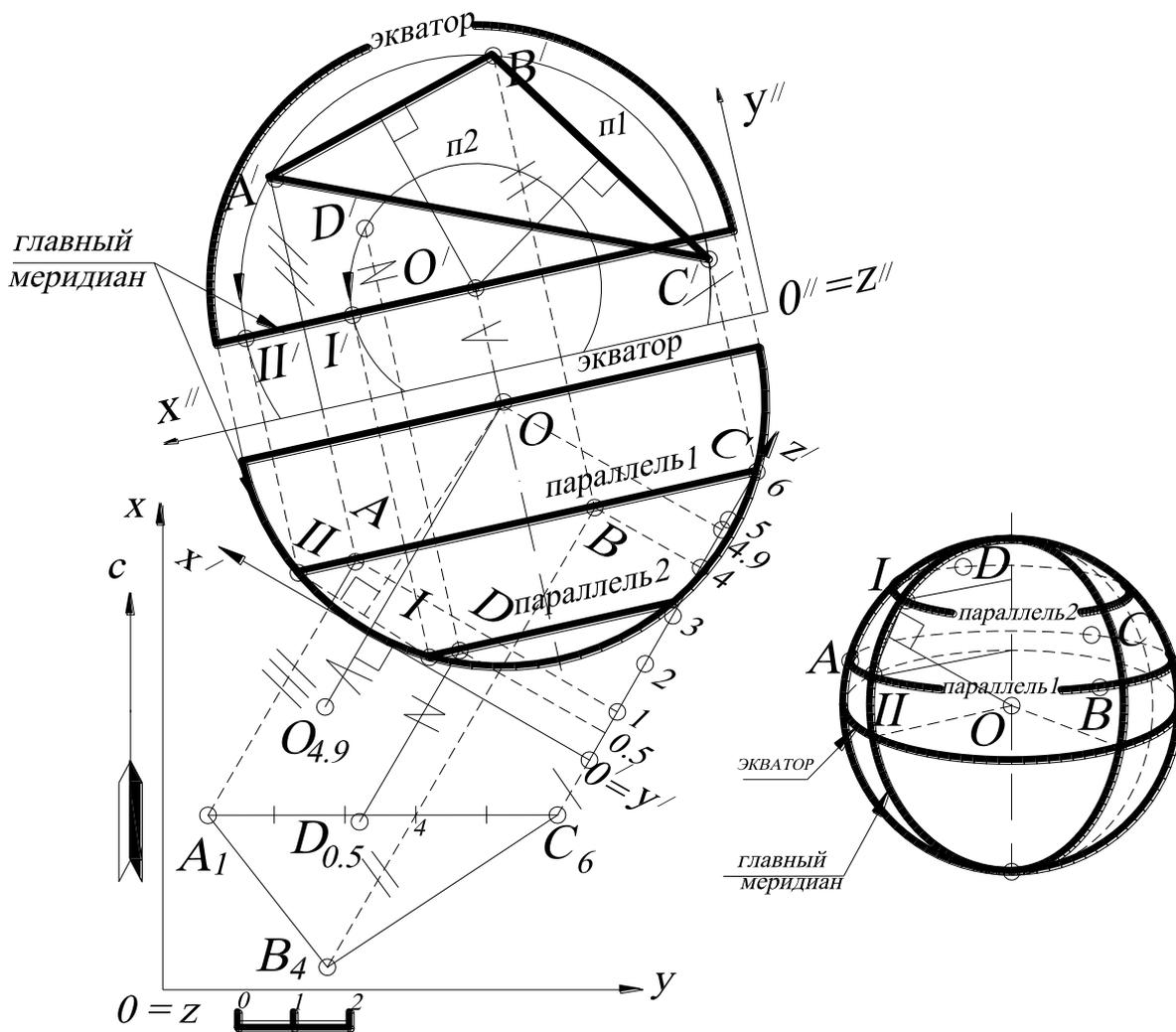


Рис. 107.

Известно, что три точки однозначно задают окружность (см. задачу 7.2), которая будет являться параллелью (горизонтальным сечением) искомой сферы. В

данном случае три точки, например  $A_1$ ,  $B_4$  и  $C_6$ , задают сечение  $A_1B_4C_6$  сферы, которое не параллельно основной плоскости проекций  $H$ , так как точки  $A_1$ ,  $B_4$  и  $C_6$  принадлежат плоскости общего положения. Для того чтобы точки  $A_1$ ,  $B_4$  и  $C_6$  занимали горизонтальное положение, используют метод замены плоскостей проекций. На плане определяют горизонтали плоскости  $A_1B_4C_6$ , в которой находится *параллель 1*, и двойной заменой плоскостей проекций определяют центр этой параллели (см. задачу 7.2.) – точка  $O'$  (то есть строят два серединных перпендикуляра к сторонам  $A'B'$  и  $B'C'$ ). Затем строят точку  $D'$ , которая принадлежит *параллели 2*. Точка  $O'$  является проекцией центра искомой сферы, а ось сферы на этой проекции является проецирующей прямой. Поэтому строят проекцию очерка сферы на профиле (на рис. 107 показана только его часть). Проекция очерка – «главного меридиана» - сферы на профиле будет проходить через точки  $I$  и  $II$ , которые определяются из принадлежности к параллелям сферы и линиям проекционной связи. В плоскости проекций  $O''x''y''z''$  точки  $I'$  и  $II'$  принадлежат «главному меридиану», плоскость которого параллельна плоскости профиля.

На профиле строят проекцию оси сферы, которая будет проходить через точку  $O$  перпендикулярно параллелям. Затем, соединяя точки  $I$  и  $II$ , строят серединный перпендикуляр к этому отрезку, пересечение которого с осью даёт искомую точку  $O$  с числовой отметкой 4.9. Точку  $O$  проецируют на план.

**7.6. Дано:** сфера и прямой круговой конус. Построить точки  $A_?$  и  $B_?$ , принадлежащие соответственно данным поверхностям сферы и конуса, если расстояние между ними минимально.

**Решение** (рис. 108). Задача сводится к нахождению кратчайшего расстояния между точкой и поверхностью (см. задачу 4.8). Проекцией кратчайшего расстояния будет являться прямая  $t$ , принадлежащая плоскости  $\omega$ , задаваемой осью конуса и центром сферы. Для нахождения точек  $A_?$  и  $B_?$  – точек пересечения прямой  $t$  с поверхностями конуса и сферы, строится профиль, плоскость которого параллельна этой плоскости  $\omega$ . На профиле строят прямую  $t$ , которая проходит

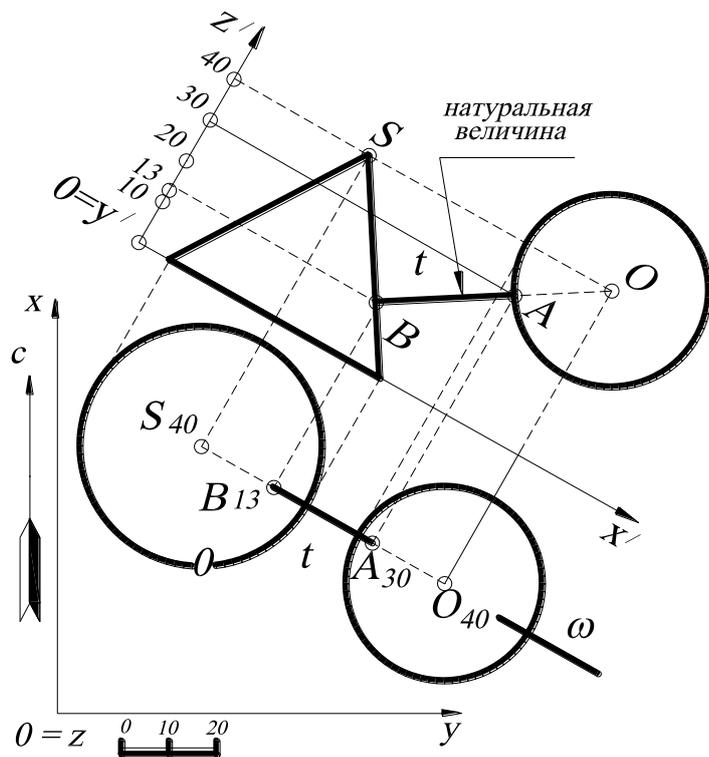


Рис. 108.

через центр сферы – точку  $O$  и перпендикулярна образующей конуса. Точки пересечения прямой  $t$  с очерками заданных поверхностей дадут искомые точки  $A_{17}$  и  $B_{16}$ , которые затем в проекционной связи находят на плане.

7.7. Дано: три пересекающиеся прямые  $S_5A_5$ ,  $S_5B_2$  и  $S_5C_0$ . Построить прямую  $m$ , равнонаклоненную к заданным прямым и проходящую через точку  $S$ .

**Решение** (рис. 109). Задача сводится к построению оси прямого кругового конуса, так как три пересекающиеся прямые задают прямой круговой конус, а прямая, равнонаклоненная к этим прямым, – ось конуса.

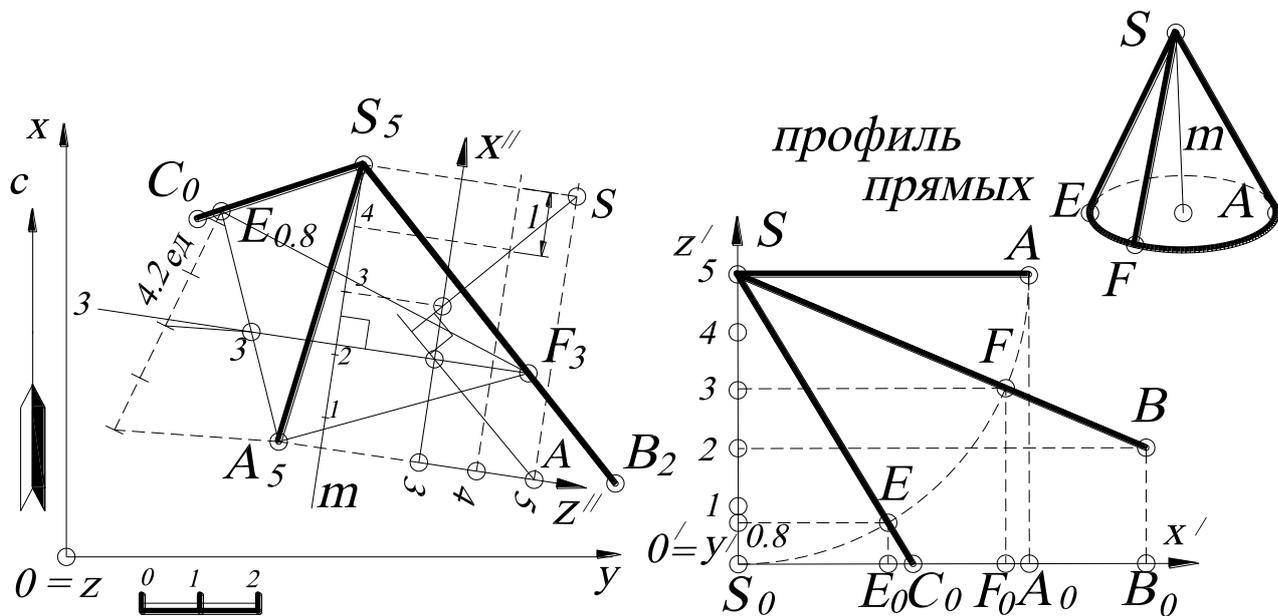


Рис. 109.

Известно, что ось прямого кругового конуса перпендикулярна плоскости основания, а образующие такого конуса задаются отрезками прямых равной длины. Для нахождения натуральных величин и их заложений строят профиль (можно воспользоваться и другим способом, например способом прямоугольного треугольника). На профиле отмеряют отрезки равной длины –  $SA$ ,  $SF$  и  $SE$  и определяют заложения (проекции) этих прямых одинаковой длины, равной  $SA=S_0A_0=S_0F_0=S_0E_0$ , которые отмечают на плане соответственно на прямых  $S_5A_5$ ,  $S_5B_2$  и  $S_5C_0$ . Точки  $A_5$ ,  $E_{0.8}$  и  $F_3$  определяют плоскость основания конуса. Затем на плане находят горизонталь плоскости  $A_5E_1F_3$  (градуированием). Из точки  $E_{0.8}$  проводят произвольную прямую (шкалу высотных отметок) длиной  $4,2ед.$  (на рис. 109 эта длина соответствует масштабу чертежа), а затем по подобию треугольников находят на отрезке  $A_5E_{0.8}$  числовую отметку  $3$ , которую соединяют с точкой  $F_3$ , получая горизонталь  $h_3$ . Из точки  $S_5$  строят прямую  $m$ , перпендикулярную к плоскости  $A_5F_3E_{0.8}$  (на основании теоремы о частном проецировании прямого угла). Для нахождения интервала  $l$  оси конуса строят профиль, задаваемый осями  $x''y''$  (см. задачи 2.11, 2.12).

Если в условии задачи необходимо определить плоскость, равнонаклонённую к трём пересекающимся прямым, то эта задача решается аналогично, то есть точки  $A_5$ ,  $E_1$  и  $F_3$  задают искомую плоскость.

**7.8. Дано:** три параллельные прямые  $A_1B_4$ ,  $C_3D_6$  и  $E_0F_3$ . Построить прямую  $m$ , равноудалённую от заданных прямых.

**Решение** (рис. 110). Решение задачи сводится к построению оси цилиндра, так как три параллельные прямые задают круговой цилиндр, а прямая, равноудалённая от этих прямых, – ось цилиндра. С помощью преобразования чертежа (двойной замены плоскостей проекций) переводят прямые  $A_1B_4$ ,  $C_3D_6$  и  $E_0F_3$  из общего положения в частное – проецирующее (прямые изображаются в виде точек). В этой проекции находят равноудалённую точку (с помощью построения точки пересечения серединных перпендикуляров) – проекцию прямой  $m$ , которая

будет задавать проекцию оси цилиндра. Затем последовательно прямую  $m$  находят на плане. В этом случае прямая задаётся произвольной точкой и направлением, так как образующие цилиндра параллельны его оси.

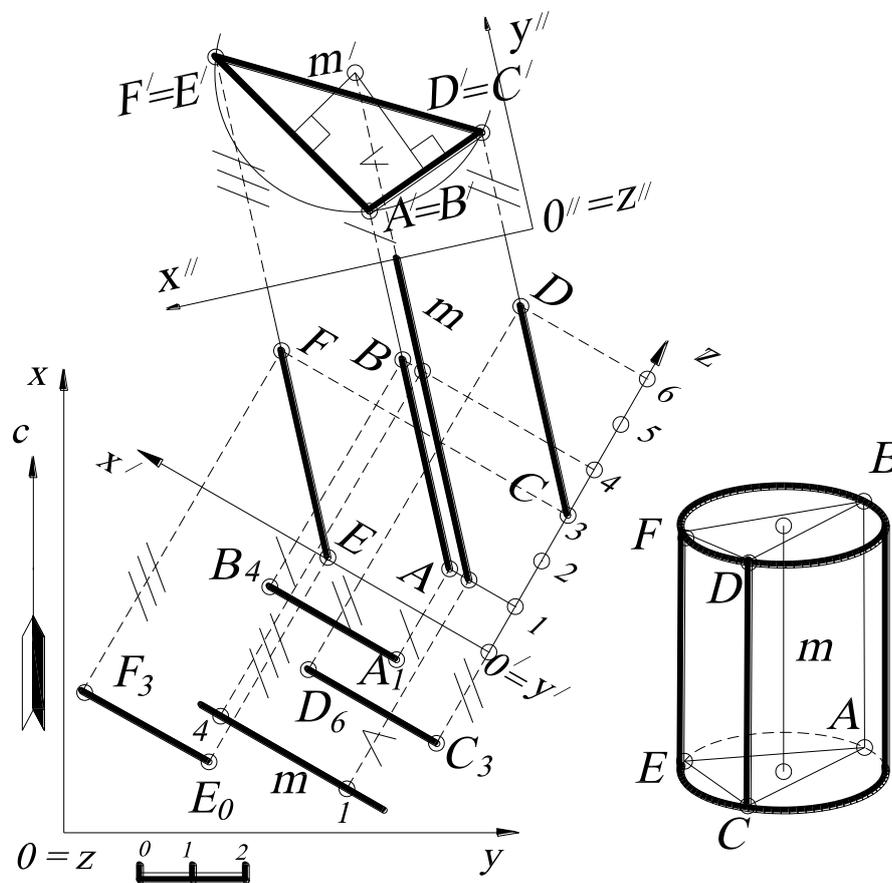


Рис. 110.

**7.9.** Дано: точка  $A_{20}$  и прямой круговой конус с вершиной  $S_{40}$ , стоящий на основной плоскости проекций  $H$ . Провести через точку  $A_{20}$  плоскость, отстоящую на  $10$  (в масштабе чертежа) от поверхности конуса.

**Решение** (рис. 111). В данном случае удобнее всего воспользоваться эквидистантной поверхностью (от лат. *aequus*- «равный» + *distntia*- «расстояние»), то есть поверхностью, все точки которой отстоят от заданной поверхности на заданное расстояние. Задача сводится к построению касательной плоскости к эквидистантной поверхности, отстоящей от заданного конуса на расстояние  $10$ . Строят эквидистантную поверхность, то есть конус, для чего строят профиль,





7.11. Построить плоскость  $\overline{\overline{\overline{\Delta A_? B_? C_?}}$ , симметричную заданной плоскости  $\Delta A_0 B_0 C_0$  относительно плоскости общего положения  $\theta (P_0 K_{60} L_0)$ . Определить двугранный угол между плоскостью  $\Delta A_0 B_0 C_0$  и плоскостью  $\overline{\overline{\overline{\Delta A_? B_? C_?}}$ .

*Решение.* Декартову систему координат выбирают так, чтобы оси  $x$  и  $y$  совпадали с осями  $x'$  и  $y'$  в ортогональных проекциях (рис. 113), так как эта задача может аналогично решаться на эпюре Монжа (для удобства считывания изображений).

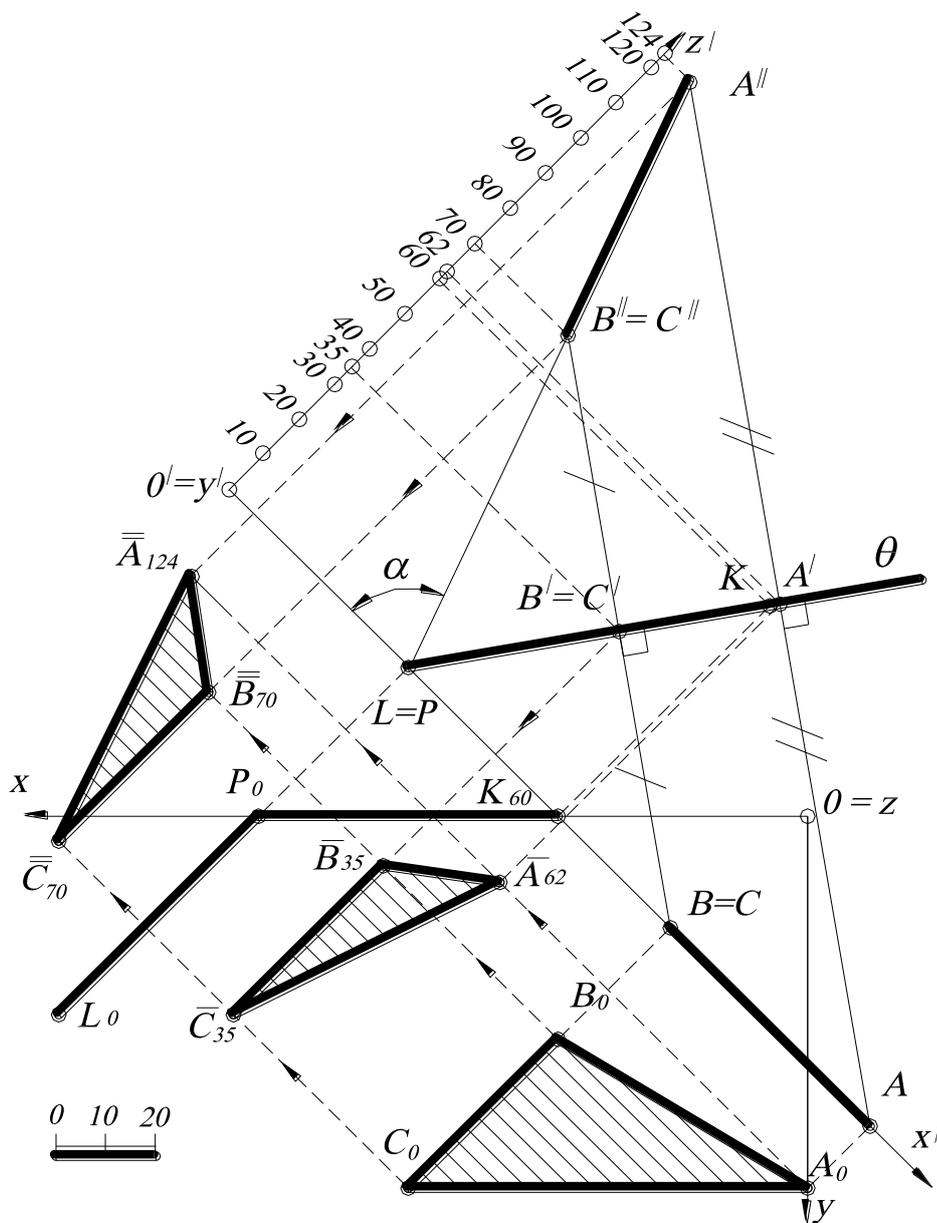


Рис. 113.

Для построения плоскости  $\overline{\Delta A_2 B_2 C_2}$ , симметричной заданному треугольнику  $\Delta A_0 B_0 C_0$  относительно плоскости  $\theta(P_0 K_{60} L_0)$ , строят профиль так, чтобы плоскость симметрии проецировалась в виде прямой линии. Поэтому новую ось  $x'$  выбирают перпендикулярно к горизонталям плоскости  $\theta(P_0 K_{60} L_0)$ . Тогда прямая  $P_0 L_0$ , будет проецироваться на профиле в точку, так как высотная отметка точки  $L$  и  $P$  равна нулю. Плоскость  $\Delta A_0 B_0 C_0$  будет проецироваться на профиле в виде отрезка прямой, так как этот треугольник лежит в горизонтальной плоскости проекций.

На профиле строят плоскость  $A'' B'' C''$ , симметричную  $ABC$  относительно  $\theta(LPK)$ , а также плоскость  $A' B' C'$ , принадлежащую  $\theta(LPK)$ .

Построение плоскости  $A' B' C'$  показано на рис. 111 стрелками, высотные отметки определяются на профиле. Аналогично строится треугольник  $A'' B'' C''$ . В нашем случае треугольники  $ABC$  и  $A'' B'' C''$  на профиле являются проецирующими. Следовательно, угол между плоскостями равен  $\alpha$  (угол между плоскостями считается острым).

В случае если  $\Delta A_{60} B_{40} C_{10}$  занимает общее положение, то искомая плоскость  $\overline{\Delta A_2 B_2 C_2}$  будет строиться аналогичным образом (рис. 114). Однако на профиле плоскость  $ABC$  не будет проецирующей, а также будет занимать общее положение.

Таким образом, новую ось  $x'$  профиля выбирают перпендикулярно горизонталям плоскости  $\theta(P_0 K_{70} L_0)$  и строят заданную плоскость  $A_{60} B_{40} C_{10}$  на профиле. Последовательность построений на рис. 114 показана стрелками.

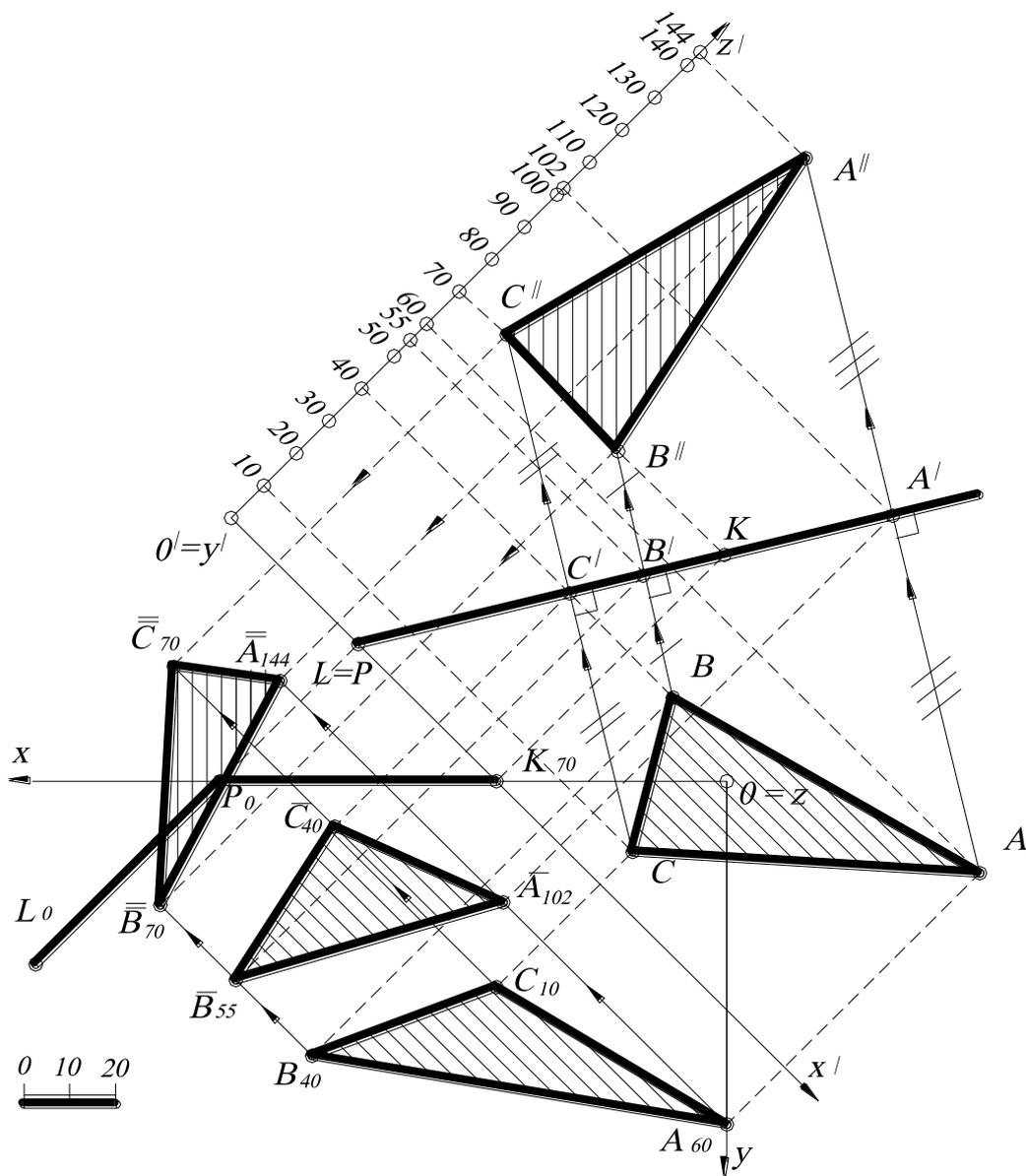


Рис. 114.

Для определения угла между плоскостями  $A_{60}B_{40}C_{10}$  и  $\overline{\overline{A}}_{144}\overline{\overline{B}}_{70}\overline{\overline{C}}_{70}$  следует скопировать исходные данные треугольников  $A_{60}B_{40}C_{10}$  и  $A_{144}B_{68}C_{70}$ , а также точку  $B_{55}$  на свободное поле чертежа (см. задачу 2.26). Затем из точки  $B_{55}$  последовательно опустить перпендикуляры на плоскости  $A_{60}B_{40}C_{10}$  и  $A_{144}B_{68}C_{70}$  (рис.115).

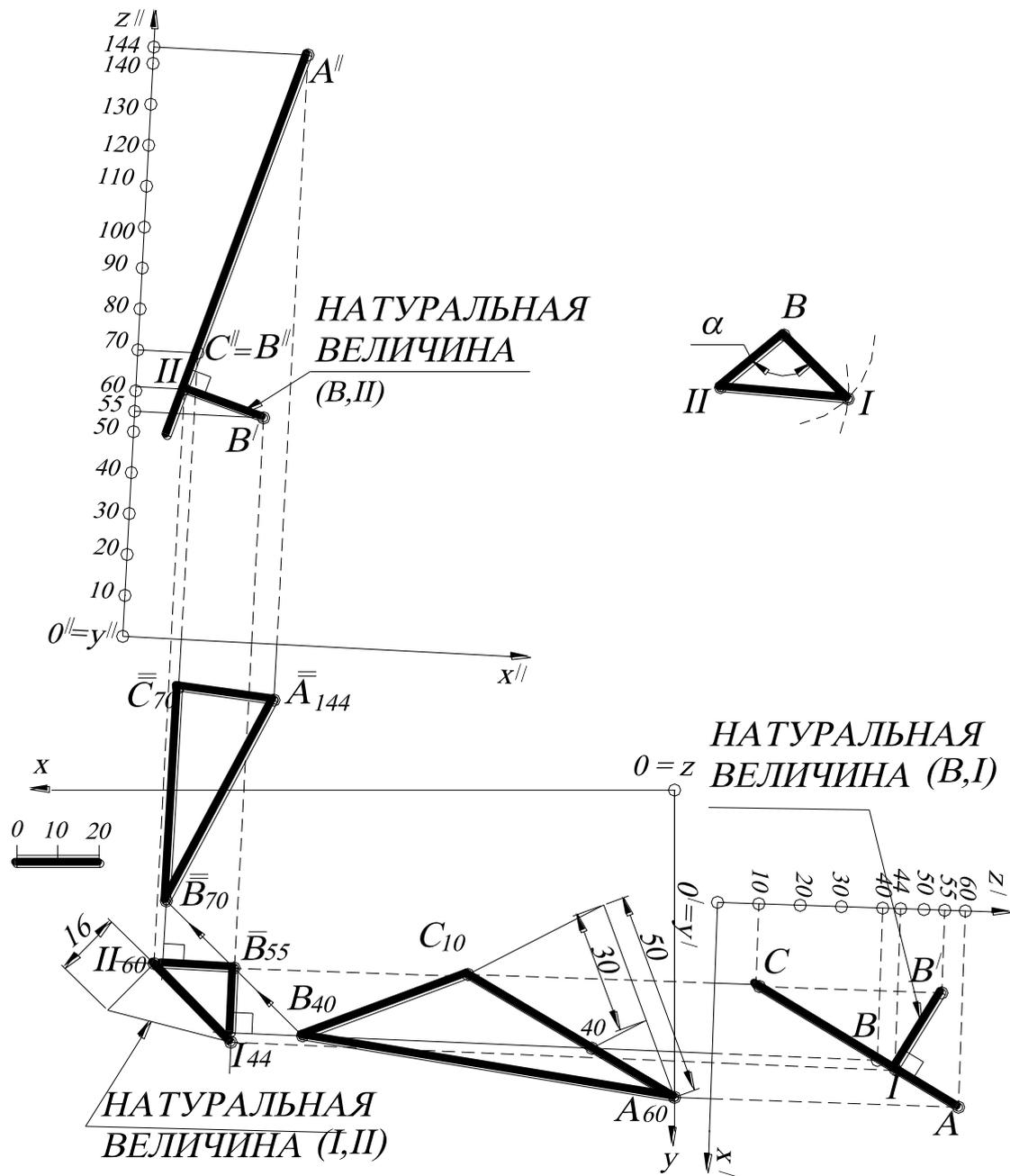


Рис.115.

Для определения расстояния от точки  $B_{55}$  до треугольника  $A_{60}B_{40}C_{10}$  строят новый профиль  $Ox'y'z'$ , у которого ось  $x'$  будет направлена под прямым углом к горизонталям плоскости  $A_{60}B_{40}C_{10}$ . В этом случае треугольник  $A_{60}B_{40}C_{10}$  будет проецироваться на этот профиль в виде прямой линии, что и требовалось получить. Строят на этом профиле проекцию точки  $B_{55}$ , которая находится на линии

проекционной связи, перпендикулярной оси  $x'$ , и на расстоянии от этой оси, равном 55 (координата  $z$ ). Из полученной проекции точки  $B'$  (на профиле) строят перпендикуляр на проецирующую плоскость  $ABC$  и получают отрезок  $(B, I)$ , который проецируется в натуральную величину. На плане точка  $I_{44}$  будет находиться на пересечении прямой, параллельной оси  $x'$  (перпендикуляра к горизонтали плоскости  $A_{60}B_{40}C_{10}$ ) и линии проекционной связи.

Аналогичным образом находят расстояние от точки  $B_{55}$  до плоскости  $A_{144}B_{70}C_{70}$  ( $B_{70}C_{70}$  – горизонталь плоскости) и строят проекцию этого расстояния на плане. Затем методом прямоугольного треугольника находят натуральную величину отрезка  $(I, II)$ . На свободном поле чертежа методом засечек строят натуральную величину  $\Delta B I II$ , а угол при вершине  $B$  будет определять искомый угол  $\alpha$ .

#### УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

- 7.1. Построить прямую  $F_{10}E_{80}$ , равноудаленную от сторон треугольника  $ABC$ . Проекции точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  заданы следующими координатами:  $A(80, 50, 20)$ ,  $B(60, 110, 70)$ ,  $C(40, 60, 10)$ .
- 7.2. Построить прямую  $C_?D_?$  длиной 40 мм, параллельную прямой  $A_{10}B_{50}$ , если расстояние между ними  $a=30$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(40, 20, 10)$ ,  $B(15, 65, 50)$ ,  $C(50, 40, ?)$ ,  $D(35, ?, ?)$ .
- 7.3. Построить проекцию прямой, пересекающую прямую  $A_{60}B_0$ , параллельную  $C_{10}D_{50}$  и отстоящую от последней на расстояние  $r=20$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(35, 15, 60)$ ,  $B(45, 60, 0)$ ,  $C(30, 40, 10)$ ,  $D(10, 80, 50)$ .
- 7.4. Построить плоскость, проходящую через точку  $A(40, 75, 50)$  и составляющую угол  $45^\circ$  с основной плоскостью проекций  $xOy$  и угол  $30^\circ$  с вертикальной плоскостью, проходящей через ось  $Oy$ .

- 7.5. Построить плоскость, проходящую через точку  $A(25, 85, 10)$  и касающуюся одновременно двух сфер  $\omega$  и  $\omega'$ . Сфера  $\omega$  задана центром  $O(20, 20, 25)$  и радиусом  $R=15$ , сфера  $\omega'$  задана центром  $O'(55, 70, 25)$  и радиусом  $R'=20$ . Указать возможное количество решений.
- 7.6. В плоскости  $ABC$  построить точку, удалённую от заданных точек  $F_{50}$  и  $E_{40}$  на расстояние  $R_1=40$  мм и  $R_2=30$  мм. Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(50, 20, 80)$ ,  $B(15, 120, 0)$ ,  $C(85, 85, 40)$ ,  $F(60, 40, 50)$ ,  $E(50, 80, 40)$ . Указать возможное количество решений.
- 7.7. Определить направление луча (азимут падения и интервал), выходящего из точки  $A(50, 50, 60)$  и проходящего через точку  $B(10, 95, 30)$  после отражения от плоскости  $\omega$ . Плоскость  $\omega$  задана тремя точками  $C(75, 25, 50)$ ,  $D(30, 45, 30)$ ,  $E(50, 100, 0)$ .
- 7.8. Даны две пересекающиеся прямые  $AB$  и  $BC$ . Через прямую  $BC$  построить плоскость, составляющую с прямой  $AB$  угол  $30^\circ$ . Проекции точек прямой заданы следующими координатами:  $A(10, 35, 50)$ ,  $B(30, 85, 20)$ ,  $C(20, 20, 10)$ .
- 7.9. Найти на прямой  $K_{30}E_{10}$  точку, равноудалённую от сторон линейного угла  $\hat{ABC}$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(30, 5, 50)$ ,  $B(70, 60, 30)$ ,  $C(10, 110, 0)$ ,  $K(60, 35, 30)$ ,  $E(10, 75, 10)$ .
- 7.10. Найти точку  $S_?$ , равноудалённую от сторон треугольника  $A_{20}B_{50}C_{70}$  на расстоянии  $a=50$  мм. Проекции точек заданы координатами:  $A(35, 15, 20)$ ,  $B(15, 60, 50)$ ,  $C(50, 75, 70)$ . Указать возможное количество решений.
- 7.11. Через точку  $K_{30}$  провести плоскость, равнонаклонённую к прямым  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $K(100, 40, 30)$ ,  $S(55, 65, 20)$ ,  $A(40, 25, 20)$ ,  $B(10, 65, 50)$ ,  $C(55, 65, 20)$ .
- 7.12. Через точку  $S_{20}$  провести прямую, равнонаклонённую к прямым  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $S(55, 65, 20)$ ,  $A(40, 25, 20)$ ,  $B(10, 65, 50)$ ,  $C(40, 100, 60)$ .
- 7.13. Построить прямую, проходящую через точку  $S_{20}$  и равнонаклонённую к прямым  $A_{30}B_{80}$ ,  $C_{50}D_{80}$ ,  $F_{20}E_{20}$ . Проекции точек заданы следующими координатами:

натами:  $S(55, 65, 20)$ ,  $A(90, 65, 30)$ ,  $B(80, 90, 80)$ ,  $C(100, 45, 50)$ ,  $D(55, 45, 80)$ ,  $F(70, 0, 20)$ ,  $E(85, 40, 20)$ .

- 7.14. Через заданные точки  $A_{40}$  и  $B_{25}$  построить прямые, равнонаклонённые к прямой  $C_{50}D_{20}$  и пересекающие последнюю в одной точке  $S_?$ . Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(20, 90, 40)$ ,  $B(30, 5, 25)$ ,  $C(40, 15, 50)$ ,  $D(10, 70, 20)$ .
- 7.15. Через точку  $A_{50}$  построить прямые, пересекающие прямую  $C_{20}D_{60}$  и отстоящие от точки  $B_{50}$  на расстояние  $r=40$  мм. Проекция точек заданы координатами:  $A(5, 130, 50)$ ,  $B(55, 80, 50)$ ,  $C(15, 65, 20)$ ,  $D(45, 135, 60)$ .
- 7.16. Построить сферу, касающуюся трёх параллельных прямых  $AB$ ,  $CD$ ,  $FE$  и горизонтальной плоскости проекций  $xOy$ . Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(60, 10, 40)$ ,  $B(45, 55, 70)$ ,  $C(25, 10, 20)$ ,  $F(30, 50, 20)$ .
- 7.17. Найти точку  $K_{40}$ , равноудалённую от трёх параллельных прямых  $A_{40}B_{70}$ ,  $C_{20}D_?$ ,  $F_{20}E_{50}$ . Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(60, 10, 40)$ ,  $B(45, 55, 70)$ ,  $C(25, 10, 20)$ ,  $F(30, 50, 20)$ .
- 7.18. На биссектрисе угла, образованного отрезками прямых  $A_{50}B_{30}$  и  $A_{50}C_0$ , найти точку, находящуюся от данной точки  $K_{70}$  на расстоянии 25 мм. Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(20, 10, 50)$ ,  $B(55, 35, 30)$ ,  $C(15, 60, 0)$ ,  $K(45, 100, 70)$ . Указать возможное количество решений.
- 7.19. На поверхности данной сферы  $\omega$  найти точки, равноудалённые от сторон треугольника  $A_{50}B_0C_{30}$ . Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(80, 10, 50)$ ,  $B(75, 45, 0)$ ,  $C(60, 20, 30)$ . Сфера  $\omega$  задана центром  $O(50, 105, 90)$  и радиусом  $R=35$  мм.
- 7.20. Построить проекции квадрата  $A_{20}B_?C_?D_?$ , сторона которого принадлежит прямой  $A_{20}K_{50}$ , а вершина  $B_?$  лежит в плоскости треугольника  $K_0L_{40}M_{30}$ . Сторона квадрата  $a=35$  мм. Проекция точек заданы следующими координатами:  $A(55, 45, 20)$ ,  $K(60, 85, 0)$ ,  $L(35, 120, 40)$ ,  $M(25, 85, 30)$ . Указать возможное количество решений.

- 7.21. Построить проекции цилиндра вращения, ось которого принадлежит отрезку прямой  $O_{20}K_{50}$ . Цилиндрическая поверхность касается прямой  $A_{40}B_{10}$ . Точка  $O_{20}$  – центр нижнего основания цилиндра, а высота его –  $60$  мм. Проекция точек заданы следующими координатами:  $O(40, 20, 20)$ ,  $K(25, 70, 50)$ ,  $A(55, 55, 40)$ ,  $B(15, 90, 10)$ .
- 7.22. Построить плоскость, касательную к двум сферам  $\omega$ ,  $\omega'$  и параллельную заданной прямой  $A_{20}B_{70}$ . Проекция прямой задана координатами точек  $A(55, 60, 20)$ ,  $B(35, 110, 70)$ . Сфера  $\omega$  задана центром  $O(45, 25, 20)$  и радиусом  $R=20$  мм; сфера  $\omega'$  задана центром  $O'(95, 75, 30)$  и радиусом  $R'=25$  мм.
- 7.23. Построить плоскость, касательную к наклонному цилиндру и сфере. Цилиндр задан осью  $O_0O'_{60}$  и основанием – окружностью радиуса  $R=20$  мм. Сфера задана центром  $S(40, 110, 30)$  и радиусом  $r=15$  мм. Проекция точек имеют следующие координаты:  $O(75, 75, 0)$ ,  $O'(45, 20, 60)$ .
- 7.24. В плоскости  $K_{60}L_{80}M_{40}$  найти точки, удалённые от двух параллельных прямых  $A_{20}B_{50}$  и  $C_{40}D_{70}$  на расстояние  $R=20$  мм от  $A_{20}B_{50}$  и на расстоянии  $r=30$  мм от  $C_{40}D_{70}$ . Проекция точек заданы координатами:  $A(70, 20, 20)$ ,  $B(50, 70, 50)$ ,  $C(45, 10, 40)$ ,  $D(25, ?, 70)$ ;  $K(55, 105, 60)$ ,  $L(5, 70, 80)$ ,  $M(5, 110, 40)$ .
- 7.25. Построить точки пересечения конуса вращения с окружностью  $\omega$ . Конус вращения стоит на горизонтальной плоскости проекций и задан вершиной  $S(30, 50, 55)$  и круговым основанием с центром  $C(30, 50, 0)$  и радиусом  $R=30$  мм. Окружность  $\omega$  задана центром  $O(15, 50, 30)$  и радиусом  $r=20$ , причём плоскость окружности  $\omega$  параллельна вертикальной плоскости, проходящей через ось  $Oy$ .
- 7.26. Четыре шара радиуса  $R=20$  мм лежат на дне куба со стороной  $4R=80$  мм. Построить шар, касающийся четырёх данных шаров и верхнего основания куба.

- 7.27. Через данную точку  $M_{110}$  провести плоскость, пересекающую боковую поверхность пирамиды  $SABCD$  по параллелограмму. Проекции точек заданы координатами:  $S(135, 120, 150)$   $A(55, 15, 20)$ ,  $B(95, 180, 70)$ ,  $C(20, 160, 30)$ ,  $D(20, 25, 0)$   $M(160, 55, 110)$ .
- 7.28. Построить плоскость, касающуюся трёх сфер  $\omega$ ,  $\omega'$  и  $\omega''$ . Сфера  $\omega$  задана центром  $A(40, 35, 25)$  и радиусом  $R=25$  мм, сфера  $\omega'$  - центром  $B(40, 35, 65)$  и радиусом  $R'=10$  мм, сфера  $\omega''$  - центром  $C(40, 85, 15)$  и радиусом  $R''=15$  мм.
- 7.29. Построить прямую  $F_7E_7$ , пересекающую две скрещивающиеся прямые  $A_{20}B_{70}$  и  $C_{30}D_{60}$  и перпендикулярную плоскости  $K_{30}L_{50}M_{50}$ . Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(10, 10, 20)$ ,  $B(65, 45, 70)$ ,  $C(80, 60, 30)$ ,  $D(30, 75, 60)$ ,  $K(35, 90, 30)$ ,  $L(35, 150, 80)$ ,  $M(5, 115, 50)$ .
- 7.30. В произвольный тетраэдр вписать сферу, построив предварительно её центр.
- 7.31. Построить проекцию куба  $ABCD A'B'C'D'$ , ребро  $AA'$  которого принадлежит отрезку прямой  $A_{20}K_{50}$ , а вершина  $B_7$  лежит в плоскости треугольника  $K_0L_{40}M_{30}$ . Ребро куба  $a=35$  мм. Проекции точек заданы следующими координатами:  $A(55, 45, 20)$ ,  $K(60, 85, 0)$ ,  $L(35, 120, 40)$ ,  $M(25, 85, 30)$ .
- 7.32. Дан куб  $ABCD A'B'C'D'$ , основание  $ABCD$  которого принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Ребро куба  $a=80$ . На ребре  $AD$  как на диаметре построена сфера. Построить проекцию второй сферы, лежащей внутри куба и касающейся первой сферы и граней трёхгранного угла с вершиной  $A'$ .
- 7.33. Дан куб  $ABCD A'B'C'D'$ , основание  $ABCD$  которого принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Ребро куба  $a=80$ . Сфера  $R=20$  мм, лежащая внутри куба, касается граней трёхгранного угла с вершиной  $A$ . Построить проекцию второй сферы, лежащей внутри куба и касающейся первой сферы и граней трёхгранного угла с вершиной  $C'$ .

7.34. Дан куб  $ABCD A' B' C' D'$ , основание  $ABCD$  которого принадлежит горизонтальной плоскости проекций. Ребро куба  $a=80$ . Сфера  $R=30$  мм, лежащая внутри куба, касается граней трёхгранного угла с вершиной  $A$ . Построить проекцию второй сферы, лежащей внутри куба и касающейся первой сферы и граней трёхгранного угла с вершиной  $C$ .

## ***ЗАКЛЮЧЕНИЕ***

Значительное место в вузовском курсе начертательной геометрии занимает решение задач. Пожалуй, не менее половины всего учебного времени, а в ряде случаев и большей половины всего учебного времени тратится на решение задач.

Между тем большинство студентов так и не научаются в должной степени решению задач и, встретившись с задачей совсем не трудной, но незнакомого или малознакомого вида, не знают, как к ней подступиться, с чего начать решение, и после нескольких попыток отказываются от этого, как им кажется, безнадежного дела. Однако некоторые студенты сумели найти общий подход к решению любых задач.

Многочисленные показывают, что традиционная методика решения задач не способствует формированию у студентов общих умений и способностей к решению задач.

Какова эта методика? Изучив какой-либо теоретический раздел программы, преподаватель на лекции демонстрирует решение одной или нескольких задач на применение изученной теории, затем подобные задачи студенты должны прорешать дома по сборнику задач. После этого на практических занятиях решаются задачи комплексного плана, с использованием информации, полученной при решении предыдущих типовых задач.

Казалось бы, в методике начертательной геометрии должны быть разработаны методы и приемы обучения задач. Однако, как показывает процесс обучения, считается, что «спасение утопающего – дело рук самого утопающего». Нет общей концепции подачи информации, при которой студент смог бы «выплыть» из сложившейся ситуации. Необходимо выработать общую методику решения задач, при которой студенты и выпускники технических вузов не содрогались, услышав слова «начертательная геометрия».

## **СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

**Горная графическая документация.** – М.: Изд. стандартов, 1983. – 200 с.

**Горная энциклопедия** / гл. ред. Е. А. Козловский. Т. 1– Т.5– М.: Сов. энциклопедия, 1989.

**Ломоносов, Г. Г.** Инженерная графика/ Г. Г. Ломоносов. - М.: Недра, 1984. – 287 с.

**Нартова, Л. Г.** Начертательная геометрия. Теория и практика [Текст]: учебник для вузов / Л. Г. Нартова, В. И. Якунин. - М.: Дрофа, 2008. - 302 с. : ил. - Библиогр.: с. 297.

**Пеклич, В. А.** Начертательная геометрия: учебник для вузов/ В. А. Пеклич. – М.: Изд-во АСВ, 1999. - 248 с.

**Пеклич, В. А.** Начертательная геометрия [Текст]: учебник / В. А. Пеклич. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2007. - 272 с. : ил. - Библиогр.: с. 265.

**Рускевич, Н. Л.** Начертательная геометрия/ Н. Л. Рускевич. – Киев: Вища школа, 1978. - 312 с.

**Тарасов, Б. Ф.** Методы изображения в транспортном строительстве/ Б. Ф. Тарасов. – Л.: Стройиздат, 1987. – 248 с.

**Фролов, С. А.** Сборник задач по начертательной геометрии [Текст]: учебное пособие/ С. А. Фролов. - 3-е изд., стер. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. - 192 с.: ил.

**Фролов, С. А.** Методы преобразования ортогональных проекций/ С. А. Фролов.- М.: Машгиз, 1963. –144 с.

**Фролов, С. А.** Начертательная геометрия [Текст]: учебник / С. А. Фролов. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: ИНФРА-М, 2008. - 286 с.: цв.ил.

**Чекмарев, А. А.** Начертательная геометрия и черчение [Текст]: учебник / А. А. Чекмарев. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Владос, 2005. - 471 с.: ил. - (Учебник для вузов). - Библиогр.: с. 465-466.

**Четверухин, Н. Ф.** Курс начертательной геометрии/ Н. Ф. Четверухин. – М.: Высшая школа, 1968. – 276 с.

**Шангина, Е. И.** Инженерная графика. Задачи и решения: учебное пособие/ Е. И. Шангина. – Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2005. – 132 с.

**Шангина, Е. И.** Инженерная графика. Теория и приложения: учебное пособие/ Е. И. Шангина. – Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2005. – 256 с.

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

<i>Предисловие</i> .....	<b>3</b>
<b>1. Прямая. Способы задания прямой. Градуирование. Взаимное положение прямых</b> .....	<b>4</b>
Упражнения для самостоятельного решения.....	<b>10</b>
<b>2. Плоскость. Способы задания. Взаимное положение прямой и плоскости, двух плоскостей</b> .....	<b>14</b>
Упражнения для самостоятельного решения.....	<b>42</b>
<b>3. Многогранники</b> .....	<b>46</b>
Упражнения для самостоятельного решения.....	<b>58</b>
<b>4. Поверхности</b> .....	<b>61</b>
Упражнения для самостоятельного решения.....	<b>78</b>
<b>5. Топографические поверхности</b> .....	<b>81</b>
Упражнения для самостоятельного решения.....	<b>94</b>
<b>6. Развёртки</b> .....	<b>97</b>
Упражнения для самостоятельного решения.....	<b>105</b>
<b>7. Комплексные задачи</b> .....	<b>108</b>
Упражнения для самостоятельного решения.....	<b>143</b>
Заключение.....	<b>149</b>
<i>Список рекомендуемой литературы</i> .....	<b>150</b>

*Учебное издание*

Шангина Елена Игоревна  
Шангин Георгий Андреевич

**ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**  
**ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЯ**

*Учебное пособие*

Редактор издательства Л. В. Устьянцева  
Компьютерная верстка и графика авторов

Подписано в печать 22.04.2015. Формат 60x84<sup>1/16</sup>. Бумага писчая. Печать  
на ризографе. Печ. л. 9,5. Уч. изд. л. 8,5. Тираж 300 экз. Заказ №

Издательство УГГУ  
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30.  
Уральский гос. горный университет.  
Отпечатано с оригинал-макета  
в лаборатории множительной техники  
издательства УГГУ



МИНОБНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Уральский государственный горный университет»  
(ФГБОУ ВО УГГУ)

**Н. В. Рубан**

# **Основы гидрогеологии и инженерной геологии**

**Методические указания  
по организации самостоятельной работы для обучающихся направления  
подготовки  
21.05.02 – Прикладная геология**

Специализация № 4 «Прикладная геохимия, минералогия, петрология»

Квалификация подготовки – горный инженер-геолог

Форма обучения: очная

Екатеринбург  
2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Введение	3
1.	Общие положения	4
2.	Самостоятельная работа студентов, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям	7
	2.1. Повторение материала лекций	7
	2.2. Самостоятельное изучение тем курса	8
	2.3. Подготовка к практическим и лабораторным работам	8
3.	Другие виды самостоятельной работы	8
	3.1. Подготовка к зачёту	8

## Введение

Самостоятельная работа в современном образовательном процессе рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда.

Таким образом, самостоятельная работа – форма организации образовательного процесса, стимулирующая активность, самостоятельность, познавательный интерес студентов.

В методических указаниях рассматриваются вопросы организации самостоятельной работы для студентов Уральского государственного горного университета.

Методическое указание включает три главы, которые логически связаны друг с другом. Первая глава знакомит читателя с теоретическими основами самостоятельной работы студентов и особенностями подготовки к ней в вузе. Во второй и третьей главах представлен материал, который содержит информацию о видах самостоятельной работы по данной дисциплине, а также об источниках информации для осуществления самостоятельной работы. Эмпирической основой разработки системы критериев и показателей оценки форм самостоятельной работы стал практический опыт работы преподавателей кафедры геодезии и кадастров.

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования (ФГОС), созданных на основе Федерального закона от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

Конкретные требования к самостоятельной работе студентов определяются в Федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования по направлению.

Нормативные требования к самостоятельной работе студентов дополняются документами локального характера: Уставом Уральского государственного горного университета, рабочей программой дисциплины.

Согласно требованиям нормативных документов, самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, подготовки к практическим занятиям, сдаче зачета и экзамена.

Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность внеаудиторных занятий и работ, обеспечивающих успешное освоение образовательной программы высшего образования в соответствии с требованиями ФГОС.

Навыки самостоятельной работы по освоению каких-либо знаний приобретаются человеком с раннего детства и развиваются в течение всей жизни. К началу обучения в вузе каждый студент имеет личный опыт и навыки организации собственных действий, полученные в процессе обучения в школе, учреждениях дополнительного образования, во время внешкольных занятий и в

быту. Однако при обучении в вузе требования к организации самостоятельной работы существенно возрастают, так как они связаны с освоением сложных общекультурных и профессиональных компетенций.

Практика показывает, что студенты различаются по уровню готовности к реализации требований к самостоятельной работе. Выделяются две основные группы студентов. Первая характеризуется тем, что ее представители ориентированы на выполнение заданий самостоятельной работы и обладают универсальными учебными компетенциями, позволяющими успешно справиться с требованиями к ее выполнению (умением понимать и запоминать приобретаемую информацию, логически мыслить, воспроизводить материал письменно и устно, проводить измерения, вычисления, проектировать и т. д.). Студенты второй группы не имеют устойчивой ориентации на постоянное выполнение самостоятельной работы при освоении учебного материала и отличаются низким уровнем развития универсальных учебных компетенций и навыков самоорганизации.

Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие задачи:

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;

- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;

- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;

- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;

- развитие навыков самоорганизации;

- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Для реализации задач самостоятельной работы студентов и ее осуществления необходим *ряд условий*, которые обеспечивает университет:

- наличие материально-технической базы;
- наличие необходимого фонда информации для самостоятельной работы студентов и возможности работы с ним в аудиторное и внеаудиторное время;
- наличие помещений для выполнения конкретных заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;
- обоснованность содержания заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;
- связь самостоятельной работы с рабочими программами дисциплин, расчетом необходимого времени для самостоятельной работы;
- развитие преподавателями у студентов навыков самоорганизации, универсальных учебных компетенций;
- сопровождение преподавателями всех этапов выполнения самостоятельной работы студентов, текущий и конечный контроль ее результатов.

Специфическими *принципами организации* самостоятельной работы в рамках современного образовательного процесса являются:

- принцип интерактивности обучения (обеспечение интерактивного диалога и обратной связи, которая позволяет осуществлять контроль и коррекцию действий студента);
- принцип развития интеллектуального потенциала студента (формирование алгоритмического, наглядно-образного, теоретического стилей мышления, умений принимать оптимальные или вариативные решения в сложной ситуации, умений обрабатывать информацию);

- принцип обеспечения целостности и непрерывности дидактического цикла обучения (предоставление возможности выполнения всех звеньев дидактического цикла в пределах темы, раздела, модуля).

Самостоятельная работа студентов планируется преподавателем в рабочей программе дисциплины.

Объем времени, отведенный на внеаудиторную самостоятельную работу, находит отражение: в учебном плане в целом по теоретическому обучению, по каждому из циклов дисциплин, по каждой дисциплине; в рабочих программах учебных дисциплин с ориентировочным распределением по разделам или конкретным темам.

Самостоятельная работа студентов классифицируется: по месту организации (аудиторная и внеаудиторная); по целям организации (цели дисциплины, сформулированные и обоснованные в рабочей программе); по способу организации (индивидуальная, групповая).

Выбор формы организации самостоятельной работы студентов (индивидуальная или групповая) определяется содержанием учебной дисциплины и формой организации обучения (лекция, семинар, практическое занятие, контрольное занятие и др.).

В зависимости от формы промежуточной аттестации виды самостоятельной работы дополняются подготовкой к экзамену, зачету и процедурами текущей аттестации.

## **2. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ПОДГОТОВКУ К АУДИТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ**

### ***2.1. Повторение материала лекций***

Источники информации по теме лекции:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия;

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

### ***2.2. Самостоятельное изучение тем курса***

Самостоятельное изучение тем осуществляется при обучении на заочной форме обучения.

Источники информации для самостоятельного изучения тем:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед сессией;

2) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

### ***2.3. Подготовка к практическим и лабораторным занятиям***

Типовые задания (примеры) работ, выполняемые на практических занятиях представлены в комплекте оценочных материалов.

Принципы работы на практических занятиях озвучиваются преподавателем на соответствующих лекционных занятиях.

Источники информации для подготовки к практическим занятиям:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения практического или лабораторного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины;

4) методические указания по выполнению практических и лабораторных занятий.

## **3. ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

### ***3.1. Подготовка к зачету***

В комплекте оценочных средств представлен перечень тестовых заданий, теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий, которые входят в постав билетов.

Источники информации для подготовки к зачету:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

**Учебное издание**

**Рубан Наталья Валентиновна**

**Основы гидрогеологии и инженерной геологии**

Методические указания по организации самостоятельной работы  
для обучающихся направления подготовки 21.05.02 – Прикладная геология  
(специализация № 2 «Поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические  
изыскания»)

Редактор С. Н. Тагильцев

Подписано в печать

Бумага писчая. Формат бумаги 60 x 84 1/16.  
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.  
Печ. л.. Уч.-изд. л. Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ

620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30.  
Уральский государственный горный университет  
Отпечатано с оригинал-макета  
в лаборатории множительной техники УГГУ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебно-методическому  
комплексу \_\_\_\_\_ С.А.Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЕ СТУДЕНТОВ**

**Б1.Б.1.22 КУЛЬТУРОЛОГИЯ**

Направление подготовки

***21.05.02 Прикладная геология***

Специализация №4

***Прикладная геохимия, минералогия, петрология***

форма обучения: очная

год набора: 2015

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

Одобрена на заседании кафедры

Философии и культурологии

*(название кафедры)*

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

*(подпись)*

Беляев В.П.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 8 от 17.04.2019

*(Дата)*

Рассмотрена методической комиссией  
факультета

Геологии и геофизики

*(название факультета)*

Председатель \_\_\_\_\_

*(подпись)*

Бондарев В.И.

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 8 от 19.04.2019

*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

## СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
	Заключение	20
	Список использованных источников	21

## ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

**Самостоятельная работа студента (СРС)** - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

**Самостоятельная работа студента** - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столами.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблеме;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельной работе, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

## 1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужно записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тестов по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

## 2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

### ***Письменный опрос***

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избежать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

### ***Устный опрос***

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии<sup>1</sup>.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii\\_dlya\\_studentov\\_21.pdf](http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf)

<sup>2</sup> Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: [http://priab.ru/images/metod\\_agro/Metod\\_Inostran\\_yazyk\\_35.03.04\\_Agro\\_15.01.2016.pdf](http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf)

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем времени на подготовку к устному опросу зависит от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

### 3. Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

*Доклад должен соответствовать следующим требованиям:*

- тема доклада должна быть согласована с преподавателем и соответствовать теме занятия;
- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;
- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны соответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;
- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)
2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.
3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

#### ***Общая структура доклада***

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

#### ***Вступление.***

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

**Основная часть.**

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

**Заключение.**

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

<i>Критерии оценки доклада, сообщения</i>	<i>Количество баллов</i>
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

#### 4. Методические рекомендации по написанию эссе

*Эссе* - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

##### *Структура эссе*

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);
2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершенно необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

#### ***Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе***

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

*Тезис* - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

#### ***Требования к фактическим данным и другим источникам***

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедиться в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

### ***Как подготовить и написать эссе***

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

*Планирование* - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

*Цель* должна определять действия.

*Идеи*, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

*Аналогии* - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

*Ассоциации* - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

*Предположения* - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

*Рассуждения* - формулировка и доказательство мнений.

*Аргументация* - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

*Суждение* - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

*Доводы* - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники*. Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

*Качество текста* складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

*Мысль* - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

*Внятность* - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

*Грамотность* отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

*Корректность* — это стиль написанного. Стиль определяется жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

## 5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогов обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

## 6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия*, где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

*Дискуссия* (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

*Дискуссия* обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обуславливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

*Дискуссия- диалог* чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

*Дискуссия - спор* используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,
- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;
- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;
- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;
- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

**Подготовка студентов к дискуссии:** если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

**В проведении** дискуссии выделяется несколько этапов.

*Этап 1-й, введение в дискуссию:* формулирование проблемы и целей дискуссии; определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

*Этап 2-й, обсуждение проблемы:* обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

*Этап 3-й, подведение итогов обсуждения:* выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

## 7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

*Экзамен* - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы (проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неувоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадет на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала, кратко записав это на листе бумаги, создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или в учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

- 1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;
- 2) добросовестное выполнение заданий;
- 3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;
- 4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;
- 5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;
- 6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;
- 7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html>
2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml>
3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.



Минобрнауки РФ  
Уральский государственный горный университет

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой минералогии,  
петрографии и геохимии  
В.А. Коротеев



МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ  
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.04 ПОИСКОВАЯ МИНЕРАЛОГИЯ

Специальность 21.05.02 «Прикладная геология»

Специализация №4

Прикладная геохимия, минералогия, петрология

Автор: Суставов С.Г., доцент, канд. г.-м. наук

Одобрены на заседании кафедры  
Минералогии, петрографии и геохимии

Протокол №7 от 17.04.2019г.

Екатеринбург  
2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
ПРЕДИСЛОВИЕ .....	4
ВВЕДЕНИЕМ .....	5
ВНЕШНИЕ ПРИЗНАКИ МИНЕРАЛОВ .....	6
Морфология кристаллов .....	7
Строение агрегатов .....	10
Блеск .....	11
Цвет, черта .....	12
Твердость .....	15
Спайность и отдельность .....	17
Упругость, пластичность, хрупкость .....	18
Плотность .....	19
Магнитные свойства .....	19
ПОРЯДОК ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ .....	20
КЛЮЧ К ТАБЛИЦАМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ .....	22
УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ .....	23
ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ .....	23
ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА .....	24
ТАБЛИЦЫ МИНЕРАЛОВ .....	26
УКАЗАТЕЛЬ МИНЕРАЛОВ .....	168

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Знакомство с минералами начинается с восприятия тех или иных внешних признаков, определение которых возможно без каких-либо приборов, с помощью наиболее простых приспособлений. Диагностика по внешним признакам является наиболее простым и универсальным методом при определении минералов. Вместе с тем от диагноста требуется "острая" наблюдательность и хорошая память. В практической минералогии, как правило, невозможно определение минерала по словесному описанию. Практическая минералогия – "чувственная" наука и в ней справедливо правило: лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать, и лучше один раз в руках подержать, чем сто раз увидеть. Рассматривая минерал в витрине музея можно получить информацию только о его цвете и форме выделения. Держа образец в руках дополнительно можно достаточно надежно определить его блеск, плотность, сопутствующие минералы. Внимательный осмотр образцов опытным специалистом дает большую информацию, которая не только позволяет определить минерал, но, в некоторых случаях, указать месторождение. В свое время курс практической минералогии был разработан основателем кафедры – К.К.Матвеевым сразу после революции. Для проведения лабораторных занятий необходим определитель минералов. Первоначально для этой цели использовалось руководство А.Вейсбаха и К.Фукса. В дальнейшем был издан определитель Ф.И.Рукавишника в 1938 году. Позднее этот определитель обновлялся и расширялся в 1956 году В.Н.Свяжиным, а в 1970 году Г.Н.Вертушковым и В.Н.Авдониным.

Минералогия, как и другие науки, не стоит на месте - растет поток информации о минералах. Это привело к физическому и моральному старению определителя 1970 года. Все это послужило причиной к переработке, расширению и некоторому изменению таблиц и принципа расположения минералов в структуре определителя. При написании определителя основной упор делался на те свойства минералов, определение которых может производить любой студент, знакомый с основами геометрической кристаллографии и конституцией минералов. Первое издание таблиц было осуществлено автором в 1995 году, в настоящее время пришла пора несколько изменить

и дополнить существующие таблицы описанием внешних признаков минералов.

Вместе с этим таблицы выполнены в таком виде, что могут быть использованы для диагностики минералов в полевых условиях и в курсах по практической минералогии, в геммологии и других науках.

## ВВЕДЕНИЕ

Таблицы для определения минералов по внешним признакам составлены в соответствии с программой курса "Кристаллография и минералогия" для специальности 21,05.02 – "Прикладная геология". Минеральные виды, представленные в таблицах, приведены в соответствие со сводкой по систематике (Флейшер М. 1990), лишь некоторые изоморфные ряды описаны как единый минерал при отсутствии данных по крайним членам ряда.

При пользовании определителем необходимо различать понятия: минерал и минеральный вид, которые нередко в некоторой литературе отождествляют. Минерал, как объект исследования науки минералогии, известен с глубокой древности. Первоначально к минералам наряду с кристаллами причислялись "земли", горные породы, торф, каменный уголь. В настоящий период под минералом понимается продукт природной физико-химической реакции, имеющий индивидуализированный химический состав, изменяющийся в определенных границах и обладающий или обладавший кристаллической структурой, которая разрушена под влиянием радиоактивного облучения. По мере детального изучения отдельных минералов было установлено, что они, в свою очередь, состоят из двух или нескольких веществ, имеющих строго индивидуализированный состав, но обладающих однотипной структурой. Эти исследования позволили выделить новое понятие – минеральный вид являющийся фундаментальной единицей современных минералогических классификаций. Таким образом, минеральный вид является частью, более общего, понятия минерал. Например: минерал гранат состоит из отдельных видов: гроссуляр, андрадит, уваровит, пироп, спессартин, альмандин; минерал оливин содержит в своем составе виды: форстерита и фаялита и т.д. В настоящее время для сложных многокомпонентных твердых растворов, которыми являются некоторые минералы, понятие минерал отождествляется с названием группы в классификации.

## ВНЕШНИЕ ПРИЗНАКИ МИНЕРАЛОВ

Каждый минеральный вид имеет определенный химический состав и структуру, которые находятся в тесной взаимосвязи и определяют его конституцию. Конституция определяет свойства, присущие минералу, и его морфологию. Свойства, определяемые визуально или с использованием простых испытаний, называются внешними признаками. Искусство диагностики минералов определяется овладением этими признаками. В отдельных случаях внешние признаки настолько специфичны, что позволяют однозначно определить минерал. В других случаях они позволяют выделить группу минералов, в которой определение конкретного вида требует тщательного анализа.

К внешним признакам относятся морфология кристаллов, строение агрегатов, блеск, цвет, черта, твердость, спайность, отдельность, упругость, пластичность, хрупкость, плотность, магнитные свойства

### Морфология кристаллов

Форма кристалла определяется его структурой и влиянием окружающей среды. Появление тех или иных простых форм на кристалле определяется законом Бравэ, согласно которому при образовании кристаллов развитие и частота появления основных форм зависят от густоты расположения атомов, ионов на их гранях. В соответствии с принципом Кюри, внешняя симметрия кристалла будет сохранять только те элементы симметрии, которые совпадают с подобными элементами симметрии среды. Степень развития кристалла в разных направлениях определяет его облик. Выделяются следующие типы облика (рис. 1):

1) изометричный (а) – кристалл примерно одинаково развит по трем взаимно перпендикулярным направлениям; 2) увеличение в одном направлении последовательно приводит к короткопризматическому (б), длиннопризматическому (в), игольчатому, волокнистому облику; 3) сжатие в одном направлении определяет таблитчатый (г), пластинчатый (д), чешуйчатый, листоватый облик.

Неравномерное развитие кристалла в разных направлениях определяет бочонковидный, клиновидный, скипетровидный, сноповидный и другие облики.

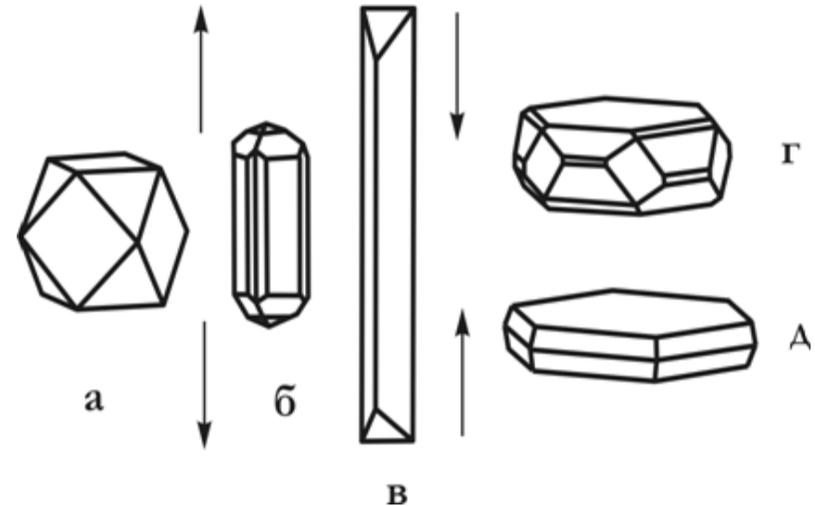


Рис. 1. Типы облика кристаллов.

а-изометричный, б-короткопризматический, в-длиннопризматический, г-таблитчатый, д-пластинчатый

Габитус кристалла определяется преобладающими гранями простых форм, представленных в ограничении. Например, у пирита облик изометричный, а габитус кубический, пента-гондодекаэдрический или октаэдрический.

Грани кристаллов нередко покрыты мелкими бороздами или штрихами. Для ряда минералов присутствие штриховки является важным диагностическим признаком. В одних случаях она наблюдается в виде параллельных штрихов, в других штрихи пересекаются под определенными углами. Так, на гранях призмы кристаллов кварца наблюдается поперечная штриховка, а на гранях призмы топаза и берилла – вертикальная.

По своему происхождению штриховка может быть комбинационной, обусловленная узкими вичинальными гранями двух простых форм (берилл, турмалин и др.), двойниковой, являющейся результатом полисинтетического двойникования минералов (сфалерит, корунд, плагиоклазы и др.) индукционной, появляющейся в месте соприкосновения двух одновременно растущих индивидов.

Кристаллы редко бывают одиночными, обычно они образуют сростки. Различают закономерные и случайные сростки, среди первых

выделяются параллельные, двойниковые и эпитаксические сростки. Параллельными сростками называются такие сростания кристаллов минералов, в которых все грани первого кристалла параллельны соответствующим граням второго.

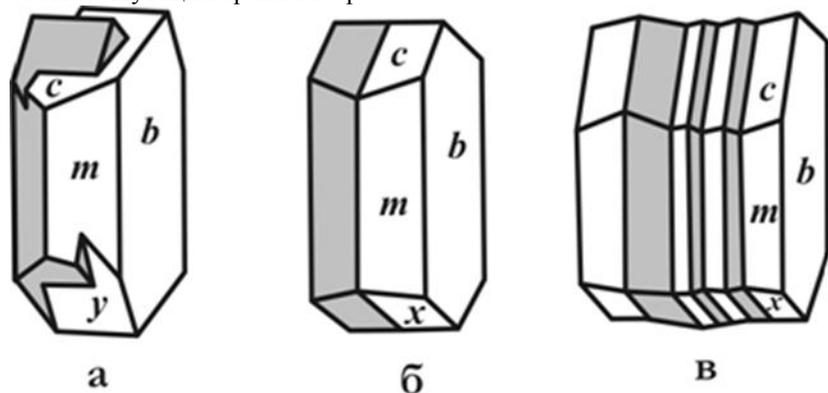


Рис.2. Виды двойниковых сростаний.  
а-двойник прорастания, б-двойник сростания,  
в-полисинтетический двойник

Двойниками называются закономерные сростания двух кристаллов одного и того же минерала, в которых один индивид может быть выведен из другого отражением в плоскости или поворотом на  $180^\circ$  вокруг оси. В зависимости от количества сростшихся в двойниковом положении индивидов различают тройники, четверники, пятерническийки и т. д. В зависимости от расположения элементов простые двойники подразделяются на *двойники прорастания* (рис.2а) и *двойники сростания* (рис. 2б). Наряду с простыми двойниками широко распространены *полисинтетические двойники*. В них каждые два соседних индивида находятся в двойниковом положении (рис.2в).

Эпитаксическими сростками называются сростания двух различных минералов, в которых хотя бы некоторые кристаллографические элементы оказываются параллельными. Это объясняется сходством кристаллических структур и параметров решеток у минералов в эпитаксическом сростке

### Строение агрегатов

Незакономерное сростание множества индивидов одного или разных минералов называется агрегатом. Форма минеральных агрегатов

в значительной степени зависит от формы отдельных кристаллов и механизма их образования. В случае изометричных зерен агрегаты по величине их подразделяются на тонкозернистые (зерна на глаз неразличимы), мелкозернистые (зерна менее 1мм, но различимы на глаз), среднезернистые (1-5 мм), крупнозернистые (5-20 мм), гигантозернистые (зерна крупнее 20 мм).

В том случае, если индивиды имеют вытянутую в разной степени форму, то они образуют *шестоватые*, *игольчатые*, *волокнистые* агрегаты. Если кристаллы обладают *уплощенной* формой, то агрегаты приобретают *пластинчатое*, *чешуйчатое*, *листоватое* строение.

По механизму образования выделяют следующие агрегаты. В открытых полостях из низкотемпературных растворов на стенках осаждаются натечные агрегаты, которые могут иметь *сталактитовое*, *гроздевидное*, *сосцевидное* или *почковидное* строение. Из коллоидных суспензий (гелей) образуются *колломорфные* агрегаты.

В том случае, если открытая полость не полностью заполняется раствором, то на стенках полости происходит образование друз или щеток кристаллов. Друзы сложены удлиненными кристаллами и имеют зону геометрического отбора. Последняя предполагает преимущественный рост тех индивидов, удлинение которых совпадает с нормалью к стенке полости. Щетки обычно представлены изометричными индивидами, в которых геометрический отбор прошел, и все кристаллы имеют одинаковую ориентировку.

Мелкие стяжения сферической или эллипсоидальной формы носят название оолитов и сферолитов. *Оолиты* обычно сцементированы друг с другом в горную породу. Они имеют концентрически-скорлуповатое строение, отдельные слои их отлагаются вокруг центра (например, песчинки или пузырька воздуха). *Сферолиты* обладают радиально-волокнистым строением и образуются в открытой полости. *Конкреции* - стяжения округлой формы, радиально-лучистого или скорлуповатого строения, рост которых происходил от центра к периферии.

При быстрой кристаллизации минерала в трещине или хорошо проницаемой породе образуются плоские или объемные ветвистые агрегаты (*дендриты*). Наряду с основными типами минеральных агрегатов, имеются разносности, наименования которых отражают внешние особенности этих агрегатов, например *звездчатые*, *сетчатые*, *ячеистые*, *шлаковидные*, *землистые*

### **Блеск**

*Блеск* – это визуальная характеристика отраженного от поверхности минерала света, учитывающая и долю отраженного света, и особенности отражения. Блеск минералов по мере его усиления подразделяется на *стеклянный, алмазный, полуметаллический и металлический*. У прозрачных и хорошо просвечивающих минералов, с повышением показателя преломления, слабый стеклянный блеск постепенно сменяется более сильный алмазным. Для минералов с высоким коэффициентом поглощения и большой отражательной способностью, т.е. непрозрачных даже в тонком порошке, характерен металлический блеск. У части минералов блеск промежуточный между алмазным и металлическим; такие минералы или просвечивают хотя бы в тонком порошке, или заметно поглощают и рассеивают свет. Промежуточный по степени блеск называют *полуметаллическим*.

Переход от одной градации степени блеска к другой постепенный и достаточно условный. При мелкошероховатой поверхности у сильно поглощающих или непрозрачных минералов характер блеска тусклый (магнетит); у просвечивающих и прозрачных - *матовый* (каолин, любые землистые агрегаты). Характер поверхности нередко зависит от особенностей излома - при отсутствии спайности излом может быть мелкобугорчатым, а блеск - *жирным* (кварц, нефелин).

На вид блеска большое значение оказывают характер поверхности и строение агрегата. *Шелковистый* блеск отмечается у параллельно-волокнистых агрегатов за счет своеобразного отражения и рассеяния света волокнами. Такой блеск особенно заметен при падении света вдоль волокон (селенит, хризотил-асбест). Прозрачные минералы с совершенной спайностью отражают свет не только от внешней плоскости, но и от возникающих в глубине образца трещинок. Подобное мерцающее отражение сопровождается интерференцией света, создающей нежную радужную окраску. Этот вид блеска называют *перламутровым* (гейландит, гипс, кальцит).

### **Цвет, черта**

Цвет – это свойство вещества вызывать у человека определенное зрительное ощущение в соответствии со спектральным составом

отражаемого или пропускаемого излучения. Исходя из физической сущности, удобно разделить окраску минералов на собственную и чуждую. *Собственная окраска* обусловлена особенностями конституции минерала – его химическим составом и структурой. Наиболее распространенный вид собственной окраски минералов вызывается характером светопоглощения. При этом возникают разные варианты.

1. Если свет не взаимодействует с минералом, то минерал остается бесцветным и прозрачным, как, например, горный хрусталь. При полном поглощении видимого спектра света минерал становится черным и непрозрачным. При поглощении происходит возбуждение электронов в верхнем слое, которые мгновенно возвращаются обратно, испуская световые лучи, что проявляется в металлическом блеске. Цветовые оттенки у сильно поглощающих минералов возникают в случае энергетической неравнозначности переходов электронов, и потому часть лучей света поглощается минералом.

2. Наиболее характерно проявляется неравномерность поглощения света как причина окраски у прозрачных минералов-диэлектриков, в составе которых находятся химические элементы-хромофоры. Хромофорами являются ионы переходных металлов периодической системы Д.И. Менделеева. Наиболее важные из них V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu. В зависимости от конституции кристаллом поглощаются разные лучи. Минерал окрашивается в цвет, дополнительный к поглощенному. Окраска, вызываемая хромофорами следующая:  $V^{3+}$  – зеленый (тсаворит), голубой (танзанит);  $Cr^{3+}$  – зеленый (уваровит, изумруд), красный (рубин);  $Mn^{2+}$  – розовый (родохрозит, родонит);  $Fe^{2+}$  – зеленый (актинолит, хризолит), красный (альмандин);  $Fe^{3+}$  – желтый (хризоберилл);  $Co^{2+}$  – голубой (шпинель), розовый (эритрин);  $Ni^{2+}$  -зеленый (непуит);  $Cu^{2+}$  – зеленый (малахит), синий (азурит), голубой (бирюза).

3. В прозрачных минералах окраска может быть вызвана явлением переноса заряда. Так возникает окраска синего корунда (сапфира) с изоморфной примесью железа и титана. Появление окраски объясняется образованием пары  $Fe^{2+} + Ti^{4+}$ , которая за счет переноса заряда (электрона) внутри пары и поглощения лучей с соответствующей длиной волны образует пару  $Fe^{3+} + Ti^{3+}$  и минерал приобретает синий цвет.

4. Неравномерное светопоглощение некоторых минералов может

быть вызвано наличием в их кристаллической решетке электронно-дырочных центров окраски. В черном кварце (морионе) в позициях кремния располагаются ионы  $Al^{3+}$ . Для компенсации валентностей в кристаллическую решетку внедряются катионы щелочных металлов или  $H^+$ . Под действием радиоактивного или рентгеновского излучения происходит смещение электрона от кислорода к  $Al^{3+}$  с поглощением части света; ионы  $O^-$  становятся центрами окраски. Аналогичным образом возникает окраска у флюорита.

*Чуждая* окраска определяется вростками пигментирующих окрашенных минералов, цветными пленками разной природы и другими причинами, не связанными с особенностями конституции минерала.

Кроме этого окраска зависит от спектра светового пучка и от направления. Наиболее ярко эта особенность проявляется в минералах с незначительной примесью хрома. Например, александрит при дневном освещении зеленый, а при искусственном - красный. Зависимость от направления – это анизотропия окраски. В ромбическом кордиерите с примесью Fe цвет разный по всем трем кристаллографическим осям. Он темно-синий вдоль оси z, светло-синий вдоль оси x, желтовато-серый вдоль оси y. Это явление называется плеохроизмом и наблюдается у всех окрашенных минералов под микроскопом.

Окраска минерала определяется степенью его дисперсности: гематит в кристаллах железо-черный, а в порошке - вишнево-красный. Порошок остается после прочерчивания минералом по фарфоровой пластинке. Цвет черты, наряду с цветом минерала в массе, является важным диагностическим признаком.

Черта минерала помогает при отсутствии навыков правильно определить блеск. У минералов с металлическим блеском черта обычно черная и темнее, чем цвет минерала в массе. У минералов с полуметаллическим блеском черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливо видна на фарфоровой пластинке. Преобладают коричневые оттенки. Минералы с алмазным блеском имеют черту красной, оранжевой или желтой окраски разной яркости и тона. У бесцветных минералов с алмазным блеском черта белая, но они при этом как бы святятся внутри. У минералов со стекляннным блеском черта белая или светло-серая с неясным оттенком.

Тот участок минерала, которым мы проводили черту, у них белеет.

### **Твердость**

Твердость - способность минерала противодействовать внешнему воздействию, будь то царапание, вдавливание или шлифование. Метод динамического определения заключается в диагностике твердости относительно эталонов шкалы Мооса, которая состоит из десяти минералов-эталонов:

- 1) тальк  $Mg_3[Si_4O_{10}](OH)_2$ ;
- 2) гипс  $Ca[SO_4] \times 2H_2O$ ;
- 3) кальцит  $Ca[CO_3]$ ;
- 4) флюорит  $CaF_2$ ;
- 5) апатит  $Ca_5[PO_4]_3F$ ;
- 6) ортоклаз  $K[AlSi_3O_8]$ ;
- 7) кварц  $SiO_2$ ;
- 8) топаз  $Al_2[SiO_4](F,OH)_2$ ;
- 9) корунд  $Al_2O_3$ ;
- 10) алмаз C.

Определение твердости осуществляется царапанием острым углом минерала эталона. Появление мельчайшей царапины указывает на более высокую твердость определяемого минерала. Вместо минералов-эталонов нередко используют заменители – ноготь (2), оконное стекло (5), напильник (6,5-7). Минералы с твердостью 1 легко пишут по бумаге. Оконное стекло очень удобно, так как имеет ровную поверхность и любая царапина на нем заметна.

При определении твердости следует помнить, что более мягкие минералы будут на более твердых оставлять черту, которую легко стереть в отличие от царапины. Во многих случаях такую черту принимают за царапину. Во избежание ошибки необходимо провести пальцем-царапина останется на месте, а черта сотрется.

На результаты определения относительной твердости влияет анизотропия, которая достаточно сильно проявляется в низко симметричных минералах и в самих эталонах. Например, у кианита она варьирует от 4,5 вдоль удлинения таблитчатых кристаллов до 6,5-7 в поперечном направлении.

### **Спайность и отдельность**

Спайность - способность минералов раскалываться по определенным кристаллографическим направлениям с образованием ровных блестящих поверхностей, параллельных друг другу и заметных по одновременному отблеску при отражении падающего света.

По степени совершенства выделяют следующие виды спайности:

- весьма совершенная – индивид при небольшом усилии легко расщепляется на плоскости большой площади (слюды, молибденит);
- совершенная – требует большее усилие для менее ровной поверхности (сфалерит, кальцит);
- несовершенная – ровные поверхности проявляются редко, имеют минимальную площадь и обнаруживаются с трудом (кварц, оливин).

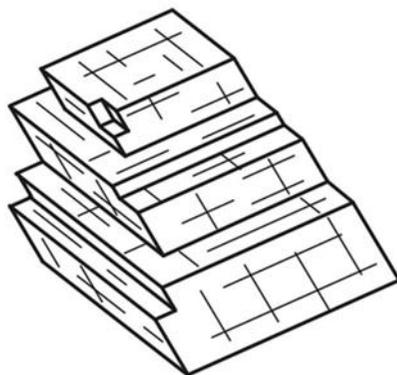


Рис. 3. Совершенная спайность в кальците

Причина возникновения спайности заключается в присутствии ослабленных направлений в структуре, которые проявляются после механического воздействия. Кристаллографическая направленность плоскостей спайности предполагает, что спайность ориентирована по какой-то простой форме. При определении спайности, кроме степени совершенства важно определять количество направлений и угол между плоскостями спайности, так как в ряде случаев является важным диагностическим признаком. Например, у амфиболов и пироксенов спайность в двух направлениях и близкая окраска, но у первых угол между плоскостями спайности  $120^\circ$ , а у вторых –  $90^\circ$

При определении спайности важно не путать плоскости спайности с гранями кристалла. Плоскости спайности более гладкие и совершенные, чем естественные грани, которые могут иметь штриховку, следы растворения и т.д.

В некоторых минералах при раскалывании образуются ровные, кристаллографические, иногда блестящие поверхности, напоминающие спайные. Возникновение подобных плоскостей носит название *отдельности* и связано с наличием закономерных включений вдоль зон роста кристалла, в результате возникновения структур распада или полисинтетического двойникования. Отличительным признаком отдельности является конечный размер пластинок, если они вызваны двойникованием, и матовое отражение плоскостей, при наличии включений.

### **Упругость, пластичность, хрупкость**

Упругость минералов проявляется в их способности восстанавливать форму и начальный объем после снятия напряжения. Это свойство, например, позволяет различить минералы группы слюд, чешуйки которых возвращаются в первоначальное положение после изгиба, от минералов группы хлоритов внешне достаточно схожих, но не обладающих упругими свойствами.

Пластичность – это свойство минерала необратимо деформироваться под действием механической нагрузки, превышающей предел упругости. Пластические деформации приводят к механическому двойникованию, смятию или изгибу зерен с сохранением их целостности. Это характерно для антимонита, кальцита, гипса, молибденита, кианита, слюд. Некоторые минералы при этом способны к течению с изменением первоначальной формы и претерпевают грануляцию или перекристаллизацию (галенит, галит, арсенопирит). С пластичностью в прямой зависимости находится такое свойство, как ковкость минералов. У металлов это свойство проявляется в расплющивании их в тонкие пластинки. У некоторых сульфидов (халькозин, акантит, галенит), обладающих слабой ковкостью, царапина блестящая, а не пылит, в отличие от хрупких минералов, что является диагностическим признаком.

Хрупкость – это способность минералов разрушаться при небольших деформациях после превышения предела прочности. Хрупкость минералов определяет их способность к измельчению, важную характеристику при обработке руд и их обогащении.

### **Плотность**

Плотность – это мера массы в единице объема. Плотность минералов варьирует от  $0,8$  у некоторых органических минералов до  $22,7$  г/см<sup>3</sup> у осмистого иридия. Она зависит от кристаллической структуры и химического состава минерала. Высокая плотность характерна для минералов с компактной структурой, низкая – для минералов со слоистой и каркасной структурой (например, алмаз -  $3,5$  г/см<sup>3</sup>, графит -  $2,2$  г/см<sup>3</sup>). Плотность возрастает с увеличением массы атома или иона и уменьшается с увеличением их размеров. Например, плотность плагиоклазов изменяется от  $2,61$  г/см<sup>3</sup> (альбит) до  $2,76$  г/см<sup>3</sup> (анортит).

Основная масса минералов имеет плотность, которая находится в интервале от 2,5 до 5,2 г/см<sup>3</sup>, и лишь немногие имеют более высокие или низкие значения. По степени распространенности и плотности минералы условно можно разделить на легкие (плотность менее 2,5 г/см<sup>3</sup>), средние (2,5-4 г/см<sup>3</sup>) и тяжелые (более 4 г/см<sup>3</sup>). Плотность мономинерального образца приближенно можно оценить, сравнивая с образцами с известной плотностью и близкого объема.

### **Магнитные свойства**

По магнитным свойствам минералы подразделяются на магнитные, слабомагнитные и немагнитные. Магнитные минералы притягиваются постоянным магнитом. К ним относятся магнетит, моноклинный пирротин и некоторые разновидности ильменита. Некоторые разновидности магнетита ведут себя как постоянный магнит, т.е. притягивают к себе железные предметы и магнитные минералы. К слабомагнитным относятся те минералы, которые приобретают магнитные свойства под действием электрического поля. Так ведут себя, например, все минералы, содержащие железо: геденбергит, алмадин, железистый сфалерит (марматит) и т. д.

## **ПОРЯДОК ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ**

В определителе все минералы по блеску разделены на четыре группы: с металлическим, полуметаллическим, алмазным и стеклянным блеском. Минералы с металлическим блеском цветные, непрозрачные, черта темнее, чем цвет минерала в массе. Минералы с полуметаллическим блеском цветные, непрозрачные, черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливая.

Минералы третьей и четвертой групп прозрачны в той или иной степени. Минералы с алмазным блеском могут быть бесцветны или окрашены. Первые встречаются довольно редко и узнаются по сильному блеску, видимому невооруженным глазом. В том случае, если они обладают окраской, черта у них варьирует от бледно-желтой до красной.

Минералы со стеклянным блеском имеют в большинстве белую черту, реже она светлую окраску. Минерал в том месте, с которого получена черта, белеет.

Таким образом, при определении минерала в первую очередь.

необходимо определить: блеск, черту, цвет. Это позволяет достаточно надежно отнести минерал к тому или иному разделу.

Подразделение минералов с металлическим блеском внутри раздела производится по цвету. В подразделе цветности минералы располагаются по твердости.

Минералы с полуметаллическим и алмазным блеском разделены по цвету черты и цвету в "массе" или в образце. Расположение минералов в подразделах производится по твердости.

В минералах со стеклянным блеском первоначальное подразделение осуществляется по цвету черты. Это позволяет выделить подраздел цветных минералов, имеющих яркую окраску, близкую или аналогичную цвету минерала в "массе" (зеленую, синюю и др.). В отдельный подраздел объединены минералы темной окраски (темно-зеленая, грязно-зеленая, черная), имеющие серую черту различных оттенков. Черта слабо контрастна. В последнем, наиболее многочисленном, подразделе находятся минералы с белой чертой. Внутри минералы расположены по твердости.

Такое построение определителя дает возможность, при правильном определении блеска, цвета минерала, его твердости и черты, найти несколько сходных минералов или единственный с данными свойствами. При наличии нескольких минералов, необходимо получение дополнительных данных по морфологии, химизму и генезису определяемого минерала.

При определении необходимо помнить, что все свойства минерала находятся во взаимозависимости и отражают конституцию данного минерального вида. Это не позволяет определить минерал по одному, наугад взятому свойству

## **КЛЮЧ К ТАБЛИЦАМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ.**

1. Минералы с металлическим блеском. Цветные непрозрачные.  
Черта серая. Темно-серая или черная.
  - 1.1. Цвет белый, серый до черного. Стр. 20
  - 1.2. Цвет желтый, красный. Стр. 36
2. Минералы с полуметаллическим блеском. Цветные, непрозрачные.

Черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливая.

2.1. Черта бурая, буровато-черная, черная.

Цвет черный, серо-черный. Стр. 44

2. 2. Черта красновато-бурая, желтовато-бурая, зеленовато-серая.

Цвет темно-красный, темно-бурый, черный. Стр.50

3. Минералы с алмазным блеском. Бесцветные или цветные, идеально прозрачные или прозрачные в той или иной степени.

3.1. Черта оранжевая, красная.

Цвет минерала оранжевый, красный до черного. Стр. 56

3.2. Черта желтая, светло-желтая, белая.

Цвет минералов желтый, коричневый до черного, иногда бесцветный. Стр. 60

4. Минералы со стеклянним блеском. Прозрачные в той или иной степени.

Черта чаще белая, реже светлоокрашенная, минерал белеет в том месте, с которого получена черта.

4.1. Черта имеет отчетливую окраску: зеленую, голубую, синюю, желтовато-бурую. Цвет минерала аналогичен цвету черты или несколько темнее. Стр. 74

4. 2. Черта имеет зеленоватый или сероватый оттенок, выраженный неясно. Преобладающая окраска минералов зеленая, темно-зеленая, черная. Стр.82

4.3. Черта белая  
Твердость 1 – 3 Стр. 94

4.3. Черта белая  
Твердость 3 – 5 Стр. 114

4.3. Черта белая.  
Твердость 5 - 7 Стр. 130

4.3. Черта белая.  
Твердость 7- 9 Стр. 154

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

X – минералы известные на Урале;

\* – минерал широко распространен и образует крупные выделения;

# – минерал открыт на Урале.

Минералы непомеченные символами на Урале не известны. Известные на Урале минералы отмечены по работе [7].

## ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

в п.п.тр. — в пламени паяльной трубки;

в. сов. — весьма совершенная;

выд. — выделение;

конц. — концентрированной

м-ния — месторождения;

направл. — направление;

несов. — несовершенная;

раствор. — растворяется

сов. — совершенная;

УФ — ультрафиолетовый свет;

и т.д. — и так далее.

## ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

Булах А.Г. Минералогия с основами кристаллографии – М.: Недра, 1989. – 351 с.

Вертушков Г.Н., Авдонин В.Н. Физические и химические свойства минералов и определитель минералов по внешним признакам – Св.:СГИ, 1970. – 172 с.

Годовиков А.А. Минералогия. – М.: Недра, 1975. – 520 с.

Лазаренко Е.К. Курс минералогии. – М.: Высшая школа, 1971. – 608 с.

Минералы. Справочник. /Под ред. Ф.В.Чухрова, Э.Н. Бонштедт-Куплетской. Т.I – IV— Наука, 1960-2004

Флейшер М. Словарь минеральных видов. Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 206 с.

Юшкин Н.П., Иванов О.К., Попов В.А. Введение в топоминералогии Урала. М.: Наука, 1986, - 294 с.

**I. Минералы с металлическим  
Черта серая, темно**

**блеском. Цветные непрозрачные  
-серая или черная**

Таблица 1

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твер- дость	Плот- ность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минера- лы	Сопутствую- щие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>1.1. Цвет белый, се</b>					<b>рый до черного.</b>				
* Молибденит (молибдено- вый блеск) MoS <sub>2</sub>	Гексагональная, боченковидные кристаллы, чешуйчатые, листоватые агрегаты	В. сов. по {0001} в одном направл	Свинцово- серый с голубоватым оттенком. Серовато- черная при растирании зеленеет	1	4,7- 4,8	Трудно раствор. в HNO <sub>3</sub> до MoO <sub>3</sub> . Мажет руки, жирный на ощупь	Графит, тетради- мит	Шеелит, вольфра- мит, касситерит, висмутин и др	Высоко- и среднетемпера- турные гидротермальные жилы, скарны, меднопорфи- ровые м-ния
* Графит С	Гексагональная, пластинчатые кристаллы, чешуйчатые, пластинчатые агрегаты	В.сов. по {0001} в одном направл.	Свинцово- серый до оловянно- белого. Стально- черная	1	2,1- 2,2	При нагрева- нии с дымящей HNO <sub>3</sub> чешуйки вспучиваются. Мажет руки, жирный на ощупь	Молиб- денит, валле- риит	Полевой шпат, кварц, биотит, рутил и др	Магматический, пневматолито- гидротермальные жилы, скарны, метаморфические породы
X Тетрадимит Bi <sub>2</sub> Te <sub>2</sub> S	Тригональная, таблитчатый, чешуйчатый, листоватый	В. сов. по (0001) в одном направл	Свинцово- серый до оловянно- белого. Стально- черная	1,5-2	7,2- 7,3	Конц. горяч. H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> Окрашивает в малиновый цвет. Листочки гибкие, но не упругие, пишет на бумаге	Молиб- денит, теллуру- висмутит	Теллуриды, золото, пирит, халькопи- рит, галенит	Кварцевые жилы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Теллурвисмутит $\text{Bi}_2\text{Te}_3$	Тригональная, пластинчатый, листоватый	Сов. по {0001} в одном направл.	Свинцово-серый . Стальночерная	1,5-2	7,8-7,9	В откр. трубке дает белый дым $\text{TeO}_2$ . Листочки гибкие, но не упругие	Тетрадимит	Теллуриды, золото, сульфиды	Золотоносные кварцевые жилы
* Ковеллин $\text{Cu}_2\text{S}$	Гексагональная, порошковатые, сажистые массы	В. сов. по {0001} в одном направл	Индигово-синий. Серая до черной	1,5-2	4,6-4,8	Раствор. в горячей $\text{HNO}_3$ с выд. S: раствор приобретает. зеленый цвет. Специфическая окраска		Халькозин, борнит, халькопирит	Зона окисления медноколчеданных м-ний
* Антимонит (сурьмяный блеск, стибнит) $\text{Sb}_2\text{S}_3$	Ромбическая, призматические кристаллы, спутанно-волоконистые и зернистые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл	Свинцово-серый, слегка голубоватый. Черная, при растирании краснеет	2	4,5-4,7	Раствор. в $\text{HCl}$ с выд. $\text{H}_2\text{S}$ . На плоскостях спайности часто двойниковая штриховка	Висмутин, джемсонит, буланжерит	Обычно один, реже с киноварью, флюоритом, баритом	Низкотемпературные гидротермальные м-ния
* Висмутин (висмутовый блеск) $\text{Bi}_2\text{S}_3$	Ромбическая, призматические и игольчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл	Оловянно-белый до свинцово-серого. Свинцово-серая	2-2,5	6,8	Легко раствор. в $\text{HNO}_3$ и горячей $\text{HCl}$ . На плоскостях спайности часто двойниковая штриховка, перпендикулярная удлинению	Антимонит, висмутовые сульфосоли	Самородный висмут, молибденит, касситерит, вольфрамит	Высоко- и среднетемпературные гидротермальные жилы, пегматиты, скарны

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Висмут Bi	Тригональная, шестоватый, зернистый	Сов. по {0001} в одном направл., хорошая по {2021} в трех направл.	Серебристо-белый с желтоватым оттенком, красная побежалость. Оловянно-белая	2-2,5	9,8	Легко раствор в HNO <sub>3</sub> , после разбавления выпадает белый осадок. По характерной красной побежалости	Тетрадимит	Касситерит, вольфрамит, молибденит, висмутин и др	Пегматиты, скарны, кварцевые жилы
*Акантит Ag <sub>2</sub> S	Моноклинная, редко кристаллы, сплошные массы или параморфозы по аргентиту	Отсутствует. Раковистый, неровный	Железо-черный. Черная, блестящая	2-2,5	7,2-7,3	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Характерна низкая твердость, сильная ковкость, зерна раздавливаются с трудом	Халькозин, серебро	Серебро, прустит, пираргирит, галенит, кальцит, барит	Кварцевые, кварц-кальцитовые и серебро-арсенидные жилы; зона вторичного сульфидного обогащения
* Серебро Ag	Кубическая, волосовидные, моховидные и проволочные формы, дендриты	Отсутствует. Крючковатый	Серебряно-белый, с поверхности серый или черный налет. Белая блестящая	2,5-3	10,1-11,1	Раствор. в HNO <sub>3</sub> , при добавлении HCl выпадает белый осадок. Характерен цвет, крючковатый излом, высокая ковкость	Изоферроплатина	Акантит, прустит, пираргирит, галенит, кальцит, барит	Низкотемпературные гидротермальные жилы с арсенидами, зона вторичного сульфидного обогащения
* Халькозин (медный блеск) Cu <sub>2</sub> S	Ромбическая, Призматические и пластинчатые кристаллы, сплошные плотные массы	Несов. по {110}. Раковистый	Несов. по {110}. Раковистый	2,5-3	5,5-5,8	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Ковок. Царапина от иглы блестящая	Акантит, джарлеит, дигенит, анилит, блеклые руды	Борнит, ковеллин, халькопирит, самородная медь	Низкотемпературные гидротермальные образования, зона вторичного сульфидного обогащения

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Галенит (свинцовый блеск) PbS	Кубическая, зернистые агрегаты, реже плотные и натечные, обычны кристаллы	Сов. по {100}, в трех направл., иногда отдельность по {111}	Свинцово-серый, у тонко-зернистых агрегатов более светлый. Серовато-черная	2,0-3,0	7,4-7,6	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с выд. S, при добавлении HCl выпадает белый осадок. Слабо ковок. Типичен цвет, спайность в трех направл. и высокая плотность	Антимонит	Сфалерит, халькопирит, кварц, кальцит, барит	Средне- и низкотемпературный гидротермальные жилы, скарны
* Джемсонит Pb <sub>4</sub> FeSb <sub>6</sub> S <sub>14</sub>	Моноклинная, игольчатые и волосовидные кристаллы, перистые и шестоватые агрегаты	Ясная по {001} в одном направл., несов. по {110} и {010}. Неровный	Свинцово-серый, иногда пестрая побелость. Темно-серая, серовато-черная	2,0-3,0	5,5-6,0	Раствор. в горячей HCl, при охлаждении выпадает PbCl <sub>2</sub> . Характерна поперечная спайность	Буланжерит, менегинит	Пирит, сфалерит, галенит, тетраэдрит, буланжерит	Второстепенный минерал средне-температурных гидротермальных жил
*Буланжерит Pb <sub>5</sub> Sb <sub>4</sub> S <sub>11</sub>	Моноклинная, игольчатые, призматические кристаллы, волокнистые агрегаты	Сов. по {100} в одном направл	Свинцово-серый до железо-черного. Серовато-черная с коричневым оттенком	2,5-3,0	6,0-6,2	Раствор. в горячей HCl с выд. H <sub>2</sub> S. От джемсонита отличается отсутствием поперечной спайности	Джемсонит, менегинит	Галенит, сфалерит, арсенопирит, пирит, джемсонит	Средне- и низкотемпературные гидротермальные жилы и метасоматические залежи

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Мышьяк As	Тригональная, ромбоздрический, зернистый, концентрически скорлуповатый	Сов. по {0001}. Неровный	Оловянно-белый, на свежем изломе быстро тускнеет до серовато-черного. Серая	3,5	5,6-5,8	Раствор. в HNO <sub>3</sub> . При нагревании сублимирует, издавая чесночный запах	Сурьма, висмут	Прустит, пираргирит, аргентит, блеклые руды, кальцит, реальгар	В кварцевых и кварц-карбонатных жилах
*Сурьма Sb	Тригональная, зернистый, натечный, почковидный	Сов. по {0001}, ясная по {2021}. Неровный	Оловянно-белый с желтой побежалостью. Буровато-серая	3-3,5	6,6-6,8	Раствор. в HNO <sub>3</sub> При нагревании сублимирует, образуя белый осадок	Висмут, мышьяк	Антимонит, бертьерит, арсенипирит, висмут, минералы серебра	В кварц-сульфидных жилах
* Теннантит (мышьяковая блеклая руда) (Cu,Fe) <sub>12</sub> As <sub>4</sub> S <sub>13</sub>	Кубическая, Тетраэдрические кристаллы, сплошные зернистые агрегаты	Отсутствует Раковистый, неровный	Стально-серый до железо-черного. Черная с вишнево-красным оттенком	3,0-4,0	4,4-4,7	Разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Блеклый тон окраски, хрупкость	Тетраэдрит, халькозин	Халькопирит, сфалерит, галенит, пирит, айкинит, бурнонит	Широко распространен, средне- и низкотемпературный гидротермальный минерал
* Тетраэдрит (сурьмяная блеклая руда) (Cu,Fe) <sub>12</sub> Sb <sub>4</sub> S <sub>13</sub>	Кубическая, Тетраэдрические кристаллы, сплошные зернистые агрегаты	Отсутствует Раковистый, неровный	Стально-серый до железо-черного. Черная	3-4,5	4,9-5,1	Разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Блеклый тон окраски, хрупкость	Халькозин, теннантит	Халькопирит, сфалерит, галенит, пирит, айкинит, бурнонит	Широко распростран, средне- и низкотемпературный гидротермальный минерал
Станин Cu <sub>2</sub> FeSnS <sub>4</sub>	Тетрагональная, зернистые массы	Несов. по {110} и {001}	Стально-серый до железо-черного. Черная	3,0-4,0	4,3-4,5	Разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд S и SnO <sub>2</sub> , раствор синий	Блеклые руды	Касситерит, халькопирит, сфалерит, пирит, арсенипирит, пирротин	В кварцевых и пегматитовых жилах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Железо Fe	Кубическая, изометричный, зернистый	Сов. по {100} в трех направл. Крючкова- тый	Стально-серый до железо- черного. Стально-серая	4,0	7,3- 7,7	Раствор. в HNO <sub>3</sub> и HCl с выд. водорода. Магнитно и ковко	Серебро, висмут	Графит, пирротин, шпинель	В основных изверженных породах
X Тетраферро- платина (ферро- платина) PtFe	Тетрагональ- ная, мелкие зерна	Нет. Неровный	Темно-серый до черного. Черная	4,0	12,0- 15,0	Разлагается в царской водке. Магнитна и относительно хрупка	Железо, хромшпи- нели	Изоферро- платина, туламенит, хромшпине- ли	Магматический в ультраосновных изверженных породах, россыпях
* Изоферро- платина (поликсен) Pt <sub>3</sub> Fe	Кубическая, кубические кристаллы, мелкие зерна и самородки	Отсутству- ет. Крючкова- тый	Серебряно- белый до стально-серого. Черная	4,0- 4,5	14,0- 18,65	Разлагается в царской водке. Слабо магнитна, ковка	Осмий, рутений	Тетраферро платина, иридосмин, хромшпине- ли	Магматический в ультраосновных изверженных породах, россыпях
* Саффорит CoAs <sub>2</sub>	Ромбическая, изометричный, зернистый, шестоватый	Несов. по {110}	Оловянно-белый до свинцово- серого. Серовато-черная	4,5- 5,0	7,0- 7,3	Раствор. в HNO <sub>3</sub> , раствор розовый	Арсенопи- рит, леллин- гит, раммельс- бергит	Шмальтин, хлоантит, раммельс- бергит, лелленгит, серебро, аргентит	В железорудных скарнах и в карбонатных и кварц- карбонатных жилах
* Леллингит FeAs <sub>2</sub>	Ромбическая, призматичес- кий, зернистый	До ясной по {010} и {101} в трех направл.	Серебряно- белый до стально-серого. Серовато-черная	5,0- 6,0	7,0- 7,4	Раствор. в HNO <sub>3</sub> Распространен менее, чем арсенопирит	Арсенопи- рит, раммельсб ергит, саффло- рит	Никелин, раммельс- бергит, мышьяк, касситерит, танталит	В ультраоснов- ных извержен- ных породах, скарнах, кварц- карбонатных и пегматитовых жилах.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Раммельсбергит NiAs <sub>2</sub>	Ромбическая, призматический, зернистый	До ясной по {110} в двух направл.	Оловянно-белый с красноватым оттенком. Серовато-черная	5,0-6,0	6,9-7,2	Раствор. в HNO <sub>3</sub> , раствор зеленый. Слабо ковок	Арсенопирит, саффлорит	Шмальтин, хлоантит, раммельсбергит, никелин, висмут, минералы серебра	В арсенидно-карбонатных и сульфидно-кварцевых жилах
* Кобальтин (кобальтовый блеск) CoAsS	Кубическая, зернистые агрегаты, иногда кристаллы	Сов. по {100} в трех направл. Неровный, раковистый	Серебряно-белый с красноватым оттенком. Серовато-черная	5,5	6,1-6,4	Разлагается в горячей HNO <sub>3</sub> с выд. S и As <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ; раствор розовый. Форма кристаллов и розовый оттенок	Арсенопирит, сперрилит	Пирротин, халькопирит, арсениопирит, сфалерит, висмутин	Высоко- и среднетемпературные гидротермальные жилы, скарны
* Герсдорфит NiAsS	Кубическая, {100}, {110}, {111}, {311}, зернистый	Сов. по {100} в трех направл. Неровный	Оловянно-белый до стально-белого. Серовато-черная	5,0-5,5	5,6-6,2	Разлагается в горячей HNO <sub>3</sub> , раствор зеленый. Редкий	Ульманит, арсениопирит	Арсениды Co и Ni, халькопирит, ульманит, пирит, висмутин	В кварцевых и карбонатно-кварцевых жилах
* Арсениопирит (мышьяковый колчедан) FeAsS	Моноклинная, призматические и изометричные кристаллы, зернистые и шестоватые агрегаты	Несов. по {101}, {010}. Неровный	Оловянно-белый до стально-серого. Серовато-черная	5,5-6,0	5,9-6,3	Разлагается в горячей HNO <sub>3</sub> с выд. S. Широко распространен. Форма кристаллов, твердость, чесночный запах при ударе	Кобальтин, гудмундит	Пирит, халькопирит, пирротин, сфалерит, висмутин	В кварцевых и пегматитовых жилах Типичный гидротермальный минерал широкого диапазона температур, скарны

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Гудмундит FeSbS	Моноклинная, призматические кристаллы, зернистые агрегаты	Отсутствует. Неровный	Серебряно-белый. Черная	6,0	6,7-6,9	Разлагается в горячей HNO <sub>3</sub> . Редкий. Реакция на Sb	Арсенопирит, кобальтин	Арсенопирит, молибденит, пирротин, халькопирит	Среднетемпературный гидротермальный минерал
X Скуттерудит (шмальтин) CoAs <sub>2</sub>	Кубическая, плотные зернистые агрегаты, нередко кристаллы	Несов. по {100}. Неровный, раковистый	Оловянно-белый. Серовато-черная	5,5-6,0	6,5-6,8	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с образованием розового раствора. Ассоциация с другими арсенидами и форма кристаллов	Никельскуттерудит, саффлорит	Кобальтин, арсенопирит, пирротин, арсениды Co и Ni	Среднетемпературный гидротермальный минерал
X Никельскуттерудит (хлоантит) NiAs <sub>2-3</sub>	Кубическая, плотные зернистые агрегаты, нередко кристаллы	Несов. по {100}. Неровный	Оловянно-белый до стально-серого. Серовато-черная	5,5-6,0	6,4-6,8	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с образованием зеленого раствора. Ассоциация с никелином, форма кристаллов	Скуттерудит, раммельсбергит	Арсениды Co и Ni, кобальтин, герсдорфит	Среднетемпературный гидротермальный минерал
Пирролюзит MnO <sub>2</sub>	Тетрагональная, призматические кристаллы, землистые, скрытокристаллические агрегаты	Сов. по {110} в двух направл	Стально-серый, железо-серый в кристаллах. Черный в землистых агрегатах. Черная	6,0-6,5	4,7-5,2	Растворяется в HCl с выд. Cl <sub>2</sub> .	Окислы и гидроокислы Mn	Романешит, криптомелан, браунит, родохрозит, гетит	Типичный минерал коры выветривания, зоны окисления, морских осадков, гидротермальный в жилах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Сперрилит Pt As <sub>2</sub>	Кубическая, {100}, {110}, {111}, {302}, обычно хорошо образованные кристаллы	Несов. по {100}. Раковистый	Оловянно- белый. Темно-серая	6,0- 7,0	10,58	В кислотах не раствор. В п.п.тр. на угле плавится , образуя платину и As <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Иридная платина	Пирротин, халькопи- рит, пентландит, магнетит	Медно- никелевые сульфидные руды, россыпи
*Осмий Os (иридосмин, сысерскит)	Гексагональ- ная, Пластинчатые и боченковид- ные кристаллы	Сов по {0001} в одном направл	Серый, стально- серый	6,0- 7,0	21,0- 23,0	В кислотах не раствор., в п.п.тр. темнеет, издавая резкий запах OsO <sub>4</sub> . Слабо магнитен, ковок	Платина	Платина, хромит, магнетит, платиноиды	Ультраосновные породы, россыпи
X Иридий Ir (невьянскит)	Кубическая, изометричные зерна и кристаллы	Раковистый	Оловянно-белый	6,0- 7,0	22,0- 25,0	В кислотах не раствор., сплавы с KNO <sub>3</sub> раствор. В воде, образуя синий осадок окиси иридия. Слабо ковок	Сперри- лит, платина	Иридоосмин, хромит, магнетит, платиноиды	Ультраоснов- ные платиноносные массивы, россыпи
<b>1. 2 Цвет жел</b>					<b>тый, красный</b>				
* Медь Cu	Кубическая, {100}, {111}, (110); дендриты, проволочки	Отсутст- вует. Крючко- ватый	Светло-розовая в свежем изломе, мед-но-красная при окислении. Медно красная, блестящая	2,5- 3,0	8,4- 8,9	Легко раствор. в HNO <sub>3</sub> . Ковкость, цвет, вторичные продукты	Аурикуп- рид	Халькозин, куприт, кальцит, гетит, атакамит	Гидротермаль- ная в основных и ультраосновных изверженных породах, в зоне окисления

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Золото Au	Кубическая, {111}, {100}, {110}; чешуйки, лис- точки, само- родки	Отсутству- ет. Крючкова- тый	Золотисто- желтый до светло-желтого, иногда розова- тый оттенок. Золотисто-жел- тая, блестящая	2,5- до 3,0	15,6- 18,3	Раствор. в царской водке. Цвет, высокая ковкость, отсутствие продуктов окисления	Халькопи- рит, аурик- уприд	Арсенопи- рит, пирит, галенит, сфалерит, халькопи- рит и др	Гидротермаль- ное в кварцевых жилах, конгломератах, черных сланцах, в зоне окисления
* Борнит Cu <sub>5</sub> FeS <sub>4</sub>	Кубическая, {100}, {110}, {111}; зернистый	Несов. по {111}. Мелкора- ковистый	Темный мед- нокрасный, с пестрой по- бежалостью. Серовато-черная	3,0	4,9- 5,3	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Цвет в свежем изломе и низкая твердость	Никелин, пирротин, ковеллин	Халькопи- рит, халькозин, галенит, пирит, сфалерит	Гидротермаль- ный в основных изверженных породах и кварцевых жилах, скарнах, зоне окисления
X Миллерит Ni S	Тригональная, игольчатый, волокнистый, зернистый	Сов. по {1011} и {1012}. Неровный	Бледно ла- тунно-жел-тый, иногда с побежа- лостью. Зеленовато- черная	3,0- 3,5	5,2- 5,6	Раствор. в HNO <sub>3</sub> , раствор в зеленый цвет. Игольчатая форма выделений	Халько- пирит	Пирит, Халькопи- рит, сульфиды и арсениды Ni и Co, кальцит	Медно- никелевые месторождения, кварцевые и кварц- карбонатные жилы
*Халькопирит (медный кол- чедан) CuFeS <sub>2</sub>	Тетрагональ- ная, зернистые агрегаты, иногда тетраэдри- ческие кристаллы	Несов. по {112} и {101}. Раковис- тый, неровный	Латунно- желтый, нередко пестрая побежалость. Зеленовато- черная	3,0- 4,0	4,1- 4,3	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Цвет, твердость, хрупкость	Пирит, золото, талнахит	Пирротин, пирит, арсенопи- рит, галенит, сфалерит и др.	Высоко- и средне- температурный гидротермаль- ный минерал в основных породах, скарнах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Талнахит $\text{Cu}_9\text{Fe}_8\text{S}_{16}$	Кубическая, зернистый	Несов. Раковис- тый	Латунно-жел- тый, на свежем сколе быстро образуется побежалость	3-4	4,3- 4,4	Раствор. В $\text{HNO}_3$	Халькопи- рит	Кубанит	Медно- никелевые месторождения в основных породах
X Пентландит (никелевый колчедан) $(\text{Fe},\text{Ni})_8\text{S}_9$	Кубическая, зернистые агрегаты и структуры распада в пирротине	Сов. по {111} в четырёх направл. Раковис- тый	Бронзово- желтый. Зеленовато- черная	3-4,0	4,5-5	Раствор. в $\text{HNO}_3$ , окрашивая раст- вор в зеленый цвет. Ассоциация и характерная спайность	Пирротин, пирит	Пирротин, халькопи- рит, талнахит, магнетит, кубанит	Магматический в основных изверженных породах
* Пирротин гексагональ- ный $\text{Fe}_{1-x}\text{S}$	Гексагональ- ная, таблит- чатые и призматические кристаллы	Несов. по {1010}, отдельность по {0001}. Неровный	Бронзово- желтый с бу- роватой поб- ежалостью. Серовато-черная до черной	3,5- 4,5	4,6- 4,7	В $\text{HNO}_3$ и $\text{HCl}$ разлагается с трудом. Бронзово-желтая окраска	Троилит, кубанит	Халькопи- рит, пентландит, пирит, сфалерит, арсено- пирит	Среднетемпера- турный гидротермаль- ный минерал, в основных породах, скар- нах, кварцевых жилах
* Клинопирро- тин (магнитный колчедан) $\text{Fe}_7\text{S}_8$	Моноклинная, зернистые агрегаты	Отдель- ность по {001}. Неровный	Бронзово- желтый. Серовато-черная до черной	3,5- 4,5	4,6- 4,7	Раствор. в $\text{HNO}_3$ . Бронзово-желтая окраска и магнитность	Троилит, кубанит, пирротин гексаго- нальный	Халькопи- рит, пентландит, пирит, сфалерит, арсенопи- рит	Среднетемперат- урный гидротер- мальный мине- рал, в основных породах, скар- нах, кварцевых жилах
X Троилит $\text{FeS}$	Гексагональ- ная, зернистый	Неровный	Бронзово- желтый.	4	4,6- 4,8	Легко раствор. в $\text{HCl}$ с выд. $\text{H}_2\text{S}$ . Парамагнитен	Пирротин	Халькопи- рит, пенландит	Медно-никеле- вому месторож- дения в основ- ных породах, серпентинизиро- ванные гиперба- зиты, включения в метеоритах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Туламенит PtFeCu (купро- платина)	Кубическая, зернистый	Кубическая, зернистый	Неровный	4	14,6	В кислотах не раствор. Сильно магнитен	Пирротин	Изоферр- платина, тетрафер- роплатина, хромшпи- нелиды	В ультраснов- ных извержен- ных породах
X Никелин NiAs	Гексагональ- ная, почковидные, зернистые агрегаты	Несов. по {1010}. Неровный	Бледно медно- красный. Буровато-черная	5-5,5	7,6- 7,8	Легко раствор. в HNO <sub>3</sub>	Борнит, пирротин	Шмальтин, хлоантит, саффорит, раммельс- бергит, скуттерудит	В медно-нике- левых месторож- дениях в основ- ных извержен- ных породах, карбонатных и кварц-карбонат- ных жилах
* Марказит (лучистый колчедан) FeS <sub>2</sub>	Ромбическая, копьевидные и таблитчатые кристаллы, конкреции, натечные агрегаты	Ясная по {101}. Неровный	Латунно-желтый с серым оттенком. Черная	6-6,5	4,9	Разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Форма выд	Пирит, арсенопи- рит	Пирит, халь- копирит, галенит, сфалерит, пирротин	Низкотемпер- турный гид- ротермальный минерал, в зоне окисления
* Пирит (серный колчедан) FeS <sub>2</sub>	Кубическая, зернистые аг- регаты, коло- морфные массы, хорошо образованные кристаллы	Несов. по {100}, отдельность по {111}. Раковис- тый	Светлый латунно-желтый. Зеленовато- черная	6-6,5	4,9- 5,2	С трудом разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Форма кристаллов, твердость, окраска	Марказит, халькопи- рит, арсенопи- рит	Халькопи- рит, сфалерит, арсенопи- рит и др.	Наиболее широко распространен- ный сульфид

**2. Минералы с полуметаллическим  
Черта аналогична цвету минерала в массе**

**блеском. Цветные непрозрачные  
или светлее, но всегда отчетливая**

Таблица 2

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твер- дость	Плот- ность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минера- лы	Сопутству- ющие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>2.1. Черта бурая, буро Цвет черный,</b>									
X Ферберит FeWO <sub>4</sub>	Моноклиная, зернистые агре- гаты, призма- тические и таблитчатые кристаллы	Сов. по {010} в одном нап- равлении. Неровный	Черный. Черная	4,5	7,3- 7,5	Раствор. в HNO <sub>3</sub> и HCl. Ассоциация, окраска, спайность	Танталит, сфалерит, кассите- рит	Касситерит, висмутин, топаз, берилл, флюорит	Высокотемпера- турный гидро- термальный ми- нерал кварцевых жил, грейзенов, пегматитов
X Уранинит UO <sub>2</sub>	Кубическая, массивный, колломорф- ный - насту- ран,	Неровный, раковистый	Стально-серый до черного. Черная, буровато-черная, слегка блестящая	5-6,0	7,5- 10,	Раствор. в H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> и HCl. Радиоактив- ность, окраска, форма выд	Ильменит	Монацит, ксенотим, циртолит, алланит, биотит	Гидротермаль- ный минерал, в пегматитах, грейзенах, квар- цевых жилах и цементе конгломератов
# Ильменит FeTiO <sub>3</sub> (титанис- тый железняк	Тригональная, таблитчатый {0001}, {1011}, {1014}, зернистый	Неровный, раковистый	Железо-черный до стально- серого. черная	5-6	5,6- 6,4	В кислотах не раствор. Слабо магнитен	Гематит, магнетит, хромит	Гематит, магнетит, циркон, титанит, апатит, полевые шпаты	В основных изверженных горных породах, пегматитовых и кварцевых жилах, амфиболитах
X Самарскит (Y, Ce, U, Fe <sup>+3</sup> ) ×(Nb, Ta) <sub>5</sub> O <sub>16</sub>	Моноклиная, псевдо- ромбический, призматич, метамиктный	Раковистый	Смоляно-чер- ный, бархати- сто-черный. Бурая до черной	5-6	5,6- 6,4	Разлагается в кислотах при кипячении. Сильно радиоактивен	Колумбит	Колумбит, монацит, то- паз, берилл, циркон, шерл	В щелочных пегматитах

1	2	3	4	5	2	6	7	8	9	10
X Эшинит (Ce,Ca,Th) <sub>x</sub> ×(Ti,Nb) <sub>x</sub> ×(O,OH) <sub>6</sub>	Ромбическая, призматиче- ский, отдель- ные зерна	Раковис- тый, неровный	Буровато- черный до черного. Бурая	5-6		4,9- 5,3	Разлагается в конц. H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> . Сильно радиоактивен, имеет красные и желто-бурые внутренние рефлексы	Самарс- кит, колумбит, фергусо- нит	Монацит, биотит, циркон, магнетит, апатит, алланит	В щелочных пегматитах
* Романешит (псиломелан) (Ba, H <sub>2</sub> O) × ×(Mn <sup>4+</sup> , Mn <sup>3+</sup> ) <sub>5</sub> ×O <sub>10</sub>	Моноклин-ная; натеч-ные, почко-видные, плотные агрегаты	Неровный, скорлупова- тый	Темный стально- серый до черного. Коричневато- черная	5-6		4,0- 4,7	Легко с выд. Cl <sub>2</sub> . Окрашивает пламя в зеленый цвет	Крипто- мелан, пиролою- зит	Пирролюзит, якобсит, браунит, гаусманит	Типичный мине- рал коры вывет- ривания, зоны окисления, мор- ских осадков, редко гидротер- мальный
* Криptomелан K(Mn <sup>4+</sup> , Mn <sup>2+</sup> ) <sub>8</sub> O <sub>16</sub>	Моноклин-ная, псевдотетра- гональный, тонкозерни- стый, тонковолок- нистый, почковидный	Неровный	Стально-серый до черного. Коричневато- черная	6-6,5		4,2- 4,4	Раствор. в HCl и HNO <sub>3</sub>	Романе- шит, пиролою- зит	Манганит, романешит, пирролюзит, браунит, якобсит, исутит	В метаморфизо- ванных марган- цевых м-ниях и их зоне окисле- ния, осадочных марганцевых ру- дах, в пегмати- товых и кварц- карбонатных жилах
* Магнетит (магнитный железняк) Fe <sup>2+</sup> Fe <sup>3+</sup> <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Кубическая, {111}, {110}, {311}, зерни- стый, землис- тый. Мушкетовит - псевдо- морфоза по гематиту	Отдель- ность по {111}. Неровный, раковистый	Черный, темно- серый. Черная	5,5-6		4,8- 5,3	Раствор. в HCl при нагревании. Сильно магнитен	Ильменит, гематит, хромит	Ильменит, гематит, фторапатит, андрадит, эпидот, диопсид	Магматический в основных изверженных породах; метасоматичес- кий в скарнах; железистые кварциты

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Лопарит (Ce,Na, Ca) $\times$ $\times$ (Nb,Ti)O <sup>3</sup>	Кубическая, псевдокуби- ческий {100}, {111}, двой- ники прорас- тания по{111}	Несов. по {100}. Неровный	Черный, серовато- черный.  Коричнево-бурая	5,5-6	4,7- 4,9	В кислотах нераствор.  Характерно нахождение в щелочных породах	Перовскит	Микроклин, нефелин, альбит, эгирин, арфедсонит, эвдиалит, апатит	В щелочных изверженных породах и их пегматитах
X Якобсит MnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Кубическая, {110}, {111}, {311}, зернистый	Отдель- ность по{111}	Черный, буро- вато-черный.  Бурая, буро- вато-черная	5,5- 6,5	4,8- 4,9	Раствор. в HCl с выдел. хлора.  Слабо или сильно магнитен	Браунит, магнетит	Гематит,теф- роит, гаусма- нит, гранат, эпидот, родо- хрозит	В гидротер- мальных и мета- морфических месторождениях, скарнах
* Хромит (хромистый железняк) FeCr <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Кубическая, зернистый, нодулярный, редко кристаллы	Отсутству- ет. Неровный	Черный, буровато- черный.  Бурая, иногда серая	5,5- 7,5	4,5- 4,8	В кислотах раствор. при сплавлении с KHSO <sub>4</sub> . Бурая черта, высокая твердость, иногда слабая магнитность	Гематит, магнетит, ильменит	Форстерит, серпентин, магнетит, уваровит	Магматический в ультра- основных изверженных породах, россыпях
* Ферроколум- бит Fe,Mn)Nb <sub>2</sub> O <sub>6</sub>	Ромбическая, Призматичес- кий, пластинчатый, сплошной, зернистый	Ясная по {010}. Раковистый , неровный	Черный.  Черная, буровато-черная	6	4,9- 5,4	В кислотах не раствор.  Слабо магнитен	Самарскит, ильменит, вольфрамит	Магнетит, ильменит, альмандин, циркон, ксенотим	В кислых и щелочных изверженных породах их пегматитах и карбонатитах
Ферротанталит (Fe,Mn)Ta <sub>2</sub> O <sub>6</sub>	Ромбическая, Призматичес- кий, пластин- чатый	Ясная по {010}. Раковистый	Черный, буровато- черный.  Буровато-черная	6-6,5	6,4- 8,2	В кислотах не раствор	Самар- скит, ильменит, вольфра- мит	Сподумен, поллуцит, лепидолит, берилл, турмалин, топаз	В гранитных пегматитах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		<b>2.2. Черта красновато-бурая, же Цвет темно-красный</b>			<b>лтовато-бурая, зеленовато-серая. темно-бурый, черный</b>				
X Манганит MnO(OH)	Моноклинная, натечные, плотные и зернистые массы, конкреции, оолиты	В. сов. по {010} и сов. по {110}. Неровный	Темный сталь- серый до железо- черного. Красновато- бурая, бурая	3,5-4	4,2- 4,3	Раствор. в конц. H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> и конц. HCl с выд. хлора. Цвет черты и твердость	Гетит, гаусма- нит, браунит	Родохрозит, пирролюзит, гетит, рома- нешит, бра- унит, барит	В осадочных м-ниях марган- ца, реже, низко- температурный гидротермаль- ный минерал
X Алабандин MnS	Кубическая, {100}, {110}, {111}, зернистый	Сов. по {100} в трех направл	Железо-черный до сталь-но- серого, часто бурая побежалость. Зеленовато-серая	3,5-4	3,9- 4,1	Бурно раствор. в HCl и HNO <sub>3</sub> с выдел. H <sub>2</sub> S. Слабо магнитен	Сфалерит, гауерит	Родохрозит, тефроит, га- ленит, сфа- лерит, пиро- фанит, ро- додит, пирок- смангит	В низкотемпе- ратурных гид- ротермальных жилах и мета- морфогеных марганцевых рудах
Мангантата- лит Mn Ta <sub>2</sub> O <sub>6</sub>	Ромбическая, призматичес- ки зернистый	Ясная по {010}	Буровато- красный, тем-но- красный. Темно-красная	6	7,5	В кислотах не раствор. Прозрачен в тонких сколах	Манган- колумбит, гейкелит	Пирофанит, воджинит, эшинит(Se)	В редкоме- тальных и лити- евых пегматитах
* Сфалерит (цинковая обманка) ZnS Fe - марматит	Кубическая, часто кристаллы, зернистый, скорлупова- тый, колло- морфный, землистый	Сов. по {110} в шести направл.	Бурый, черный, красно-вато- бурый, желтый, зеле-ный. Бурая, желтовато-бурая	3,5-4	3,9- 4,1	Раствор. в конц. HNO <sub>3</sub> с выд. серы, в HCl с выд. H <sub>2</sub> S. Форма кристаллов и спайность	Вольфра- мит, вюрцит	Галенит, халькопи- рит, пирит, блеклые руды, кальцит, кварц	Гидротермаль- ный минерал широкого диа- пазона температур

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Гюбнерит $Mn(WO_4)$	Моноклинная, призматические кристаллы, зернистые и радиально-лучистые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Красновато-бурый до коричневатого-черного.  Желтовато-бурая до красновато-коричневой	4-4,5	7,1-7,3	Разлагается в горячих конц. $H_2SO_4$ и $HCl$ .  Форма зерен, окраска, спайность	Сфалерит, касситерит	Триплит, висмутин, шеелит, касситерит, молибденит	Высокотемпературный гидротермальный минерал, грейзены и пегматиты
* Гейкелит $MgTiO_3$	Тригональная, отдельные зерна и сплошные массы, редко кристаллы	Ясная по {1011}, отдельность по {0001}. Раковистый	Красно-бурый до черного.  Буровато-красная	5	3,8-4,1	В кислотах не растворяется.  В тонких осколках просвечивает красным. Редок	Пирофанит, ильменит	Шпинель, циркон, хромит, диопсид, форстерит	Магматический в ультраосновных изверженных породах, в россыпях, реже гидротермальный
* Гетит $FeO(OH)$	Ромбическая, почковидные, натечные выделения параллельно-волокнистого строения	Сов. по {010} и менее сов. по {100}. Занозистый, неровный	Желтовато-бурый до черного.  Желтовато-бурая, бурая	5-5,5	4,1-4,3	Медленно раствор. в $HCl$ .  Параллельно-волокнистое строение и желтый оттенок черты	Гематит, лепидокрит	Гематит, лепидокрит, кальцит	Гипергенный минерал зоны окисления и коры выветривания; осадочные образования, реже, гидротермальный
X Гаусманит $Mn^{2+}Mn^{3+}_2O_4$	Тетрагональная, бипирамидальный, зернистый	Ясная по {001} в одном направл. неровный	Коричневато-черный до черного.  Коричневая, красновато-бурая	5-5,5	4,7-4,9	В $HCl$ раствор. с выделен. хлора	Браунит, гейкелит, магнетит	Пирролюзит, псилименлан, браунит, гематит, тефроит, родохрозит	В метаморфизованных марганцевых м-ниях, скарнах и гидротермальных жилах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Пирофанит $MnTiO_3$	Тригональная, тонкотаблитчатый, зернистый	Отчетливая по {0221}	Буровато-красный до черно-красного.  Охряно-желтая до красновато-бурой	5-6	4,4-4,6	В кислотах не раствор.  В тонких листочках просвечивает красным	Ильменит, гейкелит, рутил	Пирохроит, родонит, спессартин, родохрозит, алабандин, натролит	В метаморфических марганцевых месторождениях и пегматитах щелочных массивов
Мангано-колумбит $MnNb_2O_6$	Ромбическая, призматический, зернистый	Ясная по {010}, раковистый	Красновато-бурый до черного.  Красновато-бурая	6	5,4	В кислотах не растворяется.  Красные рефлексы	Манганотанталит, гейкелит	Самарскит, эвксенит, фергусонит	В редкометалльных пегматитах
X Торианит $ThO_2$	Кубическая, {100}, {111}, зернистый	Несов по {110}, неровный	Серовато-коричневый до черного.  Зеленовато-серая	6,5-7,5	8,4-10,0	Растворяется в $HNO_3$ и $H_2SO_4$	Уранинит, торит	Циркон, монацит, берилл, флюорит, ильменит, рутил	В кислых изверженных породах и их метаморфических аналогах, пегматитах, карбонатитах и россыпях
* Гематит (железный блеск) $Fe_2O_3$	Тригональная, плотные зернистые, тонкочешуйчатые, пластинчатые, натечные агрегаты и кристаллы	Отдельность по {0001} и {1011}. Раковистый	Стально-серый до черного, землистые агрегаты – буровато-красные.  Вишнево-красная	5-6	5,0-5,3	Раствор. в конц. $HCl$ .  Специфическая черта, цвет и магнитность после прокаливания	Вольфрамит, хромит	Магнетит, кварц, рутил, сидерит, шамозит, ильменит	В железистых кварцитах, скарнах, жилах альпийского типа и кварцевых, коре выветривания

**3. Минералы с алмазным блеском .  
Или прозрачные в**

**Бесцветные или цветные, идеально прозрачные  
той или иной степени**

Таблица 3

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твер- дость	Плот- ность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минера- лы	Сопутствую- щие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>3.1. Черта оранжевая, Цвет минерала оранжевый,</b>									
X Реальгар AsS	Моноклиная, призматичес- кие кристаллы зернистые агрегаты, налеты	Сов. по {010} в одном направл. Полурако- вистый	Огненно- красный до оранжево-жел- того. Оранжево- красная, огненно-краная	1,5-2	<b>красная красный до черного</b> 3,56	Разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд. S, в HCl выпадают желтые хлопья. Окраска и ассоциация	Крокоит, киноварь	Аурипиг- мент, антимонит, киноварь, сажистый пирит	Низкотемпера- турный гидротер- мальный минерал. В жилах и вулканических возгонах
X Глет (литаргит) PbO	Тетрагональ- ная, таблит- чатый, корочки, примазки	Ясная по {110} в двух направл	Красный, оранжево- красный. Красная	2	9,3	Раствор. в HCl, HNO <sub>3</sub> и H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> , в последней образуется осадок PbSO <sub>4</sub>	Сурик, киноварь	Церуссит, сурик, англезит, вульфенит, свинец	В зоне окисления свинцовых месторождений
X Киноварь HgS	Тригональная, зернистые аг- регаты, сплошные порошкова-тые массы, реже крсталлы	Сов. по {1010} в трех направл. Неровный	Ярко-красный, коричневато- красный. Ярко-красная	2-2,5	8,0- 8,2	Разлагается царской водкой. При нагревании сублимирует. Цвет, спайность, высокая плотность	Куприт, кермезит	Антимо- нит, пирит, реальгар, арсенопи- рит	Низкотемпера- турный гидротер- мальный мине- рал. Преимуществен- но, в жилах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Прустит $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$	Тригональная, призматический, ромбоэдрический, зернистый	До ясной по {1011}. Раковистый	Ярко-красный, темнее на свету.  Кирпично-красная	2,0-2,5	5,55-5,64	Разлагается в $\text{HNO}_3$ с выдел. S	Пираргирит, реальгар	Аргентит, пираргирит, серебро, мышьяк	В карбонатно-кварцевых жилах
X Пираргирит $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$	Тригональная, призматический, зернистый	До ясной по {1011}. Раковистый, неровный	Вишнево-красный до красновато-черного.  Пурпурно-красная	2,0-2,5	5,8-5,9	Разлагается в $\text{HNO}_3$ с выдел. S и $\text{Sb}_2\text{O}_3$	Прустит	Галенит, серебро, прустит, аргентит	В карбонатно-кварцевых жилах
X Сурик $\text{Pb}^{4+}\text{Pb}_2\text{O}_4$	Тетрагональная, плотный или порошковатый	Неровный	Ярко-красный до буровато-красного. Желто-оранжевая	2,0-3,0	8,2-9,2	Раствор. в HCl с выдел. Cl, в $\text{HNO}_3$ образуется $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ и коричневый осадок $\text{PbO}_2$ .  Редок	Глет	Галенит, церуссит, массикот, вульфенит	В зоне окисления свинцовых месторождений
# Крокоит $\text{Pb}(\text{CrO}_4)$	Моноклинная, призматические и игольчатые кристаллы, массивные агрегаты	Ясная по {110} в двух направл.  Раковистый, неровный	Гиацинтово-красный, оранжево-красный.  Желтовато-оранжевая	2,5-3,0	6,0-6,1	Раствор. в HCl с выд. Cl и $\text{PbCl}_2$ .  Ассоциация и окраска	Реальгар, феникохроит	Вокеленит, пироморфит, миметезит, церуссит	Зона окисления сульфидных м-ний

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Куприт Cu <sub>2</sub> O	Кубическая, мелкозернистый, порошковатый, кубические и столбчатые кристаллы - вискры	До ясной по {111}. Неровный, раковистый	Темно-красный, кирпично-красный до черного. Буровато-красная	3,5-4	5,9-6,2	Легко раствор. в HNO <sub>3</sub> . Ассоциация со вторичными минералами меди	Киноварь, прустит. Пираргирит	Медь, малахит, гетит, псевдомалахит	Зона богатых окисных руд медносульфидных м-ний
* Лепидокрокит (рубиновая слюдка) FeO(OH)	Ромбическая, мелко-чешуйчатый, радиально-пластинчатый, таблит-атые кристаллы	Сов. по {010} и {001} в двух направл. Неровный	Рубиново-красный, вишнево-красный. Оранжево-красная	4-5	3,8-4,1	Раствор. в HCl. Красноватый оттенок черты и парагенезис	Гетит, гематит	Гетит, гематит, пирит	В бурых железняках зоны окисления, бокситах, почвах
<b>3.2. Черта желтая</b>					<b>светло-желтая, белая.</b>				
<b>Цвет минералов желтый, коричневый</b>					<b>вый до черного, иногда бесцветный</b>				
* Сера S	Ромбическая, зернистые, порошковатые, сливные агрегаты и дипирамидальные кристаллы	Несов. по {001}, {110}. Раковистый, неровный	Серно-желтый, медово-желтый, зеленовато- и буровато-желтый. Белая	1-2	2,1	Легко горит. Раствор. в сероуглероде и скипидаре.  Цвет, хрупкость, блеск, горючесть	Розицкит, аурипигмент	Гипс, ангидрит, галит, кальцит, арагонит	В вулканических отложениях, осадочных породах и зоне окисления сульфидных м-ний
* Ферримолибдит Fe <sub>2</sub> (MoO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub> × 7H <sub>2</sub> O	Ромбическая, радиально-волокнистые и порошковатые агрегаты	Сов. по {001}. Неровный	Канареечно-желтый, зеленовато-желтый. Бледно-желтая	1-2	4,5	Раствор. в кислотах. Форма выд. и развитие по молибдениту	Ярозит, ферротунгстит	Молибденит, вольфрамит, полевой шпат	Зона окисления молибденовых м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Тюямунит $\text{Ca}(\text{UO}_2)_2 \times$ $\times (\text{VO}_4)_2 \times$ $\times 8\text{H}_2\text{O}$	Ромбическая, чешуйчатые и пластинчатые агрегаты	Сов. по {001} в одном направл	Канареечно- желтый, зеленовато- желтый. Желтая	1-2	3,7- 4,5	Раствор. в кислотах. Цвет, форма выд. Радиоактивность	Карнотит, урановые слюдки	Карнотит, уранинит, коффинит, роскоэлит	Зона окисления урановых м-ний и терригенные осадочные породы (песчаники)
X Арсенолит $\text{As}_2\text{O}_3$	Кубическая, октаэдричес- кий, землис- тый,	Сов. по {111} в 4-х направл. Раковистый	Бесцветный, белый, желтый. Белая	1,5	3,7- 3,9	Частично раствор. в горячей воде. Возгоняется в виде белого дыма	Сенармон- тит, валенти- нит	Мышьяк, арсенопи- рит, теннантит, реальгар, аурипиг- мент	Зона окисления сульфидных м-ний
X Аурипиг- мент $\text{As}_2\text{S}_3$	Моноклиная, кристаллы, пластинчатые и волокнистые агрегаты, порошковатые массы	В. сов. по {010} в одном направл	Золотисто- желтый, лимонно- желтый. Светло-желтая	1,5-2	3,5	Раствор. царской водке и щелочах с выпадением бурого осадка. Цвет, низкая твердость и спайность	Сера	Реальгар, антимонит, пирит, арсенопи- рит, гетчеллит	Низкотемпера- турные гидротер- мальные м-ния и отложения горя- чих источников
X Сенармон- тит $\text{Sb}_2\text{O}_3$	Кубическая, октаэдричес- кий, зернистый	Раковистый, неровный	Бесцветный, серовато- белый. Белая	2-2,5	5,2- 5,8	Легко раствор. в $\text{HCl}$ . Ассоциация с антимонитом и вторичными минералами Sb	Валенти- нит, арсенолит	Антимонит, кремезит, сурьма	Зона окисления сурьмяных м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Карнотит $K_2(UO_2)_2(VO_4)$ $2 \times \times 3H_2O$	Ромбическая, пластинчатый, землистый	Сов. по {001} в одном направл	Ярко-желтый до лимонно- желтого. Желтая	2-2,5	4,5- 5,0	Легко раствор. в кислотах. Яркий цвет, приурочен- ность к осадочному комплексу, радиоактив- ность	Отенит, тюямунит	Тюямунит, фольбортит, россит, уранинит, асфальтит	Зона окисления урановых м-ний и в песчаниках
X Вульфенит $Pb(MoO_4)$	Тетрагональ- ная, дипирамидаль- ный, пластинчатый, зернистый	Ясная по {011}	Оранжево- желтый, серовато- желтый. Белая	2,5-3	6,5-7	Раствор. в кислотах	Штольцит, шеелит	Пиромор- фит, ванадинит, церуссит, галенит, миметизит	Зона окисления сульфидных м-ний
X Штольцит $Pb(WO_4)$	Тетрагональ- ная, дипирамидаль- ный, зернистый	Несов. по {011}. Раковис-тый, неровный	Красновато- желтый, желтовато- серый, соломенно- желтый. Белая	2,5-3	7,9- 8,3	Раствор. в HCl с выдел. $WO_3$	Вульфенит, шеелит	Ванадинит, миметизит, вульфенит, церуссит, лимонит	Зона окисления сульфидных м-ний
# Вокеленит $b_2Cu(CrO_4) \times$ $\times (PO_4) (OH)$	Моноклиная, клиновидный, зернистый	Неровный	Оливково- зеленый до черного. Зеленовато- желтая	2,5-3	6,5- 7,1	Раствор. в $HNO_3$	Лаксманит, форнасит	Крокоит, пиромор- фит, миметизит, ванадинит	Зона окисления сульфидных м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Ванадинит $Pb_5(VO_4)_3Cl$	Гексагоаль- ная, призматичес- кие кристаллы и мелко- зернистые корочки	Раковистый, неровный	Оранжево- красный, коричнево- красный, коричнево- желтый.  Бледно-желтая	2,5-3	6,5- 7,1	Легко раство- ряется в HCl и HNO <sub>3</sub>  Форма кристаллов, цвет и ассоциация	Миметезит	Миметезит, пиромор- фит, деклуазит, церуссит, вульфенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Ярозит $KFe_3(SO_4)_2 \times$ $\times (OH)_6$	Тригональная, ромбозд- рические кристаллы, тонкочешуйча- тые плотные агрегаты	В. сов. по {0001} в одном нап- равл.	Охристо- желтый до коричнево- желтого.  Желтая	2,5- 3,5	3,1- 3,3	Раствор. в кислотах.  Жирный на ощупь	Гетит, лимонит	Лимонит, гематит, гетит	Зона окисления сульфидных м-ний
* Церуссит $Pb(CO_3)$	Ромбическая, пластинчатые и бипирамидаль- ные кристаллы, зернистые и натечные аг- регаты	Ясная по {110} и {021}. Раковистый	Бесцветный, белый, серый, желтый.  Белая	3-3,5	6,5	Раствор. в кислотах с выд. CO <sub>2</sub> .  Форма крис- таллов, блеск, плотность и ассоциация	Англезит	Англезит, смитсонит, вульфенит, малахит, галенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Сфалерит (цинковая обманка) ZnS	Кубическая, тетраэдри- ческие кристаллы, зернистый, реже землистый - брункит	Сов. по {110} в шести направл. Раковистый	Желтый, зеленый (клейофан), красный, бурый.  Светло-желтая	3,5-4	3,9- 4,1	Раствор. в конц. HNO <sub>3</sub> с выд. S, в HCl с выд. H <sub>2</sub> S.  Форма крис- таллов, спай- ность и блеск	Гринокит, вюрцит	Галенит, блеклая руда, халькозин, борнит	В полиметал- лических м-ниях, в известняках и колчеданных рудах

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Миметизит $Pb_5(AsO_4)_3 Cl$	Гексагональная, призматический, зернистый	Неровный	Бесцветный, белый, желтый, бурый.  Белая	3,5-4	7,2- 7,3	Раствор. в $HNO_3$ и $HCl$ , где выпадает $PbCl_2$	Пироморфит, ванадинит	Пироморфит, ванадинит, церуссит, вульфенит, бедантит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Пироморфит $Pb_5(PO_4)_3 Cl$	Гексагональная, призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Неровный	Желтый, желтовато- зеленый, бурый.  Белая	3,5-4	7-7,1	Раствор. в кислотах.  Легко плавится, после охлаждения приобретает полиэдрическую форму	Миметезит, ванадинит	Церуссит, лимонит, крокоит, вокеленит, вульфенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Шеелит $Ca(WO_4)$	Тетрагональная, дипирамидальные кристаллы и зернистые агрегаты	Ясная по {101}. Неровный	Белый, серый, бледно- желтый, оранжево- красный.  Белая	4,5-5	5,8- 6,2	Раствор. в $HCl$ с выд. $WO_3$  Плотность, форма кристаллов, люминесцирует в УФ-лучах	Кварц	Вольфрамит, касситерит, гранат, эпидот, флюорит	Кварцевые жилы и скарны
* Пироклор $(Ca,Na)_2 \times$ $\times (Nb,Ta)_2 \times$ $\times O_6(OH,F)$	Кубическая, октаэдрические кристаллы и мелкокристаллические агрегаты	Отдельность по {111} Раковистый	Желто-бурый, янтарно-желтый, зелено- вато-желтый.  Светло-желтая	5-5,5	4,2-5	С трудом раствор. в $HCl$ . Разлагается в конц. $H_2SO_4$ .  Форма кристаллов, цвет	Циркон, шеелит, перовскит	Циркон, ильменит, биотит, апатит, титанит, алланит	Нефелиновые сиениты, альбитизированные граниты, щелочные основные породы и карбонатиты

## Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Перовскит CaTiO <sub>3</sub>	Ромбическая (псевдокубическая), кубический, октаэдрический, зернистый редко	Несов. по {100}. Раковис-тый, неровный	Черный, буровато-черный, красновато-бурый, буровато-желтый. Белая, буровато-серая	5,5	4,1-4,3	Раствор. в HF и при кипячении в конц. H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	Хромит	Хлорит, кальцит, гранат, диопсид, магнетит, ильменит	В ультраосновных и щелочных породах, карбонатитах и контактово измененных известняках
* Анатаз TiO <sub>2</sub>	Тетрагональная, остропирамидальные кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {111} в пяти направл. Раковистый	Синий до черного, лимонно-желтый, красновато-коричневый. Белая	5-6	3,9-4	В кислотах не раствор. Цвет и форма кристаллов	Касситерит, рутил	Адуляр, брукит, ильменит, титанит, апатит	Жилы альпийского типа, аксессуарный минерал магматических и метаморфических пород
* Брукит TiO <sub>2</sub>	Ромбическая, уплощенно-призматические и призматические кристаллы	Несов. по {110}. Раковистый	Желтый, желтовато-коричневый до черного. Белая до бледно-желтой	5,5-6	4--4,1	В кислотах не раствор. Уплощенная форма кристаллов, цвет и ассоциация	Рутил	Анатаз, титанит, адуляр, рутил, ильменит	Жилы альпийского типа, аксессуарный минерал метаморфических пород
* Рутил TiO <sub>2</sub>	Тетрагональная, призматические и игольчатые кристаллы, коленчатые двойники и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. Раковистый, неровный	Светло-желтый, красновато-бурый до черного (нигрин). Светло-желтая до бледно-коричневой	6-6,5	4,2-4,3	В кислотах не раствор. Широко распространен. Форма кристаллов, твердость	Касситерит, циркон, турмалин	Апатит, ильменит, брукит, гематит	В апатитовых жилах и гнездах, в основных изверженных и метаморфических породах и кварцевых жилах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Касситерит SnO <sub>2</sub>	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые и коллоидные агрегаты (деревянистое олово)	Несов. по {110} и {100}. Полураковистый, неровный	Желтый, красновато-бурый до коричнево-черного.  Белая до темно-бурой	6-7	6,8-7	Зерна при кипячении с цинком в HCl покрываются пленкой олова.  Плотность, форма кристаллов	Рутил, циркон	Вольфрамит, касситерит, висмутин, арсенопирит, шеелит	В кварцевых и пегматитовых жилах, грейзенах, скарнах, кислых магматических породах и россыпях
* Циркон Zr [SiO] <sub>4</sub>	Тетрагональная, обычно призматические или дипирамидальные кристаллы, иногда метамиктные	Несов. по {110} и {111}. Раковистый	Желтый (жаргон), желто-бурый, красный (гиацинт), красно-коричневый.  Белая до светло-желтой	7-7,5	3,9-4,6	Слабо разлагается в конц. H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> .  Преимущество в кристаллах, люминесцирует в УФ-лучах, иногда радиоактивен	Рутил, касситерит, монацит	Монацит, ксенотим, титанит, биотит, ильменит	Аксессуарный минерал кислых и щелочных изверженных пород и их пегматитов, россыпи
X Алмаз C	Кубическая, округлые кристаллы, зернистые сростки (борт, баллас, карбонадо)	Сов. по {111} в четырех направл. Раковистый	Бесцветный, голубой, желтый, зеленый, розовый, коричневый до черного.  Белая	10	3,5-3,6	В кислотах не растворяется.  Форма кристаллов, блеск, ассоциация, люминесценция в УФ и рентгеновских лучах	Лонсдейлит, муассанит	Пироп, гейкелит, хромдиопсид, форстерит, флогопит	Кимберлитовые и лампроитовые трубки взрыва, россыпи

**3. Минералы с алмазным блеском.  
Черта чаще белая, реже светло окрашенная,**

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твердость
1	2	3	4	5
<b>4.1. Черта имеет отчетливую окраску: Цвет минерала аналогичен цвету</b>				
* Вивианит $Fe_3(PO_4)_2 \times 8H_2O$	Моноклинная, призматические до игольчатых кристаллы, землистые агрегаты, конкреции, стяжения	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Свежий - бесцветный, на воздухе быстро синее до синечерного.  Голубоватая до синей	1,5-2
* Эритрин $Co_3(AsO_4)_2 \times 8H_2O$	Моноклинная, призматические и игольчатые кристаллы, землистые агрегаты, выцветы, налеты	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Малиново-красный, персиково-красный, бледно-розовый.  Бледно-розовая, розовая	1,5-2,5

**Прозрачные в той, или иной степени  
минерал белеет в том месте, с которого получена черта**

Таблица 4

Плотность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минералы	Сопутствующие минералы	Условия нахождения
6	7	8	9	10
<b>зеленую, голубую, синюю, розовую. черты, или несколько темнее</b>				
2,68	Легко раствор. в кислотах.  Окраска и приуроченность к органическим остаткам		Анапаит, фосфаты железа и марганца	Осадочные железорудные м-ния, торфяники
3-3,1	Раствор. в кислотах, окрашивая раствор в розовый цвет.  Окраска и развитие по арсенидам и сульфоарсенидам	Родохрозит	Кобальтин, сафлорит, скуттерудит, аннабергит, кальцит	Зона окисления арсенидных и сульфоарсенидных м-ний кобальта и никеля

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Глауконит $K(Fe^{+3}Mg) \times [AlSi_3O_{10}] \times (OH)$	Моноклинная, землистые массы, червеобразные и шаровидные мелкие стяжения	В. сов. по {001}	Зеленый, зеленовато-бурый до зеленовато-черного.  Зеленая	2-3	2,4-3	Разлагается в HCl с образованием скелета SiO <sub>2</sub> .  Цвет, форма выд. и парагенезис	Хлориты, селадонит	Селадонит, слоистые силикаты	В осадочных терригенных горных породах и почвах
Лампрофиллит $Na_2(Sr,Ba)_2Ti_3 \times (SiO_4)_4 (OH,F)_2$	Моноклинная, призматический, радиально-лучистый	В. сов. по {001}	Золотисто-бурый, бронзово-желтый.  Буровато-желтая	2-3	3,4-3,5	Разлагается в царской водке с выдел. кремнезема.  Грубопластинчатый	Астрофиллит	Эвдиалит, мурманит, эгирин, рамзаит, нефелин	В щелочных изверженных породах и их пегматитах
* Аннабергит $Ni_3(AsO_4)_2 \times 8H_2O$	Моноклинная, призматические и игольчатые кристаллы, землистые агрегаты, выцветы, налеты	Сов. по {010}. Неровный	Яблочно-зеленый, грязно-зеленый до белого. Бледно-зеленая до белой	2,5-3	3,0-3,2	Раствор. в кислотах, окрашивая раствор в нежно-зеленый цвет. Окраска и развитие по арсенидам и сульфоарсенидам никеля	Моренозит	Симплезит, моренозит, малахит, адамин, эритрин	Зона окисления арсенидных и сульфоарсенидных м-ний кобальта и никеля
X Астрофиллит $(K,Na)_3 \times (Fe^{2+},Mn)_7 \times Ti_2 \times [Si_8O_{24}] \times (O,OH)_7$	Триклинная, таблитчатые, игольчатые кристаллы, радиально-лучистые, волокнистые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Золотисто-желтый, бронзово-желтый.  Буровато-желтая	3	3,28-3,42	Легко раствор. в HCl.  Магнитен после прокаливания	Лампрофиллит	Эгирин, арфедсонит, канкринит, аьбит, натролит, титанит, апатит	В щелочных изверженных породах и их пегматитах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Атакамит $\text{Cu}_2\text{Cl}(\text{OH})_3$	Ромбическая, призматический, пластинчатый, мелкозернистый	Сов. по {010}. Раковистый	Изумрудно-зеленый до черно-зеленого.  Яблочно-зеленая	3-3,5	3,8-3,9	Легко раствор. в кислотах.  Окрашивает пламя в голубой цвет	Малахит, брошантит	Куприт, гипс, параатакамит, брошантит, малахит и др	В зоне окисления медных м-ний в областях с засушливым климатом
* Малахит $\text{Cu}(\text{CO}_3) \times \text{Cu}(\text{OH})_2$	Моноклинная, натечные, почковидные и радиально-лучистые агрегаты, редко призматические кристаллы	Сов. по {201} и {010}. Неровный раковистый	Ярко-зеленый, темно-зеленый до черно-зеленого.  Бледно-зеленая	3,5	4-4,1	Легко раствор. в кислотах с выдел. $\text{CO}_2$ .  Широко распространен, положительная реакция на $\text{CO}_2$	Атакамит, адамин	Медь, куприт, азурит, хризоколла	В зоне окисления медных сульфидных м-ний
* Азурит $\text{Cu}_3(\text{CO}_3)_2 \times (\text{OH})_2$	Моноклинная, таблитчатые кристаллы, зернистые и землистые агрегаты	Сов. по {001} ясная по {100}. Раковистый	Лазурно-синий до темно-синего, голубой в землистых агрегатах.  Голубая	3,5-4	3,7-3,9	Легко раствор. в кислотах с выд. $\text{CO}_2$ .  Окраска, форма кристаллов и ассоциация	Линарит	Малахит, куприт, тенорит, кальцит, хризоколла	В зоне окисления медных сульфидных м-ний
* Брошантит $\text{Cu}_4(\text{SO}_4) \times (\text{OH})_6$	Моноклинная, призматический, игольчатый, зернистый, плотный	Сов. по {100}. Неровный	Светло-зеленый, изумрудно-зеленый, черно-зеленый.  Бледно-зеленая	3,5-4	3,9-4,1	Раствор. в кислотах	Малахит, атакамит	Малахит, азурит, линарит, церуссит, атакамит	В зоне окисления медных сульфидных м-ний

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Псевдомалахит $\text{Cu}_5(\text{PO}_4)_2 \times (\text{OH})_2$	Моноклинная, призматический, натечный, радиально-волоконистый	Ясная по {010}	Голубовато-зеленый, темно-зеленый. Бледно-зеленая	4,5-5	4-4,3	Легко раствор. в кислотах. Специфический голубоватый оттенок	Малахит, хризоколла	Малахит, хризоколла, тенорит, пироморфит, лимонит	В зоне окисления сульфидных медных м-ний
Диоптаз $\text{Cu}_6[\text{Si}_6\text{O}_{18}] \times 6\text{H}_2\text{O}$	Тригональная, призматический, сливной	Сов. по {1011}. Раковистый	Голубовато-зеленый, ярко-зеленый. Голубовато-зеленая	5	3,1-3,5	Разлагается в HCl и HNO <sub>3</sub> с выдел. Студенистого кремнезема	Хризоколла, планшеит	Хризоколла, планшеит, азурит, малахит, церуссит, вульфенит	В зоне окисления сульфидных медных м-ний на контакте с известняками
X Людвигит $(\text{Mg}, \text{Fe})_2\text{Fe}^{+3} \times [\text{BO}_3]\text{O}_2$	Ромбическая, шестоватые и тонкоигольчатые агрегаты, сплошные зернистые массы	Неровный, занозистый	Темно-зеленый до черного. Зеленовато-серая, серая	5	3,6-4,7	Раствор. в кислотах. Форма выделения, ассоциация	Шерл, геденбергит	Гумит, форстерит, диопсид, магнетит	Контактово-метасоматические м-ния
X Лазурит $6\text{Na}[\text{AlSiO}_4] \times 2\text{Ca}(\text{SO}_4, \text{S}, \text{Cl}_2)$	Кубическая, зернистые агрегаты, редко ромбододекаэдрические кристаллы	Несов. по {110}. Неровный	Голубой, яркосиний, синефиолетовый, темно-синий. Голубая	5,5-6	2,4-2,5	Раствор. в кислотах с выд. студенистого кремнезема и сероводорода. Цвет, ассоциация	Содалит, вишневит, нозеан	Кальцит, диопсид, скаполит, пирит	Контакт щелочных изверженных пород и известняков
Пьемонтит $\text{Ca}_3(\text{Al}, \text{Mn}, \text{Fe})_2 \times [\text{SiO}_4][\text{Si}_2\text{O}_2] \times \text{O}(\text{OH})$	Моноклинная, призматический, зернистый	Сов. по {001}, несов. по {100}. Неровный	Вишнево-красный, красновато-бурый, темно-коричневый. Вишнево-красная	6-6,5	3,4-3,5	В кислотах не раствор., в п.п.тр. вспучивается, легко плавится	Тулит, родонит	Спессартин, браунит, гаусманит	В метаморфизованных марганцевых осадках, глаукофановых и зеленых сланцах

**4.2. Черта имеет зеленоватый или се  
Преобладающая окраска минералов**

1	2	3	4	5
*Вермикулит (Mg, Fe <sup>2+</sup> , Al) <sub>3</sub> × ×[(Al, Si) <sub>4</sub> O <sub>10</sub> ] × ×(OH) × 4H <sub>2</sub> O	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	В. сов. по {001} в одном направл	Золотисто– желтый, желто- бурый, бурый.  Бледно- коричневая, бледно-зеленая	1,5-2
X Гриналит (Fe <sup>2+</sup> , Fe <sup>3+</sup> ) <sub>2-3</sub> × ×[Si <sub>2</sub> O <sub>5</sub> ](OH) <sub>4</sub>	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	В. сов. по {001}	Темно- зеленый, темно-бурый.  Зеленая, бурая	2-2,5
* Шамозит (Fe <sup>2+</sup> , Mg) <sub>5</sub> Al × ×[Al (Si, Al) <sub>3</sub> × ×O <sub>10</sub> ] (OH) <sub>8</sub>	Моноклинная, листо-атые, мелко- и тонкоче- шуйчатые агрегаты	В. сов. по {001}	Темно-зеле- ный до чер- ного.  Серо-зеленая	2,5-3
* Аннит K(Mg, Fe) <sub>3</sub> × ×[AlSi <sub>3</sub> O <sub>10</sub> ] (OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, столбчатые и пластинчатые кристаллы, чешуйчатые и пластинчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Черный с зеленоватым, красноватым или золотистым оттенком.  Коричневая	2-3

**роватый оттенок, выраженный неясно.  
Зеленая, темно-зеленая, черная**

Продолжение таблицы 4

6	7	8	9	10
2,3	Легко разла- гается в кисло- тах с образо- ванием порош- коватого SiO <sub>2</sub> .  Вспучивается при нагревании	Гидробио- тит	Калиевые полевые шпаты, апатит, циркон	Образуется при выветривании в виде псевдоморфоз по биотиту и флогопиту, встречается в почвах
2,8-3	Раствор. в HCl.  Сплавляется в черное стекло	Крон- шtedтит	Сидерит, пирит, марказит	Образуется при гидролизе железистых силикатов
3-3,4	Раствор. в HCl с выд. студенис- того SiO <sub>2</sub> . Форма выд., цвет, сплавляется в черное стекло	Гриналит	Сидерит, пирит, марказит	Осадочные железорудные м-ния
3-3,1	Разлагается в H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> с обра- зованием скелета SiO <sub>2</sub> .  Цвет, упругость листочков и ассоциация	Биотит, флогопит	Полевые шпаты, титанит, циркон, кварц	Кислые и средние магматические горные породы и их пегматиты, метаморфические породы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Рибекит $\text{Na}_2\text{Fe}_3^{2+}\text{Fe}_2^{3+} \times [\text{Si}_4\text{O}_{11}]_2 \times (\text{OH}, \text{F})$	Моноклинная, призматический, зернистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°	Светло-зеленый, серо-зеленый до зеленовато-черного.  Зеленовато-серая до белой	5-6	3-3,4	В кислотах не раствор.	Глаукофан	Полевые шпаты, мусковит, кварц	Аксессуарный минерал в кислых изверженных породах, фенитах, железистых кварцитах, пегматитах
*Паргасит $\text{NaCa}_2(\text{Mg}, \text{Fe}^{2+})_4 \times \text{Al}[\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{22}] \times (\text{OH})_2$	Моноклинная, шестоватые и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный	Светло-зеленый, серо-зеленый до зеленовато-черного.  Зеленовато-серая	5-6	3-3,2	В кислотах не раствор. Цвет, ассоциация и оп-тические конс-танты	Гастингсит	Кальцит, доломит, форстерит, диопсид, флогопит	Метаморфизованные карбонатизированные ультраосновные породы, скарны, эклогиты
*Гастингсит $\text{NaCa}_2(\text{Fe}^{2+}, \text{Mg})_4 \times \text{Fe}^{3+}[\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{22}] \times (\text{OH})_2$	Моноклинная, несовершенные кристаллы, шестоватые и зернистые агрегаты,	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124° Неровный	Зеленовато-коричневый, коричневый до зелено-ваточерного.  Серо-зеленая	5-6	3,1-3,3	В кислотах не раствор. Цвет, ассоциация и оптические константы	Паргасит	Пироксен, форстерит, плагиоклаз, ильменит, апатит	Основные магматические, метаморфические и метасоматические породы
* Гиперстен $(\text{Fe}, \text{Mg})_2[\text{Si}_2\text{O}_6]$	Ромбическая, плотные зернистые агрегаты, пластинчатые сращения с клинопироксенами	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Темно-зеленый, серовато-черный, томпаково-бурый.  Серая, коричневатосерая	5-6	3,4-3,7	Частично раствор. в HCl. Сплавляется в черную эмаль  Форма зерен, угол между плоскостями спайности	Энстатит, бронзит	Авгит, салит, плагиоклаз, гастингсит, магнетит, биотит	Породообразующий минерал магматических и метаморфических пород

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Грюнерит (Fe <sup>2+</sup> ,Mg) <sub>7</sub> × ×[Si <sub>8</sub> O <sub>22</sub> ]× ×(OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, игольчатый, радиально- лучистый, волоконистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°	Желтый, бу- рый, зелено- вато-серый.  Зеленовато- серая	5.5	3-3.5	В кислотах не раствор.  Плавится в чер-ное магнитное стекло	Даннеморит	Актинолит, кварц, маг- нетит, гема- тит, анке- рит, биотит	В контактово и регионально ме- таморфизован- ных породах и метасоматичес- ких жилах
* Арфедсонит Na <sub>3</sub> (Fe <sup>2+</sup> ,Mg)× ×Fe <sup>3+</sup> [Si <sub>8</sub> O <sub>22</sub> ]× × (OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, призматичес- кие и иголь- чатые крис- таллы, ради- ально-лучис- тые, шесто- ватые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный, занозистый	Зеленый, зеленовато- черный, черный.  Зеленовато- серая, голу- бовато-серая	5.5-6	3-3.5	В кислотах не раствор. Легко плавится в магнитное стекло Форма зерен, окраска, спай- ность, ассоциация	Гастингсит, эгирин	Эгирин, гастингсит, куммингто- нит, микроклин, плагиоклаз	Щелочные изверженные породы и их пегматиты, щелочные грани- ты, карбонатиты, метасоматиты
X Ильваит CaFe <sup>2+</sup> <sub>2</sub> Fe <sup>3+</sup> × × [Si <sub>2</sub> O <sub>7</sub> ]O× × (OH) <sub>2</sub>	Ромбическая, призматичес- кий, изомет- ричный, зернистый, шестоватый	Сов. по {010} и {001} в двух нап- равл.	Черный с буроватым или зеленоватым оттенком.  Темно-серая с зеленоватым оттенком	5.5-6	3.8- 4.1	Разлагается в HCl с образо- ванием студе- нистого осадка SiO <sub>2</sub> Сплавляется в черный стекло- ватый магнит- ный шарик	Людвибит, энигманит	Кварц, кальцит, геденбер- гит, данне- морит, маг- нетит, гра- нат, эпидот	В известковых скарнах, медно- никелевых суль- фидных м-ниях и гидротермаль- но измененных породах
*Авгит (Ca,Na)× ×(Mg,Fe,Al,Ti) ×[(Si,Al) <sub>2</sub> O <sub>6</sub> ]	Моноклинная, короткоприз- матические кристаллы, сплошные зернистые массы	Сов. по {110} и отдельность по {100}. Раковистый, неровный	Зеленый, черно-зеленый до черного.  Зеленовато- бурая	5.5-6	3.2- 3.6	Частично раз- лагается в HCl.  По форме кристаллов в эффузивах или оптически	Диопсид	Плагиоклаз, оливин, магнетит, пижонит	Породообразую- щий минерал магматических пород, в гнейсах и кварцитах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Актинолит $\text{Ca}_2(\text{Mg,Fe}^{2+})_5 \times [\text{Si}_8\text{O}_{22}](\text{OH})_2$	Моноклинная, шестоватые, тонко-лучистые и волокнистые (асбест) агрегаты, плотные массы - нефрит	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный, занозистый	Зеленый, серовато-зеленый, голубовато-зеленый.  Белая до бледно-зеленой	5-6	3.1-3.2	В кислотах не раствор. Плавится с трудом в серо-зеленоватое стекло.  Окраска, форма кристаллов и ассоциация	Тремолит, эпидот, турмалин	Альбит, эпидот, клинохлор, кальцит, доломит, глаукофан	Породообразующий минерал зеленосланцевой фации метаморфизма
* Тефроит $\text{Mn}_2[\text{SiO}_4]$	Ромбическая, призматический, зернистый	Сов. по {010} и {001}. Раковистый	Пепельно-серый, бурый, оливково- и черно-зеленый.  Серая	5.5-6	3.8-4.3	Раствор. в HCl с выдел. студенистого кремнезема.  Иногда слабо магнитен	Фаялит	Родонит, спессартин, родохрозит, барит, гаусманит, бустамит	В железо-марганцевых м-ниях, скарнах, метаморфизованных марганцевых осадках
Алланит-Ce (ортит) $(\text{Ce,Ca,Y})_2(\text{Al,Fe}^{3+})_3 \times [\text{SiO}_4] \times [\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$	Моноклинная, пластинчатые, досковидные кристаллы, сливные агрегаты	Отсутствует. Неровный, раковистый	Темно-зеленый, смоляно-черный, светло-коричневый.  Серая, светло-зеленая	5.5-6	3.3-4.2	Раствор. в HCl с выд. порошкового $\text{SiO}_2$ . Нередко радиоактивен. Форма кристаллов, цвет, радиоактивность	Меланит, стенструпин	Альбит, апатит, флюорит, биотит, гастингсит, магнетит	Аксессуарный минерал гранитов и сиенитов, их пегматитов, карбонатиты
Диопсид $\text{CaMg}[\text{Si}_2\text{O}_6]$	Моноклинная, призматические кристаллы зернистые шестоватые и радиально-лучистые агрегаты,	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°, отдельность по {100}. Неровный	Светло-зеленый, серо-фиолетовый, розовый, белый.  Белая до бледно-зеленой	5.5-6	3.2-3.4	Слабо раствор. в HCl.  Форма кристаллов и окраска	Геденбергит, гиперстен	Кальцит, флогопит, апатит, магнетит, клинохлор, шпинель	Породообразующий минерал магматических пород, их пегматитов, метаморфических пород, скарнов

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Геденбергит CaFe [Si <sub>2</sub> O <sub>6</sub> ]	Моноклинная, крупношестоватые и радиально-лучистые агрегаты, иногда зонально-концентрические	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°, отдельность по {100}. Неровный	Темно-зеленый до черного.  Светло-серая с зеленоватым оттенком	5,5-6,5	3,4-3,6	Частично разлагается в HCl. Легко сплавляется в черный магнитный шарик.  Спайность и ассоциация	Людовигит, шерл	Фаялит, магнетит, кварц, ильваит, полевые шпаты	Породообразующий минерал оливинсодержащих сиенитов, железистых кварцитов, скарнов
* Глаукофан Na <sub>2</sub> Mg <sub>3</sub> Al <sub>2</sub> × [Si <sub>4</sub> O <sub>11</sub> ] <sub>2</sub> × (OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, призматические кристаллы, шестоватые и волокнистые (асбест) агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Занозистый, неровный	Серо-синий, ярко-синий, голубовато-черный.  Голубовато-серая	6-6,5	3-3,3	В кислотах не раствор.  Окраска и нахождение в метаморфических породах	Рибекит, рихтерит	Эпидот, альмандин, альбит, лавсонит, пумпеллиит	Кристаллические сланцы, эклогиты, метасоматиты
* Эгирин NaFe[Si <sub>2</sub> O <sub>6</sub> ]	Моноклинная, радиально-лучистые, спутанно-волокнистые агрегаты, реже игольчатые кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Занозистый, неровный	Светло-зеленый, зеленовато-черный до черного.  Светло-зеленая	6-6,5	3,4-3,7	В кислотах не раствор.  Форма кристаллов, окраска, спайность, ассоциация	Арфедсонит, энигманит	Полевые шпаты, нефелин, корунд, магнетит	Кислые и щелочные породы, их пегматиты, железистые кварциты, гидротермалиты
* Жадеит NaAl[Si <sub>2</sub> O <sub>6</sub> ]	Моноклинная, плотные агрегаты спутанно-волокнистого строения, зернистые массы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный до занозистого	Белый, серый, зеленовато-серый, зеленый, синий.  Белая	6-6,5	3,1-3,4	В кислотах не раствор.  Форма выд., окраска, высокая вязкость	Нефрит	Альбит, кварц, анальцим, натролит, эпидот, цоизит	Метаморфические породы, контактово-метасоматические тела, ультраосновные породы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Рамзаит $\text{Na}_2\text{Ti}_2$ $[\text{Si}_2\text{O}_6]\text{O}_3$	Ромбическая, призматический, зернистый, волокнистый	В. сов. по {100}, сов. по {210}	В. сов. по {100}, сов. по {210}	6-6,5	3,1- 3,5	Раствор. в HF. Легко плавится в черный непрозрачный шарик	Катаплеит, эльпидит	Эгирин, лопарит, эвдиалит, астрофиллит, альбит, натролит	В щелочных породах и их пегматитах
*Хлоритоид $(\text{Fe}^{+2}, \text{Mg}) \times$ $\times (\text{Al}, \text{Fe}^{+3}) \times$ $\text{Al}_3[\text{SiO}_4]_2\text{O}_2 \times$ $\times (\text{OH})_4$	Моноклиная, чешуйчатые агрегаты, плохо ограниченные порфири- бласты	Сов. по {001} в одном направл. Неровный	Темно-зеле- ный, зелено- вато-черный.  Светло-зеле- ная, зеленовато- серая	6,5	3,5- 3,6	Разлагается в $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Спла- вляется в черное слабомагнитное стекло.  Высокая твердость и плотность, ассоциация	Клино- хлор, клинтонит	Биотит, альмандин, кварц, мусковит, ильменит, эпидот	Метаморфическ ие породы, роговики, кварцевые жилы
* Фаялит $\text{Fe}_2[\text{SiO}_4]$	Ромбическая, зернистые агре- гаты, редко призматичес- кие кристаллы	Ясная по {100}, {010}. Раковистый, неровный	Темно-зеле- ный до чер- ного, темно- бурый.  Зеленовато- серая	6-6,5	4,39	Раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$ .  Сплавляется в магнитный ша- рик. Цвет, твер-дость, ассоциация	Оливин	Флогопит, шорломит, перовскит, апатит, мелилит	Кислые и щелоч- ные породы, их пегматиты, железорудные скарны, карбонатиты
* Шерл $\text{NaFe}^{2+}_3\text{Al}_6 \times$ $\times [\text{Si}_6\text{O}_{18}] \times$ $\times (\text{BO}_3)_3 (\text{OH}, \text{F})_4$	Тригональная, призматичес- кие кристаллы, шестоватые, радиальнолу- чистые, зернистые агрегаты	Отсутствует, Раковистый, неровный	Зеленовато- черный, чер- ный.  Зеленовато- серая, серая	7-7,5	2,9- 3,2	В кислотах не раствор. Легко сплавляется в темно-корич- невую эмаль.  Форма попе- речного сече- ния, твердость	Эгирин, людвигит	Кордиерит, кварц, ортоклаз, биотит, апатит, магнетит	Кислые и щелоч- ные извер- женные и мета- морфические породы и их пегматиты, грейзены, кварцевые жилы, скарны

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Бюргерит $\text{NaFe}_3^{3+}\text{Al}_6 \times$ $\times (\text{BO}_3)_3 \times$ $\times [\text{Si}_6\text{O}_{18}] \text{O}_3\text{F}$	Тригональный, призматический, игольчатый	Сов. по {1120}	Темно-бурый, буровато-черный.  Буровато-серая	7	3,3	В кислотах не раствор.	Везувиан, кварц	Геденбергит, волластонит, форстерит, плагиоклаз	В магнезиальных скарнах с борной минерализацией, пегматитах и кислых вулканитах
<b>4.3 Чер</b>									
<b>Твер</b>									
<b>та белая</b>									
<b>дость 1-3</b>									
* Тальк $\text{Mg}_3[\text{Si}_4\text{O}_{10}] \times$ $\times (\text{OH})_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые и скрытокристаллические (стеа-тит) агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл. Неровный	Бледно-зеленый, белый с желтоватым или розоватым оттенком	1	2,7- 2,8	В кислотах не раствор.  Твердость, жирный на ощупь	Пирофиллит, каолинит	Тремолит, флогопит, серпентин, доломит, гематит	Гидротермально измененные ультраосновные породы и метаморфические породы
Сассолин $\text{B}(\text{OH})_3$	Триклинная, таблитчатый, чешуйчатый, натечный	В. сов. по {001}	Бесцветный, белый	1	1,5	Растворяется в воде, спирте. Раствор спирта окрашивает пламя в бледно-зеленый цвет.	Бура	Бораты и сульфаты	В вулканических озерах и источниках, в отложениях фумарол
* Пирофиллит $\text{Al}_2[\text{Si}_4\text{O}_{10}] \times$ $\times (\text{OH})_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые и скрытокристаллические (агальматолит) агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл. Неровный	Белый, светло-зеленый, буроватый, красноватый	1-1,5	2,7- 2,9	Редок Раствор. в кислотах.  Твердость, жирный на ощупь, ассоциация	Тальк, каолинит	Каолинит, монтмориллонит, хлорит, кварц	В метаморфических породах, околорудных метасоматитах, вторичных кварцитах и кварцевых жилах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Термонарит $\text{Na}_2(\text{CO}_3) \times \text{H}_2\text{O}$	Ромбическая, таблитчатый, выцветы, мучнистый	Несов. по {010}	Бесцветный, белый, серый, желтый	1-1,5	2,7- 2,9	Легко раствор. в воде	Сода, трона	Сода, трона, гейлюссит, кальцит	В отложениях соляных озер и фумарол, выцветы в аридных областях
* Сода (натрон) $\text{Na}_2(\text{CO}_3) \times$ $\times 10\text{H}_2\text{O}$	Моноклинная, призматичес- кий, зернистый, рыхлый	Ясная по {001}. Раковистый	Бесцветный до белого, серый, желтый	1-1,5	1,48	Легко раствор. в воде, в кислотах с шипением выделяет $\text{CO}_2$	Термонарит, трона	Термонарит, трона, гейлюссит, кальцит	В отложениях содовых озер и вулканических областей
* Бейделлит $(\text{Na}, \text{Ca})_{0,5}\text{Al}_2 \times$ $\times [(\text{Si}, \text{Al})_4\text{O}_{10} \times$ $\times (\text{OH})_2 \times n\text{H}_2\text{O}$	Моноклинная, пластинчатый, землистый	В. сов. по {001}	Белый, желтый, бурый	1,5	2,6	Раствор. в кислотах	Монтморил- лонит, сапонит	Каолинит, монтморил- лонит, галлуазит, кварц, полевые шпаты	В коре выветри- вания основных вулканических пород, в продуктах гидротермально- го изменения рудных м-ний
* Нашатырь $(\text{NH}_4) \text{Cl}$	Кубическая, тетрагонтри- октаэдриче- ский {110}, {211}, {100}, зернистый, рыхлый	Несов. по {111}. Раковистый	бесцветный, белый, желтый, коричневый	1-2	1,53	Легко раствор. в воде. При нагревании сублимирует	Сильвин, галит, масканьит	Буссенго- тит, масканьит, копейскит, аммоний- ярозит, сильвин	В отложениях фумарол и продуктах горения угольных терриконов
Бишофит $\text{MgCl}_2 \times 6\text{H}_2\text{O}$	Моноклинная, призматичес- кий, зернистый, волокнистый	Раковис-тый, неровный	Бесцветный, белый, красный	1-2	1,65	Легко раствор. в воде. Вкус горький, жгучий	Карналит	Галит, кизерит, карналлит, сильвин, ангидрит	В м-ниях морских солей и осадках озер

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Сапонит (Ca <sub>0,5</sub> , Na) <sub>0,3</sub> × ×(Mg, Fe <sup>2+</sup> ) <sub>3</sub> × ×[(Si,Al) <sub>4</sub> O <sub>10</sub> ]× ×(OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, пластинчатый, землистый	В. сов. по {001}. Ровный до раковистого	Буро-зеленый до шоколадно- ко-ричневого	1-2	2,3- 2,5	Раствор. в кислотах.  Жирный на ощупь	Нонтронит	Кальцит, монтморил- лонит, каолинит, хлорит, тальк, тремолит, флогопит	В коре выветривания основных вулканических пород, в продуктах гидротермально- го изменения рудных м-ний
* Нонтронит Na <sub>0,33</sub> Fe <sup>3+</sup> <sub>2</sub> × ×[(Si,Al) <sub>4</sub> O <sub>10</sub> ]× ×(OH) <sub>2</sub> ×nH <sub>2</sub> O	Моноклинная, пластинчатые и землистые агрегаты	В. сов. по {001}. Неровный	Желтовато- зеленый до буро-зеленого и темно-бурого	1-2	2,3- 2,5	Раствор. в кислотах.  Окраска и условия нахождения	Сапонит, монтмо- риллонит	Монтмо- риллонит, магнезит, арагонит, кварц	Кора выветривания ультраосновных пород
* Галлотрихит FeAl <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ]× ×22H <sub>2</sub> O	Моноклинная, игольчатый, волокнистый, спутанно- волокнистый	Несов. по {010}	Бесцветный, белый, желтоватый, зеленоватый	1,5-2	1,9-2	Раствор. в воде	Пиккерин- гит, били- нит, дитрихит	Алуноген, мелантерит, копиапит, гипс	Продукт окисле- ния пирит- содержащих пород колче- данных м-ний и угленосных отложений
* Мирабилит Na <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> )× ×10H <sub>2</sub> O	Моноклинная, призматичес- кий, зернистый	Сов. по {100}. Раковистый	Бесцветный, белый	1,5-2	1,49	Легко раствор. в воде.  Вкус солонова- то-горький, при нагревании теряет воду и переходит в тенардит	Глауберит	Гипс, галит, тенардит, трона, глауберит, астраханит, эпсомит	В отложениях соляных озер в засушливых областях

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Монтморилло нит $(\text{Na,Ca})_{0.33} \times$ $\times (\text{Al,Mg})_2 \times$ $\times [\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_2$	Моноклинная, землистые агрегаты	В. сов. по {001}. Ровный	Белый, розовый, красный	1-2	2,1- 2,3	Раствор. в кислотах.  Жирный на ощупь, сильно разбухает в воде, становится пластичным	Каолинит, галлуазит	Иллит, хлорит, каолинит, галлуазит, пальгор- скит, се- пиолит	Кора выветривания вулканических пород, продукты изменения околорудных пород, почвы
* Гипс $\text{Ca}(\text{SO}_4) \times \text{H}_2\text{O}$	Моноклинная, зернистые, волокнистые (селенит) агрегаты	Сов. по {010} в одном нап- равл. Ясная по {100}. Ровный, до занозистого	Бесцветный, белый, голубова-тый, розовый, желтый, оранжевый	2	2,3	Слабо рас- твор. в воде, растворяется в HCl.  Спайность , твердость, от- сутствие реак- ции на $\text{CO}_2$	Брушит, бобьерит	Ангидрит, сера, арагонит, кальцит, кварц	Хемогенные оса- дочные породы, зона окисления сульфидных м- ний, кварцевые жилы и фумаролы
* Сильвин KCl	Кубическая, зернистые, зем- листые, волок- нистые, шесто- ватые агрега- ты, натеки, выцветы	Сов. по {100} в трех нап- равл. Раковистый	Бесцветный, белый, голубой, желтый, красный	2	1,9,93	Раствор. в во- де. Окрашивает пламя в фиоле- товый цвет.  Пластичен, вкус горько- вато соленый	Галит	Ангидрит, галит, кизерит, карналит, каинит, эпсомит, полигалит	Соляные залежи морского проис- хождения, выцветы на почве, вулкани- ческие продукты
* Мелантерит $\text{Fe}(\text{SO}_4) \times 7\text{H}_2\text{O}$	Моноклинная, призматически й, зернистый, сталактиты	Сов. по {001} и {110}. Раковистый	Травяно-зеле- ный, синевато- зеленый	2	1,8- 2,2	Легко раствор. в воде	Моренозит	Пизанит, галотрихит, пиккерин- гит, копиапит, алуноген	В зоне окисления сульфидных м- ний

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Госларит $Zn(SO_4) \times 7H_2O$	Ромбическая, зернистый	Сов. по {010}	Бесцветный, белый, желтый	2	1,8-2	Легко раствор. в воде	Эпсомит, мирабилит	Мелантерит, дитрихит, галотрихит, копиапит, алуноген	В зоне окисления сульфидных м-ний
* Галит NaCl	Кубическая, зернистые агрегаты, сталактиты	Сов. по {100} в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, синий, желтый, красный	2-2,5	2,2	Легко раствор. в воде. Окрашивает пламя в желтый цвет. Спайность, соленый вкус, ассоциация	Сильвин	Сильвин, карналит, лангбейнит, гипс, ангидрит, полигалит	Соляные залежи, солончаки
X Пирохроит $Mn(OH)_2$	Тригональная, таблитчатый, ромбоэдрический, чешуйчатый, волокнистый	Сов. по {0001} в одном направл	Бесцветный, на свету становится бронзово-бурым, черным. При окислении бурая	2-2,5	3,2- 3,3	Легко раствор. в HCl	Брусит	Манганит, доломит, магнетит, гаусманит, родохрозит, кальцит, пироаурит	В кварц- карбонатных жилах
X Буря $Na_2[B_4O_5] \times (OH)_4 \times 8H_2O$	Моноклиная, призматический, зернистый	Несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, белый, розовый, серый	2-2,5	1,72	Раствор. воде. Вкус сладковато- щелочной, на поверхности теряет воду и белеет	Сосолин	Галит, трона, тенардит, глауберит, гипс, гейлюсит, углексит	В хемогенных отложениях озер
* Эпсомит $Mg(SO_4) \times 7H_2O$	Ромбическая, призматический, зернистый, волокнистый	Сов. по {001}	Белый, серый, бурый	2-2,5	1,7	Легко раствор. в воде. Вкус горький, вязущий	Госларит, мирабилит	Ангидрит, гипс, полигалит, мелантерит, галотрихит, квасцы	В соляных отложениях, в зоне окисления сульфидных м-ний

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Каолинит $Al_2[Si_2O_5] \times (OH)_4$	Триклинная, тонкочешуйчатые, землистые агрегаты	В. сов. по {001}. Плоско-раковистый	Белый, серый, бурый	2-2,5	2,6-2,7	В кислотах не раствор. С водой становится пластичным.  Окраска, высокая пластичность, мылкий на ощупь	Монтмориллонит, галлуазит	Монтмориллонит, галлуазит, иллит, палыгорскит, сепиолит	Кора выветривания кислых пород
* Галлуазит $Al_2[Si_2O_5](OH)_4$	Моноклинная, землистые, плотные агрегаты	В. сов. по {001}. Плоскоракковистый	Белый, голубоватый, бурый	2	2-2,2	В кислотах не раствор. Генезис и специальные методы	Каолинит, монтмориллонит	Каолинит, бейделлит, иллит, монтмориллонит	Кора выветривания кислых пород и гидротермальные жилы
* Сепиолит $Mg_4[Si_6O_{15}](OH)_2 \times 6H_2O$	Ромбическая, спутановолокнистый, глиноподобный	Неровный, плоскоракковистый	Белый, сероватобелый, желтый, бурый	2-2,5	2,0	Раствор. в HCl с выд. SiO <sub>2</sub>	Палыгорски	Кальцит, барит, арагонит, опал, магнезит	В коре выветривания серпентинитов, карбонатных осадочных породах
* Палыгорскит $(Mg, Al)_2 \times [Si_4O_{10}](OH) \times 4H_2O$	Ромбическая, моноклинная, войлокоподобный (горная кожа), листы, пленки	Неровный	Белый, желтоватосерый, буроватый, зеленоватый	2-2,5	2,1-2,3	Разлагается в конц. H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> с выд. скелета SiO <sub>2</sub>	Сепиолит	Доломит, магнезит, монтмориллонит, каолинит	В коре выветривания серпентинитов, осадочных породах и гидротермальным путем
* Флогопит $KMg_3 \times [AlSi_3O_{10}](OH)_2$	Моноклинная, пластинчатые, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Бесцветный, буроватожелтый, красноватокоричневый	2-2,5	2,8-3	Разлагается в концентрированной H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> Ассоциация	Биотит	Диопсид, форстерит, шпинель, гиалофан, гумит, апатит	Перидотиты, кимберлиты, контактово-метасоматические породы и метаморфизованные карбонатные толщи

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Карналлит $\text{KMgCl}_3 \times 6\text{H}_2\text{O}$	Ромбическая, зернистые агрегаты, смеси с галитом, волокнистые образования	Раковистый	Бесцветный, розовый, желтый, красный, бурый	2,5	1,6	Легко раствор. в воде, сорбируя ее из атмосферы. Вкус горький, жгучий	Галит, сильвин	Галит, сильвин, ангидрит, кизерит, каинит, эпсомит	В залежах калийных солей
* Криолит $\text{Na}_3\text{AlF}_6$	Моноклин-ая, зернистые агрегаты	Отдельность по {001} и {110}. Неровный	Бесцветный, белый, сероватый, грязно-бурый	2,5	2,96	Раствор. в кислотах. Легко плавится, окрашивая пламя в желтый цвет	Хиолит, флюорит	Томсенолит, колумбит, пироклор, топаз, рибекит, альбит, герксугит	Аксессуарный минерал щелочных гранитов и пегматитов
* Гиббсит (гидраргиллит) $\text{Al}(\text{OH})_3$	Моноклинная, землистые агрегаты, червеобразные выд., оолиты, натечные образования	В. сов. по {001} в одном направл. Ровный, раковистый	Бесцветный, белый, сероватый	2,5-3	2,3-2,4	Легко раствор. в горячих щелочах и $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Спайность, форма выд., ассоциация	Бемит, брусит, норстрандит	Каолинит, галлуазит, аллофан, нефелин	Бокситы, щелочные породы как продукт изменения натролита и нефелина
* Брусит $\text{Mg}(\text{OH})_2$	Тригональная, чешуйчатые, волокнистые (немалит), натечные выд., сфероиды	В. сов. по {0001} в одном направл. Чешуйчатый до занозистого	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый, зеленоватый, голубоватый	2,5	2,4	Легко раствор. в кислотах. В пламени паяльной трубки не плавится. Растворимость в $\text{HCl}$	Гипс, гиббсит	Серпентины, периклаз, доломит, арагонит, тальк, гидромагнетит	Метаморфизованные доломиты, мраморы, серпентиниты, известковые скарны
* Хризотил $\text{Mg}_3[\text{Si}_2\text{O}_5] \times (\text{OH})_4$	Моноклинная, волокнистые и параллельношестоватые (асбест), плотные агрегаты	В. сов. по {001}. Ровный до занозистого	Белый, желтоватый, зеленый разных оттенков	2,5	2,55	Раствор. в $\text{HCl}$ с образованием волокнистого скелета. Форма выд., окраска, ассоциация	Лизардит, амфиболы, Ni-хлориты	Лизардит, антигорит, тальк, магнетит, брусит, гидромагнетит	Гидротермально измененные гипербазиты и контактово-измененные карбонатно-магнезиальные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Лizardит $Mg_3 [Si_2O_5] \times (OH)_4$	Моноклинная, тонкозернистые агрегаты	В. сов. по {001}. Ровный до раковистого и занозистого	Зеленый, желтовато-зеленый, темно-зеленый	2,5	2,55	Раствор. в HCl с образованием порошковатого $SiO_2$ . Высокая распространенность	Хризотил, Ni-хлориты, Ni-монтмориллониты	Хризотил, актинолит, тальк, магнетит, брусит, гидромагнетит	Гидротермально-измененные и контактово-измененные карбонатно-магнезильные породы
X Кукеит $LiAl_4 \times [AlSi_3O_{10}] \times (OH)_8$	Моноклинная, таблитчатый	В. сов. по {001}	Зеленый, желтовато-зеленый, темно-зеленый	2,5	2,67	В кислотах не раствор	Донбасит, тальк, хлорит	Поллуцит, петалит, амблигонит, рубеллит, танталит	В литиевых пегматитах
*Халькантит $Cu(SO_4) \times 5H_2O$	Триклинная, пластинчатые и зернистые агрегаты, натечные образования	Несов. по {110}. Раковистый	Небесно-голубой до ярко-синего	2,5	2,1-2,3	Легко раствор. в воде. Вкус металлический, вяжущий. Окраска и условия нахождения	Пизанит	Мелантерит, пиккерингит, алуноген, копиапит	Зона окисления медно-колчеданных м-ний
Улексит $NaCa[B_5O_6] \times (OH)_6 \times 5H_2O$	Триклинная, тонковолокнистый, спутанноволокнистый	Сов. по {010} и несов. по {110}	Бесцветный, белый	2,5	1,9-2,0	Раствор. в горячей воде. Плавится со вспучиванием	Ашарит, тонковолокнистые бораты	Бура, галит, глауберит, трона, мирабилит, колеманит	В бороносных соляных залежах морского и озерного происхождения
* Клинохлор $(Mg, Fe^{2+})_5Al \times [AlSi_3O_{10}] \times (OH)_8$	Моноклинная, таблитчатый, пластинчатый, листоватый, чешуйчатый	В. сов. по {001} в одном направл	Белый, серый (лейхтенбергит), зеленый, фиолетовый (кеммеририт)	2,5	2,6-2,8	Раствор. при кипячении в $H_2SO_4$ Окраска, спайность, чешуйки не упругие	Хлориты, мусковит	Магнетит, перовскит, гранат, эпидот, везувиан, титанит	В метаморфических породах фации зеленых сланцев, скарнах, в измененных ультраосновных породах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Мусковит $KAl_2[AlSi_3O_{10}] \times (OH, F)_2$	Моноклиная, короткостолбчатые кристаллы, листоватые, чешуйчатые агрегаты (серицит)	В. сов. по {001} в одном направл, несов. по {110} и {010}	Бесцветный, белый, зеленый, изумрудно-зеленый (фуксит)	2,5-3	2,8-3,1	В кислотах не раствор. Ассоциация	Лепидолит, циннвальдит, парагонит	Кварц, полевые шпаты, хлорит, доломит	Кислые изверженные и метаморфические породы, пегматиты, грейзены
* Парагонит $NaAl_2 \times [AlSi_3O_{10}] \times (OH)_2$	Моноклиная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Бесцветный, белый, зеленовато-белый	2,5-3	2,9	В кислотах не раствор	Мусковит	Роговая обманка, альмандин, плагиоклазы, кианит	Метаморфические породы богатые Na
* Лепидолит $K(Li, Al)_3 \times [AlSi_3O_{10}] \times (F, OH)_2$	Моноклиная, таблитчатые, чешуйчатые, скорлуповатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Белый, розовато-фиолетовый, персиково-красный	2-3 до 4	2,8-2,9	В кислотах не раствор. Цвет, характер ассоциации	Мусковит	Сподумен, петалит, альбит, рубеллит, флюорит, топаз	Гранитные пегматиты и грейзены
* Судоит (рипидолит, прохлорит) $Mg_2(Al, Fe^{3+})_3 \times [AlSi_3O_{10}] \times (OH)_8$	Моноклиная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001}, в одном направл	Белый, бледно-зеленый, зеленый	2-3	2,6-2,7	Частично разлагается кислотами. Цвет, спайность, ассоциация, гибкость	Клинохлор	Эпидот, альбит, актинолит, кварц, рутил, титанит	Зеленокаменные породы. Жилы альпийского типа
X Гидроборацит $CaMgB_6O_8 \times (OH)_6 \times 3H_2O$	Моноклиная, игольчатый, спутанно-волоконистый	Сов. по {010}. Неровный, занозистый	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый	2,5-3	2,17	Легко раствор. в кислотах Форма выд., ассоциация	Улексит	Колеманит, иньоит, индерит, улексит, кальцит	В бороносных соляных залежах озерного и морского происхождения

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Виллиомит NaF	Кубическая, зернистые агрегаты	Сов. по {100} в трех направл. Раковистый, неровный	Карминово- красный, темно- вишневый	2-0,2	2,79	Легко раствор. в воде.  Цвет, спай- ность, ассо- циация	Флюорит	Эвколит, астрофил- лит, сода- лит, лов- чоррит, по- левой шпат	Щелочные породы и их пегматиты
X Тенардит Na <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> )	Ромбическая, дипирамидаль- ный, пинако- идальный, зернистый, выцветы	Сов. по {010}, ясная по {101}	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый	2,5-3	2,17	Легко раствор. в воде.  Вкус горько- солёный (глауберова соль)	Мирабилит, эпсомит	Мирабилит, глауберит, эпсомит, гипс, сода, галит	В озерных отло- жениях засуш- ливых областей и отложениях фумарол
X Полигалит K <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Mg(SO <sub>4</sub> ) <sub>4</sub> ××2H <sub>2</sub> O	Триклинная, таблитчатый, шестоватый, волоконистый	Средняя по {110}	Бесцветный, белый, розовато- красный, кирпично- красный	2,5- 3,5	2,78	Раствор. в воде с выд. гипса и сингенита	Пикромерит	Галит, гипс, ангидрит, карналлит	В соляных зележах и вулканических продуктах
* Амезит Mg <sub>2</sub> Al[AlSiO <sub>5</sub> ] ×(OH) <sub>4</sub>	Триклинная, Пластинчатые и чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Белый, бледно- зеленый, фиолетовый (хром-амезит)	2,5-3	2,7- 2,8	Медленно раствор. в HCl.  Спайность, форма выд., ассоциация	Клинохлор	Диаспор, рутил, магнетит, лейкоксен, миллерит	Измененные ультраосновные породы и мета- морфические м- ния наждака
Иниоит Ca[B <sub>3</sub> O <sub>3</sub> (OH) <sub>5</sub> ] ××4H <sub>2</sub> O	Моноклинная, толсто- таблитчатый, зернистый	Сов. по {001} и {010}	Бесцветный, белый	2,5-3	1,88	Раствор. в горячей воде	Колеманит, гипс	Гипс, колеманит, гидробора- цит, улес- кит, курнаковит	В бороносных соляных залежах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Англезит Pb(SO <sub>4</sub> )	Ромбическая, призматический, бипирамидальный, зернистый, натечный	Сов. по {001}, ясная по {210}	Бесцветный, белый, желтоватый, коричневатый	2,5-3	6,38	Медленно раствор. в HNO <sub>3</sub>  Парагенезис	Церуссит	Церуссит, галенит, лимонит, малахит, азурит	Зона окисления свинцовых м-ний
Циннвальдит KLiFe <sup>2+</sup> Al× ×[AlSi <sub>3</sub> O <sub>10</sub> ]× ×(F,OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, листовая-тые, чешуй-чатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Серый, буровато- или зеленовато-серый	2,5-3,5	2,9-3,2	В кислотах не раствор.  Цвет. Тип ассоциации	Мусковит, лепидолит	Вольфрамит, шеелит, топаз, флюорит, турмалин, кварц	Грейзены и олово-вольфрамовые кварцевые жилы
<b>4.3 Черта Твер</b>					<b>белая ость 3-5</b>				
X Ссайбелиит (ашарит) Mg <sub>2</sub> [B <sub>2</sub> O <sub>4</sub> (OH)]× ×(OH)	Моноклинная, спутанно-волоконистый, землистый	Сов. по {110}. Неровный, раковистый	Белый, сероватый, желтоватый	3	2,65	Медленно раствор. в кислотах.  Форма выд., ассоциация	Гидроборацит	Улексит, гидроборацит, пандермит, гипс	Скарны, хемогенные бороносные залежи, серпентинит
X Ньюбериит Mg(HPO <sub>4</sub> )×3H <sub>2</sub> O	Ромбическая, призматический, порошковатый, землистый	Сов. по {010}.	Бесцветный, белый, серый, голубой, розовый	3	2,1	Легко раствор. в HCl	Брушит	Грейгит, аллофан, брушит	В отложениях гуано и ископаемых бивнях мамонтов
* Кальцит Ca(CO <sub>3</sub> )	Тригональная, хорошо образованные кристаллы, сталактиты, зернистые агрегаты	Сов. по {1010} в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, серый, голубой, розовый	3	2,72	Легко раствор. в кислотах с выд. CO <sub>2</sub> .  Штриховка полисинтетического двойникования	Арагонит	Кварц, доломит, флюорит, барит, сульфиды и арсениды	Карбонатные, кварц-карбонатные жилы, метаморфические и осадочные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Витерит Ba(CO <sub>3</sub> )	Ромбическая, дипирамидаль- ный, зернистый	Ясная по {010}, несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, белый, серый, желтый	3-3,5	4,2- 4,3	Раствор. в кислотах.  Имеет высокую плотность	Стронциа- нит	Барит, галенит, кальцит, сфалерит	В гидротер- мальных барит- витеритовых жилах
* Целестин Sr(SO <sub>4</sub> )	Ромбическая, Чечевице- образные кри- сталлы, пластинчато- волоконистые прожилки, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {210} в трех нап- равл. Неровный	Бледно-голу- бой, голубо- вато-серый, белый, красный	3-3,5	3,9-4	Слабо раствор. в кислотах.  Голубая окраска, форма выд., спайность	Барит	Доломит, гипс, стронциа- нит, галит, галенит, сфалерит	Хемогенные осадочные толщи эвапоритов и кварцевые жилы
* Барит Ba(SO <sub>4</sub> )	Ромбическая, пластинчатые и зернистые аг- регаты, сфери- ческие конк- реции	Сов. по {001} и {210} в трех нап- равл. Неровный	Бесцветный, белый, голу- боватый, светло- сиреневый	3-3,5	4,5	В кислотах не раствор.  Форма кристаллов. Спайность, твердость, плотность	Целестин, ангидрит	Флюорит, кальцит, кварц, галенит, сфалерит, витерит	Гидротермальны е жилы, желваки и конкреции осадочных пород
* Ангидрит Ca(SO <sub>4</sub> )	Ромбическая, хорошо обра- зованные кри- сталлы, зерни- стые агрегаты	Сов. по {010}, {100} {001} в трех нап- равл. Неровный	Бесцветный, белый, голу- боватый, светло- сиреневый	3,5	2,98	Раствор. в кислотах.  Спайность, отсутствие реакции на CO <sub>2</sub>	Гипс, карбонаты	Гипс, кальцит, доломит, пирит и другие сульфиды	Хемогенные оса- дочные породы, гидротермаль- ные жилы, кол- чеданные и скарновые м-ния
X Кизерит Mg(SO <sub>4</sub> )×H <sub>2</sub> O	Моноклинная, бипирамидаль- ный, зернистый, выцветы	Сов. по {111} и {110}. Неровный	Бесцветный, белый, желтый	3,5	2,57	Раствор. в воде	Эпсомит, ссомольно- кит	Эпсомит, госларит, лимонит	В соляных зале- жах и зоне окис- ления колчедан- ных м-ний

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Бемит AlO(OH)	Ромбическая, Скрытокри- сталлические, землистые, фарфоровид- ные агрегаты	Сов. по {010}. Неровный до ракови- стого, ино- гда мелко- заноистый	Бесцветный, белый, желтый	3,5- 4,0	3,0- 3,1	В кислотах не раствор. Ассоциация, форма выд., спайность	Гиббсит	Гиббсит, диаспор, каолинит, гидроокис- лы Fe	Бокситы и продукты изменения фельдшпатоидов и натролита в щелочных пегматитах
* Арагонит Ca(CO <sub>3</sub> )	Ромбическая, игольчатые и зернистые плотные агре- гаты. Корки, натски	Ясная по {010} Неровный	Бесцветный, белый, желтоватый, серый	3,5- 4,0	2,9- 3,0	Раствор. в кислотах с выд. СО <sub>2</sub> . Форма кристаллов, ассоциация	Кальцит, доломит	Кальцит, магнезит, опал, лимонит	Хемогенные и биогенные осадки, кора выветривания ультраосновных пород
* Доломит CaMg(CO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	Тригональная, грубозерни- стые, тонкозер- нистые агрега- ты	Сов. по {1011} в трех нап- равл. Неровный	Бесцветный, белый, желтый, буроватый	3,5- 4,0	2,8- 3,0	Медленно раствор. в HCl. Характер двойникова- ния, ассоциа- ция, спайность	Кальцит, магнезит	Сидерит, кальцит, кварц, ар- сениды, Со и Ni, магнезит	Хемогенные осадочные поро- ды, кварц-карбо- натные жилы и измененные ультраосновные породы
* Анкерит Ca(Mg, Fe)× ×(CO <sub>2</sub> )	Тригональная, ромбодричес- кий, зернистый	Сов. по {1011} в трех нап- равл	Бесцветный, белый, желтоватый, бурый	3,5- 4,0	2,9- 3,1	Слабо раствор. в холодной HCl.	Доломит, сидерит	Кварц, до- ломит, си- дерит, гема- тит, пирит, галенит, сфалерит	В карбонатах, гидротермаль- ных, полиметал- лических м-ниях и кварц-карбо- натных жилах
X Алунит K Al <sub>3</sub> (SO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> × ×(OH) <sub>6</sub>	Тригональная, мелкозерни- стые, скрыто- кристалличес- кие плотные агрегаты	Сов. по {0001}. Неровный	Белый, желтоватый, серый	3,5- 4,0	2,6- 2,9	Медленно раствор. в раз- бавленной H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> . Точная диаг- ностика осу- ществляется оптически	Каолинит, зуниит	Гиббсит, каолинит, гипс, кварц, галлуазит	Измененные вулканогенные породы, зона гипергенеза осадочных толщ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Лангбейнит $Mg(SO_4) \times$ $\times K_2(SO_4)$	Кубическая, почковидный, зернистый	Раковистый	Бесцветный, желтоватый, розоватый, серый	3,5- 4,0	2,83	Очень медленно раствор. в воде	Каинит	Галит, сильвин, карналлит, тенардит	Морские соляные отложения
X Вавеллит $Al_3(PO_4)_2 \times$ $\times (OH)_3 \times 5H_2O$	Ромбическая, призматический, радиально- волоконистый, опаловидный	Сов. по {110} и {010}. Неровный	Бледно-зеленый, зеленый, желтый, бурый, голубой, белый	3,5- 4,0	2,36	Легко раствор. в кислотах	Варисцит	Апатит, марказит, воксит, варисцит	В бокситах, уг- листо-кремни- стых сланцах, ли- монитах, квар- цевых жилах
* Стильбит (десмин) $NaCa_2[Al_5Si_{13} \times$ $\times O_{36}] \times 14H_2O$	Моноклинная, пластинчатый, сноповидный, радиально- лучистый	Сов. по {010}, ясная по {100}	Белый, желтоватый, красноватый	3,5- 4,0	2,1- 2,2	Раствор. в HCl с выд. порош- коватого $SiO_2$ .  Наиболее распространен	Цеолиты	Эпидот, натролит, гейландит, ломонтит, кальцит	В пустотах траппов и других эффузивов, рудных жилах, скарнах, сланцах
* Гейландит $(Ca, Na)[Al_{2-x} \times$ $\times Si_{2+x}O_8]_2 \times$ $\times 5H_2O$	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	Сов. по {010} в одном направл	Бесцветный, белый, розоватый, красно- коричневый	3,5- 4,0	2,2	Раствор. в HCl с выд. студенистого $SiO_2$	Клиноптило- лит	Кварц, кальцит, стильбит, гранат, аксинит	В пустотах ос- новных эффу- зивов, скарнах, жилах альпий- ского типа
* Скородит $Fe(AsO_4) \times 2H_2O$	Ромбическая, плотные, шла- коподобные массы, корки, желваки, землистые скопления	Несов. по {201}. Раковис- тый, неровный	Серовато-зеле- ный, яблочно-зе- леный, буровато- серый	3,5- 4,0	3,3	Раствор. в HCl. Вторичный по арсенопириту  Окраска, при- уроченность к зоне окисле- ния сульфоар- сенидов	Мансфильд- ит, халько- сидерит	Фармако- сидерит, бедантит, вивианит, лимонит, гипс	Зона окисления сульфидных м-ний

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Сидерит $\text{Fe}(\text{CO}_3)$	Тригональная, зернистые и землистые агрегаты. Оолиты, конкреции	Сов. по {1011} в трех направл. Неровный	Желтовато-серый, горохово-желтый, желтовато-бурый	3,5-4,5	3,9-4,0	Раствор. в HCl с выд. $\text{CO}_2$ .  Цвет, спайность, твердость	Анкерит	Доломит, лимонит, пирротин, марказит, кварц	Хемогенные осадочные породы и кварц-карбонатные жилы
* Родохрозит $\text{Mn}(\text{CO}_3)$	Тригональная, зернистые агрегаты	Сов. по {1011} в трех направл. Неровный	Розовый, темно-красный, желтовато-серый	3,5-4,5	3,6-3,7	Раствор. в HCl с выд. $\text{CO}_2$ .  Твердость, пленка гидроокислов и окислов Mn	Родонит, кальцит	Кварц, арсенопирит, сфалерит, галенит, родонит, спессартин	Гидротермальные жилы, контактово-метаморфические мения и осадочные толщи
*Маргарит $\text{CaAl}_2 \times$ $\times [\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_{10}] \times$ $\times (\text{OH})_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	Сов. по {001} в одном направл. Неровный	Жемчужно-белый с сероватым, розоватым, желтоватым оттенками	3,5-4,5	3,0-3,1	С трудом раствор. в $\text{H}_2\text{SO}_4$ .  Парагенезис, блеск, твердость	Клинтонит	Парагонит, хлоритоид, графит, эпидот, наждак, диаспор	Кристаллические сланцы, наждаки и слюдиты
* Флюорит $\text{CaF}_2$	Кубическая, зернистые и землистые (ратовкит) агрегаты	Сов. по {111} в четырех направл. Раковистый, неровный	Бесцветный, зеленый, фиолетовый, голубой, синевато-черный	4,0	3,18	Раствор. в концентрированной $\text{H}_2\text{SO}_4$ с выд. HF.  Отсутствие реакции на $\text{CO}_2$	Криолит, карбонаты	Кварц, берилл, турмалин, касситерит, вольфрамит, топаз, халцедон	Грейзены, скарны, гидротермальные и пегматитовые жилы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Магnezит $Mg(CO_3)$	Тригональная, зернистые, фарфоровидные, мелоподобные агрегаты	Сов. по {1011} в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, желтый, серый	4,0-4,5	3,0-3,1	Раствор. в HCl при нагревании с выд. $CO_2$ . Форма выд.	Кальцит, доломит	Опал, арагонит, лимонит, доломит, кальцит, барит	Коры выветривания ультраосновных пород и гидротермально-метаморфические залежи
X Бастнезит $(Ce, La)(CO_3)F$	Гексагональная, таблитчатый, зернистый	Несов. по {0001}, часто отдельность	Желтый до красно-коричневого	4,0-4,5	4,5-4,9	Раствор. в крепких кислотах при нагревании	Паризит, синхизит	Альбит, эгирин, титанит, циркон, ортит, барит, кальцит	В фенитах и щелочных пегматитах, карбонатных жилах
Колеманит $Ca_2(Ba_2O_{11}) \times 5H_2O$	Моноклинная, изометричный, призматический, зернистый, шестоватый	Сов. по {010} в одном направл. Неровный раковистый	Бесцветный, белый, серый	4,5	2,42	Раствор. в HCl	Индеборит, иньоит	Гидроборацит, иньоит, улексит, ашарит, карналлит, бишофит	Лагунные отложения солей и диапировые купола
Варисцит $Al(PO_4) \times 2H_2O$	Ромбическая, дипирамидальный, зернистый	Сов по {010} в одном направл. Неровный	Бледно-зеленый, голубовато-зеленый до бесцветного	4,5	2,6-2,8	Раствор. в кислотах при нагревании	Вавеллит, штрэнгит	Вавеллит, крандаллит, апатит, халцедон, лимонит	В корях выветривания пород богатых алюминием
Хлорапатит $Ca_5(PO_4)_3(Cl, F)$	Моноклинный, псевдогексагональный, призматический, зернистый	Несов. по {001}	Бесцветный, белый	4,5-5,0	3,1-3,2	Раствор. в кислотах	Фтор-apatит	Диопсид, андрадит, магнетит, эпидот	Некоторые основные интрузивные породы и контактово-метасоматические м-ния

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Ксенотим $Y(PO_4)$	Тетрагональная, зернистые агрегаты	Сов. по {100} в двух направл. Раковистый	Желтовато-бурый, красный, серый	4,0-5,0	3,0-3,1	Раствор. в HCl при нагревании с выд. CO <sub>2</sub> . Форма выд	Кальцит, доломит	Опал, арагонит, лимонит, доломит, кальцит, барит	Коры выветривания ультраосновных пород и гидротермально-метаморфические залежи
* Шабазит $(Na, Ca)[Al \times Si_2O_6]_2 \times 6H_2O$	Тригональная, ромбоэдрический, зернистый	Ясная по {1011}. Раковистый	Бесцветный, белый с красноватым или буроватым оттенком	4,0-5,0	4,5-4,9	Раствор. в крепких кислотах при нагревании	Паризит, синхизит	Альбит, эгирин, титанит, циркон, ортит, барит, кальцит	В фенитах и щелочных пегматитах, карбонатитах, карбонатных жилах
X Смитсонит $Zn(CO_3)$	Тригональная, скорлуповатые, почковидные, натечные выделения	Сов. по {1011}. Неровный	Белый, желтовато-коричневый, зеленый, голубой	4,0-4,5	2,42	Раствор. в HCl	Индеборит, иньоит	Гидроборацит, иньоит, улесит, ашарит, карналлит, бишофит	Лагунные отложения солей и диапировые купола
* Фторапофиллит $KCa_4[Si_4O_{10}]_2 \times F \times 8H_2O$ Гидроксилапофиллит $KCa_4[Si_4O_{10}]_2 \times (OH, F) \times 8H_2O$	Тетрагональная, дипирамидальный, призматический, шестоватый	Сов. по {001} в одном направл. Раковистый	Бесцветный, белый, розовый, красный, зеленый	4,5-5,0	2,6-2,8	Раствор. в кислотах при нагревании	Вавеллит, штрэнгит	Вавеллит, крадаллит, апатит, халцедон, лимонит	В корях выветривания пород богатых алюминием
* Волластонит $Ca_3[Si_3O_9]$	Триклинная шестоватые, радиально-лучистые, тонковолокнистые, листоватые агрегаты	Сов. по {100}, средняя по {001}. Неровный	Белый, сероватый, желтоватый	4,5-5,0	3,1-3,2	Раствор. в кислотах	Фтор-apatит	Диопсид, андрадит, магнетит, эпидот	Некоторые основные интрузивные породы и контактово-метасоматические м-ния

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Пектолит $\text{NaCa}_2[\text{Si}_3\text{O}_8] \times (\text{OH})$	Триклинная призматический, шестоватый, волокнистый	Сов. по {100} и {001} в двух направл	Белый, светло-серый, бледно-розовый	4,5-5,0	2,9-3,1	Раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$ .	Волластонит	Кальцит, цеолиты	В миндалинах и трещинах эффузивных пород
* Фторапатит (апатит) $\text{Ca}_5[\text{PO}_4]_3\text{F}$	Гексагональная, призматические и пластинчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Ясная по {0001}. Раковистый, неровный	Бесцветный, белый, желтый, синий, фиолетовый, розовый	5,0	3,1-3,2	Раствор. в кислотах. Форма кристаллов, твердость	Берилл	Нефелин, эгирин, титанит, скаполит, форстерит, магнетит	Кислые и щелочные породы, карбонатиты и пегматиты
* Карбонат-фторапатит $\text{Ca}_5[\text{PO}_4, \text{CO}_3]_3\text{F}$	Ромбическая, пластинчатый, шестоватый, волокнистый	Сов. по {110} в двух направл. Неровный раковистый	Бесцветный, голубой, зеленый, серый, бурый до черного	3,5-5,0	2,6-3,0	Раствор. в HCl с выд. $\text{CO}_2$ . Форма выдел	Фторапатит, хлорапатит	Монтмориллонит, каолинит, кварц, кальцит	В терригенных и хемогенных осадочных породах
Гемиморфит (каламин) $\text{Zn}_4[\text{Si}_2\text{O}_7] \times (\text{OH})_2 \times \text{H}_2\text{O}$	Тетрагональный, призматический, зернистый	Сов по {110} и {010}. раковистый	Бесцветный, белый	5,0	3,4-3,5	После прокаливании легко раствор. в кислотах с выд. студенистого $\text{SiO}_2$	Смитсонит	Смитсонит, виллемит, цинкит, малахит и др.	В зоне окисления полиметаллических м-ний
X Селлаит $\text{MgF}_2$				5,0	3,1-3,2	Раствор. в конц. $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Относительно редок	Флюорит	Ангидрит, гипс, флюорит, молибденит, касситерит, флогопит	В кварцевых жилах, фумаролах, доломитах и мраморах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Клинтонит (ксантофиллит) $\text{Ca}(\text{Mg}, \text{Al})_3 [(\text{Si}, \text{Al})_4 \text{O}_{10}] (\text{OH})_2$	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	Сов по {001} в одном направл	Бледно-зеленый, желтовато- зеленый, белый	5,0	3,07	В кислотах не раствор	Маргарит	Диопсид, хондродит, гуммит, каль- цит, апатит	В магнезиаль- ных скарнах богатых алюминием
* Анальцим $\text{Na}[\text{AlSi}_2\text{O}_6] \times$ $\times \text{H}_2\text{O}$	Кубическая, тетрагонтри- октаэдричес- кий, зернистый	Несов. по {100}. Неровный	Бесцветный, белый, розовый	4,5- 5,5	2,2- 2,3	Раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$	Лейцит	Кальцит, натролит, нефелин	В щелочных магматических породах, мин- далинах основ- ных эффузивов
* Вишневит $6\text{Na}[\text{AlSiO}_4] \times$ $\times \text{Ca}(\text{SO}_4)2\text{H}_2\text{O}$	Гексагональ- ная, зернистые агрегаты, реак- ционные кай- мы и псевдо- морфозы по нефелину	Сов. по {1011} в трех нап- равл. Неровный, раковистый	Светло-голу-бой до голу-бовато- синего	5,0	2,3- 2,4	Легко раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$ .  Окраска и ассоциация	Содалит, лазурит	Нефелин, полевые шпаты, эги- рин, циркон, титанит	Позднемагма- тический в нефелиновых сиенитах и их пегматитах
<b>4.3. Черта</b>									
<b>Тверд</b>					<b>белая</b>				
X Датолит $\text{CaB}[\text{SiO}_4](\text{OH})$	Моноклинная, призматичес- кий, зернистый, плотный	Ясная по {100}. Неровный	Бесцветный, белый, голу- бовато-зеле- ный, желтовато- зеленый	5,0- 5,5	2,9- 3,0	Раствор. в HCl с выд. студени- стого $\text{SiO}_2$ . Окрашивает пламя в желто- вато-зеленый цвет	Кварц, топаз, андалузит	Цеолиты, пренит, каль- цит, кварц, аксинит, гра- нат, волласто- тонит, данбурит	Жилы альпийского типа, контактово- метасоматичес- кие м-ния
* Канкринит $6\text{Na}[\text{AlSiO}_4] \times$ $\times \text{Ca}(\text{CO}_3)2\text{H}_2\text{O}$	Гексагональ- ная, зернистые агрегаты, реакционные каймы по нефелину	Сов. по {1010} в трех нап- равл. Неровный	Белый, серый, желтый, крас- новатый	5,0- 5,5	2,4- 2,5	Раствор. в HCl с выд. $\text{CO}_2$ и студенистого $\text{SiO}_2$ . Спайность, окраска	Нефелин, ортоклаз, микроклин	Нефелин, альбит, титанит, циркон, эгирин	Позднемагма- тический в нефелиновых сиенитах и их пегматитах

## Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
# Моноцит (Ce,La,Nd) × ×(PO <sub>4</sub> )	Моноклинная, таблитчатые кристаллы, реже зернистые агрегаты	Сов. по {100}, отдельность по {001}. Раковистый	Желтый, красно- коричневый, коричне-вый, иногда белый	5,0- 5,5	5,0- 5,2	С трудом раз- лагается кисло- тами. Форма кристаллов, твердость, плотность	Ксено-им, титанит	Ксенотим, алланит, уранинит, циртолит, биотит, молибденит	Акцессорный минерал грани- тов, пегматитов, фенитов, грейзе- нов, гнейсов и жил альпий- ского типа
Эвдиалит Na <sub>4</sub> (Ca,Ce) <sub>2</sub> × ×FeZr[Si <sub>8</sub> O <sub>22</sub> ]× ×(OH, Cl) <sub>2</sub>	Тригональная, ромбоэдричес- кий, таблитчатый, зернистый	Неровный, раковистый	Красный, малиново- красный, вишнево- красный	5,0- 5,5	2,8- 3,0	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO <sub>2</sub>	Гранаты	Апатит, био- тит, магне- тит, титанит, эгирин, поле- вые шпаты	Нефелиновые сиениты и их пегматиты
* Натролит Na <sub>2</sub> [Al <sub>2</sub> Si <sub>3</sub> O <sub>10</sub> ]× ×2H <sub>2</sub> O	Ромбическая, призматичес- кие до игольча- тых кристаллы; шестоватые,ра- диально лучис- тые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. Неровный, раковистый	Бесцветный, белый, желтый, красный	5,0- 5,5	2,2- 2,3	Легко раствор. в HCl с выд. студенистого SiO <sub>2</sub> .  Спайность, форма выд., ассоциация	Томсонит	Анальцим, шабазит, сколецит, гейландит	Постмагмати- ческий минерал щелочных по- род, их пегмати- тов; гидротер- мальный в жи- лах и миндали- нах эффузивов
Гаюин Na <sub>6</sub> Ca <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ] <sub>6</sub> × ×(SO) <sub>2</sub>	Кубическая, додэкаэдричес- кий, октаэдрически й, зернистый	Несов. по {110}	Ярко-синий, голубой, зеленовато- синий, белый	5,0- 5,5	2,4- 2,5	Раствор. в HCl с выд. геля SiO <sub>2</sub> , добавление BaCl <sub>2</sub> –осадок BaSO <sub>4</sub>	Содалит, лазурит, вишневит	Санидин, лейцит, нефелин, титанит	В вулканичес- ких щелочных породах
* Титанит (сфен) CaTi[SiO <sub>4</sub> ]O	Моноклинная, конвер- тообразные кристаллы; зернистые агрегаты	Сов. по {110}. Неровный до занозистого	Желтый, коричневый до черного, изумрудно- зеленый, белый	5,0- 6,0	3,3- 3,6	Раствор. в H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> .  Форма кристаллов, окраска, спайность	Циркон, гранаты	Нефелин, канкринит, циркон, биотит, apatит, флогопит, диопсид	Первичный ми- нерал щелочных пород и грани- тов; встречается в скарнах, гней- сах, жилах аль- пийского типа

## Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Виллемит $Zn_2[SiO_4]$	Тригональная, призматический	Несов. по {0001} и {1012}. Раковистый	Бесцветный, белый, желтоватый, розоватый	5,0-6,0	4,0-4,2	Раствор. в HCl с выд. студенистого $SiO_2$	Гемиморфит	Кварц, гентгельвин, ганит, циркон, фенацит, сфалерит	В зоне окисления полиметаллических м-ний, скарнах и кварцевых жилах
Бирюза $CuAl_6(PO_4) \times (OH)_8 \times 4H_2O$	Триклинная, плотные тонкозернистые агрегаты	Сов. по {001}. Мелкоракровистый	Голубой, синевато-зеленый	5,0-6,0	2,6-2,8	С трудом раствор. в HCl. Окраска и форма выд	Халькоцидерит	Вавеллит, амблигонит, халцедон, каолинит, гетит	Кора выветривания фосфатсодержащих осадочных и вулканических горных пород
* Антофиллит $(Mg,Fe)_7 \times [Si_8O_{22}](OH)_2$	Ромбическая, лучистые, радиально-сноповидные, шестоватые, волокнистые (асбест) агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. Неровный	Бесцветный, серовато-зеленый, зеленовато-бурый	5,5-6,0	2,8-3,2	В кислотах не раствор. От других амфиболов отличается оптически; от хризотил-асбеста по ассоциации	Тремолит, жедрит	Энстатит, тальк, кордиерит, паргасит, плагиоклаз	Метаморфизованные ультрабазиты, магнезиальные скарны, регионально метаморфизованные породы
* Куммингтонит $(Mg,Fe)_7[Si_8O_{22} \times (OH)_2]$	Моноклинная, волокнистый, зернистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом $124^\circ$	Белый, светло-зеленый, серый, бурый	5,5-6,0	3,2-3,3	В кислотах не раствор	Антофиллит, тремолит	Стильпомелан, грюнерит, анкерит, ильменит, кварц	В контактово и регионально метаморфизованных породах
X Рихтерит $Na_2Ca(Mg,Fe^{+2}) \times [Si_8O_{22}](OH)_2$	Моноклинная, призматический, зернистый, волокнистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом $124^\circ$	Желтый, бурый, буровато-красный, светло-зеленый	5,0-6,0	2,9-3,5	В кислотах не раствор. Мало распространен	Актинолит, тремолит, жедрит	Кальцит, магнетит, доломит, флогопит, актинолит, хлорит, титанит	В метаморфизованных карбонатных породах, гидротермально-измененных породах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Тремолит $\text{Ca}_2\text{Mg}_5 \times [\text{Si}_8\text{O}_{22}](\text{OH})_2$	Моноклинная, шестоватые, волокнистые агрегаты, иногда призматические кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. Плоскораквистый (нефрит)	Бесцветный, белый, светло-серый, светло-зеленый	5,5-6,0	3,0-3,1	В кислотах не раствор. От других амфиболов отличается оптически; от эпидота по спайности	Антофиллит, жедрит	Диопсид, форстерит, флогопит, скаполит, кварц, серпентин	Метаморфические и метасоматические породы, образовавшиеся по карбонатным и ультраосновным породам
Нозеан $\text{Na}_8[\text{AlSiO}_4]_6 \times (\text{SO}_4)$	Кубическая, зернистый	Несов. по {110}	Серый, синий, белый	5,5-6,0	2,3-2,4	Раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$ , добавление $\text{BaCl}_2$ —осадок $\text{BaSO}_4$	Содалит, лазурит, гаюин	Санидин, слюда, титанит	В вулканических щелочных породах
* Содалит $\text{Na}_8[\text{AlSiO}_4]_6\text{Cl}_2$	Кубическая, Зернистые агрегаты, псевдоморфозы по нефелину, ромбодекаэдрические кристаллы	Ясная по {110}. Неровный	Синий, се-рый, зеленоватый, розовый (гакманит)	5,5-6,0	2,1-2,3	Раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$ . Спайность, окраска, ассоциация	Вишневит, лазурит, гаюин	Нефелин, канкринит, эгирин, микроклин, титанит, апатит	Щелочные породы и их пегматиты
* Лейцит $\text{K}[\text{AlSi}_2\text{O}_6]$	Тетрагональная, тетрагонтриоктаэдрические кристаллы, реже зернистые агрегаты	Отсутствует. Раковистый	Бесцветный, белый, серый	5,5-6,0	2,4-2,5	Раствор. в HCl с выд. порошковатого $\text{SiO}_2$ . Форма выд. и условия нахождения	Анальцим	Ортоклаз, нефелин, санидин	Молодые щелочные эффузивные породы
* Нефелин $\text{Na}[\text{AlSiO}_4]$	Гексагональная, вкрапленники, зернистые массы; реже короткопризматические кристаллы	Несов. по {1010}. Неровный	Желтый, красный, зеленый, бесцветный	5,5-6,0	2,6-2,7	Легко раствор. в кислотах с выд. геля $\text{SiO}_2$	Канкринит, кальсилит	Полевые шпаты, аннит, арфведсонит, эгирин, титанит, апатит	Щелочные магматические горные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Мариалит $\text{Na}_4[\text{AlSi}_3\text{O}_8]_3\text{Cl}$	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые, шестоватые и сливные агрегаты	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, белый, серый, желтоватый	5,5-6,0	2,6	В кислотах практически не раствор.  Форма кристаллов, спайность, ассоциация	Мейонит, полевые шпаты	Диопсид, плагиоклаз, флогопит, апатит, волластонит	Метаморфические и контакто-метасоматические м-ния
Мейонит $\text{Ca}_4[\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_8]_3 \times (\text{CO}_3)$	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые, шестоватые и сливные агрегаты	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, серый, фиолетовый (главколит), грязно-зеленый, бурый	5,5-6,0	2,75	Частично раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$ . Форма кристаллов, спайность, ассоциация	Мариа-лит, полевые шпаты	Флогопит, диопсид, апатит, кальцит, эпидот, гранат	Метаморфические и контакто-метасоматические м-ния
Амблигонит $\text{LiAl}(\text{PO}_4)\text{F}$	Триклинная, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Белый, кремово-белый, желтовато-белый	5,5-6,0	3,0-3,1	С трудом раствор. в кислотах. Окрашивает пламя в красный цвет	Монттебра-зит, сподумен	Сподумен, литиофиллит, апатит, лепид олит, петалит, поллуцит	В гранитных пегматитах богатых литием
X Мелилит $\text{Ca,Na}_2(\text{Mg,Al}) \times [(\text{Si,Al})_2\text{O}_7]$ промежуточный член ряда окерманит-геленит)	Тетрагональная, призматический, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Белый, бледно-желтый, зеленовато-желтый, розовый	5,5-6,0	3,0-3,1	Раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$	Хондродит, гумит	Форстерит, диопсид, шпинель, паргасит, флогопит, кальцит	Щелочные ультраосновные породы, контакты основных пород и известняков
X Клиногумит $4\text{Mg}_2[\text{SiO}_4] \times \text{Mg}(\text{OH, F})$	Моноклиная, изометричный, зернистый	Несов. по {001}. Неровный, раковистый	Желтый, желтовато-серый, красно-коричневый	5,5-6,0	3,2-3,4	Раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$	Хондродит, гумит	Форстерит, диопсид, шпинель, паргасит, флогопит, кальцит	Магнезиальные скарны, кальцефиры и пегматиты

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Диопсид $\text{CaMg}[\text{Si}_2\text{O}_6]$	Моноклинная, зернистые, шестоватые и радиально-лучистые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. под угл $88^\circ$ , отдельность {100}. Неровный	Светло-зеленый, серо-фиолетовый, розовый, белый.  Белая до бледно-зеленой	5,5-6,0	3,2-3,4	Слабо раствор. в HCl.  Форма кристаллов и окраска	Геденбергит, гиперстен	Кальцит, флогопит, апатит, магнетит, клинохлор, шпинель	Породообразующий минерал магматических пород, их пегматитов, метаморфических пород, скарнов
* Опал $\text{SiO}_2 \times n\text{H}_2\text{O}$	Аморфный; плотный, натечный	Аморфный; плотный, натечный	Отсутствует. Раковистый	5,5-6,5	1,9-2,2	Раствор. в HF. Форма выд. и условия нахождения	Аллофан	Магнетит, арагонит, нонтронит	Кора выветривания ультраосновных пород, в миндалинах эффузивов среднего и кислого состава
* Родонит $\text{CaMn}_4[\text{Si}_5\text{O}_{15}]$	Триклинная, зернистые агрегаты, редко призматические кристаллы	Сов. по {100}, {010} и {001}. Неровный	Розовый, ярко-красный и коричнево-красный	5,5-6,5	3,4-3,8	Раствор. в HCl выд. порошкового $\text{SiO}_2$ . Окраска, спайность, твердость и ассоциация	Родохрозит, пироксмангит	Тефроит, спессартин, пироксмангит, гиалофан, алабандин	Метаморфические горные породы и скарны
* Жедрит $(\text{Mg}, \text{Fe}^{+2})_5\text{Al}_2 \times [(\text{Al}, \text{Si})_2 \times \text{Si}_6\text{O}_{22}] (\text{OH})_2$	Ромбическая, призматически, шестоватый, волокнистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом $124^\circ$	Буровато-коричневый, зеленовато-коричневый, желтовато-серый	6,0	2,9-3,3	В кислотах не раствор. Окраска, наличие пертитовых вростков, спайность	Микроклин, плагиоклазы	Кварц, слюды, силлиманит, ставролит, альмандин	Породообразующий в кислых и щелочных изверженных породах, их пегматитах и метаморфических породах
* Ортоклаз $\text{K}[\text{AlSi}_3\text{O}_8]$	Моноклинная, призматические кристаллы зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом $90^\circ$ . Неровный	Серый, желтоватый, красноватый; иризирует (лунный камень)	6,0	2,6	В кислотах не раствор. Окраска, наличие пертитовых вростков, спайность	Микроклин, плагиоклазы	Кварц, слюды, силлиманит, ставролит, альмандин	Породообразующий в кислых и щелочных изверженных породах, их пегматитах и метаморфических породах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Микроклин $K[AlSi_3O_8]$	Триклинная, зернистые агрегаты и призматические кристаллы	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом 90°. Неровный	Серо-желтый, красный, зеленый (амазонит); иризирует (лунный камень)	6,0	2,6	В кислотах не раствор. Окраска, наличие пертитовых вростков, спайность	Ортоклаз, плагиоклазы	Ортоклаз, плагиоклазы	В кислых и щелочных изверженных породах и их пегматитах
Плагиоклазы: непрерывный ряд твердых растворов от * альбита $Na[AlSi_3O_8]$ до * анортита $Ca[Al_2Si_2O_8]$	Триклинная, призматические и пластинчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом 90°. Неровный	Бесцветный, белый, зеленоватый, серый	6,0	2,6-2,8	Богатые анортитовой молекулой раствор. в HCl с выд. геля $SiO_2$  Окраска, полисинтетическое двойникование  Ассоциация	Ортоклаз, мейонит, мариалит	Кварц, слюды, микроклин, пироксены, амфиболы	Породообразующий в изверженных породах, их пегматитах, метаморфических породах, жилах альпийского типа
* Цоизит $Ca_2Al_3[SiO_4] \times [Si_2O_7]O(OH)$	Ромбическая, призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Сов. по {100} и несов. по {001}. Неровный	Белый, серый, зеленоватый, розовый (тулит), голубой (танзанит)	6,0	3,2-3,3	Раствор. в HCl после прокаливания с выд. геля $SiO_2$ .  Окраска	Клиноцоизит, эпидот	Альбит, эпидот, кальцит, серицит, кварц, рутил	Метаморфизованные основные породы и кварцевые жилы
* Энстатит $Mg_2[Si_2O_6]$	Ромбическая, Призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Белый, серый, желтоватый, зеленоватый, оливково-зеленый, бурый	6,0	3,2-3,3	В кислотах не раствор.  Окраска, спайность, ассоциация	Диопсид, бронзит	Кианит, оливин, тальк, шпинель, флогопит, антофиллит	Породообразующий ультраосновных и основных магматических пород и кимберлитов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Петалит (Li,Na)[AlSi <sub>4</sub> O <sub>10</sub> ]	Моноклинная, призма- тический, зернистый, плотный	Сов. по {001}, несов, по {201}. Неровный	Бесцветный, белый, серый, розовый	6,0	2,4- 2,5	В кислотах не раствор	Диопсид, бронзит	Лепидолит, сподумен, амблигонит, альбит, кварц, титанит	Литиевые пегматиты
* Кианит Al <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ]O	Триклинная, радиально- лучистые, шестоватые агрегаты, призматичес- кие кристаллы	Сов. по {100}, ясная по {010}. Занозистый	Голубой, синий, серый, белый, зеленый, желтый	4,5- 7,0	3,5- 3,7	В кислотах не раствор.  Окраска, форма выд., спайность	Силлима- нит	Кварц, мусковит, хлоритоид, ставролит, альбит	Породообразу- ющий в метаморфичес- ких породах и кварцевых жилах
* Пренит Ca <sub>2</sub> Al[AlSi <sub>3</sub> O <sub>10</sub> ]× ×(OH) <sub>2</sub>	Ромбическая, призматичес- кий, пластин- чатый, корки, радиально пластинча-тый	Сов. по {001}. Неровный	Зеленоватый, белый, серый, желтый	6,0- 6,5	2,8- 3,0	Медленно раствор. в HCl	Халцедон, цеолиты	Кварц, дио- псид, gros- суляр, цеоли- ты, халцедон, кальцит	В метаморфи- зованных ос- новных поро- дах и скарнах
X Хондродит 2Mg <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ]× ×Mg(F,OH) <sub>2</sub>	Моноклин-ная, изомет- ричный, зернистый	Несов. по {001}. Раковистый	Медовый, желтый, коричневый	6,0- 6,5	3,2- 3,3	Раствор. в HCl с выд. геля SiO <sub>2</sub>	Гумит, клиногумит	Оливин, диопсид, шпинель, флогопит, магнетит	В магниаль- ных скарнах и кальцефирах
X Гумит 3Mg <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ]× ×Mg(OH,F) <sub>2</sub>	Ромбическая, изометрич- ный, бочен- ковидный	Несов. по {001}. Раковистый	Желтый до коричневого	6,0- 6,5	3,2- 3,3	Раствор. в HCl с выд. геля SiO <sub>2</sub> . Распро-странен менее хондродита и клиногумита	Хондродит, клиногумит	Оливин, флогопит, тремолит, шпинель, апатит	В магниаль- ных скарнах, кальцефирах и бруситовых мраморах

## Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Жадеит $\text{NaAl}[\text{Si}_2\text{O}_6]$	Моноклинная, плотный, спутанно-волокнистый, реже зернистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Бесцветный, белый, зеленый, серый	6,0-6,5	3,3-3,4	В кислотах не раствор.  Высокая прочность, форма выд., окраска	Нефрит, тремолит	Альбит, анальцит, натролит, тремолит, кварц, алмадин	В метаморфических и контактово-метасоматических м-ниях по гипербазитам
* Клиноцоизит $\text{Ca}_2\text{Al}_3[\text{SiO}_4] \times [\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$	Моноклинная, призматические кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и несов. по {100}. Неровный	Бесцветный, светло-серый, желтый, серовато-зеленый	6,5	3,3-3,4	После прокаливания раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$ .  Форма выд. и условия нахождения	Цоизит, эпидот	Альбит, кальцит, серицит, эпидот, пренит, титанит	Метаморфические основные породы и жилы альпийского типа
X Поллуцит $(\text{Cs,Na})_2 \times [\text{Al}_2\text{Si}_4\text{O}_{12}] \times \text{H}_2\text{O}$	Кубическая, Зернистый	Отсутствует. Раковистый	Бесцветный, белый	6,5	2,9	С трудом раствор. в HCl с выд. порошкового $\text{SiO}_2$ . Форма выд. и условия нахождения	Кварц, чкаловит	Петалит, альбит, кварц, лепидолит, амблигонит	Литиевые пегматиты
# Диаспор $\text{AlO}(\text{OH})$	Ромбическая, призматические кристаллы, пластинчатые и чешуйчатые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл	Бесцветный, белый, желтовато-бурый, серый, розовый	6,5-7,0	3,3-3,5	В кислотах не раствор.  Форма выд., спайность, ассоциация	Гиббсит	Пирофиллит, серицит, корунд, хлоритоид, зунит, андалузит	Вторичные кварциты, метаморфические породы, жилы альпийского типа
* Везувиан $\text{Ca}_{10}\text{Al}_4(\text{Mg,Fe})_2 \times [\text{SiO}_4][\text{Si}_2\text{O}_7] \times (\text{OH})_4$	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые и сливные агрегаты	Несов. по {110} и {100}. Неровный, раковистый	Зеленый, желтый, бурый, серый, черно-бурый, фиолетовый	6,5	3,3-3,5	После прокаливания раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$ . Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Гранаты, эпидот	Диопсид, гроссуляр, волластонит, эпидот, монтчеллит, флогопит, геленит	Скарны, родингиты, метасоматические породы по ультрабазитам, пегматиты и карбонатные жилы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Эпидот $\text{Ca}_2(\text{Al,Fe})_3 \times$ $\times [\text{SiO}_4] \times$ $\times [\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$	Моноклинная, призматичес- кие и таблит- чатые кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и несов. по {100}. Неровный	Желтовато- зеленый, темно-зеленый (пушкунит), коричневый, черный	6,0- 7,0	3,3- 3,5	После прока- ливания рас- твор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$ . Окраска, спайность, ассоциация	Везувиан, гранаты	Альбит, гастингсит, андрадит, везувиан, скаполит	Метаморфиче- ские основные породы, скарны и жилы альпийского типа
* Силлиманит $\text{Al}[\text{AlSiO}_5]$	Ромбическая, игольчатые кристаллы, волокнистые агрегаты (фибролит)	Сов. по {010}. Неровный, занозистый	Бесцветный, белый, серый, бурый, зеленоватый	6,5- 7,5	3,2	В кислотах не раствор.  Форма выд. и условия нахождения	Кианит, тремолит	Андалузит, диаспор, корунд, кварц, кианит, ставролит, плагиоклаз	Метаморфиче- ские породы, вторичные кварциты, пегматиты и жилы альпий- ского типа
* Форстерит $\text{Mg}_2[\text{SiO}_4]$	Ромбическая, призматичес- кие и таблитча- тые кристаллы, зернистые агрегаты	Ясная по {100} и {010}. Неровный	Белый, желтоватый, зеленоватый, фиолетовый	6,5- 7,0	3,2- 3,6	Раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$  Форма выд., окраска, ассоциация	Апатит, пироксены, гумит	Диопсид, эн- статит, хро- мит, магне- тит, лабра- дор, перов- скит, флого- пит, пироп	Ультраоснов- ные породы, кимберлиты, базальты, маг- незиальные скарны
* Ферроаксинит $\text{Ca}_2\text{FeAl}_2 \times$ $\times [\text{BSi}_4\text{O}_{15}]\text{O}(\text{OH})$	Триклинная, клиновидный, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {001}, {110}. Неровный	Серо- фиолетовый, буро- фиолетовый	6,5- 7,0	3,2- 3,3	В кислотах не раствор.	Серенди- бит, данбурит	Кварц, хлорит, эпидот, титанит, адуляр, датолит	Жилы в основ- ных породах, околоскарно- вая минерали- зация и жилы альпийского типа

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Манганак-синит $\text{Ca}_2\text{MnAl}_2[\text{BO}_4] \times [\text{Si}_4\text{O}_{12}] (\text{OH})$	Триклинная, клиновидный, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {001}, {110}. Неровный	Желтовато-бурый, зеленовато-бурый	6,5-7,0	3,2-3,3	В кислотах не раствор.	Тиценит	Кварц, барит, браунит, пиролюзит, бустамит, волластонит, гранат	Марганцевые метаморфические и скарновые м-ния
* Сподумен $\text{LiAl}[\text{Si}_2\text{O}_6]$	Моноклиная, уплощенно-призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл., отдельность по {100} и {010}. Раковистый	Белый, серый, розовый (кунцит), зеленый (гидденит), желтый	6,5-7,0	3,0-3,2	Слабо раствор. в HCl. Пламя окрашивает в алый цвет (Li).  Форма выд., спайность, ассоциация	Микроклин, пироксены	Кварц, альбит, микроклин, лепидолит, эльбаит, поллуцит	Литиевые гранитные пегматиты
* Гроссуляр $\text{Ca}_3\text{Al}_2[\text{SiO}_4]_3$	Кубическая, кристаллы простые формы {110} и {211}, зернистые до сливных агрегаты	Отсутствует, иногда отдельность по {110}. Раковистый, неровный	Белый, желтый, зеленый (цаворит-Cr), розовато-красный (гессонит)	6,5-7,0	3,2-3,8	В кислотах не раствор.  Форма кристаллов, твердость, окраска	Спессартин, везувиан	Диопсид, волластонит, титанит, датолит, везувиан, скаполит	Скарны, метаморфизованные известняки
* Андрадит $\text{Ca}_3\text{Fe}_2[\text{SiO}_4]_3$	Кубическая, кристаллы простые формы {110} и {211}, зернистые до сливных агрегаты	Отсутствует. Раковистый, неровный	Желтовато-бурый, зеленый (демантоид), бурый до черного (шорломит)	6,5-7,5	3,5-4,1	После прокаливания разлагается в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$ .  Форма кристаллов, твердость, окраска	Везувиан, гроссуляр	Диопсид, геденбергит, эпидот, везувиан, актинолит	Скарны, кремнистые известняки, гидротермальные жилы в гипербазах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Андалузит $Al_2[SiO_4]O$	Ромбическая, зернистые и шестоватые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {110} по {100} до ясной. Неровный	Серый, желтый, бурый, розовый, красный, зеленый (виридин)	6,5-7,5	3,1-3,2	В кислотах не раствор.  Форма кристаллов, твердость, окраска	Кианит, кордиерит	Кордиерит, силлиманит, ставролит	Метаморфические породы, роговики, вторичные кварциты и жилы альпийского типа
* Халцедон (тонковолокнистая разновидность кварца) $SiO_2$	Тонковолокнистые агрегаты, концентрически-полосчатый (агат), сталактиты	Отсутствует. Раковистый	Белый, серый, голубой, желтовато-красный (сердолик), зеленый (хризопраз)	6,5-7,0	2,55-2,64	Растворяется в HF.  Форма выд., окраска, излом	Люссатин, кварцин	Кварц, кальцит, цеолиты	Миндалины эффузивных пород, кора выветривания гипербазитов, гидротермальные жилы
* Кристобалит (высокотемпературный) $SiO_2$	Тетрагональная; скрытокристаллический, натечный	Неровный, раковистый	Бесцветный, белый	6,5-7,0	2,2-2,3	Растворяется в HF.  Форма выд. и условия нахождения	Тридимит, кварц	Тридимит, кальцит, цеолиты, опал	Эффузивные породы и кора выветривания гипербазитов
X Данбурит $Ca[B_2Si_2O_8]$	Ромбическая, призматический, зернистый	Несов. по {001}. Раковистый	Бесцветный, желтый, розовый, бурый	7,0	2,9-3,0	В кислотах не раствор	Топаз, кварц	Волластонит, геденбергит, датолит, аксинит, кварц	Скарны и гипсангидритовые толщи
* Эльбаит $Na(Li,Al)_3Al_6 \times [Si_6O_{18}](BO_3)_3 \times (OH)_4$	Тригональная, зернистые, шестоватые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по {1011} и {1120} Раковистый, неровный	Бесцветный (ахроит), красный, розовый (рубеллит), зеленый	7,0	3,0-3,1	В кислотах не раствор.  Сечение кристаллов, окраска, твердость	Дравит, корунд, шпинель	Альбит, лепидолит, петалит, берилл	Гранитные пегматиты богатые литием

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Кварц SiO <sub>2</sub>	Тригональная, зернистые и шестоватые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по {1011}, {0111}, {1010}, отдельность по {1011} . Раковистый	Бесцветный, белый, дымчатый, желтый, розо-вый, фиоле-товый, чер-ный	7,0	2,65	Раствор. в HF. Форма выд., твердость, окраска	Топаз, данбурит, нефелин, кордиерит	Полевые шпаты, слюды, сульфиды	Породообразующий в кислых изверженных породах, в пегматитовых, кварцевых жилах и жилах альпийского типа
X Увиг CaMg <sub>4</sub> Al <sub>5</sub> × ×(BO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> [Si <sub>6</sub> O <sub>18</sub> ] ×(OH) <sub>4</sub>	Тригональная, призматический, игольчатый, волокнистый	Несов, по {1120} Раковистый	Голубовато-серый, синевато-черный	7,0	3,1	В кислотах не раствор. Сечение кристаллов, окраска, твердость	Кордиерит, сапфирин	Флогопит, плагиоклаз, ортоклаз	В известковых скарнах, апокарбонатных грейзенах, метаморфических породах
				<b>4.3. Черта</b>					
				<b>Тверд</b>					
* Дравит NaMg <sub>3</sub> Al <sub>6</sub> × ×[Si <sub>6</sub> O <sub>18</sub> ] × ×(BO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> (OH) <sub>4</sub>	Тригональная, зернистые, шестоватые, волокнистые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по {1011} и {1120} Раковистый, неровный	Бесцветный (ахроит), бурый, зеленовато-бурый, травянисто-зеленый, синий	7,0- 7,5	3,0- 3,2	В кислотах не раствор. Сечение кристаллов, окраска, твердость	Везувиан, ставролит	Касситерит, кварц, полевой шпат, флюорит, доломит	Метаморфизованные или скарнированные карбонатные породы, метасоматиты по основному и ультраосновным породам
* Пироп Mg <sub>3</sub> Al <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ] <sub>3</sub>	Кубическая, округлые зерна	Отсутствует. Раковистый, неровный	Огненно-красный, кроваво-красный, рубиновый, розовый	7,0- 7,5	3,5- 4,0	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Альмандин, шпинель	Сапфирин, силлиманит, гиперстен, кордиерит	В эклогитах, кимберлитах, перидотитах и серпентинитах

## Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Спессартин $Mn_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, кристаллы с простыми формами {110}, {211} и зернистые агрегаты	Отсутствует. Раковистый, неровный	Оранжево-красный, розовый, желтый, красно-коричневый	7,0-7,5	3,8-4,3	После прокаливания разлагается в HCl с выд. геля $SiO_2$ .  Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Гроссуляр, гумит	Шерл, мусковит, кварц, трифилин, апатит, альбит, родонит, тефрои	Пегматитовые жилы, метаморфизованные марганцевые м-ния
* Альмандин $Fe_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, зернистые до сливных агрегаты, кристаллы с простыми формами {110} и {211}	Отсутствует. Раковистый, неровный	Красно-коричневый, темно-красный, фиолетово-красный	7,0-7,5	3,7-4,3	В кислотах не раствор. В п. п.тр. сплавляется в магнитный шарик.  Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Пироп	Силлиманит, кианит, ставролит, полевой шпат, биотит	Мусковитовые пегматиты, регионально метаморфизованные породы
Ставролит $FeAl_4[SiO_4]_2O_2 \times (OH)_2$	Ромбическая, призматические кристаллы, крестообразные двойники, зернистые агрегаты	Сов. по {010} и {100}. Неровный	Желтовато-коричневый до буровато-черного	7,0-7,5	3,6-3,8	В кислотах не раствор.  Форма кристаллов, твердость, ассоциация	Шерл, пироксены	Мусковит, кианит, силлиманит, альмандин, кварц, ильменит	Гнейсы и кристаллические сланцы
* Циркон $Zr[SiO_4]$	Тетрагональная, призматические и дипирамидальные кристаллы, зерна, радиальнолучистые агрегаты	Несов. по {110} и {111}. Раковистый	Желтый (жаргон), желто-бурый, красный (гиацинт), красно-коричневый	7,0-7,5	3,9-4,6	Слабо разлагается в конц. $H_2SO_4$ .  Преимущественно в кристаллах, люминесцирует в УФ-лучах, иногда радиоактивен	Касситерит, рутил	Полевые шпаты, ильменит, титанит, алланит, магнетит, монацит	Аксессуарный минерал кислых и щелочных изверженных пород и их пегматитов, в гнейсах и кристаллических сланцах

## Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Борацит $Mg_3[B_7O_{13}]Cl$	Ромбическая, призматический, зернистый	Раковистый	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый, зеленоватый	7,0- 7,5	2,9	Медленно расвор. в HCl		Доломит, гипс, ангидрит, галит, сильвин, ашарит	В соляных м-ниях
* Кордиерит $(Mg,Fe)_2Al_3 \times [AlSi_5O_{18}]$	Ромбическая, призматический, зернистый	Средняя по {010} и {100}, отдельность по {001}. Раковистый	Синий, фиолетовый, дымчато-синий, бурый	7,0- 7,5	2,5- 2,8	Частично раствор. при кипячении в HCl	Кварц, сапфир, осумилит	Кварц, биотит, полевой шпат, силлиманит, андалузит, корунд	В метаморфических породах, кислых изверженных породах и их пегматитах
* Уваровит $Ca_3Cr_2[SiO_4]_3$	Кубическая; зернистые агрегаты и кристаллы с простыми формами {110} и {211}	Отсутствует. Раковистый, неровный	Изумрудно-зеленый до темно-зеленого	7,5	3,4- 3,8	В кислотах не раствор.  Окраска, форма кристаллов, ассоциация	Демантоид, цаворит	Хромит, хромовые хлориты, хромвезувиан, хромтитанит	Ультраосновные породы и залежи хромита
* Берилл $Be_3Al_2[Si_6O_{18}]$	Гексагональная, зернистые агрегаты, призматические кристаллы	Несов. по {0001} и {10 $\bar{1}$ 0}. Раковистый, неровный	Бесцветный, белый (гоше-нит), желтый (гелиодор), голубой (аквамарин), зеленый (изумруд), розовый (воробьевит)	7,5- 8,0	2,6- 2,9	В кислотах не раствор.  Твердость, форма кристаллов, ассоциация	Апатит, фенакит, топаз	Морион, микроклин, биотит, шерл, сподумен, колумбит, флогопит	Пегматиты, грейзены, высокотемпературные кварцевые жилы, контактово-метасоматические породы
* Фенакит $Be_2[SiO_4]$	Тригональная, чечевицеобразный, призматический, зернистый	Несов. По {11 $\bar{2}$ 0}. Раковистый	Бесцветный, желтоватый, розовый, коричневый	7,5- 8,0	3,0	В кислотах не раствор	Кварц, топаз	Морион, альбит, топаз, берилл, флогопит, шерл, гранат	Пегматиты, слюдиты контактового типа, гидротермальные жилы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Топаз $\text{Al}_2[\text{SiO}_4](\text{F},\text{OH})_2$	Ромбическая, зернистые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {001}. Раковистый, неровный	Бесцветный, желтый, голубой, фиолетово-голубой, розовый	8,0	3,4-3,6	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, спайность, плотность	Кварц, фенакит	Кварц, берилл, флюорит, полевые шпаты, турмалин	Гранитные пегматиты и грейзены, реже вторичные кварциты и кварцевые жилы
* Шпинель $\text{MgAl}_2\text{O}_4$	Кубическая, октаэдрические кристаллы, зернистые агрегаты	Раковистый, неровный	Бесцветный, красный, зеленый, синий, черный	8,0	3,6-4,1	С трудом раствор. в конц. $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Форма кристаллов, твердость, ассоциация	Гранат, корунд	Форстерит, диопсид, кальцит, флогопит, гумит, паргасит, андрадит	Магнезиальные скарны, роговики, гнейсы, аксессуарный в основных и кислых породах
* Хризоберилл $\text{BeAl}_2\text{O}_4$	Ромбическая, зернистые агрегаты, пластинчатые и дипирамидальные кристаллы, тройники	Сов. по {011}, несов. по {010}. Раковистый, неровный	Желтый, зеленовато-желтый, зеленый (александрит), бесцветный	8,0	3,5-4,0	В кислотах не раствор. Окраска, форма кристаллов, твердость	Берилл	Берилл, фенакит, флюорит, апатит, турмалин, гранат	Пегматиты и скарны
* Корунд $\text{Al}_2\text{O}_3$	Тригональная, зернистые агрегаты (наждаки), таблитчатые и дипирамидальные кристаллы	Отдельность по {0001} и {1011}. Раковистый, неровный	Серый, синий (сапфир), красный (рубин), бесцветный, желтый, зеленый	9,0	4,0-4,4	В кислотах не раствор. Твердость, окраска, ассоциация	Шпинель	Полевой шпат, биотит, гранат, маргарит, диаспор, андалузит	Сиениты, пегматиты, плагиоклазиты, гнейсы и высокоглиноземистые метаморфиты (наждаки)

Указатель минералов

	стр.		стр.
Авгит .....	86	Астрофиллит .....	76
Агальматолит .....	94	Атакамит .....	78
Агат .....	152	Аурипигмент .....	62
Адуляр .....	140	Ахроит .....	152
Азурит .....	78	Баллас .....	72
Акантит .....	24	Барит .....	116
Аквамарин .....	158	Бастнезит .....	124
Актинолит .....	88	Бейделлит .....	96
Алабандин .....	50	Бемит .....	118
Александрит .....	160	Берилл .....	158
Алланит –Се. ....	88	Биотит .....	82
Алмаз .....	72	Бирюза .....	134
Алунит .....	118	Бишофит .....	96
Альбит .....	142	Борацит .....	158
Альмандин .....	156	Борнит .....	38
Амазонит .....	142	Борт .....	72
Амблигонит .....	138	Брошантит .....	78
Амезит .....	112	Брукит .....	70
Анальцим .....	130	Брункит .....	66
Анатаз .....	70	Брусит .....	106
Ангидрит .....	116	Буланжерит .....	26
Англезит .....	114	Бура .....	102
Андалузит .....	152	Бюргерит .....	94
Андрадит .....	150	Вавеллит .....	120
Анкерит .....	118	Ванадинит .....	66
Аннабергит .....	76	Варисцит .....	124
Аннит .....	82	Везувиан .....	146
Анортит .....	142	Вермикулит .....	82
Антимонит .....	22	Вивианит .....	74
Антофиллит .....	134	Виллемит .....	134
Арагонит .....	118	Виллиомит .....	112
Арфедсонит .....	86	Виридин .....	152
Арсенолит .....	62	Висмут .....	24
Арсенопирит .....	32	Вискер .....	60
		Волластонит .....	126

Висмутин .....	22	Гошенит .....	158
Витерит .....	116	Госларит .....	102
Вишневит .....	130	Графит .....	20
Вокелит .....	64	Гриналит .....	82
Воробьевит .....	158	Гроссуляр .....	150
Вульфенит .....	64	Грюнерит .....	86
Галенит .....	26	Гудмундит .....	34
Галит .....	102	Гумит .....	144
Галлуазит .....	104	Гюбнерит .....	52
Галлотрихит .....	98	Данбурит .....	152
Гастингсит .....	84	Датолит .....	130
Гаусманит .....	52	Демантоид .....	150
Гаюин .....	132	Деревянистое олово .....	72
Геденбергит .....	90	Десмин .....	120
Гейкелит .....	52	Джемсонит .....	26
Гейландит .....	120	Диаллаг .....	88
Геленит .....	138	Диаспор .....	146
Гелиодор .....	158	Диопсид .....	88, 140
Гематит .....	54	Диоптаз .....	80
Гемиморфит .....	128	Доломит .....	118
Герсдорфит .....	32	Дравит .....	154
Гессанит .....	150	Жадеит .....	90, 146
Гетит .....	52	Жедрит .....	140
Гиацинт .....	72	Железо .....	30
Гибсцит .....	106	Золото .....	38
Гидденит .....	150	Изоферроплатина .....	30
Гидрагиллит .....	106	Изумруд .....	158
Гидроборацит .....	110	Ильваит .....	86
Гидроксантофллит .....	126	Ильменит .....	44
Гиперстен .....	84	Иньоит .....	112
Гипс .....	100	Иридий .....	36
Главколит .....	138	Каламин .....	128
Глауконит .....	76	Кальцит .....	114
Глаукофан .....	90	Канкринит .....	130
Глет .....	56	Карбонадо .....	72
Горная кожа .....	104	Каолинит .....	104
		Карбонат-фторapatит .....	128

Карналлит	106	Лепидолит	110
Карнотит	64	Лизардит	108
Касситерит	72	Лопарит	48
Кварц	154	Людвигит	80
Кеммеририт	108	Магnezит	124
Кианит	144	Магнетит	46
Кизерит	116	Малахит	78
Киноварь	56	Манганит	50
Клейофан	66	Манганоаксинит	150
Клиногумит	138	Манганоколумбит	54
Клинопирротин	40	Манганотанталит	50
Клинохлор	108	Маргарит	122
Клиноцоизит	146	Мариалит	138
Клинтонит	130	Марказит	42
Кобальтин	32	Марматит	50
Ковеллин	22	Медь	36
Колеманит	124	Мейонит	138
Колофан	128	Мелантерит	100
Кордиерит	158	Меллиллит	138
Корунд	160	Микроклин	142
Криолит	106	Миллерит	38
Криптомелан	46	Миметизит	68
Кристобалит	152	Мирабилит	98
Крокоит	58	Молибденит	20
Ксантофиллит	130	Монацит	132
Ксенотим	126	Монтмориллонит	100
Кукцит	108	Мусковит	110
Кумингтонит	134	Мушкетовит	46
Кунцит	150	Мышьяк	28
Куприт	60	Настуран	44
Лазурит	80	Нагролит	132
Лампрофиллит	76	Нашатырь	96
Лангбейнит	120	Немалит	106
Лейхтенбергит	108	Нефелин	136
Лейцит	136	Нефрит	88
Леллингит	30	Нигрин	70
Лепидокрокит	60	Никелин	42

Никельскуттерудит	34	Рибекит	84
Нозеан	136	Рихтерит	134
Нонтронит	98	Родонит	140
Ньюберит	114	Родохрозит	122
Опал	140	Романешит	46
Ортоклаз	140	Рубин	160
Осьмий	36	Рубеллит	150
Пальгорскит	104	Рутил	70
Парагонит	110	Самарскит	44
Паргасит	84	Сапонит	98
Пектолит	128	Сапфир	160
Пентландит	40	Сассолин	94
Перовскит	70	Саффлорит	30
Петалит	144	Свинчак	26
Пираргирит	58	Селенит	100
Пирит	42	Селлаит	128
Пиролозит	34	Сенармонтит	62
Пироморфит	68	Сепиолит	104
Пироп	154	Сера	60
Пирофанит	54	Сердолик	152
Пирофиллит	94	Серебро	24
Пирохлор	68	Серицит	110
Пирохроит	102	Сидерит	122
Пирротин	40	Силлиманит	148
Плагиоклазы	142	Сильвин	100
Полигалит	112	Скородит	120
Поллуцит	146	Скуттерудит	34
Пренит	144	Смитсонит	126
Прустит	58	Сода	96
Псевдомалахит	80	Содалит	136
Псиломелан	46	Сперрилит	36
Пушкинит	148	Спессартин	156
Пьемонтит	80	Сподумен	150
Рамзаит	92	Ссайбелиит	114
Раммельсбергит	32	Ставролит	156
Ратовкит	122	Станин	28
Реальгар	56	Стеатит	94

Стильбит .....	120	Форстерит .....	148
Судоит .....	110	Фторapatит .....	128
Сурик .....	58	Фторапофиллит .....	126
Сурьма .....	28	Фукусит .....	110
Сфалерит .....	50, 66	Халцедон .....	152
Сфен .....	132	Халькантит .....	108
Тальк .....	94	Халькозин .....	24
Талнахит .....	40	Халькопирит .....	38
Танзанит .....	142	Хлорapatит .....	124
Теллуpовимутит .....	22	Хлоритоид .....	92
Тенардит .....	122	Хондродит .....	144
Теннантит .....	28	Хризоберилл .....	160
Термонатрит .....	96	Хризопраз .....	152
Тетрадимит .....	20	Хризотил .....	106
Тетраферроплатина .....	30	Хромит .....	48
Тетраэдрит .....	28	Цаворит .....	148
Тефроит .....	88	Целестин .....	116
Титанит .....	132	Церуссит .....	66
Топаз .....	160	Циннвальдит .....	114
Торианит .....	54	Циркон .....	72, 156
Тремолит .....	136	Цоизит .....	142
Троилит .....	40	Шабазит .....	126
Туламенит .....	42	Шамозит .....	82
Тулит .....	142	Шеелит .....	68
Тюямунит .....	62	Шерл .....	92
Уваровит .....	158	Шорломит .....	150
Увит .....	154	Шпинель .....	160
Улексит .....	108	Штольцит .....	64
Уранинит .....	44	Эвдиалит .....	132
Фаялит .....	92	Эгирин .....	90
Фенакит .....	158	Эльбаит .....	152
Ферберит .....	44	Энстатит .....	142
Ферримолибдит .....	60	Эпидот .....	148
Ферроаксинит .....	148	Эпсомит .....	102
Ферроколумбит .....	48	Эритрин .....	74
Ферротанталит .....	48	Эшинит .....	46
Флогопит .....	104	Якобсит .....	48
Флюорит .....	122	Ярозит .....	66





Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО  
Уральский государственный горный университет

**В.И. ЖЕРНАКОВ**

## **ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ МИНЕРАЛОГИЯ**

Учебное пособие  
Для студентов направления подготовки  
21.05.02 – <<Прикладная геология>> специализации  
<<Прикладная геохимия, минералогия, петрология (МПГ)>>  
очного обучения

Екатеринбург 2019

Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО  
Уральский государственный горный университет

ОДОБРЕНО  
Методической комиссией  
факультета геологии и геофизики  
2019 г.  
Председатель комиссии  
проф. В. И. Бондарев

**В.И. ЖЕРНАКОВ**

## **ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ МИНЕРАЛОГИЯ**

Учебное пособие  
Для студентов направления подготовки  
21.05.02 – <<Прикладная геология>> специализации  
<<Прикладная геохимия, минералогия, петрология (МПГ)>>  
очного обучения

УДК 549 62  
57  
ББК 26

Р е ц е н з е н т ы: Макаров А. Б., доктор геолого-минералогических наук, профессор кафедры ГПР УГГУ.  
Сустанов С. Г., кандидат геолого-минералогических наук, доцент кафедры МПГ УГГУ

Учебное пособие рассмотрено на заседании кафедры минералогии, петрографии и геохимии ФГиГ (протокол № 1 от 21.09. 2018 г) и рекомендовано для издания в УГГУ

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Уральского государственного горного университета

**Ж**

**Жернаков В. И.**

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ МИНЕРАЛОГИЯ:** учебное пособие для студентов направления подготовки 21.05.02 <<Прикладная геология>> специализации <<Прикладная геохимия, минералогия, петрология>> (МПГ) очного обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2019, -101 с.

В учебном пособии рассмотрены основные методы исследований вещественного состава руд, их технологических свойств в целике, крупнокусковом и мелкокусковом агрегатах. Рассмотрены вопросы минералого-технологического картирования, типизации природных и технологических типов руд, способы прогнозной оценки их обогатимости.

Рис. 5, табл. 14, список литературы 18 наименований.

с - Уральский государственный  
горный университет, 2019.  
с – В. И. Жернаков, 2019.

## ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие <<ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ МИНЕРАЛОГИЯ>> предназначено для студентов, обучающихся в Уральском государственном горном университете по направлению подготовки 21.05.02 <<Прикладная геология>> и специализирующихся на минералогических методах исследования руд. Целью обучения является подготовка специалистов, которые наряду с глубоким знанием прикладной минералогии будут иметь представления о технологических аспектах процессов обогащения, о поведении минералов в силовых полях и флотационных растворах.

Технологическая минералогия, в современной интерпретации, – это область знаний прикладной геологии, целью которой является способствовать наиболее эффективному и экономически выгодному извлечению металлов из руд, а также получению качественного нерудного сырья для промышленности. Однако необходимо учитывать, что на всех этапах разведки и освоения месторождений полезных ископаемых минералы являются не только объектом, содержащим металлы и имеющим определенные индустриальные свойства, но и инструментом для выявления их концентраций.

Технологическая минералогия (ТМ) решает задачи двух уровней, общие для всех видов сырья и частные, касающиеся месторождений определенного генетического типа. На общем уровне технологическая минералогия занимается :

1. расширением сырьевой базы металлургической промышленности за счет открытия новых минералов или разновидностей уже известных минералов с повышенным содержанием рудных компонентов;
2. исследованием комплексного использования руд и снижением отходов производства;
3. исследованием минералов с целью выявления новых контрастных

свойств, способствующих повышению эффективности процессов обогащения,

Задачи частного уровня связаны с рудами конкретного типа металлов, с месторождениями определенного генезиса и конкретными операциями технологического процесса. К ним относятся:

1. = разработка методики технологических исследований конкретных типов руд;
2. - повышение достоверности технологического опробования;
3. – создание точных и быстрых методик анализа минералов;
4. – совершенствование методик минералогического контроля процесса обогащения;
5. – разработка более совершенных методов извлечения рудных компонентов.

Объектом исследований ТМ являются руды, минералы, свойства руд и минералов, промпродукты, концентраты, хвосты, шлаки, зола. ТМ использует традиционные для минералогии методы анализа минерального вещества: описание физических, механических и химических свойств, различного типа структурных дефектов, исследование параметров кристаллической решетки, инфракрасных и других спектров. Кроме того, применяются методы и технологии, используемые при обогащении и глубокой переработке руд. Особенностью ТМ является изучение поведения минералов в энергетических полях различной интенсивности.

ТМ является связующим звеном между геолого-разведочными работами и технологическим процессом обогащения, структурируя исследования для решения главной задачи, = эффективного обогащения с максимальным извлечением полезных компонентов. ТМ изучает руды и дает прогнозную оценку их обогатимости. Приемы и методы ТМ позволяют выбрать необходимое оборудование и дать принципиальную оценку эффективности методов обогащения. Минералог-технолог анализирует

продукты сепарации и помогает устанавливать нормальный технологический режим, дает рекомендации по усовершенствованию технологического процесса.

Методы ТМ используются, главным образом, на стадии разведки этапа разведки и освоения месторождений полезных ископаемых, но изучение вещественного состава руд необходимо начинать уже на этапе поисков и оценки месторождений. ТМ использует все достоверные аналитические и графические материалы геолого-разведочных работ для решения технологических задач. Это дает возможность снизить затраты на дорогостоящие технологические исследования. Сейчас необходимо начинать технологическую оценку минерально-сырьевых объектов уже на поисковой стадии, непосредственно с момента выявления оруденения и получения результатов анализа первых проб (штуфов, протолок или шлихов). Это позволяет делать выбор между альтернативными направлениями работ, выбирать перспективные площади, отдавать предпочтение территориям с технологически благоприятным оруденением и ориентировочно оценивать ценность будущего продукта. Известны случаи, когда значительные по величине детально разведанные месторождения не осваиваются из-за отсутствия экономически эффективных и экологически приемлемых технологий переработки. Надежные сопоставления и подбор близкого аналога требуют количественного определения технологических параметров сырья. Анализ технологических параметров на ранних этапах разведки месторождения позволяет сделать обоснованный прогноз о возможности применения того или иного технического решения и достижения благоприятных экономических показателей. Например, данные о структуре и текстуре руд, содержании рудных и нерудных минералов, технологических свойствах минералов позволяют выявить контрастность руд и оценить возможность использования крупнокускового обогащения.

Для экспрессной количественной оценки наиболее значимых структурно-текстурных характеристик в настоящее время применяются

приборы автоматического анализа изображений типа “Видео Мастер”.

Детальное технологическое изучение разведываемого месторождения обеспечивает проектирование рациональной технологии добычи, обогащения и переработки полезного ископаемого.

Важнейшую роль ТМ играет в решении проблем комплексного использования природного сырья и всех продуктов технологического передела. С этой целью внедряются современные методы исследований и повышается уровень онтогенических, структурных, кристаллохимических и минералогических исследований.

### **Список сокращений**

ТМ – технологическая минералогия.

ГКЗ – государственная комиссия по запасам.

ТЭО – технико-экономическое обоснование.

ГОК – горно-обогатительный комбинат.

МТК – Минералого-технологическое картирование.

ТП – технологическая проба.

СТО Рос Гео – отраслевой стандарт геологического общества России.

# ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ РАЗВЕДКИ И ОСВОЕНИЯ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

## 1.1. Типы месторождений

Технологические исследования на каждом конкретном месторождении зависят от генетического типа месторождения, вида минерального сырья и геологических параметров месторождения.

*Месторождения полезных ископаемых* – это участки земной коры, в которых в результате тех или иных геологических процессов произошло накопление минерального вещества по количеству, качеству и условиям залегания пригодного для промышленного использования (Смирнов, 1965). Они делятся на две группы. Месторождения первой группы экономически выгодно и технологически возможно обрабатывать для получения какого-либо минерального продукта, а месторождения второй группы по какой либо причине (низкие содержания, удаленность от энергетических источников, отсутствие разработанной технологии и т.д.) эксплуатировать в настоящее время нецелесообразно.

*Минеральное сырье*, используемое современной промышленностью, делится на металлическое (рудное), неметаллическое и горючее (нерудное). К металлическим полезным ископаемым относятся руды, из которых извлекаются металлы, используемые промышленностью. К неметаллическим полезным ископаемым относятся минералы и минеральные агрегаты, обладающие природными техническими свойствами. В группу горючих входят месторождения каменного угля, нефти, газа, горючих сланцев.

*Промышленные типы* рудных месторождений выделяются по основному извлекаемому металлу (табл. 1.1). Он может быть представлен различными минеральными видами, встречаться в разных минеральных формах и парагенезисах.

## Виды рудных полезных ископаемых

Главные виды природных ископаемых	Основные компоненты	Попутные полезные компоненты	Главные минералы
Черные металлы	Железо	Ti, V, Cr	Магнетит, гематит, гетит, сидерит
	Марганец	Fe, Cu	Пиролюзит, псиломелан, браунит
	Хром	Fe, Mg, Al, Zn	Хромит
	Ванадий		Карнотит, ванадинит
Цветные металлы	Медь	Fe, Pb, Zn, Mo	Халькопирит, борнит, халькозин
	Свинец	Au, Ag,	Галенит, церуссит, буланжерит
	Цинк	In, Tl, Ga, Ge	Сфалерит, смитсонит, вюрцит
	Никель	Pt, Cu	Пентландит, никелин
	Кобальт	Ag, Bi, U	Кобальтин, скуттерудит
Редкие и редкоземельные металлы	Тантал и ниобий	Sn, W, U, Sc	Танталит-колумбит, пирохлор, лопарит
	Олово	Ta, Nb, Ga,	Касситерит, станнин
	Молибден и вольфрам	Re, Sc	Молибденит, вольфрамит, шеелит
	Цирконий и гафний	Gf	Циркон, бадделеит
	Бериллий	Li, Rb, Cs	Берилл, фенакит, хризоберилл
	Титан	Fe, Nb,	Ильменит, рутил, лопарит
	Алюминий	V, Ga	Бемит, гиббсит, диаспор
Радиоактивные металлы	Уран	Th, TR, Zr, Pb	Уранинит, урановые смолка и слюдки
	Торий	U, Pb	Торит, торианит, монацит
Благородные металлы	Золото	Ag, Pd	Электрум, самородное золото
	Серебро	Au, Cu	Аргентит, интерметаллиды
	Платина	Ir, Os, Ru	Самородные платиноиды, поликсен, интерметаллиды

Классификация нерудного сырья основана на сферах его применения (табл. 1.2).

Таблица 1.2

### Неметаллические полезные ископаемые

Типы полезных ископаемых	Руды
Минерально-каменные	Огнеупоры, вяжущие материалы, сырье для фарфора, фаянса, керамики
Горно-технические	Барит, сера, гипс, тальк, графит, алмаз, ювелирные и поделочные камни, оптическое и пьезооптическое сырье, красители, пигменты
Горно=химические	Борные, соляные, магниевые, хлорные, содовые, азотные, сернокислотные, агрохимические, пищевые
Минеральные воды	Гидрокарбонатные, сульфатные, хлоридные
Керамическое сырье	Глины, полевые шпаты, волластонит, магнезит, брусит
Строительное сырье	Гипс, ангидрит, карбонатные породы, жильный кварц, кварциты, песчаники, песок, гравий.

## 1.2. Основные параметры месторождений полезных ископаемых

Каждое месторождение, на котором проводятся технологические исследования, характеризуется комплексом параметров, получаемых в результате последовательной детализации геолого-разведочных работ. К наиболее существенным из них относятся:

- Генетический тип месторождения.
- Категория сложности месторождения.
- Кондиции.
- Запасы руды.

### *Генетические типы месторождений*

*По условиям образования* месторождения полезных ископаемых делятся на магматогенные, метаморфогенные и осадочные (седиментогенные). Магматогенные месторождения формируются из жидких магматических расплавов, метаморфогенные – при преобразовании всех ранее существовавших горных пород под действием температуры, давления

и гидротермальных растворов. Среди магматогенных месторождений наиболее контрастными технологическими свойствами различаются собственно магматические, пегматитовые и гидротермальные месторождения. Осадочные месторождения образуются под действием экзогенных процессов в результате дифференциации вещества разрушаемых горных пород. Месторождения каждого генетического типа характеризуются особыми условиями содержания полезного ископаемого, формой, вещественным составом рудных тел, комплексом полезных и вредных примесей. Эти особенности определяют методику геолого-разведочных работ, опробования и подсчета запасов, а также комплекс технологических исследований.

Генетический тип месторождения опосредованно влияет на комплекс технологических исследований, так как для каждого из них характерны определенной сложности рудные тела, изменчивость содержаний полезного компонента и других параметров. Собственно магматические месторождения, как правило, имеют объемные рудные тела с постепенным снижением содержаний полезного ископаемого. Границы рудных тел у них определяются по бортовому содержанию. Пегматитовые и гидротермальные магматогенные месторождения характеризуются рудными телами с четкими границами, обладают зональным строением и нуждаются в максимально полном опробовании. Для них характерны разнообразие минеральных форм полезного ископаемого и вариации его свойств. В отличие от них метаморфогенные месторождения характеризуются линейными рудными зонами, вытянутыми вдоль зон термической активизации. Вариативность содержаний полезного ископаемого здесь высокая. Если для магматогенных месторождений достаточно сравнительно редкой сети технологического опробования, то для метаморфогенных месторождений сеть опробования сгущается. Осадочные месторождения полезных ископаемых отличаются относительной простотой геологического строения, выдержанными по мощности пластовыми и линзовидными телами и низкой вариативностью

содержаний полезного ископаемого. На этих месторождениях используют минимальный комплекс технологических исследований.

В соответствии с инструкцией Государственной комиссии по запасам (ГКЗ) месторождения полезных ископаемых *по сложности геологического строения* делятся на *четыре* категории. Критериями этой классификации являются морфология и размеры рудных тел, интенсивность тектонических нарушений и интенсивность вариативность содержаний полезных ископаемых (табл. 1.3).

*Таблица 1.3*

Основные характеристики групп месторождений полезных ископаемых по сложности геологического строения

№ группы	Краткая характеристика группы	Запасы	Коэффициент вариации содержаний	Технологические исследования
1	Простое строение с рудными телами устойчивой мощности	A, B, C <sub>1</sub> , C <sub>2</sub>	20-40	Минимальные
2	Осложненное строение с нарушениями залегания	B, C <sub>1</sub> , C <sub>2</sub>	40-100	Достаточно простые
3	Сложное геологической строение с рудными телами изменчивой мощности	C <sub>1</sub> , C <sub>2</sub>	100-150	Сложные
4	Очень сложное строение, нарушенное залегание рудных тел	C <sub>2</sub>	>150	Детальные и дорогостоящие

*Размеры месторождения* исчисляются в пределах контуров подсчета запасов полезного ископаемого, в том числе забалансовых. По размерам и запасам полезного ископаемого месторождения делятся на *уникальные, крупные, средние и мелкие*.

*Кондиции* – это совокупность требований к качеству минерального сырья и предельные значения геолого-технологических параметров месторождения, при которых возможна экономически выгодная отработка его с учетом современном состоянии технологий добычи и обогащения.

Кондиции разрабатываются в соответствии с едиными принципами подсчета и учета запасов полезных ископаемых и инструкциями Государственной комиссии по запасам (ГКЗ). Различают кондиции *временные и постоянны*/ Временные кондиции для месторождения разрабатываются. с целью предварительного подсчета запасов. Постоянные кондиции используются для оконтуривания и подсчета запасов, составления технико-экономического обоснования (ТЭО) и проектирования горнодобывающих предприятий. Кондиции и ТЭО подлежат экономической и экологической экспертизе. Кондиции месторождений различаются параметрами. Основными параметрами являются бортовое содержание основного металла, минимально-промышленное содержание, минимально допустимая мощность рудных тел и максимально допустимая мощность интервалов с низким (ниже бортового) содержанием полезного компонента. Кроме основных параметров, как правило, используется целый ряд дополнительных параметров, характерных для определенного типа полезных ископаемых. К ним относятся, например, минимальный коэффициент рудоносности, предельный коэффициент вскрыши, максимально допустимое содержание вредных примесей и другие.

*Бортовое содержание* основного металла – это минимальное содержание в пробах, при которых они могут быть включены в продуктивный контур. Бортовое содержание составляет обычно 0,5-0,6 от минимально промышленного. На основе бортового содержания проводят оконтуривание изолированных рудных тел, месторождений и рудных полей.

*Минимально-промышленное содержание* является предельно низким содержанием полезного компонента в эксплуатационном блоке, которое обеспечивает целесообразность его отработки. Минимально промышленное содержание это комплексный показатель, учитывающий соотношение затрат и прибыли. Оно используется для разделения балансовых и забалансовых запасов руды на месторождении. Минимально промышленное содержание рассчитывают для эксплуатационных блоков по формуле:

$$M_{\text{п}} = \frac{(A + B + D) 100}{C_{\text{м}} K_{\text{изв}} K_{\text{р}}}, \quad (1.1)$$

где А – затраты на разведку:  
 В – затраты на добычу и переработку:  
 D – плановая прибыль:  
 C<sub>м</sub> – цена за тонну металла:  
 К<sub>изв</sub> – коэффициент извлечения:  
 К<sub>р</sub> – коэффициент разубоживания.

**Максимально допустимая мощность** интервалов с низким содержанием полезного ископаемого обеспечивает экономическую целесообразность их отработки. Включение таких интервалов в эксплуатационный блок понижает среднее содержание, но оставляет его отработку в пределах экономической целесообразности.

**Минимально допустимая мощность рудных тел** также обусловлена экономической целесообразностью отработки.

**Запасы.** В России запасы минерального сырья делятся на две основных группы балансовые и забалансовые. Балансовые отвечают промышленным кондициям, а забалансовые – нет. В зависимости от степени разведанности месторождения и горно-технических условий разработки различают четыре категории запасов: А, В, С<sub>1</sub>, С<sub>2</sub>. Для прогнозных запасов используют категории Р<sub>1</sub>, Р<sub>2</sub>, Р<sub>3</sub>. При этом для запасов категории <<С<sub>2</sub>>> должны быть установлены общие закономерности пространственного распределения и количественные соотношения природных руд, для запасов категории <<В>> должны быть оконтурены и пространственно геометризованы технологические типы руд, а для запасов категории <<А>> – оконтурены технологические типы и сорта руд.

Эксплуатируемые в настоящее время месторождения черных металлов обычно характеризуются крупными размерами, большими запасами и достаточно равномерным распределением металлов в рудах. Руды этих месторождений чаще массивные, содержат ограниченное количество индивидуализированных рудных минералов, которые отличаются достаточно

высокой твердостью и плотностью. Для этих руд наиболее эффективны магнитные и электрические способы обогащения.

Месторождения цветных металлов имеют ограниченные размеры, комплексную рудоносность, сравнительно сложное строение и неравномерное распределение содержаний металлов. Рудные тела этих месторождений чаще линзовидные и жильные, содержат многочисленные, легко окисляемые минералы. Разнообразие минеральных форм с изменчивыми свойствами, а также высокая вариативность содержаний металлов требуют детального изучения руд, сложной технологической схемы обогащения и существенных затрат на доводку концентратов.

Месторождения редких и радиоактивных металлов характеризуются небольшими размерами, вкрапленными рудами многокомпонентного состава с низкими содержаниями металлов. Технологические исследования связаны с исследованиями проб большого объема. Для этих месторождений разрабатываются сложные технологии доводки концентратов.

Месторождения благородных металлов. Драгоценные металлы добываются, главным образом, из россыпных месторождений. В силу своей высокой плотности, в 5-10 раз превышающей плотность сопутствующих минералов, они концентрируются в отложениях временных и постоянных водных потоков. Значительная доля месторождений связана с погребенными руслами рек. При технологических исследованиях используются гравитационные методы выделения драгоценных минералов.

Технологический процесс освоения месторождений полезных ископаемых включает несколько последовательных циклов: геологоразведочные работы, добычу, обогащение и эксплуатационную разведку. Геологоразведочные работы делятся на этапы поисков, оценки, разведки и освоения. Технологическая минералогия является одним из действенных инструментов, обеспечивающих успешное решение задач каждого этапа.

### 1.3. Геологоразведочные работы

Объем геологоразведочных работ определяется масштабами месторождения. На крупных месторождениях они включают полный комплекс: поисково-оценочный этап и все стадии этапа разведки и освоения месторождения, а на мелких и, особенно нерудных месторождениях, освоение месторождения возможно сразу после поисково-оценочной стадии. Во всех случаях, в результате последовательного изучения месторождения на всех стадиях геологоразведочных работ перед технологическими исследованиями накапливается базовый материал по геологическому строению, составу горных пород, вещественному составу руд и свойствам минералов. На поисково-оценочном этапе определяется генетический тип месторождения, минеральные ассоциации и контуры плоскостной модели месторождения. На стадии разведки производится оконтуривание и геометризация основных рудных тел, выделение природных рудных тел по минеральному составу, составляется баланс распределения полезных компонентов по минералам и дается предварительная оценка качества минерального сырья составляется технико-экономическое обоснование для проведения дальнейших исследований. В процессе технологических исследований рассчитываются временные кондиции, варианты бортового и минимально-промышленного содержания, проводятся опыты по обогащению руд, выделяются технологические сорта руд. и составляется объемная модель месторождения, на которую выносятся данные по обогатимости всех технологических типов руд. Очевидно, что решение этих задач базируется прежде всего на свойствах минералов и минеральных ассоциаций. Роль технологической минералогии усиливается по мере увеличения детальности геологоразведочных работ и на конечных этапах эта роль становится преобладающей. Затраты на технологические исследования во многом зависят от детальности и достоверности материалов всех этапов изучения месторождения полезного ископаемого.

## **1.4. Минералогическое картирование и моделирование месторождений полезных ископаемых**

Минералогическое картирование является одним из основных и эффективных методов изучения месторождений полезных ископаемых.

Целью минералогического картирования месторождения является изучение:

1. состава минеральных ассоциаций в пределах рудного поля, закономерностей пространственного распределения их по простиранию и на глубину, генетической связи с оруденением;
2. горизонтальной и вертикальной зональности в распределении оруденения;
3. свойств типоморфных минералов, сопутствующих оруденению и расчеты их корреляционных связей с оруденением.

Минералогическое картирование месторождения проводится на топографической основе с точной привязкой места отбора минералогических проб. Для описания результатов картирования предварительно разрабатывается унифицированная легенда и знаковая система значимости каждого признака, выраженная в баллах. При этом набор картируемых признаков ограничен минералами и их свойствами, которые находятся в значимой корреляционной связи с содержанием рудных компонентов. Кроме того, картируемые признаки должны быть достаточно изменчивы и иметь широкое распространение.

Чаще всего элементами минералогического картирования являются:

1. структуры и текстуры руд;
2. Прямые и косвенные признаки оруденения;
3. состав и свойства рудных минералов;
4. состав и свойства типоморфных минералов;
5. признаки окисления и метаморфизма руд.

Картируемые признаки могут быть макроскопически видимыми или определяться при лабораторных исследованиях (в шлифах, полировках, в результате химических или других видов анализа).

По результатам геологических и минералогических исследований проводится геометризация рудных тел в пространстве и оконтуривается месторождение.

**Оконтуривание** – построение контуров и определение границ рудного поля, месторождения или рудного тела в пространстве. В пределах месторождения оконтуриваются природные и технологические типы руд, эксплуатационные блоки и категории запасов. Оконтуривание проводится по данным опробования естественных обнажений, горных выработок и буровых скважин. Оконтуривание может быть проведено по крайним рудным телам, по бортовым содержаниям или по минеральному составу. Различают контуры **промышленный и сортовой**. Промышленный контур разделяет промышленные и непромышленные участки месторождения, балансовые и забалансовые запасы, а сортовой – природные или технологические типы руд, участки с различным содержанием полезного ископаемого или с различными показателями обогатимости.

Оконтуривание может быть проведено тремя способами:

1. По непосредственным пересечениям рудных тел горными выработками.
2. Методом интерполяции.
3. Методом экстраполяции.

В первом случае месторождение ограничивается нулевым контуром. Во втором случае границу рудного поля проводят между двумя крайними скважинами, одна из которых пересекла рудное тело, а другая – нет. Это внутренний контур. Метод экстраполяции используется для создания внешнего контура за пределами горных выработок. Нижняя граница рудных тел опускается на  $1/2$  или на  $1/4$  от длины их по простиранию в горизонтальной плоскости. Основанием для экстраполяции служат геофизические данные и особенности геологического строения.

Контуры границ проводятся как в горизонтальных (на планах), так и вертикальных проекциях (геологических разрезах).

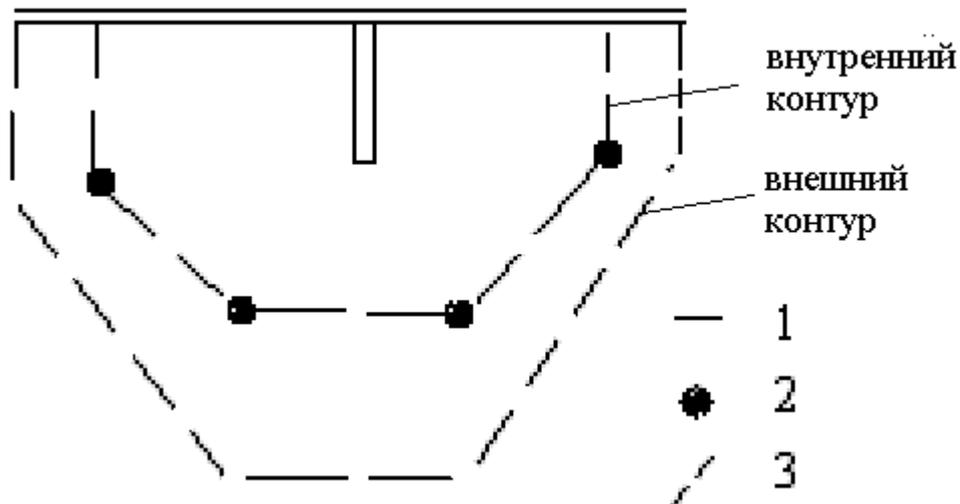


Рис.1.1. Оконтуривание месторождения по геологическому разрезу

Условные обозначения:

1. горные выработки, 2 – пересечения рудного тела скважинами, 3 линии оконтуривания.

Чаще всего оконтуривание производится по бортовому или минимальному содержанию, реже по минимальной мощности рудных тел, минимальному коэффициенту рудоносности или по величине метропроцентов.

Оконтуривание позволяет ограничить в пространстве участки месторождения, экономически выгодные для отработки.

По результатам минералогического картирования составляется карта – образно знаковая модель горизонтальной поверхности или горизонта месторождения, отражающая закономерности пространственного распределения рудных и типоморфных минералов. Минералогическая карта представляет собой плоскостную модель месторождения.

Моделирование месторождений является одной из основных задач геологических и минералого-технологических исследований. Моделирование позволяет графически представить основные элементы геологического строения месторождения, масштабы оруденения, параметры рудных тел и месторождения, положение их в пространстве, отразить систему буровых

скважин и горных выработок, а также результаты минералогического и технологического опробования.

Моделирование месторождений – это процесс создания геометрических образов (карт, планов, разрезов и т. п.) или математических выражений, иллюстрирующих наиболее существенные черты и характеристики месторождения. Геометрическая модель служит основой для решения задач разведки, планирования горных работ, обоснования кондиций и подсчета запасов.

Моделирование месторождений начинается с накопления первичных данных и вынесения этих данных на топографическую основу. Первоначально используется *двумерная модель*. Она состоит из комплекта графической документации, отражающей накопленные сведения о месторождении. По мере изучения месторождения графическая модель пополняется данными разведки, ее контуры и строение уточняются и кроме исходных данных на нее выносятся результаты математической обработки, отражающие аналитические и вероятностные зависимости в размещении форм и свойств залежей в пространстве. Графическое моделирование представлено геологическими, минералогическими и структурными планами, разрезами, минералого-технологическими и технологическими картами.

В настоящее время получили развитие числовые *трехмерные* модели месторождений. Компьютерное моделирование синтезирует в себе геометрическую (графическую) и математическую составляющие моделирования. Оно трансформирует исходные данные из традиционной плоскостной формы в электронный вид. Компьютерная модель формируется с помощью программной реализации алгоритмов, связывающих числовые характеристики и геометрические элементы. Исходные данные вводят в компьютер с клавиатуры в соответствии с заранее разработанной структурой базы данных, которая представляет собой матрицу взаимосвязанных характеристик. Графические документы (карты, разрезы) сканируются, а полученные их растровые изображения векторизуются (оцифровываются).

База данных дифференцируется по тематическим информационным слоям. Моделирование начинается с создания геологоразведочной модели, которая отражает пространственное размещение первичных задокументированных данных о месторождении. Эта модель является фактографической и базовой для формирования других моделей – картографической, каркасной или блочной. Компьютерное моделирование позволяет использовать специальные программные средства и информационные системы для обработки и анализа информации, различных расчетов и оценок.

На конечной стадии геолого-разведочных работ с помощью методов технологической минералогии переходят от геологической модели месторождения к технологической. На этой модели вместо природных рудных тел выносятся контуры технологических типов и сортов руд, вместо содержаний полезного компонента – средние содержания по эксплуатационному блоку и прогнозный коэффициент извлечения.

### **1.5. Технологии добычи и обогащения**

Методы добычи полезного ископаемого может быть *механическими* или *геотехнологическими*. Механический метод предполагает использование буровзрывных работ и комплекса горных машин (экскаваторы, бульдозеры, железнодорожный или автомобильный транспорт и др.). При геотехнологическом методе полезное ископаемое в естественном положении с помощью химических реагентов или теплоносителей превращают в легко подвижное жидкое или газообразное состояние и по скважинам извлекают на поверхность. Этим методом могут добываться только те полезные ископаемые, у которых температура плавления, диссоциации или возгонки рудных минералов ниже, а растворимость в воде, растворах кислот или щелочей выше, чем у минералов вмещающих горных пород.

Механический способ добычи предусматривает добычу полезных

ископаемых с помощью горных выработок: траншей и карьеров при открытой добыче и шахт и штолен – при подземной добыче. При использовании геотехнологического метода добычи рудные тела геометризуются, опробуются и отрабатываются с помощью буровых скважин. Каждый из методов добычи обладает своими преимуществами и недостатками.

В процессе добычи полезного ископаемого методы ТМ используются прежде всего для контроля качества добываемой руды, соответствия его данным разведки, мониторинга запасов и для создания единой для месторождения товарной руды усредненного качества.

Подготовка руды к сепарации (разделение рудных и нерудных минералов) начинается с рудоподготовки, которая включает дробление и измельчение руды с последующей классификацией на фракции определенного размера обломков. Классификация крупных обломков обычно *ситовая*, а мелких – *гидравлическая*. Обогащение руды (выделение в концентрат рудных минералов) проводится по схемам, содержание которых зависит от технологических свойств и контрастности минералов. К наиболее распространенным элементам схем являются магнитные и электрические сепараторы, концентрационные столы и отсадочные машины. Практически всегда в схему включаются флотационные машины. Для россыпных руд в схемах преобладают концентрационные установки, так как их минералы высоко контрастны по плотности. Для обогащения магнетитовых руд применяют мокрую магнитную сепарацию. Комбинированные схемы обогащения позволяют проводить более сложное разделение и получать сразу концентраты нескольких металлов.

Технологии получения концентрата рудных минералов из природного минерального сырья представляют собой цепочку последовательных производственных процессов. Руда извлекается из недр, дробится на куски разной величины, затем измельчается, классифицируется на фракции определенного размера и подается на разделительные агрегаты (сепараторы).

Каждый из сепараторов разделяет измельченную руду по одному из технологических свойств: плотности, магнитным и электрическим свойствам, гидрофильности и олеофильности, гидрофобности и олеофобности, люминесценции, радиоактивности или даже по оптическим свойствам минералов. По результатам сепарации из природного минерального сырья получают концентраты рудных минералов, промпродукты для глубокой переработки и отходы (хвосты).

Схемы обогащения составляются отдельно для каждого технологического типа руд на месторождении, в отчете сопровождаются пояснительной запиской и оформляются графически. Примером таких схем могут служить последовательность технологических операций при переработке медной (рис. 1.2) и золотосодержащей сульфидной руды Березовского рудоуправления. (1.3). На первой, достаточно условной, указываются только последовательность разделения медной руды на технологические типы (окисленная, сернистая и самородная) и сорта (крупный богатый, мелкий и бедный), а на второй, более детальной, показана последовательность операций, используемое оборудование и технологические параметры классификаторов

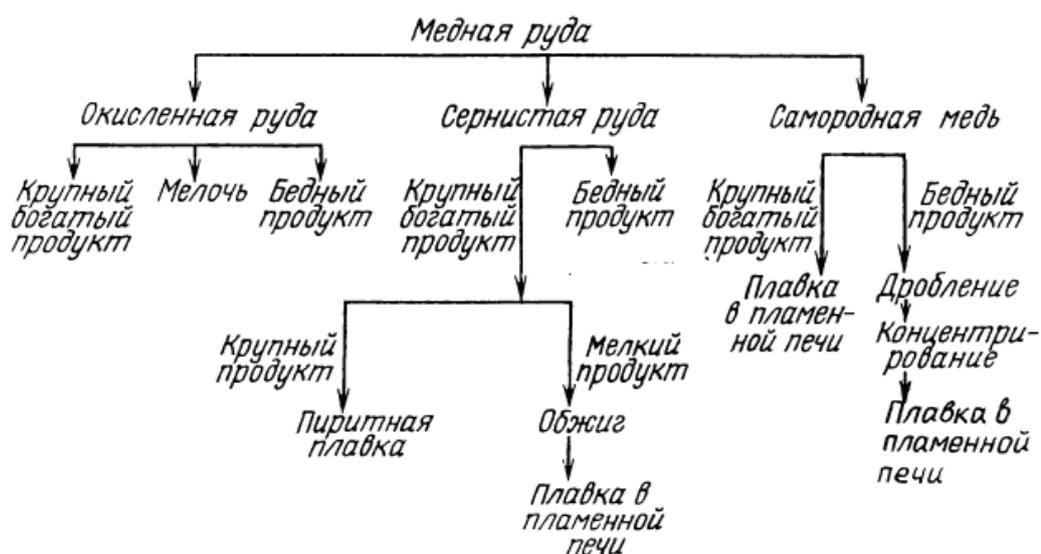


Рис.1.2. Принципиальная схема обогащения медной руды.

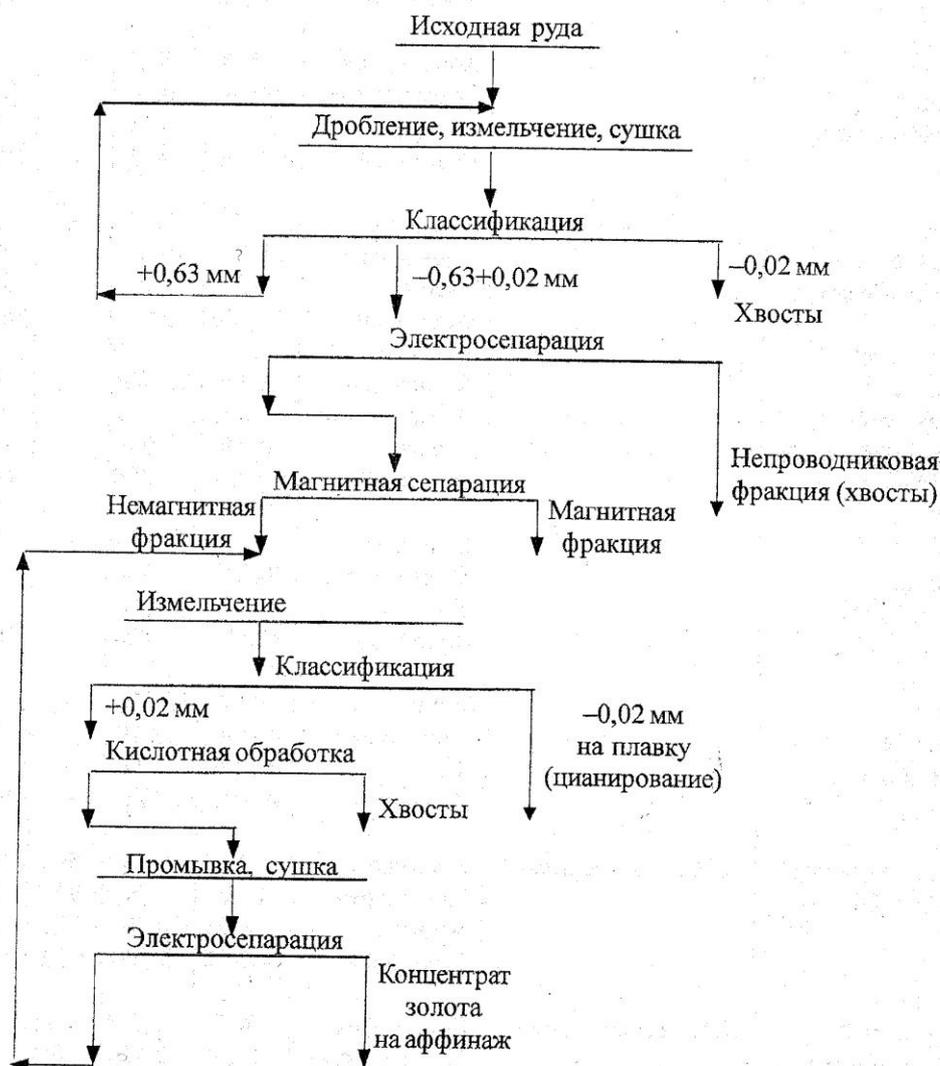


Рис. 1.3. Схема технологической цепочки обогащения руд Березовского золоторудного месторождения

Как видно из приведенной схемы, золотоносная руда измельчается до фракции  $-0,63$  мм, сепарируется на электро-и магнитосепараторах, после чего обрабатывается кислотами.

Методы технологической минералогии на стадии обогащения используются для контроля работы оборудования, качества дробления, классификации и сепарации, а также для отработки оптимальных режимов сепарации, флотации и концентрации. Основной задачей является контроль за тониной помола, раскрытием рудных минералов и обеспечение максимального извлечения рудных компонентов.

## 1.6. Типизация руд

Типизация руд на месторождении проходит в два этапа. На этапе поисково-оценочных работ по мере изучения месторождения устанавливаются природные типы руд. На этапе разведки и подготовки месторождения к эксплуатации природные типы руд заменяются технологическими типами.

Согласно СТО Рос Гео 09-002-98 к *природным типам руд* относятся геологические тела, выделяющиеся в пространстве и обладающие устойчивым вещественным составом, определенными структурно-текстурными особенностями и физико-химическими свойствами. На стадиях геолого-разведочных работ на каждом месторождении выделяются

1. *природные типы руд;*
2. *природные подтипы руд;*
3. *природные разновидности руд.*

Природные типы руд характеризуются относительно устойчивым минеральным составом, близкими структурно-текстурными и физико-химическими свойствами, а также условной пространственной обособленностью. Они выделяются по результатам геолого-минералогического картирования и моделирования месторождений. При этом используются различные классификационные признаки. В одних случаях сначала используют текстурные признаки и выделяют сплошные и вкрапленные руды, в других - сразу классифицируют по минеральному или даже по геохимическому составу. При содержании в рудах нескольких металлов (выше бортового) природная типизация осуществляется по их количественному соотношению. Количество природных типов руд зависит от масштабов месторождения, разнообразия и стадийности рудообразования. Так на крупнейшем в мире Норильском месторождении выделяется два типа руд: сплошные и вкрапленные, дальнейшее деление руд осуществляется по минеральному составу, всего около 10 подтипов. На Волковском

месторождении руды выделяются по содержанию металлов: железо-ванадиевые, медно-железо-ванадиевые и медные. Для разделения на подтипы геологи часто используют вмещающие горные породы. На приповерхностных месторождениях, как правило, дополнительно используют типизацию руд по степени окисления. Выделение природных разновидностей руд производится по дополнительным признакам степени окисления, присутствию примесных элементов и др.

**Технологические типы руды** выделяются по результатам минералоготехнологического картирования и моделирования месторождения. Основными критериями для их выделения являются технологические свойства руды: дробимость и измельчаемость, раскрываемость рудных зерен, контрастность свойств и эффективность их выделения в концентрат. Каждый технологический тип руды обрабатывается селективно и обогащается по отдельной схеме. Технологический тип руды может соответствовать природному типу или включать несколько природных типов. Сорты технологических типов руд выделяются по показателям обогатимости, получаемым по единой технологической схеме. Подготовка определенных сортов технологической руды производится с использованием шихтовки. Шихтовка – смешивание различных сортов руды для повышения ее обогатимости и соответствия определенному стандарту.

На этапе разведки и освоения месторождения используют:

- 1. технологический тип руды;**
- 2. разновидности технологических типов руды;**
- 3. сорта технологической руды.**

На стадии добычи и переработки оперируют понятиями:

- 1. <<руда в недрах>>.**

<<Руда в недрах>> представляет природный агрегат минералов, находящихся в относительном равновесии со средой, горным давлением и ‘соседями’ по агрегату. Равновесие предусматривает отсутствие свободных энергетических связей на контактных

поверхностях зерен минералов.

2. <<**сырая руда**>> – это руда, извлеченная из целика. Чаще всего она извлекается из недр с помощью взрыва и поэтому представляет собой кусковатый агрегат. Сырая руда обладает рядом отличительных особенностей:

это уже не природный, а технологический агрегат;  
-куски руды ограничены свежими разрывными поверхностями с некомпенсированными энергетическими зарядами;  
вновь образованный агрегат неравновесный, в нем возникают электрохимические и окислительные реакции различной интенсивности. Наиболее активны они в сульфидных рудах, содержащих S, As, Sb, Pb, Cu, Hg.

Содержание полезных компонентов в сырой руде ниже из-за попадания в руду обломков горных пород. Зависимость между содержаниями в руде в целике и сырой руде соответствует формуле

$$A_{\text{сыр.}} = A_{\text{недр.}} (1 - K_p), \dots\dots\dots(1.2)$$

где  $A_{\text{сыр.}}$  - содержание металла в сырой руде;

$A_{\text{недр.}}$  – содержание металла в недрах;

$K_p$  – коэффициент разубоживания.

Потери руды в процессе добычи рассчитываются для эксплуатационных блоков

$$П = Б(Д - В), \dots\dots\dots(1.3)$$

где  $П$  – потери руды в т;

$Б$  – величина погашенных балансовых запасов, т;

$Д$  – количество добытой рудной массы, т;

$В$  – количество разубоживающей горной породы.

3. <<**товарная руда**>> – это технологический минеральный агрегат, подготовленный к обогащению или продаже на рынке. По минеральному и химическому составу, а также по содержанию металла, вредных и полезных примесных элементов он должен соответствовать отраслевому стандарту. В качестве примера приведем состав хромовой руды для изготовления огнеупоров Донского ГОКа (ТУ 14-9-102-76) (табл.1.4).

## Состав хромовой руды для огнеупоров

Химический состав	ДХ-2-0	ДХ-2-1	ДХ-2-2
$\text{Cr}_2\text{O}_3$	>59.0	50.0	45.0
$\text{SiO}_2$	<6.5	8.0	8.0
$\text{FeO}$	<14.0	14.0	14.0
$\text{CaO}_2$	<1.0	1.0	1.3

Нормализации и стандартизация минерального и химического состава товарной руды достигается методами усреднения.

При подсчете запасов и оценке качества используют классификацию по экономической ценности руды:

1. *промышленный типы руды;*
2. *категории руды;*
3. *сорта руды (богатые, рядовые, бедные и убогие).*

### Контрольные вопросы

1. Обоснуйте необходимость использования методов ТМ при геолого-разведочных работах.
2. Поясните роль ТМ при добыче полезных ископаемых.
3. Каковы основные параметры месторождений полезных ископаемых?
4. Как проводится оконтуривание рудного поля?
5. В чем различие между природным и технологическим типами руд?

## ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАНИЯ ВЕЩЕСТВЕННОГО СОСТАВА РУД

### 2.1. Минеральный состав рудных тел

Сложность и качество технологических исследований, а также подтверждение их результатов в процессе добычи и обогащения во многом определяется параметрами рудных тел. Рудное тело представляет собой участок месторождения с повышенной концентрацией полезного ископаемого. Рудные тела на месторождении характеризуются:

1. морфологией;
2. размерами;
3. пространственной ориентацией;
4. минеральным составом;
5. содержанием полезного ископаемого.

Рудное тело может быть ограничено в пространстве контактными плоскостями, за которыми изменяется минеральный парагенезис и содержание полезного ископаемого резко падает, или условными границами при постепенном снижении содержания. В зависимости от генетической природы месторождения формы рудных тел и их размеры существенно различны. В настоящее время (Инструкция ГКЗ) выделяется четыре типа рудных тел:

1. Пластообразные;
2. Изометричные;
3. Трубообразные и столбообразные;
4. Сложной формы.

Каждый тип рудных тел обладает своими технологическими характеристиками. Так, рудные тела первого и второго типов наиболее выдержаны по простиранию и мощности. Их руды отрабатываются с минимальным разубоживанием. Минеральный состав таких рудных тел достаточно устойчивый. Рудные тела 3-4 типов представлены минералами вариативного состава и свойств, из-за небольших размеров они не пригодны

для селективной выемки, их руды при добыче сильно разубоживаются вмещающими горными породами.

Пространственная ориентировка рудных тел фиксируется элементами залегания и геометризацией на графических моделях. По глубине залегания относительно земной поверхности среди них выделяются *открытые и слепые* рудные тела.

Рудные тела неоднородны по структуре, текстуре и минеральному составу. Вариативность этих параметров руды зависит от генезиса месторождения, условий кристаллизации и интенсивности процессов перекристаллизации и замещения одних минералов другими. Рудные тела магматического типа могут быть достаточно однородны по минеральному составу, а для гидротермальных и метасоматических рудных тел характерна зональность состава. Это определяет детальность технологических исследований на месторождении. Чем выше вариативность параметров руды, тем детальнее должно быть технологическое опробование, тем выше вероятность ошибки в оценке качества руды. Рудные тела по минеральному составу могут быть *моно- и полиминеральные*. Мономинеральные рудные тела встречаются на месторождениях черных металлов и некоторых других полезных ископаемых. Руды цветных, редких, радиоактивных и благородных металлов полиминеральны. В них рудный минерал находится в виде вкрапленности среди породообразующих минералов (жильная масса) и содержание его в руде может варьировать от десятков процентов до тысячных долей процента. Минералы жильной массы могут содержать тонкую вкрапленность рудных минералов и в задачу минералога-технолога входит определение целесообразности дополнительных затрат на извлечение этой вкрапленности. Рудные минералы в основном представлены окислами и сульфидами элементов, типичных для определенных промышленных типов полезных ископаемых (табл. 2.1). Минералы жильной массы – это прежде всего, наиболее распространенные силикаты и алюмосиликаты, карбонаты и реже соли кислородных кислот.

Таблица 2.1

## Основные промышленные минералы руд

<b>Железо</b>	<b>Марганец</b>	<b>Хром</b>	<b>Ванадий</b>
Магнетит, Гематит Сидерит	Пиrolюзит Браунит Псиломелан	Хромит Хромпикотит	Карнотит Ванадинит Ванадиевый магнетит
<b>Медь</b>	<b>Свинец</b>	<b>Цинк</b>	<b>Никель</b>
Халькопирит Борнит Халькозин	Галенит	Сфалерит	Пентландит Никелин Пирротин
<b>Тантал-ниобий</b>	<b>Олово</b>	<b>Молибден- - вольфрам</b>	<b>Циркон</b>
Танталит-колумбит Пирохлор Лопарит	Касситерит Станин	Молибденит Вольфрамит Шеелит	Циркон Бадделейт
<b>Литий</b>	<b>Бериллий</b>	<b>Цезий-рубидий</b>	<b>Барий-стронций</b>
Сподумен Лепидолит	Берилл Фенакит	Поллуцит Лепидолит	Барит Целестин
<b>Алюминий</b>	<b>Магний</b>	<b>Титан</b>	<b>Кобальт</b>
Диаспор, бемит, гиббсит	Магнезит, доломит,	Ильменит, рутил, лопарит	Кобальтин, саффлорит

По содержанию полезного ископаемого руды делятся на богатые, рядовые и бедные (табл. 2.2).

Таблица 2.2

## Типы руд по содержанию полезного ископаемого

Руды	Богатые	Рядовые	Бедные
Железа, %	>50	50-30	<30
Хрома, %	>45	45=25	<25
Золота, г/т	>15	15-3	<3
Алмаза кар/т	>1	1-0,1	<0,1

При детальном минералогическом картировании рудных тел необходимо исследовать пространственные вариации морфологии, строения

и химического состава рудных минералов. Такие изменения связаны с закономерностями формирования рудных тел. Так например, на месторождениях касситерита в корневых частях рудных тел для касситерита характерны дипирамидальные кристаллы, для срединных – призматически-пинакоидальные, а для апикальных частей – наиболее поздние по времени образования призматически-дипирамидальные кристаллы. Вместе с морфологией кристаллов в касситеритах изменяются окраска кристаллов, а также состав и содержание примесей. Таким образом, необходимо учитывать, что на некоторых месторождениях технологические свойства рудных минералов могут изменяться даже в пределах одного рудного тела.

## 2.2 Технологические свойства минералов

На всем протяжении исследования и подготовки месторождений полезных ископаемых к эксплуатации изучается минеральный состав рудных тел и вмещающих горных пород. В зависимости от стадии изучения месторождения используют **диагностические, типоморфные или технологические** свойства минералов (табл. 2.3). По диагностическим свойствам минералы определяют, по типоморфным – находят, а по технологическим их разделяют в энергетических полях. Для определения минералов руд и вмещающих горных пород используется весь арсенал минералогических методов – от изучения морфологии кристаллов и зерен до структурных и спектроскопических исследований.

В процессе поисковых и разведочных работ основное значение имеют типоморфные свойства минералов. К типоморфным относятся свойства минералов руд, которые находятся в значимой (положительной или отрицательной) корреляционной связи с содержанием полезного ископаемого. Среди них различают **прямые и косвенные** типоморфные признаки оруденения. Прямые типоморфные признаки – это вкрапленность полезного ископаемого, косвенные – это свойства минералов, генетически

сопутствующих оруденению. Например, при поисках месторождений алмазов Якутии было использовано содержание в речных отложениях пирропа.

Свойства минералов руды изучаются с различной степенью детальности. Минералы, составляющие основу будущего концентрата, исследуются разносторонне, с применением всех видов анализа. Минералы жильной массы изучаются на уровне полуколичественного минералогического анализа с использованием табличных данных.

*Таблица 2.3*

Свойства минералов

Свойства минералов	Диагностические	Типоморфные	Технологические
Морфология	+	+	+
Цвет	+	+	+
Блеск	+	+	
Прозрачность	+		
Излом	+		
Спайность	+		+
Твердость	+		+
Плотность	+	+	+
Химический состав	+	+	+
Структура	+		+
Оптические свойства	+	+	
Люминесценция	+	+	+
Радиоактивность	+	+	+
Магнитные			+
Электрические свойства			+
Смачиваемость			+

Технологические свойства минералов делятся на поверхностные (морфология, цвет, блеск, излом, люминесценция, смачиваемость жидкостями) и объемные (прозрачность, твердость, плотность, магнитные и электрические свойства). Поверхностные свойства фиксируются датчиками на поверхности кусков руды, а объемные – поведением куска в энергетических полях.

Технологические свойства минералов наибольшее значение приобретают при подготовке месторождения к эксплуатации и расчетах эффективности той или иной схемы обогащения. Из приведенных в таблице 2.3 технологических свойств на практике чаще всего используются плотность, магнитностные и электрические свойства, люминесценция, радиоактивность и смачиваемость поверхности рудных зерен. Однако, в связи с тенденцией усложнения состава руд все чаще будут использоваться структурные и оптические свойства рудных минералов.

### ***Плотность минералов***

Плотность минералов относится к устойчивым свойствам и широко используется при их диагностике, выделении и разделении. Под плотностью понимают массу минерала в граммах объемом  $1 \text{ см}^3$ . Плотность минералов обусловлена их химическим составом и кристаллической структурой. Плотность минералов и кусков руды определяется методом гидростатического взвешивания. При взвешивании определяют массу образца в воздухе ( $m_1$ ) и массу образца в воде ( $m_2$ ). Плотность образца равна  $m_1/(m_1 - m_2)$ . Плотность чистых минералов обычно приближается к табличным значениям, а плотность кусков руды является средневзвешенной от плотностей всех слагающих руду минералов.

Плотность минералов вмещающих пород обычно составляет от 2,5 до 4 г/см<sup>3</sup>, а рудных – от 4,0 до 7,5 г/см<sup>3</sup>. Высокая контрастность свойства позволяет успешно использовать плотность для сепарации руд в процессах их гравитационного разделения.

К гравитационным процессам обогащения относятся промывка руды, классификация, сепарация, концентрация на столах и желобах, обогащение в тяжелых жидкостях и суспензиях. Сепарационной средой может быть вода, воздух, тяжелые жидкости и суспензии. Разделение частиц по гравитационным свойствам может осуществляться в вертикальном потоке жидкости, в потоке малой толщины на концентрационном столе, в шлюзах и винтовых сепараторах.

### ***Магнитные свойства***

По магнитным свойствам (магнитной проницаемости и магнитной восприимчивости) минералы делятся на 4 группы:

***Диамагнитные.***

***Парамагнитные.***

***Ферромагнитные.***

***Антиферромагнитные.***

К диамагнитным минералам относятся соли, оксиды, силикаты и другие минералы, не содержащие в своем составе парамагнитных ионов. К парамагнитным относятся минералы, содержащие атомы переходных элементов, а также ионы и радикалы с нечетным числом электронов: Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Tr и другие. Парамагнитные минералы в магнитном поле приобретают магнитный момент, пропорциональный напряженности поля. К ферромагнитным относятся минералы железа. Они обладают намагниченностью без наложения внешнего поля. Их намагниченность сохраняется в определенном температурном интервале. При нагревании выше точки Кюри ферромагнетики становятся парамагнетиками. К антиферромагнетикам относятся гематит, касситерит, турмалин, монацит, халькопирит, пирит, миллерит и другие сульфиды. Они становятся магнитными при нагревании выше точки Нееля. У миллерита она равна 150°C, у халькопирита – 825°C, а у гематита 953°C. Эта зависимость магнитных свойств от температуры используется при обогащении.

Магнитные свойства минералов колеблются в определенных пределах и зависят от изоморфных примесей, микровключений, степени окисления и других причин. Например, магнитная восприимчивость титанита увеличивается с ростом содержания марганца и железа, а микровключения магнетита увеличивают магнитные свойства парамагнетиков и диаманетиков. Разделение минералов руды в магнитном поле различной напряженности является одним из наиболее используемых методов сепарации.

### *Электрические свойства*

По электрическим свойствам, главным образом, электрической проводимости и диэлектрической проницаемости, минералы делятся на три категории: *проводники, полупроводники и диэлектрики*. К проводникам относятся металлы и минералы со свободно перемещаемыми электронами. Минералы-диэлектрики обладают ковалентной химической связью, у них нет свободных электронов проводимости.

Электрическая сепарация основана на различном поведении частиц минералов в электрическом поле. При этом используется несколько методов: электрическая сепарация в электростатическом поле с зарядкой разделяемых частиц на контакте с заряженной поверхностью, коронная сепарация в электрическом поле коронного разряда с зарядкой частиц ионизацией и коронно-электростатическая сепарация в комбинированном коронно-электростатическом поле. При этом конструкций электрических сепараторов достаточно много. Электростатическая сепарация применяется при разделении гематит-магнетитовых руд, обогащении полевошпатового сырья и кварца. Марганцевые руды поддаются обогащению электрической сепарацией в коронном режиме заряженных частиц и в режиме триболюминесценции.

### *Радиометрические свойства*

Радиометрическая сепарация относится к экологически чистым и низкозатратным методам промышленной сепарации руд. Она основана на регистрации естественной радиоактивности, отражении или пропускании гамма лучей рудами тяжелых металлов, а также искусственно вызванной радиоактивности руд. В арсенале радиометрии более 20 различных по физической основе методов (от гамма излучения до радиоволн). Для сепарации медно-никелевых и хромитовых руд используется радиорезонансный, вольфрамовых и свинцово-цинковых – рентгенорадиометрический методы, а бериллиевых – метод нейтронного облучения. Преимуществом радиометрических методов является

возможность крупно-кусовой сепарации руд. Она позволяет снизить разубоживание и сократить объем рудной массы, поступающей на фабрику. При крупнокусковой сепарации руда поступает в зону возбуждения и регистрации сигнала. При превышении сигнала заданного граничного значения блок анализа подает команду на исполнительный механизм, который выделяет часть руды.

### ***Свойства поверхности зерен***

По смачиваемости поверхности зерен водой различают гидрофильные и гидрофобные, а жиром – ***олеофильные и олеофобные*** минералы. Гидрофильные и олеофильные минералы легко смачиваются водой и жиром, а гидрофобные и олеофобные – плохо. Это свойство минералов используется для разделения их методом флотации. В воде, содержащей пузырьки воздуха, гидрофобные минералы прилипают к пузырькам и всплывают с ними на поверхность, образуя пену. Гидрофильные минералы легко смачиваются и тонут. Для разделения олеофильных и олеофобных минералов используются масляные суспензии. Олеофильные минералы прилипают к каплям масла в пульпе и всплывают на поверхность. Олеофобные минералы остаются в пульпе и уходят в хвосты. Флотационным методом разделяются лишь тонкозернистые (от 0,01 до 0,3 мм) промпродукты. В процессе флотационного обогащения применяются различные реагенты, с помощью которых регулируют процесс разделения минералов. К ним относятся ***регуляторы среды, модификаторы, депрессоры, коллекторы, пенообразователи***. Методом флотации обогащается 90 % руд редких и цветных металлов.

### ***Люминесцентные свойства***

Способность отдельных рудных минералов испускать видимый свет под воздействием различного рода излучений, нагревания или трения используется для их выделения из рудной массы. Воздействие на минерал может быть:

электромагнитное в оптическом диапазоне;

рентгеновское;  
тепловое;  
катодными лучами;  
лазерное.

Фотолюминесцентные сепараторы фирм “Фотон” и “Сортекс” позволяют фиксировать излучение определенной длины волны на движущейся ленте и с помощью сжатого воздуха снимать соответствующий кусок руды.

На практике, например, используется предварительная схема обогащения крупнокусковых флюоритовых и шеелитовых руд по интенсивности сигнала рентгенолюминесценции, а также способ извлечения алмазов из кимберлитовой руды по их голубой люминесценции в рентгеновских лучах.

Детальность изучения минерального состава руд и свойств минералов определяется задачами, стоящими перед исследователем. Для геолога, разведующего месторождение, важно определить содержание металла в руде и подсчитать его запасы на месторождении.

Для минералога-технолога необходимо как можно точнее определить свойства рудных минералов, чтобы успешно выделить их в энергетических полях. Эти свойства во многом зависят от явлений полиморфизма, политипии и изоморфизма в рудных минералах.

**Полиморфизм** - способность минералов одного химического состава давать различные кристаллические структуры. Например, окись титана имеет три структурных модификации – рутил (тетрагональная), брукит (ромбическая) и анатаз (тетрагональную). Ниобат натрия имеет четыре модификации (луешит, натрониобат, изолуешит и паулоабит). Полиморфные модификации часто не только имеют различные свойства (морфология, твердость), но и различные примеси. Например, гексагональный пирротин в 12 раз мягче моноклинного пирротина, имеет слабые магнитные свойства и содержит больше никеля. В литературе полиморфные модификации обозначаются или через отдельные названия, как

собственный минеральный вид, или с приставкой буквы греческого алфавита ( $\alpha$ -кварц и  $\beta$ -кварц).

**Политипия** описывает сдвиги или повороты отдельных структурных элементов минералов относительно друг друга при сохранении недеформированной структуры внутри этих элементов. Она особенно характерна для минералов слоистых структур, таких как слюды, молибденит, графит. Политипные модификации обозначаются цифрой и буквой латинского алфавита. Цифры обозначают количество слоев, а буквы – симметрию элементарной ячейки. Например, 2Н – двуслойная гексагональная элементарная ячейка, 2М – двуслойная моноклинная ячейка. Политипия влияет на процесс разрушения минерала при измельчении и определяет его поведение при флотации.

### **2.3. Методы исследования вещественного состава руд**

Для характеристики вещественного состава и качества руд используется весь комплекс минералогических, химических и радиометрических методов. Минеральный состав руд исследуется макроскопически в штуфах (образцах), микроскопически в шлифах (прозрачные минералы), аншлифах и искусственных брикетах (непрозрачные минералы). Для технологических исследований применяются, главным образом, протоочки рудных проб.

#### ***Минералогический анализ***

Минералогическая проба берется для определения содержания минералов в какой-либо структурно-текстурной разновидности руды и должна быть представительной. Масса ее зависит от структуры. Для мелкозернистой руды со средним размером зерен около 1 мм вес пробы должен быть около 2,5 кг, среднезернистой (зерна около 5 мм) – 5 кг, а крупнозернистой (зерна более 10 мм) масса минералогической пробы должна составлять около 10 кг. Кроме того, учитывается содержание аксессуарных

минералов. Так для ультраосновных пород с равномерным содержанием аксессуариев массу пробы берут около 2-3 кг, а в интрузивных породах кислого состава массу пробы увеличивают до 15 кг.

В зависимости от поставленных целей минералогический анализ может быть *неполный, полный и детальный*. При неполном анализе определяется содержание рудных минералов и минералов - спутников, при полном – всех минералов в пробе на уровне минеральных видов. При детальном минералогическом анализе определяются все минералы с детальным описанием типоморфных и технологических свойств.

По степени точности и способам определения минералов выделяются *полуколичественный, полуколичественный с повышенной точностью определения содержания рудных минералов и количественный минералогические анализы*.

Основную массу минералогических проб исследуют по схеме полуколичественного минералогического анализа с визуальным определением минералов и с подсчетом их содержания линейным способом.

Анализ проводят в следующем порядке:

1. Минералогическую пробу дробят до 3 мм, делают отмывку, сушат и взвешивают с точностью до 0,1 г.
2. Пробу отсеивают на сите с ячейкой 1 мм и каждый класс взвешивают.
3. Если масса класса – 1 мм превышает 10-15 г, то его квартуют методом кольца и конуса и для дальнейшего анализа отбирают среднюю пробу, массу которой вычисляют по формуле А. Ф. Ли

$$m = 35 d^3, \quad (2.1)$$

где m- масса средней пробы;  
d наибольший диаметр частиц в мм.

Навеска принимается за среднюю пробу. Однако, масса средней пробы корректируется по содержанию в пробе тяжелой фракции.

Навеска средней пробы делится в тяжелой жидкости на легкую и тяжелую фракции. Обе фракции промываются, сушатся и взвешиваются (табл. 2.4).

## Состав тяжелых жидкостей

Жидкость	Химическая формула	Плотность, кг/см <sup>3</sup>	Растворитель
Органические жидкости			
Бромформ	$\text{CHBr}_3$	2890	Этиловый спирт
Тетрабромметан	$\text{C}_2\text{H}_2\text{Br}_4$	2900	Ацетон
Иодистый метилен	$\text{C}_2\text{J}_2$	3320	Четыреххлористый углерод
Жидкость Клеричи	$(\text{CH}_2(\text{COOTI})_2 + \text{HCOOTI})$	4270	вода
Растворы солей тяжелых металлов			
Жидкость Туле	$\text{HgJ}_2 + \text{KJ}$	3200	вода
Жидкость Рорбаха	$\text{BaJ}_2 + \text{HgJ}_2$	3450	вода
Водные растворы солей металлов			
М-44	$\text{ZnJ}_2 + \text{BaJ}_2$	2900	вода
М-45	$\text{BaJ}_2 + \text{CdJ}_2$	2900	вода

5. Тяжелая фракция средней пробы с помощью магнита Сочнева (или электромагнитного сепаратора) делится на сильно магнитную, магнитную, сильно электромагнитную, электромагнитную и немагнитную фракции. Каждая фракция взвешивается.

6. Диагностика минералов каждой фракции по внешним признакам проводится под бинокулярным микроскопом. Если визуально определить минерал не удастся, отбирается монофракция минерала и проводится его диагностика любым доступным методом (оптическим, химическим или рентгеноструктурным).

7. Определение содержания минерала во фракции проводится линейным способом. С этой целью навеску фракции рассыпают на предметном столе дорожками, шириной в 1 зерно. В 3 дорожках определяют содержание минералов в пределах 200 зерен. Результат оценивается как среднее по 3 дорожкам.

8. Результаты подсчета минерального состава навески распространяем сначала на фракцию, а затем - на всю пробу.

9. Объемные проценты содержания минералов переводим в массовые, используя плотность минералов. Для этой цели М. П. Джонс (1991) рекомендует следующую формулу:

$$W = \frac{P_1 D_1 100}{D_m (100 - P_1) + P_1 D_1}, \quad (2.2)$$

где W – содержание измеряемого минерала в г;

$P_1$  – подсчитанный объем измеряемого минерала;

$D_1$  – плотность измеряемого минерала;

$D_m$  – средняя плотность других минералов в пробе, определяемая по формуле

$$D_m = \frac{P_2 D_2 + P_3 D_3 + P_x D_x}{P_2 + P_3 + P_x}, \quad (2.3)$$

где  $P_2, P_3, P_x$  – расчетные объемы других минералов,

$D_2, D_3, D_x$  – плотности других минералов в пробе.

В качестве примера приведем расчет массовых содержаний по результатам подсчета объемных содержаний искусственной пробы.

Массовая доля средней пробы 15 г. Она состоит на 25% из топаза, 50% - из борнита и 25% - из полевого шпата.

Плотность топаза 3,5 г/см<sup>3</sup>, полевого шпата 2,5 г / см<sup>3</sup> и борнита – 5 г/ см<sup>3</sup>.

Умножаем содержания минералов на их плотность.

Топаз 0,25 x 3,5 = 0,87, полевой шпат – 0,25 x 2,5 = 0,63. борнит – 0,5 x 5 = 2,5.

Сумма произведений 4.

Содержание топаза равно 0,87x 15/4 = 3,25 г.

Содержание полевого шпата равно 0,63 x 15/4 = 2,36 г.

Содержание борнита равно 2,5 x 15 = 9, 37 г.

### **Расчет статистических ошибок минералогических измерений ( по М.П. Джонсу, 1991)**

Результаты минералогического анализа должны проверяться расчетами

статистических ошибок Для расчета статистических ошибок при подсчете зерен минералов обычно используется биномиальное распределение.

Стандартное отклонение при этом распределении равно

$$B = \frac{pg}{N}, \quad (2.4)$$

где  $B$  – стандартное отклонение;

$p$  - количество зерен минерала,

$g = (1-p)$ ,

$N$  – число всех измеренных частиц.

Допустимая погрешность операций с минералами соответствует 95 % -ной границе достоверности ( $\pm 2\beta$ ). Допустимая абсолютная погрешность ( $e$ ) в этом случае равна

$$e = \pm 2 \sqrt{pg/N}, \quad (2.5)$$

Число частиц, которое необходимо подсчитать для получения заданной абсолютной погрешности ( $e$ ) на границе достоверности 95 % равно:

$$N = \frac{4pg}{e^2} \quad (2.6)$$

Относительная погрешность ( $E$ ) минералогических определений ( $p$ ) равна:  $E = e/p$ .

Число наблюдений, необходимых для получения заданной относительной погрешности на границе достоверности 95 % равно:

$$N = \frac{4g}{pE^2} \quad (2.7)$$

### ***Гранулометрический анализ***

Гранулометрический анализ используется для определения процентного содержания зерен минералов в классах различной крупности и установления массы каждого класса крупности. Для крупных фракций проб рассеивание проводят на наборе стандартных сит, а мелкие фракции классифицируют гидравлическим способом. Кроме того, в настоящее время для гранулометрического анализа разработаны телевизионно-оптические

системы, которые значительно облегчают труд минералога-технолога. При ситовом анализе отношения размеров отверстий смежных сит является модулем шкалы набора стандартных сит. В США и Англии размеры отверстий сит измеряются в мешах. Число меш равняется числу отверстий в линейном дюйме, то есть 25,4 мм сетки. В России используется метрическая шкала сит. Для минералогического анализа обычно используются сита с отверстиями 2,; 1, 0,5 и 0,25 мм. После рассеивания каждую фракцию пробы нумеруют относительно размера ячейки сита. Фракция крупнее обозначается знаком плюс (+), а мельче – знаком минус (-). Например, фракция – 1,0 + 0,5 мм.

Гидравлический способ гранулометрического анализа используется для тонкозернистых проб. Размер частиц при этом определяется по формуле Стокса, отражающей зависимость между величиной частиц и скоростью их осаждения в цилиндре с водой.

$$V = \frac{0.2 R^2 (P_1 - P_2) G}{M}, \quad (2.8)$$

где V- скорость осаждения частиц, см/сек;

R – радиус частиц, мм;

P<sub>1</sub> – плотность частиц, г/см<sup>3</sup>;

P<sub>2</sub> – плотность жидкости, г/см<sup>3</sup>;

M – вязкость;

G – ускорение силы тяжести.

При описании гранулометрического состава минералогических и технологических проб, а также проб промпродуктов, концентратов и хвостов целесообразно использовать единую размерную терминологию. С этой целью приводим классификацию размера зерен по величине, разработанную А. Ф. Ли (1967):

1. Очень крупные – более 20 мм,
2. Крупные – 20 – 5 мм.
3. Средние – 5 – 1,25 мм.
4. Мелкие -1,25 – 0,31 мм.
5. Тонкие – 0,31 – 0,08 мм.
6. Очень тонкие – 0,08 мм – 20 мкм.
7. Микроскопические – 20 – 5 мкм.

## 8. Субмикроскопические – менее 5 мкм.

Так как в каждой пробе содержатся минеральные зерна различной величины, то результаты гранулометрического состава проб отражаются на гистограммах. Это позволяет при характеристике руды оперировать гранулометрическими коэффициентами: средним арифметическим, модой, медианой, стандартным отклонением и другими статистическими параметрами.

### **2.4. Формы нахождения рудных элементов в руде и баланс распределения их по минералам**

Рудные элементы в руде могут быть представлены разными минеральными формами:

1. Собственными минералами.
2. Включениями других минеральных фаз (различных размеров, твердых растворов, эмульсии, золи).
3. Изоморфными примесями.
4. В виде растворов в жидких и газовой-жидких включениях минералообразующей среды.
5. В виде элементов, сорбированных на поверхностях срастания зерен минералов и включений.

В качестве примера приведем минеральные формы содержания олова в рудах месторождений касситерита (Иванов, Кушнаренко, Маршукова, 1989).

Олово в этих рудах содержится в форме:

1. Касситерита в зернах крупнее 30-50 мкм.
2. Сульфидных минералов (станин, франкеит, тиллит).
3. Гидратных соединений (варламовит).
4. Силикатов типа малайяита.
5. Боратов типа норденшельдита.
6. Изоморфных примесей в сульфидах.
7. Изоморфных примесей в силикатах.
8. В форме ультратонких (менее 10-30 мкм) включений в других минералах.

В рудах любого месторождения наряду с макрокристаллами встречаются микровключения рудных минералов в нерудных минералах.

Полный спектр минеральных форм полезных ископаемых включает: *минералы, микроминералы, квазикристаллы, фуллерены, аморфные соединения, коллоиды, наночастицы и кластеры* (Пирогов, 2014). Следовательно, полное комплексное использование полезных ископаемых возможно только при условии выделения микроскопических включений.

Минеральные формы нахождения рудных минералов в руде для каждого месторождения своеобразны и требуют детального исследования. Достоверные сведения о формах нахождения полезных компонентов в руде позволяют правильно рассчитать затраты на разведку, запасы, технологические схемы обогащения и их эффективность. Только изучив баланс распределения рудного компонента в рудах месторождения можно с уверенностью прогнозировать эффективность процесса обогащения, выход и марку соответствующего концентрата. В качестве примера приведем баланс распределения меди по минералам Волковского медно-железо-ванадиевого месторождения (табл. 2.5).

Таблица 2.5

Баланс распределения меди на Волковском месторождении

Минералы	Содержание минерала в руде	Содержание меди в минерале	Относительный %
Халькопирит	2,5	35	24,5
Борнит	3	60	50,5
Халькозин	1	80	22,5
Плагиоклаз		0,06	
Апатит	93,5	0,15	8,4
Амфибол		0,06	
			100

Примечание: Халькозин в руде представлен джарлеитом (ромбическая сингония) и дигенитом (высокотемпературная кубическая модификация халькозина).

Как видно из таблицы, расчетное извлечение (без учета потерь) равно 91,6 %. Это медь, представленная концентратом халькопирита, борнита и халькозина. Медь, содержащуюся в изоморфном виде в плагиоклазе, амфиболах и апатите извлекать сложно и экономически не выгодно.

В комплексных рудах баланс рассчитывается на каждый полезный компонент. По его результатам оценивается возможность извлечения его селективно.

### ***Примеси в рудных минералах***

Рудный минерал – это гетерогенная система из катионов и анионов, образующих стройную кристаллическую структуру. Но в этой системе на различных правах присутствуют примеси в виде изоморфных элементов или механических включений. Состав изоморфных примесей регулируется размерами элементарной ячейки, ионными радиусами и валентностью элементов матрицы. По влиянию на технологический процесс обогащения и качество концентрата среди примесей различают ***полезные***, положительно влияющие на технологические свойства рудных минералов, и ***вредные*** примеси, снижающие качество концентрата за счет безвозвратных потерь.

К ***полезным примесям*** в рудах относятся примеси, придающие концентрату дополнительную ценность. Так, ценность концентрата молибденита повышается в присутствии изоморфной примеси рения, пирротина – никеля, сфалерита - галлия и индия, а халькопирита - иридия, осмия, рутения, селена или теллура.

Изоморфные примеси в рудных минералах, в той или иной мере, изменяют их технологические свойства и соответственно влияют на поведение их в энергетических полях. Наиболее ярким примером является влияние на обогащение сульфидной руды содержания в сфалерите железа. При низком содержании железа сфалерит относится к клейофану, светло - желтому диамагнетику, а при высоком – марматиту, черному парамагнетику.

***Вредные примеси*** – это минералы и элементы, отрицательно влияющие на качество концентрата и изготавливаемого из него продукта. Набор вредных примесей и предельные содержания их в рудах для каждого типа и сорта концентрата свои. Так, качество концентрата халькопирита и галенита снижают примесь мышьяка, фосфора и сурьмы, в медно - никелевых рудах вредными считаются примеси цинка, свинца, мышьяка, фтора и кадмия.

**Безвозвратные потери** рудных элементов связаны с гидрооксидами железа (вольфрам, молибден, медь) и породообразующими минералами – плагиоклазом, оливином, пироксеном, серпентином.

Технологические аспекты вещественного состава руды определяются соотношением рудной и жильной массы, формой выделения рудного компонента, соотношением извлекаемой и “связанной“ (неизвлекаемой) части, а также контрастностью свойств рудного минерала по отношению к минералам жильной массы.

## 2.5. Технологические свойства выветрелых и окисленных руд

Приповерхностные части месторождений подвержены воздействию воздушной среды, агентами которой являются свободный кислород, углекислый газ, осадки и грунтовые воды. Воздействие их на горные породы и руды сводится к окислению первичных минералов, их гидратации, разложению и карбонатизации с образованием новых соединений, более устойчивых в условиях коры выветривания (табл. 2.6). Минеральный состав коры выветривания, интенсивность и глубина разложения руд зависят от многочисленных факторов, в том числе от климата и водного режима. Во влажном и жарком климате мощность коры выветривания может достигать

Таблица 2.6

Вторичные минералы окисленных руд

<b>Железо</b>	<b>Ванадий</b>	<b>Марганец</b>
Гетит, лепидокрокит, сидерит, лимонит	Ванадинит, карнотит, раскоэлит	Вернадит, псиломелан, браунит
<b>Титан</b>	<b>Вольфрам</b>	<b>Медь</b>
Перовскит, титанит, лейкоксен	Тунгстит, купротунгстит, ферротунгстит	Тенорит, малахит, брошантит, хризоколла
<b>Никель</b>	<b>Олово</b>	<b>Свинец</b>
Непуит, пекораит, нонтронит	Варламовит, мушистонит, маоагаит	Буланжерит, церрусит, пироморфит
<b>Цинк</b>	<b>Алюминий</b>	<b>Магний</b>
Смитсонит, каламин, гидроцинкит	Диаспор, гидраргирит, бемит	Карналлит, бишофит

300 м. Наиболее сильно руды окисляются по зонам трещиноватости, рассланцевания и катаклаза.

В зависимости от устойчивости к процессам выветривания минералы руд делятся на 4 класса: *неустойчивые, умеренно устойчивые, устойчивые и весьма устойчивые.*

К наименее устойчивым относятся минералы сульфидных руд.

По данным Амирсланова А. К. (1937) кора выветривания колчеданных месторождений имеет следующую вертикальную зональность:

1. <<Железная шляпа>>.
2. Кварцевая сыпучка.
- 3 Сульфидная сыпучка.
4. Зона вторичного сульфидного обогащения.

Вертикальная зональность в корях выветривания рудных месторождений формируется в результате различной геохимической активности элементов.

На уральских колчеданных месторождениях окисление первичных сульфидов происходит в последовательности:

1. окисление и растворение сульфидов с образованием хорошо растворимых в воде сульфатов;

2. взаимодействие сульфатов меди с первичными сульфидами с образованием супергенных (промежуточных) сульфидов: халькозина в парагенезисе с лимонитом, куприта (с лимонитом) и малахита (с лимонитом). При дальнейшем окислении халькозина образуются ковеллин, тенорит, смоляная медная руда. Сульфаты меди легко растворимы и при обилии осадков легко выносятся. При небольших осадках идет образование кислородных соединений меди (карбонаты, окислы, фосфаты, арсенаты, силикаты). Ниже уровня грунтовых вод формируется зона цементации.

Породообразующие минералы горных пород кислого состава в коре выветривания рудных месторождений подвергаются серицитизации, основного – соссюритизации, уралитизации, эпидотизации и хлоритизации, ультраосновного – серпентинизации и оталькованию. Продукты разложения

породообразующих минералов по трещинам мигрируют и на поверхности рудных зерен образуют пленки и корочки, тем самым загрязняя руды.

Рудные минералы в процессе выветривания и окисления подвергаются как физическому, так и химическому изменению. Соответственно, в рудах зон окисления и выветривания:

1. уменьшаются размеры зерен минералов;
2. при гидратации снижается их плотность;
3. снижается прочность зерен;
4. увеличивается их хрупкость;
5. изменяется цвет зерен;
6. ослабляется блеск.

В процессе химического выветривания и окисления происходят значительные изменения состава руды. Это процесс начинается с изменения свойств поверхности зерен. По мере накопления этих изменений происходит качественный скачок, выражающийся в замещении и образовании новых минералов. Вместо пирита и магнетита образуются гидрооксиды железа, вместо шеелита – тунгстит или повеллит, вместо пентландита – миллерит и виоларит. При окислении молибденита возникают ферримолибдит, повелит, вульфенит. Наименее устойчивые сульфиды меди окисляются и образуют новые соединения (сульфаты, гидроокислы, фосфаты и др.). Полевые шпаты разлагаются с образованием глинистых минералов (аргиллизация), соли щелочных и щелочноземельных металлов выщелачиваются.

Процессы выветривания и окисления приводят к усложнению минерального состава руд и процесса обогащения. Вторичные минералы загрязняют первичные руды, образуя по трещинам и границам зерен пленки и корочки с другими технологическими свойствами. Глинистые суспензии при флотации способствуют коагуляции и загущению пульпы. На любых месторождениях выветрелые и окисленные руды выделяются в отдельный технологический тип с разработкой особой схемы обогатительного процесса.

Оценка степени окисленности руд месторождения является одной из важных задач минералога-технолога. За критерий окисленности руд чаще

принимают соотношение содержаний в руде первичных и вторичных минералов. На месторождениях медно-порфировых руд степень окисления определяют по комплексному параметру: аргиллизации горных пород и руд, которая коррелируется с содержанием  $\text{SiO}_2$  и  $\text{H}_2\text{O}$ , степени окисления меди и молибдена, а также по соотношению двухвалентного и трехвалентного железа. На золоторудных месторождениях в качестве критерия степени окисления руды принимается степень окисления железа. Расчет производится по формуле:

$$K = \frac{P \cdot 100\%}{B + P}, \quad (2.9)$$

где  $K$  – степень окисления сульфидов;  
 $P$  - количество железа в окисленной форме, %;  
 $B$  - количество железа, связанного с сульфидами.

Наиболее универсальна методика количественной оценки окисленности руд ( $R$ ), предложенная О. П. Ивановым с соавторами (1989) для оловянных руд:

$$R = \frac{C_1}{C_0 + C_1}, \quad (2.10)$$

где  $C_0$  – оценка содержаний первичных минералов, потенциально подверженных окислению (минералы, устойчивые к окислению, из подсчета исключаются);  
 $C_1$  – сумма содержаний гипергенных минералов (продуктов окисления).

На месторождениях молибденита основным отрицательным фактором зон окисления является интенсивная аргиллизация полевых шпатов, с которой связано высокое содержание глинистых минералов и слюд. Молибденовый концентрат засоряется каолинитом, иллитом, монтмориллонитом, гидрослюдой. Окись железа даже при содержании 2 мг/л снижает извлечение молибденита на 10 %.

Обогащение окисленных руд является сложным процессом, который обычно не оправдывает материальных затрат на оборудование и реагенты. Поэтому при типизации окисленные руды выделяются отдельно.

## **Контрольные вопросы**

1. Что такое руда?
2. Каковы типы рудных тел?
3. Какие свойства минералов являются технологическими?
4. Какой объем минералогических проб?
5. Как измерить плотность руды?
6. Для чего необходимо исследовать распределение полезного компонента по минералам руды?
7. Как влияют на технологический процесс обогащения выветривание и окисление руды?

## ГЛАВА 3. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РУД

### 3.1. Технологические свойства руд

К технологическим относятся свойства руды, которые используются для извлечения из нее полезного компонента. От их величины и контрастности зависят дробимость, измельчаемость, раскрываемость минеральных зерен, эффективность разделения комплекса минералов на концентраты, промпродукты и отвальные хвосты. Изучение технологических свойств руд обеспечивает оптимальный выбор технологической схемы, оборудования и режимов процесса обогащения.

Технологические свойства зависят, главным образом, от структуры, текстуры и минерального состава руды. В то же время, технологические свойства руды являются функцией ее агрегатного состояния. Каждая руда в процессе обогащения трансформируется: в земной коре - это твердый природный агрегат, после извлечения - это крупнокусовой природно-технологический агрегат, а на стадии измельчения - мелкообломочный агрегат сростков и минералов. При этом поэтапно изменяются как количественные соотношения минералов, так и технологические свойства кусков руды.

Каждый кусок руды, образующийся при взрыве, представляет собой агрегат многочисленных минеральных зерен. Технологические свойства такого куска являются средневзвешенными от свойств зерен каждого минерала. Крупнокусовое обогащение руды осуществляется рентгенометрическими и гравитационными методами (в тяжелых суспензиях и отсадочных машинах). По мере измельчения руды размер кусков уменьшается и количество зерен минералов в них сокращается. В мелких фракциях технологические свойства сростков изменяются от значений, характерных для нерудных минералов, до значений, типичных д

для рудных минералов. Так например, сростки кварца с касситеритом имеют плотность ( $\text{г/см}^3$ ) от 2,65 для чистого кварца, 3,09 при содержании 10 % касситерита, 3,52 – при 20 % и 4,83 – при 50 % касситерита (Иванов О. П., Кушнарченко Ю. С. Маршукова Н. К. 1989). Следовательно, необходимо различать технологические свойства, которыми обладают крупные куски, представляющие собой агрегаты минералов с рудными компонентами, сростки рудных и нерудных минералов и свойства свободных зерен как рудных, так и сопутствующих нерудных минералов.

При выборе схемы обогащения и оборудования необходимо ориентироваться на те технологические свойства, которые колеблются в значительных пределах и обеспечивают контрастность агрегатов, сростков и минералов как по содержанию полезного компонента, так и по разделительным свойствам.

### ***Свойства крупнокусковатых агрегатов руды***

Крупные куски руды сложены многочисленными зернами минералов в природном соотношении, соответствующем руде в целике. Однако поверхности кусков имеют искусственное происхождение и отличаются от внутренних поверхностей зерен некомпенсированными зарядами. Руда в крупнокусковатых агрегатах имеет следующие свойства:

- 1.1. Структура.
- 1.2. Текстура.
- 1.3. Прочность.
- 1.4. Объемная масса руды.
- 1.5. Кусковатость.
1. 6. Коэффициент разрыхления.
- 1.7. Контрастность руды.
- 1.8. Влажность.
- 1.9. Набухаемость.
- 1.10. Естественная и искусственная радиоактивность.

#### ***1.1. Структура руд***

Структура – это морфологическая характеристика зерен минералов, входящих в состав руды. Она дает представление об абсолютных и

относительных размерах зерен минералов, в том числе минеральных включений, их форме и границах сростаний. Структурная характеристика руды позволяет перейти к показателям технологии обогащения: необходимой степени измельчения, тонине помола и возможной степени раскрытия сростков минералов в процессе обогащения руды. Параметры структур непосредственно влияют на раскрываемость рудных зерен и на обогатимость руды (табл.3.1).

Таблица 3.1

### Структуры руд

Хорошо обогатимые	Обогатимые	Необогатимые
зернистые	катакластические	коррозионные
метазернистые	сидеритовые	коллоидные
кристаллобластические	гребенчатые	скрытокристаллические
габбровые	долеритовые	эмульсионные

Структуру руды в значительной степени определяет размер индивидов. В. В. Глазов (1989) рекомендует выделять по величине индивидов структуры следующих типов:

1. весьма крупные – более 20 мм;
2. крупные – от 20 до 2 мм;
3. средние от 2 до 0,2 мм;
4. тонкие – от 0,2 до 0,02 мм;
5. весьма тонкие – от 0,02 до 0,002 мм;
6. субмикроскопические от 0,002 до 0,0003 мм;
7. коллоидно-дисперсные меньше 0,0002 мм.

По этой же шкале определяются размеры включений рудных минералов вкрапленных руд и оцениваются перспективы обогатительного процесса (табл. 3.2). Структурные особенности руд изучаются на шлифованных образцах, на распилах, в шлифах и аншлифах в проходящем и отраженном свете. Структурные измерения руды позволяют оценивать ее фазовый (минеральный) состав.

## Размеры включений рудных минералов во вкрапленных рудах

Фракция	Размеры зерен , мм	Обогатимость
Весьма крупные	20-200	Легко обогатимые
Крупные	2-20	-----+-----+-----+
Мелкие	0,2-2	-----+-----+-----+
Тонкие	0,02-0,2	Трудно обогатимые
Весьма тонкие	0,02-0,002	-----+-----+-----+
Субмикроскопические	0,002-0,0002	Необогатимые
Коллоидно-дисперсные	Меньше 0,0002	-----+-----+-----+

**3.1. Текстура руд**

Текстура характеризует взаимное расположение в руде *агрегатов* минералов, отличающихся минеральным составом, цветом, зернистостью. По комплексу текстурных признаков выделяется два основных класса: *руды сплошные и руды вкрапленные*. Сплошные руды мало распространены и встречаются, главным образом, на месторождениях черных металлов. С каждым годом доля сплошных руд на эксплуатируемых месторождениях неуклонно уменьшается. Сплошные руды представляют собой мономинеральные агрегаты, а вкрапленные руды - полиминеральные агрегаты. Вкрапленные руды сложены, в основном, породообразующими минералами (жильная масса) и включениями рудных минералов. Соотношение между извлекаемыми минералами и жильной массой колеблется в широких пределах.

Текстуры делятся на классы по влиянию на обогатимость руды (табл. 3.3). Согласно С. А. Юшко (1966) в рудах с текстурами первой группы потерь полезного компонента при обогащении не должно быть, в рудах второй группы потери неизбежны, но в небольшом количестве, в рудах третьей группы потери неизбежны в большом количестве. Возрастание потерь связано с увеличением удельной поверхности, усложнением границ и трудностью разделения рудных зерен.

## Текстуры руд

Хорошо обогатимые	Обогатимые	Необогатимые
полосчатые	тонкополосчатые	мирмекитовые
слоистые	петельчатые	колломорфные
оолитовые	графические	микрографические
нодулярные	решетчатые	пористые

Количественное описание структур и текстур руд для технологических целей проводится на основе методов стереологии. С помощью этих методов определяются:

1. Распределение размеров зерен рудных минералов по классам крупности.
2. Абсолютная и относительная удельная поверхность рудных зерен.
3. Коэффициент срастаний зерен рудных минералов с другими минералами.

Анализ текстур позволяет оценить объемное и массовое содержание рудных и нерудных агрегатов, прогнозировать извлечение полезного компонента и возможные потери.

### ***1.3. Прочность руды***

Механическая прочность руды определяется усилиями, необходимыми для ее разрушения, и зависит от твердости, хрупкости, спайности и характера срастания входящих в нее минералов. По прочности выделяется 3 категории руд ( в кг/см<sup>2</sup>):

1. мягкие – меньше 100;
2. средние от 100 до 500;
3. твердые – свыше 500.

### ***1.4 Объемная масса руды***

Объемная масса руды представляет собой отношение массы руды к ее объему с учетом естественной пористости и трещиноватости. Она определяется у штучных проб. Для этого проба взвешивается на воздухе и

в воде. Перед взвешиванием штафф парафинируется для исключения попадания воды в поры и трещины.

$$P = \frac{m_1}{(m_2 - m_3) - (m_2 - m_1)}, \quad (3.1)$$

где  $m_1$  – вес штаффа до парафинирования,  
 $m_2$  – вес сухого штаффа после парарафинирования,  
 $m_3$  – вес в воде.

Объемные веса отдельных кусков руды существенно различаются. Более усредненные значения объемного веса руды можно получить при взвешивании валовых проб и замере отработанного пространства, которое занимала проба в целике.

### ***1.5. Кусковатость руды***

Это свойство руды характеризует количественное соотношение обломков сырой руды после взрыва. В численном выражении - это относительное содержание заданного класса крупности руды, выраженное в процентах или долях единицы. Параметр получают при рассеве технологической пробы на грохотильных установках. Максимальный размер кусков используют для расчета дробильного оборудования.

### ***1.6. Коэффициент разрыхления***

Этот коэффициент представляет собой отношение объема кусковатой руды после взрыва к объему, занимаемому этой рудой в недрах.

$$K_p = \frac{V_{\text{рыхл.}}}{V_{\text{недр}}}, \quad (3.2).$$

где  $K_p$  – коэффициент разрыхления;  
 $V$  – объем рыхлой руды;  
 $V$  – объем руды в целике.

### ***1.7. Контрастность руды***

Выбор методов обогащения и необходимого оборудования во многом определяется контрастностью свойств минералов, входящих в

состав руды, и контрастностью руды по содержанию полезного компонента в кусках.

**Контрастность минералов по технологическим свойствам** оценивается с помощью концентрационных критериев. Чем больше различие в абсолютных значениях технологического свойства у рудных и нерудных кусков руды, тем более успешно они разделяются в соответствующем энергетическом поле. Так, эффективность сепарации рудных минералов по плотности ( $\text{г/см}^3$ ) оценивается гравитационным концентрационным критерием.

$$K_k = \frac{D_h - D_f}{D_l - D_f}, \quad (3.3)$$

где  $D_h$ - плотность более плотного минерала,  
 $D_l$ - плотность менее плотного минерала,  
 $D_f$ -плотность жидкости.

Минералы хорошо разделяются при значениях концентрационного критерия больше 2,5 и плохо разделяются при значениях его менее 1,25. При этом разделению по плотности способствует повышенная плотность жидкости.

**Контрастность руды по содержанию полезного компонента в кусках** рассчитывается по результатам химического анализа проб в соответствии с формулой:

$$M = \frac{(Y - A) K_c}{A}, \quad (3.4)$$

где  $Y$  – содержание полезного компонента в куске,  
 $A$  – содержание полезного компонента в пробе,  
 $K_c$  - количество кусков.

По контрастности содержаний полезного компонента в кусках руды делятся на:

очень низко контрастные  $M < 0,5$ ;  
низко контрастные  $M = 0,5-0,7$ ;  
контрастные  $M = 0,7-1,0$ ;

высоко контрастные  $M = 1,0-1,5$ ;  
особо контрастные  $M > 1,5$ .

### **1.8. Влажность руды**

Вода в руде присутствует в связанном (в структуре минералов), капиллярном и свободном состоянии. Ее содержание определяется методом термостатирования эталонных образцов при температуре 105-110°C и рассчитывается по формуле:

$$K_{\text{влаж}} = \frac{(m_1 - m_2) 100}{m_2}, \quad (3.5)$$

где  $m_1$  – вес влажного образца,  
 $m_2$  – вес сухого образца.

### **1.9. Набухаемость руды**

Коэффициент оценивает свойства руды изменять свой объем под действием осадков при длительном складировании. Набухаемость измеряют прибором Смирнова, представляющем цилиндр с перемещаемой крышкой. Время набухания 1 час.

$$N = \frac{(Y - Y_0) 100}{Y_0}, \quad (3.6)$$

где  $N$  – набухаемость в %,  
 $Y_0$  – высота сухого столбика в мм,  
 $Y$  – высота влажного столбика в мм.

### **1.10. Естественная или искусственная радиоактивность**

Радиоактивность кусков руды может быть связана с включениями минералов, обладающих естественной радиоактивностью, таких как циркон, пирохлор, самарскит, эшинит, монацит, бадделеит, или с наведенной радиоактивностью. Облучение минералов кусков радиоактивными изотопами в некоторых случаях вызывает ответное излучение, которое фиксируется датчиками. Например, облучение бериллиевой руды изотопом  $Sb^{124}$  вызывает у зерен берилла сильное  $\gamma$ -излучение.

Это позволяет определять содержание бериллия в руде.

Кроме того, естественная и наведенная радиоактивность образуют на поверхности сростков радиационные дефекты и дополнительные заряды, которые изменяют свойства минералов.

На основе этого метода разработаны гамма–нейтронные сепараторы для концентрации минералов ртути, свинца, вольфрама, олова и других химических элементов.

### ***Свойства сростков***

На стадии измельчения руда представляет собой мелкообломочный агрегат, состоящий преимущественно из сростков рудных и нерудных минералов, а также свободных (раскрытых) зерен как рудных, так и нерудных минералов. Свойства мелких обломков руды отличаются от свойств крупных кусков руды. Во первых сростки состоят из единичного числа зерен минералов. Следовательно, контрастность сростков по технологическим свойствам увеличивается. Во вторых существенное значение приобретает локализация рудных зерен относительно поверхности сростков. Сростки с рудными зернами, выходящими на поверхность, легче концентрируются в контактных энергетических полях. Свойства мелких обломков руды варьируют от свойств, характерных для рудных минералов, до свойств, типичных для нерудных минералов. Для руды в виде мелкообломочного агрегата характерны:

1. сыпучесть;
2. гранулометрический состав;
3. насыпная плотность;
4. коэффициент срастания;
5. коэффициент селективного разрушения;
6. магнитные свойства;
- 7 электрические свойства;
8. измельчаемость;
9. свойства поверхности.

#### ***1. Сыпучесть***

Сыпучесть руды на стадии измельчения определяется по массе сырья, высыпавшегося через определенное отверстие за единицу времени через единицу площади. Она зависит от гранулометрического состава руды, формы частиц и коэффициента трения.

## ***2. Гранулометрический состав***

Гранулометрический состав продуктов измельчения определяется с помощью ситового анализа. При этом классы крупности частиц руды оцениваются размерами отверстий сит, применяемых для расситовки.

## ***3. Насыпная плотность***

Насыпную плотность определяют для измерения объема, занимаемого пульпой. Под насыпной плотностью понимают массу измельченной руды в единице объема, включая пустоты между отдельными сrostками. Она зависит от истинной плотности сrostков, гранулометрического состава и от степени влажности. Пробу руды насыпают в мерный сосуд и вычисляют отношение массы к занимаемому объему. Масса пробы должна быть достаточной для трехразового измерения.

## ***4. Коэффициент срастания***

Границы срастания рудных минералов представляют собой сложные поверхности с различной прочностью. Различают *гомофазные* и *гетерофазные* границы. Гомофазные границы – это поверхности срастания зерен одного и того же минерала. Прочность этих границ зависит от степени разориентации зерен. Гетерофазные границы характерны для разных минералов. Их прочность зависит от электрических свойств этих минералов. Наиболее прочные поверхности характерны для минералов с близкими значениями диэлектрической проницаемости. Согласно факторному анализу прочность поверхностей срастания зависит от разности атомарных плотностей в контактовом слое. Коэффициент срастания характеризует долю периметра зерна рудного минерала (или

рудного агрегата), приходящаяся на каждый контактирующий с ним минерал.

### ***5. Коэффициент селективного разрушения***

Раскалывание обломков мелкокусковой руды может происходить по границам зерен (***селективно***) или ***транскристалльно*** (непосредственно по зернам минералов). Это определяется свойствами минералов, присутствующих в сростках. Наиболее низкий критерий селективности у минералов с совершенной спайностью (кальцит - 8, полевой шпат – 30) и наиболее высокий – у твердых минералов без спайности (кварц – 70). Наряду со спайностью большое значение имеет контрастность минералов в сростках по твердости и морфологии. Критерий селективности позволяет прогнозировать раскрываемость сростков в процессе измельчения руды. В настоящее время закономерности в раскрываемости сростков в рудах изучают с помощью фрактального анализа

### ***8. Измельчаемость***

Измельчаемость руды измеряется временем измельчения ее до заданного класса и выражается процентным выходом этого класса по отношению к первоначальному объему. Для оценки измельчаемости какой-либо руды определяется время ее измельчения до заданной крупности в сравнении с аналоговой рудой с эксплуатируемого месторождения. В качестве аналоговой руды используют близкую по минеральному составу и структурно-текстурным признакам руду, перерабатываемую какой-либо фабрикой по той же схеме обогащения.

### ***9. Свойства поверхности сростков***

Поверхности сростков обладают повышенной активностью, так как имеют многочисленные некомпенсированные заряды, возникающие в процессе измельчения. Они активно взаимодействуют с воздухом, водой и реагентами растворов. По избирательной сорбции компонентов среды различают ***гидрофильные и гидрофобные, олеофильные и олеофобные***

поверхности сростков. Энергетическая активность поверхностей зерен зависит от их кристаллографической ориентации. Смачиваемость сростков является сугубо поверхностным свойством, не зависящим от соотношения объемов минералов в сростках.

Для оценки эффективности того или иного метода обогащения необходимо дифференцировать сростки по технологическим свойствам и содержанию рудного минерала. Для этого проводится анализ раскрываемости зерен руды и строится суммарный спектр содержаний сростков и свободных зерен. Это позволяет более избирательно подбирать режимы сепараторов, обосновывать тонину помола и повышать извлечение полезного компонента.

### **3.2. Минералого-технологическое картирование месторождений**

Технологическое исследование руд проводится в соответствии со стандартами СТО Рос Гео 09-04-98 “Твердые полезные ископаемые и горные породы. Технологическое опробование в процессе геолого-разведочных работ” и СТО Рос Гео 08-00(6-8). <<Твердые негорючие полезные ископаемые. Технологические методы исследования минерального сырья>> от 28-12-1998 № 17/6.

Стандартами определяются основные цели, задачи и методы проведения технологических исследований руд в рамках минералого-технологического картирования (МТК). МТК проводится на конечных этапах разведки месторождения с целью перехода от природных типов руд к технологическим, геометризации их в пространстве, для расчета вероятных показателей обогатимости и извлечения металла, а также разработки рациональной схемы обогащения.

Основные задачи МТК включают:

1. Проведение технологического опробования в контурах ранее выделенных природных типов руд.

2. Анализ проб по минералогической и технологической схемам. Минералогический раздел включает определение содержаний полезного компонента, свойств и состава минералов в среднем по технологическому типу руды, а технологический - истираемости, обогатимости и других показателей процесса обогащения.

3. Проведение технологической типизации руд.

4. Оконтуривание технологических типов и сортов руд.

5. Прогнозная оценка показателей извлечения и обогатимости.

6. Расчет уравнений регрессии, построение карт обогатимости и разработку рекомендаций по составу схемы обогащения каждого технологического типа руд месторождения.

### **3.2.1. Технологическое опробование руд**

Технологическое опробование – это совокупность операций отбора и исследования руд, призванная обеспечить материалом все виды исследований. Требования к технологическому опробованию впервые сформулированы В. М. Крейтером (1940). Отобранные технологические пробы (ТП) должны быть достоверны, то есть объективно отражать средний состав всего технологического типа руды, быть достаточными по массе для проведения всех исследований, а методы их анализа оперативны и экономичны. Отбор проб производится из всех пересечений рудных тел разведочными выработками, согласно принятой разведочной сети. Из коренного залегания ТП можно отбирать бороздовым, задирковым или точечным способами. Бороздовый способ предусматривает выемку материала из сплошной или пунктирной борозды, ориентированной вкрест простирания жилы, а задирковый – из углубленной площадки. При точечном отборе отбиваются кусочки руды размером 25-30 мм. Линии отбора точечных проб ориентируют по направлению наибольшей изменчивости минерального состава рудного тела. Из взорванного рудного

блока ТП отбираются точечным (горстьевым) способом по сетке 5x5 - 5x10 см.

При технологическом опробовании различают *частные и групповые* пробы, отобранные в пределах эксплуатационного блока. Частной является проба руды, отобранная в конкретном пересечении рудного тела и характеризующая его состав в поперечном сечении. Групповую пробу получают путем объединения всех частных проб, отобранных в пределах определенного технологического типа руды. Характеристики групповой пробы являются представительными для всех запасов определенного технологического типа. На частных пробах изучают вариации вещественного состава и контрастные свойства минералов, а на групповых пробах - технологические свойства руды и режимы процесса обогащения.

Масса технологических проб колеблется в зависимости от вариативности состава, содержаний металла и других признаков руды. Масса частных проб обычно составляет 50-100 кг. Среди групповых проб различают укрупнено-лабораторные (500 – 1000 кг), полупромышленные (около 50 т) и промышленные (до 500 т).

В качестве примера можно привести расчет массы лабораторных проб на Риддер-Сокольском полиметаллическом месторождении. Она определяется исходя из проведения исследований по измельчаемости в лабораторных дробилках (четыре навески по 1,5 кг), стержневых мельницах (15 навесок по 1,5 кг), а также серии опытов по установлению режимов флотации (50 навесок по 1,5 кг). Общий вес лабораторной пробы составил 200 кг.

В ТП включают не только рудные интервалы, но и прослой пустых пород и некондиционных руд, мощность которых не превышает мощности пустых интервалов, определенных кондициями для данного месторождения.

Количество отбираемых ТП зависит от неоднородности природных типов руд, от условий их локализации, вариативности содержаний. Обычно в пределах одного горизонта отбирается от 5 до 10 ТП.

Количество ТП во многом зависит от наличия или отсутствия на предприятии усреднительных складов. При успешно функционирующей системе усреднения объем технологического опробования может быть сокращен.

На каждую ТП, отобранную на месторождении, составляется акт, в котором указывается место и время отбора, номер выработки, интервал отбора, а также краткое геологическое описание. Место отбора пробы отмечается на планах опробования. Кроме того, составляется паспорт пробы. Пробу упаковывают в ящики для отправления в исследовательскую лабораторию. Каждый ящик должен быть пронумерован с указанием номера пробы, участка и даты отбора.

В связи с большими затратами на технологическое опробование в 1979 году ВИМС предложил проводить технологическое картирование с использованием малообъемного опробования. Согласно этой методике в забоях, по керну скважин или взорванной массе отбираются кусочки руды размером 2-3 см. Количество проб возрастает многократно. Большую долю при этом составляет материал, оставшийся от разделки рядовых химических проб. Малые ТП комплектуют по принципу групповых проб. Рядовые пробы с близкими структурными, минералогическими и химическими параметрами, отобранные в пределах одного пересечения природного типа руд и имеющие массу 1-2 кг, объединяются в групповую технологическую пробу. Масса групповых проб равна 30-50 кг.

Отношение специалистов к замене полнокомплектного технологического опробования на малообъемное технологическое картирование двоякое. Одни из них одобряют, а другие – протестуют. Часть из них считает, что такое картирование характеризует не

технологический, а промышленный тип руды.

### **3.2.2. Анализ технологических проб и обработка результатов**

Массу технологической пробы исследуют по двум схемам: минералогической и технологической. Минералогический анализ ТП, отобранных при МТК, начинается с отбора структурно-текстурных и минеральных разновидностей для изучения руды микроскопическими методами в проходящем и отраженном свете (рис. 3.1). После этого масса ТП дробится и измельчается до фракции -3 или -1 мм. Из единой измельченной пробы отбираются навески для различного вида анализов. Для определения минерального и химического состава обычно отбирают навеску около 1 кг.

Подготовка минералогической части проб проводится в соответствии со схемой на рис. 3.1.

***В процессе минералогического анализа необходимо установить:***

1. текстуру руд;
2. описать структуру, размеры зерен, формы срастания рудных и нерудных минералов;
3. провести количественный минералогический анализ с отбором монофракций минералов:
4. по результатам полного химического и фазового анализов определить распределение рудного компонента по минералам;
5. описать вторичные изменения рудных минералов (окисление, выветривание, замещение), развитие корочек и пленок гипергенных минералов;
6. выделить группы минералов, активно или пассивно влияющих на технологический процесс обогащения;
7. построить гистограммы распределения минералов по классам крупности;

8. подсчитать полноту раскрытия рудных минералов при различной степени измельчения.

Кроме того, для расчета технологических параметров минералогическую характеристику руд необходимо дополнить следующими параметрами:

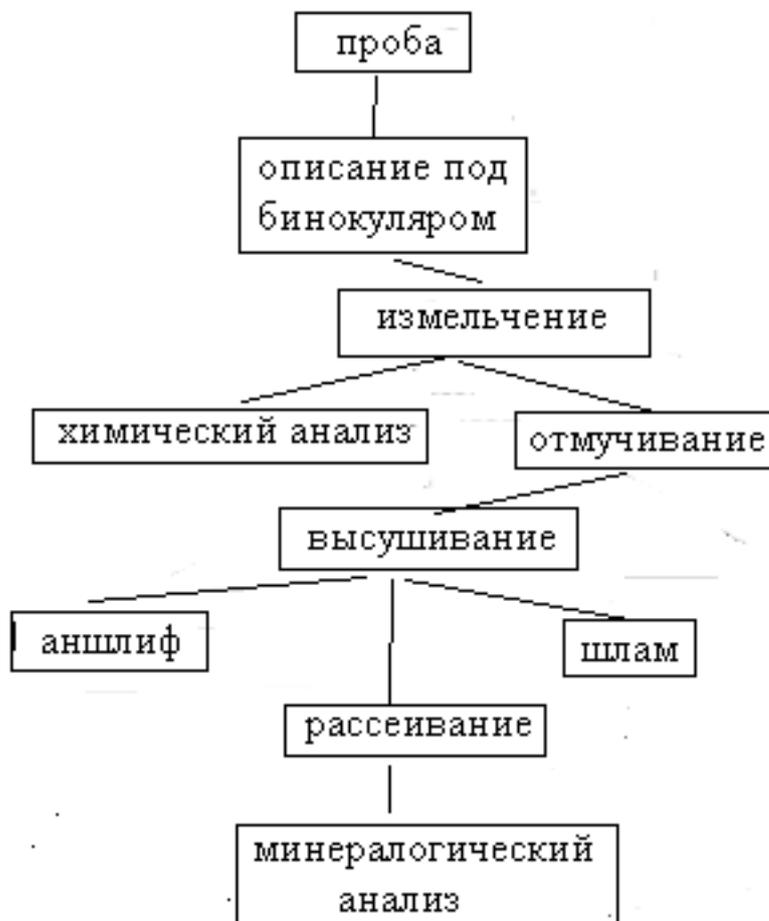


Рис.3.1. Схема подготовки ТП для минералогического анализа

1. формы нахождения рудных элементов в руде и баланс их распределения по минералам;
2. присутствие полезных и вредных примесей;
3. строение рудных минералов до уровня полиморфных и политипных модификаций,
4. контрастные свойства рудных минералов;
5. содержание минералов, близких по свойствам рудным минералам;

6. степень выветривания и окисления рудных минералов;

7. содержание слоистых силикатов, цеолитов, карбонатов и фосфатов.

Методика изучения вещественного состава технологических проб во многом определяется структурно-текстурными особенностями руды. Из сплошных руд изготавливаются аншлифы, а из руд с низким содержанием рудных минералов сначала готовятся тяжелые шлихи и лишь затем изготавливаются искусственные аншлифы. Для изучения аншлифов используется рудная микроскопия. По ним изучается гранулометрический и минеральный состав руды. Для минералогического анализа руд в настоящее время используются современные приборы, например, спектрометры для химического анализа руд, автоматизированный анализатор оптико-минералогических исследований горных пород, руд и рудных концентратов “Минерал С7”, рентгено-флуоресцентные спектрометры и др.

**Гранулометрический анализ** включает изучение распределения рудных зерен по классам крупности, формы и размеров включений, массы каждого класса, а также определение гранулометрических коэффициентов: среднего арифметического, среднего геометрического, медианы, моды, стандартного отклонения и др. Для технологических исследований важно определять средний размер рудных зерен: линейный, площадной и объемный. При этом необходимо учитывать систематическую ошибку линейных измерений, так называемый эффект срезания. Экспериментальными работами установлено, что размер рудных зерен в случайных срезах в 1,2 – 1,4 раза меньше фактических поперечников зерен. Для устранения эффекта срезания в гранулометрические коэффициенты вводят поправки (в каждом классе зернистости).

По результатам гранулометрического анализа строятся гистограммы распределения по крупности всех зерен, сростков и свободных зерен.

В каждом классе подсчитывается относительное содержание сростков и свободных зерен, а также устанавливается 50 % и 95 % пороги раскрытия рудных зерен. В качестве примера приводится расчет 50 % -ного порога раскрытия касситеритовых зерен (Иванов, Кушнарченко, Маршукова, 1989).

### **Расчет порога раскрытия рудных зерен для 50 % -ого уровня освобождения**

Относительное содержание свободных зерен в классе -2+1 составляет 23 %, в классе -1+0,5 – 67 %.

Порог раскрытия зерен равен

$$0,5 + (1 - 0,5) / (67 - 23) \times (67 - 50) = + 0,693 \text{ или}$$

$$1,0 - (1 - 0,5) / (67 - 23) \times (50 - 23) = + 0,693$$

В качестве примера изучения минерального состава руд приведем схему обработки технологических проб на редкометальном месторождении Восточной Сибири.

1. ТП измельчались до фракции – 1 мм.
2. Отмывка шламов дробления (фракция – 0,044 мм).
3. Узкая классификация зернистой массы.
4. Фракционирование каждой фракции в трех тяжелых жидкостях с плотностью 2,9, 3,5 и 4,2 г/см<sup>3</sup>.
5. Количественный подсчет содержаний минералов с точностью до 0,01 %.
6. Изучение соотношения сростков и освобожденных рудных зерен на разных стадиях измельчения (до -1 мм, до -0,28 мм и до -0,14 мм).

### **Изучение технологических свойств руды**

Из массы ТП, которая предназначена для технологических исследований, методом квартования отбираются пробы весом до 5 кг для каждого вида испытаний (измельчаемость, режимы дробления и измельчения, флотация, обогатимость и т. д.).

В задачу технологических испытаний входит:

3.1. Определить относительную и оптимальную измельчаемость руды, раскрываемость зерен в процессе измельчения, установить оптимальную тонину помола.

3.2. По результатам анализа свойств минералов руды, их размерности и контрастности провести подбор стандартного оборудования и создать общую схему технологического процесса.

3.3. После проведения опытных лабораторных исследований разработать предварительные режимы дробления, сепарации и флотации.

3.4. Провести химический и минералогический анализ концентрата, промпродуктов и хвостов.

3.5. Определить извлечение концентрата.

3.6. Результаты исследований обогатимости руды обработать с помощью математических и графических методов.

3.7. Рассчитать коэффициенты вариации содержаний, корреляционные зависимости, уравнения регрессии и другие закономерные связи вещественного состава с параметрами обогащения.

### **3.3. Прогноз на обогатимость технологических типов руд**

Прогнозирование обогатимости технологических типов руды является заключительным этапом исследований. Предварительно подбирается технология (сочетание методов и аппаратуры) переработки руды близкого минерального состава, успешно используемой работающим горно-обогатительным комбинатом. В выбранную схему обогащения вносятся поправки, связанные с особенностями технологических свойств руды и предъявляемыми требованиями к концентрату разведанного месторождения. Но реальная схема обогащения создается только после многократных испытаний в различных режимах.

Прогнозная технологическая оценка обогатимости должна отвечать требованиям полноты, достоверности, оперативности и экономичности. Эти требования удовлетворяются в полной мере, если в традиционный комплекс методов технологической минералогии включить компьютерный метод анализа изображения. Указанный метод позволяет исключить субъективный фактор из процесса изучения сырья и провести оптико-геометрические исследования текстурно-структурных особенностей вещества пробы

Прогнозная обогатимость руды на месторождении устанавливается по результатам лабораторных исследований и полужаводских испытаний. Она определяется по всем технологическим типам и сортовым разновидностям руды. Фактическая обогатимость рассчитывается по результатам обогащения руды.

По обогатимости руды делятся на **легко-, средне-, плохо- и труднообогатимые (упорные).**

Обогатимость руды определяется ее технологическими свойствами. Их влияние на результаты обогатительного процесса достаточно разнообразно. Одни из них непосредственно определяют состав технологической цепочки и режимы работы сепараторов, другие – количество и качество концентрата, третьи – опосредованно снижают показатели обогащения.

Общей закономерностью является зависимость обогатимости руд от минерального состава. Наиболее легко обогащаются самородные, окисные и сульфидные руды, труднее – силикаты и гидроксиды и еще хуже – сульфаты, фосфаты, сульфосоли и другие соединения сложного состава.

Достаточно сильное влияние на обогатимость оказывают:

1. минеральный, химический и гранулометрический состав руды; структура, текстура, характер сростаний и прорастаний минералов; контрастность свойств минералов;

2. относительная твердость минералов;
3. степень окисления, выветривания и замещения минералов;
4. содержание типично шламовых минералов (талька, хлорита, серицита и др);
5. присутствие минералов, близких по свойствам рудным минералам.

После проведения лабораторных исследований и получения результатов анализа проводится их обработка, заключающаяся в описании, математических расчетах и графических построениях. Учитывая трудоемкость работ по технологическому опробованию и лабораторным испытаниям большого количества проб на месторождениях с низкой изменчивостью качества руд (например, железных или хромовых руд) используют расчетные методы определения показателей обогащения по данным исследований технологических свойств руды.

Расчеты параметров обогатимости проводятся с использованием методов математической статистики. Прежде всего рассчитываются коэффициенты вариаций содержаний металлов, корреляционные связи между свойствами минералов, содержаниями рудных элементов, коэффициентом обогатимости и процентом извлечения. Расчет коэффициентов парной и множественной корреляции проводится, главным образом, между технологическими показателями и типоморфными особенностями вещественного состава руды. Сила корреляционных связей между параметрами оценивается в соответствии со следующими значениями:

1. Сильная достоверная связь – больше 0,9.
2. Средняя, вполне достоверная связь – 0,7-0,9.
3. Слабая, мало достоверная связь – 0,5-0,7.
4. Случайная, недостоверная связь – меньше 0,5.

По значимым связям (коэффициенты корреляции величиной 0,8-0,9) рассчитываются уравнения множественной регрессии, позволяющие по

содержанию типоморфных элементов устанавливать процент извлечения полезного компонента.

При хорошей изученности свойств руды, а также при заранее выбранном качестве концентрата, методе обогащения и тонине помола для расчета выхода концентрата используют упрощенную формулу:

$$V = \frac{\alpha \acute{\epsilon}}{\beta}, \quad (3.7)$$

где V - выход концентрата, %:

$\alpha$  - содержание металла в минерале:

$\acute{\epsilon}$  - извлечение металла в концентрат:

$\beta$  - содержание металла в концентрате.

Уравнения регрессии, используемые на горно-обогатительных комбинатах для расчетов прогнозного извлечения, имеют достаточно разнообразный вид. В одних случаях уравнение рассчитывается на 2-3 -х значимых корреляционных связях извлечения с содержанием типоморфных элементов и имеет простой вид. В других, как например на месторождении сурьмы, в расчетах уравнения регрессии на извлечение сурьмы используется 7 минералого-химических параметров (содержание кремния, карбонатов, окисей натрия и калия, трехокси алюминия, сурьмы окисленной и сульфидной). Соответственно, уравнение регрессии приобретает громоздкий вид.

В качестве примера приведем уравнение регрессии медной руды Удоканского месторождения (Изоитко, 1997).

$$\acute{\epsilon} = C_{\text{ок}}^{\text{и}} (0,1364 \alpha_{\text{Си}} - 0,3768) + 0,357 \acute{\alpha}_{\text{Си}} + 93,08,$$

где  $\acute{\epsilon}$  – извлечение меди из руды;

$C_{\text{ок}}^{\text{и}}$  – степень окисления меди (относительное содержание окисленной меди);

$\acute{\alpha}_{\text{Си}}$  – содержание меди в руде.

Точность прогноза извлечения полезного компонента из руды с помощью уравнений регрессии колеблется в широких пределах и зависит от множества объективных и субъективных факторов. Для исключения

ошибок прогнозирования обогатимости используют математический анализ.

В комплексных рудах для расчетов обогатимости используется метод относительных содержаний. Для этого абсолютные содержания главных компонентов суммарно принимаются за 100 %. Относительные содержания конкретного металла рассчитываются от 100 %. Если относительное содержание какого-либо металла составляет менее 10 %, его концентрат не выделяют. Обогатимость его не рассчитывают.

Графическое представление результатов анализов и лабораторных испытаний заключается в построении технологических карт распределения содержаний по эксплуатационным блокам, карт распределения в пределах месторождения технологических типов, категорий и сортов руд, а также карт и планов прогнозируемого извлечения полезных компонентов. На рис. 3.2 приведена схематическая карта распределения руд с разным извлечением меди на горизонте 1505 м медно-порфирового месторождения Эрденет. Для минералого-технологических исследований использовался шлам буровзрывных скважин, пробуренных по сети 32 x 32 м. Масса рядовых проб 7-10 кг, масса групповых проб составляла 100-150 кг.

По результатам минералого-технологических исследований проводился расчет на извлечение в коллективный концентрат меди и молибдена. Для расчета прогнозной обогатимости использовались содержания в технологических пробах меди, молибдена общего, меди и молибдена окисленных, железа общего. По величине расчетного извлечения меди и молибдена технологические пробы разделены на 4 сорта и оконтурены на планах и геологических разрезах.

Как видно из рисунка, центральную часть рудного поля на горизонте 1505 м занимают руды с извлечением меди более 85 %. Участки с низким извлечением в центральной части имеют небольшие размеры и удовлетворяют кондициям.

Карты обогатимости строятся на геологической основе по каждому горизонту месторождения и отдельно по каждому извлекаемому металлу. В качестве примера приведем карту обогатимости руд Греховского полиметаллического месторождения (табл. 3.4).

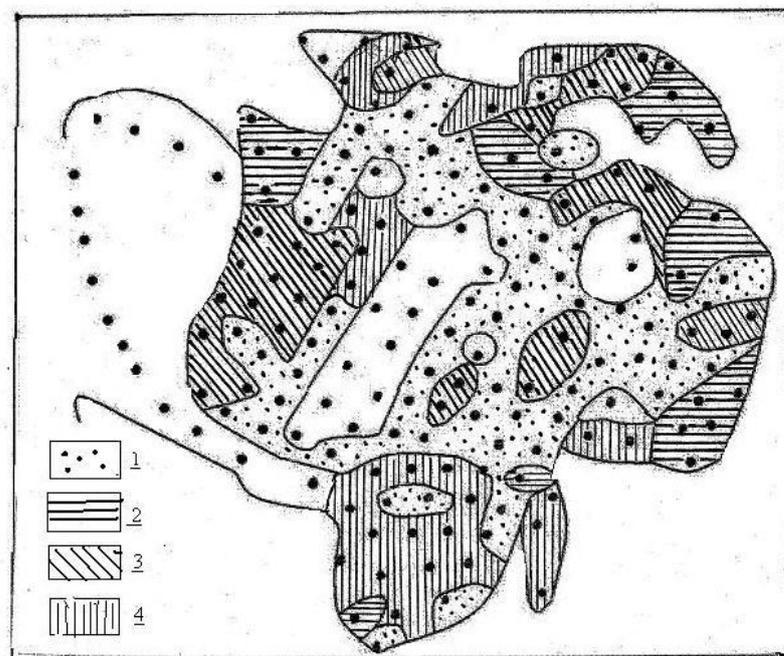


Рис. 3.2. Схематическая карта распределения сортов руд с разным извлечением меди на горизонте 1505 м месторождения Эрденет. Условные обозначения: 1- прогнозируемое извлечение меди из руды составляет более 85 %, 2 – 80-85 %, 3 – 75 – 80 % и 4 – менее 75 %.

При построении карт обогатимости таксонометрической единицей служит эксплуатационный блок, заключенный между подсчетными разрезами. Геологические содержания природных типов руд переводятся в товарные через плановые показатели разубоживания. По товарным содержаниям с помощью уравнений множественной регрессии определяются показатели извлечения каждого добываемого металла для объема руды в эксплуатационном блоке. По показателям извлечения руду блока относят к определенному технологическому типу и сорту. Конечным результатом графических построений является виртуальная геолого-технологическая модель месторождения в виде блок-диаграмм, построенная с помощью специальных компьютерных программ. На этой

модели демонстрируются установленные количественные связи между геологическими особенностями месторождения, вещественным составом руд и показателями переработки в форме таблиц, графиков и уравнений.

*Таблица 3.4*

**Карта обогатимости руд Греховского месторождения**

№ №	Гори зонт	Блок	Продукты обогащения	Содержание, %			Извлечение, %			Рациональный анализ, %
				Pb	Zn	Cu	Pb	Zn	Cu	
26	2	17	Руда	0,51	1,14	0,09				Pb сульф.82,8
			Конц-т Pb	76,2	2,40	2,0	75,5			Zn сульф.90,0
			Конц-т Zn	1,29	55,0	0,33		78,8		Cu вторич. 9,7
			Конц-т Cu	3,00	7,50	27,0			61,1	Cu первич.87.4

Пространственная объемная модель отражает закономерные изменения технологических свойств руд, выраженных в виде показателей их обогащения.

**3.4. Отчет по технологическим исследованиям**

Отчет о технологических исследованиях и полученных результатах состоит из реферата, введения, отдельных глав, отражающих последовательность изучения, заключения, списка использованной литературы и приложения в виде таблиц и графики.

В отчете должны быть отражены следующие вопросы:

1. задачи и методы исследования вещественного состава руд;
2. краткая геолого-минералогическая характеристика основных технологических типов руд, методы отбора и обработки технологических проб;
3. использованные методы анализа проб;

4. количественный химический и минеральный состав руд, промпродуктов, концентратов и хвостов;
5. результаты изучения измельчаемости руды: время и тонина помола, степень раскрытия рудных сростков;
6. баланс распределения рудного компонента по минералам;
7. распределение рудных минералов по классам крупности;
8. описание вторичных изменений рудных минералов (окисление, выщелачивание, замещение).

Основной частью отчета являются рекомендации по созданию технологических схем обогащения по каждому технологическому типу руды.

Они включают:

1. возможность и целесообразность крупнокускового обогащения добытой горной массы и дробленого материала;
2. дробимость и измельчаемость сырья, необходимая тонина помола руды;
3. необходимость направленной обработки руды для повышения контрастности разделительных свойств;
4. технологические схемы, необходимые сепараторы, технологические и реагентные режимы;
5. возможности комплексного использования сырья и схемы для извлечения попутных компонентов;
6. экологическое обеспечение рекомендуемой технологии переработки минерального сырья.

В отчете в виде таблиц должны быть представлены результаты всех испытаний, всех видов анализов, расчеты коэффициентов корреляции, уравнений регрессии и их математической достоверности, прогнозные расчеты обогатимости по каждому эксплуатационному блоку.

Графические приложения к отчету включают:

геологические разрезы масштаба 1 : 1000 и погоризонтные планы с контурами технологических типов и сортов руд масштаба 1 : 2:000 или 1 : 5000, погоризонтные планы распределения содержаний ценных и вредных попутных элементов, погоризонтные планы распределения руд с различным извлечением полезного компонента.

В заключении должны быть представлены выводы и рекомендации по выбору наиболее рациональных схем и режимов обогащения. В выборе схемы обогащения и необходимого оборудования опираются на опыт успешно действующих горно-обогатительных комбинатов, геологические условия месторождений, состав руд, а также технологические параметры руд которых близки прогнозируемому месторождению.

### **Контрольные вопросы**

1. В чем заключается минералого-технологическое картирование месторождений полезных ископаемых?
2. Чем отличается технологический тип руды от природного?
3. Назовите технологические свойства руды.
4. Что определяют при технологических исследованиях руды?
5. Что отражается в отчете о технологических испытаниях?
6. Что такое обогатимость руды?
7. В чем заключается малообъемное технологическое картирование?

## ГЛАВА 4. УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ РУДЫ

### 4.1. Критерии качества руды

Под термином <<качество руд>> понимается совокупность ее технологических свойств, позволяющих получать концентрат определенного вещественного состава и качества (ГОСТ 16487-70). К наиболее важным свойствам его относятся содержания ценных и вредных компонентов, гранулометрический состав рудных минералов и степень обогатимости. Основными параметрами качества руды являются содержание извлекаемого металла, размеры вкрапленности извлекаемой части металла и его фазовый состав.

Управление качеством руды начинается уже на стадии планирования и проектирования горных работ, когда определяются нормативы потерь и плановое содержание полезных компонентов в товарной руде, в рудной массе на всем пути ее следования от забоя до фабрики, когда определяется содержание не только в целом по месторождению, но и по отдельным участкам, блокам, по различным сортам и типам руд.

В процессе отработки месторождения управление качеством руд осуществляется через управление процессами эксплуатационной разведки, подготовкой к добыче, транспортировкой, складированием и отгрузкой руды обогатительной фабрике.

Качество товарной руды, поступающей на фабрику, зависит как от первоначального содержания полезных компонентов, так и от тех технологических изменений, которые происходят с рудой на пути ее следования от забоя до фабрики. Поэтому различают качество руды: в недрах, в отбитой рудной массе, в добытой, складированной, отгруженной (товарной) и переработанной руде. Непосредственное управление качеством руд в повседневной практике сводится: к контролю изменения качества,

который осуществляется методами опробования рудной массы на всем пути ее следования от забоя до фабрики; к регулированию качества методами усреднения. Опробованию подлежат руды по всей технологической цепочке: в забоях горных выработок, в навалах отбитой рудной массы, в подземном и поверхностном транспорте. На фабрике переработанная руда опробуется на транспортерах после дробления, во флотационных машинах. Качество руды является визитной карточкой каждого месторождения полезного ископаемого. От него зависят используемые методы добычи и обогащения, качество получаемого концентрата, полезного компонента и конечная прибыль предприятия.

Необходимо различать *первичное и вторичное* качества руды. Первичное качество обусловлено природными факторами, а вторичное качество создается из первичного с помощью различных технологических приемов.

*Первичное качество руды* природное, оно является следствием ее минерального состава, содержания полезного компонента, полезных и вредных примесей, их минеральной формой, а также технологическими свойствами: гранулометрическим составом, измельчаемостью, контрастностью.

Высокое содержание полезного компонента в руде в большинстве случаев является гарантией получения товарного концентрата и экономической выгоды. Однако, при оценке качества каждого технологического типа руды необходимо учитывать еще долю извлекаемой и не извлекаемой (связанной) частей валового содержания. Традиционная схема обогащения рассчитана на извлечение в концентрат зернистых минералов классов оксидов и сульфидов. Гидроксиды и минералы солей кислородных кислот ввиду повышенной хрупкости, как правило, переизмельчаются и теряются в сливах. Тонкие и сверхтонкие минеральные включения рудного минерала в силикатах и других минералах жильной массы не освобождаются даже при самом тонком измельчении и уходят в

хвосты. Таким образом, высокие содержания полезного компонента в руде благоприятны только в том случае, когда они содержатся в извлекаемой форме.

Качество любой руды необходимо оценивать с позиций определенной технологии обогащения. Руда, оцениваемая как низкокачественная, для традиционной технологии может быть хорошего качества для более совершенной технологии. Известно много примеров, когда низкокачественные (упорные, забалансовые) руды с успехом обогащались при разработке принципиально новых сепараторов.

Для оценки качества руды используются показатели вещественного состава, определяемые при технологических исследованиях, и расчетные показатели. Расчетные показатели определяются с помощью уравнений регрессии и графиков. Главным условием оценки качества руды являются достоверность результатов и экспрессность методов, так как точные результаты необходимо получать и использовать непосредственно в технологическом процессе.

**Вторичное качество руды** создается с помощью технологических приемов управления качеством руды. Они включают селективную добычу, шихтовку, усреднение руды при добыче, сортировку руды, комбинирование методами сепарации и создание руды с новыми технологическими свойствами (для упорных руд).

**Усреднение руд.** Усреднение руд проводится с целью создания товарной руды среднего минерального состава, пригодной для одной технологической схемы обогащения. Это позволяет обогатительной фабрике использовать одну цепочку технологических операций и работать стабильно. Усреднение проводится по содержанию полезного ископаемого, измельчаемости и обогатимости руды. Для усреднения руды на горнодобывающем предприятии создается специальный склад, на который в определенной последовательности подается руда разных забоев, разных технологических типов и в эквивалентном количестве. На складе руда постоянно

перемешивается для создания среднего минерального состава. В процессе усреднения проводится оперативное планирование добычи с использованием геологических разрезов, сортовых планов, карт обогатимости и извлекаемости.

Оперативное управление процессом усреднения осуществляется сменным и суточным планированием подготовки и выдачи руды с рудника и контролем ее технологических параметров, а также системой распределения руды на распределительном складе.

В отсутствии усреднительных складов необходимо разработать систему подачи руды на фабрику, чередуя руду разных технологических типов. В этом случае руда частично усредняется на стадии дробления. Для этого в дробильном отделении создается наклоннослоевой усреднительный склад с неснижаемым запасом руды. Склад обслуживается экскаватором и бульдозером. Отсыпка и отгрузка руды осуществляется методом “скользящей ленты”.

## **4.2. Изменение качества руды в технологическом процессе**

В технологическом процессе под действие внешних сил происходит последовательный переход руды из одного агрегатного состояния в другое. Руда в процессе обогащения - это динамическая система, меняющая свои параметры во времени и пространстве. Для достижения высокой извлекаемости полезного компонента необходимо постоянно контролировать состояние этой системы и реагировать введением поправок в технологический процесс.

Изменения руды начинаются еще в целике. При дезинтеграции рудной массы с помощью взрыва через руду проходят волны сжатия и растяжения. Они вызывают в минералах руды структурные деформации и разрушения. Сначала в минерале появляются признаки пластических деформаций, затем

появляются механические двойники давления, которые сменяются структурами катакластического блокирования. Завершается процесс лавинообразной трещиноватостью. В устойчивых и вязких минералах структурные деформации заканчиваются пластическими деформациями, а в хрупких – трещинообразованием. На несколько порядков в минералах увеличивается количество дефектов различного уровня. Происходит изменение парамагнитных центров, на гранях пьезоэлектриков возникают электрические заряды, которые в сульфидных рудах активизируют электрохимические реакции.

В результате взрыва природный агрегат из равновесного состояния превращается в искусственный кусковатый агрегат. При этом изменяется внешнее давление на зерна минералов. Высокое давление горных пород в целике сменяется атмосферным давлением. Внутренние напряжения минералов, обусловленные давлением горных пород в целике, на поверхности реализуется обильной трещиноватостью. В результате куски руды ограничены новыми поверхностями с обнаженными некомпенсированными зарядами. Зерна минералов на поверхности кусков руды активно сорбируют пылевидные частицы других минералов, влагу и газы. Новая среда обладает высокой активностью кислорода и гидроксила, что способствует процессам окисления и гидратации минералов. При этом изменяются их технологические свойства. Так, при сорбции нерудными минералами руды тонких частиц магнетита магнитные свойства нерудных минералов повышаются и они разубоживают магнитный концентрат. В целом, при обволакивании зерен минералов “рубашкой“ из пылевидных частиц контрастность руды понижается и увеличиваются потери.

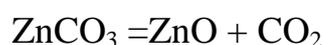
Дробление руды в различного типа мельницах усиливает процесс изменения руды. Прежде всего, идет дальнейшее образование новых активных поверхностей. При соударении кусков руды возникают кратковременные повышения температуры (до 1000°С), приводящие к локальной аморфизации (плавлению минерала и образования стекловидного

слоя). Она увеличивает твердость минералов, блокируя выход дислокаций.

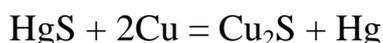
При дроблении происходит изменение соотношения между хрупкими и вязкими минералами, между минералами со спайностью и твердыми минералами. Скорость разрушения хрупких минералов и минералов со спайностью значительно выше, чем вязких и твердых. Соответственно, доля твердых минералов в руде с каждой стадией измельчения постоянно повышается. Избирательность измельчения приводит к зашламовыванию руды, понижению контрастности минералов, а также к образованию флокулей (сгустки пылевидных частиц неопределенного состава). Флокули не поддаются извлечению сепараторами и увеличивают потери полезного ископаемого.

На стадии тонкого измельчения активизируются механохимические превращения руды. Под действием механических факторов (давления и истирания) повышается температура, увеличивается количество структурных дефектов, возрастает их реакционная способность и в твердой руде возникают химические реакции. Эти реакции многогранны. В одних рудах преобладает разложение минералов, в других – обменные реакции, в третьих образуются новые минералы. Среди карбонатов, сульфатов и фосфатов активизируются полиморфные превращения, значительная часть их выщелачивается. Сульфиды и арсениды активно окисляются, а окислы железа и алюминия – гидратируются.

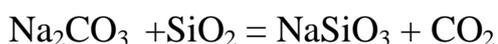
Примером реакций разложения могут служить следующие



Обменных реакций



При совместном измельчении периклаза и корунда образуются новообразования шпинели, а измельчение соды и силикагеля приводит к образованию силиката натрия.



При тонком, особенно сухом, измельчении существенное значение приобретают явления изоморфизма и полиморфизма.

Изоморфы обычно представлены минералами сложного химического состава. Представителями изоморфов в рудах являются минералы группы хромшпинелидов, гранат, оливин, слюды, турмалины, амфиболы. При тонком измельчении они поглощают ценные компоненты рудных минералов и понижают показатели извлекаемости.

Структурные реакции при тонком измельчении приводят к полиморфным превращениям. При том же химическом составе под действием внешних факторов минерал меняет свою структуру. Происходит изменение структурного типа, химических связей, симметрии минерала и, как следствие – изменение технологических свойств. Чаще всего полиморфные превращения происходят в классе сульфидов, карбонатов, сульфатов, фосфатов и других минералов со структурами слабой устойчивости. Так, среди сульфидов меди и никеля полиморфны хозлевудит, миллерит, халькозин, дигенит, а среди карбонатов – кальцит, арагонит.

При расчете схемы обогащения необходимо учитывать содержание в руде минералов, сложенных несколькими политипными, изоморфными и полиморфными модификациями.

### **4.3. Создание руды вторичного качества с новыми технологическими свойствами**

В связи с интенсивной обработкой промышленных месторождений и снижением доли легко обогатимых руд возникает необходимость в разработке технологий обогащения трудно обогатимых руд. Их объединяют в класс упорных руд. Отличительными особенностями их являются: тонко и скрытокристаллические структуры руд, субмикроскопические размеры рудных зерен, низкая контрастность руд по содержанию полезного компонента, близость технологических свойств разделяемых минералов. В

этот класс входят также забалансовые руды и техногенное сырье – отходы, отвалы, хвосты.

Для обогащения упорных руд требуются очень тонкое измельчение и сложные методы концентрации. Промежуточные продукты, минеральная шихта и концентраты у этих руд представлены системами малых частиц (МЧ). Для МЧ установлена нестабильность физических свойств. По сравнению с крупными зернами минералов их МЧ характеризуются пониженными температурами плавления, неустойчивыми параметрами кристаллической структуры, смещением границ существования минеральных фаз. Так, при измельчении серебра от частиц 100 нм до частиц 20 нм температура плавления падает от 837 °С до 320 °С. Высокая концентрация поверхностных дефектов и оборванных химических связей обуславливает способность малых обломочных частиц агрегировать между собой и с другими минералами.

Так как обогащение упорных руд по обычным схемам связано с большими потерями и мало эффективно, то наиболее перспективным является направленное изменение их технологических свойств (*минералургия*).

Минералургия – это область практических знаний по созданию искусственной руды с новыми технологическими свойствами, приемлемыми для ее обогащения. В минералургии используется широкий спектр методов воздействия на руду. Различают *объемное и поверхностное* воздействие.

Основными объемными методами являются:

1. Механическая активация.
2. Термическая обработка (обжиг, спекание, ликвационная плавка).
3. Гидрохимическая (автоклавная) обработка.
4. Биохимическая (бактериальная) обработка.
5. Радиационная обработка.
6. Химические добавки.

При *объемной* обработке руды в минералах увеличивается количество структурных дефектов, происходят полиморфные превращения, распад

твердых растворов. Процессы окисления, восстановления, дегидратации и дегазации достаточно сильно изменяют химический состав руды. При необходимости эти процессы ускоряются с помощью химических добавок (например, сульфидизаторов). Химические добавки чаще используются при обогащении наиболее ценных руд (эвдиалитовых, монацитовых, пироклоровых и др.). Например, при спекании монацита с содой добавляют флюорит. Также в качестве примера можно привести широко распространенный процесс термической агломерации пылевидных руд и концентратов.

***При поверхностном воздействии*** в нужном направлении изменяются свойства, состав и структура поверхностного слоя зерен и сростков минералов руды на глубину нескольких атомных слоев. Повышение дефектности поверхностного слоя, избирательное увеличение гидрофильности или гидрофобности, изменение электроповерхностной проводимости позволяет значительно активировать процесс сепарации.

Методы поверхностного воздействия достаточно разнообразны:

1. Очистка поверхности от сорбированных частиц других минералов.
2. Нанесение слоя дисперсоида.
3. Обработка ультразвуком.
4. Радиационная обработка.
5. Низкотемпературная (до 400 °С) радиационнотермическая обработка.
6. Магнитноимпульсная обработка.
7. Наносекундная обработка электромагнитными импульсами (МЭМИ).
8. Электроимпульсная обработка.
9. Трибоэлектризация.
10. Плазменная обработка.
11. Обработка коронным разрядом.
12. Электрохимическая обработка.

Воздействие на руду в минералургии разностороннее. В одних случаях изменяют химический состав с помощью добавок (например, сульфидизаторов) или дегазацией путем обжига, в других – увеличивают

дефектность руды с целью ее разупрочнения, в третьих – с помощью ингибиторов изменяют структуру минерала для снижения потерь ценного компонента. Так ультразвуковая обработка руды инициирует в структурах минералов дополнительное количество дефектов, что способствует их селективному разделению при последующем измельчении. Ультразвуковое воздействие позволяет снижать температуру спекания при последующем отжиге.

На практике чаще всего используют комбинированное воздействие.

#### **4.4. Показатели эффективности обогащения**

Результаты технологического процесса по обогащению руды оцениваются, главным образом, по количеству и качеству получаемого концентрата. Концентрат рудных минералов может быть коллективный, то есть состоять из нескольких рудных минералов, и селективный – с содержанием одного рудного минерала. Количество концентрата рассчитывается относительно массы использованной руды с учетом извлечения и затрат на единицу продукции. Качество концентрата оценивается по содержанию ценных компонентов и вредных примесей. Концентрат – это стандартизованный товарный продукт и требования к нему регламентируются ГОСТами и техническими условиями (ТУ). Для них устанавливаются минимально и максимально допустимые содержания основных компонентов и гранулометрический состав. Содержание компонентов в руде, концентрате и хвостах дается в %, а содержание драгоценных металлов – в граммах на тонну.

Другой стороной оценки эффективности обогащения являются потери рудного компонента в хвостах, сливах, пыли и газах. Хвосты содержат, преимущественно, нерудные минералы, но в них всегда содержатся тонкие примеси рудных минералов, по какой-то причине не извлеченные из шихты.

Чем выше содержание рудных элементов в хвостах, тем менее эффективен процесс обогащения.

Суммарное количество всех продуктов (концентрат, хвосты, потери) должно соответствовать массе руды, затраченной на получение концентрата.

Для объективной оценки эффективности обогащения рассчитываются следующие показатели:

1. Выход концентрата ( $C_k$ ). Это отношение массы концентрата ( $M_k$ ) к массе товарной руды ( $M_{т.р.}$ ), затраченной на его получение

$$C_k = \frac{M_k \cdot 100 \%}{M_{т.р.}} \quad (4.1)$$

2. Содержание полезного компонента в концентрате, выраженное в оксидах.
3. Содержание сопутствующих компонентов, улучшающих качество концентрата, выраженное в процентах. Эти элементы повышают ценность концентрата. Их содержание в концентрате не регламентируется, чем больше, тем лучше (рений в молибдените, золото в халькопирите, галлий в сфалерите).
4. Содержание вредных примесей, ухудшающих качество концентрата, и выражаемое в процентах. Так, в свинцовом концентрате вредной считается примесь цинка, В вольфрамовом концентрате вредными считаются примеси P, Si, Al.
5. Важным показателем качества обогащения является процент извлечения полезного компонента. Извлечение – расчетный показатель технологической цепочки. Он показывает, какая часть извлекаемого минерала, содержащегося в руде, перешла в концентрат. При многоступенчатом обогащении

6. подсчитываются как проценты извлечения промежуточных операций, так и сквозное извлечение. Промежуточное извлечение подсчитывается как отношение содержания полезного компонента в промпродукте на выходе к содержанию его в исходном промпродукте.

$$E_{\text{изв.}} = \frac{B \Gamma}{A}, \quad (4.2)$$

где  $E_{\text{изв.}}$  – извлечение полезного компонента;  
 $B$  – содержание компонента в концентрате;  
 $\Gamma$  – выход концентрата;  
 $A$  – содержание компонента в руде.

Дополнительными характеристиками эффективности обогащения являются:

1. Содержание полезного компонента в хвостах.
2. Общие потери компонента в хвостах, как произведение содержания в хвостах на их массу.
3. Степень разубоживания, как отношение содержания концентрата к содержанию полезного компонента в целике.
4. Расход руды на тонну концентрата.

#### **4.5. Комплексное и рациональное использования минерального сырья**

Каждое месторождение содержит разнообразные горные породы, рудные и нерудные минералы. Соответственно, при разработке месторождения наряду с рудами добываются сопутствующие горные породы и минералы. Они разубоживают руды и формируют отходы добычи и обогащения.

Минеральное сырье теряется на всех стадиях технологического процесса: при добыче, транспортировке, обогащении, металлургическом переделе. При добыче оно остается в охранных целиках, разубоживается при

извлечении, теряется при транспортировке и погрузочно-разгрузочных работах. При обогащении потери минерального сырья связаны с колебаниями состава руды, неустойчивой контрастностью и невозможностью быстрого изменения работы сепараторов. Потери растут с повышением требований к качеству концентрата.

Полные сквозные потери полезных ископаемых складываются в среднем из потерь: в процессе добычи — 10-30 %, первичной переработки (обогащения) — 20-40 %, химико-металлургического передела — 10-15 %. Особенно велики потери при первичной переработке многокомпонентных руд.

Потери руды при технологическом процессе необходимо разделять на *неизбежные и технологические*.

Неизбежные потери – это часть природных содержаний полезных компонентов, которая не может быть извлечена в концентрат методами первичной переработки на данном этапе развития техники и технологии в пределах экономической целесообразности.

Технологические потери сырья могут быть устранены с помощью технологических исследований. Технологическая экспертиза определяет величину потерь ценных компонентов на всех этапах движения руды: рудоподготовки, обогащения, доводки, утилизации и складирования хвостов.

Отходы горно-металлургического производства делятся на *твердые, жидкие и газообразные*. К твердым относятся горные породы, хвосты, шлаки, пыль. К жидким отходам относятся минерализованные карьерные и шахтные воды, промывка, шламы, пульпа, солевые растворы. Газообразные отходы различного химического состава образуются в основном при глубоком переделе руды. Кроме того к отходам горного производства следует относить также и тепло, выделяемое металлургическими печами.

Для каждого эксплуатируемого месторождения полезных ископаемых проблема полного и экономически выгодного использования добываемого

минерального сырья заключается в решении трех задач:  
комплексного использования месторождений;  
комплексного использования добываемой руды;  
рационального использования руды.

### ***Комплексное использование месторождений***

Комплексное использование месторождений полезных ископаемых предусматривает селективную добычу технологических разновидностей руд и получение соответствующих товарных руд, отдельную добычу горных пород в соответствии с их минеральным и химическим составом для получения материалов, например для силикатной или строительной промышленности, максимальное извлечение руд, утилизацию минеральных отходов, извлечение полезных компонентов из производственных отходов (шахтных и промывочных вод, газов, дымов, шламов), рекультивация нарушенных горными работами земель, биологическая рекультивация.

Максимальное извлечение руды возможно только при оптимальном планировании горных выработок, закладке выработанного пространства и отработке целиков, а также своевременном переходе от системы открытых горных работ к подземной добыче.

Непродуктивная часть извлекаемой горной массы, представленная вмещающими горными породами, должна использоваться в виде сырья для региональной строительной индустрии: строительство дорог, изготовление цемента, огнеупоров, для засыпки карьеров и провалов, гидротехнических и мелиоративных сооружений.

Отходы горного производства наносят существенный вред экологии района. В то же время они содержат целый комплекс химических элементов. При извлечении этих элементов получают дополнительную прибыль, снижают агрессивность отходов и давление на экологию.

Горнотехническая рекультивация заключается в планировке поверхности, формировании откосов отвалов и бортов карьеров, нанесение

плодородных пород и почв.

### ***Комплексное использование добываемой руды***

Комплексное использование добываемой руды в настоящее время имеет наибольшее распространение на горнодобывающих предприятиях цветной металлургии, в связи с тем, что руды цветных металлов, как правило, являются сложными и многокомпонентными. В этих рудах наряду с основными - медью, свинцом, никелем и другими металлами - содержатся многочисленные попутные полезные компоненты: золото, серебро, платиноиды, олово, вольфрам, молибден, кобальт, мышьяк, сера, железо, барий, кадмий, селен, теллур, индий, рений и др. При этом нередко ценность сопутствующих полезных компонентов превышает ценность основных.

Сульфидные руды таких металлов, как Cu, Zn, Pb, содержат 1-5, реже 10-12 % металла, остальное – железный колчедан. При обогащении руд железный колчедан отделяется в отходы производства, и его можно использовать как сырье для получения серной кислоты. В свою очередь отходом сернокислого производства является огарок, образующийся при обжиге колчедана, содержащий в среднем около 60 % Fe, 3,4 % Zn, 0,6 % Cu, 0,3 % Pb и небольшое количество благородных металлов.

Большинство железорудных месторождений характеризуются также многокомпонентностью полезных ископаемых. К наиболее важным из сопутствующих элементов относятся: ванадий, медь, кобальт, никель, германий, фосфор, сера, бор, тантал, ниобий и цирконий.

Уровень комплексности использования минерального сырья можно оценить коэффициентом комплексности  $K_k$ , представляющим собой отношение суммарной стоимости извлеченных в товарную продукцию полезных компонентов к суммарной стоимости компонентов в сырье. Уровень комплексности использования месторождений оценивается числом добываемых на месторождении полезных ископаемых и полезных компонентов, а также степенью их полноты извлечения и реализации.

Рациональное использование руды предусматривает минимизацию потерь руды в процессе обогащения, снижение количества отходов, рост извлечения основных компонентов и повышение их качества, расширение ассортимента выпускаемой продукции за счет получения из перерабатываемых отходов сырья дополнительных промышленных материалов.

#### **4.6. Сертификация руд и концентратов**

Горно-обогатительные комбинаты, выставляя свою продукцию (товарные руды, промпродукты, концентраты, а в некоторых случаях и хвосты) на внутренний и международный рынок вынуждены стандартизировать свою продукцию. Она должна соответствовать определенности и постоянному качеству.

В России установлены следующие категории нормативно-технической документации, определяющей требования к объектам стандартизации: государственные стандарты (ГОСТ); отраслевые стандарты (ОСТ); республиканские стандарты (РСТ); стандарты предприятий (СТП); технические условия (ТУ).

Государственные стандарты (ГОСТ) разрабатывают на продукцию, работы, услуги, потребности в которых носят межотраслевой характер. Стандарты этой категории принимает Госстандарт России. В стандартах содержатся как обязательные требования, так и рекомендательные. К обязательным относятся: безопасность продукта, услуги, процесса для здоровья человека, окружающей среды, имущества, а также производственная безопасность и санитарные нормы, техническая и информационная совместимость и взаимозаменяемость изделий, единство методов контроля и маркировки. Рекомендательные требования стандарта становятся обязательными, если на них есть ссылка в договоре (контракте).

Отраслевые стандарты (ОСТ) разрабатываются применительно к продукции определенной отрасли. Их требования не должны противоречить обязательным требованиям государственных стандартов, а также правилам и нормам безопасности, установленным для отрасли. Принимают такие стандарты государственные органы управления (например, министерства), которые несут ответственность за соответствие отраслевых стандартов обязательным требованиям ГОСТ Р. Диапазон применения отраслевых стандартов ограничивается предприятиями, подведомственными государственному органу управления, принявшему данный стандарт. Контроль за выполнением обязательных требований организует ведомство, принявшее данный стандарт.

Стандарты предприятий (СТП) разрабатываются и принимаются самими предприятиями. Объектами стандартизации в этом случае являются составляющие организация и управление производством, продукция, составные части продукции, технологическая оснастка, общие технологические нормы процесса производства. Эта категория стандартов обязательна для предприятия принявшего этот стандарт.

Технические условия (ТУ) разрабатываются предприятиями и другими субъектами хозяйственной деятельности в том случае, когда стандарт создавать нецелесообразно.

По результатам стандартизации предприятию в порядке, определяемом Комитетом по стандартизации, метрологии и сертификации РФ, выдается сертификат. **Сертификат** – это документ соответствия, который удостоверяет качество товара. Качество продукта минерального состава определяется его технологическими свойствами, указывающими, что и сколько из него можно извлечь.

Сертификат соответствия ГОСТ Р – специальный вид документа, гарантирующего, что продукция в полной мере отвечает установленным на законодательном уровне нормам безопасности и качества. Процесс получения сертификата соответствия призван защищать потребителей от

покупок некачественного товара. Сертификация на соответствие ГОСТ Р выполняется как на обязательных основаниях, так и добровольно. Под обязательную сертификацию подпадают товары, закрепленные на государственном уровне в специальном перечне продукции. По результатам обязательной сертификации выдается документ установленного образца.

Добровольная процедура сертификации проводится на любую продукцию, не вошедшую в обязательный перечень. Выполняя данную процедуру, производитель старается подтвердить качество своей продукции и показывает потребителю, что ее можно безопасно использовать. При прохождении добровольной сертификации выдается также сертификат, только на голубом бланке.

В целом руды и концентраты относятся к товарам с добровольной сертификацией. Исключение составляют руды и концентраты цветной металлургии, содержащие драгоценные металлы. Основу сертификатов на руды и концентраты составляют результаты минералого-технологических исследований. К ним относятся минеральный, химический и гранулометрический составы, содержание основного и примесных (полезных и вредных) металлов.

Сертификация продукции горно-обогатительного комбината позволяет решить сразу несколько задач: обосновать цену; определить направления использования; определить способы извлечения (доизвлечения) ценных компонентов, доводки до гостированной продукции, пути утилизации отходов вторичной переработки; обосновать технологическую схему и выбор оборудования для вторичной переработки и др. Внедрение компьютерных систем анализа изображения в общем комплексе методов технологической минералогии значительно облегчает решение этих задач.

## **Контрольные вопросы**

1. Что определяет качество руды?
2. Как изменяются технологические свойства руды при дроблении и измельчении?
3. Какими технологическими приемами поддерживается стандартный состав руды?
4. Какими методами изменяют обогатимость руды?
5. По каким критериям оценивают эффективность обогащения руды?
6. От чего зависит выход концентрата?
7. В чем заключается рациональная отработка месторождения?
8. Для каких целей сертифицируют продукты обогащения?

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### *Основная литература*

*Изоитко В. М.* Технологическая минералогия и оценка руд. Изд-во Наука. 1997. 582 с.

*Козин В. З.* Исследование руд на обогатимость: учебное пособие / В. З. Козин – Екатеринбург. Изд-во УГГУ 2008. 304 с.

*Кононов О. В., Бакшеев И. А.* Курс технологической минералогии: учебное пособие / Кононов О. В., Бакшеев И. А., М., изд-во МГУ., 2004. 202 с.

### *Дополнительная литература*

*Барский Л. А.* Основы минералургии. Теория и технология разделения минералов. М., Наука, 1984.

Геолого-минералогическое моделирование рудных месторождений. Отв. редактор В. М. Изоитко. СПб. Механобртехника, 1993.

*Джонс М. П.* Прикладная минералогия. Количественный подход. М., Недра. 1991. 392 с.

*Дорощенко М. В, Башлыкова Т. В.* Технологические свойства минералов. Справочник для технологов. Изд-во Теплоэнергетик. М., 2007. 296 с.

*Иванов О. П., Кушнарченко Ю. С., Маршукова И. К.* Технологическая минералогия оловянных руд. Наука. Ленинградское отделение. 1989, 208 с.

*Козин В. З.* Минералургия. Изд-е УГГГА. Екатеринбург, 2000. 127 с.

*Технологическая минералогия: методические указания по выполнению лабораторных работ / сост., Романов В. А., Глазов А. И.* СПб., РИЦ СПГИ (ТУ). 2004. 76 с

*Технологическая оценка минерального сырья.* Справочник. Методы исследования. / под ред. П. Е. Остапенко. М., <<Недра>>, 1990. 261 с.

*Чесноков Б. В.* Минералогическое картирование рудного района с гидротермальной минерализацией (на примере Березовского рудного поля на

Урале): автореф. дисс....док. геол.мин. наук: Л., 1981, 27 с.

### **Интернет-ресурсы**

[https:// StudFiles Lekton diva;](https://StudFiles.Lekton.diva)

[https:// Helpiks. org;](https://Helpiks.org)

[https:// studiopedia. info;](https://studiopedia.info)

[https:// ru. Wikipedia. irg;](https://ru.Wikipedia.irg)

[vikidalka. ru;](http://vikidalka.ru)

[www. Geokniga. org.](http://www.Geokniga.org)

## ОГЛАВЛЕНИЕ

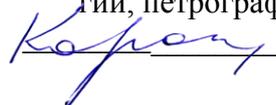
ВВЕДЕНИЕ .....		3
ГЛАВА 1	<b>ОСНОВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ РАЗВЕЛКИ И ОСВОЕНИЯ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ.....</b>	<b>7</b>
1.1	Типы месторождений.....	7
1.2	Основные параметры месторождений.....	9
1.3	Геолого-разведочные работы.....	15
1.4	Минералогическое картирование и моделирование месторождений полезных ископаемых.....	16
1.5	Технологии добычи и обогащения.....	20
1.6	Типизация руд.....	24
	Контрольные вопросы	
ГЛАВА 2	<b>ИССЛЕДОВАНИЯ ВЕЩЕСТВЕННОГО СОСТАВА РУД</b>	<b>28</b>
2.1	Минеральный состав рудных тел.....	28
2.2	Технологические свойства минералов.....	31
2.3	Методы исследования твенного состава руды.....	38
2.4	.Формы нахождения рудных элементов в руде и баланс распределения их по минералам. ....	44
2.5	Свойства выветрелых и окисленных руд.....	47
	Контрольные вопросы	
ГЛАВА 3	<b>ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РУД</b>	<b>52</b>
3.1	Технологические свойства руд.....	52
3.2	Минералого-технологическое картирование месторождений.....	63
3.3	Прогноз на обогатимость технологических типов руд	70
3.4	Отчет по технологическим исследованиям.....	76
	Контрольные вопросы	
ГЛАВА 4	<b>УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ РУДЫ</b>	<b>79</b>
4.1	Критерии качества руды.....	80
4.2	Изменение качества руды в технологическом процессе.....	83
4.3	Создание руды вторичного качества с новыми технологическими свойствами.....	86
4.4	Показатели эффективности обогащения.....	89
4.5	Комплексное и рациональное использование минерального сырья .....	91
4.6	Сертификация руд и концентратов.....	95
	Контрольные вопросы	
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	99
	ОГЛАВЛЕНИЕ.....	101

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой минералогии, петрографии и геохимии

 В. А. Коротеев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
СТУДЕНТОВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.Б.2.13 ПРАКТИЧЕСКАЯ МИНЕРАЛОГИЯ**

Специальность:

***21.05.02 Прикладная геология***

Специализация №4

***Прикладная геохимия, минералогия, петрология***

форма обучения: очная

Автор: Сустанов С.Г., доцент, к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры

Минера

*(название кафедры)*

Протокол № 7 от 17.04.2019

*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

## КЛАССИФИКАЦИЯ МИНЕРАЛЬНЫХ ВИДОВ И ИХ ФОРМУЛЫ

Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине «Практическая минералогия» для специальности 21.05.02 Прикладная геология специализации №4 «Прикладная геохимия, минералогия, петрология»

Составитель: С.Г.Суставов, доц., канд. геол.- минер. наук

Екатеринбург, 2019

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время отсутствует учебник минералогии, в котором были бы отражены все современные изменения произошедшие в этой науке. Те учебники, которые были изданы ранее для студентов геологических специальностей вузов: А.Г.Бетехтин и др. (1961), Е.К.Лазаренко (1971), А.А.Годовиков (1975, 1983), А.В. Миловский и О.В. Кононова (1982), А.Г.Булаха (1989, 1999) на текущий момент в той или иной мере частично устарели. В каждом из этих учебников по-своему решены вопросы классификации минералов, отсутствует единообразие в написании формул ряда минералов, есть различия в определении понятия минерал и минеральный вид. Весь этот разнобой мешает студентам в освоении систематического раздела курса при пользовании разными учебниками.

В Санкт-Петербургском университете на кафедре минералогии эти противоречия успешно решаются на протяжении последнего десятилетия выпуском методических указаний по данному курсу. Эти разработки послужили прообразом для решения этой проблемы на родственной кафедре в нашей академии.

В предлагаемом пособии приведена классификация минералов в соответствии с современными рекомендациями Всероссийского минералогического общества и Международной Минералогической Ассоциации (ММА), учтены принятые в настоящий момент классификации пироксенов, амфиболов, слюд, хлоритов и цеолитов. Это сделано с целью, упорядочить ту терминологическую основу, которая используется в геологической практике.

## ОСНОВЫ МИНЕРАЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМАТИКИ

Любая наука по мере накопления знаний испытывает потребность в дифференциации, которая возрастает по мере углубленного изучения предмета. В силу тех представлений, которые бытуют в науке на данный момент, находится та или иная классификация.

Первая классификация в минералогии относится к самому началу прошлого тысячелетия, когда среднеазиатский ученый Ибн-Сина, известный в Европе как Авицена, в труде "Книга исцеления" в соответствии с основами естествознания того времени, подразделил все минералы на четыре группы: 1. Камни и земли, 2. Серные минералы, 3. Металлы и 4. Соли. Данные представления бытовали в минералогии с небольшими изменениями почти до конца XVIII века.

С бурным развитием естествознания, а особенно физики и химии, вызванного развитием промышленного производства в конце XVIII столетия, связано усиление в минералогии химического направления. Это направление развивали шведский минералог и химик А.Ф.Кронштедт, русский минералог академик В.М.Севергин, шведский химик И.Я.Берцелиус, американский минералог Д.Д.Дэна. Наиболее полно и последовательно классификация, построенная по химическому принципу, приведена в монографии Д.Д.Дэна "Система минералогии", изданная впервые в 1937 году. В ней он выделяет следующие классы: 1. Самородные вещества, 2. Сернистые и мышьяковые соединения, 3. Галоидные соединения, 4. Кислородные соединения и 5. Органические вещества.

Развитие в конце XIX в начале XX столетий кристаллохимии послужило основанием для использования в классификации минералов структурного принципа. В этом направлении активно работали австрийский минералог Г.Чермак, русский кристаллограф Е.С.Федоров. Наиболее полно кристаллохимическая классификация была приведена в работе В.Брэгга (1934).

В современных учебниках и справочниках классификация минералов производится с использованием двух параметров: химического состава и структуры. По такому

принципу построены справочные руководства Х.Штрунца, А.С.Поваренных, монографии А.Г.Бетехтина, Е.К.Лазаренко, А.А.Годовикова.

При любой классификации, учебной особенно, необходимо четко определить те понятия, которые в ней используются. Ранее, а кое-где и до сих пор основной единицей при классификации является минерал, как тот "кирпичик" из которого построено царство минералов. *Минерал – это продукт природной физико-химической реакции, имеющий индивидуализированный химический состав, изменяющийся в определенных пределах и находящийся в кристаллическом состоянии.* В дальнейшем при изучении химического состава ряда минералов было показано его неоднородность, что позволило выделить более мелкие иерархические единицы минеральные виды. *Минеральным видом называется множество минеральных индивидов, образовавшихся в результате того или иного геологического процесса, имеющих однотипную структуру и специфический химический состав, изменяющийся в определенных границах.*

Это можно проиллюстрировать на примере минерала оливина, при изучении которого было установлено, что в его состав входит три катиона магний, железо и марганец. Соответственно в его состав входит три минеральных вида: форстерит  $Mg_2[SiO_4]$ , фаялит  $Fe_2[SiO_4]$ , и тефроит  $Mn_2[SiO_4]$ . Изобразим химический состав этих минералов на треугольной диаграмме. (Рис.1). Как видно смесимость между форстеритом и фаялитом полная, т.е. существует непрерывный ряд твердых растворов. Согласно правилу ММА граница между этими минералами находится посередине. Обособленно находится тефроит, смесимость у него и с форстеритом и фаялитом ограничена. Таким образом, минерал оливин состоит из трех минеральных видов. В данном случае название минерала является надвидовым названием.

Вещества одного состава, но разной структуры относятся к разным минеральным видам. Например,  $ZnS$  кубической сингонии и  $ZnS$  гексагональной сингонии – это два минеральных вида: сфалерит и вюрцит.

В непрерывных изоморфных сериях состоящих из трех компонентов точка равноудаленная от каждой из вершин отвечает содержанию 33,3%. Тот минеральный вид, содержание которого превышает два других, является основным (Рис. 2).

В пределах минерального вида выделяются разновидности по химическому составу, структурным особенностям, физическим свойствам, форме выделения, а иногда условиям образования. К химическим разновидностям относятся те различия минерального вида, состав которых отклоняется от стехиометрического, приписываемого самому виду. Самостоятельные названия получили те разновидности, у которых отклонение в составе связано с изменением физических свойств. Например, железосодержащая разновидность сфалерита, содержащая до 25% Fe, имеет черную окраску и носит название марматит. Сфалерит, отвечающий стехиометрической формуле бесцветный.

К структурным разновидностям относятся различия данного вида, отличающиеся некоторыми особенностями структуры, например правый и левый кварц или Н-альбит L-альбит.

Разновидностей по физическим свойствам, главным образом по окраске и по форме выделения, существует довольно много. Выделение разновидностей обусловлено тем, что каждая из них чем-то отличается от основного вида и характеризует в свою очередь особенности среды минералообразования.

В настоящее время существует около 4000 минеральных видов. Данное пособие поможет студенту получить представление о том многообразии минерального царства, с которым он должен ознакомиться в процессе изучения и освоения данной дисциплины.

Ограниченность учебного времени не позволяет познакомиться со всем многообразием минералов, поэтому введены следующие ограничения.



1. Из систематики исключены типы и классы минералов, которые не входят в учебную программу. Это карбиды, силициды, углеводороды и т.д. распространение которых в земной коре резко ограничено.
2. Классификация построена на принципах химического состава и структуры. Первый позволяет разбить все множество на крупные таксоны: типы и классы, второй производит более мелкое расчленение.
3. Подклассы выделены только в тех классах, где имеется достаточное количество представителей. Это классы сульфидов, окислов, силикатов и боратов. Выделение подклассов осуществляется в первых двух случаях по химическому принципу, а в оставшихся по структурному и позволяет студенту более наглядно проследить связь конституции с физическими свойствами и морфологией минерала.
4. В классификации учтены только видовые названия, надвидовые, межвидовые и подвидовые названия широко представленные в учебниках не приводятся. Поэтому отсутствуют привычные термины такие как, например, роговая обманка – надвидовое название используемое для натро-кальциевых амфиболов богатых глиноземом; гессонит – межвидовое название, применяемое для промежуточных разностей ряда твердых растворов гроссуляр андрадит, или фенгит межвидовое название слюд ряда мусковит алюмоселадонит. Отсутствуют, например такие термины, как халцедон, морион, цитрин, аметист, раухтопаз, так как они являются разновидностями кварца или подвидовыми названиями. Содержание этих понятий рассматривается в лекционном курсе.

## СИСТЕМАТИКА МИНЕРАЛОВ

### ТИП 1. ПРОСТЫЕ ВЕЩЕСТВА

#### КЛАСС 1. МЕТАЛЛЫ

Группа меди:

1. Медь Cu,  $Fm\bar{3}m$
2. Серебро Ag,  $Fm\bar{3}m$
3. Золото Au,  $Fm\bar{3}m$

Группа железа:

4. Железо Fe,  $Im\bar{3}m$
5. Тэнит (Ni,Fe),  $Im\bar{3}m$

Группа платины:

6. Платина Pt,  $Fm\bar{3}m$
7. Осмий Os,  $Fm\bar{3}m$
8. Иридий Ir,  $Fm\bar{3}m$

Группа ртути:

9. Ртуть Hg,  $R\bar{3}m$

#### КЛАСС 2. ПОЛУМЕТАЛЛЫ

Группа мышьяка:

10. Мышьяк As,  $R\bar{3}m$
11. Висмут Bi,  $R\bar{3}m$
12. Сурьма Sb,  $R\bar{3}m$

#### КЛАСС 3. НЕМЕТАЛЛЫ

Группа серы:

13. Сера S,  $Fddd$

14. Сера-бета  $S$ ,  $P2_1/a$   
15. Розшикит =  $\gamma$ -сера  $S$ ,  $P3_121$

Семейство углерода:

16. Алмаз  $C$ ,  $Fd3m$   
17. Лонсдэлит  $C$ ,  $C6mc (2H)$   
18. Графит  $C$ ,  $P6_3/mmc (2H, 3R)$

#### КЛАСС 4. ИНТЕРМЕТАЛИДЫ

Семейство ферроплатины:

19. Изоферроплатина  $Pt_3Fe$ ,  $Fm3m$   
20. Тетраферроплатина  $PtFe$ ,  $P4/mmm$

### ТИП II. СЕРНИСТЫЕ СОЕДИНЕНИЯ И ИХ АНАЛОГИ

#### КЛАСС 2.1. СОБСТВЕННО СУЛЬФИДЫ (АРСЕНИДЫ)

##### ПОДКЛАСС 2.1.1 ПРОСТЫЕ СУЛЬФИДЫ

(координационная структура)

Группа халькозина:

21. Халькозин  $Cu_2S$ ,  $Ab2m$

Семейство аргентита:

22. Аргентит  $Ag_2S$ ,  $Im3m$ .  
23. Акантит  $Ag_2S$ ,  $P2_1/c$

Группа галенита:

24. Галенит  $PbS$ ,  $Fm3m$   
25. Алабандин  $MnS$ ,  $Fm3m$

Группа сфалерита:

26. Сфалерит  $ZnS$ ,  $F\bar{4}3m$   
27. Метациннабарит  $HgS$ ,  $F\bar{4}3m$

Группа пирротина

28. Троилит  $FeS$ ,  $P6_3/mmc$   
29. Клинопирротин  $Fe_7S_8$ ,  $F2/d$   
30. Гексапирротин  $Fe_{1-x}S$ ,  $P6_3/mmc$   
31. Никелин  $NiAs$ ,  $P6_3/mmc$

(цепочечная структура)

Группа миллерита:

32. Миллерит  $NiS$ ,  $R3m$

Группа киновари:

33. Киноварь  $HgS$ ,  $C3_12$  и  $C3_22$

Группа антимонита:

34. Стибнит (антимонит)  $Sb_2S_3$ ,  $Pbnm$   
35. Висмутин  $Bi_2S_3$ ,  $Pbnm$

(слоистая структура)

Группа аурипигмента

36. Аурипигмент  $As_2S_3$ ,  $P2_1/n$

Группа молибденита

37. Молибденит  $MoS_2$ ,  $P6_3/mmc - (2H, 3R)$

Группа ковеллина

38. Ковеллин  $CuS$ ,  $P6_3/mmc$

(молекулярная структура)

Группа реальгара

39. Реальгар  $AsS$ ,  $P2_1/n$

### ПОДКЛАСС 2.1.2 СЛОЖНЫЕ СУЛЬФИДЫ

(координационная структура)

Группа халькопирита

40. Халькопирит  $\text{CuFeS}_2$ ,  $\bar{I}4\ 2d$

41. Станнин  $\text{Cu}_2\text{FeSnS}_4$ ,  $\bar{I}4\ 2d$

42. Талнахит  $\text{Cu}_9\text{Fe}_8\text{S}_{16}$ ,  $\text{Fm}3m$

Группа борнита

43. Борнит  $\text{Cu}_5\text{FeS}_4$ ,  $\text{Fm}3m$

Группа пентландита

44. Пентландит  $(\text{Fe},\text{Ni})_9\text{S}_8$ ,  $\text{Fm}3m$

### ПОДКЛАСС 2.1.3. ПЕРСУЛЬФИДЫ И ИХ АНАЛОГИ

(структура координационная)

Группа пирита

45. Пирит  $\text{Fe}(\text{S})_2$ ,  $\text{Pa}3$

46. Кобальтин  $\text{Co}(\text{AsS})$ ,  $\text{Pa}3$

47. Герсдофит  $\text{Ni}(\text{AsS})$ ,  $\text{Pa}3$

Группа марказита

48. Марказит  $\text{Fe}(\text{S})_2$ ,  $\text{Pmnn}$

49. Леллингит  $\text{Fe}(\text{As})_2$ ,  $\text{Pnnt}$

50. Раммельсбергит  $\text{Ni}(\text{As})_2$ ,  $\text{Pnmm}$

51. Саффорит  $\text{Co}(\text{As})_2$ ,  $\text{Pnmm}$

Группа арсенопирита

52. Арсенопирит  $\text{Fe}(\text{AsS})$ ,  $\text{P}2_1/c$ ,  $\bar{P}1$

53. Гудмундит  $\text{Sb}(\text{AsS})$ ,  $\text{P}2_1/c$

Группа скуттерудита

54. Скуттерудит  $\text{Co}(\text{As})_3$ ,  $\text{Im}3$

55. Никельскуттерудит  $\text{Ni}(\text{As})_3$ ,  $\text{Im}3$

### ПОДКЛАСС 2.1. 4. СУЛЬФОСОЛИ

(островная структура)

Группа прустита:

56. Прустит  $\text{Ag}_3(\text{AsS}_3)$ ,  $\text{R}3c$

57. Пираргирит  $\text{Ag}_3(\text{SbS}_3)$ ,  $\text{R}3c$

(цепочечная структура)

Группа буланжерита-джемсонита

58. Буланжерит  $\text{Pb}_5(\text{Sb}_2\text{S}_4)_2\text{S}_3$ ,  $\text{P}2_1/c$

59. Джемсонит  $\text{Pb}_4\text{Fe}(\text{Sb}_3\text{S}_7)_2$ ,  $\text{P}2_1/c$

(каркасная структура)

Группа блеклых руд:

60. Теннантит  $\text{Cu}_{12}(\text{AsS}_3)_4\text{S}$ ,  $\bar{I}4\ 3m$

61. Тетраэдрит  $\text{Cu}_{12}(\text{SbS}_3)_4\text{S}$ ,  $\bar{I}4\ 3m$

## ТИП III. КИСЛОРОДНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

### КЛАСС 3.1 ОКИСЛЫ

Подкласс 3.1.1 Простые окислы

(координационная структура)

Группа уранинита:

62. Уранинит  $\text{UO}_2$ ,  $\text{Fm}3m$

63. Торианит  $\text{ThO}_2$ ,  $Fm\bar{3}m$   
 Группа периклаза:  
 64. Периклаз  $\text{MgO}$ ,  $Fm\bar{3}m$   
 Группа рутила:  
 65. Рутил  $\text{TiO}_2$ ,  $P4_2/mnm$   
 66. Анатаз  $\text{TiO}_2$ ,  $I4_1/amd$   
 67. Брукит  $\text{TiO}_2$ ,  $Pbca$   
 68. Касситерит  $\text{SnO}_2$ ,  $P4_2/mnm$   
 69. Пиролюзит  $\text{MnO}_2$ ,  $P4_2/mnm$   
 Группа корунда:  
 70. Корунд  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $R\bar{3}c$   
 71. Гематит  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $R\bar{3}c$   
 (каркасная структура)  
 Группа куприта:  
 72. Куприт  $\text{Cu}_2\text{O}$ ,  $Pn\bar{3}m$   
 Семейство кремнезема:  
 73.  $\alpha$ -Кварц  $\text{SiO}_2$ ,  $P3_221$   
 74.  $\beta$ -Кварц  $\text{SiO}_2$ ,  $P6_222$   
 75.  $\alpha$ -Тридимит  $\text{SiO}_2$ ,  $Pnmm$   
 76.  $\beta$ -Тридимит  $\text{SiO}_2$ ,  $P6_3/mmc$   
 77.  $\alpha$ -Кристобалит  $\text{SiO}_2$ ,  $P4_12_12$   
 78.  $\beta$ -Кристобалит  $\text{SiO}_2$ ,  $Fd\bar{3}m$   
 79. Коэсит  $\text{SiO}_2$ ,  $C2/c$   
 80. Стишовит  $\text{SiO}_2$ ,  $P4_2/mnm$   
 81. Опал  $\text{SiO}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ , аморф.  
 82. Лешательерит  $\text{SiO}_2$ , аморф.

*Подкласс 3.1. 2. Сложные окислы  
 (координационная структура)*

- Группа шпинели:  
 83. Шпинель  $\text{MgAl}_2\text{O}_4$ ,  $Fd\bar{3}m$   
 84. Герценит  $\text{FeAl}_2\text{O}_4$ ,  $Fd\bar{3}m$   
 85. Ганит  $\text{ZnAl}_2\text{O}_4$ ,  $Fd\bar{3}m$   
 86. Магнезиоферрит  $\text{MgFe}_2\text{O}_4$ ,  $Fd\bar{3}m$   
 87. Магнетит  $\text{FeFe}_2\text{O}_4$ ,  $Fd\bar{3}m$   
 88. Якобсит  $\text{MnFe}_2\text{O}_4$ ,  $Fd\bar{3}m$   
 89. Магнезиохромит  $\text{MgCr}_2\text{O}_4$ ,  $Fd\bar{3}m$   
 90. Хромит  $\text{FeCr}_2\text{O}_4$ ,  $Fd\bar{3}m$   
 Группа хризоберилла:  
 91. Хризоберилл  $\text{BeAl}_2\text{O}$ ,  $Pnma$   
 Группа гаусманита:  
 92. Гаусманит  $\text{MnMn}_2\text{O}_4$ ,  $I4_1/amd$   
 Группа ильменита:  
 93. Ильменит  $\text{FeTiO}_3$ ,  $R\bar{3}$   
 94. Гейкилит  $\text{MgTiO}_3$ ,  $R\bar{3}$   
 95. Пирофанит  $\text{MnTiO}_3$ ,  $R\bar{3}$   
 Группа перовскита:  
 96. Перовскит  $\text{CaTiO}_3$ ,  $Pcnm$

97. Лопарит-(Ce)  $\text{NaCeTi}_2\text{O}_6$ , Pnca  
 Группа колумбита:  
 98. Колумбит-(Fe)  $\text{FeNb}_2\text{O}_6$ , Pnca  
 99. Колумбит-(Mn)  $\text{MnNb}_2\text{O}_6$ , Pnca  
 100. Колумбит-(Mg)  $\text{MgNb}_2\text{O}_6$ , Pnca  
 101. Танталит-(Fe)  $\text{FeTa}_2\text{O}_6$ , Pnca  
 102. Танталит-(Mn)  $\text{MnTa}_2\text{O}_6$ , Pnca  
 Группа пирохлора:  
 103. Пирохлор  $\text{NaCaNb}_2\text{O}_6\text{F}$ , Fd3m  
 Группа эшинита:  
 104. Эшинит-(Ce)  $\text{Ce}(\text{TiNb})\text{O}_6$ , Pbnm  
 Группа самарскита:  
 105. Самарскит-(Y)  $\text{YNbO}_4$ , Pbcn  
 Группа криптомелана-романешита:  
 106. Криптомелан  $\text{K}(\text{Mn}_7^{4+} \text{Mn}_2^{2+})\text{O}_{16}$ , I2/m  
 107. Романешит  $\text{Ba}(\text{Mn}_3^{4+} \text{Mn}_2^{3+})\text{O}_{10} \cdot \text{H}_2\text{O}$ , P222

### КЛАСС 3.2 ГИДРООКИСЛЫ

(цепочечная структура)

- Группа диаспора:  
 108. Диаспор  $\text{AlO}(\text{OH})$ , Pbnm  
 109. Гетит  $\text{FeO}(\text{OH})$ , Pbnm  
 Группа манганита:  
 110. Манганит  $\text{MnO}(\text{OH})$ , B2<sub>1</sub>/d

(слоистая структура)

- Группа лепидокрокита:  
 111. Лепидокрокит  $\text{FeO}(\text{OH})$ , Cmcn  
 112. Бемит  $\text{AlO}(\text{OH})$ , Cmcn  
 Группа гиббсита:  
 113. Гиббсит  $\text{Al}(\text{OH})_3$ , P2<sub>1</sub>/n  
 Группа брусита:  
 114. Брусит  $\text{Mg}(\text{OH})_2$ , P $\bar{3}$ m1

### КЛАСС 3. 3 СИЛИКАТЫ И ИХ АНАЛОГИ

Подкласс 3.3.1 Островные силикаты (островная структура)

Отдел 3.3.1.1 Ортосиликаты

- Группа оливина:  
 115. Форстерит  $\text{Mg}_2[\text{SiO}_4]$ , Pmcsn  
 116. Фаялит  $\text{Fe}_2[\text{SiO}_4]$ , Pmcsn  
 117. Тефроит  $\text{Mn}_2[\text{SiO}_4]$ , Pmcsn  
 Группа циркона:  
 118. Циркон  $\text{Zr}[\text{SiO}_4]$ , I4<sub>1</sub>/amd  
 119. Торит  $\text{Th}[\text{SiO}_4]$ , I4<sub>1</sub>/amd  
 120. Коффинит  $\text{U}[\text{SiO}_4]$ , I4<sub>1</sub>/amd  
 Группа фенакита:  
 121. Фенакит  $\text{Be}_2[\text{SiO}_4]$ , R $\bar{3}$   
 122. Виллемит  $\text{Zn}_2[\text{SiO}_4]$ , R $\bar{3}$   
 Группа гранатов:  
 123. Пироп  $\text{Mg}_3\text{Al}_2[\text{SiO}_4]_3$ , Ia3d

124. Альмандин  $\text{Fe}_3\text{Al}_2[\text{SiO}_4]_3$ , Ia3d  
 125. Спессартин  $\text{Mn}_3\text{Al}_2[\text{SiO}_4]_3$ , Ia3d  
 126. Уваровит  $\text{Ca}_3\text{Cr}_2[\text{SiO}_4]_3$ , Ia3d  
 127. Гроссуляр  $\text{Ca}_3\text{Al}_2[\text{SiO}_4]_3$ , Ia3d  
 128. Андрадит  $\text{Ca}_3\text{Fe}_2[\text{SiO}_4]_3$ , Ia3d  
 129. Шорломит  $\text{Ca}_3\text{Ti}_2[\text{Fe}_2^{+3}\text{SiO}_{12}]$ , Ia3d  
 130. Гибшит  $\text{Ca}_3\text{Al}_2[\text{SiO}_4]_{3-x}(\text{OH})_{4x}$ , Ia3d

Группа гумита:

131. Гумит  $\text{Mg}_7[\text{SiO}_4]_3\text{F}_2$ , Pmcn  
 132. Клиногумит  $\text{Mg}_9[\text{SiO}_4]_4\text{F}_2$ , P2<sub>1</sub>/c  
 133. Хондродит  $\text{Mg}_5[\text{SiO}_4]_2\text{F}_2$ , P2<sub>1</sub>/c

Группа кианита – силлиманита:

134. Кианит  $\text{Al}_2[\text{SiO}_4]\text{O}$ , P $\bar{1}$   
 135. Андалузит  $\text{Al}_2[\text{SiO}_4]\text{O}$ , Pnnm  
 136. Силлиманит  $\text{Al}[\text{AlSiO}_5]$ , Pbnm

Группа титанита:

137. Титанит (сфен)  $\text{CaTi}[\text{SiO}_4]\text{O}$ , C2/c

Группа топаза:

138. Топаз  $\text{Al}_2[\text{SiO}_4]\text{F}_2$ , Pbnm

Группа ставролита:

139. Ставролит  $\text{FeAl}_4[\text{SiO}_4]_2\text{O}_2(\text{OH})_2$ , C2/m

Группа хлоритоида:

140. Хлоритоид  $\text{FeAl}_2[\text{SiO}_4]\text{O}(\text{OH})_2$ , C2/m, C $\bar{1}$

*Отдел 3.3.1.2 Диортосиликаты и орто-диортосиликаты*

Группа мелилита:

141. Акерманит  $\text{Ca}_2\text{Mg}[\text{Si}_2\text{O}_7]$ , P4 2<sub>1</sub>m  
 142. Геленит  $\text{Ca}_2\text{Al}[\text{SiAlO}_7]$ , P4 2<sub>1</sub>m

Группа гемиморфита:

143. Гемиморфит  $\text{Zn}_4[\text{Si}_2\text{O}_7](\text{OH})_2\cdot\text{H}_2\text{O}$ , Imm2

Группа лавсонита:

144. Лавсонит  $\text{CaAl}_2[\text{Si}_2\text{O}_7](\text{OH})_2\cdot\text{H}_2\text{O}$ , Cсmm

Группа эпидота – цоизита:

145. Цоизит  $\text{Ca}_2\text{Al}_3[\text{SiO}_4][\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$ , Pnma  
 146. Клиноцоизит  $\text{Ca}_2\text{Al}_3[\text{SiO}_4][\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$ , P2<sub>1</sub>/m  
 147. Эпидот  $\text{Ca}_2(\text{Al}_2\text{Fe})[\text{SiO}_4][\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$ , P2<sub>1</sub>/m  
 148. Алланит-(Ce)  $\text{CaCeFe}^{2+}\text{Al}_2[\text{SiO}_4][\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$ , P2<sub>1</sub>/m  
 149. Пьемонтит  $\text{Ca}_2(\text{Al}_2\text{Mn}^{3+})[\text{SiO}_4][\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$ , P2<sub>1</sub>/m

Группа везувиана:

150. Везувиан  $\text{Ca}_{19}\text{Al}_{10}\text{Mg}_3[\text{SiO}_4]_{10}[\text{Si}_2\text{O}_7]_4(\text{OH})_{10}$ , P4/nnc

Группа пумпеллиита:

151. Пумпеллиит-(Mg)  $\text{Ca}_2\text{MgAl}_2[\text{SiO}_4][\text{Si}_2\text{O}_7](\text{OH})_2\cdot\text{H}_2\text{O}$ , A2/m

Группа астрофиллита:

152. Астрофиллит  $\text{K}_2\text{NaFe}_7\text{Ti}_2[\text{Si}_4\text{O}_{12}]_2\text{O}_2(\text{OH})_4\text{F}$ , P $\bar{1}$   
 153. Лампрофиллит  $\text{Na}_2\text{Sr}_2\text{Ti}_3[\text{Si}_2\text{O}_7]_2\text{O}_2(\text{OH})_2$ , C2/m

*Отдел 3.3.1.3 Кольцевые силикаты*

Группа берилла:

154. Берилл  $\text{Be}_3\text{Al}_2[\text{Si}_6\text{O}_{18}]$ , P6/mcc  
 155. Диоптаз  $\text{Cu}_6[\text{Si}_6\text{O}_{18}]\cdot 6\text{H}_2\text{O}$ , R $\bar{3}$

Группа кордиерита:

156. Кордиерит  $Mg_2Al_3[AlSi_5O_{18}]$ ,  $R\bar{6}/mcs$

Группа турмалина:

157. Шерл  $NaFe_3Al_6[Si_6O_{18}](BO_3)_3(OH)_4$ ,  $R3m$

158. Дравит  $NaMg_3Al_6[Si_6O_{18}](BO_3)_3(OH)_4$ ,  $R3m$

159. Эльбаит  $Na(Li_{1,5}Al_{1,5})Al_6[Si_6O_{18}](BO_3)_3(OH)_4$ ,  $R3m$

160. Бюргерит  $NaFe^{3+}_3Al_6[Si_6O_{18}](BO_3)_3O_3F$ ,  $R3m$

161. Увит  $CaMg_3(Al_5Mg)[Si_6O_{18}](BO_3)_3(OH)_3F$ ,  $R3m$

Группа аксинита:

162. Аксинит-(Fe)  $Ca_2Fe^{2+}Al_2[Si_4O_{12}](BO_3)(OH)$ ,  $P\bar{1}$

163. Аксинит-(Mn)  $Ca_2Mn^{2+}Al_2[Si_4O_{12}](BO_3)(OH)$ ,  $P\bar{1}$

164. Аксинит-(Mg)  $Ca_2MgAl_2[Si_4O_{12}](BO_3)(OH)$ ,  $P\bar{1}$

Группа эвдиалита:

165. Эвдиалит  $Na_{16}Ca_6Fe_3Zr_3[Si_3O_9]_2[Si_9O_{27}]_2(OH)_4$ ,  $R\bar{3}m$

### Подкласс 3.3.2 Цепочечные силикаты (цепочечная структура)

Группа пироксенов:

#### ОРТОПИРОКСЕНЫ:

166. Энстатит  $Mg_2[Si_2O_6]$ ,  $Pbcn$

167. Ферроселит  $Fe_2[Si_2O_6]$ ,  $Pbcn$

#### КЛИНОПИРОКСЕНЫ:

168. Клиноэнстатит  $Mg_2[Si_2O_6]$ ,  $P2_1/c$

169. Клиноферросилит  $Fe_2[Si_2O_6]$ ,  $P2_1/c$

170. Диопсид  $CaMg[Si_2O_6]$ ,  $C2/c$

171. Геденбергит  $CaFe[Si_2O_6]$ ,  $C2/c$

Авгит  $(Ca,Na)(Mg,Fe,Al,Ti)[(Si,Al)_2O_6]$  = разн. Диопсида  $C2/c$

172. Эгирин  $NaFe[Si_2O_6]$ ,  $C2/c$

173. Жадеит  $NaAl[Si_2O_6]$ ,  $C2/c$

174. Сподумен  $LiAl[Si_2O_6]$ ,  $C2/c$

Семейство пироксеноидов

Группа волластонита:

175. Волластонит  $Ca_3[Si_3O_9]$ ,  $P\bar{1}$

176. Пектолит  $NaCa_2[Si_3O_8(OH)]$ ,  $P\bar{1}$

Группа родонита:

177. Родонит  $CaMn_4[Si_5O_{15}]$ ,  $P\bar{1}$

### Подкласс 3.3.3 Ленточные силикаты (ленточная структура)

Семейство амфиболов:

#### Магнезиально-железистые и литиевые

178. Антофиллит  $Mg_7[Si_8O_{22}](OH)_2$ ,  $Pnma$

179. Ферроантофиллит  $Fe_7[Si_8O_{22}](OH)_2$ ,  $Pnma$

180. Жедрит  $Mg_5Al_2[Al_2Si_6O_{22}](OH)_2$ ,  $Pnma$

181. Холмквистит  $Li_2Mg_3Al_2[Si_8O_{22}](OH)_2$ ,  $Pnma$

182. Куммингтонит  $Mg_7[Si_8O_{22}](OH)_2$ ,  $C2/m$

183. Грюнерит  $Fe_7[Si_8O_{22}](OH)_2$ ,  $C2/m$

#### Кальциевые

184. Тремолит  $Ca_2Mg_5[Si_8O_{22}](OH)_2$ ,  $C2/m$

185. Ферроактинолит  $Ca_2Fe_5[Si_8O_{22}](OH)_2$ ,  $C2/m$

186. Магнезиогорнблендит  $Ca_2(Mg_4Al)[AlSi_7O_{22}](OH)_2$ ,  $C2/m$

187. Феррогорнблендит  $\text{Ca}_2(\text{Fe}_4\text{Al})[\text{AlSi}_7\text{O}_{22}](\text{OH})_2$ , C2/m  
 188. Паргасит  $\text{NaCa}_2(\text{Mg}_4\text{Al})[\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{22}](\text{OH})_2$ , C2/m  
 189. Гастингсит  $\text{NaCa}_2(\text{Fe}_4\text{Fe}^{3+})[\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{22}](\text{OH})_2$ , C2/m  
 190. Рихтерит  $\text{Na}_2\text{CaMg}_5[\text{Si}_8\text{O}_{22}](\text{OH})_2$ , C2/m

Натриевые

191. Глаукофан  $\text{Na}_2(\text{Mg}_3\text{Al}_2)[\text{Si}_8\text{O}_{22}](\text{OH})_2$ , C2/m  
 192. Рибекит  $\text{Na}_2(\text{Fe}_3\text{Fe}^{3+})[\text{Si}_8\text{O}_{22}](\text{OH})_2$ , C2/m  
 193. Арфведсонит  $\text{Na}_3(\text{Fe}_4\text{Fe}^{3+})[\text{Si}_8\text{O}_{22}](\text{OH})_2$ , C2/m

<b>Роговая обманка</b>	Общее название амфиболов ряда феррогорнблендит – магнезиогорнблендита
----------------------------	---

Подкласс 3.3.4 Листовые силикаты (слоистая структура)

Двухслойные силикаты и алюмосиликаты

Группа серпентина:

194. Хризотил  $\text{Mg}_3[\text{Si}_2\text{O}_5](\text{OH})_4$ , Cc, Cm (2M<sub>1</sub>)  
 195. Лизардит  $\text{Mg}_3[\text{Si}_2\text{O}_5](\text{OH})_4$ , P31m (1T)  
 196. Антигорит  $\text{Mg}_3[\text{Si}_2\text{O}_5](\text{OH})_4$ , Pm, P2/m  
 197. Амезит  $\text{Mg}_2\text{Al}[\text{AlSiO}_5](\text{OH})_4$ , P6<sub>3</sub> (2H<sub>2</sub>)  
 198. Непуит  $\text{Ni}_3[\text{Si}_2\text{O}_5](\text{OH})_4$ , P31m (1T), Cc (2M<sub>1</sub>)  
 199. Гриналит  $\text{Fe}_3[\text{Si}_2\text{O}_5](\text{OH})_4$ , P31m (1T)

Группа каолинита:

200. Каолинит  $\text{Al}_2[\text{Si}_2\text{O}_5](\text{OH})_4$ , P1̄ (1T)  
 201. Диккит  $\text{Al}_2[\text{Si}_2\text{O}_5](\text{OH})_4$ , Cc (2M)  
 202. Накрит  $\text{Al}_2[\text{Si}_2\text{O}_5](\text{OH})_4$ , Cc (2M)  
 203. Галлуазит  $\text{Al}_2[\text{Si}_2\text{O}_5](\text{OH})_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O} - 10\text{Å}$ , Cm

Группа хризоколлы:

204. Хризоколла  $\text{Cu}_4\text{H}_2[\text{Si}_2\text{O}_5](\text{OH})_4 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ , ромб.

Трехслойные силикаты и алюмосиликаты

Группа талька:

205. Тальк  $\text{Mg}_3[\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ , C2/c, P

Группа пирофиллита:

206. Пирофиллит  $\text{Al}_2[\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ , C2/c, P

Группа смектитов:

207. Монтмориллонит  $(\text{Na}_{0,33} \cdot n\text{H}_2\text{O})(\text{Al}_{1,67}\text{Mg}_{0,33})[\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ , мон.  
 208. Нонтронит  $\text{Fe}_2^{3+}[\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ , мон.  
 209. Бейделлит  $\text{Na}_{0,5}\text{Al}_2[\text{Al}_{0,5}\text{Si}_{3,5}\text{O}_{10}](\text{OH})_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ , мон.  
 210. Сапонит  $\text{Ca}_{0,25}\text{Mg}_3[\text{Al}_{0,5}\text{Si}_{3,5}\text{O}_{10}](\text{OH})_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ , мон.

Группа палыгорскита:

211. Палыгорскит  $\text{Mg}_5[\text{Si}_4\text{O}_{10}]_2(\text{OH})_2 \cdot 8\text{H}_2\text{O}$ , F2/m  
 212. Сепиолит  $\text{Mg}_4[\text{Si}_6\text{O}_{15}](\text{OH})_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ , Pnan

Группа слюд

Собственно слюды:

213. Мусковит  $\text{KAl}_2[\text{AlSi}_3\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ , C2/c (1M)  
 214. Парагонит  $\text{NaAl}_2[\text{AlSi}_3\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ , C2/c (1M)  
 215. Селадонит  $\text{K}(\text{MgFe}^{+3})[\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ , C2/c  
 216. Флогопит  $\text{KMg}_3[\text{AlSi}_3\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ , C2/m (2M<sub>1</sub>)  
 217. Аннит  $\text{KFe}_3[\text{AlSi}_3\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ , C2/m (2M<sub>1</sub>)  
 218. Сидерофиллит  $\text{K}(\text{Fe}_2\text{Al})[\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ , C2/m (2M<sub>1</sub>)  
 219. Тетраферрифлогопит  $\text{KMg}_3[\text{FeSi}_3\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ , C2/m (2M<sub>1</sub>)

220. Полилитионит  $K(Li_2Al)[Si_4O_{10}]F_2$ ,  $C2/m$  ( $2M_1$ )

221. Трилитионит  $K(Li_{1.5}, Al_{1.5})[AlSi_3O_{10}]F_2$ ,  $C2/m$  ( $2M_1$ )

<b>Биотит</b>	Промежуточный член ряда Флогопит – Аннит и Сидерофиллит – Инстонит
<b>Лепидолит</b>	Промежуточный член ряда Полилитионит - Трилитионит
<b>Циннвальдит</b>	Промежуточный член ряда Сидерофиллит - Полилитионит

Хрупкие слюды:

222. Маргарит  $CaAl_2[Al_2Si_2O_{10}](OH)_2$ ,  $C2/c$

223. Клинтонит  $Ca(Mg_2Al)[Al_3SiO_{10}](OH)_2$ ,  $C2/m$

Гидра тированные слюды:

224. Иллит  $K_{0.65}Al_2[Al_{0.65}Si_{3.35}O_{10}](OH)_2$ , серия слюд с дефицитом межслоевых катионов.

225. Глауконит  $K_{0.8}(Fe^{3+}_{1.33}Mg_{0.67})[Al_{0.13}Si_{3.87}O_{10}](OH)_2$ , серия слюд с дефицитом межслоевых катионов.

226. Вермикулит  $(Mg_{0.5} \cdot nH_2O)Mg_3[AlSi_3O_{10}](OH)_2$ ,  $Cc$

Группа хлоритов:

227. Клинохлор  $Mg_5Al[AlSi_3O_{10}](OH)_8$ , мон.

228. Шамозит  $Fe_5Al[AlSi_3O_{10}](OH)_8$ , мон

229. Судоит  $Mg_2Al_3[AlSi_3O_{10}](OH)_8$ , мон

230. Кукеит  $LiAl_4[AlSi_3O_{10}](OH)_8$ , мон

Группа пренита:

231. Пренит  $Ca_2Al[AlSi_3O_{10}](OH)_2$ ,  $P2cm$

Группа датолита:

232. Датолит  $Ca\{B[SiO_4]OH\}$ ,  $P2_1/a$

Группа апофиллита:

233. Апофиллит-(KF)  $KCa_4[Si_4O_{10}]F \cdot 8H_2O$ ,  $P4/mnc$

234. Апофиллит-(KOH)  $KCa_4[Si_4O_{10}](OH) \cdot 8H_2O$ ,  $P4/mnc$

235. Апофиллит-(NaF)  $NaCa_4[Si_4O_{10}]F \cdot 8H_2O$ ,  $P4/mnc$

Подкласс 3.3.5 Каркасные силикаты (каркасная структура)

Группа полевых шпатов:

236. Санидин  $K[AlSi_3O_8]$ ,  $C2/m$

237. Ортоклаз  $K[AlSi_3O_8]$ ,  $C2/m$

238. Микроклин  $K[AlSi_3O_8]$ ,  $C\bar{1}$

239. Цельзиан  $Ba[Al_2Si_2O_8]$ ,  $C2/m$

240. Альбит  $Na[AlSi_3O_8]$ ,  $P\bar{1} - P\bar{1}$

241. Анортит  $Ca[Al_2Si_2O_8]$ ,  $P\bar{1} - P\bar{1}$

Семейство фельдшпатидов

Группа скаполита:

242. Мариалит  $Na_4[AlSi_3O_8]_3Cl$ ,  $I4/m$

243. Мейонит  $Ca_4[Al_2Si_2O_8]_3CO_3$ ,  $I4/m$

Группа нефелина:

244. Нефелин  $KNa_3[AlSiO_4]_4$ ,  $P6_3$

Группа содалита:

245. Содалит  $Na_8[AlSiO_4]_6Cl_2$ ,  $P\bar{4} 3n$

246. Нозеан  $Na_8[AlSiO_4]_6(SO_4)$ ,  $P\bar{4} 3n$

247. Гаюин  $\text{Na}_6\text{Ca}_2[\text{AlSiO}_4]_6(\text{SO}_4)_2$ ,  $P\bar{4}3m$

248. Лазурит  $\text{Na}_6\text{Ca}_2[\text{AlSiO}_4]_6(\text{SO}_4, \text{S}_2)_2$ ,  $P\bar{4}3m$

Группа канкринита:

249. Канкринит  $\text{Na}_6\text{Ca}_2[\text{AlSiO}_4]_6(\text{CO}_3)_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $P6_3$

250. Вишневит  $\text{Na}_8[\text{AlSiO}_4]_6(\text{SO}_4) \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $P6_3$

Группа лейцита:

251. Лейцит  $\text{K}[\text{AlSi}_2\text{O}_6]$ ,  $Ia3d - I4_1/a$

Группа цеолитов:

252. Натролит  $\text{Na}_2[\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{10}] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $Fdd2$

253. Сколецит  $\text{Ca}[\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{10}] \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ ,  $Cc (?)$

254. Стилбит-Са  $(\text{NaCa}_4)[\text{Al}_9\text{Si}_{27}\text{O}_{72}] \cdot 28\text{H}_2\text{O}$ ,  $C2/m$

255. Гейландит-Са  $\text{Ca}_2[\text{Al}_4\text{Si}_{14}\text{O}_{36}] \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ ,  $C2/m$

256. Шабазит-Са  $\text{Ca}[\text{AlSi}_2\text{O}_6]_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ ,  $R\bar{3}m$

257. Анальцит  $\text{Na}[\text{AlSi}_2\text{O}_6] \cdot \text{H}_2\text{O}$ ,  $Ia3d$

258. Поллуцит  $\text{Cs}_2[\text{Al}_2\text{Si}_4\text{O}_{12}] \cdot n\text{H}_2\text{O}$ ,  $Ia3d$

Группа данбурита:

259. Данбурит  $\text{Ca}[\text{B}_2\text{Si}_2\text{O}_8]$ ,  $Pbnm$

#### КЛАСС 3.4, 3.5, 3.6 ФОСФАТЫ, АРСЕНАТЫ, ВАНАДАТЫ

Группа апатита:

260. Апатит-(СаF)  $\text{Ca}_5[\text{PO}_4]_3\text{F}$ ,  $P6_3/m$

261. Апатит-(СаCl)  $\text{Ca}_5[\text{PO}_4]_3\text{Cl}$ ,  $P2_1/b$

262. Апатит-(СаОН)  $\text{Ca}_5[\text{PO}_4]_3(\text{OH})$ ,  $P6_3/m$

263. Апатит-(SrОН)  $\text{Sr}_5[\text{PO}_4]_3(\text{OH})$ ,  $P6_3/m$

Франколит = Апатит-(СаF) обогащ.  $\text{CO}_3^{2-}$

Даллит = Апатит(СаОН) обогащ.  $\text{CO}_3^{2-}$

264. Пироморфит  $\text{Pb}_5[\text{PO}_4]_3\text{Cl}$ ,  $P6_3/m$

265. Ванадинит  $\text{Pb}_5[\text{AsO}_4]_3\text{Cl}$ ,  $P2_1/b - P6_3/m$

266. Миметит  $\text{Pb}_5[\text{VO}_4]_3\text{Cl}$ ,  $P6_3/m$

Группа вивианита:

267. Вивианит  $\text{Fe}_3[\text{PO}_4]_2 \cdot 8\text{H}_2\text{O}$ ,  $C2/m$

268. Эритрин  $\text{Co}_3[\text{AsO}_4]_2 \cdot 8\text{H}_2\text{O}$ ,  $C2/m$

269. Аннабергит  $\text{Ni}_3[\text{AsO}_4]_2 \cdot 8\text{H}_2\text{O}$ ,  $C2/m$

Группа скородита:

270. Скородит  $\text{Fe}[\text{AsO}_4] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $Pcab$

Группа монацита:

271. Монацит-(Ce)  $\text{Ce}[\text{PO}_4]$ ,  $P2_1/n$

Группа ксенотима:

272. Ксенотим-(Y)  $\text{Y}[\text{PO}_4]$ ,  $I4_1/amd$

Семейство урановых слюдок:

273. Отенит  $\text{Ca}(\text{UO}_2)_2[\text{PO}_4]_2 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ ,  $I4/mmm$

274. Торбернит  $\text{Cu}(\text{UO}_2)_2[\text{PO}_4]_2 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ ,  $I4/mmm$

275. Карнотит  $\text{K}_2(\text{UO}_2)_2[\text{VO}_4]_2 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ ,  $P2_1/a$

276. Тюямунит  $\text{Ca}(\text{UO}_2)_2[\text{VO}_4]_2 \cdot 6-8\text{H}_2\text{O}$ , ромб.

Группа бирюзы:

277. Бирюза  $\text{CuAl}_6[\text{PO}_4]_4(\text{OH})_8 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ,  $P\bar{1}$

#### КЛАСС 3.7 СУЛЬФАТЫ

Группа барита:

- 278. Барит  $Ba[SO_4]$ ,  $Pnma$
- 279. Целестин  $Sr[SO_4]$ ,  $Pnma$
- 280. Англезит  $Pb[SO_4]$ ,  $Pnma$

Группа ангидрита:

- 281. Ангидрит  $Ca[SO_4]$ ,  $Csmm$

Группа гипса:

- 282. Гипс  $Ca[SO_4] \cdot 2H_2O$ ,  $C2/c$

Группа алунита:

- 283. Алунит  $KAl_3[SO_4]_2(OH)_6$ ,  $R\bar{3}m$
- 284. Ярозит  $KFe_3[SO_4]_2(OH)_6$ ,  $R\bar{3}m$

Группа тенардита:

- 285. Тенардит  $Na_2[SO_4]$ ,  $Fddd$

Группа мирабилита:

- 286. Мирабилит  $Na_2[SO_4] \cdot 10H_2O$ ,  $P2_1/c$

Семейство купоросов:

- 287. Эпсомит  $Mg[SO_4] \cdot 7H_2O$ ,  $P2_12_12_1$
- 288. Госларит  $Zn[SO_4] \cdot 7H_2O$ ,  $P2_12_12_1$
- 289. Мелантерит  $Fe[SO_4] \cdot 7H_2O$ ,  $F2/d$
- 290. *Бутит*  $Cu[SO_4] \cdot 7H_2O$ ,  $F2/d$

Группа квасцов:

- 291. Квасцы-(К)  $KAl_3[SO_4]_2 \cdot 10H_2O$ ,  $Pa3$
- 292. Квасцы-(Na)  $NaAl_3[SO_4]_2 \cdot 10H_2O$ ,  $Pa3$
- 293. *Квасцы-(NH<sub>4</sub>)*  $(NH_4)Al_3[SO_4]_2 \cdot 10H_2O$ ,  $Pa3$

### КЛАСС 3.8, 3.9, 3.10 ХРОМАТЫ, ВОЛЬФРАМАТЫ, МОЛИБДАТЫ

Группа крокоита:

- 294. Крокоит  $Pb[CrO_4]$ ,  $P2_1/a$
- 295. *Вокелинит*  $Pb_2Cu[CrO_4][PO_4](OH)$ ,  $2/m$

Группа шеелита:

- 296. Шеелит  $Ca[WO_4]$ ,  $I4_1/a$
- 297. Повеллит  $Ca[MoO_4]$ ,  $I4_1/a$
- 298. *Вульфенит*  $Pb[MoO_4]$ ,  $I4_1/a$
- 299. *Штольцит*  $Pb[WO_4]$ ,  $I4_1/a$

Группа вольфрамита:

- 300. Гюбнерит  $Mn[WO_4]$ ,  $P2/c$
- 301. Ферберит  $Fe[WO_4]$ ,  $P2/c$

### КЛАСС 3.11 КАРБОНАТОВ

Группа кальцита:

- 302. Кальцит  $Ca[CO_3]$ ,  $R\bar{3}c$
- 303. Магнезит  $Mg[CO_3]$ ,  $R\bar{3}c$
- 304. Сидерит  $Fe[CO_3]$ ,  $R\bar{3}c$
- 305. Родохрозит  $Mn[CO_3]$ ,  $R\bar{3}c$
- 306. Смитсонит  $Zn[CO_3]$ ,  $R\bar{3}c$

Группа арагонита:

- 307. Арагонит  $Ca[CO_3]$ ,  $Pmcsn$
- 308. Стронцианит  $Sr[CO_3]$ ,  $Pmcsn$

309. Церуссит  $\text{Pb}[\text{CO}_3]$ ,  $\text{Pmcsn}$

310. Витерит  $\text{Ba}[\text{CO}_3]$ ,  $\text{Pmcsn}$

Группа доломита:

311. Доломит  $\text{CaMg}[\text{CO}_3]_2$ ,  $\text{R}\bar{3}$

312. Анкерит  $\text{CaFe}[\text{CO}_3]_2$ ,  $\text{R}\bar{3}$

313. *Кутнагорит*  $\text{CaMn}[\text{CO}_3]_2$ ,  $\text{R}\bar{3}$

Группа малахита:

314. Малахит  $\text{Cu}_2[\text{CO}_3](\text{OH})_2$ ,  $\text{P}2_1/\text{a}$

315. Азурит  $\text{Cu}_3[\text{CO}_3]_2(\text{OH})_2$ ,  $\text{P}2_1/\text{c}$

Группа бастнезита:

316. Бастнезит-(Ce)  $\text{Ce}[\text{CO}_3]\text{F}$ ,  $\text{P}\bar{6}2\text{c}$

317. *Паризит*-(Ce)  $\text{CaCe}_2[\text{CO}_3]_3\text{F}_2$ ,  $\text{R}\bar{3}$

Семейство содовых минералов:

318. Термонатрит  $\text{Na}_2[\text{CO}_3] \cdot \text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{Pmmm}$

319. Сода  $\text{Na}_2[\text{CO}_3] \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ ,  $2/\text{m}$

### КЛАСС 3.11 БОРАТЫ

*Подкласс 3.11.1 Островные бораты (островная структура)*

Группа людвигита:

320. Людвигит  $\text{Mg}_2\text{Fe}^{3+}[\text{BO}_3]\text{O}_2$ ,  $\text{Pcma}$

Группа ссайбелиита:

321. Ссайбелиит (ашарит)  $\text{Mg}_2[\text{B}_2\text{O}_4(\text{OH})](\text{OH})$ ,  $\text{P}2_1/\text{c}$

Группа иньоиита:

322. Иньоиит  $\text{Ca}[\text{B}_3\text{O}_3(\text{OH})_5] \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{P}2_1/\text{a}$

Группа буры:

323. Бура  $\text{Na}_2[\text{B}_4\text{O}_5(\text{OH})_4] \cdot 8\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{C}2/\text{c}$

*Подкласс 3.11.2 Цепочечные бораты (цепочечная структура)*

Группа гидроборацита:

324. Гидроборацит  $\text{CaMg}[\text{B}_3\text{O}_4(\text{OH})_3]_2 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{P}2/\text{c}$

Группа колеманита:

325. Колеманит  $\text{Ca}[\text{B}_3\text{O}_4(\text{OH})_3] \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{P}2_1/\text{a}$

Группа улексита:

326. Улексит  $\text{NaCa}[\text{B}_5\text{O}_6(\text{OH})_4] \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{P}\bar{1}$

*Подкласс 3.11.3 Каркасные бораты (каркасная структура)*

Группа борацита:

327. Борацит  $\text{Mg}_3[\text{B}_7\text{O}_{13}]\text{Cl}$ ,  $\text{F}\bar{4}3\text{c}$

### КЛАСС 3.12 НИТРАТЫ

Группа селитры:

328. Калиевая селитра  $\text{K}[\text{NO}_3]$ ,  $\text{Pcsmn}$

Группа нитратина:

329. Нитратин (натриевая селитра)  $\text{Na}[\text{NO}_3]$ ,  $\text{R}\bar{3}\text{c}$

## ТИП IV. ГАЛОГЕНИДЫ

### КЛАСС 4.1 ХЛОРИДЫ

Группа галита

330. Галит  $\text{NaCl}$ ,  $\text{Fm}\bar{3}\text{m}$

331. Сильвин  $\text{KCl}$ ,  $\text{Fm}\bar{3}\text{m}$

- Группа нашатыря:  
332. Нашатырь  $\text{NH}_4\text{Cl}$ ,  $\text{Pm}3\text{m}$
- Группа хлораргирита:  
333. Хлораргирит  $\text{AgCl}$ ,  $\text{Fm}3\text{m}$   
334. Бромаргирит  $\text{AgBr}$ ,  $\text{Fm}3\text{m}$
- Группа карналлита:  
335. Карналлит  $\text{KMgCl}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{Pbn}$
- Группа бишофита:  
336. Бишофит  $\text{MgCl}_2$ ,  $\text{C}2/\text{m}$
- Группа атакамита:  
337. Атакамит  $\text{Cu}_2\text{Cl}(\text{OH})_3$ ,  $\text{Pnam}$

#### КЛАСС 4.2 ФТОРИДЫ

- Группа флюорита:  
338. Флюорит  $\text{CaF}_2$ ,  $\text{Fm}3\text{m}$
- Группа виллиомита:  
339. Виллиомит  $\text{NaF}$ ,  $\text{Fm}3\text{m}$
- Группа селлаита:  
340. Селлаит  $\text{MgF}_2$ ,  $\text{P}4_2/\text{mnm}$
- Группа криолита:  
341. Криолит  $\text{Na}_3\text{AlF}_6$ ,  $\text{P}2_1/\text{n}$

### РАСЧЕТ ФОРМУЛ МИНЕРАЛОВ

Расчет формулы минерала по результатам химического анализа в зависимости от состава может производиться разными способами. Наибольшее распространение получили два: по количеству формульных единиц и по кислороду. Полная характеристика всех способов приводится в специальных руководствах И.Д.Борнеман-Старынкевич (1964), А.Г.Булаха (1964, 1966, 1971) и А.Г.Булаха, В.Г.Кривовичева, А.А.Золотарева (1995). Некоторые приемы расчета формул минералов даны в переводных учебниках по минералогии Л.Берри, Б.Мейсона, Р.Дитриха (1982), Х.Батти и А.Принга (2001).

Рассмотрим порядок расчета формулы минерала первым способом – по количеству формульных единиц. Этот прием обычно используется для пересчета химического состава самородных элементов, интерметаллидов, сульфидов и их аналогов.

Имеется химический состав арсенопирита, где содержание отдельных элементов приведено в массовых процентах. Стехиометрическая формула арсенопирита имеет вид:  $\text{FeAsS}$ . Требуется определить реальные коэффициенты для каждого элемента. Порядок действий выглядит так (табл. 1):

1. Выписываем в столбик друг под друга элементы, на которые был выполнен химический анализ.
2. Против каждого элемента выписываем его содержание по результатам химического анализа, а внизу подсчитываем сумму.
3. В следующем столбике записываем атомную массу каждого элемента.
4. Рассчитываем атомные количества каждого элемента, как частное от деления его содержания на атомную массу.
5. Определяем атомное количество, приходящееся на одну формульную единицу. Для этого суммируем содержание всех атомных количеств и делим их на количество формульных единиц, учитывая коэффициенты в стехиометрической формуле.

6. Записываем кристаллохимическую формулу минерала, заключая элементы в изоморфном положении в круглые скобки. Сумма кристаллохимических коэффициентов не должна отличаться от количества формульных единиц.

Таблица 1

Расчет формулы арсенопирита

Элемент	Содержание масс. %	Атомная масса	Атомное количество	Формульные единицы
1	2	3	4	5
Fe	33.51	55.85	6000	0.93
Co	1.01	58.94	171	0.03
Ni	1.24	58.71	211	0.03
As	42.85	74.91	5720	0.89
S	23.28	32.06	7261	1.12
$\Sigma$	101.89		19363	3.00

Атомное количество, приходящееся на 1 ф.е. =  $19363/3 = 6454$

Кристаллохимическая формула имеет вид:  $(\text{Fe}_{0.93}, \text{Co}_{0.03}, \text{Ni}_{0.03})_{0.99} \text{As}_{0.89} \text{S}_{1.12}$

В том случае, если в составе минерала присутствует кислород, расчет формулы минерала производится вторым способом. Имеются результаты химического анализа ильменита, которые нужно пересчитать на кристаллохимическую формулу. Стехиометрическая формула ильменита имеет вид:  $\text{FeTiO}_3$ . Порядок действий выглядит таким образом (табл. 2):

1. Выписываем в столбик элементы в окисной форме, так как кислород в результате анализа отдельно не определяется. Гигроскопическая вода ( $\text{H}_2\text{O}$ ) в состав минерала не входит и в расчетах не учитывается.
2. Записываем содержание каждого окисла, в изученной пробе.
3. В третьей колонке записываем молекулярную массу окислов.
4. Рассчитываем молекулярное количество каждого компонента, как частное от деления содержания окисла на его молекулярную массу.
5. Рассчитываем атомное количество катиона, как произведение молекулярного количества оксида на число катионов в его формуле.
6. Аналогичным способом рассчитываем атомные количества кислорода для каждого окисла. Суммируем все значения и, определяем какое атомное количество кислорода приходится на один атом кислорода в формуле, разделив сумму на количество атомов кислорода.
7. Определяем количество формульных единиц в кристаллохимической формуле, как частное от деления столбца пять на атомное количество кислорода приходящегося на один атом в формуле.
8. В последнем столбце определяем сумму положительных зарядов, которая должна соответствовать сумме отрицательных. Это свидетельствует о правильности произведенных расчетов.

В кристаллохимической формуле элементы записываются в порядке уменьшения их количества. Элементы, находящиеся в изоморфном положении заключаются в круглые скобки и пишутся через запятую. Все коэффициенты округляются до сотых.

Иной способ вычислений предложен в учебнике Х.Батти и А.Принга (2001) несколько отличный, от предложенного ранее. Первые четыре столбца выглядят аналогичным образом. Далее расчеты имеют следующую последовательность (табл. 3):

В столбце пять рассчитывается атомное количество кислорода таким же образом, как и в таблице 2. Далее, сумму атомных количеств кислорода относят к трем, получая общий делитель несколько иного вида.

Таблица 2

## Расчет формулы ильменита

Окислы	Содерж. масс. %	Молек. масса	Молек. колич.	Атомн. кол-ва		Число катион.	Сумма зарядов
				Катион	Анион		
1	2	3	4	5	6	7	8
MgO	0.63	40.31	0.0156	0.0156	0.0156	0.023	0.046
MnO	0.25	70.94	0.0035	0.0035	0.0035	0.005	0.010
FeO	43.93	71.85	0.6114	0.6114	0.6114	0.914	1.828
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.73	159.70	0.0171	0.0342	0.0513	0.051	0.152
TiO <sub>2</sub>	52.94	79.90	0.6626	0.6626	1.3252	0.990	3.960
Сумма	100.48				2.0070		5.996
Общий делитель = 2.0070/3 = 0.6690							

Кристаллохимическая формула:  $(\text{Fe}_{0.91}, \text{Fe}^{3+}_{0.05}, \text{Mg}_{0.02}, \text{Mn}_{0.01})_{0.99} \text{Ti}_{0.99} \text{O}_3$

Для получения формулы ильменита содержащей три атома кислорода, необходимо произвести перерасчет соотношения атомов. Для этого молекулярные количества каждого окисла умножается на общий делитель.

Расчет количества катионов в формуле определяется из соотношения металл - кислород в формуле окисла в первой колонке. Проверка расчетов осуществляется по подсчету положительных зарядов в кристаллохимической формуле.

В целом оба расчета дают идентичный результат только несколько различную смысловую нагрузку содержат колонки пять и шесть.

Таблица 3

## Расчет формулы ильменита

Окислы	Содерж. масс. %	Молек. масса	Молек. колич.	Атомн. кол-ва O	Кол-во анион.	Число катион.	Сумма зарядов
1	2	3	4	5	6	7	8
MgO	0.63	40.31	0.0156	0.0156	0.0233	0.023	0.046
MnO	0.25	70.94	0.0035	0.0035	0.0052	0.005	0.010
FeO	43.93	71.85	0.6114	0.6114	0.9140	0.914	1.828
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.73	159.70	0.0171	0.0513	0.0767	0.051	0.152
TiO <sub>2</sub>	52.94	79.90	0.6626	1.3252	1.9812	0.990	3.960
Сумма	100.48			2.0070			5.996
Общий делитель = 3/2.0070 = 1,495							

Кристаллохимическая формула:  $(\text{Fe}_{0.91}, \text{Fe}^{3+}_{0.05}, \text{Mg}_{0.02}, \text{Mn}_{0.01})_{0.99} \text{Ti}_{0.99} \text{O}_3$

Вычисления усложняются для минералов содержащих наряду с кислородом дополнительные анионы F, Cl, S<sup>2-</sup>. Это такие минералы, как некоторые амфиболы, слюды, апатит, содалит и другие. Для таких минералов необходимо вносить поправку на избыточное количество кислорода, так как при полном химическом анализе все элементы путем прокаливании переводятся в окислы. Поправку по фтору находят из соотношения  $2\text{F} = \text{O}^{2-}$ , численно выражая в виде коэффициента  $38,00/16,00 = 2,375$ . В вычислениях (табл.4) поправка по фтору есть частное от деления его содержания на найденный коэффициент.

Расчет кристаллохимической формулы арфедсонита содержащего фтор имеет следующие особенности.

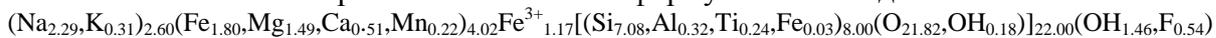
Таблица 4

Расчет формулы арфедсонита  $\text{Na}_3(\text{Fe},\text{Mg})_4\text{Fe}^{3+}[\text{Si}_8\text{O}_{22}](\text{OH},\text{F})_2$   
(кислородный метод)

Окислы	Содерж. масс. %	Молек. масса	Молек. колич.	Атомн. кол-ва		Число катион.	Сумма зарядов
				Катион.	Анион.		
1	2	3	4	5	6	7	8
$\text{Na}_2\text{O}$	7,77	61,96	0,1254	0,2508	0,1254	2,198	2,198
$\text{K}_2\text{O}$	1,58	92,20	0,0171	0,0342	0,0171	0,299	0,299
$\text{MgO}$	6,58	40,31	0,1632	0,1632	0,1632	1,430	2,860
$\text{CaO}$	3,15	56,08	0,0562	0,0562	0,0562	0,493	0,986
$\text{MnO}$	1,73	70,94	0,0244	0,0244	0,0244	0,214	0,428
$\text{FeO}$	14,16	71,85	0,1971	0,1971	0,1971	1,727	3,454
$\text{Al}_2\text{O}_3$	1,84	101,96	0,0180	0,0360	0,0540	0,316	0,948
$\text{Fe}_2\text{O}_3$	10,44	159,70	0,0654	0,1308	0,1962	1,146	3,438
$\text{SiO}_2$	48,55	60,09	0,8080	0,8080	1,6160	7,081	28,324
$\text{TiO}_2$	2,21	79,90	0,0277	0,0277	0,0554	0,243	0,972
$\text{H}_2\text{O}^+$	1,62	18,02	0,0899	0,1798	0,0899	1,576	1,576
F	1,12	19,00	0,0589		0,0589	0,516	
Сумма	100,75					2,6538	45,483
$\text{O}=\text{F}_2$	-0,47	16,00				-0,0294	
Поправка						2,6244/23=0,1141	

1. В столбце два из общей суммы анализа вычитаем поправку на фтор. Она является частным от деления содержания фтора 1,12 на поправочный коэффициент 2,375 и составляет 0,47.
2. В столбце три наряду с молекулярной массой окислов записываем массу фтора и кислорода.
3. В столбцах четыре и пять вычисления аналогичны рассмотренным ранее.
4. В столбце шесть из общей суммы атомных количеств анионов вычитается поправка на избыток кислорода, которая есть частное от деления поправки на фтор на атомную массу кислорода.
5. В том случае если сумма положительных зарядов отличается от суммы отрицательных, находят поправочный коэффициент как частное от деления этих двух величин и исправляют число катионов, добавляя девятый столбец.

Кристаллохимическая формула имеет вид:



Расчет формул по зарядам основан на двух положениях: 1 – число положительных зарядов в формуле минерала равно числу отрицательных зарядов, 2 – число отрицательных зарядов идентично им в стехиометрической формуле.

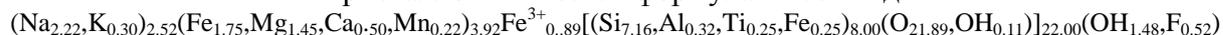
Вначале вычисления ведутся аналогично расчетам по кислороду. Значения столбца шесть получают путем умножения атомных количеств катионов на их валентность. Сумму всех положительных зарядов сравнивают с теоретической. Поправочный коэффициент есть частное от деления теоретической суммы зарядов на сумму, полученную в столбце шесть. Число катионов в формуле определяют путем умножения атомного количества катионов на поправочный коэффициент. Наиболее часто этот метод используется для расчета формул амфиболов и слюд.

Таблица 5

Расчет формулы арфедсонита  $\text{Na}_3(\text{Fe},\text{Mg})_4\text{Fe}^{3+}[\text{Si}_8\text{O}_{22}](\text{OH},\text{F})_2$   
(метод зарядов)

Окислы	Содерж. масс. %	Молек. масса	Молек. колич.	Атом. кол. катион.	Валент. катион.	Число ка- тион.
1	2	3	4	5	6	7
$\text{Na}_2\text{O}$	7,77	61,96	0,1254	0,2508	0,2508	2.223
$\text{K}_2\text{O}$	1,58	92,20	0,0171	0,0342	0,0342	0.303
$\text{MgO}$	6,58	40,31	0,1632	0,1632	0,3264	1.447
$\text{CaO}$	3,15	56,08	0,0562	0,0562	0,1124	0.498
$\text{MnO}$	1,73	70,94	0,0244	0,0244	0,0488	0.216
$\text{FeO}$	14,16	71,85	0,1971	0,1971	0,3942	1.747
$\text{Al}_2\text{O}_3$	1,84	101,96	0,0180	0,0360	0,1080	0.319
$\text{Fe}_2\text{O}_3$	10,44	159,70	0,0654	0,1308	0,3924	1.159
$\text{SiO}_2$	48,55	60,09	0,8080	0,8080	3,2320	7.162
$\text{TiO}_2$	2,21	79,90	0,0277	0,0277	0,1108	0.245
$\text{H}_2\text{O}^+$	1,62	18,02	0,0899	0,1798	0,1798	1.594
F	1,12	19,00	0,0589			0.522
Сумма	100,75				5.1898	
Поправка $\text{O}=\text{F}_2$	-0.47				$46/5.1898=$ 8.8635	

Кристаллохимическая формула имеет вид:



#### ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

- Годовиков А.А. Минералогия. М., 1983. 519 с.  
 Булах А.Г., Кривовичев В.Г., Золотарев А.А. Формулы минералов. Термодинамический анализ в минералогии и геохимии. СПб., 1995. 260 с.  
 Вертушков Г.Н., Авдонин В.Н. Таблицы для определения минералов по физическим и химическим свойствам. М., 1980. 295 с.

#### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

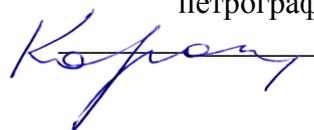
- Батти Х., Принг А. Минералогия для студентов. М., 2001. 429 с.  
 Белов Н.В. Очерки по структурной минералогии. М., 1976. 344 с.  
 Берри Л., Мейсон Б., Дитрих Р. Минералогия: теоретические основы. Описание минералов. Диагностические таблицы. М., 1987. 636 с.  
 Бетехтин А.Г. Курс минералогии. М., 1961. 539 с.  
 Булах А.Г. Минералогия с основами кристаллографии. М., 1989. 359 с.  
 Булах А.Г. Общая минералогия. СПб., 1999. 356 с.  
 Булах А.Г. Расчет формул минералов. 2-е изд. Испр. И дополн. М., 1967. 68 с.  
 Годовиков А.А. Введение в минералогия. Новосибирск, 1973. 256с.  
 Лазаренко Е.К. Курс минералогии. М., 1971. 607 с.  
 Миловский А.В., Кононов О.В. Минералогия. М., 1982. 312 с.  
 Минералогическая энциклопедия /под ред. К.Фрея. Л., 1985. 512 с.  
 Митчелл В.С. Названия минералов: Что они обозначают? М., 1982. 248 с.  
 Поваренных А.С. Кристаллохимическая классификация минеральных видов. Киев, 1966. 547 с.  
 Семенов Е.И. Систематика минералов. Л., 1991. 399 с.  
 Флейшер М. Словарь минеральных видов. М., 1990. 206 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой минералогии,  
петрографии и геохимии

 В. А. Коротеев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ОРГАНИЗАЦИИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ И  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.ДВ.02.01 ПРОМЫШЛЕННЫЕ ТИПЫ  
МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ**

для обучающихся по специальности:

***21.05.02 Прикладная геология***

Специализация № 4

***Прикладная геохимия, минералогия, петрология***

форма обучения: очная

Автор: Бурмако П.Л., доцент, к.г.-м.н.

Одобрена на заседании кафедры

Геологии, поисков и разведки МПИ  
*наименование кафедры*

Протокол № 184 от 17.04.2019 г  
*Дата*

Екатеринбург  
2019

Под промышленными типами понимаются такие естественные геолого-минералогические типы месторождений, при эксплуатации которых в сумме во всем мире извлекается несколько процентов данного вида полезного ископаемого.

Кроме этого, промышленными называются месторождения с балансовыми запасами, которые экономически целесообразно разрабатывать при современном состоянии техники отработки и технологии переработки руд. Промышленный тип месторождения определяется прежде всего геологическими условиями залегания и морфологией рудных тел, минеральным и вещественным составом руд, от которых зависят методы отработки месторождения и технология получения металлов.

По своему содержанию дисциплина «Промышленные типы месторождений полезных ископаемых» – это ветвь науки о геологии месторождений, главной задачей которой является изучение определенных геолого-промышленных типов месторождений в земной коре. Познание закономерностей размещения месторождений, строения слагающих их рудных тел, изучение масштабов объектов, их характерных особенностей, все это необходимо для организации и проведения геологоразведочных работ различного назначения и в совокупности составляет основные цели изучения дисциплины «Промышленные типы месторождений полезных ископаемых».

*Целью* освоения учебной дисциплины «Промышленные типы месторождений полезных ископаемых» является ознакомление студентов с главными и второстепенными типами месторождений полезных ископаемых по каждому виду минерального сырья. Приобретение студентами навыков на основе описания месторождения, по геологической карте или разрезу, и по предоставленной коллекции образцов отнесение месторождения к определенному геолого-промышленному типу.

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- приобретение студентами знаний по минеральным типам руд, их структурно-текстурным особенностям, требованиям промышленности к рудам различных промышленных типов месторождений, их качеству и величине запасов.
- получение представлений по комплексному использованию руд для разработки рациональной системы их обогащения.

#### **Обоснование затрат времени на самостоятельную работу обучающихся** Суммарный объем часов на СРО очной формы обучения составляет 118 часов.

№ п/п	Виды самостоятельной работы	Единица измерения	Норма времени, час	Расчетная трудоемкость СРО по нормам, час.	Принятая трудоемкость СРО, час.
Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям					82
1	Повторение материала лекций	1 тема	0,1-4,0	2,0 x 13= 26	26
2	Самостоятельное изучение тем курса	1 тема	1,0-8,0	3,0 x 13 = 39	39
3	Ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля)	1 тема	0,3-0,5	0,4 x 13 = 4,2	4
4	Подготовка к практическим занятиям	1 занятие	0,3-2,0	0,35 x 37= 13	13
Другие виды самостоятельной работы					
5	Подготовка к экзамену	1 экзамен		27+9	27+9
Итого:					118

#### **Содержание учебной дисциплины**

##### **Раздел 1. Общие сведения о дисциплине промышленные типы месторождений полезных ископаемых**

Основные понятия, задачи и содержание дисциплины. Группировка промышленных месторождений по запасам. Понятие качества руд. Требования

промышленности к качеству полезного ископаемого (кондиции). Разделение руд по качеству. Промышленная классификация.

## **Раздел 2. Промышленные типы месторождений черных металлов**

Главные и второстепенные промышленные типы месторождений железа. Кондиции, предъявляемые промышленностью к различным типам руд. Главные промышленные минералы железных руд. Ценные и вредные примеси. Масштабы месторождений. Примеры месторождений главных и второстепенных промышленных типов.

Промышленные типы месторождений марганца. Области применения марганцевых руд. Кондиции, предъявляемые промышленностью к различным типам марганцевых руд. Главные промышленные минералы руд марганца. Ценные и вредные примеси. Масштабы месторождений. Примеры месторождений.

Промышленные типы месторождений хрома. Области применения хромитовых руд. Кондиции, предъявляемые промышленностью к различным типам хромитовых руд. Главные промышленные минералы руд хрома. Ценные и вредные примеси. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

## **Раздел 3. Промышленные типы месторождений легирующих металлов**

Промышленные типы месторождений титана и ванадия; области применения этих металлов. Кондиции, предъявляемые промышленностью к различным типам руд титана и ванадия. Главные промышленные минералы руд титана и ванадия. Ценные и вредные примеси. Масштабы месторождений. Примеры для каждого из промышленных типов.

Промышленные типы месторождений никеля. Области применения этого металла. Кондиции, предъявляемые промышленностью к различным типам руд никеля. Главные промышленные минералы руд никеля. Ценные и вредные примеси. Масштабы месторождений. Примеры для каждого из промышленных типов.

Промышленные типы месторождений кобальта. Области применения этого металла. Кондиции, предъявляемые промышленностью к различным типам руд кобальта. Главные промышленные минералы руд кобальта. Ценные и вредные примеси. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры для каждого из промышленных типов.

Промышленные типы месторождений вольфрама. Области его использования. Кондиции, предъявляемые промышленностью к рудам вольфрама. Главные промышленные минералы руд. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

Промышленные типы месторождений молибдена. Области использования этого металла. Кондиции, предъявляемые промышленностью к рудам молибдена. Главные промышленные минералы руд. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

## **Раздел 4. Промышленные типы месторождений цветных металлов**

Главные промышленные типы месторождений алюминия. Области применения этого металла. Кондиции, предъявляемые промышленностью к различным типам руд алюминия. Минералы, ценные примеси. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры для каждого из промышленных типов. Второстепенные промышленные типы и потенциальные источники получения алюминия (не из бокситов).

Главные промышленные типы месторождений меди. Области применения этого металла. Кондиции, предъявляемые промышленностью к различным типам руд меди. Главные промышленные минералы руд меди. Ценные и вредные примеси. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

Главные промышленные типы месторождений свинца и цинка. Области применения этих металлов. Кондиции, предъявляемые промышленностью к различным типам руд свинца и цинка. Главные промышленные минералы руд свинца и цинка.

Ценные и вредные примеси. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

Главные промышленные типы месторождений сурьмы и ртути. Области применения этих металлов. Кондиции, предъявляемые промышленностью к различным типам руд сурьмы и ртути. Главные промышленные минералы руд сурьмы и ртути. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

#### **Раздел 5. Промышленные типы месторождений благородных металлов**

Главные промышленные типы месторождений золота. Области использования золота и изделий из него. Кондиции, предъявляемые промышленностью к золоторудным месторождениям. Главные промышленные минералы руд золота. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

Главные промышленные типы месторождений платины и платиноидов. Области ее использования. Кондиции, предъявляемые промышленностью к рудам. Главные промышленные минералы руд. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из выделяемых промышленных типов.

#### **Раздел 6. Промышленные типы месторождений редких и радиоактивных металлов**

Промышленные типы месторождений лития. Области использования лития и его соединений. Кондиции, предъявляемые промышленностью к рудам лития. Главные промышленные минералы руд лития. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

Промышленные типы месторождений бериллия. Области его использования. Кондиции, предъявляемые промышленностью к рудам бериллия.

Главные промышленные минералы руд бериллия. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов. Промышленные типы экзогенных и метаморфогенных месторождений урана. Минералы урановых руд в этих типах месторождений. Примеры месторождений. Коэффициент радиоактивного равновесия.

Промышленные типы гидротермальных месторождений урана. Перечислите их и дайте характеристику их промышленной ценности. Минералы урановых руд в этих типах месторождений. Примеры месторождений. Промышленные типы месторождений ниобия и тантала. Области использования этих металлов. Кондиции, предъявляемые промышленностью к рудам ниобия и тантала.

Главные промышленные минералы руд. Подразделение месторождений по содержанию главных полезных элементов. Связь месторождений тантала и ниобия с различными породными комплексами. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

Промышленные типы месторождений циркония. Области использования этого металла. Кондиции, предъявляемые промышленностью к рудам циркония. Главные промышленные минералы руд. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

#### **Раздел 7. Промышленные типы месторождений химического и агрохимического сырья**

Промышленные типы месторождений минеральных солей. Области применения солей и их соединений. Минеральный состав главных промышленных руд. Масштабы месторождений различных типов. Промышленные типы месторождений фосфатного сырья. Области использования апатитов и фосфоритов. Кондиции для месторождений апатитового и фосфоритового сырья. Главные минеральные разновидности руд фосфоритов и апатитов. Форма рудных тел. Примеры для каждого промышленного типа.

Промышленные типы месторождений серы. Области использования серы и ее соединений. Кондиции, предъявляемые промышленностью к серным рудам. Форма рудных тел месторождений различных генетических типов. Примеры месторождений для каждого из геолого-промышленных типов. Промышленные типы месторождений бора. Области использования руд бора. Кондиции, предъявляемые промышленностью к борным рудам. Форма рудных тел. Примеры месторождений для каждого из геолого-промышленных типов.

#### **Раздел 8. Промышленные типы месторождений индустриального сырья**

Промышленные типы месторождений слюд. Области использования слюды. Минеральный состав главных промышленных руд. Кондиции, предъявляемые промышленностью к слюдяным рудам. Масштабы месторождений слюд. Примеры месторождений для каждого из выделяемых промышленных типов. Промышленные типы месторождений талька и пиррофиллита. Области их использования. Генетические типы месторождений. Формы и размеры промышленных тел в главных месторождениях. Примеры месторождений для каждого из выделяемых промышленных типов.

Промышленные типы месторождений графита. Области использования графита в промышленности. Кондиции, предъявляемые промышленностью к рудам графита. Форма рудных тел. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

Промышленные типы месторождений магнезита и брусита. Области использования магнезита и брусита в промышленности. Кондиции, предъявляемые промышленностью к рудам магнезита и брусита. Примеры месторождений. Промышленные типы месторождений хризотил-асбеста. Области применения изделий из хризотил-асбеста. Основные типы руд и содержание в них асбестового волокна. Условия образования месторождений различных промышленных типов и их масштабы. Примеры месторождений ведущих геолого-промышленных типов.

Промышленные типы месторождений амфибол-асбеста. Области применения амфибол-асбеста. Основные минеральные разновидности руд. Условия образования месторождений различных промышленных типов и их масштабы. Примеры месторождений ведущих геолого-промышленных типов.

Промышленные типы месторождений цеолитов. Области использования цеолитового сырья. Условия образования и генетическая природа цеолитовых месторождений. Основные разновидности цеолитов. Промышленные типы месторождений барита и витерита. Области использования этих минералов и их руд. Кондиции, предъявляемые промышленностью к баритовым и витеритовым рудам. Форма рудных тел. Примеры месторождений для каждого из геолого-промышленных типов.

#### **Раздел 9. Промышленные типы месторождений оптического сырья.**

Основные промышленные типы месторождений кварца. Условия их образования и вмещающие породы главных промышленных типов месторождений. Примеры наиболее известных месторождений главных геолого-промышленных типов. Промышленные типы месторождений флюорита. Области использования флюоритового сырья. Кондиции, предъявляемые добывающей промышленностью к качеству флюоритовых руд. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

#### **Раздел 10. Промышленные типы месторождений алмазов и камнесамоцветного сырья.**

Промышленные типы месторождений алмазов с примерами для каждого из них. Области использования алмазов. Основные разновидности алмазов, в том числе по месту их использования. Кондиции для месторождений коренных руд и для россыпей. Разновидности месторождений ювелирных, ювелирно-поделочных и поделочных камней. Главные минералы, относящиеся к каждой из перечисленных групп. Месторождения, представленные ювелирными, ювелирно-поделочными и поделочными камнями. Условия

образования этих месторождений и вмещающих их пород. Примеры месторождений основных геолого-промышленных типов.

### **Раздел 11. Промышленные типы месторождений цементного сырья.**

Промышленные типы месторождений строительных материалов. Применение. Деление на основные типы сырья по крупности материала и по использованию. Промышленные типы месторождений цементного сырья. Процесс производства портланд-цемента.

### **Раздел 12. Промышленные типы месторождений керамического сырья (каолина, глин, пегматитов, гранитов).**

Промышленные типы месторождений керамического сырья. Области использования разнообразных керамических изделий. Кондиции, предъявляемые промышленностью к керамическому сырью. Форма рудных тел. Примеры месторождений для каждого из геолого-промышленных типов.

### **Раздел 13. Промышленные типы месторождений стекольного сырья**

Промышленные типы месторождений стекольного сырья. Области использования стекла. Кондиции, предъявляемые промышленностью к стекольному сырью. Форма рудных тел. Примеры месторождений для каждого из геолого-промышленных типов.

## **План лабораторных занятий по дисциплине «Промышленные типы месторождений полезных ископаемых»**

1. Знакомство с литературой по описанию конкретных месторождений полезных ископаемых;
2. Описание каждого месторождения в табличной форме;
3. Зарисовка плана или разреза месторождения;
4. Изучения коллекции образцов по каждому месторождению;
5. Коллоквиум по каменному материалу.

На лабораторные занятия преподавателем объявляется список месторождений подлежащих изучению студентами. Этот список, как правило, не превышает четырех-пяти объектов за занятие по одному или двум близким видам минерального сырья. Студентам дается время 40-50 минут от занятия, для изучения литературы и описания месторождений.

Описание месторождений производится в отдельной тетради, которая озаглавляется – «Каталог месторождений». На титульном листе каталога должна быть написана фамилия студента, группа, изучаемая дисциплина. Пример оформления титульного листа дается в приложении № 1.

Характеристика месторождения полезных ископаемых производится на развернутом листе тетради в табличной форме. На одном листе следует помещать не более двух месторождений. В таблице описания месторождений левый лист делится пополам и на правой его половине помещается разрез месторождения. Всего на странице помещаются следующие столбцы по порядку:

1. Номер по порядку;
2. Название месторождения;
3. Генетический класс месторождения;
4. Извлекаемые полезные ископаемые;
5. Масштаб месторождения;
6. Разрез месторождения с условными обозначениями.

Правый лист делится на три равных столбца:

1. Формы рудных тел;
2. Минеральный состав руд и вмещающие породы;
3. Структуры и текстуры руд.

Пример заполнения таблицы приводится на рисунке 1.

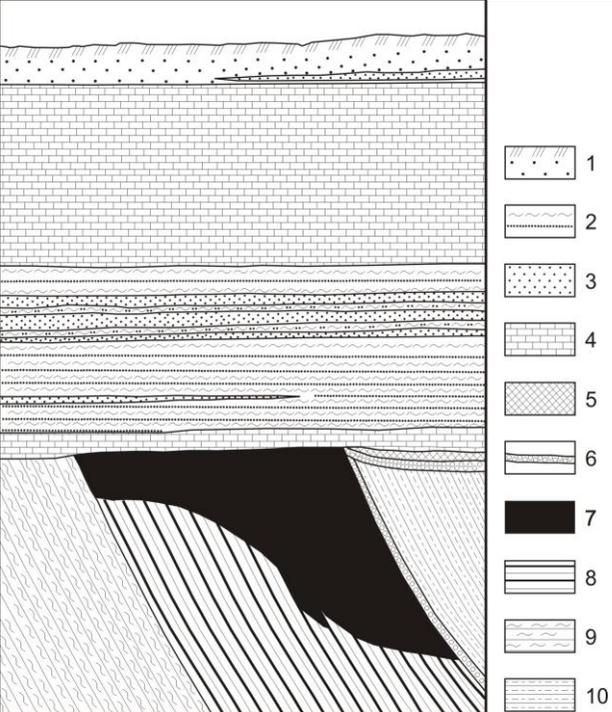
№ <sub>пп</sub>	Название месторождения	Генетический класс	Извлекаемые ПИ	Масштаб месторождения	Разрез (план) месторождения	Форма рудных тел	Минеральный состав руд и вмещающих пород	Структуры и текстуры руд
1	КМА (Яковлевское)	Метаморфизованный	Fe	12 000 млн. т.	 <p>1 – ПРС и суглинки; 2 – пески и глины; 3 – песчаники; 4 – мел, мергели, известняки; 5 – руда переотложенная; 6 – бокситы; 7 – богатая руда; 8 – железистые кварциты; 9 – кварц-сланцевые микросланцы; 10 – кварц-графит-биотитовые микросланцы.</p>	Пластовая, смятая в складки, пластообразная, плащеобразная	Магнетит, гематит, мартит. Железистые кварциты	Структуры: Мелко- и скрытозернистые, Текстуры: массивные, полосчатые, плейчатые, слоистые.

Рис.1. Пример заполнения каталога месторождений

Зарисовка плана или разреза месторождения обязательно делается от руки, что позволяет, с одной стороны, научить студента делать геологические зарисовки с условными обозначениями и другими атрибутами геологической документации. С другой стороны рисунок от руки позволяет лучше запоминать особенности геологического строения каждого из месторождений, что понадобится студентам для правильного ответа на один из вопросов экзаменационного билета.

Вторая часть лабораторного занятия продолжительностью 40-50 минут отводится для изучения каменного материала по отдельным месторождениям полезных ископаемых. Каждая коллекция состоит из 15-20 образцов характеризующих минеральный состав основных полезных ископаемых месторождения, минералы-спутники полезного ископаемого, наиболее характерные их структуры и текстуры, а также вмещающие породы, содержащие полезные минералы.

Список месторождений необходимых для изучения на лабораторных занятиях по курсу «Промышленные типы месторождений полезных ископаемых»:

### **Железо**

Яковлевское месторождение (КМА);  
Керченская группа месторождений (Крым);  
Соколовское месторождение (Южный Урал);  
Качканарское месторождение (Средний Урал);  
Кусинское месторождение (Средний Урал);  
Западно-Каражальское (Казахстан);  
Ковдорское месторождение (Кольский п-ов);

### **Марганец**

Никопольское месторождение (Украина);

### **Хром**

Кемпирсайская группа месторождений;  
Центральное месторождение (Полярный Урал, массив Рай-Из);  
Сарановское месторождение (Северный Урал);

### **Титан**

Иршинская ильменитовая россыпь (Украина);

### **Никель**

Талнахское месторождение (Сибирь);  
Бурьктальское месторождение (Южный Урал);  
Ховуаксинское месторождение (Тува);  
Черемшанское месторождение (Средний Урал);

### **Молибден и вольфрам**

Коунрадское месторождение (Казахстан);  
Каджаранское месторождение (Армения);  
Тырныаузское месторождение (Северный Кавказ);  
Месторождение Восток-II (Дальний Восток);  
Джидинское месторождение (Забайкалье);

### **Алюминий**

Месторождение Красная шапочка СУБР (Северный Урал);  
Тихвинское месторождение (Ленинградская обл.);

### **Медь**

Гайское месторождение (Южный Урал);  
Сафьяновское месторождение (Средний Урал);  
Дегтярское месторождение (Средний Урал);  
Джезказганское месторождение (Центральный Казахстан);  
Удоканское месторождение (Забайкалье);

### **Свинец и цинк**

Риддер-Сокольное месторождение (Рудный Алтай);  
Садонское месторождение (Осетия);  
Тетюхенское (Дальнегорское, Верхнее) месторождение (Дальний Восток);  
Миргалимсайское месторождение (Южный Казахстан);

### **Олово**

Депутатаское месторождение (Якутия);

### **Сурьма**

Сарылахское месторождение (Якутия);  
Кадамджайское месторождение (Рудный Алтай);

### **Ртуть**

Хайдарканское месторождение (Киргизия);  
Никитовское месторождение (Украина);

### **Золото**

Месторождение Мурун-Тау (Узбекистан);  
Кочкарское месторождение (Южный Урал, Челябинская обл.);  
Березовское месторождение (Средний Урал);  
Воронцовское месторождение (Средний Урал);  
Балейское месторождение (Забайкалье);  
Месторождение Сухой Лог (Иркутская область);

### **Уран**

Далматовское месторождение (Курганская область)

### **Алмазы**

Трубка «Мир»  
Трубка «Аргайл»

### **Графит**

Курейское (Ногинское)  
Завальевское

### **Слюды**

Мамско-Чуйская провинция  
Слюдяногорское  
Ковдорское

### **Асбест**

Баженовское  
Сысертское

**Тальк**  
Шабровское  
Киргитейское

**Магнезит**  
Саткинское

**Кварц**  
Кыштымское

**Соли**  
Верхнекамское

**Апатиты и фосфориты**  
Каратау  
Егорьевское  
Хибиногорское  
Просьяновское-глины  
Дальнегорское-бор  
Гаудакское-сера  
Вознесенское-флюорит

На заключительном этапе обучения дисциплины «Промышленные типы месторождений полезных ископаемых» на последнем в семестре лабораторном занятии проводится коллоквиум по каменному материалу. Студенту выдается пять образцов разных полезных ископаемых, которые необходимо охарактеризовать по следующему плану:

1. Структура полезного ископаемого;
2. Текстура руды;
3. Минеральный состав руды;
4. Извлекаемое полезное ископаемое;
5. Возможный генетический класс месторождения;

Также по возможности необходимо по выданной преподавателем коллекции образцов полезных ископаемых определить возможный геолого-промышленный тип месторождения полезных ископаемых, возможные типы руд, их минеральный состав, назвать промышленные кондиции и возможные масштабы месторождений.

*Критерии оценивания:* правильное определение структуры руды – 1 балл, правильное определение текстуры руды – 1 балл, правильное и подробное определение минерального состава руды – 1 балл, выявление полезного ископаемого – 1 балл, геолого-промышленный тип МПИ – 1 балл.

Кроме этого на коллоквиуме студентам выдаются разрезы или планы неизвестных им месторождений и по строению геологического разреза месторождения рудных или нерудных полезных ископаемых необходимо провести обоснование возможного геолого-промышленного типа месторождения – 2 баллов, представление графического материала – 1 балл, выводы по первоочередным промышленным типам минерального сырья – 2 балла.

*Критерии оценки:*

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если работа соответствует всем критериям, выполнена самостоятельно и без существенных замечаний (9-10 баллов)

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если работа соответствует всем критериям, выполнена практически самостоятельно, а имеющиеся ошибки и неточности были сразу исправлены после указания на них преподавателем (7-8 баллов)

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если работа не совсем соответствует критериям, выполнена с большими ошибками и неточностями, а при исправлении имеющихся ошибок и неточностей, указанных преподавателем возникли трудности (5-6 баллов)

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если работа не соответствует критериям, выполнена с существенными ошибками и неточностями, а ошибки и неточности, указанные преподавателем не были исправлены (0-4 балла)

Для изучения дисциплины самостоятельно рекомендуется пользоваться широким перечнем литературных и методических источников, имеющихся в библиотеке университета и выставленных на сайтах. Перечень последних приведен ниже.

Ниже приводятся контрольные вопросы по курсу «Промышленные типы месторождений полезных ископаемых», в экзаменационном билете содержится один теоретический вопрос по металлическим полезным ископаемым и одно практико-ориентированное задание в одном семестре (Часть 1), во втором семестре теоретический вопрос и практико-ориентированное задание посвящено неметаллическим полезным ископаемым

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ПРОМЫШЛЕННЫЕ ТИПЫ МПИ» Часть 1**

1. Главные и второстепенные промышленные типы месторождений железа. Кондиции, минералы, ценные и вредные примеси. Масштабы месторождений. Примеры.
2. Промышленные типы месторождений марганца. Области применения таких руд. Кондиции, минералы, ценные примеси. Масштабы месторождений. Примеры.
3. Промышленные типы месторождений хрома. Области применения таких руд. Кондиции, минералы, ценные примеси. Масштабы месторождений. Примеры для каждого из промышленных типов.
4. Промышленные типы месторождений титана и ванадия. Области применения этих металлов. Кондиции, минералы, ценные примеси. Масштабы месторождений. Примеры для каждого из промышленных типов.
5. Промышленные типы месторождений никеля. Области применения этого металла. Кондиции, минералы, ценные примеси. Масштабы месторождений. Примеры для каждого из промышленных типов.
6. Промышленные типы месторождений кобальта. Области применения этого металла. Кондиции, минералы, ценные примеси. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры для каждого из промышленных типов.
7. Главные промышленные типы месторождений алюминия. Области применения этого металла. Кондиции, минералы, ценные примеси. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры для каждого из промышленных типов. Второстепенные промышленные типы и потенциальные источники получения алюминия (не из бокситов).
8. Главные промышленные типы месторождений меди. Области применения этого металла. Кондиции, минералы, ценные примеси. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
9. Главные промышленные типы месторождений свинца и цинка. Области применения этих металлов. Кондиции, минералы, ценные примеси. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

10. Главные промышленные типы месторождений сурьмы и ртути. Области применения этих металлов. Кондиции, минералы. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
11. Главные промышленные типы месторождений золота. Области его использования. Кондиции, минералы. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
12. Промышленные типы месторождений лития. Области его использования. Кондиции, минералы. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
13. Промышленные типы месторождений бериллия. Области его использования. Кондиции, минералы. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
14. Промышленные типы экзогенных и метаморфогенных месторождений урана. Перечислите их и дайте характеристику их промышленной ценности. Минералы урановых руд в этих типах месторождений. Примеры. Что такое коэффициент радиоактивного равновесия?
15. Промышленные типы гидротермальных месторождений урана. Перечислите их и дайте характеристику их промышленной ценности. Минералы урановых руд в этих типах месторождений. Примеры.
16. Промышленные типы месторождений ниобия и тантала. Области их использования. Кондиции, минералы. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
17. Промышленные типы месторождений вольфрама. Области его использования. Кондиции, минералы. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
18. Промышленные типы месторождений молибдена. Области его использования. Кондиции, минералы. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
19. Промышленные типы месторождений циркония. Области его использования. Кондиции, минералы. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
20. Главные промышленные типы месторождений платины и платиноидов. Области ее использования. Кондиции, минералы. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из выделяемых промышленных типов.

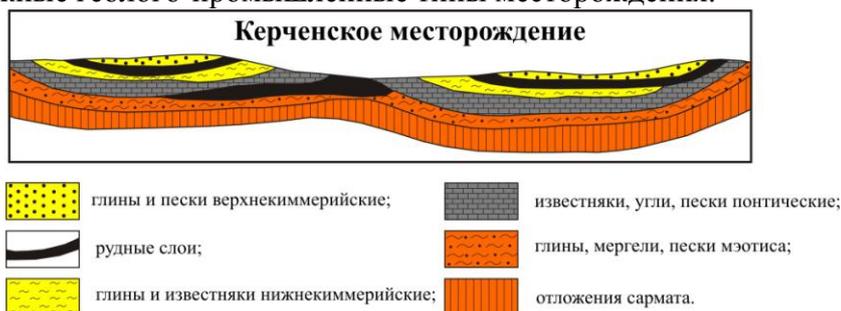
**КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ  
ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ПРОМЫШЛЕННЫЕ ТИПЫ МПИ» Часть 2**

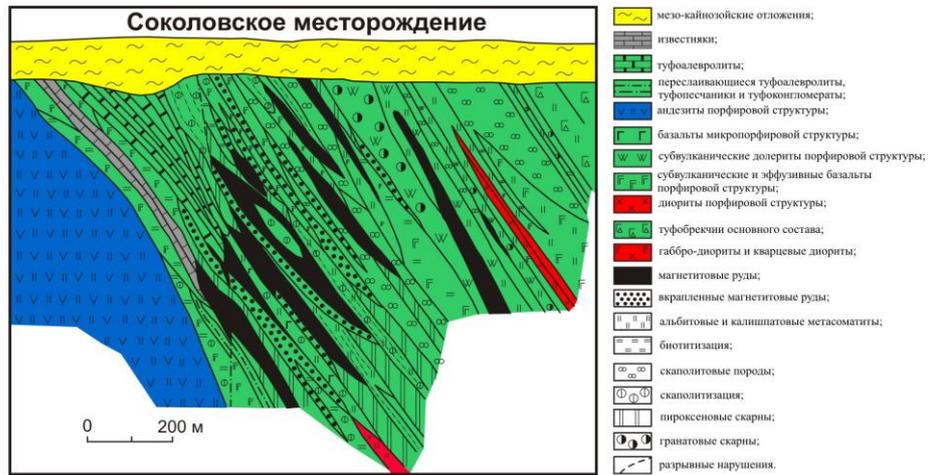
1. Промышленные типы месторождений строительных материалов. Применение. Деление на основные типы сырья по крупности материала и по использованию.
2. Промышленные типы месторождений слюд. Области использования. Минеральный состав, кондиции, масштабы месторождений. Примеры.
3. Промышленные типы месторождений алмазов. Где они используются. Перечислите их разновидности. Кондиции для коренных руд и для россыпей. Назовите главные промышленные типы месторождений с примерами для каждого из них.
4. Промышленные типы месторождений талька и пирофиллита. Области их использования. Генетические типы. Форма и размеры промышленных тел. Примеры.
5. Промышленные типы месторождений графита. Области использования. Кондиции. Форма рудных тел. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
6. Промышленные типы месторождений минеральных солей. Области применения. Минералы, масштабы месторождений различных типов.

7. Промышленные типы месторождений фосфатного сырья. Области использования. Кондиции, минералы. Форма рудных тел. Примеры для каждого промышленного типа.
8. Промышленные типы месторождений магнезита и брусита. Применение. Кондиции. Примеры.
9. Промышленные типы месторождений хризотил-асбеста. Применение. Основные типы руд и содержание в них асбестового волокна. Условия образования. Примеры.
10. Промышленные типы месторождений амфибол-асбеста. Области применения. Основные минеральные разновидности. Условия образования. Примеры.
11. Разновидности месторождений ювелирных, ювелирно-поделочных и поделочных камней. Какие из минералов относятся к каждой из перечисленных групп и какими месторождениями они представлены. Условия их образования и вмещающие породы. Примеры.
12. Основные промышленные типы месторождений кварца. Условия их образования и вмещающие породы. Примеры.
13. Промышленная классификация неметаллических полезных ископаемых. Деление различных видов сырья на основные группы по свойствам и главным направлениям применения в промышленности. Основные требования, предъявляемые к качеству неметаллического сырья.
14. Промышленные типы месторождений флюорита. Области его использования. Кондиции. Форма рудных тел. Масштабы месторождений. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
15. Промышленные типы месторождений цеолитов. Области их использования, условия образования и генетическая природа. Охарактеризуйте основные их разновидности.
16. Промышленные типы месторождений цементного сырья. На базе каких пород производится цемент. Рассмотрите процесс производства портланд-цемента.
17. Промышленные типы месторождений серы. Области использования. Кондиции. Форма рудных тел. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
18. Промышленные типы месторождений бора. Области использования. Кондиции. Форма рудных тел. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
19. Промышленные типы месторождений барита и виверита. Области использования. Кондиции. Форма рудных тел. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
20. Промышленные типы месторождений керамического сырья. Области использования. Кондиции. Форма рудных тел. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.
21. Промышленные типы месторождений стекольного сырья. Области использования. Кондиции. Форма рудных тел. Примеры месторождений для каждого из промышленных типов.

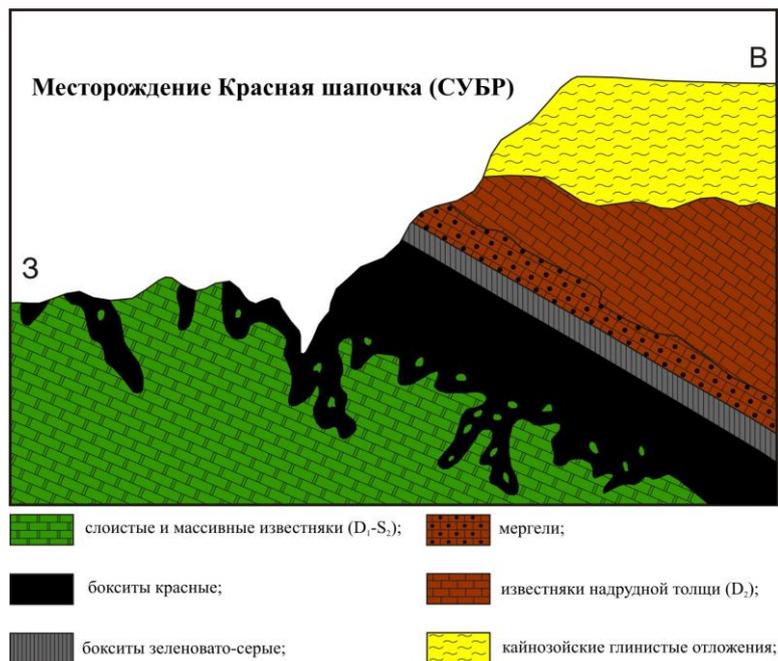
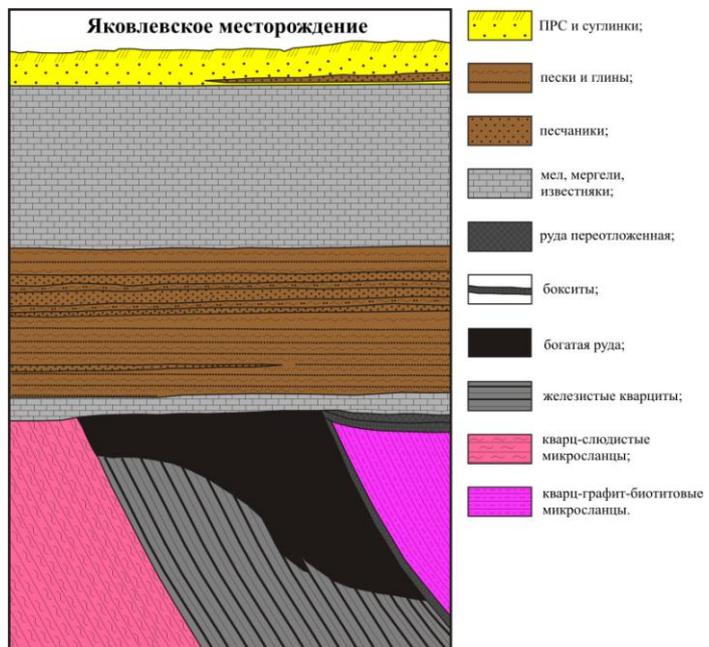
## ПРАКТИКООРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

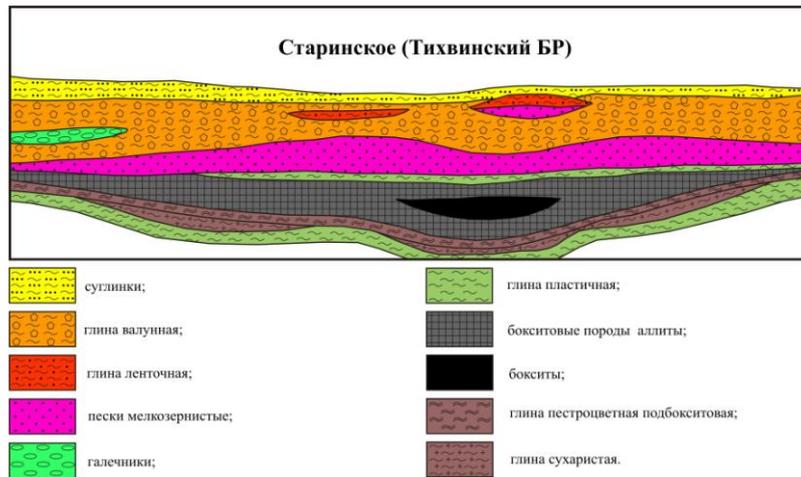
По строению геологического разреза месторождения полезных ископаемых определить возможные геолого-промышленные типы месторождения.





1 2 3 4 5 6





## МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

### 1. Основная литература

1. Месторождения металлических полезных ископаемых / В.В. Авдонин [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Академический Проект, Трикса, 2016. — 719 с. — 978-5-8291-2504-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/60030.html>
2. Еремин Н.И. Неметаллические полезные ископаемые. Учебное пособие. 2-е изд. М.: Изд-во МГУ; ИКЦ «Академкнига», 2007.-459 с.
3. Промышленные типы месторождений металлических полезных ископаемых. Учебное пособие / Малахов И.А., Бурмако П.Л., Алексеев А.В .- Екатеринбург, Изд.УГГГУ, 2007. 208 с
4. Промышленные типы месторождений неметаллических полезных ископаемых. Учебное пособие / Малахов И.А., Алексеев А.В., Бурмако П.Л. - Екатеринбург, Изд.УГГГУ, 2010. 208 с.

### 2 Дополнительная литература

1. Курс рудных месторождений: учебник для вузов / Смирнов В.И., Гинзбург А.И., Григорьев В.М., Яковлев Г.Ф. М.: Недра, 1986.-360 с.
2. Курс рудных месторождений: учебник / Смирнов В.И., Гинзбург А.И., Яковлев Г.Ф. М.: Недра, 1981.-348 с
3. Яковлев П.Д. Промышленные типы рудных месторождений. Учебное пособие для вузов –М.: Недра, 1986. –358с
4. Промышленные типы месторождений неметаллических полезных ископаемых: Учебник для вузов /Карякин А.Е., Страна П.А.,Шаронов Б.Н. и др. М.: Недра, 1985.- 286с.
5. Геолого-промышленные типы месторождений урана: Учебное пособие / В.Е. Бойцов, А.А. Верчеба, 2008. -310 с.

Алгоритм работы студентов для качественного усвоения дисциплины включает в себя следующие действия:

1. Изучение рабочей программы дисциплины, что позволит правильно сориентироваться в системе требований, предъявляемых к студенту со стороны преподавателя.
2. Посещение и конспектирование лекций.
3. Обязательная подготовка к лабораторным занятиям.
4. Изучение основной и дополнительной литературы.
5. Выполнение всех видов самостоятельной работы, в т. ч. изучение каменного материала по ведущим месторождениям



МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

 УТВЕРЖДАЮ  
Проректор УГГУ  
по учебно-методическому комплексу  
\_\_\_\_\_ С. А. Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ**  
**Б1.Б.2.19 ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИИ ПЕРЕРАБОТКИ МИНЕРАЛЬНОГО**  
**СЫРЬЯ**

Специальность  
**21.05.02 Прикладная геология**

Специализация № 4  
**Прикладная геохимия, минералогия, петрология**

форма обучения: очная

Автор: Водовозов К. А., ст. преподаватель

Одобрена на заседании кафедры

Обогащения полезных ископаемых

(название кафедры)

Зав. кафедрой

  
(подпись)

Козин В. З.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 17.04.2019

(Дата)

Рассмотрена методической комиссией  
факультета

горно-механического

(название факультета)

Председатель

  
(подпись)

Барановский В. П.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 19.04.2019

(Дата)

Екатеринбург  
2019

# СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ.....	3
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ.....	4
1.1. Расчёт технологических показателей обогащения .....	4
1.2. Построение гранулометрической характеристики .....	7
1.3. Расчёт эффективности грохочения.....	11
1.4. Расчёт схем обогащения.....	13
2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ .....	15
2.1. Расчёт технологических показателей обогащения .....	15
2.2. Построение гранулометрической характеристики .....	17
2.1. Расчёт эффективности грохочения.....	18
2.3. Расчёт схем обогащения .....	19
3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ.....	23
<b>3.1. Расчёт технологических показателей обогащения .....</b>	<b>23</b>
<b>3.2. Построение гранулометрической характеристики .....</b>	<b>27</b>
3.1. Расчёт эффективности грохочения.....	28
<b>3.3. Расчёт схем обогащения .....</b>	<b>29</b>
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	34

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ

В ходе курса студент выполняет практические работы из разделов «Расчёт технологических показателей обогащения», «Построение гранулометрической характеристики», «Расчёт эффективности грохочения» и «Расчёт схем обогащения». На каждую работы выделяется 4 академических часа. Номера задач для каждого студента задаются номером варианта задания. Номер варианта назначает преподаватель.

Отчет по практическим занятиям оформляется в виде единой сброшюрованной пояснительной записки.

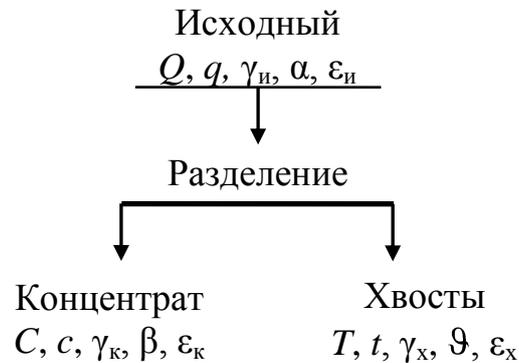
К пояснительной записке, выполненной на листах формата А4, предъявляются следующие требования: наличие титульного листа, содержания, нумерации страниц, таблиц, рисунков, подрисуночных подписей, обозначения и расшифровки кривых на графиках, обозначения осей на графиках, размерностей по осям графиков, в таблицах и численных результатах, получаемых в ходе расчётов по формулам, списка использованных источников.

При построении графиков студент самостоятельно выбирает оптимальные масштабы по осям, вводя, при необходимости, логарифмические масштабы.

# 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ

## 1.1. Расчёт технологических показателей обогащения

Определения основных технологических показателей обогащения даны на примере операции разделения с двумя получаемыми продуктами (рис. 1).



**Рис. 1. К определению основных технологических показателей разделения**

На рис. 1 введены следующие обозначения:  $Q, C, T$  – массы соответствующих продуктов;  $q, c, t$  – массы ценного компонента в соответствующих продуктах;  $\gamma_{и}, \gamma_{к}, \gamma_{х}$  – выходы соответствующих продуктов;  $\alpha, \beta, \vartheta$  – массовые доли ценного компонента в соответствующих продуктах;  $\epsilon_{и}, \epsilon_{к}, \epsilon_{х}$  – извлечение ценного компонента в соответствующие продукты.

В обогащении полезных ископаемых количество продукта может иметь размерность как массы (т, реже кг), так и производительности (т/ч, т/сут, т/год).

В табл. 1 представлены общепринятые обозначения и размерности технологических показателей обогащения.

При разделении материала принято считать концентратами продукты с большей массовой долей ценного компонента, а хвостами – с меньшей. В том случае если оценка показателей обогащения ведётся по массовой доле вредной примеси, то концентратами считают продукты, с меньшим содержанием вредных примесей, а хвостами – с большей. Примером может служить обогащение углей, где малое содержание вредной примеси – золы (зольность) меньше для концентратов и больше для хвостов.

Таблица 1

**Общепринятые обозначения и размерности  
технологических показателей обогащения**

Показатель	Размерность	Продукт				
		исходный	концентрат	хвосты	подрешётный	надрешётный
<b>Масса</b> продукта	т, кг (т/ч;	$Q$	$C$	$T$	$C$	$T$
компонента в продукте	т/сут;	$q$	$c$	$t$	–	–
класса $-d$	т/год)	$q$	–	–	$c$	$t$
<b>Выход</b>	%	$\gamma_{и}$	$\gamma_{к}$	$\gamma_{х}$	$\gamma_{п}$	$\gamma_{н}$
<b>Массовая доля</b> компонента в продукте	% (г/т)	$\alpha$	$\beta$	$\vartheta$	–	–
зола в продукте (зольность)	%	$A_{\xi}^d$	$A_{\epsilon}^d$	$A_{\delta}^d$	–	–
класса $-d$		$\alpha^{-d}$	–	–	$\beta^{-d}$	$\vartheta^{-d}$
класса $+d$		$\alpha^{+d}$	–	–	$\beta^{+d}$	$\vartheta^{+d}$
<b>Извлечение</b>	%	$\epsilon_{и}$	$\epsilon_{к}$	$\epsilon_{х}$	–	–

**Выход продукта** – это отношение массы продукта разделения к массе исходного продукта:

$$\gamma_{к} = \frac{C}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \gamma_{к} = \frac{C}{Q} \cdot 100, \%. \quad (1)$$

$$\gamma_{х} = \frac{T}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \gamma_{х} = \frac{T}{Q} \cdot 100, \%. \quad (2)$$

**Массовая доля компонента в продукте** – это отношение массы компонента в каком-либо продукте к массе всего этого продукта:

для исходного  $\alpha = \frac{q}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \alpha = \frac{q}{Q} \cdot 100, \%; \quad (3)$

для концентрата  $\beta = \frac{c}{C}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \beta = \frac{c}{C} \cdot 100, \%; \quad (4)$

для хвостов  $\vartheta = \frac{t}{T}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \vartheta = \frac{t}{T} \cdot 100, \%. \quad (5)$

**Извлечение компонента в продукт** – это отношение массы компонента в продукте к массе этого компонента в исходном продукте:

$$\varepsilon_k = \frac{c}{q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \varepsilon_k = \frac{c}{q} \cdot 100, \%$$
 (6)

$$\varepsilon_x = \frac{t}{q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \varepsilon_x = \frac{t}{q} \cdot 100, \%$$
 (7)

Иногда используют термин **потери** для обозначения извлечения ценного компонента в не одноимённый продукт, например, *потери ценного компонента с хвостами*, что *равнозначно* понятию *извлечение ценного компонента в хвосты*.

Уравнения баланса, вытекают из закона сохранения массы:

$$C + T = Q; \tag{8}$$

$$c + t = q; \tag{9}$$

$$\gamma_k + \gamma_x = \gamma_{и}; \tag{10}$$

$$\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta = \gamma_{и} \cdot \alpha; \tag{11}$$

$$\varepsilon_k + \varepsilon_x = \varepsilon_{и}. \tag{12}$$

Сумма масс, выходов и извлечений продуктов разделения **всегда** равна массе, выходу или извлечению исходного продукта соответственно и определяется простым сложением (8)-(10), (12).

Массовые доли **складывать нельзя**, так как они рассчитаны от масс **разных** продуктов. При простом сложении не будет учтена **доля участия** (удельный вес) каждого из продуктов в общей сумме, поэтому при составлении уравнения баланса по массовым долям необходимо использовать **средневзвешенное значение**. В качестве удельного веса может выступать выход или масса продукта, как показано в уравнении (11).

При расчёте одной операции разделения или схемы в целом, как правило, принимают:  $\gamma_{и} = 100 \%$ ;  $\varepsilon_{и} = 100 \%$ . Тогда уравнения (10)-(12) приобретают вид:

$$\gamma_k + \gamma_x = 100; \tag{13}$$

$$\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta = 100 \cdot \alpha; \tag{14}$$

$$\varepsilon_k + \varepsilon_x = 100. \tag{15}$$

Решая систему уравнений, состоящую из формул (13)-(15), можно вывести формулы для расчёта выходов продуктов разделения и извлечения в них (продукты) компонента:

$$\gamma_k = \frac{\alpha - \vartheta}{\beta - \vartheta} \cdot 100, \% \quad (16)$$

$$\gamma_x = \frac{\beta - \alpha}{\beta - \vartheta} \cdot 100 \% \quad (17)$$

$$\varepsilon_k = \frac{\gamma_k \cdot \beta}{\alpha}, \% \quad (18)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\gamma_x \cdot \vartheta}{\alpha}, \% \quad (19)$$

Примеры расчёта технологических показателей обогащения представлены в п. 2.1.

## 1.2. Построение гранулометрической характеристики

Гранулометрический состав продуктов обогащения характеризуется распределением частиц по классам крупности. Основным методом определения гранулометрического состава продуктов является ситовый анализ, состоящий в рассеиве продукта на наборе сит с квадратными отверстиями и последующем определении *частных выходов* классов крупности.

Частный выход каждого класса крупности определяется по формуле:

$$\gamma_i = \frac{M_i}{M_{\text{исх}}} \cdot 100, \% \quad (20)$$

где  $\gamma_i$  – выход  $i$ -го класса крупности;  $M_i$  – масса  $i$ -го класса крупности;  $M_{\text{исх}}$  – масса исходного продукта, подвергнутого рассеиву.

Помимо этого определяют *суммарный выход* классов крупности «*по плюсу*» и «*по минусу*».

Суммарная характеристика «по плюсу» показывает, какое количество материала осталось бы на сите с размером отверстия, равным  $d$  мм, если бы это сито в наборе сит для ситового анализа было верхним.

Суммарная характеристика «по минусу» показывает, какое количество материала прошло бы сквозь сито с размером отверстия, равным  $d$  мм, если бы это сито в наборе было нижним.

Суммарный выход классов крупности «по плюсу» рассчитывается последовательным суммированием значений частных выходов каждого класса крупности сверху вниз, а «по минусу» – снизу вверх.

Пример оформления результатов ситового анализа приведён в табл. 2.

Таблица 2

**Результаты ситового анализа**

Класс крупности, мм	Выход, %		
	частный	суммарный	
		«по плюсу»	«по минусу»
-200+100	12,8	12,8	100,0
-100+50	22,5	35,3	87,2
-50+25	21,5	56,8	64,7
-25+13	16,9	73,7	43,2
-13+6	13,3	87,0	26,3
-6+3	6,4	93,4	13,0
-3+0	6,6	100,0	6,6
<b>Итого:</b>	<b>100,0</b>	–	–

Абсцисса для кривой «по минусу»	Абсцисса для кривой «по плюсу»	Ордината для кривой «по плюсу»	Ордината для кривой «по минусу»
---------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------

На рис. 2 приведен пример построения суммарных характеристик крупности для рассмотренного примера. Кривые являются зеркальным отображением друг друга. По любой из них можно определить выход любого класса крупности.

При построении кривых суммарного выхода каждый класс крупности представляется в виде точки координатами  $(d; \gamma)$ , где  $d$  – граничное значение каждого класса крупности, а  $\gamma$  – суммарный выход этого класса крупности («по плюсу» или «минусу»).

Для кривой суммарного выхода «по плюсу»  $d$  – это *нижняя* граница класса крупности, то есть значение крупности со знаком «плюс», а для кривой суммарного выхода «по минусу» – *верхняя* граница класса крупности, то есть значение крупности со знаком «минус». Для приведённого примера класс крупности -100+50 мм при построении кривой суммарного выхода «по плюсу» будет иметь координаты (50; 35,3), а при построении кривой суммарного выхода «по минусу» – (100; 87,2).

Полученные точки соединяют плавной кривой. Обе кривые суммарного выхода монотонны. Каждая из них пересекает и ось абсцисс, и ось ординат.

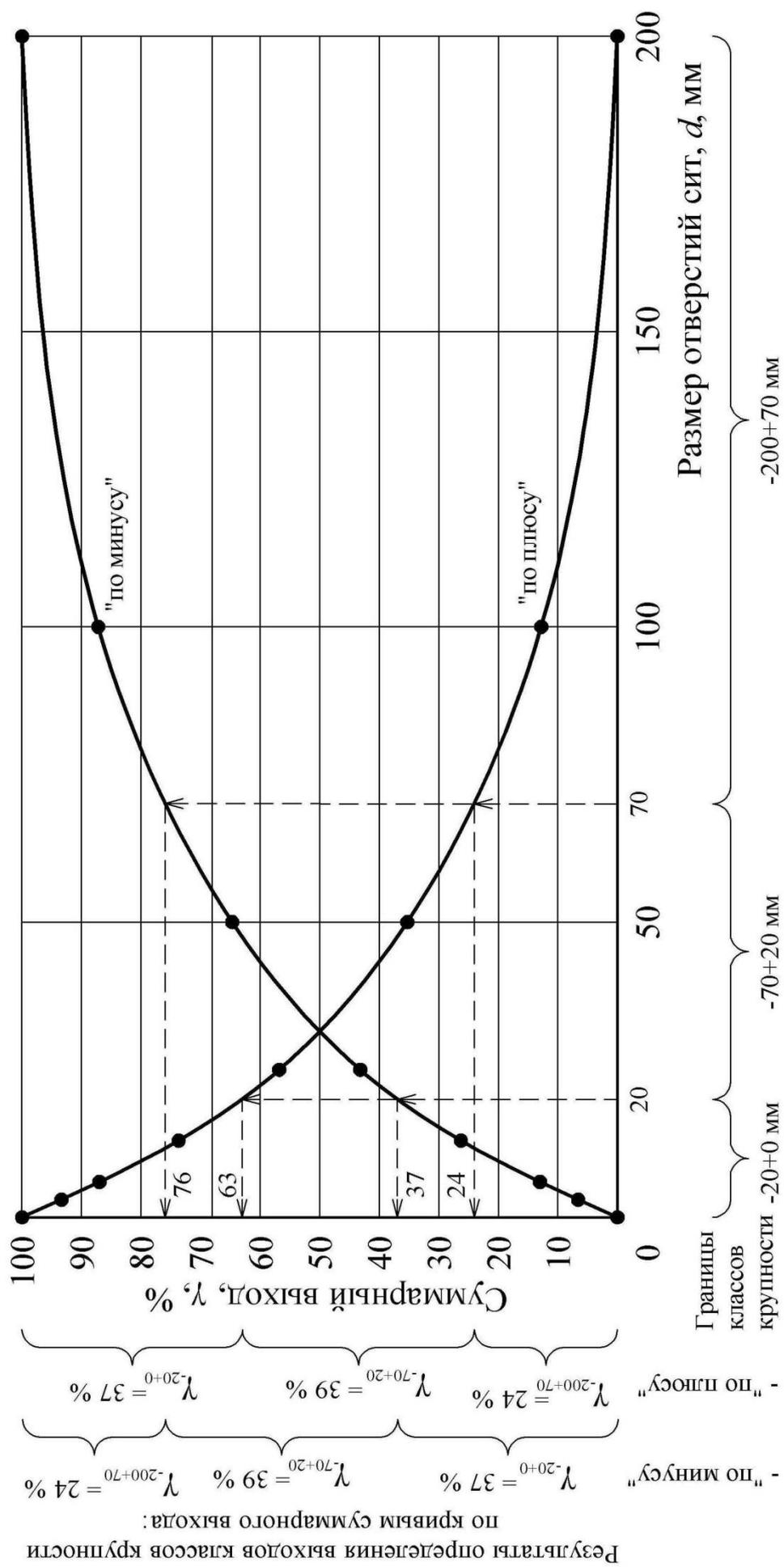


Рис. 2. Гранулометрическая характеристика продукта

*Точки пересечения с осью абсцисс:*  $(D_{\max}; 0)$  для кривой суммарного выхода «по плюсу» и  $(D_{\max}; 100)$  для кривой суммарного выхода «по минусу».  $D_{\max}$  – это максимальная крупность продукта, мм. Для представленного примера  $D_{\max}=200$  мм.

*Точки пересечения с осью ординат:*  $(0; 100)$  для кривой суммарного выхода «по плюсу» и  $(0; 0)$  для кривой суммарного выхода «по минусу».

По виду кривой суммарного выхода можно сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности. Если кривая суммарного выхода «по плюсу» имеет выпуклую форму, то в продукте преобладают крупные классы, если вогнутую – то мелкие (для кривой суммарного выхода «по минусу» – наоборот). Если кривые суммарного выхода имеют форму близкую к прямой, то это свидетельствует о равномерном распределении частиц по классам крупности.

Определение выхода заданного класса крупности осуществляется в следующей последовательности:

1. Отложить на оси абсцисс границы заданного класса крупности.
2. Из полученных точек восстановить перпендикуляры до пересечения с кривой суммарного выхода.
3. Из полученных точек пересечения с кривой суммарного выхода провести перпендикуляры к оси ординат. Высота полученного отрезка находится вычитанием из **большого** значения выхода меньшего и соответствует выходу заданного класса крупности.

Обычно границы класса крупности задаются двумя значениями, например,  $-6+3$  мм. Если требуется определить выход класса крупности  $-6$  мм, то второй границей является значение  $0$  мм (класс крупности  $-6+0$  мм). Если требуется определить выход класса крупности  $+6$  мм, то второй границей является значение максимальной крупности продукта (класс крупности  $-D_{\max}+6$  мм).

Также следует помнить, что сумма выходов классов  $-d$  мм и  $+d$  мм для одного и того же продукта равна  $100\%$ .

При работе с гранулометрическими характеристиками (и только в этом случае) термины **«выход класса»** и **«массовая доля класса крупности»** равнозначны.

### **Пример**

По гранулометрической характеристике (рис. 2) определить выходы классов крупности  $-20$  мм,  $-70+20$  мм,  $+70$  мм.

## **Решение**

Определим выходы заданных классов крупности по кривой суммарного выхода «по плюсу».

*Класс -20 мм.* Помня, что запись -20 мм означает -20+0 мм, определим значения выходов в точках 0 и 20 мм, они составят 100 и 63 % соответственно, следовательно, выход класса -20+0 мм составит:

$$\gamma_{-20+0} = 100 - 63 = 37 \text{ \%}.$$

*Класс -70+20 мм.* Значения выходов в точках 20 и 70 мм составляют 63 и 24 % соответственно, следовательно, выход класса -70+20 мм составит:

$$\gamma_{-70+20} = 63 - 24 = 39 \text{ \%}.$$

*Класс +70 мм.* Максимальная крупность продукта составляет 200 мм, следовательно, необходимо определить выход класса -200+70 мм. Значения выходов в точках 70 и 200 мм составляют 24 и 0 %, соответственно, следовательно, выход класса -200+70 мм составит:

$$\gamma_{-200+70} = 24 - 0 = 24 \text{ \%}.$$

Определение выходов заданных классов крупности по кривой суммарного выхода «по минусу» осуществляется аналогично. Значения выходов в точках 0, 20, 70 и 200 мм составляют 0, 37, 76 и 100 % соответственно. Тогда выходы классов крупности, %:

$$\gamma_{-20+0} = 37 - 0 = 37;$$

$$\gamma_{-70+20} = 76 - 37 = 39;$$

$$\gamma_{-200+70} = 100 - 76 = 24.$$

В практике обогащения при определении выхода класса крупности пользуются *только одной* из кривых суммарного выхода.

В практической работе требуется построить одну из кривых суммарного выхода и по ней определить выход заданного класса крупности. Пример выполнения приведён в п. 2.2.

### **1.3. Расчёт эффективности грохочения**

Процесс грохочения характеризуется *эффективностью грохочения* (к.п.д. грохота).

Эффективность грохочения ( $E$ ) – это отношение массы подрешётного продукта ( $C$ ) к массе продукта той же крупности в исходном материале ( $q$ ), определяется по формуле:

$$E = \frac{C}{q} \cdot 100, \% \quad (21)$$

При расчёте показателей операции грохочения применимы все полученные ранее соотношения между технологическими показателями и уравнения баланса.

Условно концентратом считается подрешётный продукт, а над-решётный – хвостами. При этом массовая доля класса крупности менее размера отверстия сита в подрешётном продукте ( $\beta^{-d}$ ) составляет 100 %, так как частицы крупнее размера отверстия сита в подрешётный продукт попасть не могут.

С помощью простых преобразований можно получить формулы для расчёта эффективности грохочения, %:

$$E = \frac{C}{Q \cdot \alpha^{-d}} \cdot 10^4; \quad (22)$$

$$E = \frac{\gamma_{\text{п}}}{\alpha^{-d}} \cdot 100; \quad (23)$$

$$E = \frac{\alpha^{-d} - \vartheta^{-d}}{\alpha^{-d} (100 - \vartheta^{-d})} \cdot 10^4. \quad (24)$$

Для определения эффективности грохочения, как правило, необходимо знать массовую долю расчётного класса в исходной руде ( $\alpha^{-d}$ ).

Если эта величина не задана, то её можно определить по гранулометрической характеристике исходного продукта (п. 1.2).

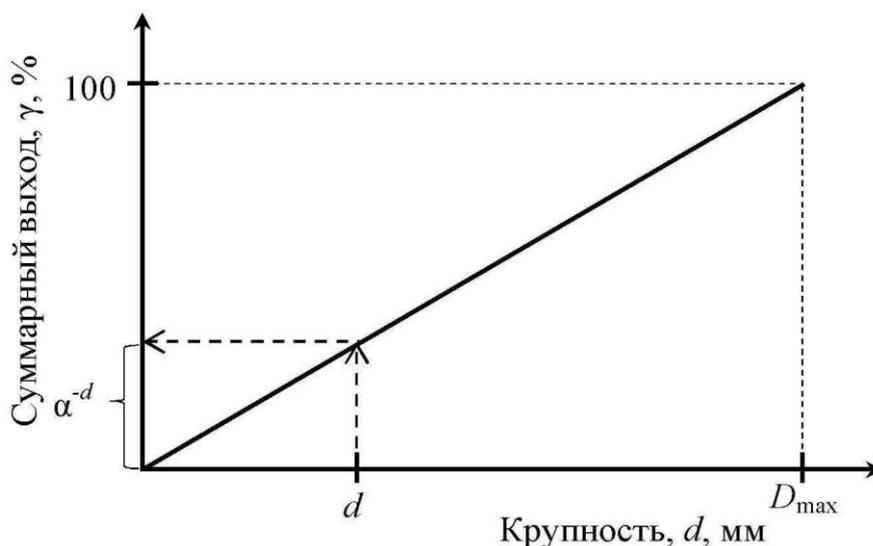
Если гранулометрическая характеристика исходного продукта отсутствует, то её можно провести по прямой линии (рис. 3).

Так как гранулометрическая характеристика является прямой линией, то её можно описать уравнением вида  $\alpha^{-d} = \gamma_{-d+0} = kd$ .

Для случая, представленного на рис. 3, уравнение может быть записано как:

$$\alpha^{-d} = \frac{100}{D_{\text{max}}} \cdot d, \% \quad (25)$$

Использование данной формулы позволяет определить массовую долю расчётного класса в руде без построения гранулометрической характеристики.



**Рис. 3. К определению массовой доли нижнего класса в исходном материале:**

$d$  – размер отверстия сита;  $D_{\max}$  – максимальная крупность исходного материала

В табл. 1 приведены общепринятые обозначения для продуктов операции грохочения.

Примеры расчёта эффективности грохочения приведены в п. 2.2.

#### 1.4. Расчёт схем обогащения

Совокупность операций переработки минерального сырья называется **технологической схемой обогащения**, изображаемой графически. Расчёт технологических схем обогащения выполняется обычно в виде таблицы.

Основным типом технологических схем является **качественно-количественная схема**, на которой отражены все операции обработки полезного ископаемого с указанием количества и качества всех продуктов.

Основой расчётов технологических показателей схем обогащения являются уравнения балансов (13)-(15).

Расчёт схемы начинается с составления технологического баланса по массовой доле компонента, представляемого в виде таблицы. Для расчёта схемы необходимо задаться рядом технологических показателей. Чаще всего задают величину массовой доли компонента в руде (по данным анализа) и в концентрате (по требованию нормативных документов), а также нормируемую величину извлечения компонента в концентрат (реже в хвосты).

Технологические показатели для промежуточных операций и продуктов схемы рассчитывают, задаваясь массовой долей компо-

нента в продуктах разделения, частным извлечением в концентрат или величиной степени концентрации компонента в каждой операции.

В практической работе требуется рассчитать технологические показатели схемы флотации. Каждой отдельной операции флотации присуща своя **степень концентрации**, показывающая во сколько раз увеличивается массовая доля полезного компонента в концентрате операции, по сравнению с массовой долей в продукте, входящем в операцию. Степень концентрации обозначается буквой  $i$  и для основных и контрольных операций составляет 2-9, а для перечистных – 1-2. При расчёте обычно принимается, что массовая доля в концентрате первой контрольной операции в два раза больше, чем массовая доля в исходном продукте схемы, а если контрольная операция одна, то приблизительно равным ему. Массовую долю в промпродуктах перечистных операций (хвостах) принимают приблизительно равной массовой доле продукта, поступающего в ту же операцию, что и эти промпродукты.

После определения массовой доли компонента в каждом продукте схемы рассчитывают выходы всех продуктов схемы. Расчёт ведётся по операциям схемы «снизу вверх» составлением и решением балансовых уравнений относительно выходов продуктов. Расчёт завершается проверкой:

$$\Delta = 100 \cdot \alpha - (\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta). \quad (26)$$

Величина  $\Delta$  называется **невязкой расчёта** и показывает точность его выполнения. Невязка может быть как положительной, так и отрицательной. При выполнении расчёта на ПК величина невязки равна 0. При расчёте на калькуляторе для получения приемлемой величины невязки (порядка  $10^{-3} \% ^2$ ) получаемые величины необходимо округлять до 4-го знака после запятой.

Результаты расчётов оформляются в виде технологической схемы, изображаемой графически, и типовых таблиц – «Технологический баланс продуктов обогащения» и «Результаты расчёта качественно-количественной схемы».

На технологической схеме каждому продукту присваивается порядковый номер, указываются технологические показатели каждого продукта и принятые в операциях разделения степени концентрации.

В типовой таблице «Технологический баланс продуктов обогащения» приводятся технологические показатели **исходного** продукта

и **конечных** (концентрат и хвосты) продуктов разделения.

В типовой таблице «Результаты расчёта качественно-количественной схемы» приводятся технологические показатели для **всех** продуктов схемы.

Пример расчёта качественно-количественной схемы флотации приведён в п. 2.3.

## 2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ

### 2.1. Расчёт технологических показателей обогащения

#### Задача 1

Руда для кучного выщелачивания подаётся из трёх забоев в соотношении: 20 % из забоя № 1, 60 % из забоя № 2, остальное из забоя № 3. Массовая доля золота составляет 4, 6 и 3 г/т, соответственно. Определить массовую долю золота в исходной для выщелачивания куче.

**Комментарий:** в данной задаче необходимо определить массовую долю руды, получаемой при смешивании руд из различных забоев. При этом руды из этих забоев имеют различную массовую долю компонента и смешиваются **не в равном** соотношении. В этом случае для расчёта массовой доли полученной смеси необходимо использовать формулу для определения средневзвешенного значения, которое учитывает долю участия каждого из забоев в общей смеси:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_i \cdot \alpha_i)}{\sum_{i=1}^n \gamma_i},$$

где  $\gamma_i$  – выход (доля) руды из  $i$ -го забоя;  $\alpha_i$  – массовая доля компонента в руде  $i$ -го забоя.

#### Дано:

$$\gamma_1 = 20 \%$$

$$\alpha_1 = 4 \text{ г/т}$$

$$\gamma_2 = 60 \%$$

$$\alpha_2 = 6 \text{ г/т}$$

$$\alpha_3 = 3 \text{ г/т}$$

$$\alpha = ?$$

#### Решение

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 100 \% \rightarrow \gamma_3 = 100 - (\gamma_1 + \gamma_2) = 100 - (20 + 60) = 20 \%;$$

$$\alpha = \frac{\gamma_1 \cdot \alpha_1 + \gamma_2 \cdot \alpha_2 + \gamma_3 \cdot \alpha_3}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3} = \frac{20 \cdot 4 + 60 \cdot 6 + 20 \cdot 3}{20 + 60 + 20} = 5 \text{ г/т.}$$

**Ответ:** Массовая доля золота в исходной для выщелачивания куче равна 5 г/т.

## Задача 2

Определить потери цинка с медным концентратом, если массовая доля цинка в руде – 5 %, в медном концентрате – 4,5 %, выход цинкового концентрата составляет 12 %, а выход хвостов – 85 %.

**Комментарий:** потери цинка с медным концентратом – это извлечение цинка в медный концентрат. В данной задаче речь идёт о полиметаллической руде (компонентами являются медь и цинк), при обогащении которой получают три продукта – хвосты и концентраты: медный и цинковый. Тогда формула (13) будет иметь вид:

$$\gamma_{\text{к}}^{\text{Cu}} + \gamma_{\text{к}}^{\text{Zn}} + \gamma_{\text{х}} = 100 \%.$$

Для определения потерь цинка с медным концентратом воспользуемся формулой (19), переписав её как, %:

$$\varepsilon_{\text{к}}^{\text{Cu/Zn}} = \frac{\gamma_{\text{к}}^{\text{Cu}} \cdot g^{\text{Cu/Zn}}}{\alpha^{\text{Zn}}}.$$

Нижний индекс «к» у обозначения показателей указывает лишь на то, что продукт, с которым теряется цинк, не является хвостами.

**Дано:**

$$\alpha^{\text{Zn}} = 5 \%$$

$$\gamma_{\text{к}}^{\text{Zn}} = 12 \%$$

$$g^{\text{Cu/Zn}} = 4,5 \%$$

$$\gamma_{\text{х}} = 85 \%$$

$$\varepsilon_{\text{к}}^{\text{Cu/Zn}} = ?$$

**Решение**

Выход медного концентрата составит:

$$\gamma_{\text{к}}^{\text{Cu}} = 100 - \gamma_{\text{к}}^{\text{Zn}} - \gamma_{\text{х}} = 100 - 12 - 85 = 3 \%.$$

Потери цинка с медным концентратом:

$$\varepsilon_{\text{е}}^{\text{Cu/Zn}} = \frac{3 \cdot 4,5}{5} = 2,7 \%.$$

**Ответ:** Потери цинка в медном концентрате составляют 7,5 %.

## Задача 3

Определить суточную производительность фабрики по руде, если она производит 30 т/ч концентрата при выходе его 5 %.

**Комментарий:** Следует обратить внимание, что заданная величина производительности по концентрату имеет размерность т/ч, а значит, и величина производительности фабрики по руде при расчёте по формуле (1) будет иметь ту же размерность. Однако по условиям задачи требуется определить **суточную** производительность. При решении подобного типа задач принимается режим работы обогатительных фабрик 24 часа в сутки.

**Дано:**

$$\gamma_k = 5 \% \\ C = 30 \text{ Т/ч}$$

$Q_{\text{сут}} = ?$

**Решение**

$$\gamma_k = \frac{C}{Q} \cdot 100 \rightarrow Q = \frac{C}{\gamma_k} \cdot 100 = \frac{30}{5} \cdot 100 = 600 \text{ Т/ч.}$$

$$Q_{\text{сут}} = 24 \cdot Q = 24 \cdot 600 = 14400 \text{ Т/сут.}$$

**Ответ:** Суточная производительность фабрики составляет 14400 Т/сут.

## 2.2. Построение гранулометрической характеристики

### Задача

Класс крупности, мм	Частный выход, %	По результатам ситового анализа построить кривую суммарного выхода «по полюсу». Определить по ней выходы классов крупности -30+10 и -5 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
-50+25	10	
-25+12	20	
-12+6	20	
-6+0	50	

### Решение

Рассчитаем суммарный выход «по плюсу» (см. п. 1.2):

Класс, мм	Частный выход, %	Суммарный выход «по плюсу», %
-50+25	10	10
-25+12	20	30
-12+6	20	50
-6+0	50	100
<b>Итого:</b>	<b>100</b>	—

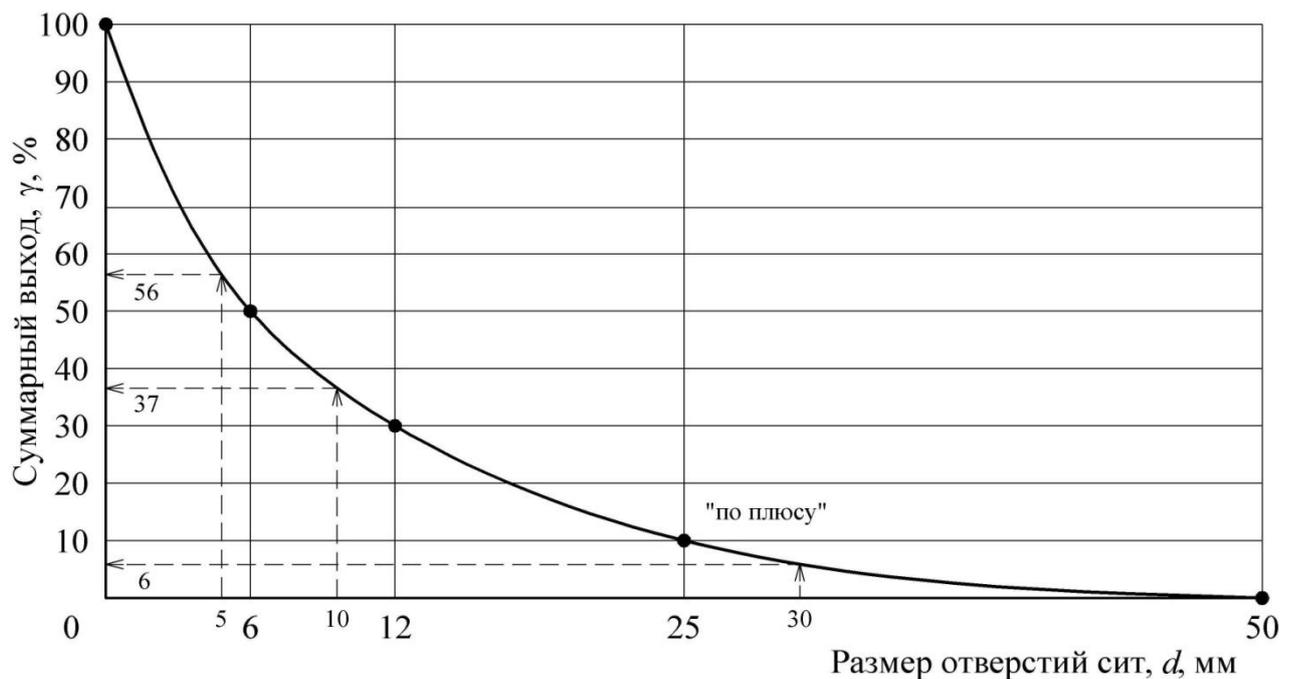
Подробная методика построения гранулометрической характеристики и определения по ней выходов заданных классов крупности приведена в п. 1.2. Решение показано на рис. 4.

Выходы заданных классов крупности составляют:

$$\gamma_{-30+10} = 37 - 6 = 31 \%.$$

$$\gamma_{-5+0} = 100 - 56 = 44 \%.$$

По виду кривой можно сделать вывод о преобладании мелких классов крупности (кривая вогнутая).



**Рис. 4. Графическое решение**

## 2.1. Расчёт эффективности грохочения

### Задача

Определить эффективность грохочения на сетке 150 мм, если выход надрешётного продукта составляет 77 %. Крупность исходного материала 600 мм. Гранулометрическую характеристику исходной руды принять по прямой линии.

#### Дано:

$\gamma_{\text{н}} = 77 \%$   
 $D_{\text{max}} = 600 \text{ мм}$   
 $d = 150 \text{ мм}$   
 $E = ?$

#### Решение

Найдём массовую долю расчётного класса в исходном продукте по формуле (25):

$$\alpha^{-d} = \frac{100}{D_{\text{max}}} \cdot d = \frac{100}{600} \cdot 150 = 25 \%$$

Из уравнения баланса (13) определим выход подрешётного продукта:

$$\gamma_{\text{п}} = 100 - \gamma_{\text{н}} = 100 - 77 = 23 \%$$

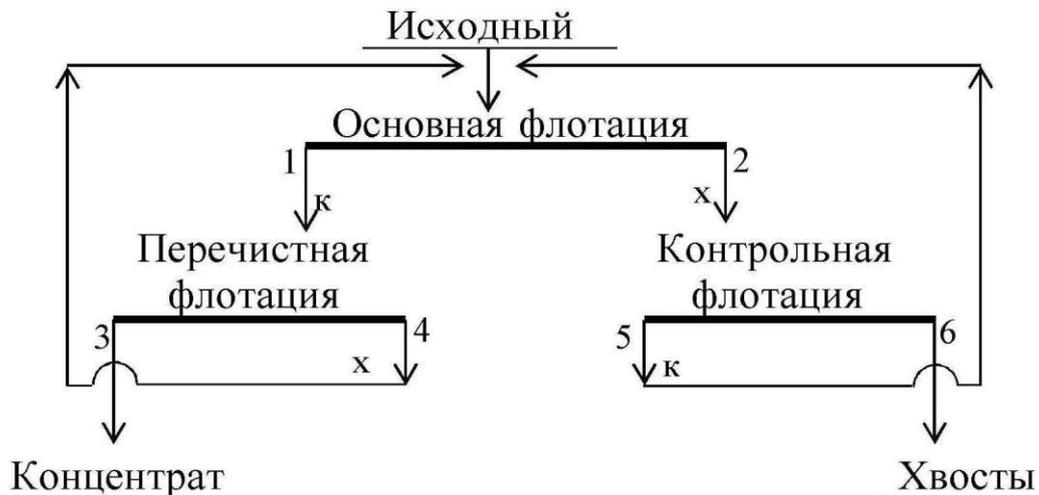
Эффективность грохочения по выражению (23) составит:

$$E = \frac{\gamma_{\text{п}}}{\alpha^{-d}} \cdot 100 = \frac{23}{25} \cdot 100 = 92 \%$$

**Ответ:** Эффективность грохочения равна 92 %.

### 2.3. Расчёт схем обогащения

Рассчитать технологический баланс продуктов обогащения и технологические показатели (выходы всех продуктов и извлечения компонента в эти продукты) для схемы обогащения, представленной на рис. 5. Массовая доля полезного компонента в исходном продукте 1 %, в концентрате 14 %, извлечение в концентрат 90 %. Значениями массовой доли для промежуточных продуктов схемы задаться самостоятельно (п. 1.4).



**Рис. 5. Технологическая схема обогащения**

#### *Решение*

По исходным данным с использованием выражений (15) и (19) определим массовую долю компонента в хвостах. Далее, применив формулы (18) и (13), рассчитаем выходы конечных продуктов – концентрата и хвостов. Полученные результаты запишем в виде табл. 3.

**Таблица 3**

#### **Технологический баланс продуктов обогащения**

Номер и наименование продукта	Технологические показатели, %		
	выход	массовая доля	извлечение

3. Концентрат	6,4286	14,0000	90,00
6. Хвосты	93,5714	0,1069	10,00
Исходный	100,0000	1,0000	100,00

Составим технологический баланс для следующих условий:

- массовая доля ценного компонента в руде – 1,0 %;
- массовая доля ценного компонента в концентрате – 14,0 %;
- извлечение ценного компонента в концентрат – 90 %.

Согласно информации, изложенной в п. 1.4. зададимся значениями массовой доли в продуктах операций флотации.

Определим массовые доли в концентратах операций:

$$\begin{aligned} \text{основная:} & \quad \beta_1 = i_{\text{осн}} \cdot \alpha = 7,5 \cdot 1,0 = 7,5 \% ; \\ \text{перечистная:} & \quad \beta_3 = i_{\text{переч}} \cdot \beta_1 = 1,9 \cdot 7,5 = 14,25 \% ; \\ \text{контрольная} & \quad \beta_5 = i_{\text{контр}} \cdot \alpha = 2,0 \cdot 1,0 = 2 \% . \end{aligned}$$

Так как концентрат перечистой операции является конечным продуктом, массовая доля в котором известна (14 %), то при дальнейшем расчёте принимаем  $\beta_3 = 14$  %. При этом принятая степень концентрации ( $i=1,9$ ) обеспечивает требуемое качество концентрата, так как 14,25 больше 14.

Массовую долю в промпродукте перечистой операции (хвостах) принимаем приблизительно равной массовой доле продукта, поступающего в ту же операцию, что и этот продукт. В нашем случае  $\beta_4$  может находиться в диапазоне от  $\alpha$  до  $2\alpha$  и составляет 1,1 %. Массовую долю в хвостах основной операции вычислим исходя из того, что степень концентрации в контрольной операции составляет 2-9, а массовая доля в концентрате контрольной равна  $\beta_5$ :

$$\beta_2 = \beta_5 / i_{\text{контр}} = 2,0 / 7 = 0,29 \% .$$

Задавшись массовыми долями в каждом продукте, рассчитаем выходы продуктов в каждой операции. Расчёт ведётся с применением уравнений (10)-(11). Схема рассчитывается «снизу вверх», начиная с последней перечистой операции.

### ***Перечистная флотация***

Составим уравнение баланса для перечистой операции:

$$\begin{cases} \gamma_3 + \gamma_4 = \gamma_1 ; \\ \gamma_3 \cdot \beta_3 + \gamma_4 \cdot \beta_4 = \gamma_1 \cdot \beta_1 , \end{cases}$$

решив систему относительно  $\gamma_1$ , получим:

$$\gamma_1 = \gamma_3 \frac{\beta_3 - \beta_4}{\beta_1 - \beta_4} = 6,4286 \frac{14 - 1,1}{7,5 - 1,1} = 12,9576 \%,$$

тогда  $\gamma_4 = \gamma_1 - \gamma_3 = 12,9576 - 6,4286 = 6,5290 \%$ .

### Контрольная флотация

Составим уравнение баланса для контрольной операции:

$$\begin{cases} \gamma_5 + \gamma_6 = \gamma_2; \\ \gamma_5 \cdot \beta_5 + \gamma_6 \cdot \beta_6 = \gamma_2 \cdot \beta_2, \end{cases}$$

решив систему относительно  $\gamma_2$ , получим:

$$\gamma_2 = \gamma_6 \frac{\beta_5 - \beta_6}{\beta_5 - \beta_2} = 93,5714 \frac{2 - 0,1069}{2 - 0,29} = 103,3333 \%,$$

тогда  $\gamma_5 = \gamma_2 - \gamma_6 = 103,3333 - 93,5714 = 9,7619 \%$ .

### Проверка

По формуле (26) определим величину невязки:

$$\begin{aligned} \Delta &= 100 \cdot \alpha - (\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta) = 100 \cdot \alpha - (\gamma_3 \cdot \beta_3 + \gamma_6 \cdot \beta_6) = \\ &= 100 \cdot 1,0 - (6,4289 \cdot 14 + 93,5714 \cdot 0,1069) = -0,003 = -3 \cdot 10^{-3} \%^2. \end{aligned}$$

Извлечения в продукты операций разделения рассчитываются по формулам (18)-(19). Результаты расчёта схемы представлены на рис. 6 и в табл. 3, 4.



Рис. 6. Качественно-количественная схема обогащения

Таблица 4

**Результаты расчёта качественно-количественной схемы обогащения**

ПОСТУПАЕТ				ВЫХОДИТ			
Номер и наименование продукта	Выход, %	Массовая доля, %	Извлечение, %	Номер и наименование продукта	Выход, %	Массовая доля, %	Извлечение, %
<b>Основная флотация</b>							
Исходный	100,0000	1	100	1. Концентрат основной флотации	12,9576	7,5	97,18
4. Промпродукт перечистной флотации	6,5290	1,1	7,18	2. Хвосты основной флотации	103,3333	0,29	29,52
5. Концентрат контрольной флотации	9,7619	2	19,52				
<b>Итого:</b>	<b>116,2909</b>	<b>1,09</b>	<b>126,70</b>	<b>Итого:</b>	<b>116,2909</b>	<b>1,09</b>	<b>126,70</b>
<b>Перечистная флотация</b>							
1. Концентрат основной флотации	12,9576	7,5	97,18	3. Концентрат	6,4286	14,0000	90,00
<b>Итого:</b>	<b>12,9576</b>	<b>7,5</b>	<b>97,18</b>	4. Промпродукт перечистной флотации	6,5290	1,1	7,18
				<b>Итого:</b>	<b>12,9576</b>	<b>7,5</b>	<b>97,18</b>
<b>Контрольная флотация</b>							
2. Хвосты основной флотации	103,3333	0,29	29,52	5. Концентрат контрольной флотации	9,7619	2,00	19,52
<b>Итого:</b>	<b>103,3333</b>	<b>0,29</b>	<b>29,52</b>	6. Хвосты	93,5714	0,1069	10,00
				<b>Итого:</b>	<b>103,3333</b>	<b>0,29</b>	<b>29,52</b>

### 3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Номер варианта задается преподавателем. Номера задач в каждом варианте принимаются по таблице:

Вариант	Расчёт технологических показателей обогащения	Построение гранулометрической характеристики	Расчёт эффективности грохочения	Расчёт схем обогащения
	номера задач			номер схемы
1	3, 11, 21, 35	3	5	1
2	4, 15, 22, 38	10	6	2
3	10, 13, 29, 33	4	9	3
4	6, 14, 27, 31	8	4	4
5	2, 18, 25, 36	1	10	5
6	8, 17, 23, 37	5	8	6
7	9, 20, 26, 32	7	7	7
8	7, 19, 28, 40	9	1	8
9	5, 12, 24, 39	2	2	9
0	1, 16, 30, 34	6	3	10

#### 3.1. Расчёт технологических показателей обогащения

Номер задачи	Условия задачи
1	Рассчитать выход никелевого концентрата, если массовая доля никеля в исходной руде составляет 3,4 %. Массовая доля никеля в концентрате 12 %, извлечение никеля в концентрат составляет 80 %.
2	Определить сколько тонн концентрата в сутки выдает фабрика, если выход концентрата составляет 4 %, а производительность фабрики по руде равна 800 т/ч.
3	Определить выход концентрата и хвостов, если фабрика перерабатывает руду с массовой долей меди 1,6 %, а после обогащения получают два продукта; концентрат с массовой долей меди 18 % и хвосты с массовой долей меди 0,2 %.
4	Рассчитать выход концентрата и извлечение свинца в концентрат, если фабрика перерабатывает 14000 т руды в сутки с массовой долей свинца 2,4 % и получает 600 т концентрата с массовой долей свинца 50 %.
5	Определить суточную производительность фабрики по руде, если фабрика выдает 800 т концентрата в сутки при выходе 2,5 %.
6	Определить массовую долю компонента в хвостах, если из 1000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 % в процессе обогащения получено 16 т концентрата при извлечении 90 %.

Номер задачи	Условия задачи
7	Определить потери никеля в медном концентрате, если массовая доля никеля в нем равна 1,0 % и выход медного концентрата составляет 10 %. Массовая доля никеля в исходной руде равна 3 %.
8	Определить, сколько тонн свинцового концентрата в сутки выдает обогатительная фабрика, если ее суточная производительность по руде составляет 5 000 т, массовая доля свинца в руде 1,8 %, а в концентрате 60 %. Извлечение свинца в концентрат 92 %.
9	Определить извлечение цинка в концентрат, если при суточной производительности фабрики 5000 т получают 150 т концентрата. Массовая доля цинка в руде 2 %, а в концентрате 60 %.
10	Определить потери меди и цинка в хвостах, если извлечение меди и цинка в медный концентрат соответственно 90 и 5 %, а в цинковый 6 и 85 %.
11	Определить выход медного концентрата, если массовая доля меди в руде 1,5 % в медном концентрате 18 %, а потери меди в хвосты 10 %.
12	Рассчитать извлечение полезного компонента в концентрат, если фабрика перерабатывает руду с массовой долей полезного компонента 20 %, а получает концентрат с массовой долей компонента 50 % и хвосты, с массовой долей компонента 2 %.
13	Рассчитать выход концентрата и извлечение в него полезного компонента, если из 1 000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 % в процессе обогащения получено 13 т концентрата с массовой долей полезного компонента 60 %.
14	Определить, сколько тонн железного концентрата в сутки выдает обогатительная фабрика, если ее суточная производительность по руде 15 000 т, массовая доля железа в руде 18 %, а в концентрате 66 %. Извлечение железа в концентрат 90 %.
15	Определить извлечение цинка в концентрат, если массовая доля цинка в руде 2 %, в концентрате 50 %, в хвостах 0,5 %.
16	Рассчитать, сколько руды нужно переработать для получения 500 т концентрата, если его выход составляет 5 %.
17	Определить потери меди с цинковым концентратом, если выход цинкового концентрата 5 %, а массовая доля меди в нем 2 %. Массовая доля меди в исходной руде 1,2 %.
18	Рассчитать, сколько нужно переработать руды с массовой долей меди 1 % для получения 100 т концентрата с массовой долей меди 20 %, Массовая доля меди в хвостах 0,1 %.
19	Определить массовую долю компонента в хвостах, если извлечение его в концентрат 90 %, выход хвостов 95 %, массовая доля в исход-

Номер задачи	Условия задачи
	ном продукте 1 %.
20	Определить массовую долю металла в хвостах при обогащении руды с массовой долей металла 2 %, если извлечение его в концентрат составило 90 % при выходе концентрата 3,6 %.
21	Определить массовую долю компонента в исходной руде, если выход концентрата 8 %, извлечение 90 % и массовая доля компонента в нем 60 %.
22	Определить потери меди в цинковом концентрате, полученном при обогащении медно-цинковой руды с массовой долей меди 1,0 %, если выход цинкового концентрата 4,5 %, массовая доля меди в нем 4 %.
23	Определить количество свинца, потерянного в хвостах при флотации 6000 т руды с массовой долей свинца 4 %, если извлечение его в концентрат 85 %.
24	Шахта выдает рядовой уголь из трех лав: первая лава – 300 т/ч, $A^d=9\%$ ; вторая лава – 200 т/ч, $A^d=12\%$ ; третья лава – 500 т/ч, $A^d=8\%$ . Определить зольность угля, поступающего на обогащение.
25	Определить массовую долю железа в концентрате, если при обогащении железной руды с массовой долей железа 20 % выход концентрата 30 %, а извлечение 90 %.
26	Определить выход концентрата и извлечение $P_2O_5$ в концентрат, получаемый при обогащении апатитовой руды с массовой долей 20 % $P_2O_5$ , если массовая доля $P_2O_5$ в концентрате 34,5 %, в хвостах 1 %.
27	Определить массовую долю золы и извлечение ее в хвосты, если ее извлечение в концентрат составляет 7 % при его выходе 70 %. Массовая доля золы в рядовом угле 24 %.
28	Определить массовую долю молибдена в концентрате, если при обогащении руды с массовой долей молибдена 0,1 %, выход концентрата 0,15 % при извлечении в него молибдена 80 %.
29	Определить выход концентрата и потери полезного компонента в хвостах, если из 2000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 %, получено 26 т концентрата с массовой долей полезного компонента 48 %.
30	Определить зольность рядового угля, если на фабрику он поступает с трех шахт: 30 % – с шахты № 1, 50 % – с шахты № 2 и остальное с шахты №3. Зольность углей каждой шахты составляет соответственно 21, 19,5 и 24 %.
31	Фабрика после обогащения 3000 т руды с массовой долей металла 0,5 % получила 24 т концентрата с массовой долей металла 54 %. Какое извлечение было достигнуто при обогащении?
32	Сколько перерабатывает руды фабрика, если получается 100 т/ч концентрата с массовой долей меди 19,6 %. Массовая доля меди в руде

Номер задачи	Условия задачи
	0,8 %, в хвостах 0,18 %.
33	Фабрика обогащает руду с массовой долей марганца 18 %. Производительность фабрики по руде составляет 300 т/ч. Определить выход концентрата и извлечение марганца в него, если массовая доля марганца в концентрате 45 %, а выпускается концентрата 60 т/ч.
34	Определить извлечение меди в концентрат, если при производительности фабрики 3000 т/сут получают 90 т концентрата с массовой долей меди 24 %. Руда поступает на фабрику с двух рудников в равном количестве с массовой долей меди соответственно 1,2 и 0,8 %.
35	На фабрику поступает рядовой уголь с зольностью 20 % и получается концентрат с зольностью 10 %. Каков выход концентрата и зольность хвостов, если производительность фабрики 350 т/ч, а на хвостохранилище отправляется 70 т/ч хвостов?
36	Определить выход концентрата и извлечение в него полезного компонента, если на фабрику поступает руда с массовой долей полезного компонента 15 %, а после обогащения получают концентрат и хвосты с массовой долей полезного компонента в них соответственно 45 и 5 %.
37	Определить количество олова и его массовую долю в суммарном концентрате, если на фабрике получают оловянный концентрат после обогащения руды на отсадочных машинах и концентрационных столах. С отсадочных машин получают 3 т/сут концентрата с массовой долей олова 20 %, а со столов – 2 т/сут, с массовой долей олова 15 %.
38	Определить выход и массу концентрата зольностью 8 %, получаемого при обогащении угля, если фабрика обогащает 250 т/ч угля с зольностью 16 % и получает хвосты с зольностью 65 %.
39	Определить массовую долю металла в хвостах при обогащении руды с массовой долей металла 2 %, если извлечение его в концентрат 88 %, а выход концентрата 4 %.
40	Рассчитать потери меди в цинковом концентрате, получаемом при обогащении медно-цинковой руды, поступающей на фабрику с двух рудников с массовой долей меди соответственно 1,5 % (60 % от общего количества руды) и 2 % (40 % от общего количества руды). Выход цинкового концентрата 10 %, массовая доля меди в нем 4 %.

### 3.2. Построение гранулометрической характеристики

Номер задачи	Условия задачи		
1	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу». Определить по ней выход класса +0,3 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-1+0,5	31	
	-0,5+0,25	24	
	-0,25+0,15	15	
2	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -8+4 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-20+10	30	
	-10+5	28	
	-5+2,5	17	
	-2,5+1	13	
3	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -10+5 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-25+12	42	
	-12+6	18	
	-6+3	16	
	-3+1	9	
4	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -200+75 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-500+250	25	
	-250+125	27	
	-125+50	20	
	-50+25	10	
5	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -160+40 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-500+250	25	
	-250+125	27	
	-125+50	20	
	-50+25	10	
6	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -8+1 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-15+10	25	
	-10+5	30	
	-5+2	20	
	-2+1	10	
-1+0	15		

Номер задачи	Условия задачи		
	Класс, мм	Частный выход, %	
7	-1+0,5	26	По результатам ситового анализа построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -0,4+0,12 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-0,5+0,3	29	
	-0,3+0,15	21	
	-0,15+0,1	10	
	-0,1+0	14	
8	-100+50	22	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -40+15 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-50+25	25	
	-25+12	38	
	-12+6	10	
	-6+0	5	
9	-100+75	10	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -60+20 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-75+50	22	
	-50+25	18	
	-25+12	20	
	-12+6	10	
	-6+0	20	
10	-50+25	20	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -10 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-25+12	13	
	-12+5	7	
	-5+3	5	
	-3+0	55	

### 3.1. Расчёт эффективности грохочения

1	Определить эффективность грохочения материала -500+0 мм на сетке с размером отверстий 200 мм, если массовая доля класса -200+0 мм в надрешетном продукте 10 %. Характеристику крупности исходной руды принять по прямой линии.
2	Определить массовую долю класса менее размера отверстия сита в исходном для грохочения продукте, если выход подрешетного продукта составляет 70 % при эффективности грохочения 80 %.
3	Определить массовую долю нижнего класса в исходной руде, если выход подрешетного продукта составляет 40 %, а эффективность грохочения 80 %.

4	Определить к.п.д. грохота, если массовая доля нижнего класса в руде 40 %, а в надрешетном продукте 10 %.
5	Определить эффективность грохочения материала крупностью 200 мм на сетке с размером отверстия 50 мм, если выход надрешетного продукта 80 %. Гранулометрическую характеристику материала принять по прямой линии.
6	С какой эффективностью производится грохочение руды по сетке с размером отверстия 60 мм, если выход надрешетного продукта 82 %, гранулометрическая характеристика руды представляется прямой линией и максимальный кусок имеет диаметр 300 мм?
7	Какова эффективность грохочения, если выход надрешетного продукта 60 % и массовая доля нижнего класса в нем составляет 10 %?
8	Определить выход продуктов грохочения, если массовая доля нижнего класса в руде 50 %, в надрешетном продукте 10 %.
9	Рассчитать эффективность грохочения по всему нижнему классу, если выход надрешетного продукта 40 %, а массовая доля зерен крупнее размера отверстий сетки в руде составляет 35 %.
10	Определить производительность грохота по руде, если массовая доля нижнего класса в руде 30 % и в надрешетном продукте 10 %. Масса надрешетного продукта 778 т/ч.

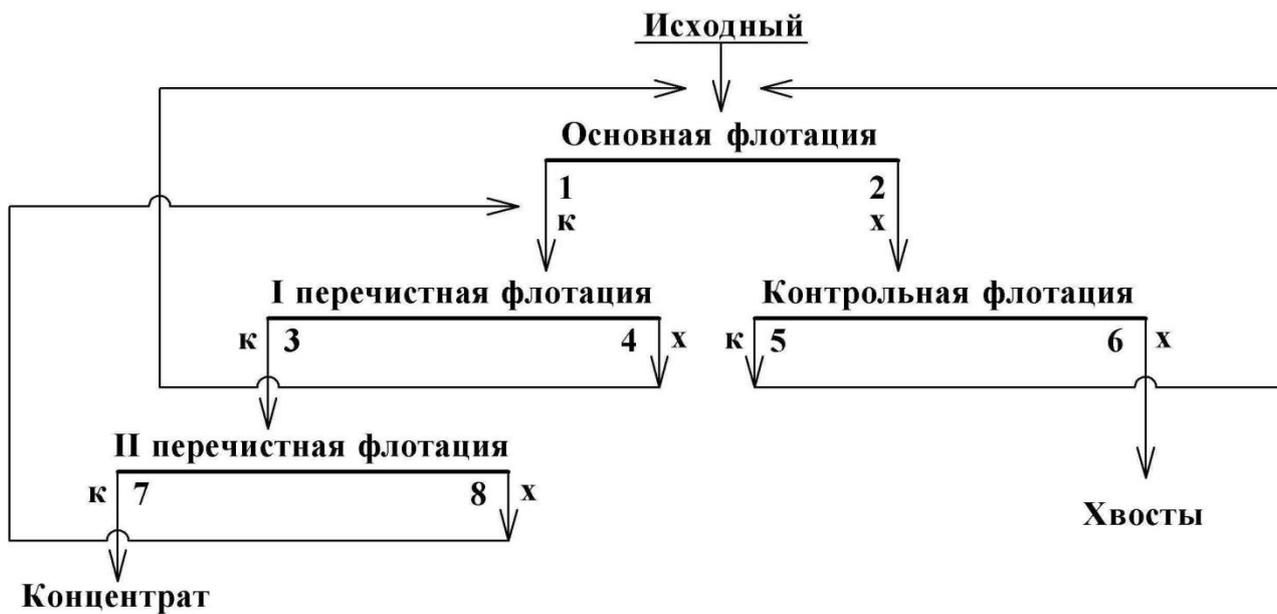
### 3.3. Расчёт схем обогащения

Рассчитать технологический баланс продуктов обогащения и технологические показатели всех продуктов для заданной по варианту схемы обогащения. Значениями массовой доли для промежуточных операций и продуктов схемы задаться самостоятельно.

#### Исходные данные для расчёта схем

Номер схемы	Массовая доля, %		Извлечение в концентрат, %
	в исходном	в концентрате	
1	1,7	43	85
2	1,0	17	87
3	1,5	33	95
4	1,6	22	90
5	1,2	45	97
6	1,8	23	89
7	1,4	25	93
8	2,5	6,5	80
9	1,5	20	84
10	1,3	23	88

*Схема № 1*



*Схема № 2*

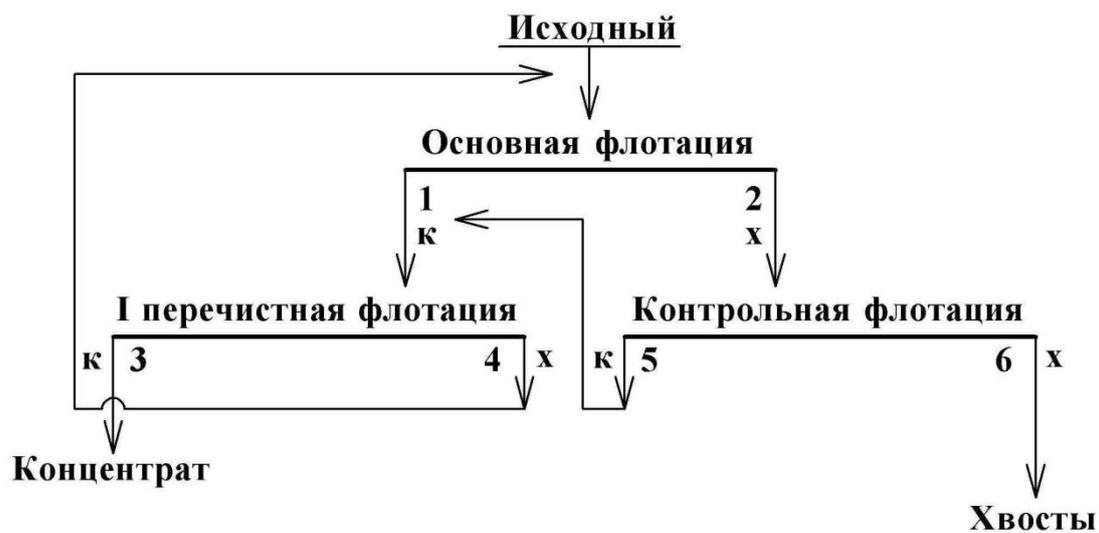


Схема № 3

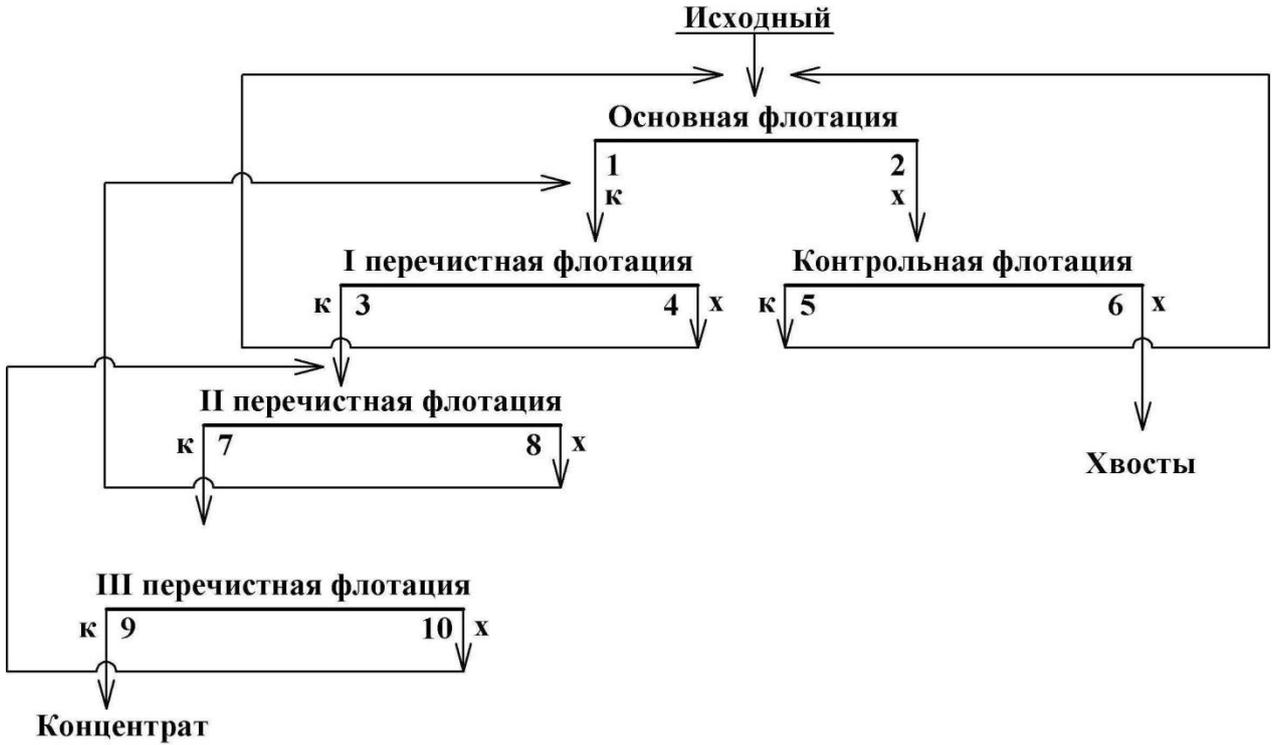


Схема № 4

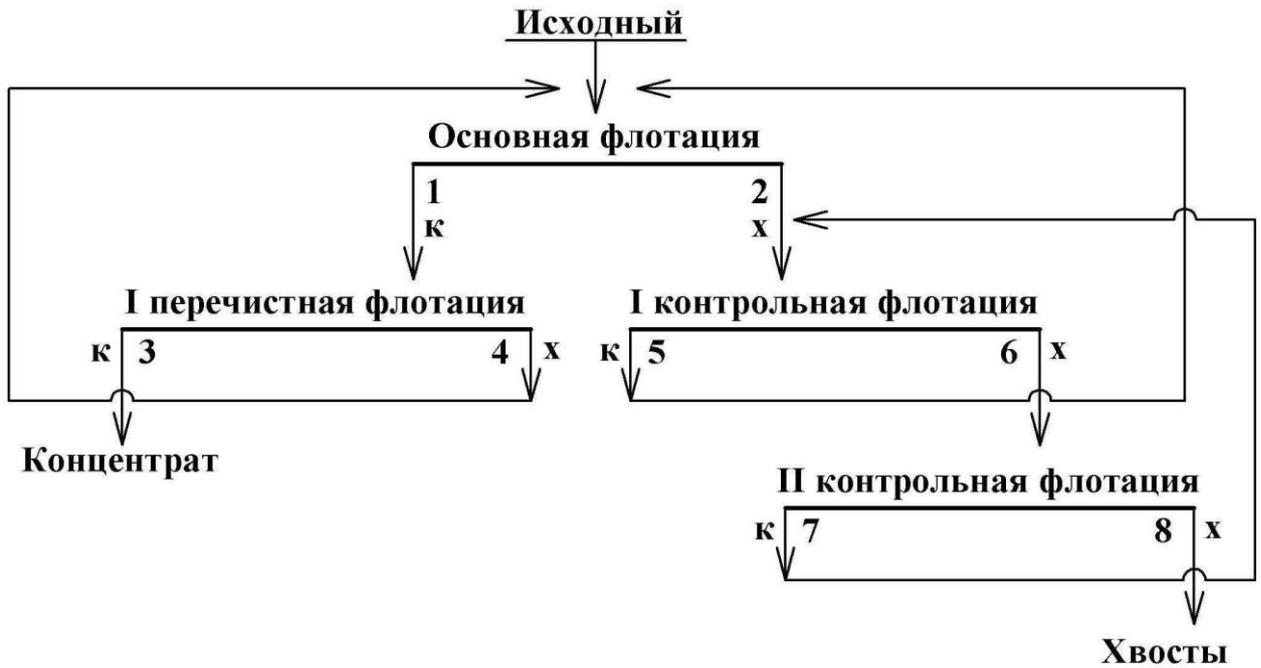


Схема № 5

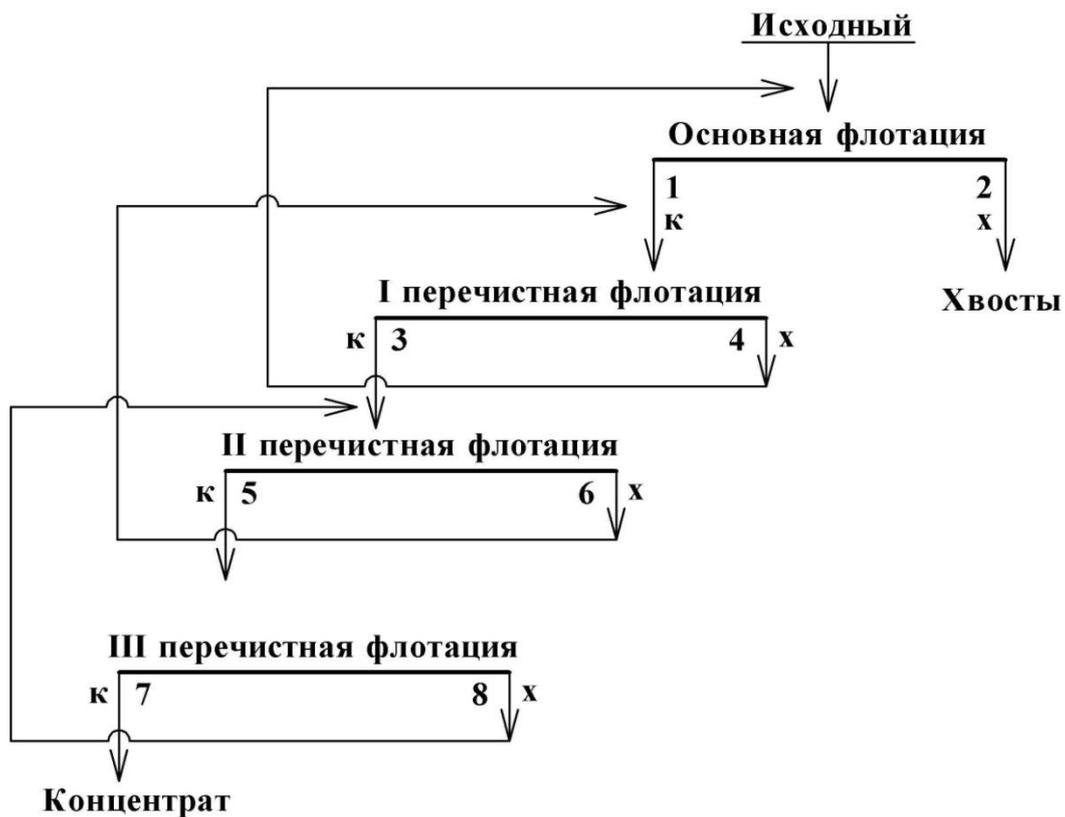


Схема № 6

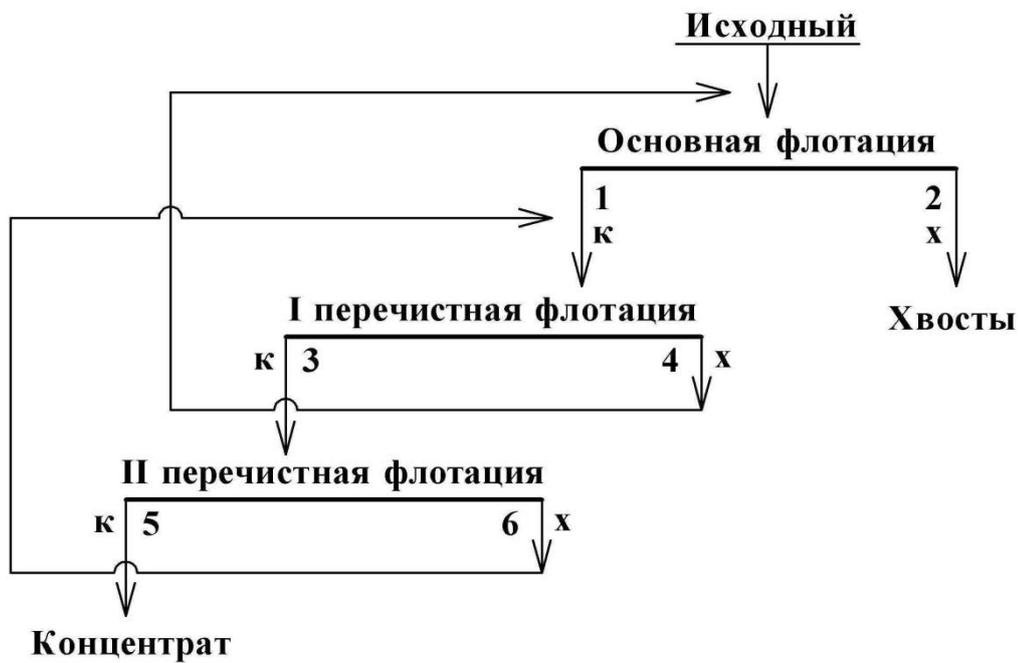


Схема № 7

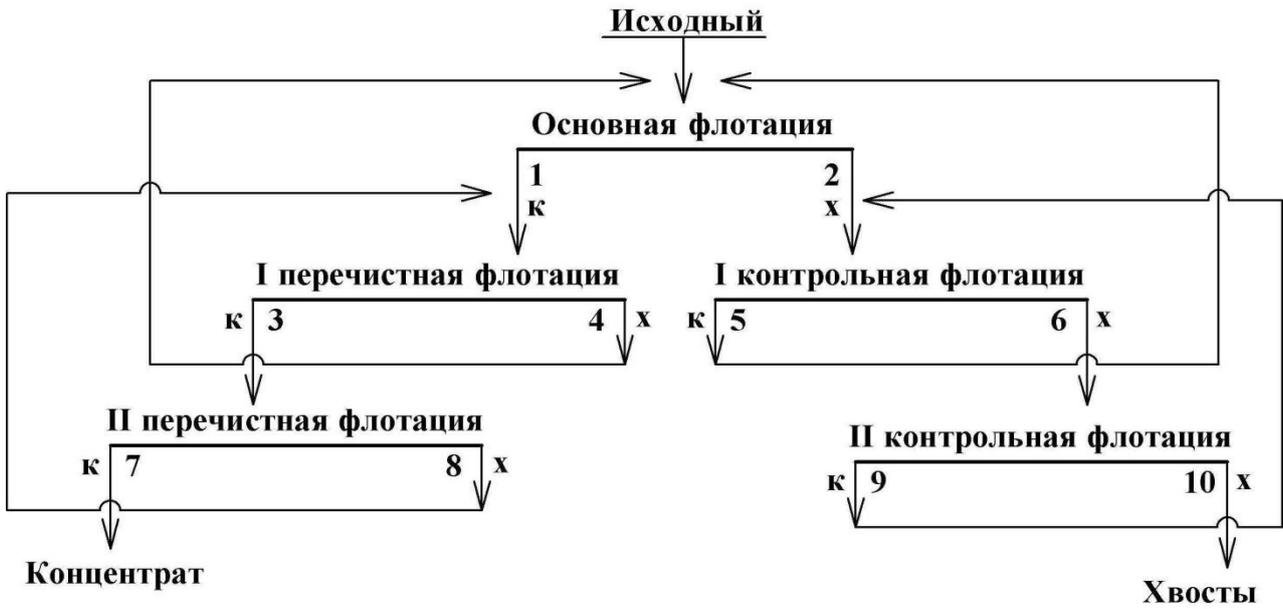
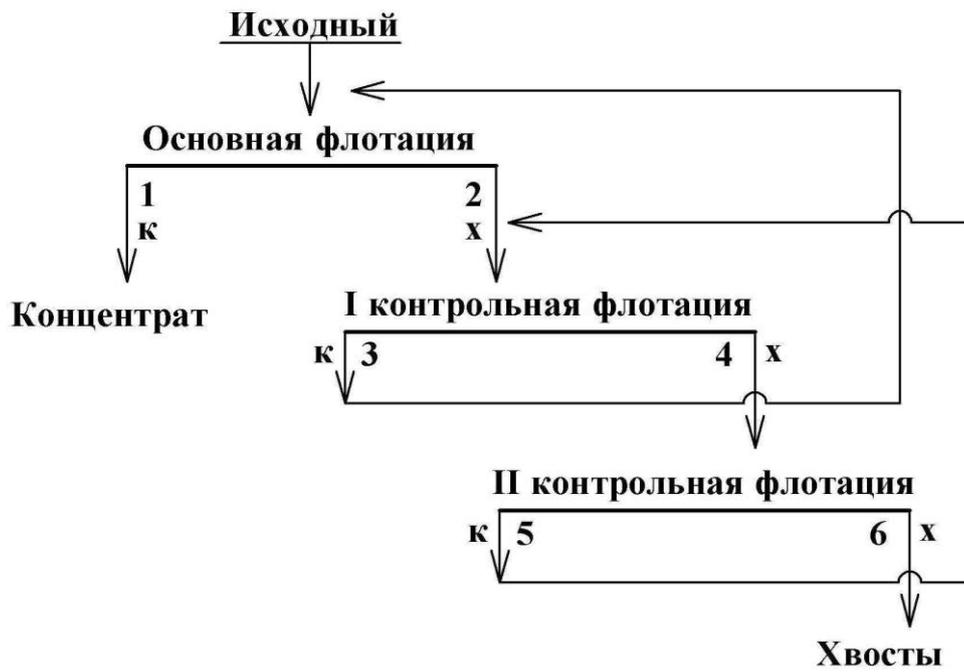
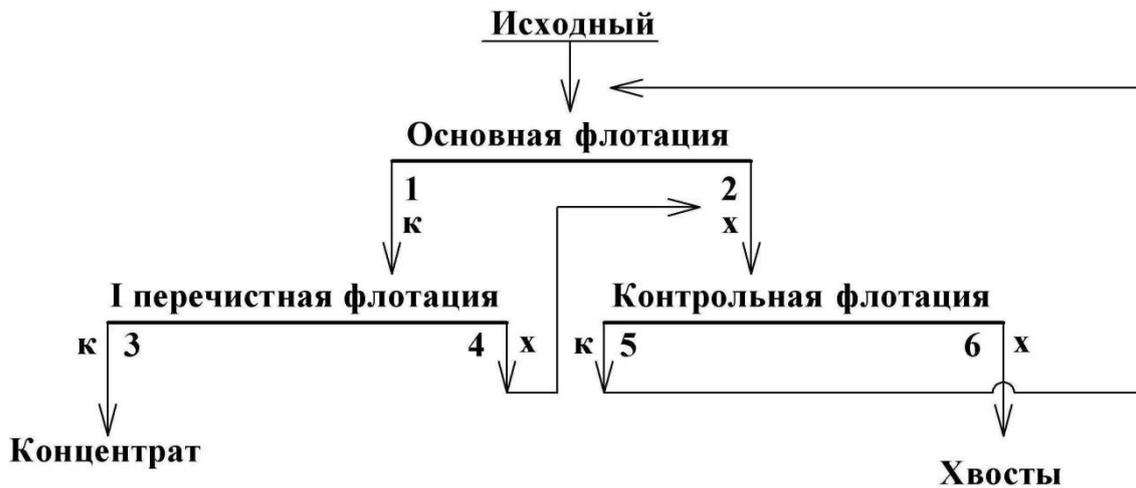


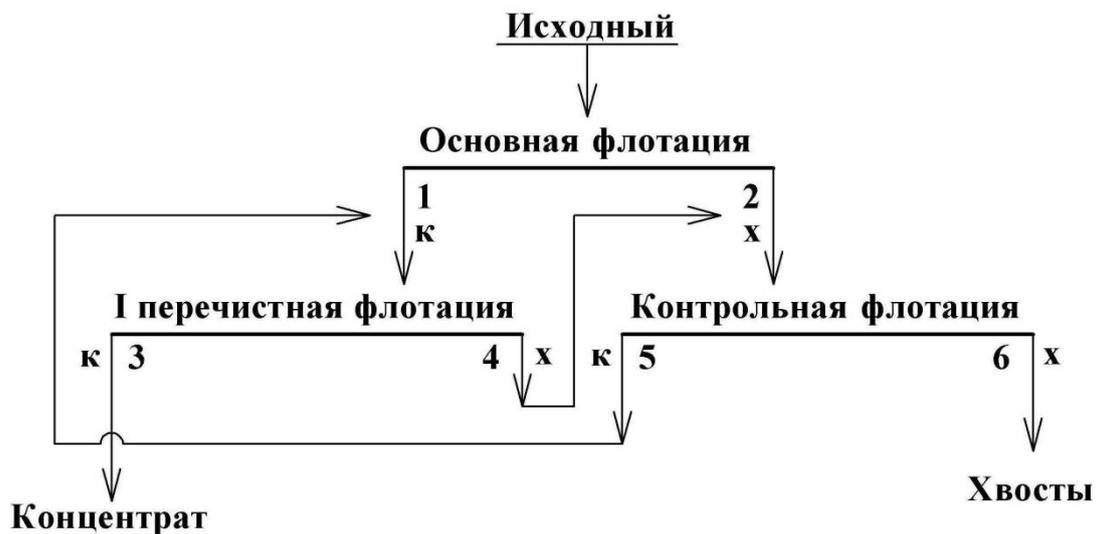
Схема № 8



**Схема № 9**



**Схема № 10**



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Комлев С. Г.* Основы обогащения полезных ископаемых: учебное пособие / С. Г. Комлев; Уральский гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. – 121 с.
2. *Комлев С. Г.* Технологические расчеты в обогащении полезных ископаемых. Выбор оборудования: методические указания по выполнению технологических разделов курсовых проектов и работ / С. Г. Комлев; Уральский гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 64 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор УГГУ  
по учебно-методическому комплексу

С. А. Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### Б1.Б.2.19 ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИИ ПЕРЕРАБОТКИ МИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ

Специальность  
**21.05.02 Прикладная геология**

Специализация № 4  
**Прикладная геохимия, минералогия, петрология**

форма обучения: очная

Автор: Водовозов К. А., ст. преподаватель

Одобрена на заседании кафедры

Обогащения полезных ископаемых  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

*(подпись)*

Козин В. З.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 7 от 17.04.2019  
*(Дата)*

Рассмотрена методической комиссией  
факультета

горно-механического  
*(название факультета)*

Председатель

*(подпись)*

Барановский В. П.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 7 от 19.04.2019  
*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА .....	4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ .....	4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса .....	4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам .....	5
Подготовка и написание контрольной работы .....	6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта) .....	7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	8
Подготовка к зачёту .....	8
Подготовка к экзамену.....	8

## ВВЕДЕНИЕ

*Самостоятельная работа студентов* – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

## **ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА**

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

*для подготовки ко всем видам текущего контроля:*

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

*для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:*

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ**

#### **Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса**

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

*для овладения знаниями:*

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

*для формирования навыков и умений:*

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

### **Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам**

*Практические занятия* по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

*для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

*для формирования навыков и умений:*

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

*Лабораторные занятия* по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

*для овладения знаниями:*

- изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
- изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- составление плана проведения эксперимента;
- составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
- аналитическая обработка результатов экспериментов.

*для формирования навыков и умений:*

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

### **Подготовка и написание контрольной работы**

*Контрольная работа* – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

*для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки.

*для формирования навыков и умений:*

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

*Доклад с презентацией* – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

*для овладения знаниями:*

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

*для закрепления и систематизации знаний:*

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

*для формирования навыков и умений:*

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

### **Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта)**

*Курсовая работа (проект)* – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

*для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **Подготовка к зачёту**

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

*Тест* – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

### **Подготовка к экзамену**

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

*Теоретический вопрос* – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

*Практико-ориентированное задание* – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзамену студенту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена: количество теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете, продолжительность и форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

Проректор по учебно-методическому  
комплексу \_\_\_\_\_



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**  
**ПО ДИСЦИПЛИНЕ «СТРУКТУРНАЯ ГЕОЛОГИЯ,**  
**ГЕОМОРФОЛОГИЯ И ЧЕТВЕРТИЧНАЯ ГЕОЛОГИЯ»**  
**ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**  
**21.05.02 «ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ»**

Автор: Бутин В.В., к.г.-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры  
геологии  
\_\_\_\_\_  
(название кафедры)  
Зав.кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись)  
Огородников В.Н.  
(Фамилия И.О.)  
\_\_\_\_\_  
Протокол № 8 от 17.04.2019  
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
Факультета геологии и геофизики

\_\_\_\_\_  
(название факультета)  
Председатель \_\_\_\_\_  
(подпись)  
Бондарев В.И.  
(Фамилия И.О.)  
\_\_\_\_\_  
Протокол № 8 от 19.04.2019  
(Дата)

Екатеринбург  
2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	5
1. МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ТИПОВ РЕЛЬЕФА.....	6
2. ОСНОВНЫЕ ГЕНЕТИЧЕСКИЕ ТИПЫ ЧЕТВЕРТИЧНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ .....	9
3. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.....	14
Рекомендуемая литература .....	27

## Введение

Практические занятия студентов геологических специальностей по дисциплине «Структурная геология, геоморфология и четвертичная геология» включают в себя работы по стереоскопическому дешифрированию аэрофотоснимков крупного и детального масштаба. В результате этих работ составляется «Карта четвертичных образований» (приложение 1).

Подготовленные для выполнения практических работ аэрофотоснимки отображают конкретные участки рельефа различных климатических зон, характеризующихся формированием определенных генетических типов четвертичных пород и имеющих различный характер соотношения эндогенных и экзогенных рельефообразующих процессов.

Эндогенные рельефообразующие силы складчатого, дизъюнктивного, магматического типов реализуются в верхней части литосферы обычно в виде вертикальных положительных или отрицательных перемещений блоков земной коры, приводящих к возрастанию контрастности рельефа. Экзогенные силы имеют противоположную направленность по отношению к эндогенным движениям, стремятся компенсировать их и снизить контрастность рельефа путем проявления и сочетания денудационных и аккумулятивных процессов. В связи с этим каждый конкретный тип рельефа представляет собой результат взаимодействия эндогенных и экзогенных сил, фиксируя определенную стадию экзогенной переработки эндогенного рельефа.

## 1. МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ТИПОВ РЕЛЬЕФА

В морфологическом отношении на аэрофотоснимках представлены следующие основные типы рельефа: высокогорный, низкогорный, холмистый и равнинный.

Высокогорный рельеф развит в областях тектонической активизации, с проявлением интенсивных вертикальных движений, определивших высокую контрастность элементов рельефа и его эрозионную расчлененность. На аэрофотоснимках горного рельефа дешифрируются островершинные хребты, скалистые гребни и склоны, глубоко врезаные ущелья, и V-образные долины рек и их притоков, долинные линейные ледники. Эрозионные формы высокогорного рельефа представлены отпрепарированными участками выходов коренных пород, реликтовыми эрозионными останцами и уступами, эрозионными склонами флювиального, ледникового, криогенного типов. Аккумулятивные формы рельефа сложены делювиальными и коллювиальными площадными развалами и осыпями на склонах, гляциальными, пролювиальными и аллювиальными отложениями речных долин, ручьев, логов.

Низкогорный рельеф характеризуется менее контрастными, сглаженными формами вершин и склонов, что обусловлено активным и длительным развитием денудационных процессов и обычно развитием менее устойчивых и контрастных в эрозионном отношении горных пород. Эрозионные элементы рельефа приурочены к локальным площадям развития относительно более устойчивых к выветриванию горных пород, в пределах которых сохраняются эрозионные останцы на водоразделах, склонах, в бортах речных долин. Рыхлые отложения склонов чаще всего представлены делювиальными или солифлюкционными отложениями.

В формировании речных долин значительную роль играют процессы боковой эрозии. Речные формы рельефа характеризуются сочетанием эрозионных и аккумулятивных элементов рельефа, дешифрируются русловые и пойменные фации аллювия, речные террасы цокольного и аккумулятивного типов.

Холмистый рельеф представляет собой сочетание реликтовых останцовых эрозионных форм с разделяющими их денудационными депрессиями. Эрозионные останцы приурочены к выходам более устойчивых к выветриванию горных пород, образующих отпрепарированные положительные формы различной конфигурации. Коренные выходы пород приурочены к бровкам, уступам эрозионных склонов, реже к нижним частям этих склонов, к эрозионным бортам речных долин. Элювиальные образования развиты на вершинах и уплощенных водоразделах, рыхлые породы склонов представлены делювиальными или солифлюкционными отложениями. У подножий этих склонов и в их основании нередко отмечается образование пролювиальных шлейфов за счет слияния конусов выноса временных потоков. Речные долины характеризуется ящикообразным поперечным профилем с плоским днищем, эрозионными бортами, преобладанием аккумулятивных флювиальных форм и широким развитием русловых, пойменных и террасовых фаций аллювиальных отложений.

Равнины на аэрофотоснимках представлены денудационными и аккумулятивными типами. Аккумулятивные формы рельефа сложены отложениями флювиального, пролювиального, гляциального, флювиогляциального и эолового генезиса. Коренные выходы пород на аккумулятивных равнинах отсутствуют. Элювиальные породы в небольшом объеме могут присутствовать на уплощенных реликтовых положитель-

ных формах рельефа. Более широкое распространение имеют делювиальные отложения по привершинным и склоновым участкам рельефа. Речные формы рельефа представлены аллювиальными осадками русловых, старичных и пойменных фаций, аккумулятивными надпойменными террасами, расположенными в пределах широких разработанных речных долин с меандрирующими или ветвящимися руслами рек.

Проллювиальные равнины слагают относительно ровные или слабоволнистые участки предгорного рельефа, имеющего общий пологий наклон к предгорным равнинам. В строении проллювиальных равнин принимают участие мощные проллювиальные отложения временных горных потоков и слияние конусов выноса в предгорной равнине.

Гляциальные равнинные формы рельефа сложены моренными отложениями донной морены, образующей площадной покров и перекрывающей выходы более древних четвертичных отложений и дочетвертичных коренных пород. Морфологически покров характеризуется относительно ровной поверхностью с образованием небольших холмистых возвышений и впадин, развитием в отрицательных формах рельефа озер, болот. В периферических частях ледников выделяются конечные и боковые морены, образующие линейные валообразные формы рельефа, оконтуривающие ледники, на перигляциальных участках за пределами ледников формируются флювиогляциальные и зандровые аккумулятивные отложения.

Криогенный тип равнинного рельефа, помимо солифлюкционных аккумулятивных форм, в небольшом объеме представлен термокарстовыми и полигональными элементами рельефа, образование которых приурочено к участкам развития многолетнемерзлых аккумулятивных

отложений флювиального, озерно-речного, морского, гляциального и флювиогляциального происхождения.

Эоловый тип рельефа имеет ограниченное распространение и представлен песчаными аккумулятивными формами аридной климатической зоны. Положительные формы рельефа сложены барханами и продольно-грядовыми песками, разделенными дефляционными и глинисто-солончаковыми ложбинами и такырами.

## **2. ОСНОВНЫЕ ГЕНЕТИЧЕСКИЕ ТИПЫ ЧЕТВЕРТИЧНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ**

Из всей обширной группы различных по генезису четвертичных образований остановимся лишь на осадочных четвертичных отложениях, получивших распространение на имеющихся аэрофотоснимках.

*Элювиальные образования (e)* включают в себя продукты физического и химического выветривания, не перемещенные с места своего образования. В зависимости от климатических условий, длительности процессов выветривания и типа субстрата, элювий может быть представлен различными типами обломочных и глинистых кор выветривания. Элювий приурочен к выходам дочетвертичных пород на дневную поверхность и располагается на горизонтальных участках рельефа с углом наклона склона менее  $5^\circ$ . На аэрофотоснимках элювиальные отложения выделяются на уплощенных водоразделах, пологих вершинах, на горизонтальных поверхностях ступенчатого денудационного рельефа.

*Делювиальные отложения (d)* представляют собой разрушенные коренные породы, перемещенные с места своего образования по склону под действием временных безрусловых плоскостных потоков. Состав

пород обусловлен составом исходного субстрата и типом коры выветривания, размер обломков и сортировка могут быть разными. Делювиальные отложения приурочены к склонам с углом наклона до  $15^\circ$  и распространены в верхних привершинных частях положительных форм рельефа и на пологих склонах. Реже, в условиях холмистого рельефа, делювий выделяется также в нижней части и в основании склонов.

**Коллювиальные отложения (с)** представлены продуктами физического выветривания, смещенными по склону под действием гравитационных сил. Наиболее широкое распространение получили осыпи глыбово-щебенчатого материала на склонах с крутизной более  $30^\circ$ . Выделяются также крупноглыбовые и глыбовые обвальные накопления на склонах при угле более  $40^\circ$  и у подножий крутых склонов.

**Солифлюкционные отложения (s)** развиты в районах распространения многолетней мерзлоты. Образуются в результате накопления рыхлого обломочного или глинистого материала, перешедшего в мобильное пластическое состояние вследствие вытаявания подземных льдов и перемещающегося по склонам под действием гравитационных сил. Мелкоземистым материалом на пологих склонах сложены оплывные формы рельефа в виде натечных террас, ступеней высотой до нескольких метров. Грубообломочный материал образует площадные глыбовые развалы на горизонтальных участках, «каменные моря», площадные курумы, линейные скопления на склонах, «каменные реки», приуроченные к отрицательным элементам рельефа. На аэрофотоснимках солифлюкционные отложения, помимо оплывных форм, распознаются также по полосчатым «расчесанным склонам», представляющим результат плоскостно-струйчатого перемещения рыхлого материала («делли»).

**Проллювиальные отложения (р)** представляют собой отложения временных потоков, в разной степени сортированных. Для временных потоков равнинных областей характерно формирование тонкосортированного слоистого овражного аллювия. Отложения временных потоков горного рельефа характеризуются плохой сортировкой и грубообломочным составом. На аэрофотоснимках выделяются три разновидности пролювия. Первую из них составляют отложения, локализованные непосредственно в руслах и тальвегах водотоков и образующие линейные аккумулятивные полосы по дну долин временных потоков. Вторая разновидность пролювия представлена рыхлыми отложениями конусов выноса временных потоков и ручьев при резком выполаживании продольных профилей водотоков в местах их выхода в основную речную долину или на предгорную равнину («сухие дельты»). Третья разновидность представляет собой пролювиальную пологонаклонную равнину, образовавшуюся за счет слияния конусов выноса в предгорных участках.

**Аллювиальные отложения (а)** имеют широкое распространение и присутствуют практически на всех аэрофотоснимках. Из всей группы аллювия наиболее распространенными являются русловые, пойменные и террасовые фации аллювиальных отложений.

Русловые отложения сложены грубообломочным валунно-галечно-песчаным материалом, распределенным по дну узких врезающихся речных долин или локализованным на участках современного русла разработанных долин. Эти отложения хорошо распознаются на аэрофотоснимках по отсутствию растительности и светлому фототону, отражающему состав обломочного аллювиального материала.

Отложения пойменных фаций приурочены к днищам речных долин, находящихся на стадии расширения долин и сочетания процессов боковой эрозии и аккумуляции. Чаще всего для поймы является характерным темный фототон черно-белых аэрофотоснимков, вследствие широкого развития растительности, сравнительно ровная поверхность, меандрирующий характер русла, наличие стариц, озер, болот. Пойменные отложения имеют более тонкий песчано-глинистый или глинисто-илистый терригенно-биоогенный состав.

Речные террасы представлены двумя генетическими типами – аккумулятивными и эрозионно-аккумулятивными. В рельефе, в пределах речных долин, речные террасы в виде реликтовых форм отчетливо выделяются по более высокому гипсометрическому положению, ровной поверхностью террасы, они отделяются уступами от поймы и от борта речной долины. Количество надпойменных террас составляет одну-две, достигая на отдельных снимках до трех. Поверхность террас обычно ровная, характеризуется однородным фототоном, наличием бровки и тылового шва, в цоколе эрозионно-аккумулятивных террас выходят коренные дочетвертичные породы.

*Ледниковые (гляциальные) отложения (g)* представлены моренными породами, образующими аккумулятивные формы рельефа. Моренные отложения характеризуются смешанным несортированным глыбово-щебенчатым, валунным, галечным, песчаным и глинистым материалом, образовавшимся в результате накопления на месте ледника и по периферии ледника после его деградации. На аэрофотоснимках отложения донной (основной) морены занимают днища и нижние части бортов ледниковых трогов, каров, образуя покровы, шлейфы, бугристые и холмистые аккумулятивные формы рельефа.

ефа. В периферических частях ледников моренные отложения слагают линейные валообразные формы боковых и конечных морен.

**Водно-ледниковые (флювиогляциальные) отложения (f)** образуются в результате накопления донных обломочных отложений поверхностных водных потоков внутри ледника и за его пределами на этапе деградации и таяния ледника. Выделяется три основных типа отложений, различающихся по условиям образования, – озы, камы, зандры.

*Озы* представляют собой протяженные положительные аккумулятивные формы рельефа, сложенные песчано-галечным сортированным материалом, аккумулярованным водными потоками внутри ледников покровного площадного типа. После отступления ледника эти отложения образуют «насаженные» протяженные линейные аккумулятивные формы рельефа, наложенные на осадки основной морены.

*Камовые* образования формируются в результате аккумуляции рыхлых отложений в озерах, расположенных внутри ледника. Породы характеризуются хорошей сортировкой, слоистостью и образуют холмообразные аккумулятивные формы рельефа, также наложенные на отложения донной морены.

*Зандровые* отложения образуются за пределами ледников и характеризуются площадным зональным распределением терригенного материала, вынесенного талыми водами с ледника. Наиболее удаленные от края ледника участки зандровых полей отличаются мелкообломочным песчано-глинистым составом и пониженной общей мощностью флювиогляциальных отложений.

**Эоловые отложения (v)** на имеющихся аэрофотоснимках представлены лишь одной разновидностью – барханными песками. Барханы

дешифрируются по характерному извилистому полосчатому фоторисунку и однородному светлому фототону слагающих их песчаных отложений.

Из *техногенных образований* (t) на аэрофотоснимках выделяются рыхлые отложения, перемещенные при хозяйственном освоении территорий. Сюда относятся дамбы, дорожные насыпи, распаханые поля и огороды, застроенные участки, отличающиеся, обычно светлым однородным фототонном.

*Дочетвертичные породы* (D'Q) приурочены к реликтовым денудационным формам и эрозионным элементам рельефа. Выходы дочетвертичных пород фиксируются в крутых эрозионных бортах временных и постоянных водотоков, в цоколе речных террас, в эрозионных уступах на склонах гор. Кроме того, выходы коренных пород приурочены к водораздельным хребтам, бровкам эрозионных склонов, этими породами сложены отпрепарированные эрозионные останцовые формы рельефа. Реже, в условиях литоморфного рельефа, коренные породы слагают более значительные площадные выходы дочетвертичных отложений в современном рельефе, в отдельных случаях представленных структурно-денудационными формами на участках аридного климата или выходами кайнозойских вулканических пород.

### **3. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

Для практических работ по геоморфологическому дешифрированию подготовлено 30 комплектов черно-белых плановых аэрофотоснимков (АФС) масштаба 1:10 000 – 1:43 000. В комплекте имеются 2 или 3 снимка, составляющие стереопары или стереотройки на определенную площадь. Два смежных снимка дают возможность получе-

ния стереоскопической модели местности на перекрывающейся части снимков. Площадь перекрытия на АФС составляет 60-80 % каждого снимка.

Работы по геоморфологическому дешифрированию АФС выполняются в следующей последовательности.

1. **Определение масштаба АФС.** Масштаб снимка рассчитывается по формуле  $m = f / H$ , где  $f$  – фокусное расстояние аэрофотокамеры, мм;  $H$  – высота фотографирования, м (рис. 1). Оба параметра берутся из текста, приложенного к аэрофотоснимкам и переводятся для расчета в одни единицы (метры или миллиметры). Расчет масштаба АФС проводится с округлением, кратным 1 000 (например, 1:17 000, 1:23 000 и др.).

2. **Определение границ участка** для составления карты. Для этого на одном из снимков стереопары определяются и наносятся на кальку границы участка, отображенного на обоих снимках и составляющего стереоскопическую модель рельефа.

3. **Определение центров аэрофотоснимков.** Центр снимка (главная точка АФС) фиксирует положение оптической оси аэрофотокамеры в момент фотографирования. Положение центра снимка определяется геометрическим путем несколькими методами.

Наиболее точно центр снимка определяется как точка пересечения линий, соединяющих марки противоположных сторон снимка или как точка пересечения диагоналей, соединяющих противоположные углы рамки снимка (рис. 2). Менее точным методом, используемым лишь в учебных целях, является построение центра снимка как точки пересечения линий, соединяющих противоположные углы снимка.

Кроме того, на каждый снимок выносится проекция центра соседнего снимка, составляющего стереопару. Если в комплекте имеется три

снимка, то на среднем из них отображаются центры соседних с ним левого и правого снимков. Вынос центров-проекций с соседних снимков осуществляется под стереоскопом после того, как будут нанесены на каждом снимке собственные центры фотографирования.

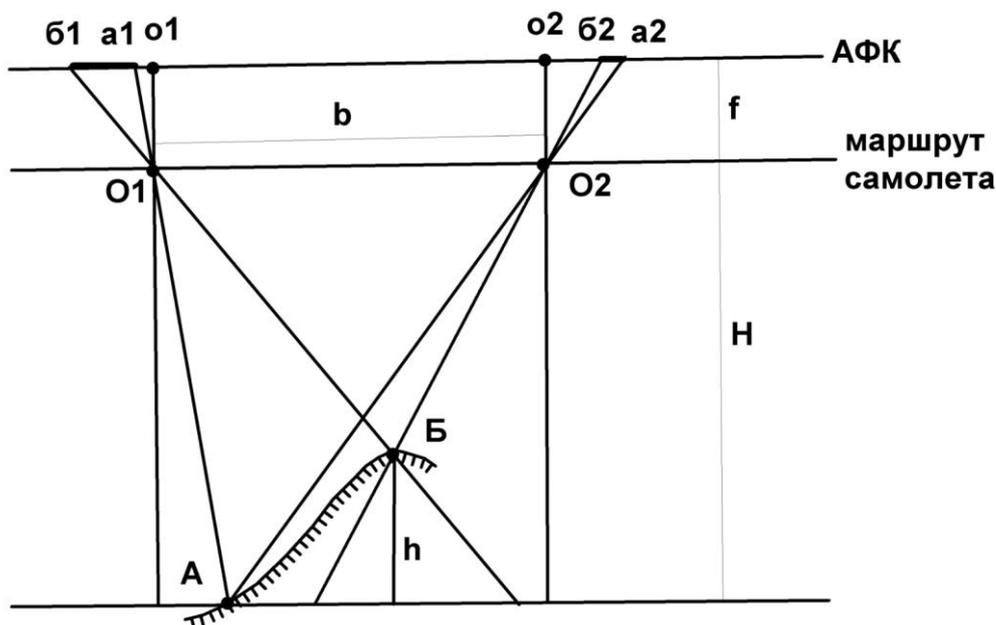


Рис. 1. Основные параметры при фотографировании рельефа:

- А, Б – нижняя и верхняя точки участка рельефа (склон горы);
- АФК – условное положение плоскости фотографии аэрофотокамеры;
- h – относительное превышение точки Б над точкой А;
- О1, О2 – центры фотографирования для стереопары снимков на линии маршрута самолета; о1, о2 – проекции центров фотографирования на фотоснимках;
- Н – высота фотографирования; f – фокусное расстояние аэрофотокамеры;
- b – базис фотографирования; а1б1, а2б2 – горизонтальные проекции отображения склона АБ на фотоснимках

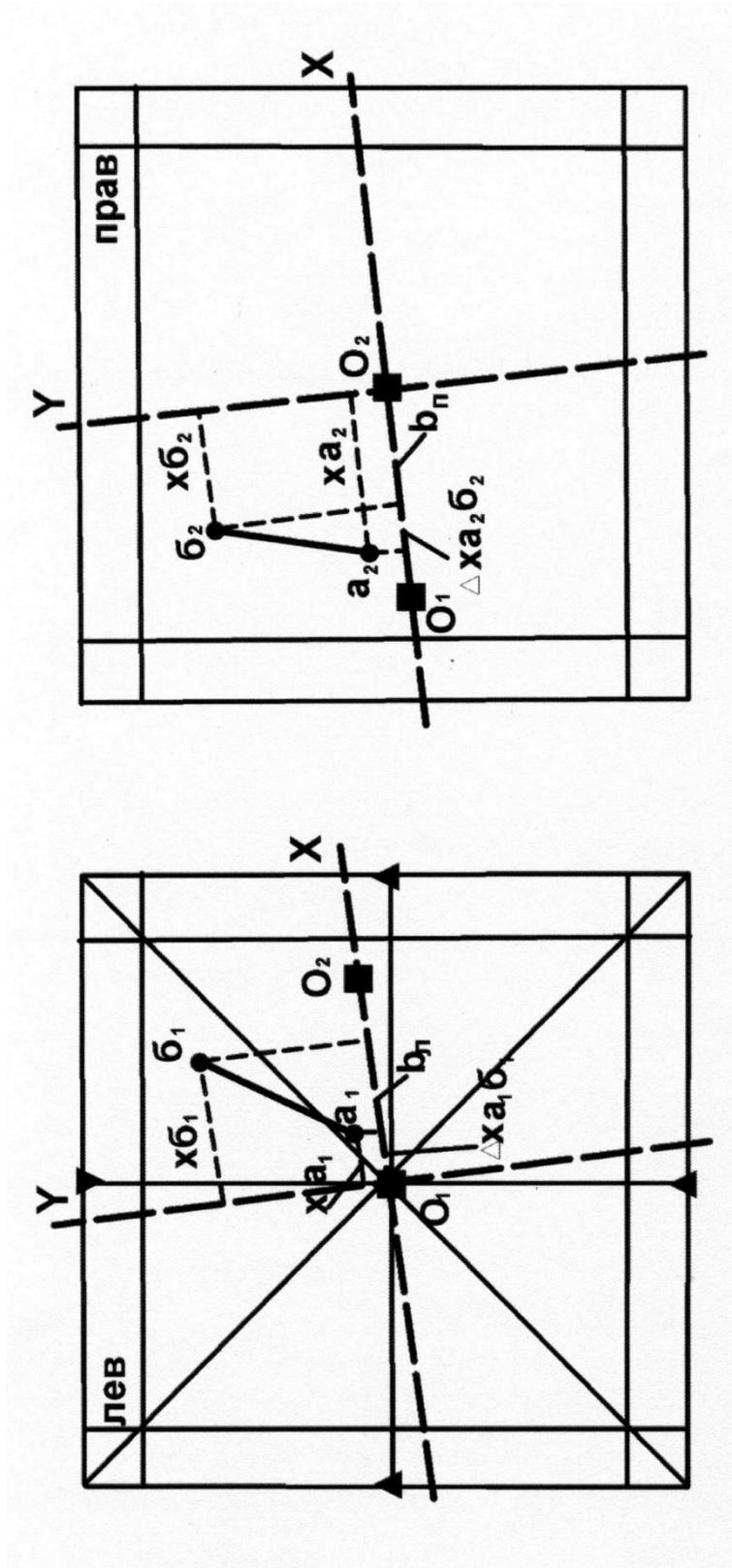


Рис. 2. Определение координат ( $x_a$ ,  $x_b$ ) и разностей координат ( $\Delta x$ ) точек  $a$  и  $b$  на левом (лев) и правом (прав) снимках стереопары:

$O_1O_2 = b_{л}$ ,  $b_{п}$  – базисы фотографирования на левом ( $b_{л}$ ) и правом ( $b_{п}$ ) снимках;

$\Delta x a_1 b_1$ ,  $\Delta x a_2 b_2$  – разности координат точек  $a$  и  $b$  в проекции на ось  $X$

**4. Определение базиса фотографирования.** Линии, соединяющие на каждом снимке центры снимков с центрами-проекциями соседних снимков стереопар, фиксируют маршрут самолета. Расстояние между этими точками ( $O_1-O_2$ , см. рис. 1, 2) составляет базис фотографирования. Необходимо вычислить средний базис фотографирования. Для этого измеряют линейкой или палеткой базисы на левом и правом снимках и определяют средний базис фотографирования (с точностью до 0,1 мм), мм:  $b_{\text{ср}} = (b_{\text{лев}} + b_{\text{прав}}) / 2$ , мм.

**5. Определение относительных превышений точек рельефа.** Для определения относительных превышений элементов рельефа, крутизны склонов, высоты уступов, уклона речных долин и др. необходимо определить разницу высотных отметок рельефа. С этой целью на снимках нанесены профили, пересекающие основные геоморфологические формы и включающие в себя 7-15 точек, располагающихся на перегибах наиболее характерных элементов рельефа. Вычисленные относительные превышения этих точек дают возможность определить конфигурацию поперечного строения форм рельефа и характера условий образования рыхлых четвертичных отложений склонов.

В основе метода измерительного дешифрирования для определения относительных превышений лежит количественная оценка разности линейных величин  $ab$  (см. рис. 1, 2), представляющей собой проекцию части рельефа  $AB$  на аэрофотоснимках стереопары. Линейные размеры  $ab$  зависят от параметров АФС (высота фотографирования –  $H$ , базис фотографирования –  $b$ , фокусное расстояние аэрофотокамеры –  $f$ ) и от относительного превышения точек между собой ( $\Delta h_{AB}$ ).

Параметры АФС постоянны для любых участков стереопары и даны в объяснительной записке к снимкам ( $H$ ,  $f$ ) или уже определены ( $b_{cp}$ ). В связи с этим, исходя из пропорциональной зависимости величин  $ab$  и  $\Delta h$ , работа сводится к измерению на обоих снимках для любой пары точек величин  $ab$ ; определения их разности и расчета  $\Delta h$  для этих точек. С этой целью на левом и правом снимках стереопары необходимо определить положение точки на снимке и разность координат точек в системе координат  $XU$ , лежащих в плоскости снимка. За ось  $X$  принимается направление  $O_1-O_2$ , ось  $U$  располагается перпендикулярно оси  $X$  и проходит через центральную точку снимка. Расчет относительных превышений точек рельефа выполняем по упрощенной схеме без учета поправок на колебание высоты полета, наклон снимков, приращение координат по оси  $U$  и др. В связи с этим изменение положения точек на снимках и определение разности их координат проводим только относительно оси  $X$ . Разность координат какой-либо точки по оси абсцисс называется продольным параллаксом этой точки (продольные по отношению к маршруту самолета, по оси  $X$ ).

**Определение продольных параллакс**ов точек на АФС можно выполнять несколькими методами (параллаксометрами, параллактическими линейками, палетками). Простейшим методом является определение с помощью палетки геолога-дешифровщика (Михайлов, Рамм, 1975), которая дает возможность расчета величины  $\Delta x$  для любой пары точек на каждом снимке.

**Палетка геолога-дешифровщика** (рис. 3) представляет собой поперечный масштаб, позволяющий измерять линейные величины с точностью до 0,1 мм. Для удобства работы шкала палетки нанесена на прозрачную пленку, и при измерениях ее можно накладывать непосред-

ственно на снимок. Разность координат точек  $\Delta x$  палеткой определяется без стереоскопа на каждом снимке отдельно, сначала на левом, а затем на правом. Для этого палетку помещают на снимок таким образом, чтобы левая точка располагалась на левой рамке шкалы палетки (точка а, см. рис. 3).

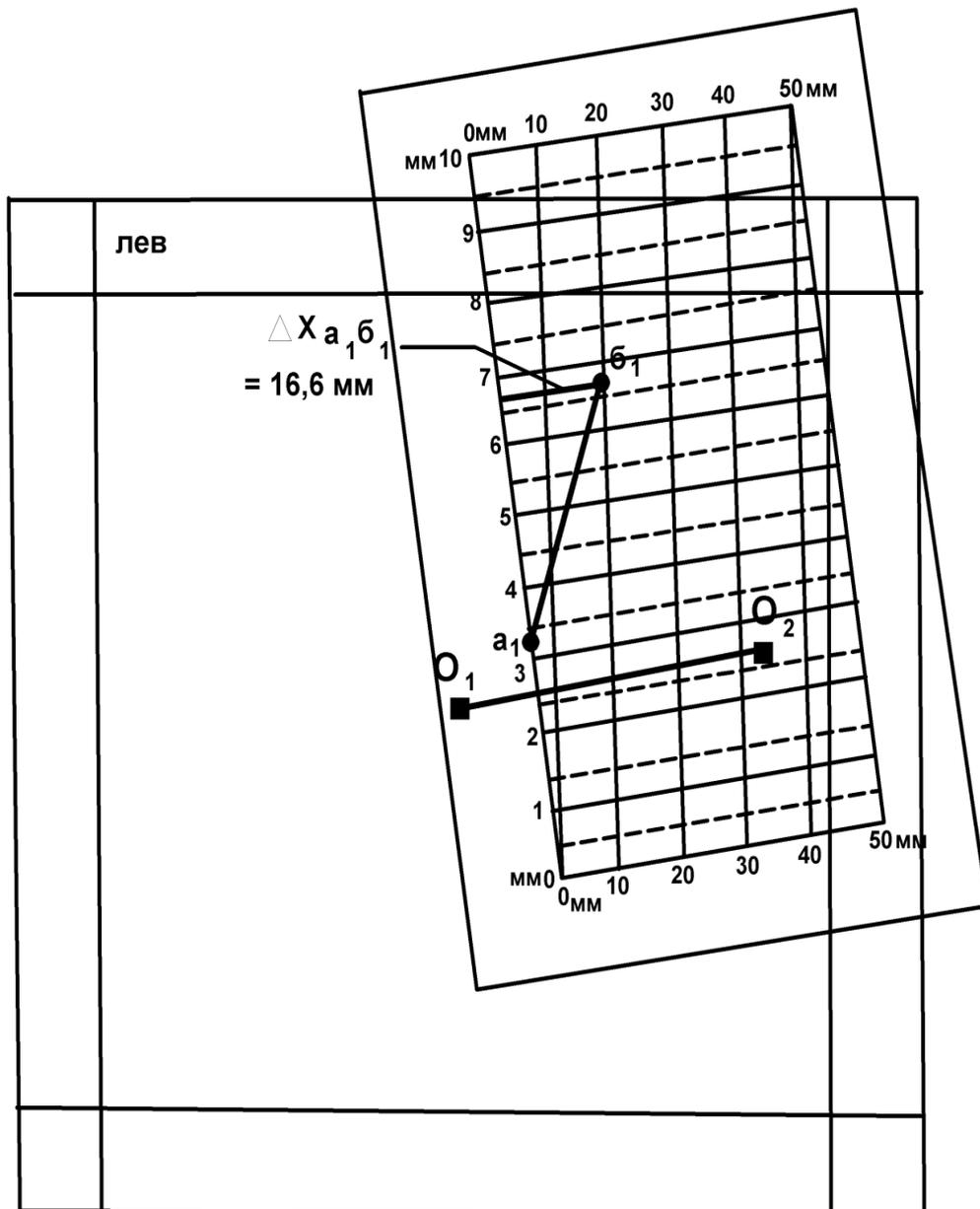


Рис. 3. Определение разности координат точек а и б с помощью палетки геолога-дешифровщика ( $\Delta x_{a_1 b_1} = 16,6 \text{ мм}$ )

Перемещая палетку по снимку, добиваются такого положения, чтобы точка б разместилась на одной из наклонных линий шкалы. Обязательным условием при этом должно быть ориентированное расположение палетки перпендикулярно линии  $O_1-O_2$  (рис. 3). При определении  $\Delta x_{a1b1}$  измеряется расстояние от точки б до левой части шкалы палетки. Непосредственный отсчет  $\Delta x$  определяется следующим образом. Десятки миллиметров надо брать по отметке наклонной линии (на которой расположена точка  $b_1$ ) на нижней части шкалы (10 мм), целые миллиметры считываются по левой шкале палетки (6 мм), доли миллиметра рассчитываются интерполяцией положения точки (0,6 мм). Величина  $\Delta x_{a1b1} = 10 + 6 + 0,6 = 16,6$  мм. Аналогично выполняется измерение  $\Delta x_{a2b2}$  на правом снимке.

После определения разностей координат пары точек на обоих снимках рассчитывается разность продольных параллаксов ( $\Delta p$ ) этих точек, мм:  $\Delta p_{ab} = \Delta x_{a1b1} - \Delta x_{a2b2}$ .

Расчет относительных превышений двух точек выполняется по формуле  $\Delta h_{ab} = (H \times \Delta p_{ab}) / b_{cp}$ , где  $\Delta h_{ab}$  – относительное превышение точек а и б, м;  $H$  – высота фотографирования, м;  $\Delta p_{ab}$  – разность продольных параллаксов, мм;  $b_{cp}$  – средний базис фотографирования, мм.

При определении относительных превышений точек рельефа по геоморфологическому профилю, нанесенному на АФС, работы выполняются последовательно на левом и правом снимках для каждой пары точек (1-2, 2-3, 3-4 и т. д., рис. 4), все результаты замеров заносятся в таблицу. При этом, кроме расчета непосредственных значений относительных превышений точек, необходимо определить знак превышений, т. е. повышение или понижение рельефа от одной точки до другой. Для определения знака превышений приняты следующие условия. В таблицу

каждая пара точек заносится в порядке возрастания их номеров по профилю. Если при измерении  $\Delta x$  точка с меньшим порядковым номером располагается на снимке левее точки с большим номером (см. рис. 4, таблицу, пары 1-2, 2-3), то величина принимается с положительным знаком. В других случаях, когда точка с более высоким порядковым номером находится левее, ее располагают на левой рамке палетки, а величина  $\Delta x$  принимается с отрицательным знаком (см. рис. 4, таблицу,  $-\Delta x$  3-4,  $-\Delta x$  4-5).

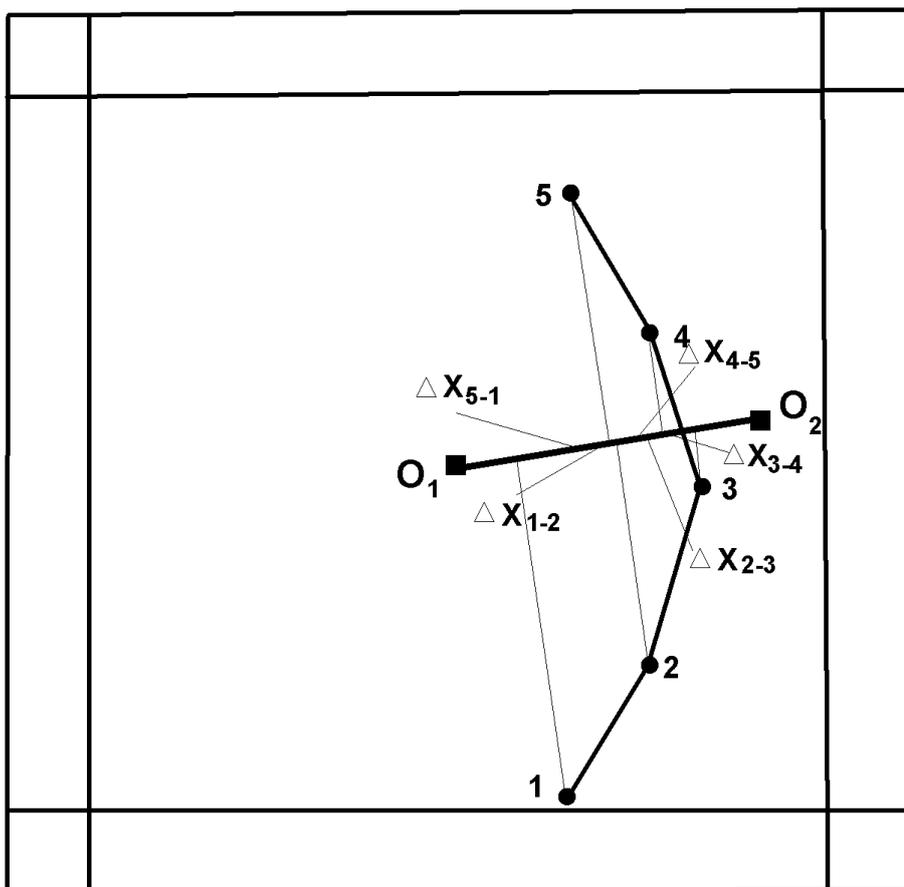


Рис. 4. Определение разностей координат ( $\Delta x$ ) пар точек рельефа в проекции на ось X по профилю 1-5 (см. таблицу)

**Расчет относительных превышений точек рельефа, м, по профилю 1-5  
на аэрофотоснимках по разности координат точек в проекции на ось X**

Точки профиля	$\Delta X_{\text{лев}}, \text{ мм}$	$\Delta X_{\text{прав}}, \text{ мм}$	$\Delta p, \text{ мм}$	$\Delta h, \text{ м}$
1-2	8,9	9,2	-0,3	-60
2-3	6,1	5,4	0,7	140
3-4	-2,3	-3,4	1,1	220
4-5	-4,6	-3,2	-1,4	-280
5-1	-8,2	-7,9	-0,3	-60
$\Sigma$	-0,1	0,1		

При расчете разностей продольных параллаксов ( $\Delta p$ ) пар точек по профилю определяется алгебраическая разность величин  $\Delta x$  с учетом их знака:  $\Delta p = \Delta x_{\text{лев}} - \Delta x_{\text{прав}}$ , где  $\Delta x_{\text{лев}}$  и  $\Delta x_{\text{прав}}$  – разности координат точек на левом и правом снимках с их знаком. Положительные значения  $\Delta p$  указывают на то, что в измеренной паре точек точка с большим порядковым номером имеет положительное превышение по отношению к точке с меньшим номером, т. е. точка с большим номером располагается гипсометрически выше. Отрицательные значения  $\Delta p$  свидетельствуют о более низком положении в рельефе точки с большим порядковым номером. При  $\Delta p = 0$ , независимо от абсолютных значений  $\Delta x$  пар точек, эти точки не имеют между собой превышений, т. е. они располагаются на одной высоте.

Вычисленные относительные превышения ( $\Delta h$ ) пар точек рельефа по профилю также имеют положительные и отрицательные значения и отражают высотное положение точки с более высоким порядковым номером по отношению к точке с меньшим номером. Полученные значения  $\Delta h$  заносятся в таблицу с округлением до целых значений метров.

Кроме рассчитанных относительных превышений пар точек рельефа в таблице должны быть определены абсолютные гипсометрические высоты этих точек. Для этого преподавателем для каждого комплекта аэрофотоснимков должна быть определена и выдана студенту гипсометрическая отметка какой-либо базисной точки профиля. Конкретное расположение и абсолютная высота базисной точки различны для каждого комплекта АФС. Наиболее благоприятным является определение высоты начальной точки профиля (например, отметка точки 1 = 680 м, см. приложение 1), по отношению к которой должны быть определены отметки других точек профиля по величинам  $\Delta h$  между точками замера.

**6. Построение линии профиля.** На основе вычисленных относительных превышений точек рельефа отстраивается линия рельефа по профилю (см. приложение 1). Вертикальный масштаб принимается одинаковым с горизонтальным и соответствует масштабу карты. По результатам стереоскопического изучения площади отрисовывается поверхность рельефа по профилю с учетом конфигурации его элементов: плоские, выпуклые, вогнутые, неравномерные или ступенчатые вершины, склоны и впадины рельефа. Анализ характера водоразделов, вершин, впадин, типа и крутизны склонов дает возможность предполагать и обосновать выделение генетических типов рыхлых отложений четвертичного возраста с учетом особенностей форм и элементов рельефа и климатических условий района.

**7. Составление геоморфологического разреза** по линии профиля (см. приложение 1). Горизонтальный масштаб соответствует масштабу АФС и карты. Вертикальный масштаб с округлением до стандартных значений (1:20 000, 1:10 000, 1:5 000 и др.) выбирается с таким расчетом, чтобы относительные превышения между минимальной и максимальной точками по профилю в этом масштабе составляли 3-5 см. На некоторых,

наиболее контрастных по рельефу АФС вертикальный масштаб принимается одинаковым с горизонтальным.

Мощность рыхлых отложений по разрезу принимается условной, равной 1-2 мм для склоновых образований и до 6-7 мм – в участках максимального развития аккумулятивных форм (аккумулятивные речные долины, предгорные пролювиальные равнины, эоловые отложения и др.). На разрезе должны быть отражены возрастные взаимоотношения четвертичных пород ( $Q_{IV}$ ,  $Q_{III}$ ,  $Q_{II}$ ) и показаны контакты фациальных переходов одновозрастных рыхлых образований.

В пределах изученного участка аэрофотоснимка выделяются и прослеживаются основные элементы рельефа, отмеченные в тексте к снимкам: речные долины, русла рек и ручьев, озера, болота, границы русловых, пойменных и террасовых форм, конусы выноса, водоразделы, гребни, кары, бровки уступов, эрозионные останцы, оси барханных цепей и др. (см. приложение 1).

Выделяются и оконтуриваются поля развития основных генетических типов рыхлых отложений согласно их типизации и приуроченности к определенным типам и формам рельефа и с учетом количественных показателей рельефа (относительные превышения, высота уступов, крутизна и конфигурация склонов и др.). Выделяются участки выхода на поверхность коренных дочетвертичных пород, приуроченных к определенным формам и элементам рельефа.

**8. Оформление практической работы.** Карта четвертичных образований выполняется на кальке тушью и включает собственно геологическую карту, легенду с условными обозначениями пород и элементов рельефа (приложение 3), геоморфологический разрез, таблицу с результатами измерительного дешифрирования. Размещение этой информации и оформление карты показано в приложении 1.

Геологическая карта ориентирована длинной стороной в меридиональном направлении. Выделенные на карте генетические типы четвертичных пород раскрашиваются в соответствии с легендой (приложение 2). В условных обозначениях легенды четвертичные образования обозначены индексами и размещены сверху вниз в порядке возрастания их возраста ( $Q_{IV}$ ,  $Q_{III}$ ,  $Q_{II}$ ). Дочетвертичные породы независимо от возраста и состава пород обозначаются одним обобщенным знаком и цветом ( $D'Q$ ). Кроме того, в легенде показаны элементы рельефа (уступы, конусы выноса, хребты и др.).

Ниже карты четвертичных образований располагаются два профиля земной поверхности.

Один профиль отстраивается с сохранением идентичности горизонтального и вертикального масштабов, равным масштабу карты. Он дает возможность установления реального характера земной поверхности с определением крутизны склонов, типов горных вершин, речных долин и интерпретации распределения выявленных геоморфологических элементов по всей площади карты.

Геоморфологический разрез строится по этой же линии профиля с увеличением вертикального масштаба, что дает возможность отображения условий залегания и характера взаимоотношений маломощных и разновозрастных покровных четвертичных образований. На профиле и разрезе должны быть показаны пункты замера превышений рельефа.

Слева от карты помещается таблица с результатами измерительного дешифрирования по определению относительных превышений точек профиля и их абсолютных отметок.

В правом верхнем углу кальки указывается фамилия и группа студента – автора лабораторной работы, номер и параметры аэрофотоснимка.

## **Рекомендуемая литература**

### **Основная литература**

Макарова Н. В., Суханова Т. В. Геоморфология: учебное пособие. М.: КДУ, 2007.

Костенко Н. П. Геоморфология: учебник. М.: Изд-во МГУ, 1999.

### **Дополнительная литература**

Бекшенев О. Г., Бутин В. В., Севальнева Н. М. Геоморфология с основами четвертичной геологии: словарь-справочник. Ханты-Мансийск: ПЦ «Лайн-Арт», 2006. 178 с.

Панов Д. Г. Общая геоморфология: учебник. М.: Высшая школа, 1966. 427с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.02 ИСТОРИЧЕСКАЯ ГЕОЛОГИЯ С ОСНОВАМИ  
ПАЛЕОНТОЛОГИИ И СТРАТИГРАФИИ**

Специальность:

*21.05.02 Прикладная геология*

Специализация № 4:

*Прикладная геохимия, минералогия, петрология*

форма обучения: очная

Автор: Устьянцева Н.В., Коророва Е.В.

Одобрена на заседании кафедры  
*Литологии и геологии горючих ископаемых*

\_\_\_\_\_ (название кафедры)

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ (подпись)

к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.  
\_\_\_\_\_ (Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 17.04.2019  
\_\_\_\_\_ (Дата)

Рассмотрена методической комиссией

факультета геологии и геофизики  
\_\_\_\_\_ (название факультета)

Председатель \_\_\_\_\_ (подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.  
\_\_\_\_\_ (Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 19.04.2019  
\_\_\_\_\_ (Дата)

Екатеринбург  
2019

## Введение

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. По курсу «Историческая геология с основами палеонтологии и стратиграфии» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях:

- ✓ выполнение домашних заданий;
- ✓ освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую программу дисциплины [9];
- ✓ подготовка к экзамену;
- ✓ изучение коллекций ископаемых остатков основных систематических групп.

Самостоятельная работа студентов направлена на развитие интеллектуальных умений, повышение творческого потенциала студентов и заключается в:

- поиске, анализе, структурировании и презентации информации, анализе научных публикаций по основным группам руководящих ископаемых и основным методам стратиграфических исследований.
- исследовательской работе и участии в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Данные методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при освоении отдельных тем дисциплины.

### Методические указания к самостоятельной работе студента

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Основы палеонтологии, общая стратиграфия». Здесь указаны наименование и содержание лекционных тем в соответствии с Учебной программой курса [9]. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебниках по курсу [1,3,4,7,8]. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература [2, 5, 6]. Для самоконтроля и приобретения навыков решения задач по отдельным разделам дисциплины в последнем разделе приведены контрольные вопросы и упражнения, которые являются основой подготовки к экзамену.

При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.
2. По учебникам [1,3,4,7,8] освоите каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.
3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.
4. Ответьте на контрольные вопросы и выполните рекомендованные упражнения. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.
5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

Данное учебно-методическое пособие может быть использовано при подготовке ответов на вопросы во время экзамена.

## Содержание курса

### Тема 1: Основы палеонтологии. [1,3]

Формы сохранности ископаемых остатков. Среда обитания и образ жизни организмов. Руководящие ископаемые. Царство животных: типы Sarcodina, Spongiata, Cnidaria, Arthropoda, Mollusca, Briozoa, Brachiopoda, Echinodermata, Hemichordata, Chordata. Общая характеристика, геологическое значение. Царство растений.

*Дополнительная литература:* [2, 6].

**Контрольные вопросы и упражнения:**

1. Перечислите предмет, задачи и методы палеонтологии.
2. Каково значение палеонтологии для геологии?
3. При каких условиях организмы сохраняются в ископаемом состоянии?
4. По каким критериям проводится классификация ископаемых организмов?
5. Как проводится реконструкция образа жизни и условий существования ископаемых организмов?
6. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях, цианобионты, строматолиты, онколиты. На рисунке стрелками покажите основные скелетные элементы.
7. Составьте схему систематического состава подцарства Protozoa, вписав названия недостающих таксонов (тип, класс) согласно схеме. Справа укажите классификационные признаки.



8. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях, представителей родов Fusulina, Schwagerina, Nummulites; приведите их систематику и время жизни. Отметьте породообразующую роль фузулинид и нуммулитид.

9. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях, губки и археоциаты. На рисунке стрелками покажите основные скелетные элементы.

10. С чем связано наличие у рогоз пережимов стенки кораллита (rugae-морщины)?

11. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях, схемы строения днищевиков, четырехлучевых и шестилучевых кораллов. На рисунке стрелками покажите основные скелетные элементы (днища, септы, столбик, пузырчатую ткань). Составить атлас (систематика, диагноз, изображение, время жизни) представителей родов Stromatopora, Amphipora, Chaetetes, Conularia, Favosites, Syringopora, Halysites, Heliolites; Caninia, Cystiphyllum, Lithostrotion? Lithostrotionella, Lonsdaleia.

12. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях представителей родов *Agnostus*, *Paradoxides*, *Asaphus*, *Scutellum*, *Phillipsia*.
13. Геологическое и стратиграфическое значение двуствчатых моллюсков рудистов.
14. Что такое голостомное и сифоностомное устья у гастропод и как они связаны с образом жизни гастропод?
15. Как распределяются во времени типы перегородочных линий у аммонитов?
16. Зарисуйте в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях, схемы строения двустворок, гастропод, аммоноидей и колеоидей. На рисунке стрелками покажите основные скелетные элементы [4, рис. 5-8].
17. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях представителей родов: **Двустворок** (*Trigonia*, *Pecten*, *Inoceramus*, *Gryphaea*, *Ostrea*, *Exogyra*, *Aucella*, *Cardium*, *Hippuritella*); **Гастропод** (*Bellerophon*, *Pleurotomaria*, *Eoumphalus*, *Patella*, *Turritella*, *Natica*); **Головоногих моллюсков** (*Nautilus*, *Endoceras*, *Orthoceras*, *Manticoceras*, *Tornoceras*, *Paragastrioceras*, *Ceratites*, *Cadoceras*, *Virgatites*, *Craspedites*, *Belemnitella*). Изображение представителя каждого рода снабдить систематикой, диагнозом и временем жизни.
18. Участвуют ли мшанки в пороодообразовании и каким образом?
19. С какого времени мшанки известны в палеонтологической летописи.
20. Используются ли мшанки для восстановления палеоэкологической и палеогеографической обстановок древних морских бассейнов?
21. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях представителей родов: *Fenestella*, *Polypora*). Изображение представителя каждого рода снабдить систематикой, диагнозом и временем жизни.
22. Указать наиболее важные в стратиграфическом отношении отряды замковых брахиопод и указать время их существования.
23. Что значит “обратное положение” седла и синуса у одного из представителей (рода) отряда *Pentamerida*?
24. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях представителей родов, указанных в Практикуме [4, с.64-69]. Изображение представителя каждого рода снабдить систематикой, диагнозом и временем жизни
25. С какого времени появляются Морские лилии и в чем состоит их породобразующая роль?
26. Каковы особенности морфологии морских пузырей отряда *Rhombifera*? За что они получили свое название?
27. Из скольких табличек состоит панцирь у большинства представителей класса Морские бутоны?
28. Чем отличается строение панциря у древних палеозойских и новых мезокайнозойских ежей?
29. Что такое “правильные” и “неправильные” морские ежи? Какие две группы выделяются в составе неправильных морских ежей?
30. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях представителей родов, указанных в Практикуме [4, с.64-69]. Изображение представителя каждого рода снабдить систематикой, диагнозом и временем жизни.
31. В течение какого времени и в каких условиях существовали панцирные рыбы?
32. К какому подклассу относятся представители рода *Helicorion*? Время их существования?
33. Каковы основные черты строения лабиринтодонтов?
34. Охарактеризовать основные типы черепа пресмыкающихся.
35. Назвать основные подклассы пресмыкающихся и указать их типичных представителей.
36. Каковы характерные особенности анатомического строения древних птиц?

37. Основные экологические группы ископаемых представителей млекопитающих (наземные, плавающие, летающие). Указать типичных представителей, дать их краткую характеристику.

38. Укажите представители каких типов водорослей участвуют в рифообразовании и в породообразовании.

39. Каковы основные черты строения псилофитов и в какое время они заселили наземные пространства?

40. К какому типу растений относятся лепидодендроны и каковы основные черты их строения? Их геологическое значение.

41. К какому типу растений относятся каламитовые и каковы основные черты их строения? Их геологическое значение.

42. Каковы основные различия анатомического строения представителей классов Бессемянные, Голосеменные и Покрытосеменные растения? Каково их геологическое значение?

## **Тема 2: Основы стратиграфии. [4]**

Предмет, задачи и принципы стратиграфии. Общая геохронологическая и стратиграфическая шкала. Биостратиграфические и литостратиграфические методы расчленения и корреляции. Событийная стратиграфия. Секвентная стратиграфия. Геофизические методы расчленения и корреляции. Радиохронологические методы определения возраста. Документация геологических объектов.

*Дополнительная литература:* [6].

### **Контрольные вопросы и упражнения:**

1. Перечислить задачи стратиграфии в логической их последовательности. Указать конечные цели стратиграфических исследований.

2. С какой задачей стратиграфических исследований связано использование принципа Стенона?

3. С какой задачей стратиграфических исследований связано использование принципа Гексли?

4. С какой задачей стратиграфических исследований связано использование принципа Мейена?

5. Стратифицирующие литологические и палеонтологические признаки, их использование для построения стратиграфических шкал.

6. Для чего используются лимитотипы нижних границ ярусов

7. Каковы основные литологические признаки, которые используются для расчленения и корреляции разрезов?

8. Каковы основные особенности свитной стратиграфии? Как используется петрографический состав для стратификации разрезов?

9. Каковы основные условия для возникновения кривой слоистости? Как она используется в целях корреляции?

10. Как используется циклическое строение толщ для их расчленения и корреляции? Методика построения ритмограмм по Н.Б. Вассоевичу.

11. Каковы маркирующие горизонты в области развития прибрежно-морских угленосных серий отложений?

12. Как используются в стратиграфии уровни несогласного залегания пород? Угловое несогласие и его применение для стратификации докембрийских образований

13. Какие вы знаете типы палеонтологических шкал (биостратиграфическая и биохронологическая), их характеристика и возможности практического применения?

14. Каковы основные требования, которые следует предъявлять к биохронологическим шкалам? Основные приемы их построения. Почему необходимо условие минимальной размерности зональных подразделений шкалы?

15. Как создается комплексная характеристика зональных подразделений шкал?

16. Какие стратиграфические шкалы зависимые и какие независимые?
17. В чем состоит операция датировки возраста стратонов в единицах Международной стратиграфической шкалы?
18. Какие задачи решаются с помощью каротажа? Какие методы каротажных наблюдений наиболее оптимально выявляют наличие нефтеносных песчаников в пробуренной толще пород?
19. Каким методом каротажа определяется глубина залегания кровли и подошвы слоев в скважине?
20. Каковы ограничения для применения метода сеймостратиграфических исследований?
21. Каковы основные гипотезы, лежащие в основе использования магнитостратиграфического метода?
22. Как по определению координат магнитного полюса устанавливается возраст?
23. Что такое атомный номер и массовое число элемента? Типы радиоактивного распада (бета-распад, выброс позитрона, захват электрона из внутренней К-оболочки).
24. Основная формула датировки возраста пород и минералов. Что такое постоянная распада, период полураспада?
25. Радиоуглеродный метод. Каковы его возможности определения возраста?
26. Рубидий-стронциевый метод. Образцы каких пород и какие минералы используются для проведения этого метода?
27. Калий-аргоновый метод. Образцы каких пород и какие минералы используются для проведения этого метода?
28. Уран-торий-свинцовый метод. Образцы каких пород и какие минералы используются для проведения этого метода?
29. Датирование по свинцово-свинцовому методу. Чем определяется возможность проведения этого метода?

### **Тема 3: Методы восстановления палеогеографической обстановки. [7,8]**

Учение о фациях. Важнейшие критерии фациального анализа. Литофациальный и биофациальный анализы. Анализ общегеологических данных. Основные группы фаций. Палеогеографические карты и профили.

*Дополнительная литература:* [5].

#### ***Контрольные вопросы и упражнения:***

1. В чем состоит суть биостратиграфического анализа?
2. Сущность литостратиграфического анализа.
3. Каким способом определяют относительный возраст интрузий?
4. Какие организмы являются стеногалинными?
5. Каким образом газовый режим влияет на расселение водных организмов?

### **Тема 4: Строение и главнейшие структуры земной коры. [7, 8]**

Океаническая и континентальная кора. Платформы и складчатые области континентов. Срединно-океанические хребты и талассократоны. Важнейшие геотектонические концепции. Тектоническая периодизация, понятие о тектономагматических эпохах.

*Дополнительная литература:* [5].

#### ***Контрольные вопросы и упражнения:***

1. Какие основные типы земной коры выделяют?
2. Назовите структурные элементы океанов.
3. Назовите структурные элементы материков.
4. В чем состоит суть геосинклинальной концепции?
5. В чем состоит суть концепции тектоники литосферных плит?

## **Тема 5: Геологическая история Земли. [7, 8]**

Стратиграфическое расчленение и ранги стратиграфических подразделений. Земля в докембрии: общая характеристика, органический мир, структуры земной коры и породообразование, полезные ископаемые. Земля в фанерозое. Основные черты палеозойского этапа: кембрия, ордовика, силура, девона, карбона и перми. Тектоно-магматические эпохи. Органический мир, структуры земной коры и палеогеография. Климатическая зональность. Полезные ископаемые. Основные черты мезозойского этапа: триаса, юры и мела. Отличительные черты осадконакопления. Киммерийская тектономагматическая эпоха. Органический мир, структуры земной коры и палеогеография. Климатическая зональность. Полезные ископаемые. Земля в кайнозое: органический мир, палеогеография, фазы альпийской складчатости, полезные ископаемые. Отличительные черты осадконакопления. Изменения климата и оледенения. Неотектонические движения. Направленность геологического развития земной коры.

*Дополнительная литература:* [5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Какова особенность докембрийских образований методика их изучения?
2. Основные черты палеозойской истории развития Земли: органический мир, тектоника и палеогеография.
3. Основные черты мезозойской истории развития Земли: органический мир, тектоника и палеогеография.
4. Основные черты кайнозойской истории развития Земли: органический мир, тектоника и палеогеография.

### **Вопросы к зачету по курсу**

#### **«Историческая геология с основами палеонтологии и стратиграфии»**

1. Цели, задачи палеонтологии, значение палеонтологии для геологии. Формы сохранности ископаемых остатков. Среда обитания и образ жизни организмов. Руководящие ископаемые.
2. Тип Простейшие. Класс Саркодовые. Подкласс Фораминиферы. Подкласс Радиоларии. Общая характеристика\*, геологическое значение.
3. Тип Губки, тип Археоциаты. Общая характеристика, геологическое значение.
4. Тип Кишечнополостные. Класс Коралловые полипы, основные подклассы. Общая характеристика, геологическое значение.
5. Тип Членистоногие. Класс Трилобиты. Общая характеристика, геологическое значение. Класс Остракоды, общая характеристика, геологическое значение.
6. Тип Моллюски. Класс Гастроподы. Класс Двустворчатые моллюски. Общая характеристика, геологическое значение.
7. Тип Моллюски. Класс Головоногие моллюски (Агониатиты, Гониатиты, Церати-ты, Аммониты, Белемниты). Общая характеристика, геологическое значение.
8. Тип Брахиоподы. Характеристика классов Беззамковых и Замковых брахиопод, их геологическое значение.
9. Тип Иглокожие. Класс Морские ежи, Морские лилии, Морские пузыри, общая характеристика, геологическое значение.
10. Тип Полухордовые. Класс Граптолиты, общая характеристика, геологическое значение. Конодонты, геологическое значение.
11. Тип Хордовые, подтип Позвоночные. Класс Земноводные. Общая характеристика, геологическое значение.
12. Тип Хордовые, подтип Позвоночные. Класс Рыбы. Общая характеристика, геологическое значение.
13. Тип Хордовые, подтип Позвоночные. Класс пресмыкающиеся. Общая характеристика, геологическое значение.

14. Царство растения. Низшие растения. Систематика, геологическое значение.
15. Царство растения. Высшие растения. Систематика, геологическое значение. Спорово-пыльцевой анализ.
16. Предмет, задачи и принципы стратиграфии.
17. Общая геохронологическая и стратиграфическая шкала: общие, региональные и местные стратиграфические подразделения. Стратотип.
18. Биостратиграфические подразделения (биозона, комплексная зона, филозона, акмезона).
19. Биостратиграфический метод расчленения и корреляции. Точка ТГСГ.
20. Литостратиграфические методы расчленения и корреляции.
21. Типы слоистости, геологическое значение ее изучения.
22. Цикличность. Ритмостратиграфический метод расчленения и корреляции.
23. Перерывы в осадконакоплении. Маркирующие горизонты.
24. Событийная стратиграфия. Примеры глобальных абиотических и биотических событий.
25. Основные понятия секвентной стратиграфии (осадочная секвенция, парасеквенс, пакет парасеквенсов – проградационный, ретроградационный, аградационный).
26. Геофизические методы расчленения и корреляции: метод анализа каротажных диаграмм.
27. Магнитостратиграфический метод в стратиграфии.
28. Сейсмостратиграфический метод в стратиграфии, его достоинства и недостатки.
29. Радиохронологические методы определения возраста.

**Вопросы к экзамену по курсу  
«Историческая геология с основами палеонтологии и стратиграфии»**

1. Задачи, решаемые исторической геологией, ее значение в системе геологических знаний.
2. Методы и принципы историко-геологического анализа. Принцип актуализма.
3. Геологическое летоисчисление. Абсолютная геохронология. Методы ядерной геохронологии, их недостатки и достоинства.
4. Методы относительной геохронологии. Литологические методы.
5. Геофизические методы относительной геохронологии.
6. Ритмостратиграфический и климатостратиграфический методы относительной геохронологии.
7. Общегеологические методы относительной геохронологии.
8. Методы биостратиграфии.
9. Геохронологическая и Стратиграфическая шкалы. Шкалы общие, региональные и местные.
10. Основные структуры земной коры. Типы земной коры.
11. Структуры земной коры континентов.
12. Эволюция и строение подвижных поясов сжатия.
13. Эволюция и строение платформ.
14. Структуры земной коры океанов.
15. Сущность фациального анализа, его задачи и методы; определение «фации».
16. Литофациальный анализ.
17. Биофациальный анализ.
18. Комплекс континентальных фаций.
19. Комплекс переходных фаций.
20. Комплекс морских фаций.
21. Догеологическая и лунная стадии развития Земли.
22. Тектоно-магматические эпохи (ТМЭ) в истории земной коры.

23. Архей и протерозой Земли.
24. Ранний палеозой планеты: стратиграфическое расчленение, климаты, развитие органического мира, палеогеография, полезные ископаемые.
25. Каледонская ТМЭ.
26. Поздний палеозой планеты: стратиграфическое расчленение, климаты, развитие органического мира, палеогеография, полезные ископаемые.
27. Герцинская ТМЭ.
28. Мезозой планеты: стратиграфическое расчленение, климаты, развитие органического мира, палеогеография, полезные ископаемые.
29. Киммерийская ТМЭ.
30. Кайнозой планеты: стратиграфическое расчленение, климаты, развитие органического мира, палеогеография, полезные ископаемые.
31. Альпийская ТМЭ.

### Рекомендуемая литература

1. Михайлова И.А. Палеонтология [Электронный ресурс]: учебник / И.А. Михайлова, О.Б. Бондаренко. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2006. — 592 с. — 5-211-04887-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13102.html> Электронный ресурс
2. Словарь терминов по исторической геологии, основам стратиграфии и палеонтологии [Электронный ресурс] : учебное пособие / . — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский политехнический университет, 2012. — 140 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55209.html> Электронный ресурс
3. Черных В.В. Палеонтология беспозвоночных : практикум по дисциплине "Основы палеонтологии и общая стратиграфия": для студентов направления подготовки 130101 / В. В. Черных ; Уральский государственный горный университет. - 2-е изд., стер. - Екатеринбург : УГГУ, 2013. - 85 с. : ил. - Библиогр.: с. 71.
4. Черных В.В. Общая стратиграфия: конспект лекций по дисциплине "Основы палеонтологии и общая стратиграфия": для студентов специальности 21.05.02 / В. В. Черных ; Министерство образования и науки РФ, Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург : УГГУ, 2016. - 79 с. : ил. - Библиогр.: с. 72.
5. Историческая геология с основами палеонтологии : учебник для студентов геологических специальностей вузов / Е. В. Владимирская [и др.]. - Ленинград : Недра, Ленинградское отделение, 1985. - 423 с.
6. Бондаренко О. Б. Краткий определитель ископаемых беспозвоночных : учебное пособие / О. Б. Бондаренко, И. А. Михайлова ; ред. В. Н. Шиманский. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Недра, 1984. - 536 с. 11
7. Амон Э. О. Введение в историческую геологию : учебник / Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург: УГГУ, 2005. - 511 с. : ил. - Библиогр.: с. 500-504.
8. Историческая геология с основами палеонтологии / Мария Даниловна Парфенова М. Д. - Томск : Изд-во НТЛ, 1999. - 524 с. : ил. - Библиогр.: с. 502. - ISBN 5-89503-063-7 9
9. Историческая геология с основами палеонтологии и стратиграфии программа дисциплины для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология специализация № 3 Геология нефти и газа / Н.В. Устьянцева, Е.В. Коророва. Екатеринбург: УГГУ, 2019. 11 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

  
**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по учебно-методическому  
комплексу  
А. Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.02 ИСТОРИЧЕСКАЯ ГЕОЛОГИЯ С ОСНОВАМИ  
ПАЛЕОНТОЛОГИИ И СТРАТИГРАФИИ**

Специальность:

*21.05.02 Прикладная геология*

Специализация № 4:

*Прикладная геохимия, минералогия, петрология*

форма обучения: очная

Автор: Устьянцева Н.В.

Одобрена на заседании кафедры  
*Литологии и геологии горючих ископаемых*

\_\_\_\_\_  
(название кафедры)

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись)

к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 17.04.2019

(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

факультета геологии и геофизики

\_\_\_\_\_  
(название факультета)

Председатель \_\_\_\_\_  
(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 19.04.2019

(Дата)

Екатеринбург  
2019

## Введение

Учебным планом специальности 21.05.02 Прикладная геология по дисциплине «Историческая геология с основами палеонтологии и стратиграфии» предусматривается написание контрольной работы на тему «Определение систематической принадлежности фоссилий из основных групп руководящих ископаемых». Это – самостоятельный труд студента, который способствует углублённому изучению пройденного материала.

Задания контрольной работы, направлены на оценку уровня умений и навыков, формирующих компетенцию:

**ПК-3:** Способность проводить геологические наблюдения и осуществлять их документацию на объекте изучения.

*Результаты обучения, достижение которых свидетельствует об освоении компетенции:*

*Знания:* основные группы руководящих ископаемых; общие, региональные и местные стратиграфические подразделения; принципы и методы основных стратиграфических исследований

*Умения:* проводить описание ископаемых остатков основных руководящих групп фауны; проводить геологические наблюдения на объекте изучения

*Владения:* навыками документации геологических объектов; навыками построения стратиграфических колонок и геологических разрезов; навыками определения относительного геологического возраста горных пород при помощи палеонтологического метода стратиграфических исследований.

### Порядок выполнения контрольной работы

#### ***Контрольная работа по теме «Основы палеонтологии».***

Пользуясь «Атласом беспозвоночных животных», оформленном студентом процессе самостоятельной работы, определить систематическую принадлежность палеонтологических образцов беспозвоночных животных. Опишите основные морфологические признаки. Проанализируйте условия обитания и установите геологическое значение исследуемых фоссилий.

Каждый вариант контрольной работы составлен из каменного материала в виде пяти палеонтологических образцов беспозвоночных животных.

**Цель выполняемой работы:** получить специальные знания по заданной теме.

#### **Основные задачи выполняемой работы:**

- 1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;
- 2) выработка навыков самостоятельной работы;
- 3) оценка уровня подготовленности студента к будущей практической работе.

Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

После выбора темы необходимо внимательно изучить методические рекомендации по подготовке контрольной работы, составить план работы, который должен включать основные вопросы, охватывающие в целом всю прорабатываемую тему.

### Порядок описания ископаемых органических остатков

1. Определение формы сохранности ископаемых остатков.
2. Общие закономерности строения скелета) ископаемого организма ( внутренняя ядро, левая(правая) створка, две створки, панцирь, перистая форма; одиночная или колониальная форма; отчётливо заметны, трудно различимы или неразличимы в лупу внутренние элементы строения скелета).
3. Зарисовать ископаемое, на рисунке указать линейный масштаб. Выделить стрелками и подписать названия всех выявленных элементов строения скелета ископаемого (или следов его жизнедеятельности).
4. Определить и доказать систематическую принадлежность ископаемого, выявляя его *сходство* и *различие* с близкими по строению ископаемыми.
5. Определить условия обитания и образ жизни представителей определенного таксона.
6. Охарактеризовать геологическое значение таксона: стратиграфическое значение, порообразующую роль, использование при проведении палеогеографических реконструкций. Определить возраст горной породы.

Для удобства работы использовать табличную форму записи.

Фамилия \_\_\_\_\_ Группа \_\_\_\_\_

	Образец 1	Образец 2	Образец 3	Образец 4	Образец 5
Тип					
Класс					
Отряд					
Род					
Экология (условия обитания), образ жизни					
Морфология (характерные черты строения)					
Геологическое значение					

### Оценивание результатов контрольной работы

Оценивание результатов контрольной работы должно быть проведено до начала промежуточной аттестации и проводится по традиционной шкале: «зачтено», «не зачтено». Решение об оценке контрольной работы принимается по результатам проверки предъявленной работы и ответов студента на вопросы в случае неполного описания ископаемых органических остатков.

Критерии оценивания контрольной работы	Количество баллов
Правильность определения систематической принадлежности фоссилий	0-1
Полнота описания морфологического строения фоссилий	0-2
Логичность и аргументированность выводов по работе	0-1
Использование профессиональной терминологии	0-1

Итого	0-5
-------	-----

- 5 баллов (90-100%) - оценка «зачтено»
- 4 балла (70-89%) - оценка «зачтено»
- 3 балла (50-69%) - оценка «зачтено»
- 0-2 балла (0-49%) - оценка «не зачтено».

*Критерии оценки:*

Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся:

- если у всех пяти образцов правильно определена систематическая принадлежность; дано полное описание морфологического строения; выводы по работе логичные и аргументированные, материал изложен профессиональным языком;
- если правильно определена систематическая принадлежность четырех образцов из пяти; дано полное описание морфологического строения; имеется вывод по работе или его нет, материал изложен профессиональным языком;
- если правильно определена систематическая принадлежность трех образцов из пяти; описание морфологического строения с существенными замечаниями; выводы по работе нелогичны или отсутствуют, материал изложен без использования профессиональной терминологии;

Оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если правильно определена систематическая принадлежность двух образцов из пяти; описание морфологического строения неполно или неверно; выводы по работе нелогичны или отсутствуют, материал изложен без использования профессиональной терминологии.



## Введение

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. По курсу «Историческая геология» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях:

- ✓ выполнение домашних заданий;  
освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую программу дисциплины [9];
- ✓ подготовка к экзамену;
- ✓ изучение коллекций ископаемых остатков основных систематических групп.

Самостоятельная работа студентов направлена на развитие интеллектуальных умений, повышение творческого потенциала студентов и заключается в:

- поиске, анализе, структурировании и презентации информации, анализе научных публикаций по основным группам руководящих ископаемых и основным методам стратиграфических исследований.
- исследовательской работе и участии в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Данные методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при освоении отдельных тем дисциплины.

### Методические указания к самостоятельной работе студента

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Историческая геология». Здесь указаны наименование и содержание лекционных тем в соответствии с Учебной программой курса [9]. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебниках по курсу [1,3,4,7,8]. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература [2, 5, 6]. Для самоконтроля и приобретения навыков решения задач по отдельным разделам дисциплины в последнем разделе приведены контрольные вопросы и упражнения, которые являются основой подготовки к экзамену.

При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.
2. По учебникам [1,3,4,7,8] освоите каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.
3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.
4. Ответьте на контрольные вопросы и выполните рекомендованные упражнения. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.
5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

Данное учебно-методическое пособие может быть использовано при подготовке ответов на вопросы во время экзамена.

## Содержание курса

### **Тема 1: Методы восстановления палеогеографической обстановки.** [7, 8]

Учение о фациях. Важнейшие критерии фациального анализа. Литофациальный и биофациальный анализы. Анализ общегеологических данных. Основные группы фаций. Палеогеографические карты и профили.

*Дополнительная литература:* [5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. В чем состоит суть биостратиграфического анализа?
2. Сущность литостратиграфического анализа.
3. Каким способом определяют относительный возраст интрузий?
4. Какие организмы являются стеногалинными?
5. Каким образом газовый режим влияет на расселение водных организмов?

### **Тема 2: Строение и главнейшие структуры земной коры.** [7, 8]

Океаническая и континентальная кора. Платформы и складчатые области континентов. Срединно-океанические хребты и талассократоны. Важнейшие геотектонические концепции. Тектоническая периодизация, понятие о тектономагматических эпохах.

*Дополнительная литература:* [5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Какие основные типы земной коры выделяют?
2. Назовите структурные элементы океанов.
3. Назовите структурные элементы материков.
4. В чем состоит суть геосинклинальной концепции?
5. В чем состоит суть концепции тектоники литосферных плит?

### **Тема 3: Геологическая история Земли.** [7, 8]

Стратиграфическое расчленение и ранги стратиграфических подразделений. Земля в докембрии: общая характеристика, органический мир, структуры земной коры и порообразование, полезные ископаемые. Земля в фанерозое. Основные черты палеозойского этапа: кембрия, ордовика, силура, девона, карбона и перми. Тектоно-магматические эпохи. Органический мир, структуры земной коры и палеогеография. Климатическая зональность. Полезные ископаемые. Основные черты мезозойского этапа: триаса, юры и мела. Отличительные черты осадконакопления. Киммерийская тектономагматическая эпоха. Органический мир, структуры земной коры и палеогеография. Климатическая зональность. Полезные ископаемые. Земля в кайнозое: органический мир, палеогеография, фазы альпийской складчатости, полезные ископаемые. Отличительные черты осадконакопления. Изменения климата и оледенения. Неотектонические движения. Направленность геологического развития земной коры.

*Дополнительная литература:* [5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Какова особенность докембрийских образований методика их изучения?
2. Основные черты палеозойской истории развития Земли: органический мир, тектоника и палеогеография.

3. Основные черты мезозойской истории развития Земли: органический мир, тектоника и палеогеография.

4. Основные черты кайнозойской истории развития Земли: органический мир, тектоника и палеогеография.

### **Вопросы к зачету по курсу «Историческая геология»**

Зачет по дисциплине проводится в виде теста. Для подготовки к нему необходимо проработать следующие вопросы.

1. Задачи, решаемые исторической геологией, ее значение в системе геологических знаний.
2. Методы и принципы историко-геологического анализа. Принцип актуализма.
3. Геологическое летоисчисление. Абсолютная геохронология. Методы ядерной геохронологии, их недостатки и достоинства.
4. Методы относительной геохронологии. Литологические методы.
5. Геофизические методы относительной геохронологии.
6. Ритмостратиграфический и климатостратиграфический методы относительной геохронологии.
7. Общегеологические методы относительной геохронологии.
8. Методы биостратиграфии.
9. Геохронологическая и Стратиграфическая шкалы. Шкалы общие, региональные и местные.
10. Основные структуры земной коры. Типы земной коры.
11. Структуры земной коры континентов.
12. Эволюция и строение подвижных поясов сжатия.
13. Эволюция и строение платформ.
14. Структуры земной коры океанов.
15. Сущность фациального анализа, его задачи и методы; определение «фации».
16. Литофациальный анализ.
17. Биофациальный анализ.
18. Комплекс континентальных фаций.
19. Комплекс переходных фаций.
20. Комплекс морских фаций.
21. Догеологическая и лунная стадии развития Земли.
22. Тектоно-магматические эпохи (ТМЭ) в истории земной коры.
23. Архей и протерозой Земли.
24. Ранний палеозой планеты: стратиграфическое расчленение, климаты, развитие органического мира, палеогеография, полезные ископаемые.
25. Каледонская ТМЭ.
26. Поздний палеозой планеты: стратиграфическое расчленение, климаты, развитие органического мира, палеогеография, полезные ископаемые.
27. Герцинская ТМЭ.
28. Мезозой планеты: стратиграфическое расчленение, климаты, развитие органического мира, палеогеография, полезные ископаемые.
29. Киммерийская ТМЭ.
30. Кайнозой планеты: стратиграфическое расчленение, климаты, развитие органического мира, палеогеография, полезные ископаемые.
31. Альпийская ТМЭ.

## Рекомендуемая литература

1. Михайлова И.А. Палеонтология [Электронный ресурс]: учебник / И.А. Михайлова, О.Б. Бондаренко. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2006. — 592 с. — 5-211-04887-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13102.html> Электронный ресурс
2. Словарь терминов по исторической геологии, основам стратиграфии и палеонтологии [Электронный ресурс] : учебное пособие / . — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский политехнический университет, 2012. — 140 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55209.html> Электронный ресурс
3. Черных В.В. Палеонтология беспозвоночных : практикум по дисциплине "Основы палеонтологии и общая стратиграфия": для студентов направления подготовки 130101 / В. В. Черных ; Уральский государственный горный университет. - 2-е изд., стер. - Екатеринбург : УГГУ, 2013. - 85 с. : ил. - Библиогр.: с. 71.
4. Черных В.В. Общая стратиграфия: конспект лекций по дисциплине "Основы палеонтологии и общая стратиграфия": для студентов специальности 21.05.02 / В. В. Черных ; Министерство образования и науки РФ, Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург : УГГУ, 2016. - 79 с. : ил. - Библиогр.: с. 72.
5. Историческая геология с основами палеонтологии : учебник для студентов **геологических** специальностей вузов / Е. В. Владимирская [и др.]. - Ленинград : Недра, Ленинградское отделение, 1985. - 423 с.
6. Бондаренко О. Б. Краткий определитель ископаемых беспозвоночных : учебное пособие / О. Б. Бондаренко, И. А. Михайлова ; ред. В. Н. Шиманский. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Недра, 1984. - 536 с. 11
7. Амон Э. О. Введение в историческую геологию : учебник / Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург: УГГУ, 2005. - 511 с. : ил. - Библиогр.: с. 500-504.
8. Историческая геология с основами палеонтологии / Мария Даниловна Парфенова М. Д. - Томск : Изд-во НТЛ, 1999. - 524 с. : ил. - Библиогр.: с. 502. - ISBN 5-89503-063-7 9
9. Историческая геология с основами палеонтологии и стратиграфии программа дисциплины для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология специализация № 3 Геология нефти и газа / Н.В. Устьянцева, Е.В. Коророва. Екатеринбург: УГГУ, 2019. 11 с.

Министерство науки и высшего образования РФ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.03 Основы учения о полезных ископаемых**

Для обучающихся специальности  
***21.05.02 Прикладная геология***

Специализация  
***Прикладная геохимия, минералогия, петрология***

форма обучения: очная

Авторы: Макаров А.Б., профессор, д.г.-м.н.,  
Малюгин А.А., доцент, к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры  
Геологии, поисков и разведки МПИ  
*наименование кафедры*  
Протокол № 184 от 17.04.2019 г  
*Дата*

*Екатеринбург  
2019*

Самостоятельная работа студентов в рамках учебного процесса играет важную роль в изучении дисциплины «Основы учения о полезных ископаемых», поскольку основными объектами труда горных инженеров-геологов – поисков, разведки являются месторождения полезных ископаемых. Поэтому в процессе обучения у студентов формируются представления о месторождениях полезных ископаемых как геологических объектах, возникающих в процессах формирования и развития земной коры. Главные задачи профессиональной деятельности – разработка научно обоснованных направлений поисковых работ и выбор рациональной методики разведки месторождений полезных ископаемых могут быть успешно решены при условии овладения студентом современных представлений о геологических и физико-химических условиях их формирования. В процессе самостоятельной работы студент получает представление об особенностях строения каждого типа месторождений как модели месторождений, с которым он будет сталкиваться в процессе своей будущей практической деятельности, и сравнивать с ними конкретные объекты. Для этого в рамках самостоятельной работы в первую очередь следует обратить внимание на изучение имеющегося на кафедре каменного материала, характеризующего большую часть типов промышленных месторождений.

Основное содержание дисциплины и объемы самостоятельной работы по разделам дисциплины приведены в таблице

№№ тем	Содержание	Часы по СРС
1	Форма и условия залегания рудных тел	10
2	Структуры и текстуры руд	10
3	Изучение генетических типов месторождений полезных ископаемых	33
4	Подготовка к экзамену	27

*Методические указания по организации самостоятельного изучения дисциплины*

### **1. Освоение лекционного курса**

Лекции по дисциплине «Основы учения о полезных ископаемых» дают главный материал, как по теории, так и по практике исследований генезиса и геолого-промышленных типов месторождений полезных ископаемых. Современные проблемы, рассматриваемые в данной дисциплине, обусловлены как появлением новых теоретических представлений о геологии

месторождений, так и их новых промышленных типов. Это требует после прослушивания лекций обращаться к рекомендуемой литературе для более глубокой проработки соответствующей темы, детального рассмотрения основных терминов, проблемных вопросов и подходов к их решению, а также изучения дополнительного материала по теме для последующего выполнения лабораторных заданий.

После прослушивания лекции необходимо:

- внимательно просмотреть конспект лекции и (используя поля) сделать необходимые пояснения к сокращениям, аббревиатурам, терминам и т.п.;
- используя рекомендованную литературу уяснить проблемные вопросы и подходы к их решению;
- в письменном виде сформулировать вопросы, которые следует задать преподавателю для окончательного усвоения темы лекции;
- следует взять за правило – выполнять работу с конспектом лекций в тот же день, когда лекция прослушана и в памяти еще осталась часть ее содержания.

## **2. Подготовка, выполнение и оформление лабораторных занятий**

Лабораторные занятия расширяют область знаний в изучаемой дисциплине и показывают применение теоретической части в практике исследований, позволяют самостоятельно оперировать знаниями в решении практических задач.

Наиболее важным в этом плане является изучение и закрепление знаний о вещественном составе минерального сырья по методическим указаниям, имеющимся на кафедре ГПР МПИ. Последующим этапом закрепления теоретического материала является изучение новых разрабатываемых месторождений в рамках существующих геолого-промышленных типов и генетической классификации МПИ.

Особое внимание при изучении генетических типов месторождений следует обратить на работу с научной литературой по данной проблематике.

Чтобы лабораторные занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнения в решении практических задач, подготовка к занятиям проводятся по прочитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных разделов лекционного курса. Они вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

В рамках программы изучения дисциплины «Основы учения о полезных ископаемых» предусматривается следующая тематика лабораторных работ.

### **Тема 1. Форма и условия залегания рудных тел.**

Цель лабораторных работ – ознакомиться с принципами определения формы рудных тел, изучить геологические разрезы, определить формы рудных тел на реальных геологических разрезах и найти их место в квалификационной таблице; по геологической обстановке на разрезе определить главные факторы, обусловившие форму и место локализации полезного ископаемого.

Места локализации рудных тел и, соответственно, их форма определяется рядом геологических факторов, в частности, условиям образования (эндогенными, экзогенными, или метаморфогенными). Как следствие, при изучении геологических разрезов месторождений, после определения формы рудного тела следует внимательно ознакомиться с геологической обстановкой и попытаться определить, какой из геологических факторов является определяющим: сингенетичность или эпигенетичность руд: отложения или замещения и др.

При выполнении работы следует иметь в виду, что форма природных геологических тел в большинстве случаев далека от идеальной, и при определении названия подбирается наиболее близкий эталон – идеальное геологическое тело.

### **Тема 2. Структуры и текстуры руд**

Цель занятий – ознакомиться с основными структурами и текстурами руд, описать особенности минералогического состава и текстур руд различного генезиса. При изучении образцов необходимо, прежде всего, определить рудные минералы, текстуры, определить тип месторождения по типоморфным текстурам. Для этого используются таблицы «Типы текстур руд» по С.А. Вахромееву (1979).

### **Тема 3. Изучение генетических типов месторождений полезных ископаемых**

Цель лабораторных работ – изучение теоретического и имеющегося в учебных коллекциях каменного материала, изучить парагенетические ассоциации минералов руд, описать имеющиеся в коллекциях образцы руд и определить их место согласно генетической классификации месторождений полезных ископаемых (по В.Ф. Рудницкому, «Основы учения о полезных ископаемых», стр. 46).

Последовательность изучения генетических типов МПИ рекомендуется следующим образом:

1). Повторение теоретического материала по лекции, учебным пособиям, консультации с преподавателем, просмотр дополнительной литературы из рекомендованного списка.

2). Самостоятельная работа по дополнительному изучению образцов руд из учебных коллекций кафедры.

3). Изучение примеров месторождений данного класса по литературным данным.

4). Проверка усвоения материала по «Вопросам и заданиям для самопроверки» (В.Ф. Рудницкий, «Основы учения о полезных ископаемых», стр. 233-245).

### **3. Рекомендации по работе с литературой**

Изучение учебной и научной литературы является основным видом самостоятельной работы, которая сопровождает весь процесс изучения любой дисциплины. Организацию этой работы следует строить, используя следующие рекомендации:

1. Составить перечень книг, с которыми следует познакомиться, ориентируясь на источники, содержащие необходимый материал.

2. Систематизировать перечень источников (для экзамена, для написания исследовательских работ).

3. Зафиксировать выходные данные по каждой книге.

4. Установить для себя, какие книги (или какие главы книги) следует прочитать более внимательно, а какие – просмотреть. При этом целесообразно проконсультироваться с преподавателем.

5. Все прочитанные книги, учебники и статьи рекомендуется конспектировать с указанием основных идей автора, наиболее ярких цитат (с указанием страниц источника).

6. На собственных книгах допускается делать на полях краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные для Вас мысли и обязательно указываются страницы в тексте – это позволяет экономить время и быстро находить «избранные» места в разных книгах.

7. Рекомендуется широко использовать интернет-источники и базы геологической литературы.

### **4. Подготовка к экзамену**

На экзамене будут оценены полученные в процессе обучения знания (примерный перечень рассматриваемых на экзамене вопросов приведен ниже).

1). Понятие о полезных ископаемых и их месторождениях

2). Вещественный состав руд. Вредные и полезные компоненты. Комплексное использование руд.

3). Минеральный состав руд. Массивные и вкрапленные руды.

4). Рудоконтролирующие структуры.

5). Морфологическая классификация рудных тел. Формы рудных тел.

- 6). Понятия текстуры и структуры руд. Классификация текстур.
- 7). Гидротермально-метасоматические изменения вмещающих пород.
- 8). Источники рудного вещества эндогенных месторождений.
- 9). Источники рудного вещества экзогенных месторождений.
- 100). Причины и способы рудоотложения.
- 11). Раннемагматические месторождения- условия образования полезных ископаемых.
- 12). Позднемагматические месторождения- условия образования полезных ископаемых.
- 13). Ликвационные месторождения – условия образования и примеры месторождений.
- 14). Пегматиты: условия формирования месторождений, их типы и примеры.
- 15). Карбонатиты. Условия формирования, примеры месторождений.
- 16). Грейзены: факторы их образования, примеры месторождений.
- 17). Скарновые месторождения: условия формирования и примеры.
- 18). Порфировые месторождения: условия формирования и примеры.
- 19). Субвулканические (гидротермально-метасоматические) вулканогенные месторождения
- 20). Гидротермально-осадочные вулканогенные месторождения, условия их формирования и примеры.
- 21). Гидротермальные амагматогенные месторождения, условия формирования и примеры.
- 22). Месторождения выветривания и факторы их формирования.
- 23). Инфильтрационные месторождения.
- 24). Остаточные месторождения.
- 25). Механические месторождения полезных ископаемых и условия их формирования. Россыпные месторождения и их примеры.
- 26). Химические месторождения и условия их формирования.
- 27). Биохимические месторождения и условия их формирования.
- 28). Метаморфогенные месторождения.

Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. В процессе подготовки к экзамену имеющиеся пробелы в знаниях, углубляются, систематизируются и упорядочиваются знания. На экзамене демонстрируются знания и навыки, приобретенные в процессе обучения по данной дисциплине.

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ, РЕКОМЕНДУЕМОЙ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ**

### а) основная

Рудницкий В. Ф. Основы учения о полезных ископаемых. Учебное пособие.- 3-е издание, исправленное и дополненное - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2015. -245 с.

### б) дополнительная

Попова О.М. Полезные ископаемые: Лабораторный практикум с основами теории.-Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2007. – 97 с.

Рудные месторождения СССР В 3-х томах /под ред. Смирнова В.И., М.: Недра, 1978.

Смирнов В.И. Геология полезных ископаемых. М.: Недра, 1989

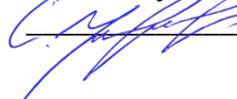
Рабочая программа дисциплины Б1.В.03-Основы учения о полезных ископаемых

Интернет ресурсы: Все о геологии <http://www.geo.web.ru>

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу

 С.А. Упоров



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.04 РЕГИОНАЛЬНАЯ ГЕОЛОГИЯ, ГЕОТЕКТОНИКА  
И ГЕОДИНАМИКА**

Специальность:

*21.05.02 Прикладная геология*

Специализация № 4

*Прикладная геохимия, минералогия, петрология*

Авторы: Контарь Е. С., д.г.-м.н.; Кисин А. Ю., д.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры  
*Геологии*

\_\_\_\_\_

*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

\_\_\_\_\_

*(подпись)*

д.г.-м.н., проф. Огородников В.Н.

\_\_\_\_\_

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 8 от 17.04.2019

\_\_\_\_\_

*(Дата)*

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

\_\_\_\_\_

*(название факультета)*

Председатель

\_\_\_\_\_

*(подпись)*

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

\_\_\_\_\_

*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 8 от 19.04.2019

\_\_\_\_\_

*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

## Введение

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. По курсу «Региональная геология, геотектоника и геодинамика» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях:

- ✓ выполнение домашних заданий;  
освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую программу дисциплины [9];
- ✓ подготовка к экзамену;
- ✓ изучение коллекций ископаемых остатков основных систематических групп.

Самостоятельная работа студентов направлена на развитие интеллектуальных умений, повышение творческого потенциала студентов и заключается в:

- поиске, анализе, структурировании и презентации информации, анализе научных публикаций по результатам современных региональных, геотектонических и геодинамических исследований.
- исследовательской работе и участии в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Данные методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при освоении отдельных тем дисциплины.

### Методические указания к самостоятельной работе студента

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Региональная геология, геотектоника и геодинамика». Здесь указаны наименование и содержание лекционных тем в соответствии с Учебной программой курса [9]. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебниках по курсу [1, 2, 5, 6]. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература [3, 4, 7, 8]. Для самоконтроля и приобретения навыков решения задач по отдельным разделам дисциплины в последнем разделе приведены контрольные вопросы и упражнения, которые являются основой подготовки к экзамену.

При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.
2. По учебникам [1, 2, 5, 6] освоите каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.
3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.
4. Ответьте на контрольные вопросы и выполните рекомендованные упражнения. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.
5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

Данное учебно-методическое пособие может быть использовано при подготовке ответов на вопросы во время экзамена.

## Содержание курса

### **Тема 1: Предмет, объекты, цели и задачи региональной геологии.** [1, 2]

Предмет, объекты, цели и задачи региональной геологии. Взаимоотношения с другими геологическими направлениями. Организационное и научно-методическое обеспечение региональных работ

*Дополнительная литература:* [3, 4].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Что изучает региональная геология?
2. Как соотносится региональная геология с другими геологическими направлениями?

### **Тема 2: Тектоническое и гидрогеологическое районирование территории Российской Федерации.** [1, 2]

Принципы и задачи тектонического и гидрогеологического районирования территории Российской Федерации. Понятия об основных структурах континентальной земной коры (платформы, складчатые области и их элементы строения). Основные признаки тектонических комплексов, соответствующих им режимов и их минерагенические особенности. Тектонические режимы: геосинклинальный, орогенный, платформенный, индикаторные геологические формации, основные полезные ископаемые. Тектоническое и гидрогеологическое районирование территории Российской Федерации. Соотношение тектонических и гидрогеологических структурных элементов.

*Дополнительная литература:* [3, 4].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Какие основные принципы положены в основу тектонического районирования?
2. Какие крупные области выделяются при тектоническом районировании России?
3. Назовите основные структуры континентальной земной коры.
4. Основные положения тектоники литосферных плит?

### **Тема 3: Древние платформы.** [1, 2]

Общая характеристика древних платформ. Восточно-Европейская древняя платформа: районирование, основные особенности строения фундамента, чехла, типы и условия размещения месторождений полезных ископаемых. Сибирская древняя платформа: районирование, основные особенности строения фундамента, чехла, типы и условия размещения месторождений полезных ископаемых.

*Дополнительная литература:* [3, 4].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Границы и основные структурные элементы Восточно-Европейской платформы?
2. Этапы формирования фундамента Восточно-Европейской платформы, характерные черты каждого из них
3. Какие полезные ископаемые связаны с фундаментом и осадочным чехлом Восточно-Европейской платформы?
4. Границы и основные структурные элементы Сибирской платформы?
5. Формирование фундамента сибирской платформы.
6. Найдите на геологической карте, какие структуры образовали Лено-Тунгусскую, Алдано-Анабарскую и Юдомо-Оленекскую формационные зоны венда.

7. Рассмотрите структурный план Сибирской платформы в девоне, карбоне, перми и триасе.

#### **Тема 4: Складчатые пояса России.** [1, 2]

Общая характеристика складчатых поясов России. Урало-Монгольский складчатый пояс: районирование, основные черты строения, типы и условия размещения месторождений полезных ископаемых. Средиземноморский складчатый пояс: районирование, основные черты строения, типы и условия размещения месторождений полезных ископаемых. Тихоокеанский складчатый пояс: районирование, основные черты строения, типы и условия размещения месторождений полезных ископаемых.

*Дополнительная литература:* [3, 4].

##### **Контрольные вопросы и упражнения:**

1. Границы и основные тектонические структуры Урало-Новоземельской складчатой области.
2. Развитие Урало-Монгольского складчатого пояса в палеозое?
3. Покажите на геологической карте основные структуры Южного Тянь-Шаня.
4. Какие основные этапы можно выделить в развитии Казахско-Киргизской складчатой области?
5. Полезные ископаемые Алтае-Саянской складчатой области.

#### **Тема 5. Предмет, объект и структура геотектоники. Основные геотектонические гипотезы.** [6, 7]

Предмет изучения и значение геологии для науки и практики. Мировоззренческая роль геологии. Место курса геологии в подготовке специалиста. Планеты Солнечной системы. Физические свойства Земли. Модели Земли. Химический состав земной коры. Минералы и горные породы. Земная кора: мощность, типы, строение и состав. Современные методы исследования земной коры.

*Дополнительная литература:* [8, 9].

##### **Контрольные вопросы и упражнения:**

1. Опишите строение земной коры. Каковы ее мощность, строение и состав?
2. Какие современные методы исследования земной коры Вы знаете?

#### **Тема 6. Тектонические движения и методы их изучения.** [6, 7]

Общие сведения о геологических процессах. Тектонические движения: колебательные, дислокационные. Тектонические нарушения: складчатые, разрывные. Землетрясения. Методы изучения современных вертикальных тектонических движений: водомерный и метод повторного нивелирования. Методы изучения горизонтальных современных тектонических движений: метод повторной триангуляции, лазерный метод и метод дифференциальной интерферометрии. Методы изучения вертикальных палеотектонических движений: метод фаций, метод мощностей, метод формаций, объемный метод, метод стратиграфических несогласий, метод сравнительной тектоники. Методы изучения горизонтальных палеотектонических движений: метод наилучшего совмещения контуров, палеомагнитный метод, палеоклиматический метод. Палинспастический метод и петроструктурный анализ.

*Дополнительная литература:* [8, 9].

##### **Контрольные вопросы и упражнения:**

1. Какие типы тектонических движений Вы знаете?
2. Методы изучения современных тектонических движений?
3. Какими методами изучают современные тектонические движения?
4. Какими методами изучают палеотектонические движения?

### **Тема 7. Геотектоническая таксономия. [6, 7]**

Тектоносфера, астеносфера, Земная кора, океаническая кора, континентальная кора. Литосферные плиты. Дивергентные, конвергентные и трансформные границы. Срединные океанические хребты. Рифты, абиссальные равнины. Активные окраины континентов. Глубоководные желоба. Аккреционная призма. Вулканические островные дуги и их типы. Крайнее море. Пассивные окраины континентов. Шельф. Континентальный склон. Континентальное подножие. Платформы и их типы: протоплатформы, древние платформы, молодые платформы. Авлакогены. Синеклизы и антеклизы. Складчатые пояса (субдукционные и коллизионные). Развитие складчатых поясов. Структура складчатых поясов. Краевые прогибы (передовые прогибы). Террейны. Срединные массивы. Континентальные рифты. Тектономагматический цикл. Цикл Уилсона. Геодинамический цикл.

*Дополнительная литература:* [8, 9].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Назовите основные положения концепции тектоники литосферных плит.
2. Какие структурные элементы выделяют в этой концепции?
3. Что такое рифты, механизм и этапность их формирования.
4. Что такое «конвергентный» тип границ литосферных плит и какие геодинамические обстановки им соответствуют?
5. Перечислите современные литосферные плиты.

### **Тема 8: Геологические тела и структуры как критериальные признаки геотектонических обстановок. [6, 7]**

Геотектонический парагенез. Складчатые структуры. Классификация складок. Разрывные структуры и их классификация. Вулканические структуры. Геологические формации. Типоморфные осадочные формации различных геотектонических структур. Типоморфные вулканические формации различных геотектонических обстановок. Типоморфные плутонические формации различных геотектонических обстановок. Типоморфные метаморфические формации различных геотектонических обстановок. Геотектонические обстановки формирования структур тектоносферы.

*Дополнительная литература:* [8, 9].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Какие разрывные структуры Вы знаете? Какова их классификация?
2. Какие складчатые структуры Вы знаете? Какова их классификация?
3. Какие вулканические структуры Вы знаете? Какова их классификация?

### **Тема 9: Геотектонические обстановки формирования структур тектоносферы. Геотектоническое районирование. Геотектонические карты. [6, 7]**

Геотектонические обстановки океанических рифтов. Геотектонические обстановки срединных океанических хребтов. Геотектонические обстановки абиссальных равнин. Геотектонические обстановки пул-апарт бассейнов. Геотектонические структуры зон перехода от океана к континенту. Геотектонические обстановки пассивных окраин. Геотектонические обстановки активных окраин континента. Геотектонические обстановки зон орогенеза складчатых поясов. Геотектонические обстановки зон внутриплитной активизации. Геотектоническая обстановка континентальных рифтов. Геотектонические обстановки формирования чехла платформ. Геотектонические карты

*Дополнительная литература:* [8, 8].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Этапность развития океанических и срединно-океанических рифтов?
2. Этапность развития континентальных рифтовых зон?
3. Какими геотектоническими обстановками характеризуются бассейны пассивных окраин континента?

4. Какими геотектоническими обстановками характеризуются бассейны активных окраин континента?
5. Какими геотектоническими обстановками характеризуются зоны внутриплитной активизации?

**Вопросы к зачету по курсу  
«Региональная геология, геотектоника и геодинамика»**

1. Геотектоника (определение). Цели и задачи дисциплины, основные разделы.
2. Прикладное (практическое) значение геотектоники.
3. Методы геотектоники, значение актуалистического подхода при геотектонических исследованиях.
4. Основные положения существовавшего ранее учения о геосинклиналях (строение и развитии геосинклинальных систем).
5. Современная интерпретация представлений о геосинклиналях с позиций мобилизма.
6. Идеи фиксизма и мобилизма.
7. Парадигма тектоники литосферных плит (основные положения).
8. Источники сведений о внутреннем строении Земли. Глубинное строение Земли (внутреннее и внешнее ядро, нижняя и верхняя мантия, переходные слои С и D).
9. Понятие о литосфере, астеносфере и тектоносфере.
10. Существующие типы земной коры, разделы Конрада и Мохоровичича их геологический и геофизический смысл.
11. Земная кора континентального типа: строение, состав, возраст.
12. Земная кора океанического типа: строение, состав, возраст.
13. Земная кора переходного типа - субокеаническая и субконтинентальная.
14. Явление изостазии.
15. Современные литосферные плиты (показать и перечислить). 19. Фиксация границ плит, типы их взаимоотношений друг с другом, соподчиненность с материками и океанами.
16. Прямые данные о взаимном перемещении литосферных плит в настоящее время.
17. Дивергентные типы границ плит и соответствующие им геодинамические обстановки (перечислить).
18. Конвергентные типы границ литосферных плит и соответствующие им геодинамические обстановки (перечислить).
19. Процесс рифтогенеза. Возможные модели зарождения рифтовых структур. Континентальный рифтогенез. Этапность развития континентальных рифтовых зон. Океанический рифтогенез (спрединг) и формирование океанической коры. Глобальная рифтовая система Земли.
20. Срединно-океанические хребты (классификация, строение, характерные геологические формации). Окраинные (задуговые) морские бассейны (классификация, строение, характерные геологические образования). Субдукционные геодинамические обстановки (перечислить). Активные континентальные окраины островодужного типа (классификация, строение, характерные геологические образования). Активные континентальные окраины андского типа (строение, характерные геологические образования).
21. Коллизионные геодинамические обстановки. Орогенические пояса шотландского и скандинавского (гималайского) типов (классификация, строение, характерные геологические образования).
22. Процессы обдукции при замыкании океанических бассейнов. Представление об офиолитах.

23. Сдвиговые (трансформные) границы плит. Трансформные разломы океанов: характер перемещений, их структурное выражение и характерные геологические образования.

24. Внутриплитные геодинамические обстановки. Представления о тектонике плюмов, Представление о горячих точках и горячих полях. Характерные магматические образования горячих точек.

25. Континентальный рифтогенез. Главные элементы континентальных рифтовых систем. Континентальные рифты: главные структурные элементы, характерные геологические образования. Периокеанический рифтогенез. Пример - рифт Красного моря.

26. Геодинамические обстановки формирования обширных провинций внутриконтинентальных траппов.

27. Методы изучения современных тектонических движений и деформаций: вертикальные движения, горизонтальные движения.

28. Методы изучения движений и деформаций геологического прошлого: анализ фаций и мощностей, объемный метод, формационный анализ, анализ перерывов и несогласий.

29. Методы изучения современных движений и деформаций: Структурно- геоморфологические методы.

30. Современные представления о происхождении складчатых поясов с позиций тектоники литосферных плит. Области океанов: срединно-океанические хребты (типы, строение, характерные геологические формации), абиссальные равнины (строение, характерные геологические формации), микроконтиненты (строение, характерные геологические формации), глубоководные желоба (строение, характерные геологические формации).

31. Принципы тектонического районирования крупных территорий континентов по возрасту завершающей складчатости и по типам геодинамических обстановок (эндогенных режимов).

32. Понятие о структурных комплексах, этажах и ярусах земной коры.

33. Структурно-формационное районирование территорий. Выделение структурно-вещественных комплексов, отвечающих определенным геодинамическим обстановкам.

34. Складчатые дислокации, разломы и кольцевые структуры, их роль в строении и развитии земной коры. Современное понимание термина «глубинные разломы».

35. Основные принципы составления палеогеодинамических карт. Выделение геодинамических циклов, составление легенд.

36. Террейновый анализ.

37. Существующие представления о палеогеодинамическом развитии Восточной Сибири (принципы построения легенды к тектонической карте Восточной Сибири).

38. Представление о глобальных палеогеодинамических реконструкциях.

39. Источники энергии глубинных геологических процессов. Связь глубинных процессов и процессов, происходящих в земной коре и литосфере. Представление о циклах Уилсона.

### **Вопросы к экзамену по курсу «Региональная геология, геотектоника и геодинамика»**

1. Основные черты строения чехла Сибирской платформы (юрско-меловой комплекс и кайнозойские отложения).

2. Полезные ископаемые Сихотэ-Алинской области.

3. Основные черты строения чехла Сибирской платформы (среднекаменноугольно-среднетриасовый комплекс, пермо-триасовый трапповый и триасовый ультраосновной магматизм).

4. Полезные ископаемые Байкальской горной области

5. Основные черты строения чехла Сибирской платформы (ордовикско-силурийский и девонско-нижнекаменноугольный комплексы).
6. Полезные ископаемые Саяно-Енисейской области.
7. Основные черты строения Восточно-Европейской платформы
8. (мезозойско-кайнозойский комплекс).
9. Главнейшие угленосные бассейны Сибирской платформы.
10. Основные черты строения Восточно-Европейской платформы
11. (средне-верхнепалеозойский комплекс).
12. Нефтегазоносные провинции Сибирской платформы.
13. Основные черты строения Восточно-Европейской платформы (нижнепалеозойский комплекс).
14. Главнейшие нефтегазоносные провинции Восточно-Европейской платформы
15. Основные черты строения Олюторско-Камчатской складчатой и Курильской геосинклинальной систем.
16. Основные черты строения восточных зон Урала.
17. Полезные ископаемые Верхоянско-Чукотской области.
18. Структурно-тектоническое районирование и основные черты строения Тихоокеанского пояса.
19. Полезные ископаемые Большого Кавказа.
20. Структурно-тектоническое районирование и основные черты строения Средиземноморского пояса (в пределах территории России).
21. Основные черты строения осевой зоны и западного склона Урала.
22. Полезные ископаемые восточных структур Урала
23. Структурно-тектоническое районирование Урало-Монгольского пояса.
24. Полезные ископаемые структур осевой зоны и западного склона Урала
25. Структурно-тектоническое районирование Урала.
26. Полезные ископаемые Западно-Сибирской плиты
27. Основные черты строения чехла Сибирской платформы (рифейский и венд-кембрийский комплексы)
28. Основные черты строения фундамента Сибирской платформы.
29. Полезные ископаемые Восточно-Магнитогорского пояса.
30. Основные черты строения Западно-Сибирской плиты.
31. Полезные ископаемые Тагильского пояса
32. Строение чехла Восточно-Европейской платформы (рифейский и венд-кембрийский комплексы).
33. Основные черты строения фундамента Восточно-Европейской платформы.
34. Полезные ископаемые чехла Сибирской платформы.
35. Основные признаки тектонических комплексов и соответствующих им режимов.
36. Полезные ископаемые фундамента Восточно-Европейской платформы.
37. Основные черты тектонического районирования территории Российской Федерации.
38. Предмет региональной геологии. Объекты региональной геологии. Организационное и научно-методическое обеспечение региональных геологоразведочных работ.

### **Рекомендуемая литература**

- 1 Контарь Е.С. Региональная геология: учебное пособие / Е. С. Контарь ; Министерство науки и высшего образования РФ, Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург: УГГУ, 2018. - 126 с.
- 2 Короновский Н.В. Геология России и сопредельных территорий : учебник / Н. В.

Короновский. - Москва : Академия, 2011. - 240 с.

3. Цейслер В.М. и др. Основы региональной геологии СССР : учебник / В. М. Цейслер [и др.]. - Москва : Недра, 1984. - 358 с.

4. Горная энциклопедия : в 5-ти т. - Москва : Советская энциклопедия, 1984 - 1991. Т. 1 : Аа - лава - Геосистема / гл. ред. Е. А. Козловский [и др.]. - 1984. - 560 с.

5. Бабенко В.В. Геотектоника, геодинамика и металлогения: учебник / В. В. Бабенко; Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург: УГГУ, 2009. 734 с.

6. Хаин В. Е., Ломизе М. Г. Геотектоника с основами геодинамики. М.: Изд. КДУ, 2005.

7. Мохнач, М. Ф. Геология. Книга 2. Геодинамика: учебник / М. Ф. Мохнач, Т. И. Прокофьева ; под ред. А. Н. Павлов. — Электрон. текстовые данные. — СПб. : Российский государственный гидрометеорологический университет, 2011. — 280 с. — 978-5-86813-290-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17904.html>

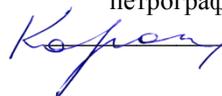
8. Хаин В.Е., Михайлов А.Е. Общая геотектоника. - М.: Недра, 1985.

9. Региональная геология, геотектоника и геодинамика: программа дисциплины для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология специализация № 3 Геология нефти и газа / Е.С. Контарь, А.Ю. Кисин. Екатеринбург: УГГУ, 2019. 15 с.

Минобрнауки РФ  
Уральский государственный горный университет

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой минералогии,  
петрографии и геохимии

 В.А. Коротеев

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ  
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.В.05 КРИСТАЛЛОГРАФИЯ И МИНЕРАЛОГИЯ

Специальность 21.05.02 «Прикладная геология»

Специализация №4

Прикладная геохимия, минералогия, петрология

Автор: Суставов С.Г., доцент, канд. г.-м. наук

Одобрены на заседании кафедры  
Минералогии, петрографии и геохимии

Протокол №7 от 17.04.2019г.

Екатеринбург  
2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
ПРЕДИСЛОВИЕ .....	4
ВВЕДЕНИЕМ .....	5
ВНЕШНИЕ ПРИЗНАКИ МИНЕРАЛОВ .....	6
Морфология кристаллов .....	7
Строение агрегатов .....	10
Блеск .....	11
Цвет, черта .....	12
Твердость .....	15
Спайность и отдельность .....	17
Упругость, пластичность, хрупкость .....	18
Плотность .....	19
Магнитные свойства .....	19
ПОРЯДОК ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ .....	20
КЛЮЧ К ТАБЛИЦАМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ .....	22
УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ .....	23
ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ .....	23
ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА .....	24
ТАБЛИЦЫ МИНЕРАЛОВ .....	26
УКАЗАТЕЛЬ МИНЕРАЛОВ .....	168

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Знакомство с минералами начинается с восприятия тех или иных внешних признаков, определение которых возможно без каких-либо приборов, с помощью наиболее простых приспособлений. Диагностика по внешним признакам является наиболее простым и универсальным методом при определении минералов. Вместе с тем от диагноста требуется "острая" наблюдательность и хорошая память. В практической минералогии, как правило, невозможно определение минерала по словесному описанию. Практическая минералогия – "чувственная" наука и в ней справедливо правило: лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать, и лучше один раз в руках подержать, чем сто раз увидеть. Рассматривая минерал в витрине музея можно получить информацию только о его цвете и форме выделения. Держа образец в руках дополнительно можно достаточно надежно определить его блеск, плотность, сопутствующие минералы. Внимательный осмотр образцов опытным специалистом дает большую информацию, которая не только позволяет определить минерал, но, в некоторых случаях, указать месторождение. В свое время курс практической минералогии был разработан основателем кафедры – К.К.Матвеевым сразу после революции. Для проведения лабораторных занятий необходим определитель минералов. Первоначально для этой цели использовалось руководство А.Вейсбаха и К.Фукса. В дальнейшем был издан определитель Ф.И.Рукавишника в 1938 году. Позднее этот определитель обновлялся и расширялся в 1956 году В.Н.Свяжиным, а в 1970 году Г.Н.Вертушковым и В.Н.Авдониным.

Минералогия, как и другие науки, не стоит на месте - растет поток информации о минералах. Это привело к физическому и моральному старению определителя 1970 года. Все это послужило причиной к переработке, расширению и некоторому изменению таблиц и принципа расположения минералов в структуре определителя. При написании определителя основной упор делался на те свойства минералов, определение которых может производить любой студент, знакомый с основами геометрической кристаллографии и конституцией минералов. Первое издание таблиц было осуществлено автором в 1995 году, в настоящее время пришла пора несколько изменить

и дополнить существующие таблицы описанием внешних признаков минералов.

Вместе с этим таблицы выполнены в таком виде, что могут быть использованы для диагностики минералов в полевых условиях и в курсах по практической минералогии, в геммологии и других науках.

## ВВЕДЕНИЕ

Таблицы для определения минералов по внешним признакам составлены в соответствии с программой курса "Кристаллография и минералогия" для специальности 21,05.02 – "Прикладная геология". Минеральные виды, представленные в таблицах, приведены в соответствии со сводкой по систематике (Флейшер М. 1990), лишь некоторые изоморфные ряды описаны как единый минерал при отсутствии данных по крайним членам ряда.

При пользовании определителем необходимо различать понятия: минерал и минеральный вид, которые нередко в некоторой литературе отождествляют. Минерал, как объект исследования науки минералогии, известен с глубокой древности. Первоначально к минералам наряду с кристаллами причислялись "земли", горные породы, торф, каменный уголь. В настоящий период под минералом понимается продукт природной физико-химической реакции, имеющий индивидуализированный химический состав, изменяющийся в определенных границах и обладающий или обладавший кристаллической структурой, которая разрушена под влиянием радиоактивного облучения. По мере детального изучения отдельных минералов было установлено, что они, в свою очередь, состоят из двух или нескольких веществ, имеющих строго индивидуализированный состав, но обладающих однотипной структурой. Эти исследования позволили выделить новое понятие – минеральный вид являющийся фундаментальной единицей современных минералогических классификаций. Таким образом, минеральный вид является частью, более общего, понятия минерал. Например: минерал гранат состоит из отдельных видов: гроссуляр, андрадит, уваровит, пироп, спессартин, альмандин; минерал оливин содержит в своем составе виды: форстерита и фаялита и т.д. В настоящее время для сложных многокомпонентных твердых растворов, которыми являются некоторые минералы, понятие минерал отождествляется с названием группы в классификации.

## ВНЕШНИЕ ПРИЗНАКИ МИНЕРАЛОВ

Каждый минеральный вид имеет определенный химический состав и структуру, которые находятся в тесной взаимосвязи и определяют его конституцию. Конституция определяет свойства, присущие минералу, и его морфологию. Свойства, определяемые визуально или с использованием простых испытаний, называются внешними признаками. Искусство диагностики минералов определяется овладением этими признаками. В отдельных случаях внешние признаки настолько специфичны, что позволяют однозначно определить минерал. В других случаях они позволяют выделить группу минералов, в которой определение конкретного вида требует тщательного анализа.

К внешним признакам относятся морфология кристаллов, строение агрегатов, блеск, цвет, черта, твердость, спайность, отдельность, упругость, пластичность, хрупкость, плотность, магнитные свойства

### Морфология кристаллов

Форма кристалла определяется его структурой и влиянием окружающей среды. Появление тех или иных простых форм на кристалле определяется законом Бравэ, согласно которому при образовании кристаллов развитие и частота появления основных форм зависят от густоты расположения атомов, ионов на их гранях. В соответствии с принципом Кюри, внешняя симметрия кристалла будет сохранять только те элементы симметрии, которые совпадают с подобными элементами симметрии среды. Степень развития кристалла в разных направлениях определяет его облик. Выделяются следующие типы облика (рис. 1):

1) изометричный (а) – кристалл примерно одинаково развит по трем взаимно перпендикулярным направлениям; 2) увеличение в одном направлении последовательно приводит к короткопризматическому (б), длиннопризматическому (в), игольчатому, волокнистому облику; 3) сжатие в одном направлении определяет таблитчатый (г), пластинчатый (д), чешуйчатый, листоватый облик.

Неравномерное развитие кристалла в разных направлениях определяет бочонковидный, клиновидный, скипетровидный, сноповидный и другие облики.

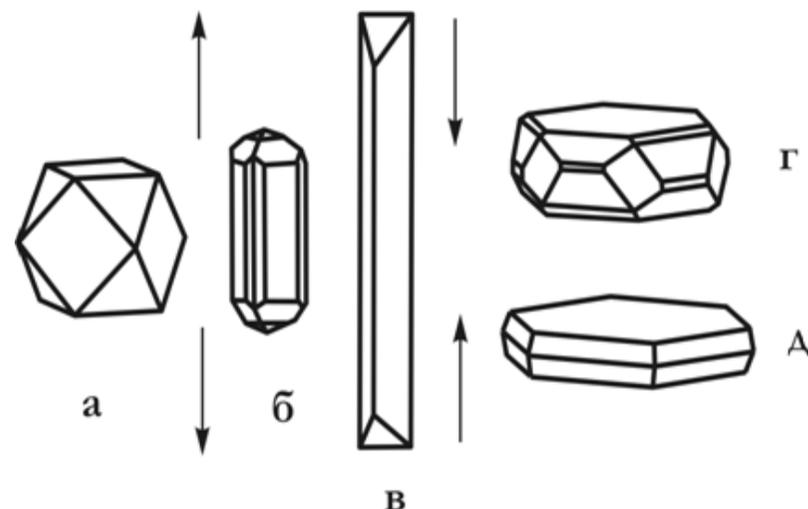


Рис. 1. Типы облика кристаллов.

а-изометричный, б-короткопризматический, в-длиннопризматический, г-таблитчатый, д-пластинчатый

Габитус кристалла определяется преобладающими гранями простых форм, представленных в огранении. Например, у пирита облик изометричный, а габитус кубический, пента-гондодекаэдрический или октаэдрический.

Грани кристаллов нередко покрыты мелкими бороздами или штрихами. Для ряда минералов присутствие штриховки является важным диагностическим признаком. В одних случаях она наблюдается в виде параллельных штрихов, в других штрихи пересекаются под определенными углами. Так, на гранях призмы кристаллов кварца наблюдается поперечная штриховка, а на гранях призмы топаза и берилла – вертикальная.

По своему происхождению штриховка может быть комбинационной, обусловленная узкими вичинальными гранями двух простых форм (берилл, турмалин и др.), двойниковой, являющейся результатом полисинтетического двойникования минералов (сфалерит, корунд, плагиоклазы и др.) индукционной, появляющейся в месте соприкосновения двух одновременно растущих индивидов.

Кристаллы редко бывают одиночными, обычно они образуют сростки. Различают закономерные и случайные сростки, среди первых

выделяются параллельные, двойниковые и эпитаксические сростки. Параллельными сростками называются такие сростания кристаллов минералов, в которых все грани первого кристалла параллельны соответствующим граням второго.

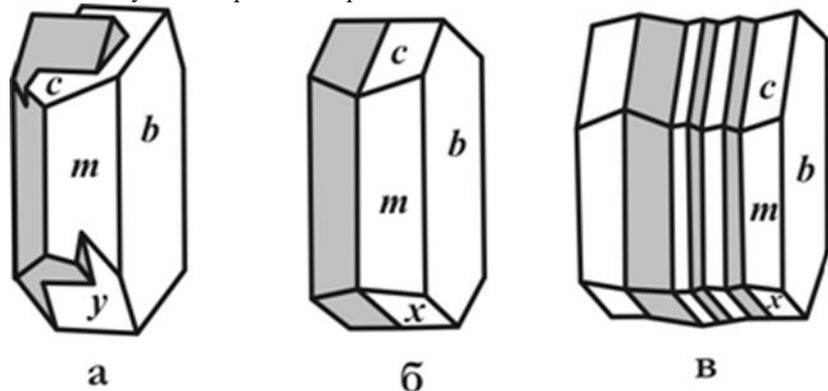


Рис.2. Виды двойниковых сростаний.  
а-двойник прорастания, б-двойник сростания,  
в-полисинтетический двойник

Двойниками называются закономерные сростания двух кристаллов одного и того же минерала, в которых один индивид может быть выведен из другого отражением в плоскости или поворотом на 180° вокруг оси. В зависимости от количества сростшихся в двойниковом положении индивидов различают тройники, четверники, пятерническийки и т. д. В зависимости от расположения элементов простые двойники подразделяются на *двойники прорастания* (рис.2а) и *двойники сростания* (рис. 2б). Наряду с простыми двойниками широко распространены *полисинтетические двойники*. В них каждые два соседних индивида находятся в двойниковом положении (рис.2в).

Эпитаксическими сростками называются сростания двух различных минералов, в которых хотя бы некоторые кристаллографические элементы оказываются параллельными. Это объясняется сходством кристаллических структур и параметров решеток у минералов в эпитаксическом сростке

### Строение агрегатов

Незакономерное сростание множества индивидов одного или разных минералов называется агрегатом. Форма минеральных агрегатов

в значительной степени зависит от формы отдельных кристаллов и механизма их образования. В случае изометричных зерен агрегаты по величине их подразделяются на тонкозернистые (зерна на глаз неразличимы), мелкозернистые (зерна менее 1мм, но различимы на глаз), среднезернистые (1-5 мм), крупнозернистые (5-20 мм), гигантозернистые (зерна крупнее 20 мм).

В том случае, если индивиды имеют вытянутую в разной степени форму, то они образуют *шестоватые*, *игольчатые*, *волокнистые* агрегаты. Если кристаллы обладают *уплощенной* формой, то агрегаты приобретают *пластинчатое*, *чешуйчатое*, *листоватое* строение.

По механизму образования выделяют следующие агрегаты. В открытых полостях из низкотемпературных растворов на стенках осаждаются натечные агрегаты, которые могут иметь *сталактитовое*, *гроздевидное*, *сосцевидное* или *почковидное* строение. Из коллоидных суспензий (гелей) образуются *колломорфные* агрегаты.

В том случае, если открытая полость не полностью заполняется раствором, то на стенках полости происходит образование друз или щеток кристаллов. Друзы сложены удлиненными кристаллами и имеют зону геометрического отбора. Последняя предполагает преимущественный рост тех индивидов, удлинение которых совпадает с нормалью к стенке полости. Щетки обычно представлены изометричными индивидами, в которых геометрический отбор прошел, и все кристаллы имеют одинаковую ориентировку.

Мелкие стяжения сферической или эллипсоидальной формы носят название оолитов и сферолитов. *Оолиты* обычно сцементированы друг с другом в горную породу. Они имеют концентрически-скорлуповатое строение, отдельные слои их отлагаются вокруг центра (например, песчинки или пузырька воздуха). *Сферолиты* обладают радиально-волокнистым строением и образуются в открытой полости. *Конкреции* - стяжения округлой формы, радиально-лучистого или скорлуповатого строения, рост которых происходил от центра к периферии.

При быстрой кристаллизации минерала в трещине или хорошо проницаемой породе образуются плоские или объемные ветвистые агрегаты (*дендриты*). Наряду с основными типами минеральных агрегатов, имеются разносности, наименования которых отражают внешние особенности этих агрегатов, например *звездчатые*, *сетчатые*, *ячеистые*, *шлаковидные*, *землистые*

### **Блеск**

*Блеск* – это визуальная характеристика отраженного от поверхности минерала света, учитывающая и долю отраженного света, и особенности отражения. Блеск минералов по мере его усиления подразделяется на *стеклянный, алмазный, полуметаллический и металлический*. У прозрачных и хорошо просвечивающих минералов, с повышением показателя преломления, слабый стеклянный блеск постепенно сменяется более сильный алмазным. Для минералов с высоким коэффициентом поглощения и большой отражательной способностью, т.е. непрозрачных даже в тонком порошке, характерен металлический блеск. У части минералов блеск промежуточный между алмазным и металлическим; такие минералы или просвечивают хотя бы в тонком порошке, или заметно поглощают и рассеивают свет. Промежуточный по степени блеск называют *полуметаллическим*.

Переход от одной градации степени блеска к другой постепенный и достаточно условный. При мелкошероховатой поверхности у сильно поглощающих или непрозрачных минералов характер блеска тусклый (магнетит); у просвечивающих и прозрачных - *матовый* (каолин, любые землистые агрегаты). Характер поверхности нередко зависит от особенностей излома - при отсутствии спайности излом может быть мелкобугорчатым, а блеск - *жирным* (кварц, нефелин).

На вид блеска большое значение оказывают характер поверхности и строение агрегата. *Шелковистый* блеск отмечается у параллельно-волокнистых агрегатов за счет своеобразного отражения и рассеяния света волокнами. Такой блеск особенно заметен при падении света вдоль волокон (селенит, хризотил-асбест). Прозрачные минералы с совершенной спайностью отражают свет не только от внешней плоскости, но и от возникающих в глубине образца трещинок. Подобное мерцающее отражение сопровождается интерференцией света, создающей нежную радужную окраску. Этот вид блеска называют *перламутровым* (гейландит, гипс, кальцит).

### **Цвет, черта**

Цвет – это свойство вещества вызывать у человека определенное зрительное ощущение в соответствии со спектральным составом

отражаемого или пропускаемого излучения. Исходя из физической сущности, удобно разделить окраску минералов на собственную и чуждую. *Собственная окраска* обусловлена особенностями конституции минерала – его химическим составом и структурой. Наиболее распространенный вид собственной окраски минералов вызывается характером светопоглощения. При этом возникают разные варианты.

1. Если свет не взаимодействует с минералом, то минерал остается бесцветным и прозрачным, как, например, горный хрусталь. При полном поглощении видимого спектра света минерал становится черным и непрозрачным. При поглощении происходит возбуждение электронов в верхнем слое, которые мгновенно возвращаются обратно, испуская световые лучи, что проявляется в металлическом блеске. Цветовые оттенки у сильно поглощающих минералов возникают в случае энергетической неравнозначности переходов электронов, и потому часть лучей света поглощается минералом.

2. Наиболее характерно проявляется неравномерность поглощения света как причина окраски у прозрачных минералов-диэлектриков, в составе которых находятся химические элементы-хромофоры. Хромофорами являются ионы переходных металлов периодической системы Д.И. Менделеева. Наиболее важные из них V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu. В зависимости от конституции кристаллом поглощаются разные лучи. Минерал окрашивается в цвет, дополнительный к поглощенному. Окраска, вызываемая хромофорами следующая:  $V^{3+}$  – зеленый (тсаворит), голубой (танзанит);  $Cr^{3+}$  – зеленый (уваровит, изумруд), красный (рубин);  $Mn^{2+}$  – розовый (родохрозит, родонит);  $Fe^{2+}$  – зеленый (актинолит, хризолит), красный (альмандин);  $Fe^{3+}$  – желтый (хризоберилл);  $Co^{2+}$  – голубой (шпинель), розовый (эритрин);  $Ni^{2+}$  -зеленый (непуит);  $Cu^{2+}$  – зеленый (малахит), синий (азурит), голубой (бирюза).

3. В прозрачных минералах окраска может быть вызвана явлением переноса заряда. Так возникает окраска синего корунда (сапфира) с изоморфной примесью железа и титана. Появление окраски объясняется образованием пары  $Fe^{2+} + Ti^{4+}$ , которая за счет переноса заряда (электрона) внутри пары и поглощения лучей с соответствующей длиной волны образует пару  $Fe^{3+} + Ti^{3+}$  и минерал приобретает синий цвет.

4. Неравномерное светопоглощение некоторых минералов может

быть вызвано наличием в их кристаллической решетке электронно-дырочных центров окраски. В черном кварце (морионе) в позициях кремния располагаются ионы  $Al^{3+}$ . Для компенсации валентностей в кристаллическую решетку внедряются катионы щелочных металлов или  $H^+$ . Под действием радиоактивного или рентгеновского излучения происходит смещение электрона от кислорода к  $Al^{3+}$  с поглощением части света; ионы  $O^-$  становятся центрами окраски. Аналогичным образом возникает окраска у флюорита.

*Чуждая* окраска определяется вростками пигментирующих окрашенных минералов, цветными пленками разной природы и другими причинами, не связанными с особенностями конституции минерала.

Кроме этого окраска зависит от спектра светового пучка и от направления. Наиболее ярко эта особенность проявляется в минералах с незначительной примесью хрома. Например, александрит при дневном освещении зеленый, а при искусственном - красный. Зависимость от направления – это анизотропия окраски. В ромбическом кордиерите с примесью Fe цвет разный по всем трем кристаллографическим осям. Он темно-синий вдоль оси z, светло-синий вдоль оси x, желтовато-серый вдоль оси y. Это явление называется плеохроизмом и наблюдается у всех окрашенных минералов под микроскопом.

Окраска минерала определяется степенью его дисперсности: гематит в кристаллах железо-черный, а в порошке - вишнево-красный. Порошок остается после прочерчивания минералом по фарфоровой пластинке. Цвет черты, наряду с цветом минерала в массе, является важным диагностическим признаком.

Черта минерала помогает при отсутствии навыков правильно определить блеск. У минералов с металлическим блеском черта обычно черная и темнее, чем цвет минерала в массе. У минералов с полуметаллическим блеском черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливо видна на фарфоровой пластинке. Преобладают коричневые оттенки. Минералы с алмазным блеском имеют черту красной, оранжевой или желтой окраски разной яркости и тона. У бесцветных минералов с алмазным блеском черта белая, но они при этом как бы святятся внутри. У минералов со стекляннным блеском черта белая или светло-серая с неясным оттенком.

Тот участок минерала, которым мы проводили черту, у них белеет.

### ***Твердость***

Твердость - способность минерала противодействовать внешнему воздействию, будь то царапание, вдавливание или шлифование. Метод динамического определения заключается в диагностике твердости относительно эталонов шкалы Мооса, которая состоит из десяти минералов-эталонов:

- 1) тальк  $Mg_3[Si_4O_{10}](OH)_2$ ;
- 2) гипс  $Ca[SO_4] \times 2H_2O$ ;
- 3) кальцит  $Ca[CO_3]$ ;
- 4) флюорит  $CaF_2$ ;
- 5) апатит  $Ca_5[PO_4]_3F$ ;
- 6) ортоклаз  $K[AlSi_3O_8]$ ;
- 7) кварц  $SiO_2$ ;
- 8) топаз  $Al_2[SiO_4](F,OH)_2$ ;
- 9) корунд  $Al_2O_3$ ;
- 10) алмаз C.

Определение твердости осуществляется царапанием острым углом минерала эталона. Появление мельчайшей царапины указывает на более высокую твердость определяемого минерала. Вместо минералов-эталонов нередко используют заменители – ноготь (2), оконное стекло (5), напильник (6,5-7). Минералы с твердостью 1 легко пишут по бумаге. Оконное стекло очень удобно, так как имеет ровную поверхность и любая царапина на нем заметна.

При определении твердости следует помнить, что более мягкие минералы будут на более твердых оставлять черту, которую легко стереть в отличие от царапины. Во многих случаях такую черту принимают за царапину. Во избежание ошибки необходимо провести пальцем-царапина останется на месте, а черта сотрется.

На результаты определения относительной твердости влияет анизотропия, которая достаточно сильно проявляется в низко симметричных минералах и в самих эталонах. Например, у кианита она варьирует от 4,5 вдоль удлинения таблитчатых кристаллов до 6,5-7 в поперечном направлении.

### ***Спайность и отдельность***

Спайность - способность минералов раскалываться по определенным кристаллографическим направлениям с образованием ровных блестящих поверхностей, параллельных друг другу и заметных по одновременному отблеску при отражении падающего света.

По степени совершенства выделяют следующие виды спайности:

- весьма совершенная – индивид при небольшом усилии легко расщепляется на плоскости большой площади (слюды, молибденит);
- совершенная – требует большее усилие для менее ровной поверхности (сфалерит, кальцит);
- несовершенная – ровные поверхности проявляются редко, имеют минимальную площадь и обнаруживаются с трудом (кварц, оливин).

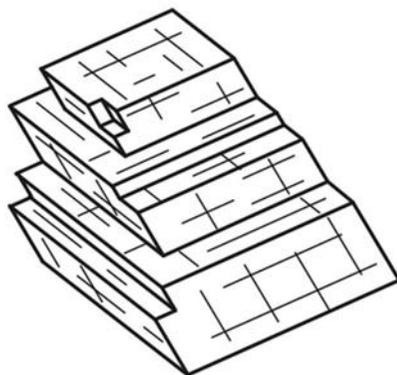


Рис. 3. Совершенная спайность в кальците

Причина возникновения спайности заключается в присутствии ослабленных направлений в структуре, которые проявляются после механического воздействия. Кристаллографическая направленность плоскостей спайности предполагает, что спайность ориентирована по какой-то простой форме. При определении спайности, кроме степени совершенства важно определять количество направлений и угол между плоскостями спайности, так как в ряде случаев является важным диагностическим признаком. Например, у амфиболов и пироксенов спайность в двух направлениях и близкая окраска, но у первых угол между плоскостями спайности  $120^\circ$ , а у вторых –  $90^\circ$

При определении спайности важно не путать плоскости спайности с гранями кристалла. Плоскости спайности более гладкие и совершенные, чем естественные грани, которые могут иметь штриховку, следы растворения и т.д.

В некоторых минералах при раскалывании образуются ровные, кристаллографические, иногда блестящие поверхности, напоминающие спайные. Возникновение подобных плоскостей носит название *отдельности* и связано с наличием закономерных включений вдоль зон роста кристалла, в результате возникновения структур распада или полисинтетического двойникования. Отличительным признаком отдельности является конечный размер пластинок, если они вызваны двойникованием, и матовое отражение плоскостей, при наличии включений.

### **Упругость, пластичность, хрупкость**

Упругость минералов проявляется в их способности восстанавливать форму и начальный объем после снятия напряжения. Это свойство, например, позволяет различить минералы группы слюд, чешуйки которых возвращаются в первоначальное положение после изгиба, от минералов группы хлоритов внешне достаточно схожих, но не обладающих упругими свойствами.

Пластичность – это свойство минерала необратимо деформироваться под действием механической нагрузки, превышающей предел упругости. Пластические деформации приводят к механическому двойникованию, смятию или изгибу зерен с сохранением их целостности. Это характерно для антимонита, кальцита, гипса, молибденита, кианита, слюд. Некоторые минералы при этом способны к течению с изменением первоначальной формы и претерпевают грануляцию или перекристаллизацию (галенит, галит, арсенопирит). С пластичностью в прямой зависимости находится такое свойство, как ковкость минералов. У металлов это свойство проявляется в расплющивании их в тонкие пластинки. У некоторых сульфидов (халькозин, акантит, галенит), обладающих слабой ковкостью, царапина блестящая, а не пылит, в отличие от хрупких минералов, что является диагностическим признаком.

Хрупкость – это способность минералов разрушаться при небольших деформациях после превышения предела прочности. Хрупкость минералов определяет их способность к измельчению, важную характеристику при обработке руд и их обогащении.

### **Плотность**

Плотность – это мера массы в единице объема. Плотность минералов варьирует от  $0,8$  у некоторых органических минералов до  $22,7$  г/см<sup>3</sup> у осмистого иридия. Она зависит от кристаллической структуры и химического состава минерала. Высокая плотность характерна для минералов с компактной структурой, низкая – для минералов со слоистой и каркасной структурой (например, алмаз -  $3,5$  г/см<sup>3</sup>, графит -  $2,2$  г/см<sup>3</sup>). Плотность возрастает с увеличением массы атома или иона и уменьшается с увеличением их размеров. Например, плотность плагиоклазов изменяется от  $2,61$  г/см<sup>3</sup> (альбит) до  $2,76$  г/см<sup>3</sup> (анортит).

Основная масса минералов имеет плотность, которая находится в интервале от 2,5 до 5,2 г/см<sup>3</sup>, и лишь немногие имеют более высокие или низкие значения. По степени распространенности и плотности минералы условно можно разделить на легкие (плотность менее 2,5 г/см<sup>3</sup>), средние (2,5-4 г/см<sup>3</sup>) и тяжелые (более 4 г/см<sup>3</sup>). Плотность мономинерального образца приближенно можно оценить, сравнивая с образцами с известной плотностью и близкого объема.

### ***Магнитные свойства***

По магнитным свойствам минералы подразделяются на магнитные, слабомагнитные и немагнитные. Магнитные минералы притягиваются постоянным магнитом. К ним относятся магнетит, моноклинный пирротин и некоторые разновидности ильменита. Некоторые разновидности магнетита ведут себя как постоянный магнит, т.е. притягивают к себе железные предметы и магнитные минералы. К слабомагнитным относятся те минералы, которые приобретают магнитные свойства под действием электрического поля. Так ведут себя, например, все минералы, содержащие железо: геденбергит, алмадин, железистый сфалерит (марматит) и т. д.

## **ПОРЯДОК ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ**

В определителе все минералы по блеску разделены на четыре группы: с металлическим, полуметаллическим, алмазным и стекляннным блеском. Минералы с металлическим блеском цветные, непрозрачные, черта темнее, чем цвет минерала в массе. Минералы с полуметаллическим блеском цветные, непрозрачные, черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливая.

Минералы третьей и четвертой групп прозрачны в той или иной степени. Минералы с алмазным блеском могут быть бесцветны или окрашены. Первые встречаются довольно редко и узнаются по сильному блеску, видимому невооруженным глазом. В том случае, если они обладают окраской, черта у них варьирует от бледно-желтой до красной.

Минералы со стекляннным блеском имеют в большинстве белую черту, реже она светлую окраску. Минерал в том месте, с которого получена черта, белеет.

Таким образом, при определении минерала в первую очередь.

необходимо определить: блеск, черту, цвет. Это позволяет достаточно надежно отнести минерал к тому или иному разделу.

Подразделение минералов с металлическим блеском внутри раздела производится по цвету. В подразделе цветности минералы располагаются по твердости.

Минералы с полуметаллическим и алмазным блеском разделены по цвету черты и цвету в "массе" или в образце. Расположение минералов в подразделах производится по твердости.

В минералах со стекляннным блеском первоначальное подразделение осуществляется по цвету черты. Это позволяет выделить подраздел цветных минералов, имеющих яркую окраску, близкую или аналогичную цвету минерала в "массе" (зеленую, синюю и др.). В отдельный подраздел объединены минералы темной окраски (темно-зеленая, грязно-зеленая, черная), имеющие серую черту различных оттенков. Черта слабо контрастна. В последнем, наиболее многочисленном, подразделе находятся минералы с белой чертой. Внутри минералы расположены по твердости.

Такое построение определителя дает возможность, при правильном определении блеска, цвета минерала, его твердости и черты, найти несколько сходных минералов или единственный с данными свойствами. При наличии нескольких минералов, необходимо получение дополнительных данных по морфологии, химизму и генезису определяемого минерала.

При определении необходимо помнить, что все свойства минерала находятся во взаимозависимости и отражают конституцию данного минерального вида. Это не позволяет определить минерал по одному, наугад взятому свойству

## **КЛЮЧ К ТАБЛИЦАМ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ.**

1. Минералы с металлическим блеском. Цветные непрозрачные.

Черта серая. Темно-серая или черная.

1.1. Цвет белый, серый до черного. Стр. 20

1.2. Цвет желтый, красный. Стр. 36

2. Минералы с полуметаллическим блеском. Цветные, непрозрачные.

Черта аналогична цвету минерала в массе или светлее, но всегда отчетливая.

2.1. Черта бурая, буровато-черная, черная.

Цвет черный, серо-черный. Стр. 44

2. 2. Черта красновато-бурая, желтовато-бурая, зеленовато-серая.

Цвет темно-красный, темно-бурый, черный. Стр.50

3. Минералы с алмазным блеском. Бесцветные или цветные, идеально прозрачные или прозрачные в той или иной степени.

3.1. Черта оранжевая, красная.

Цвет минерала оранжевый, красный до черного. Стр. 56

3.2. Черта желтая, светло-желтая, белая.

Цвет минералов желтый, коричневый до черного, иногда бесцветный. Стр. 60

4. Минералы со стеклянным блеском. Прозрачные в той или иной степени.

Черта чаще белая, реже светлоокрашенная, минерал белеет в том месте, с которого получена черта.

4.1. Черта имеет отчетливую окраску: зеленую, голубую, синюю, желтовато-бурюю. Цвет минерала аналогичен цвету черты или несколько темнее. Стр. 74

4. 2. Черта имеет зеленоватый или сероватый оттенок, выраженный неясно. Преобладающая окраска минералов зеленая, темно-зеленая, черная. Стр.82

4.3. Черта белая  
Твердость 1 – 3 Стр. 94

4.3. Черта белая  
Твердость 3 – 5 Стр. 114

4.3. Черта белая.  
Твердость 5 - 7 Стр. 130

4.3. Черта белая.  
Твердость 7- 9 Стр. 154

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

X – минералы известные на Урале;

\* – минерал широко распространен и образует крупные выделения;

# – минерал открыт на Урале.

Минералы непомеченные символами на Урале не известны. Известные на Урале минералы отмечены по работе [7].

## ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

в п.п.тр. — в пламени паяльной трубки;

в. сов. — весьма совершенная;

выд. — выделение;

конц. — концентрированной

м-ния — месторождения;

направл. — направление;

несов. — несовершенная;

раствор. — растворяется

сов. — совершенная;

УФ — ультрафиолетовый свет;

и т.д. — и так далее.

## ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

Булах А.Г. Минералогия с основами кристаллографии – М.: Недра, 1989. – 351 с.

Вертушков Г.Н., Авдонин В.Н. Физические и химические свойства минералов и определитель минералов по внешним признакам – Св.:СГИ, 1970. – 172 с.

Годовиков А.А. Минералогия. – М.: Недра, 1975. – 520 с.

Лазаренко Е.К. Курс минералогии. – М.: Высшая школа, 1971. – 608 с.

Минералы. Справочник. /Под ред. Ф.В.Чухрова, Э.Н. Бонштедт-Куплетской. Т.I – IV— Наука, 1960-2004

Флейшер М. Словарь минеральных видов. Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 206 с.

Юшкин Н.П., Иванов О.К., Попов В.А. Введение в топоминералогии Урала. М.: Наука, 1986, - 294 с.

**I. Минералы с металлическим  
Черта серая, темно**

**блеском. Цветные непрозрачные  
-серая или черная**

Таблица 1

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твер- дость	Плот- ность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минера- лы	Сопутствую- щие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>1.1. Цвет белый, се- рый до черного.</b>									
* Молибденит (молибдено- вый блеск) $MoS_2$	Гексагональная, боченковидные кристаллы, чешуйчатые, листоватые агрегаты	В. сов. по {0001} в одном направл	Свинцово- серый с голубоватым оттенком. Серовато- черная при растирании зеленеет	1	4,7- 4,8	Трудно раствор. в $HNO_3$ до $MoO_3$ . Мажет руки, жирный на ощупь	Графит, тетради- мит	Шеелит, вольфра- мит, касситерит, висмутин и др	Высоко- и среднетемпера- турные гидротермальные жилы, скарны, меднопорфи- ровые м-ния
* Графит С	Гексагональная, пластинчатые кристаллы, чешуйчатые, пластинчатые агрегаты	В.сов. по {0001} в одном направл.	Свинцово- серый до оловянно- белого. Стально- черная	1	2,1- 2,2	При нагрева- нии с дымящей $HNO_3$ чешуйки вспучиваются. Мажет руки, жирный на ощупь	Молиб- денит, валле- риит	Полевой шпат, кварц, биотит, рутил и др	Магматический, пневматолито- гидротермальные жилы, скарны, метаморфические породы
X Тетрадимит $Bi_2Te_2S$	Тригональная, таблитчатый, чешуйчатый, листоватый	В. сов. по (0001) в одном направл	Свинцово- серый до оловянно- белого. Стально- черная	1,5-2	7,2- 7,3	Конц. горяч. $H_2SO_4$ Окрашивает в малиновый цвет. Листочки гибкие, но не упругие, пишет на бумаге	Молиб- денит, теллуру- висмутит	Теллуриды, золото, пирит, халькопи- рит, галенит	Кварцевые жилы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Теллурвисмутит $\text{Bi}_2\text{Te}_3$	Тригональная, пластинчатый, листоватый	Сов. по {0001} в одном направл.	Свинцово-серый . Стальночерная	1,5-2	7,8-7,9	В откр. трубке дает белый дым $\text{TeO}_2$ . Листочки гибкие, но не упругие	Тетрадимит	Теллуриды, золото, сульфиды	Золотоносные кварцевые жилы
* Ковеллин $\text{Cu}_2\text{S}$	Гексагональная, порошковатые, сажистые массы	В. сов. по {0001} в одном направл	Индигово-синий. Серая до черной	1,5-2	4,6-4,8	Раствор. в горячей $\text{HNO}_3$ с выд. S: раствор приобретает. зеленый цвет. Специфическая окраска		Халькозин, борнит, халькопирит	Зона окисления медноколчеданных м-ний
* Антимонит (сурьмяный блеск, стибнит) $\text{Sb}_2\text{S}_3$	Ромбическая, призматические кристаллы, спутанно-волоконистые и зернистые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл	Свинцово-серый, слегка голубоватый. Черная, при растирании краснеет	2	4,5-4,7	Раствор. в $\text{HCl}$ с выд. $\text{H}_2\text{S}$ . На плоскостях спайности часто двойниковая штриховка	Висмутин, джемсонит, буланжерит	Обычно один, реже с киноварью, флюоритом, баритом	Низкотемпературные гидротермальные м-ния
* Висмутин (висмутовый блеск) $\text{Bi}_2\text{S}_3$	Ромбическая, призматические и игольчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл	Оловянно-белый до свинцово-серого. Свинцово-серая	2-2,5	6,8	Легко раствор. в $\text{HNO}_3$ и горячей $\text{HCl}$ . На плоскостях спайности часто двойниковая штриховка, перпендикулярная удлинению	Антимонит, висмутовые сульфосоли	Самородный висмут, молибденит, касситерит, вольфрамит	Высоко- и среднетемпературные гидротермальные жилы, пегматиты, скарны

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Висмут Bi	Тригональная, шестоватый, зернистый	Сов. по {0001} в одном направл., хорошая по {2021} в трех направл.	Серебристо-белый с желтоватым оттенком, красная побежалость. Оловянно-белая	2-2,5	9,8	Легко раствор в HNO <sub>3</sub> , после разбавления выпадает белый осадок. По характерной красной побежалости	Тетрадимит	Касситерит, вольфрамит, молибденит, висмутин и др	Пегматиты, скарны, кварцевые жилы
*Акантит Ag <sub>2</sub> S	Моноклинная, редко кристаллы, сплошные массы или параморфозы по аргентиту	Отсутствует. Раковистый, неровный	Железо-черный. Черная, блестящая	2-2,5	7,2-7,3	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Характерна низкая твердость, сильная ковкость, зерна раздавливаются с трудом	Халькозин, серебро	Серебро, прустит, пираргирит, галенит, кальцит, барит	Кварцевые, кварц-кальцитовые и серебро-арсенидные жилы; зона вторичного сульфидного обогащения
* Серебро Ag	Кубическая, волосовидные, моховидные и проволочные формы, дендриты	Отсутствует. Крючковатый	Серебряно-белый, с поверхности серый или черный налет. Белая блестящая	2,5-3	10,1-11,1	Раствор. в HNO <sub>3</sub> , при добавлении HCl выпадает белый осадок. Характерен цвет, крючковатый излом, высокая ковкость	Изоферроплатина	Акантит, прустит, пираргирит, галенит, кальцит, барит	Низкотемпературные гидротермальные жилы с арсенидами, зона вторичного сульфидного обогащения
* Халькозин (медный блеск) Cu <sub>2</sub> S	Ромбическая, Призматические и пластинчатые кристаллы, сплошные плотные массы	Несов. по {110}. Раковистый	Несов. по {110}. Раковистый	2,5-3	5,5-5,8	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Ковок. Царапина от иглы блестящая	Акантит, джарлеит, дигенит, анилит, блеклые руды	Борнит, ковеллин, халькопирит, самородная медь	Низкотемпературные гидротермальные образования, зона вторичного сульфидного обогащения

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Галенит (свинцовый блеск) PbS	Кубическая, зернистые агрегаты, реже плотные и натечные, обычны кристаллы	Сов. по {100}, в трех направл., иногда отдельность по {111}	Свинцово-серый, у тонко-зернистых агрегатов более светлый. Серовато-черная	2,0-3,0	7,4-7,6	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с выд. S, при добавлении HCl выпадает белый осадок. Слабо ковок. Типичен цвет, спайность в трех направл. и высокая плотность	Антимонит	Сфалерит, халькопирит, кварц, кальцит, барит	Средне- и низкотемпературный гидротермальные жилы, скарны
* Джемсонит Pb <sub>4</sub> FeSb <sub>6</sub> S <sub>14</sub>	Моноклинная, игольчатые и волосовидные кристаллы, перистые и шестоватые агрегаты	Ясная по {001} в одном направл., несов. по {110} и {010}. Неровный	Свинцово-серый, иногда пестрая побелость. Темно-серая, серовато-черная	2,0-3,0	5,5-6,0	Раствор. в горячей HCl, при охлаждении выпадает PbCl <sub>2</sub> . Характерна поперечная спайность	Буланжерит, менегинит	Пирит, сфалерит, галенит, тетраэдрит, буланжерит	Второстепенный минерал средне-температурных гидротермальных жил
*Буланжерит Pb <sub>5</sub> Sb <sub>4</sub> S <sub>11</sub>	Моноклинная, игольчатые, призматические кристаллы, волокнистые агрегаты	Сов. по {100} в одном направл	Свинцово-серый до железо-черного. Серовато-черная с коричневым оттенком	2,5-3,0	6,0-6,2	Раствор. в горячей HCl с выд. H <sub>2</sub> S. От джемсонита отличается отсутствием поперечной спайности	Джемсонит, менегинит	Галенит, сфалерит, арсенопирит, пирит, джемсонит	Средне- и низкотемпературные гидротермальные жилы и метасоматические залежи

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Мышьяк As	Тригональная, ромбоздрический, зернистый, концентрически скорлуповатый	Сов. по {0001}. Неровный	Оловянно-белый, на свежем изломе быстро тускнеет до серовато-черного. Серая	3,5	5,6-5,8	Раствор. в HNO <sub>3</sub> . При нагревании сублимирует, издавая чесночный запах	Сурьма, висмут	Прустит, пираргирит, аргентит, блеклые руды, кальцит, реальгар	В кварцевых и кварц-карбонатных жилах
*Сурьма Sb	Тригональная, зернистый, натечный, почковидный	Сов. по {0001}, ясная по {2021}. Неровный	Оловянно-белый с желтой побежалостью. Буровато-серая	3-3,5	6,6-6,8	Раствор. в HNO <sub>3</sub> При нагревании сублимирует, образуя белый осадок	Висмут, мышьяк	Антимонит, бертьерит, арсенипирит, висмут, минералы серебра	В кварц-сульфидных жилах
* Теннантит (мышьяковая блеклая руда) (Cu,Fe) <sub>12</sub> As <sub>4</sub> S <sub>13</sub>	Кубическая, Тетраэдрические кристаллы, сплошные зернистые агрегаты	Отсутствует Раковистый, неровный	Стально-серый до железо-черного. Черная с вишнево-красным оттенком	3,0-4,0	4,4-4,7	Разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Блеклый тон окраски, хрупкость	Тетраэдрит, халькозин	Халькопирит, сфалерит, галенит, пирит, айкинит, бурнонит	Широко распространен, средне- и низкотемпературный гидротермальный минерал
* Тетраэдрит (сурьмяная блеклая руда) (Cu,Fe) <sub>12</sub> Sb <sub>4</sub> S <sub>13</sub>	Кубическая, Тетраэдрические кристаллы, сплошные зернистые агрегаты	Отсутствует Раковистый, неровный	Стально-серый до железо-черного. Черная	3-4,5	4,9-5,1	Разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Блеклый тон окраски, хрупкость	Халькозин, теннантит	Халькопирит, сфалерит, галенит, пирит, айкинит, бурнонит	Широко распространен, средне- и низкотемпературный гидротермальный минерал
Станин Cu <sub>2</sub> FeSnS <sub>4</sub>	Тетрагональная, зернистые массы	Несов. по {110} и {001}	Стально-серый до железо-черного. Черная	3,0-4,0	4,3-4,5	Разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд S и SnO <sub>2</sub> , раствор синий	Блеклые руды	Касситерит, халькопирит, сфалерит, пирит, арсенипирит, пирротин	В кварцевых и пегматитовых жилах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Железо Fe	Кубическая, изометричный, зернистый	Сов. по {100} в трех направл. Крючкова- тый	Стально-серый до железо- черного. Стально-серая	4,0	7,3- 7,7	Раствор. в HNO <sub>3</sub> и HCl с выд. водорода. Магнитно и ковко	Серебро, висмут	Графит, пирротин, шпинель	В основных изверженных породах
X Тетраферро- платина (ферро- платина) PtFe	Тетрагональ- ная, мелкие зерна	Нет. Неровный	Темно-серый до черного. Черная	4,0	12,0- 15,0	Разлагается в царской водке. Магнитна и относительно хрупка	Железо, хромшпи- нели	Изоферро- платина, туламенит, хромшпинели	Магматический в ультраосновных изверженных породах, россыпях
* Изоферро- платина (поликсен) Pt <sub>3</sub> Fe	Кубическая, кубические кристаллы, мелкие зерна и самородки	Отсутству- ет. Крючкова- тый	Серебряно- белый до стально-серого. Черная	4,0- 4,5	14,0- 18,65	Разлагается в царской водке. Слабо магнитна, ковка	Осмий, рутений	Тетраферро платина, иридосмин, хромшпинели	Магматический в ультраосновных изверженных породах, россыпях
* Саффлорит CoAs <sub>2</sub>	Ромбическая, изометричный, зернистый, шестоватый	Несов. по {110}	Оловянно-белый до свинцово- серого. Серовато-черная	4,5- 5,0	7,0- 7,3	Раствор. в HNO <sub>3</sub> , раствор розовый	Арсенопи- рит, леллин- гит, раммельс- бергит	Шмальтин, хлоантит, раммельс- бергит, лелленгит, серебро, аргентит	В железорудных скарнах и в карбонатных и кварц- карбонатных жилах
* Леллингит FeAs <sub>2</sub>	Ромбическая, призматичес- кий, зернистый	До ясной по {010} и {101} в трех направл.	Серебряно- белый до стально-серого. Серовато-черная	5,0- 6,0	7,0- 7,4	Раствор. в HNO <sub>3</sub> Распространен менее, чем арсенопирит	Арсенопи- рит, раммельсб ергит, саффло- рит	Никелин, раммельс- бергит, мышьяк, касситерит, танталит	В ультраоснов- ных извержен- ных породах, скарнах, кварц- карбонатных и пегматитовых жилах.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Раммельсбергит $NiAs_2$	Ромбическая, призматический, зернистый	До ясной по {110} в двух направл.	Оловянно-белый с красноватым оттенком. Серовато-черная	5,0-6,0	6,9-7,2	Раствор. в $HNO_3$ , раствор зеленый. Слабо ковок	Арсенопирит, саффлорит	Шмальтин, хлоантит, раммельсбергит, никелин, висмут, минералы серебра	В арсенидно-карбонатных и сульфидно-кварцевых жилах
* Кобальтин (кобальтовый блеск) $CoAsS$	Кубическая, зернистые агрегаты, иногда кристаллы	Сов. по {100} в трех направл. Неровный, раковистый	Серебряно-белый с красноватым оттенком. Серовато-черная	5,5	6,1-6,4	Разлагается в горячей $HNO_3$ с выд. S и $As_2O_3$ ; раствор розовый. Форма кристаллов и розовый оттенок	Арсенопирит, сперрилит	Пирротин, халькопирит, арсениопирит, сфалерит, висмутин	Высоко- и среднетемпературные гидротермальные жилы, скарны
* Герсдорфит $NiAsS$	Кубическая, {100}, {110}, {111}, {311}, зернистый	Сов. по {100} в трех направл. Неровный	Оловянно-белый до стально-белого. Серовато-черная	5,0-5,5	5,6-6,2	Разлагается в горячей $HNO_3$ , раствор зеленый. Редкий	Ульманит, арсениопирит	Арсениды Co и Ni, халькопирит, ульманит, пирит, висмутин	В кварцевых и карбонатно-кварцевых жилах
* Арсениопирит (мышьяковый колчедан) $FeAsS$	Моноклинная, призматические и изометричные кристаллы, зернистые и шестоватые агрегаты	Несов. по {101}, {010}. Неровный	Оловянно-белый до стально-серого. Серовато-черная	5,5-6,0	5,9-6,3	Разлагается в горячей $HNO_3$ с выд. S. Широко распространен. Форма кристаллов, твердость, чесночный запах при ударе	Кобальтин, гудмундит	Пирит, халькопирит, пирротин, сфалерит, висмутин	В кварцевых и пегматитовых жилах Типичный гидротермальный минерал широкого диапазона температур, скарны

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Гудмундит FeSbS	Моноклинная, призматические кристаллы, зернистые агрегаты	Отсутствует. Неровный	Серебряно-белый. Черная	6,0	6,7-6,9	Разлагается в горячей HNO <sub>3</sub> . Редкий. Реакция на Sb	Арсенопирит, кобальтин	Арсенопирит, молибденит, пирротин, халькопирит	Среднетемпературный гидротермальный минерал
X Скуттерудит (шмальтин) CoAs <sub>2</sub>	Кубическая, плотные зернистые агрегаты, нередко кристаллы	Несов. по {100}. Неровный, раковистый	Оловянно-белый. Серовато-черная	5,5-6,0	6,5-6,8	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с образованием розового раствора. Ассоциация с другими арсенидами и форма кристаллов	Никельскуттерудит, саффлорит	Кобальтин, арсенопирит, пирротин, арсениды Co и Ni	Среднетемпературный гидротермальный минерал
X Никельскуттерудит (хлоантит) NiAs <sub>2-3</sub>	Кубическая, плотные зернистые агрегаты, нередко кристаллы	Несов. по {100}. Неровный	Оловянно-белый до стально-серого. Серовато-черная	5,5-6,0	6,4-6,8	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с образованием зеленого раствора. Ассоциация с никелином, форма кристаллов	Скуттерудит, раммельсбергит	Арсениды Co и Ni, кобальтин, герсдорфит	Среднетемпературный гидротермальный минерал
Пирролюзит MnO <sub>2</sub>	Тетрагональная, призматические кристаллы, землистые, скрытокристаллические агрегаты	Сов. по {110} в двух направл	Стально-серый, железо-серый в кристаллах. Черный в землистых агрегатах. Черная	6,0-6,5	4,7-5,2	Растворяется в HCl с выд. Cl <sub>2</sub> .	Окислы и гидроокислы Mn	Романешит, криптомелан, браунит, родохрозит, гетит	Типичный минерал коры выветривания, зоны окисления, морских осадков, гидротермальный в жилах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Сперрилит Pt As <sub>2</sub>	Кубическая, {100}, {110}, {111}, {302}, обычно хорошо образованные кристаллы	Несов. по {100}. Раковистый	Оловянно- белый. Темно-серая	6,0- 7,0	10,58	В кислотах не раствор. В п.п.тр. на угле плавится , образуя платину и As <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Иридная платина	Пирротин, халькопи- рит, пентландит, магнетит	Медно- никелевые сульфидные руды, россыпи
*Осмий Os (иридосмин, сысерскит)	Гексагональ- ная, Пластинчатые и боченковид- ные кристаллы	Сов по {0001} в одном направл	Серый, стально- серый	6,0- 7,0	21,0- 23,0	В кислотах не раствор., в п.п.тр. темнеет, издавая резкий запах OsO <sub>4</sub> . Слабо магнитен, ковок	Платина	Платина, хромит, магнетит, платиноиды	Ультраосновные породы, россыпи
X Иридий Ir (невьянскит)	Кубическая, изометричные зерна и кристаллы	Раковистый	Оловянно-белый	6,0- 7,0	22,0- 25,0	В кислотах не раствор., сплавы с KNO <sub>3</sub> раствор. В воде, образуя синий осадок окиси иридия. Слабо ковок	Сперри- лит, платина	Иридоосмин, хромит, магнетит, платиноиды	Ультраоснов- ные платиноносные массивы, россыпи
<b>1. 2 Цвет жел</b>					<b>тый, красный</b>				
* Медь Cu	Кубическая, {100}, {111}, (110); дендриты, проволочки	Отсутст- вует. Крючко- ватый	Светло-розовая в свежем изломе, мед-но-красная при окислении. Медно красная, блестящая	2,5- 3,0	8,4- 8,9	Легко раствор. в HNO <sub>3</sub> . Ковкость, цвет, вторичные продукты	Аурикуп- рид	Халькозин, куприт, кальцит, гетит, атакамит	Гидротермаль- ная в основных и ультраосновных изверженных породах, в зоне окисления

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Золото Au	Кубическая, {111}, {100}, {110}; чешуйки, лис- точки, само- родки	Отсутству- ет. Крючкова- тый	Золотисто- желтый до светло-желтого, иногда розова- тый оттенок. Золотисто-жел- тая, блестящая	2,5- до 3,0	15,6- 18,3	Раствор. в царской водке. Цвет, высокая ковкость, отсутствие продуктов окисления	Халькопи- рит, аурик- уприд	Арсенопи- рит, пирит, галенит, сфалерит, халькопи- рит и др	Гидротермаль- ное в кварцевых жилах, конгломератах, черных сланцах, в зоне окисления
* Борнит Cu <sub>5</sub> FeS <sub>4</sub>	Кубическая, {100}, {110}, {111}; зернистый	Несов. по {111}. Мелкора- ковистый	Темный мед- ноокрасный, с пестрой по- бежалостью. Серовато-черная	3,0	4,9- 5,3	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Цвет в свежем изломе и низкая твердость	Никелин, пирротин, ковеллин	Халькопи- рит, халькозин, галенит, пирит, сфалерит	Гидротермаль- ный в основных изверженных породах и кварцевых жилах, скарнах, зоне окисления
X Миллерит Ni S	Тригональная, игольчатый, волокнистый, зернистый	Сов. по {1011} и {1012}. Неровный	Бледно ла- тунно-жел-тый, иногда с побежа- лостью. Зеленовато- черная	3,0- 3,5	5,2- 5,6	Раствор. в HNO <sub>3</sub> , раствор в зеленый цвет. Игольчатая форма выделений	Халько- пирит	Пирит, Халькопи- рит, сульфиды и арсениды Ni и Co, кальцит	Медно- никелевые месторождения, кварцевые и кварц- карбонатные жилы
*Халькопирит (медный кол- чедан) CuFeS <sub>2</sub>	Тетрагональ- ная, зернистые агрегаты, иногда тетраэдри- ческие кристаллы	Несов. по {112} и {101}. Раковис- тый, неровный	Латунно- желтый, нередко пестрая побежалость. Зеленовато- черная	3,0- 4,0	4,1- 4,3	Раствор. в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Цвет, твердость, хрупкость	Пирит, золото, талнахит	Пирротин, пирит, арсенопи- рит, галенит, сфалерит и др.	Высоко- и средне- температурный гидротермаль- ный минерал в основных породах, скарнах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Талнахит $\text{Cu}_9\text{Fe}_8\text{S}_{16}$	Кубическая, зернистый	Несов. Раковис- тый	Латунно-жел- тый, на свежем сколе быстро образуется побежалость	3-4	4,3- 4,4	Раствор. В $\text{HNO}_3$	Халькопи- рит	Кубанит	Медно- никелевые месторождения в основных породах
X Пентландит (никелевый колчедан) $(\text{Fe},\text{Ni})_8\text{S}_9$	Кубическая, зернистые агрегаты и структуры распада в пирротине	Сов. по {111} в четырех направл. Раковис- тый	Бронзово- желтый. Зеленовато- черная	3-4,0	4,5-5	Раствор. в $\text{HNO}_3$ , окрашивая раст- вор в зеленый цвет. Ассоциация и характерная спайность	Пирротин, пирит	Пирротин, халькопи- рит, талнахит, магнетит, кубанит	Магматический в основных изверженных породах
* Пирротин гексагональ- ный $\text{Fe}_{1-x}\text{S}$	Гексагональ- ная, таблит- чатые и призматические кристаллы	Несов. по {1010}, отдельность по {0001}. Неровный	Бронзово- желтый с бу- роватой поб- ежалостью. Серовато-черная до черной	3,5- 4,5	4,6- 4,7	В $\text{HNO}_3$ и $\text{HCl}$ разлагается с трудом. Бронзово-желтая окраска	Троилит, кубанит	Халькопи- рит, пентландит, пирит, сфалерит, арсено- пирит	Среднетемпера- турный гидротермаль- ный минерал, в основных породах, скар- нах, кварцевых жилах
* Клинопирро- тин (магнитный колчедан) $\text{Fe}_7\text{S}_8$	Моноклинная, зернистые агрегаты	Отдель- ность по {001}. Неровный	Бронзово- желтый. Серовато-черная до черной	3,5- 4,5	4,6- 4,7	Раствор. в $\text{HNO}_3$ . Бронзово-желтая окраска и магнитность	Троилит, кубанит, пирротин гексаго- нальный	Халькопи- рит, пентландит, пирит, сфалерит, арсенопи- рит	Среднетемперат- урный гидротер- мальный мине- рал, в основных породах, скар- нах, кварцевых жилах
X Троилит $\text{FeS}$	Гексагональ- ная, зернистый	Неровный	Бронзово- желтый.	4	4,6- 4,8	Легко раствор. в $\text{HCl}$ с выд. $\text{H}_2\text{S}$ . Парамагнитен	Пирротин	Халькопи- рит, пенландит	Медно-никеле- вому месторож- дения в основ- ных породах, серпентинизиро- ванные гиперба- зиты, включения в метеоритах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Туламенит PtFeCu (купро- платина)	Кубическая, зернистый	Кубическая, зернистый	Неровный	4	14,6	В кислотах не раствор. Сильно магнитен	Пирротин	Изоферр- платина, тетрафер- роплатина, хромшпи- нелиды	В ультраснов- ных извержен- ных породах
X Никелин NiAs	Гексагональ- ная, почковидные, зернистые агрегаты	Несов. по {1010}. Неровный	Бледно медно- красный. Буровато-черная	5-5,5	7,6- 7,8	Легко раствор. в HNO <sub>3</sub>	Борнит, пирротин	Шмальтин, хлоантит, саффорит, раммельс- бергит, скуттерудит	В медно-нике- левых месторож- дениях в основ- ных извержен- ных породах, карбонатных и кварц-карбонат- ных жилах
* Марказит (лучистый колчедан) FeS <sub>2</sub>	Ромбическая, копьевидные и таблитчатые кристаллы, конкреции, натечные агрегаты	Ясная по {101}. Неровный	Латунно-желтый с серым оттенком. Черная	6-6,5	4,9	Разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Форма выд	Пирит, арсенопи- рит	Пирит, халь- копирит, галенит, сфалерит, пирротин	Низкотемпер- турный гид- ротермальный минерал, в зоне окисления
* Пирит (серный колчедан) FeS <sub>2</sub>	Кубическая, зернистые аг- регаты, коло- морфные массы, хорошо образованные кристаллы	Несов. по {100}, отдельность по {111}. Раковис- тый	Светлый латунно-желтый. Зеленовато- черная	6-6,5	4,9- 5,2	С трудом разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд. S. Форма кристаллов, твердость, окраска	Марказит, халькопи- рит, арсенопи- рит	Халькопи- рит, сфалерит, арсенопи- рит и др.	Наиболее широко распространен- ный сульфид

**2. Минералы с полуметаллическим  
Черта аналогична цвету минерала в массе**

**блеском. Цветные непрозрачные  
или светлее, но всегда отчетливая**

Таблица 2

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твер- дость	Плот- ность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минера- лы	Сопутству- ющие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>2.1. Черта бурая, буро Цвет черный,</b>									
X Ферберит FeWO <sub>4</sub>	Моноклиная, зернистые агре- гаты, призма- тические и таблитчатые кристаллы	Сов. по {010} в одном нап- равлении. Неровный	Черный. Черная	4,5	7,3- 7,5	Раствор. в HNO <sub>3</sub> и HCl. Ассоциация, окраска, спайность	Танталит, сфалерит, кассите- рит	Касситерит, висмутин, топаз, берилл, флюорит	Высокотемпера- турный гидро- термальный ми- нерал кварцевых жил, грейзенов, пегматитов
X Уранинит UO <sub>2</sub>	Кубическая, массивный, колломорф- ный - насту- ран,	Неровный, раковистый	Стально-серый до черного. Черная, буровато-черная, слегка блестящая	5-6,0	7,5- 10,	Раствор. в H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> и HCl. Радиоактив- ность, окраска, форма выд	Ильменит	Монацит, ксенотим, циртолит, алланит, биотит	Гидротермаль- ный минерал, в пегматитах, грейзенах, квар- цевых жилах и цементе конгломератов
# Ильменит FeTiO <sub>3</sub> (титанис- тый железняк	Тригональная, таблитчатый {0001}, {1011}, {1014}, зернистый	Неровный, раковистый	Железо-черный до стально- серого. черная	5-6	5,6- 6,4	В кислотах не раствор. Слабо магнитен	Гематит, магнетит, хромит	Гематит, магнетит, циркон, титанит, апатит, полевые шпаты	В основных изверженных горных породах, пегматитовых и кварцевых жилах, амфиболитах
X Самарскит (Y, Ce, U, Fe <sup>+3</sup> ) ×(Nb, Ta) <sub>5</sub> O <sub>16</sub>	Моноклиная, псевдо- ромбический, призматич, метамиктный	Раковистый	Смоляно-чер- ный, бархати- сто-черный. Бурая до черной	5-6	5,6- 6,4	Разлагается в кислотах при кипячении. Сильно радиоактивен	Колумбит	Колумбит, монацит, то- паз, берилл, циркон, шерл	В щелочных пегматитах

1	2	3	4	5	2	6	7	8	9	10
X Эшинит (Ce,Ca,Th) <sub>x</sub> ×(Ti,Nb) <sub>x</sub> ×(O,OH) <sub>6</sub>	Ромбическая, призматиче- ский, отдель- ные зерна	Раковис- тый, неровный	Буровато- черный до черного. Бурая	5-6		4,9- 5,3	Разлагается в конц. H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> . Сильно радиоактивен, имеет красные и желто-бурые внутренние рефлексы	Самарс- кит, колумбит, фергусо- нит	Монацит, биотит, циркон, магнетит, апатит, алланит	В щелочных пегматитах
* Романешит (псиломелан) (Ba, H <sub>2</sub> O) × ×(Mn <sup>4+</sup> , Mn <sup>3+</sup> ) <sub>5</sub> ×O <sub>10</sub>	Моноклин-ная; натеч-ные, почко-видные, плотные агрегаты	Неровный, скорлупова- тый	Темный стально- серый до черного. Коричневато- черная	5-6		4,0- 4,7	Легко с выд. Cl <sub>2</sub> . Окрашивает пламя в зеленый цвет	Крипто- мелан, пиролою- зит	Пирролюзит, якобсит, браунит, гаусманит	Типичный мине- рал коры вывет- ривания, зоны окисления, мор- ских осадков, редко гидротер- мальный
* Криptomелан K(Mn <sup>4+</sup> , Mn <sup>2+</sup> ) <sub>8</sub> O <sub>16</sub>	Моноклин-ная, псевдотетра- гональный, тонкозерни- стый, тонковолок- нистый, почковидный	Неровный	Стально-серый до черного. Коричневато- черная	6-6,5		4,2- 4,4	Раствор. в HCl и HNO <sub>3</sub>	Романе- шит, пиролою- зит	Манганит, романешит, пиролоюзит, браунит, якобсит, исутит	В метаморфизо- ванных марган- цевых м-ниях и их зоне окисле- ния, осадочных марганцевых ру- дах, в пегмати- товых и кварц- карбонатных жилах
* Магнетит (магнитный железняк) Fe <sup>2+</sup> Fe <sup>3+</sup> <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Кубическая, {111}, {110}, {311}, зерни- стый, землис- тый. Мушкетовит - псевдо- морфоза по гематиту	Отдель- ность по {111}. Неровный, раковистый	Черный, темно- серый. Черная	5,5-6		4,8- 5,3	Раствор. в HCl при нагревании. Сильно магнитен	Ильменит, гематит, хромит	Ильменит, гематит, фторapatит, андрадит, эпидот, диопсид	Магматический в основных изверженных породах; метасоматичес- кий в скарнах; железистые кварциты

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Лопарит (Ce,Na, Ca) $\times$ $\times$ (Nb,Ti)O <sup>3</sup>	Кубическая, псевдокуби- ческий {100}, {111}, двой- ники прорас- тания по{111}	Несов. по {100}. Неровный	Черный, серовато- черный.  Коричнево-бурая	5,5-6	4,7- 4,9	В кислотах нераствор.  Характерно нахождение в щелочных породах	Перовскит	Микроклин, нефелин, альбит, эгирин, арфедсонит, эвдиалит, апатит	В щелочных изверженных породах и их пегматитах
X Якобсит MnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Кубическая, {110}, {111}, {311}, зернистый	Отдель- ность по{111}	Черный, буро- вато-черный.  Бурая, буро- вато-черная	5,5- 6,5	4,8- 4,9	Раствор. в HCl с выдел. хлора.  Слабо или сильно магнитен	Браунит, магнетит	Гематит,теф- роит, гаусма- нит, гранат, эпидот, родо- хрозит	В гидротер- мальных и мета- морфических месторождениях, скарнах
* Хромит (хромистый железняк) FeCr <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	Кубическая, зернистый, нодулярный, редко кристаллы	Отсутству- ет. Неровный	Черный, буровато- черный.  Бурая, иногда серая	5,5- 7,5	4,5- 4,8	В кислотах раствор. при сплавлении с KHSO <sub>4</sub> . Бурая черта, высокая твердость, иногда слабая магнитность	Гематит, магнетит, ильменит	Форстерит, серпентин, магнетит, уваровит	Магматический в ультра- основных изверженных породах, россыпях
* Ферроколум- бит Fe,Mn)Nb <sub>2</sub> O <sub>6</sub>	Ромбическая, Призматичес- кий, пластинчатый, сплошной, зернистый	Ясная по {010}. Раковистый , неровный	Черный.  Черная, буровато-черная	6	4,9- 5,4	В кислотах не раствор.  Слабо магнитен	Самарскит, ильменит, вольфрамит	Магнетит, ильменит, альмандин, циркон, ксенотим	В кислых и щелочных изверженных породах их пегматитах и карбонатитах
Ферротанталит (Fe,Mn)Ta <sub>2</sub> O <sub>6</sub>	Ромбическая, Призматичес- кий, пластин- чатый	Ясная по {010}. Раковистый	Черный, буровато- черный.  Буровато-черная	6-6,5	6,4- 8,2	В кислотах не раствор	Самар- скит, ильменит, вольфра- мит	Сподумен, поллуцит, лепидолит, берилл, турмалин, топаз	В гранитных пегматитах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		<b>2.2. Черта красновато-бурая, же Цвет темно-красный</b>			<b>лтовато-бурая, зеленовато-серая. темно-бурый, черный</b>				
X Манганит MnO(OH)	Моноклинная, натечные, плотные и зернистые массы, конкреции, оолиты	В. сов. по {010} и сов. по {110}. Неровный	Темный сталь- серый до железо- черного. Красновато- бурая, бурая	3,5-4	4,2- 4,3	Раствор. в конц. H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> и конц. HCl с выд. хлора. Цвет черты и твердость	Гетит, гаусма- нит, браунит	Родохрозит, пиролюзит, гетит, рома- нешит, бра- унит, барит	В осадочных м-ниях марган- ца, реже, низко- температурный гидротермаль- ный минерал
X Алабандин MnS	Кубическая, {100}, {110}, {111}, зернистый	Сов. по {100} в трех направл	Железо-черный до сталь-но- серого, часто бурая побежалость. Зеленовато-серая	3,5-4	3,9- 4,1	Бурно раствор. в HCl и HNO <sub>3</sub> с выдел. H <sub>2</sub> S. Слабо магнитен	Сфалерит, гауерит	Родохрозит, тефроит, га- ленит, сфа- лерит, пиро- фанит, ро- додит, пирок- смангит	В низкотемпе- ратурных гид- ротермальных жилах и мета- морфогеных марганцевых рудах
Мангантата- лит Mn Ta <sub>2</sub> O <sub>6</sub>	Ромбическая, призматичес- ки зернистый	Ясная по {010}	Буровато- красный, тем-но- красный. Темно-красная	6	7,5	В кислотах не раствор. Прозрачен в тонких сколах	Манган- колумбит, гейкелит	Пирофанит, воджинит, эшинит(Se)	В редкоме- тальных и лити- евых пегматитах
* Сфалерит (цинковая обманка) ZnS Fe - марматит	Кубическая, часто кристаллы, зернистый, скорлупова- тый, колло- морфный, землистый	Сов. по {110} в шести направл.	Бурый, черный, красно-вато- бурый, желтый, зеле-ный. Бурая, желтовато-бурая	3,5-4	3,9- 4,1	Раствор. в конц. HNO <sub>3</sub> с выд. серы, в HCl с выд. H <sub>2</sub> S. Форма кристаллов и спайность	Вольфра- мит, вюрцит	Галенит, халькопи- рит, пирит, блеклые руды, кальцит, кварц	Гидротермаль- ный минерал широкого диа- пазона температур

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Гюбнерит $Mn(WO_4)$	Моноклинная, призматические кристаллы, зернистые и радиально-лучистые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Красновато-бурый до коричневаточерного.  Желтовато-бурая до красноватокоричневой	4-4,5	7,1-7,3	Разлагается в горячих конц. $H_2SO_4$ и $HCl$ .  Форма зерен, окраска, спайность	Сфалерит, касситерит	Триплит, висмутин, шеелит, касситерит, молибденит	Высокотемпературный гидротермальный минерал, грейзены и пегматиты
* Гейкелит $MgTiO_3$	Тригональная, отдельные зерна и сплошные массы, редко кристаллы	Ясная по {1011}, отдельность по {0001}. Раковистый	Красно-бурый до черного.  Буровато-красная	5	3,8-4,1	В кислотах не растворяется.  В тонких осколках просвечивает красным. Редок	Пирофанит, ильменит	Шпинель, циркон, хромит, диопсид, форстерит	Магматический в ультраосновных изверженных породах, в россыпях, реже гидротермальный
* Гетит $FeO(OH)$	Ромбическая, почковидные, натечные выделения параллельно-волокнистого строения	Сов. по {010} и менее сов. по {100}. Занозистый, неровный	Желтовато-бурый до черного.  Желтовато-бурая, бурая	5-5,5	4,1-4,3	Медленно раствор. в $HCl$ .  Параллельно-волокнистое строение и желтый оттенок черты	Гематит, лепидокрит	Гематит, лепидокрит, кальцит	Гипергенный минерал зоны окисления и коры выветривания; осадочные образования, реже, гидротермальный
X Гаусманит $Mn^{2+}Mn^{3+}_2O_4$	Тетрагональная, бипирамидальный, зернистый	Ясная по {001} в одном направл. неровный	Коричневато-черный до черного.  Коричневая, красноватобурая	5-5,5	4,7-4,9	В $HCl$ раствор. с выделен. хлора	Браунит, гейкелит, магнетит	Пирролюзит, псилименлан, браунит, гематит, тефроит, родохрозит	В метаморфизованных марганцевых м-ниях, скарнах и гидротермальных жилах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Пирофанит $MnTiO_3$	Тригональная, тонкотаблитчатый, зернистый	Отчетливая по {0221}	Буровато-красный до черно-красного.  Охряно-желтая до красновато-бурой	5-6	4,4-4,6	В кислотах не раствор.  В тонких листочках просвечивает красным	Ильменит, гейкелит, рутил	Пирохроит, родонит, спессартин, родохрозит, алабандин, натролит	В метаморфических марганцевых месторождениях и пегматитах щелочных массивов
Мангано-колумбит $MnNb_2O_6$	Ромбическая, призматический, зернистый	Ясная по {010}, раковистый	Красновато-бурый до черного.  Красновато-бурая	6	5,4	В кислотах не растворяется.  Красные рефлексy	Манганотанталит, гейкелит	Самарскит, эвксенит, фергусонит	В редкометалльных пегматитах
X Торианит $ThO_2$	Кубическая, {100}, {111}, зернистый	Несов по {110}, неровный	Серовато-коричневый до черного.  Зеленовато-серая	6,5-7,5	8,4-10,0	Растворяется в $HNO_3$ и $H_2SO_4$	Уранинит, торит	Циркон, монацит, берилл, флюорит, ильменит, рутил	В кислых изверженных породах и их метаморфических аналогах, пегматитах, карбонатитах и россыпях
* Гематит (железный блеск) $Fe_2O_3$	Тригональная, плотные зернистые, тонкочешуйчатые, пластинчатые, натечные агрегаты и кристаллы	Отдельность по {0001} и {1011}. Раковистый	Стально-серый до черного, землистые агрегаты – буровато-красные.  Вишнево-красная	5-6	5,0-5,3	Раствор. в конц. $HCl$ .  Специфическая черта, цвет и магнитность после прокаливания	Вольфрамит, хромит	Магнетит, кварц, рутил, сидерит, шамозит, ильменит	В железистых кварцитах, скарнах, жилах альпийского типа и кварцевых, коре выветривания

**3. Минералы с алмазным блеском .  
Или прозрачные в**

**Бесцветные или цветные, идеально прозрачные  
той или иной степени**

Таблица 3

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твер- дость	Плот- ность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минера- лы	Сопутствую- щие минералы	Условия нахождения
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			<b>3.1. Черта оранжевая, Цвет минерала оранжевый,</b>						
X Реальгар AsS	Моноклиная, призматичес- кие кристаллы зернистые агрегаты, налеты	Сов. по {010} в одном направл. Полурако- вистый	Огненно- красный до оранжево-жел- того. Оранжево- красная, огненно-краная	1,5-2	<b>красная красный до черного</b> 3,56	Разлагается в HNO <sub>3</sub> с выд. S, в HCl выпадают желтые хлопья. Окраска и ассоциация	Крокоит, киноварь	Аурипиг- мент, антимонит, киноварь, сажистый пирит	Низкотемпера- турный гидротер- мальный минерал. В жилах и вулканических возгонах
X Глет (литаргит) PbO	Тетрагональ- ная, таблит- чатый, корочки, примазки	Ясная по {110} в двух направл	Красный, оранжево- красный. Красная	2	9,3	Раствор. в HCl, HNO <sub>3</sub> и H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> , в последней образуется осадок PbSO <sub>4</sub>	Сурик, киноварь	Церуссит, сурик, англезит, вульфенит, свинец	В зоне окисления свинцовых месторождений
X Киноварь HgS	Тригональная, зернистые аг- регаты, сплошные порошкова-тые массы, реже крсталлы	Сов. по {1010} в трех направл. Неровный	Ярко-красный, коричневато- красный. Ярко-красная	2-2,5	8,0- 8,2	Разлагается царской водкой. При нагревании сублимирует. Цвет, спайность, высокая плотность	Куприт, кermезит	Антимо- нит, пирит, реальгар, арсенопи- рит	Низкотемпера- турный гидротер- мальный мине- рал. Преимуществен- но, в жилах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Прустит $\text{Ag}_3\text{AsS}_3$	Тригональная, призматический, ромбоэдрический, зернистый	До ясной по {1011}. Раковистый	Ярко-красный, темнее на свету.  Кирпично-красная	2,0-2,5	5,55-5,64	Разлагается в $\text{HNO}_3$ с выдел. S	Пираргирит, реальгар	Аргентит, пираргирит, серебро, мышьяк	В карбонатно-кварцевых жилах
X Пираргирит $\text{Ag}_3\text{SbS}_3$	Тригональная, призматический, зернистый	До ясной по {1011}. Раковистый, неровный	Вишнево-красный до красновато-черного.  Пурпурно-красная	2,0-2,5	5,8-5,9	Разлагается в $\text{HNO}_3$ с выдел. S и $\text{Sb}_2\text{O}_3$	Прустит	Галенит, серебро, прустит, аргентит	В карбонатно-кварцевых жилах
X Сурик $\text{Pb}^{4+}\text{Pb}_2\text{O}_4$	Тетрагональная, плотный или порошковатый	Неровный	Ярко-красный до буровато-красного. Желто-оранжевая	2,0-3,0	8,2-9,2	Раствор. в HCl с выдел. Cl, в $\text{HNO}_3$ образуется $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ и коричневый осадок $\text{PbO}_2$ .  Редок	Глет	Галенит, церуссит, массикот, вульфенит	В зоне окисления свинцовых месторождений
# Крокоит $\text{Pb}(\text{CrO}_4)$	Моноклинная, призматические и игольчатые кристаллы, массивные агрегаты	Ясная по {110} в двух направл.  Раковистый, неровный	Гиацинтово-красный, оранжево-красный.  Желтовато-оранжевая	2,5-3,0	6,0-6,1	Раствор. в HCl с выд. Cl и $\text{PbCl}_2$ .  Ассоциация и окраска	Реальгар, феникохроит	Вокеленит, пироморфит, миметезит, церуссит	Зона окисления сульфидных м-ний

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Куприт Cu <sub>2</sub> O	Кубическая, мелкозернистый, порошковатый, кубические и столбчатые кристаллы - вискры	До ясной по {111}. Неровный, раковистый	Темно-красный, кирпично-красный до черного. Буровато-красная	3,5-4	5,9-6,2	Легко раствор. в HNO <sub>3</sub> . Ассоциация со вторичными минералами меди	Киноварь, прустит. Пираргирит	Медь, малахит, гетит, псевдомалахит	Зона богатых окисных руд медносульфидных м-ний
* Лепидокрокит (рубиновая слюдка) FeO(OH)	Ромбическая, мелко-чешуйчатый, радиально-пластинчатый, таблит-атые кристаллы	Сов. по {010} и {001} в двух направл. Неровный	Рубиново-красный, вишнево-красный. Оранжево-красная	4-5	3,8-4,1	Раствор. в HCl. Красноватый оттенок черты и парагенезис	Гетит, гематит	Гетит, гематит, пирит	В бурых железняках зоны окисления, бокситах, почвах

**3.2. Черта желтая**  
**Цвет минералов желтый, коричневый**

* Сера S	Ромбическая, зернистые, порошковатые, сливные агрегаты и дипирамидальные кристаллы	Несов. по {001}, {110}. Раковистый, неровный	Серно-желтый, медово-желтый, зеленовато- и буровато-желтый. Белая	1-2	2,1	Легко горит. Раствор. в сероуглероде и скипидаре.  Цвет, хрупкость, блеск, горючесть	Розицкит, аурипигмент	Гипс, ангидрит, галит, кальцит, арагонит	В вулканических отложениях, осадочных породах и зоне окисления сульфидных м-ний
* Ферримолибдит Fe <sub>2</sub> (MoO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub> × 7H <sub>2</sub> O	Ромбическая, радиально-волоконистые и порошковатые агрегаты	Сов. по {001}. Неровный	Канареечно-желтый, зеленовато-желтый. Бледно-желтая	1-2	4,5	Раствор. в кислотах. Форма выд. и развитие по молибдениту	Ярозит, ферротунгстит	Молибденит, вольфрамит, полевой шпат	Зона окисления молибденовых м-ний

**светло-желтая, белая.**  
**вый до черного, иногда бесцветный**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Тюямунит $\text{Ca}(\text{UO}_2)_2 \times$ $\times (\text{VO}_4)_2 \times$ $\times 8\text{H}_2\text{O}$	Ромбическая, чешуйчатые и пластинчатые агрегаты	Сов. по {001} в одном направл	Канареечно- желтый, зеленовато- желтый. Желтая	1-2	3,7- 4,5	Раствор. в кислотах. Цвет, форма выд. Радиоактивность	Карнотит, урановые слюдки	Карнотит, уранинит, коффинит, роскоэлит	Зона окисления урановых м-ний и терригенные осадочные породы (песчаники)
X Арсенолит $\text{As}_2\text{O}_3$	Кубическая, октаэдричес- кий, землис- тый,	Сов. по {111} в 4-х направл. Раковистый	Бесцветный, белый, желтый. Белая	1,5	3,7- 3,9	Частично раствор. в горячей воде. Возгоняется в виде белого дыма	Сенармон- тит, валенти- нит	Мышьяк, арсенопи- рит, теннантит, реальгар, аурипиг- мент	Зона окисления сульфидных м-ний
X Аурипиг- мент $\text{As}_2\text{S}_3$	Моноклиная, кристаллы, пластинчатые и волоконистые агрегаты, порошковатые массы	В. сов. по {010} в одном направл	Золотисто- желтый, лимонно- желтый. Светло-желтая	1,5-2	3,5	Раствор. царской водке и щелочах с выпадением бурого осадка. Цвет, низкая твердость и спайность	Сера	Реальгар, антимонит, пирит, арсенопи- рит, гетчеллит	Низкотемпера- турные гидротер- мальные м-ния и отложения горя- чих источников
X Сенармон- тит $\text{Sb}_2\text{O}_3$	Кубическая, октаэдричес- кий, зернистый	Раковистый, неровный	Бесцветный, серовато- белый. Белая	2-2,5	5,2- 5,8	Легко раствор. в $\text{HCl}$ . Ассоциация с антимонитом и вторичными минералами Sb	Валенти- нит, арсенолит	Антимонит, кремезит, сурьма	Зона окисления сурьмяных м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Карнотит $K_2(UO_2)_2(VO_4)$ $2 \times \times 3H_2O$	Ромбическая, пластинчатый, землистый	Сов. по {001} в одном направл	Ярко-желтый до лимонно- желтого. Желтая	2-2,5	4,5- 5,0	Легко раствор. в кислотах. Яркий цвет, приурочен- ность к осадочному комплексу, радиоактив- ность	Отенит, тюямунит	Тюямунит, фольбортит, россит, уранинит, асфальтит	Зона окисления урановых м-ний и в песчаниках
X Вульфенит $Pb(MoO_4)$	Тетрагональ- ная, дипирамидаль- ный, пластинчатый, зернистый	Ясная по {011}	Оранжево- желтый, серовато- желтый. Белая	2,5-3	6,5-7	Раствор. в кислотах	Штольцит, шеелит	Пиромор- фит, ванадинит, церуссит, галенит, миметизит	Зона окисления сульфидных м-ний
X Штольцит $Pb(WO_4)$	Тетрагональ- ная, дипирамидаль- ный, зернистый	Несов. по {011}. Раковис-тый, неровный	Красновато- желтый, желтовато- серый, соломенно- желтый. Белая	2,5-3	7,9- 8,3	Раствор. в HCl с выдел. $WO_3$	Вульфенит, шеелит	Ванадинит, миметизит, вульфенит, церуссит, лимонит	Зона окисления сульфидных м-ний
# Вокеленит $b_2Cu(CrO_4) \times$ $\times (PO_4) (OH)$	Моноклинная, клиновидный, зернистый	Неровный	Оливково- зеленый до черного. Зеленовато- желтая	2,5-3	6,5- 7,1	Раствор. в $HNO_3$	Лаксманит, форнасит	Крокоит, пиромор- фит, миметизит, ванадинит	Зона окисления сульфидных м-ний

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Ванадинит $Pb_5(VO_4)_3Cl$	Гексагоаль- ная, призматичес- кие кристаллы и мелко- зернистые корочки	Раковистый, неровный	Оранжево- красный, коричнево- красный, коричнево- желтый.  Бледно-желтая	2,5-3	6,5- 7,1	Легко раство- ряется в HCl и HNO <sub>3</sub>  Форма кристаллов, цвет и ассоциация	Миметезит	Миметезит, пиромор- фит, деклуазит, церуссит, вульфенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Ярозит $KFe_3(SO_4)_2 \times$ $\times (OH)_6$	Тригональная, ромбозд- рические кристаллы, тонкочешуйча- тые плотные агрегаты	В. сов. по {0001} в одном нап- равл.	Охристо- желтый до коричнево- желтого.  Желтая	2,5- 3,5	3,1- 3,3	Раствор. в кислотах.  Жирный на ощупь	Гетит, лимонит	Лимонит, гематит, гетит	Зона окисления сульфидных м-ний
* Церуссит $Pb(CO_3)$	Ромбическая, пластинчатые и бипирамидаль- ные кристаллы, зернистые и натечные аг- регаты	Ясная по {110} и {021}. Раковистый	Бесцветный, белый, серый, желтый.  Белая	3-3,5	6,5	Раствор. в кислотах с выд. CO <sub>2</sub> .  Форма крис- таллов, блеск, плотность и ассоциация	Англезит	Англезит, смитсонит, вульфенит, малахит, галенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Сфалерит (цинковая обманка) ZnS	Кубическая, тетраэдри- ческие кристаллы, зернистый, реже землистый - брункит	Сов. по {110} в шести направл. Раковистый	Желтый, зеленый (клейофан), красный, бурый.  Светло-желтая	3,5-4	3,9- 4,1	Раствор. в конц. HNO <sub>3</sub> с выд. S, в HCl с выд. H <sub>2</sub> S.  Форма крис- таллов, спай- ность и блеск	Гринокит, вюрцит	Галенит, блеклая руда, халькозин, борнит	В полиметал- лических м-ниях, в известняках и колчеданных рудах

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Миметизит $Pb_5(AsO_4)_3 Cl$	Гексагональная, призматический, зернистый	Неровный	Бесцветный, белый, желтый, бурый.  Белая	3,5-4	7,2-7,3	Раствор. в $HNO_3$ и $HCl$ , где выпадает $PbCl_2$	Пироморфит, ванадинит	Пироморфит, ванадинит, церуссит, вульфенит, бедантит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Пироморфит $Pb_5(PO_4)_3 Cl$	Гексагональная, призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Неровный	Желтый, желтовато- зеленый, бурый.  Белая	3,5-4	7-7,1	Раствор. в кислотах.  Легко плавится, после охлаждения приобретает полиэдрическую форму	Миметезит, ванадинит	Церуссит, лимонит, крокоит, вокеленит, вульфенит	Зона окисления свинцовых м-ний
* Шеелит $Ca(WO_4)$	Тетрагональная, дипирамидальные кристаллы и зернистые агрегаты	Ясная по {101}. Неровный	Белый, серый, бледно- желтый, оранжево- красный.  Белая	4,5-5	5,8-6,2	Раствор. в $HCl$ с выд. $WO_3$  Плотность, форма кристаллов, люминесцирует в УФ-лучах	Кварц	Вольфрамит, касситерит, гранат, эпидот, флюорит	Кварцевые жилы и скарны
* Пироклор $(Ca,Na)_2 \times$ $\times (Nb,Ta)_2 \times$ $\times O_6(OH,F)$	Кубическая, октаэдрические кристаллы и мелкокристаллические агрегаты	Отдельность по {111} Раковистый	Желто-бурый, янтарно-желтый, зелено- вато-желтый.  Светло-желтая	5-5,5	4,2-5	С трудом раствор. в $HCl$ . Разлагается в конц. $H_2SO_4$ .  Форма кристаллов, цвет	Циркон, шеелит, перовскит	Циркон, ильменит, биотит, апатит, титанит, алланит	Нефелиновые сиениты, альбитизированные граниты, щелочные основные породы и карбонатиты

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Перовскит CaTiO <sub>3</sub>	Ромбическая (псевдокубическая), кубический, октаэдрический, зернистый редко	Несов. по {100}. Раковистый, неровный	Черный, буровато-черный, красновато-бурый, буровато-желтый. Белая, буровато-серая	5,5	4,1-4,3	Раствор. в HF и при кипячении в конц. H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	Хромит	Хлорит, кальцит, гранат, диопсид, магнетит, ильменит	В ультраосновных и щелочных породах, карбонатах и контактово измененных известняках
* Анатаз TiO <sub>2</sub>	Тетрагональная, остропирамидальные кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {111} в пяти направл. Раковистый	Синий до черного, лимонно-желтый, красновато-коричневый. Белая	5-6	3,9-4	В кислотах не раствор. Цвет и форма кристаллов	Касситерит, рутил	Адуляр, брукит, ильменит, титанит, апатит	Жилы альпийского типа, аксессуарный минерал магматических и метаморфических пород
* Брукит TiO <sub>2</sub>	Ромбическая, уплощенно-призматические и призматические кристаллы	Несов. по {110}. Раковистый	Желтый, желтовато-коричневый до черного. Белая до бледно-желтой	5,5-6	4--4,1	В кислотах не раствор. Уплощенная форма кристаллов, цвет и ассоциация	Рутил	Анатаз, титанит, адуляр, рутил, ильменит	Жилы альпийского типа, аксессуарный минерал метаморфических пород
* Рутил TiO <sub>2</sub>	Тетрагональная, призматические и игольчатые кристаллы, коленчатые двойники и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. Раковистый, неровный	Светло-желтый, красновато-бурый до черного (нигрин). Светло-желтая до бледно-коричневой	6-6,5	4,2-4,3	В кислотах не раствор. Широко распространен. Форма кристаллов, твердость	Касситерит, циркон, турмалин	Апатит, ильменит, брукит, гематит	В апатитовых жилах и гнездах, в основных изверженных и метаморфических породах и кварцевых жилах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Касситерит SnO <sub>2</sub>	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые и коллоидные агрегаты (деревянистое олово)	Несов. по {110} и {100}. Полураковистый, неровный	Желтый, красновато-бурый до коричнево-черного.  Белая до темно-бурой	6-7	6,8-7	Зерна при кипячении с цинком в HCl покрываются пленкой олова.  Плотность, форма кристаллов	Рутил, циркон	Вольфрамит, касситерит, висмутин, арсенопирит, шеелит	В кварцевых и пегматитовых жилах, грейзенах, скарнах, кислых магматических породах и россыпях
* Циркон Zr [SiO <sub>4</sub> ]	Тетрагональная, обычно призматические или дипирамидальные кристаллы, иногда метамиктные	Несов. по {110} и {111}. Раковистый	Желтый (жаргон), желто-бурый, красный (гиацинт), красно-коричневый.  Белая до светло-желтой	7-7,5	3,9-4,6	Слабо разлагается в конц. H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> .  Преимущество в кристаллах, люминесцирует в УФ-лучах, иногда радиоактивен	Рутил, касситерит, монацит	Монацит, ксенотим, титанит, биотит, ильменит	Аксессуарный минерал кислых и щелочных изверженных пород и их пегматитов, россыпи
X Алмаз C	Кубическая, округлые кристаллы, зернистые сrostки (борт, баллас, карбонадо)	Сов. по {111} в четырех направл. Раковистый	Бесцветный, голубой, желтый, зеленый, розовый, коричневый до черного.  Белая	10	3,5-3,6	В кислотах не растворяется.  Форма кристаллов, блеск, ассоциация, люминесценция в УФ и рентгеновских лучах	Лонсдейлит, муассанит	Пироп, гейкелит, хромдиопсид, форстерит, флогопит	Кимберлитовые и лампроитовые трубки взрыва, россыпи

**3. Минералы с алмазным блеском.  
Черта чаще белая, реже светло окрашенная,**

Название, химический состав	Сингония, облик кристаллов и строение агрегатов	Спайность, излом	Цвет, черта	Твердость
1	2	3	4	5
<b>4.1. Черта имеет отчетливую окраску: Цвет минерала аналогичен цвету</b>				
* Вивианит $Fe_3(PO_4)_2 \times 8H_2O$	Моноклинная, призматические до игольчатых кристаллы, землистые агрегаты, конкреции, стяжения	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Свежий - бесцветный, на воздухе быстро синее до синечерного.  Голубоватая до синей	1,5-2
* Эритрин $Co_3(AsO_4)_2 \times 8H_2O$	Моноклинная, призматические и игольчатые кристаллы, землистые агрегаты, выцветы, налеты	Сов. по {010} в одном направл. Неровный	Малиново-красный, персиково-красный, бледно-розовый.  Бледно-розовая, розовая	1,5-2,5

**Прозрачные в той, или иной степени  
минерал белеет в том месте, с которого получена черта**

Таблица 4

Плотность	Химические свойства, особые приметы	Сходные минералы	Сопутствующие минералы	Условия нахождения
6	7	8	9	10
<b>зеленую, голубую, синюю, розовую. черты, или несколько темнее</b>				
2,68	Легко раствор. в кислотах.  Окраска и приуроченность к органическим остаткам		Анапаит, фосфаты железа и марганца	Осадочные железорудные м-ния, торфяники
3-3,1	Раствор. в кислотах, окрашивая раствор в розовый цвет.  Окраска и развитие по арсенидам и сульфоарсенидам	Родохрозит	Кобальтин, сафлорит, скуттерудит, аннабергит, кальцит	Зона окисления арсенидных и сульфоарсенидных м-ний кобальта и никеля

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Глауконит $K(Fe^{+3}Mg) \times [AlSi_3O_{10}] \times (OH)$	Моноклинная, землистые массы, червеобразные и шаровидные мелкие стяжения	В. сов. по {001}	Зеленый, зеленовато-бурый до зеленовато-черного.  Зеленая	2-3	2,4-3	Разлагается в HCl с образованием скелета SiO <sub>2</sub> .  Цвет, форма выд. и парагенезис	Хлориты, селадонит	Селадонит, слоистые силикаты	В осадочных терригенных горных породах и почвах
Лампрофиллит $Na_2(Sr,Ba)_2Ti_3 \times (SiO_4)_4 (OH,F)_2$	Моноклинная, призматический, радиально-лучистый	В. сов. по {001}	Золотисто-бурый, бронзово-желтый.  Буровато-желтая	2-3	3,4-3,5	Разлагается в царской водке с выдел. кремнезема.  Грубопластинчатый	Астрофиллит	Эвдиалит, мурманит, эгирин, рамзаит, нефелин	В щелочных изверженных породах и их пегматитах
* Аннабергит $Ni_3(AsO_4)_2 \times 8H_2O$	Моноклинная, призматические и игольчатые кристаллы, землистые агрегаты, выцветы, налеты	Сов. по {010}. Неровный	Яблочно-зеленый, грязно-зеленый до белого. Бледно-зеленая до белой	2,5-3	3,0-3,2	Раствор. в кислотах, окрашивая раствор в нежно-зеленый цвет. Окраска и развитие по арсенидам и сульфоарсенидам никеля	Моренозит	Симплезит, моренозит, малахит, адамин, эритрин	Зона окисления арсенидных и сульфоарсенидных м-ний кобальта и никеля
X Астрофиллит $(K,Na)_3 \times (Fe^{2+},Mn)_7 \times Ti_2 \times [Si_8O_{24}] \times (O,OH)_7$	Триклинная, таблитчатые, игольчатые кристаллы, радиально-лучистые, волокнистые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Золотисто-желтый, бронзово-желтый.  Буровато-желтая	3	3,28-3,42	Легко раствор. в HCl.  Магнитен после прокаливания	Лампрофиллит	Эгирин, арфедсонит, канкринит, аьбит, натролит, титанит, апатит	В щелочных изверженных породах и их пегматитах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Атакамит $\text{Cu}_2\text{Cl}(\text{OH})_3$	Ромбическая, призматический, пластинчатый, мелкозернистый	Сов. по {010}. Раковистый	Изумрудно-зеленый до черно-зеленого.  Яблочно-зеленая	3-3,5	3,8-3,9	Легко раствор. в кислотах.  Окрашивает пламя в голубой цвет	Малахит, брошантит	Куприт, гипс, параатакамит, брошантит, малахит и др	В зоне окисления медных м-ний в областях с засушливым климатом
* Малахит $\text{Cu}(\text{CO}_3) \times \text{Cu}(\text{OH})_2$	Моноклинная, натечные, почковидные и радиально-лучистые агрегаты, редко призматические кристаллы	Сов. по {201} и {010}. Неровный раковистый	Ярко-зеленый, темно-зеленый до черно-зеленого.  Бледно-зеленая	3,5	4-4,1	Легко раствор. в кислотах с выдел. $\text{CO}_2$ .  Широко распространен, положительная реакция на $\text{CO}_2$	Атакамит, адамин	Медь, куприт, азурит, хризоколла	В зоне окисления медных сульфидных м-ний
* Азурит $\text{Cu}_3(\text{CO}_3)_2 \times (\text{OH})_2$	Моноклинная, таблитчатые кристаллы, зернистые и землистые агрегаты	Сов. по {001} ясная по {100}. Раковистый	Лазурно-синий до темно-синего, голубой в землистых агрегатах.  Голубая	3,5-4	3,7-3,9	Легко раствор. в кислотах с выд. $\text{CO}_2$ .  Окраска, форма кристаллов и ассоциация	Линарит	Малахит, куприт, тенорит, кальцит, хризоколла	В зоне окисления медных сульфидных м-ний
* Брошантит $\text{Cu}_4(\text{SO}_4) \times (\text{OH})_6$	Моноклинная, призматический, игольчатый, зернистый, плотный	Сов. по {100}. Неровный	Светло-зеленый, изумрудно-зеленый, черно-зеленый.  Бледно-зеленая	3,5-4	3,9-4,1	Раствор. в кислотах	Малахит, атакамит	Малахит, азурит, линарит, церуссит, атакамит	В зоне окисления медных сульфидных м-ний

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х Псевдомалахит $\text{Cu}_5(\text{PO}_4)_2 \times (\text{OH})_2$	Моноклинная, призматический, натечный, радиально-волокнистый	Ясная по {010}	Голубовато-зеленый, темно-зеленый. Бледно-зеленая	4,5-5	4-4,3	Легко раствор. в кислотах. Специфический голубоватый оттенок	Малахит, хризоколла	Малахит, хризоколла, тенорит, пироморфит, лимонит	В зоне окисления сульфидных медных м-ний
Диоптаз $\text{Cu}_6[\text{Si}_6\text{O}_{18}] \times 6\text{H}_2\text{O}$	Тригональная, призматический, сливной	Сов. по {1011}. Раковистый	Голубовато-зеленый, ярко-зеленый. Голубовато-зеленая	5	3,1-3,5	Разлагается в $\text{HCl}$ и $\text{HNO}_3$ с выдел. Студенистого кремнезема	Хризоколла, планшеит	Хризоколла, планшеит, азурит, малахит, церуссит, вульфенит	В зоне окисления сульфидных медных м-ний на контакте с известняками
Х Людвигит $(\text{Mg}, \text{Fe})_2\text{Fe}^{+3} \times [\text{VO}_3]\text{O}_2$	Ромбическая, шестоватые и тонкоигольчатые агрегаты, сплошные зернистые массы	Неровный, занозистый	Темно-зеленый до черного. Зеленовато-серая, серая	5	3,6-4,7	Раствор. в кислотах. Форма выделения, ассоциация	Шерл, геденбергит	Гумит, форстерит, диопсид, магнетит	Контактово-метасоматические м-ния
Х Лазурит $6\text{Na}[\text{AlSiO}_4] \times 2\text{Ca}(\text{SO}_4, \text{S}, \text{Cl}_2)$	Кубическая, зернистые агрегаты, редко ромбододекаэдрические кристаллы	Несов. по {110}. Неровный	Голубой, яркосиний, синефиолетовый, темно-синий. Голубая	5,5-6	2,4-2,5	Раствор. в кислотах с выд. студенистого кремнезема и сероводорода. Цвет, ассоциация	Содалит, вишневит, нозеан	Кальцит, диопсид, скаполит, пирит	Контакт щелочных изверженных пород и известняков
Пьемонтит $\text{Ca}_3(\text{Al}, \text{Mn}, \text{Fe})_2 \times [\text{SiO}_4][\text{Si}_2\text{O}_2] \times \text{O}(\text{OH})$	Моноклинная, призматический, зернистый	Сов. по {001}, несов. по {100}. Неровный	Вишнево-красный, красновато-бурый, темно-коричневый. Вишнево-красная	6-6,5	3,4-3,5	В кислотах не раствор., в п.п.тр. вспучивается, легко плавится	Тулит, родонит	Спессартин, браунит, гаусманит	В метаморфизованных марганцевых осадках, глаукофановых и зеленых сланцах

**4.2. Черта имеет зеленоватый или се  
Преобладающая окраска минералов**

1	2	3	4	5
*Вермикулит (Mg, Fe <sup>2+</sup> , Al) <sub>3</sub> × ×[(Al, Si) <sub>4</sub> O <sub>10</sub> ] × ×(OH) × 4H <sub>2</sub> O	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	В. сов. по {001} в одном направл	Золотисто– желтый, желто- бурый, бурый.  Бледно- коричневая, бледно-зеленая	1,5-2
X Гриналит (Fe <sup>2+</sup> , Fe <sup>3+</sup> ) <sub>2-3</sub> × ×[Si <sub>2</sub> O <sub>5</sub> ](OH) <sub>4</sub>	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	В. сов. по {001}	Темно- зеленый, темно-бурый.  Зеленая, бурая	2-2,5
* Шамозит (Fe <sup>2+</sup> , Mg) <sub>5</sub> Al × ×[Al (Si, Al) <sub>3</sub> × ×O <sub>10</sub> ] (OH) <sub>8</sub>	Моноклинная, листо-атые, мелко- и тонкоче- шуйчатые агрегаты	В. сов. по {001}	Темно-зеле- ный до чер- ного.  Серо-зеленая	2,5-3
* Аннит K(Mg, Fe) <sub>3</sub> × ×[AlSi <sub>3</sub> O <sub>10</sub> ] (OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, столбчатые и пластинчатые кристаллы, чешуйчатые и пластинчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Черный с зеленоватым, красноватым или золотистым оттенком.  Коричневая	2-3

**роватый оттенок, выраженный неясно.  
Зеленая, темно-зеленая, черная**

Продолжение таблицы 4

6	7	8	9	10
2,3	Легко разла- гается в кисло- тах с образо- ванием порош- коватого SiO <sub>2</sub> .  Вспучивается при нагревании	Гидробио- тит	Калиевые полевые шпаты, апатит, циркон	Образуется при выветривании в виде псевдоморфоз по биотиту и флогопиту, встречается в почвах
2,8-3	Раствор. в HCl.  Сплавляется в черное стекло	Крон- шtedтит	Сидерит, пирит, марказит	Образуется при гидролизе железистых силикатов
3-3,4	Раствор. в HCl с выд. студенис- того SiO <sub>2</sub> . Форма выд., цвет, сплавляется в черное стекло	Гриналит	Сидерит, пирит, марказит	Осадочные железорудные м-ния
3-3,1	Разлагается в H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> с обра- зованием скелета SiO <sub>2</sub> .  Цвет, упругость листочков и ассоциация	Биотит, флогопит	Полевые шпаты, титанит, циркон, кварц	Кислые и средние магматические горные породы и их пегматиты, метаморфические породы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Рибекит $\text{Na}_2\text{Fe}_3^{2+}\text{Fe}_2^{3+} \times [\text{Si}_4\text{O}_{11}]_2 \times (\text{OH}, \text{F})$	Моноклинная, призматический, зернистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°	Светло-зеленый, серо-зеленый до зеленовато-черного.  Зеленовато-серая до белой	5-6	3-3,4	В кислотах не раствор.	Глаукофан	Полевые шпаты, мусковит, кварц	Аксессуарный минерал в кислых изверженных породах, фенитах, железистых кварцитах, пегматитах
*Паргасит $\text{NaCa}_2(\text{Mg}, \text{Fe}^{2+})_4 \times \text{Al}[\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{22}] \times (\text{OH})_2$	Моноклинная, шестоватые и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный	Светло-зеленый, серо-зеленый до зеленовато-черного.  Зеленовато-серая	5-6	3-3,2	В кислотах не раствор. Цвет, ассоциация и оп-тические конс-танты	Гастингсит	Кальцит, доломит, форстерит, диопсид, флогопит	Метаморфизованные карбонатизированные ультраосновные породы, скарны, эклогиты
*Гастингсит $\text{NaCa}_2(\text{Fe}^{2+}, \text{Mg})_4 \times \text{Fe}^{3+}[\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{22}] \times (\text{OH})_2$	Моноклинная, несовершенные кристаллы, шестоватые и зернистые агрегаты,	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный	Зеленовато-коричневый, коричневый до зелено-вато-черного.  Серо-зеленая	5-6	3,1-3,3	В кислотах не раствор. Цвет, ассоциация и оптические константы	Паргасит	Пироксен, форстерит, плагиоклаз, ильменит, апатит	Основные магматические, метаморфические и метасоматические породы
* Гиперстен $(\text{Fe}, \text{Mg})_2[\text{Si}_2\text{O}_6]$	Ромбическая, плотные зернистые агрегаты, пластинчатые сращения с клинопироксенами	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Темно-зеленый, серовато-черный, томпаково-бурый.  Серая, коричневатосерая	5-6	3,4-3,7	Частично раствор. в HCl. Сплавляется в черную эмаль  Форма зерен, угол между плоскостями спайности	Энстатит, бронзит	Авгит, салит, плагиоклаз, гастингсит, магнетит, биотит	Породообразующий минерал магматических и метаморфических пород

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Грюнерит (Fe <sup>2+</sup> ,Mg) <sub>7</sub> × ×[Si <sub>8</sub> O <sub>22</sub> ]× ×(OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, игольчатый, радиально- лучистый, волоконистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°	Желтый, бу- рый, зелено- вато-серый.  Зеленовато- серая	5.5	3-3.5	В кислотах не раствор.  Плавится в чер-ное магнитное стекло	Даннеморит	Актинолит, кварц, маг- нетит, гема- тит, анке- рит, биотит	В контактово и регионально ме- таморфизован- ных породах и метасоматичес- ких жилах
* Арфедсонит Na <sub>3</sub> (Fe <sup>2+</sup> ,Mg)× ×Fe <sup>3+</sup> [Si <sub>8</sub> O <sub>22</sub> ]× × (OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, призматичес- кие и иголь- чатые крис- таллы, ради- ально-лучис- тые, шесто- ватые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Неровный, занозистый	Зеленый, зеленовато- черный, черный.  Зеленовато- серая, голу- бовато-серая	5.5-6	3-3.5	В кислотах не раствор. Легко плавится в магнитное стекло Форма зерен, окраска, спай- ность, ассоциация	Гастингсит, эгирин	Эгирин, гастингсит, куммингто- нит, микроклин, плагиоклаз	Щелочные изверженные породы и их пегматиты, щелочные грани- ты, карбонатиты, метасоматиты
X Ильваит CaFe <sup>2+</sup> <sub>2</sub> Fe <sup>3+</sup> × × [Si <sub>2</sub> O <sub>7</sub> ]O× × (OH) <sub>2</sub>	Ромбическая, призматичес- кий, изомет- ричный, зернистый, шестоватый	Сов. по {010} и {001} в двух нап- равл.	Черный с буроватым или зеленоватым оттенком.  Темно-серая с зеленоватым оттенком	5.5-6	3.8- 4.1	Разлагается в HCl с образо- ванием студе- нистого осадка SiO <sub>2</sub> Сплавляется в черный стекло- ватый магнит- ный шарик	Людвибит, энигманит	Кварц, кальцит, геденбер- гит, данне- морит, маг- нетит, гра- нат, эпидот	В известковых скарнах, медно- никелевых суль- фидных м-ниях и гидротермаль- но измененных породах
*Авгит (Ca,Na)× ×(Mg,Fe,Al,Ti) ×[(Si,Al) <sub>2</sub> O <sub>6</sub> ]	Моноклинная, короткоприз- матические кристаллы, сплошные зернистые массы	Сов. по {110} и отдельность по {100}. Раковистый, неровный	Зеленый, черно-зеленый до черного.  Зеленовато- бурая	5.5-6	3.2- 3.6	Частично раз- лагается в HCl.  По форме кристаллов в эффузивах или оптически	Диопсид	Плагиоклаз, оливин, магнетит, пижонит	Породообразую- щий минерал магматических пород, в гнейсах и кварцитах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Актинолит $\text{Ca}_2(\text{Mg,Fe}^{2+})_5 \times [\text{Si}_8\text{O}_{22}](\text{OH})_2$	Моноклинная, шестоватые, тонко-лучистые и волокнистые (асбест) агрегаты, плотные массы - нефрит	Сов. по {110} в двух направл. под углом $124^\circ$ . Неровный, занозистый	Зеленый, серовато-зеленый, голубовато-зеленый.  Белая до бледно-зеленой	5-6	3.1-3.2	В кислотах не раствор. Плавится с трудом в серо-зеленоватое стекло.  Окраска, форма кристаллов и ассоциация	Тремолит, эпидот, турмалин	Альбит, эпидот, клинохлор, кальцит, доломит, глаукофан	Породообразующий минерал зеленосланцевой фации метаморфизма
* Тефроит $\text{Mn}_2[\text{SiO}_4]$	Ромбическая, призматический, зернистый	Сов. по {010} и {001}. Раковистый	Пепельно-серый, бурый, оливково- и черно-зеленый.  Серая	5.5-6	3.8-4.3	Раствор. в HCl с выдел. студенистого кремнезема.  Иногда слабо магнитен	Фаялит	Родонит, спессартин, родохрозит, барит, гаусманит, бустамит	В железо-марганцевых м-ниях, скарнах, метаморфизованных марганцевых осадках
Алланит-Ce (ортит) $(\text{Ce,Ca,Y})_2(\text{Al,Fe}^{3+})_3 \times [\text{SiO}_4] \times [\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$	Моноклинная, пластинчатые, досковидные кристаллы, сливные агрегаты	Отсутствует. Неровный, раковистый	Темно-зеленый, смоляно-черный, светло-коричневый.  Серая, светло-зеленая	5.5-6	3.3-4.2	Раствор. в HCl с выд. порошкового $\text{SiO}_2$ . Нередко радиоактивен. Форма кристаллов, цвет, радиоактивность	Меланит, стенструпин	Альбит, апатит, флюорит, биотит, гастингсит, магнетит	Аксессуарный минерал гранитов и сиенитов, их пегматитов, карбонатиты
Диопсид $\text{CaMg}[\text{Si}_2\text{O}_6]$	Моноклинная, призматические кристаллы зернистые шестоватые и радиально-лучистые агрегаты,	Сов. по {110} в двух направл. под углом $88^\circ$ , отдельность по {100}. Неровный	Светло-зеленый, серо-фиолетовый, розовый, белый.  Белая до бледно-зеленой	5.5-6	3.2-3.4	Слабо раствор. в HCl.  Форма кристаллов и окраска	Геденбергит, гиперстен	Кальцит, флогопит, апатит, магнетит, клинохлор, шпинель	Породообразующий минерал магматических пород, их пегматитов, метаморфических пород, скарнов

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Геденбергит CaFe [Si <sub>2</sub> O <sub>6</sub> ]	Моноклинная, крупношестоватые и радиально-лучистые агрегаты, иногда зонально-концентрические	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°, отдельность по {100}. Неровный	Темно-зеленый до черного.  Светло-серая с зеленоватым оттенком	5,5-6,5	3,4-3,6	Частично разлагается в HCl. Легко сплавляется в черный магнитный шарик.  Спайность и ассоциация	Людовигит, шерл	Фаялит, магнетит, кварц, ильваит, полевые шпаты	Породообразующий минерал оливинсодержащих сиенитов, железистых кварцитов, скарнов
* Глаукофан Na <sub>2</sub> Mg <sub>3</sub> Al <sub>2</sub> × [Si <sub>4</sub> O <sub>11</sub> ] <sub>2</sub> × (OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, призматические кристаллы, шестоватые и волокнистые (асбест) агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 124°. Занозистый, неровный	Серо-синий, ярко-синий, голубовато-черный.  Голубовато-серая	6-6,5	3-3,3	В кислотах не раствор.  Окраска и нахождение в метаморфических породах	Рибекит, рихтерит	Эпидот, альмандин, альбит, лавсонит, пумпеллиит	Кристаллические сланцы, эклогиты, метасоматиты
* Эгирин NaFe[Si <sub>2</sub> O <sub>6</sub> ]	Моноклинная, радиально-лучистые, спутанно-волокнистые агрегаты, реже игольчатые кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Занозистый, неровный	Светло-зеленый, зеленовато-черный до черного.  Светло-зеленая	6-6,5	3,4-3,7	В кислотах не раствор.  Форма кристаллов, окраска, спайность, ассоциация	Арфедсонит, энигманит	Полевые шпаты, нефелин, корунд, магнетит	Кислые и щелочные породы, их пегматиты, железистые кварциты, гидротермалиты
* Жадеит NaAl[Si <sub>2</sub> O <sub>6</sub> ]	Моноклинная, плотные агрегаты спутанно-волокнистого строения, зернистые массы	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный до занозистого	Белый, серый, зеленовато-серый, зеленый, синий.  Белая	6-6,5	3,1-3,4	В кислотах не раствор.  Форма выд., окраска, высокая вязкость	Нефрит	Альбит, кварц, анальцим, натролит, эпидот, цоизит	Метаморфические породы, контактово-метасоматические тела, ультраосновные породы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Рамзаит $\text{Na}_2\text{Ti}_2$ $[\text{Si}_2\text{O}_6]\text{O}_3$	Ромбическая, призматический, зернистый, волокнистый	В. сов. по {100}, сов. по {210}	В. сов. по {100}, сов. по {210}	6-6,5	3,1- 3,5	Раствор. в HF. Легко плавится в черный непрозрачный шарик	Катаплеит, эльпидит	Эгирин, лопарит, эвдиалит, астрофиллит, альбит, натролит	В щелочных породах и их пегматитах
*Хлоритоид $(\text{Fe}^{+2}, \text{Mg}) \times$ $\times (\text{Al}, \text{Fe}^{+3}) \times$ $\text{Al}_3[\text{SiO}_4]_2\text{O}_2 \times$ $\times (\text{OH})_4$	Моноклинная, чешуйчатые агрегаты, плохо ограниченные порфири- бласти	Сов. по {001} в одном направл. Неровный	Темно-зеле- ный, зелено- вато-черный.  Светло-зеле- ная, зеленовато- серая	6,5	3,5- 3,6	Разлагается в $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Сплав- ляется в черное слабомагнитное стекло.  Высокая твердость и плотность, ассоциация	Клино- хлор, клинтонит	Биотит, альмандин, кварц, мусковит, ильменит, эпидот	Метаморфическ ие породы, роговики, кварцевые жилы
* Фаялит $\text{Fe}_2[\text{SiO}_4]$	Ромбическая, зернистые агре- гаты, редко призматичес- кие кристаллы	Ясная по {100}, {010}. Раковистый, неровный	Темно-зеле- ный до чер- ного, темно- бурый.  Зеленовато- серая	6-6,5	4,39	Раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$ .  Сплавляется в магнитный ша- рик. Цвет, твер-дость, ассоциация	Оливин	Флогопит, шорломит, перовскит, апатит, мелилит	Кислые и щелоч- ные породы, их пегматиты, железорудные скарны, карбонатиты
* Шерл $\text{NaFe}^{2+}_3\text{Al}_6 \times$ $\times [\text{Si}_6\text{O}_{18}] \times$ $\times (\text{BO}_3)_3 (\text{OH}, \text{F})_4$	Тригональная, призматичес- кие кристаллы, шестоватые, радиальнолу- чистые, зернистые агрегаты	Отсутствует, Раковистый, неровный	Зеленовато- черный, чер- ный.  Зеленовато- серая, серая	7-7,5	2,9- 3,2	В кислотах не раствор. Легко сплавляется в темно-корич- невую эмаль.  Форма попе- речного сече- ния, твердость	Эгирин, людвигит	Кордиерит, кварц, ортоклаз, биотит, апатит, магнетит	Кислые и щелоч- ные извер- женные и мета- морфические породы и их пегматиты, грейзены, кварцевые жилы, скарны

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Бюргерит $\text{NaFe}_3^{3+}\text{Al}_6 \times$ $\times (\text{BO}_3)_3 \times$ $\times [\text{Si}_6\text{O}_{18}] \text{O}_3\text{F}$	Тригональный, призматический, игольчатый	Сов. по {1120}	Темно-бурый, буровато-черный.  Буровато-серая	7	3,3	В кислотах не раствор.	Везувиан, кварц	Геденбергит, волластонит, форстерит, плаггиоклаз	В магнезиальных скарнах с борной минерализацией, пегматитах и кислых вулканитах
<b>4.3 Чер</b>									
<b>Твер</b>									
<b>та белая</b>									
<b>дость 1-3</b>									
* Тальк $\text{Mg}_3[\text{Si}_4\text{O}_{10}] \times$ $\times (\text{OH})_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые и скрытокристаллические (стеа-тит) агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл. Неровный	Бледно-зеленый, белый с желтоватым или розоватым оттенком	1	2,7- 2,8	В кислотах не раствор.  Твердость, жирный на ощупь	Пирофиллит, каолинит	Тремолит, флогопит, серпентин, доломит, гематит	Гидротермально измененные ультраосновные породы и метаморфические породы
Сассолин $\text{B}(\text{OH})_3$	Триклинная, таблитчатый, чешуйчатый, натечный	В. сов. по {001}	Бесцветный, белый	1	1,5	Растворяется в воде, спирте. Раствор спирта окрашивает пламя в бледно-зеленый цвет.	Бура	Бораты и сульфаты	В вулканических озерах и источниках, в отложениях фумарол
* Пирофиллит $\text{Al}_2[\text{Si}_4\text{O}_{10}] \times$ $\times (\text{OH})_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые и скрытокристаллические (агальматолит) агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл. Неровный	Белый, светло-зеленый, буроватый, красноватый	1-1,5	2,7- 2,9	Редок Раствор. в кислотах.  Твердость, жирный на ощупь, ассоциация	Тальк, каолинит	Каолинит, монтмориллонит, хлорит, кварц	В метаморфических породах, околорудных метасоматитах, вторичных кварцитах и кварцевых жилах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Термонарит $\text{Na}_2(\text{CO}_3) \times \text{H}_2\text{O}$	Ромбическая, таблитчатый, выцветы, мучнистый	Несов. по {010}	Бесцветный, белый, серый, желтый	1-1,5	2,7- 2,9	Легко раствор. в воде	Сода, трона	Сода, трона, гейлюссит, кальцит	В отложениях соляных озер и фумарол, выцветы в аридных областях
* Сода (натрон) $\text{Na}_2(\text{CO}_3) \times$ $\times 10\text{H}_2\text{O}$	Моноклиная, призматичес- кий, зернистый, рыхлый	Ясная по {001}. Раковистый	Бесцветный до белого, серый, желтый	1-1,5	1,48	Легко раствор. в воде, в кислотах с шипением выделяет $\text{CO}_2$	Термонарит, трона	Термонарит, трона, гейлюссит, кальцит	В отложениях содовых озер и вулканических областей
* Бейделлит $(\text{Na}, \text{Ca})_{0,5}\text{Al}_2 \times$ $\times [(\text{Si}, \text{Al})_4\text{O}_{10} \times$ $\times (\text{OH})_2 \times n\text{H}_2\text{O}$	Моноклиная, пластинчатый, землистый	В. сов. по {001}	Белый, желтый, бурый	1,5	2,6	Раствор. в кислотах	Монтморил- лонит, сапонит	Каолинит, монтморил- лонит, галлуазит, кварц, полевые шпаты	В коре выветри- вания основных вулканических пород, в продуктах гидротермально- го изменения рудных м-ний
* Нашатырь $(\text{NH}_4) \text{Cl}$	Кубическая, тетрагонтри- октаэдриче- ский {110}, {211}, {100}, зернистый, рыхлый	Несов. по {111}. Раковистый	бесцветный, белый, желтый, коричневый	1-2	1,53	Легко раствор. в воде. При нагревании сублимирует	Сильвин, галит, масканьит	Буссенго- тит, масканьит, копейскит, аммоний- ярозит, сильвин	В отложениях фумарол и продуктах горения угольных терриконов
Бишофит $\text{MgCl}_2 \times 6\text{H}_2\text{O}$	Моноклиная, призматичес- кий, зернистый, волокнистый	Раковис-тый, неровный	Бесцветный, белый, красный	1-2	1,65	Легко раствор. в воде. Вкус горький, жгучий	Карналит	Галит, кизерит, карналлит, сильвин, ангидрит	В м-ниях морских солей и осадках озер

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Сапонит (Ca <sub>0,5</sub> , Na) <sub>0,3</sub> × ×(Mg, Fe <sup>2+</sup> ) <sub>3</sub> × ×[(Si,Al) <sub>4</sub> O <sub>10</sub> ]× ×(OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, пластинчатый, землистый	В. сов. по {001}. Ровный до раковистого	Буро-зеленый до шоколадно- ко-ричневого	1-2	2,3- 2,5	Раствор. в кислотах.  Жирный на ощупь	Нонтронит	Кальцит, монтморил- лонит, каолинит, хлорит, тальк, тремолит, флогопит	В коре выветривания основных вулканических пород, в продуктах гидротермально- го изменения рудных м-ний
* Нонтронит Na <sub>0,33</sub> Fe <sup>3+</sup> <sub>2</sub> × ×[(Si,Al) <sub>4</sub> O <sub>10</sub> ]× ×(OH) <sub>2</sub> ×nH <sub>2</sub> O	Моноклинная, пластинчатые и землистые агрегаты	В. сов. по {001}. Неровный	Желтовато- зеленый до буро-зеленого и темно-бурого	1-2	2,3- 2,5	Раствор. в кислотах.  Окраска и условия нахождения	Сапонит, монтмо- риллонит	Монтмо- риллонит, магнезит, арагонит, кварц	Кора выветривания ультраосновных пород
* Галлотрихит FeAl <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ]× ×22H <sub>2</sub> O	Моноклинная, игольчатый, волокнистый, спутанно- волокнистый	Несов. по {010}	Бесцветный, белый, желтоватый, зеленоватый	1,5-2	1,9-2	Раствор. в воде	Пиккерин- гит, били- нит, дитрихит	Алуноген, мелантерит, копиапит, гипс	Продукт окисле- ния пирит- содержащих пород колче- данных м-ний и угленосных отложений
* Мирабилит Na <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> )× ×10H <sub>2</sub> O	Моноклинная, призматичес- кий, зернистый	Сов. по {100}. Раковистый	Бесцветный, белый	1,5-2	1,49	Легко раствор. в воде.  Вкус солонова- то-горький, при нагревании теряет воду и переходит в тенардит	Глауберит	Гипс, галит, тенардит, трона, глауберит, астраханит, эпсомит	В отложениях соляных озер в засушливых областях

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Монтморилло нит $(\text{Na,Ca})_{0.33} \times$ $\times (\text{Al,Mg})_2 \times$ $\times [\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_2$	Моноклинная, землистые агрегаты	В. сов. по {001}. Ровный	Белый, розовый, красный	1-2	2,1- 2,3	Раствор. в кислотах.  Жирный на ощупь, сильно разбухает в воде, становится пластичным	Каолинит, галлуазит	Иллит, хлорит, каолинит, галлуазит, пальгор- скит, се- пиолит	Кора выветривания вулканических пород, продукты изменения околорудных пород, почвы
* Гипс $\text{Ca}(\text{SO}_4) \times \text{H}_2\text{O}$	Моноклинная, зернистые, волокнистые (селенит) агрегаты	Сов. по {010} в одном нап- равл. Ясная по {100}. Ровный, до занозистого	Бесцветный, белый, голубова-тый, розовый, желтый, оранжевый	2	2,3	Слабо рас- твор. в воде, растворяется в НСI.  Спайность , твердость, от- сутствие реак- ции на $\text{CO}_2$	Брушит, бобьерит	Ангидрит, сера, арагонит, кальцит, кварц	Хемогенные оса- дочные породы, зона окисления сульфидных м- ний, кварцевые жилы и фумаролы
* Сильвин KCl	Кубическая, зернистые, зем- листые, волок- нистые, шесто- ватые агрега- ты, натеки, выцветы	Сов. по {100} в трех нап- равл. Раковистый	Бесцветный, белый, голубой, желтый, красный	2	1,993	Раствор. в во- де. Окрашивает пламя в фиоле- товый цвет.  Пластичен, вкус горько- вато соленый	Галит	Ангидрит, галит, кизерит, карналит, каинит, эпсомит, полигалит	Соляные залежи морского проис- хождения, выцветы на почве, вулкани- ческие продукты
* Мелантерит $\text{Fe}(\text{SO}_4) \times 7\text{H}_2\text{O}$	Моноклинная, призматически й, зернистый, сталактиты	Сов. по {001} и {110}. Раковистый	Травяно-зеле- ный, синевато- зеленый	2	1,8- 2,2	Легко раствор. в воде	Моренозит	Пизанит, галотрихит, пиккерин- гит, копиапит, алуноген	В зоне окисления сульфидных м- ний

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Госларит $Zn(SO_4) \times 7H_2O$	Ромбическая, зернистый	Сов. по {010}	Бесцветный, белый, желтый	2	1,8-2	Легко раствор. в воде	Эпсомит, мирабилит	Мелантерит, дитрихит, галотрихит, копиапит, алуноген	В зоне окисления сульфидных м-ний
* Галит NaCl	Кубическая, зернистые агрегаты, сталактиты	Сов. по {100} в трех нап- равл. Раковистый	Бесцветный, белый, синий, желтый, красный	2-2,5	2,2	Легко раствор. в воде. Окрашивает пламя в жел- тый цвет. Спайность, соленый вкус, ассоциация	Сильвин	Сильвин, карналит, лангбей- нит, гипс, ангидрит, полигалит	Соляные залежи, солончаки
X Пирохроит $Mn(OH)_2$	Тригональная, таблитчатый, ромбоэдричес- кий, чешуйчатый, волокнистый	Сов. по {0001} в одном направл	Бесцветный, на свету становится бронзово-бу- рым, черным. При окислении бурая	2-2,5	3,2- 3,3	Легко раствор. в HCL	Брусит	Манганит, доломит, магнетит, гаусманит, родохрозит, кальцит, пироаурит	В кварц- карбонатных жилах
X Буря $Na_2[B_4O_5] \times$ $(OH)_4] \times$ $8H_2O$	Моноклинная, призматически й, зернистый	Несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, белый, розовый, серый	2-2,5	1,72	Раствор. воде. Вкус сладкова- то-щелочной, на поверхнос- ти теряет воду и белеет	Сосолин	Галит, тро- на, тенар- дит, глаубе- рит, гипс, гейлюсит, углексит	В хемогенных отложениях озер
* Эпсомит $Mg(SO_4) \times 7H_2O$	Ромбическая, призматичес- кий, зернистый, волокнистый	Сов. по {001}	Белый, серый, бурый	2-2,5	1,7	Легко раствор. в воде. Вкус горький, вяжущий	Госларит, мирабилит	Ангидрит, гипс, поли- галит, ме- лантерит, галотрихит, квасцы	В соляных отло- жениях, в зоне окисления суль- фидных м-ний

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Каолинит $Al_2[Si_2O_5] \times (OH)_4$	Триклинная, тонкочешуйчатые, землистые агрегаты	В. сов. по {001}. Плоско-раковистый	Белый, серый, бурый	2-2,5	2,6-2,7	В кислотах не раствор. С водой становится пластичным.  Окраска, высокая пластичность, мылкий на ощупь	Монтмориллонит, галлуазит	Монтмориллонит, галлуазит, иллит, палыгорскит, сепиолит	Кора выветривания кислых пород
* Галлуазит $Al_2[Si_2O_5](OH)_4$	Моноклинная, землистые, плотные агрегаты	В. сов. по {001}. Плоскоракковистый	Белый, голубоватый, бурый	2	2-2,2	В кислотах не раствор. Генезис и специальные методы	Каолинит, монтмориллонит	Каолинит, бейделлит, иллит, монтмориллонит	Кора выветривания кислых пород и гидротермальные жилы
* Сепиолит $Mg_4[Si_6O_{15}](OH)_2 \times 6H_2O$	Ромбическая, спутановолокнистый, глиноподобный	Неровный, плоско-раковистый	Белый, сероватобелый, желтый, бурый	2-2,5	2,0	Раствор. в HCl с выд. SiO <sub>2</sub>	Палыгорски	Кальцит, барит, арагонит, опал, магнезит	В коре выветривания серпентинитов, карбонатных осадочных породах
* Палыгорскит $(Mg, Al)_2 \times [Si_4O_{10}](OH) \times 4H_2O$	Ромбическая, моноклинная, войлокоподобный (горная кожа), листы, пленки	Неровный	Белый, желтоватосерый, буроватый, зеленоватый	2-2,5	2,1-2,3	Разлагается в конц. H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> с выд. скелета SiO <sub>2</sub>	Сепиолит	Доломит, магнезит, монтмориллонит, каолинит	В коре выветривания серпентинитов, осадочных породах и гидротермальным путем
* Флогопит $KMg_3 \times [AlSi_3O_{10}](OH)_2$	Моноклинная, пластинчатые, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Бесцветный, буроватожелтый, красноватокоричневый	2-2,5	2,8-3	Разлагается в концентрированной H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> Ассоциация	Биотит	Диопсид, форстерит, шпинель, гялофан, гумит, апатит	Перидотиты, кимберлиты, контактово-метасоматические породы и метаморфизованные карбонатные толщи

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Карналлит $\text{KMgCl}_3 \times 6\text{H}_2\text{O}$	Ромбическая, зернистые агрегаты, смеси с галитом, волокнистые образования	Раковистый	Бесцветный, розовый, желтый, красный, бурый	2,5	1,6	Легко раствор. в воде, сорбируя ее из атмосферы. Вкус горький, жгучий	Галит, сильвин	Галит, сильвин, ангидрит, кизерит, каинит, эпсомит	В залежах калийных солей
* Криолит $\text{Na}_3\text{AlF}_6$	Моноклин-ая, зернистые агрегаты	Отдельность по {001} и {110}. Неровный	Бесцветный, белый, сероватый, грязно-бурый	2,5	2,96	Раствор. в кислотах. Легко плавится, окрашивая пламя в желтый цвет	Хиолит, флюорит	Томсенолит, колумбит, пироклор, топаз, рибекит, альбит, герксугит	Аксессуарный минерал щелочных гранитов и пегматитов
* Гиббсит (гидраргиллит) $\text{Al}(\text{OH})_3$	Моноклинная, землистые агрегаты, червеобразные выд., оолиты, натечные образования	В. сов. по {001} в одном направл. Ровный, раковистый	Бесцветный, белый, сероватый	2,5-3	2,3-2,4	Легко раствор. в горячих щелочах и $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Спайность, форма выд., ассоциация	Бемит, брусит, норстрандит	Каолинит, галлуазит, аллофан, нефелин	Бокситы, щелочные породы как продукт изменения натролита и нефелина
* Брусит $\text{Mg}(\text{OH})_2$	Тригональная, чешуйчатые, волокнистые (немалит), натечные выд., сфероиды	В. сов. по {0001} в одном направл. Чешуйчатый до занозистого	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый, зеленоватый, голубоватый	2,5	2,4	Легко раствор. в кислотах. В пламени паяльной трубки не плавится. Растворимость в $\text{HCl}$	Гипс, гиббсит	Серпентины, периклаз, доломит, арагонит, тальк, гидромагнетит	Метаморфизованные доломиты, мраморы, серпентиниты, известковые скарны
* Хризотил $\text{Mg}_3[\text{Si}_2\text{O}_5] \times (\text{OH})_4$	Моноклинная, волокнистые и параллельношестоватые (асбест), плотные агрегаты	В. сов. по {001}. Ровный до занозистого	Белый, желтоватый, зеленый разных оттенков	2,5	2,55	Раствор. в $\text{HCl}$ с образованием волокнистого скелета. Форма выд., окраска, ассоциация	Лизардит, амфиболы, Ni - хлориты	Лизардит, антигорит, тальк, магнетит, брусит, гидромагнетит	Гидротермально измененные гипербазиты и контактово-измененные карбонатно-магнезиальные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Лizardит $Mg_3 [Si_2O_5] \times (OH)_4$	Моноклинная, тонкозернистые агрегаты	В. сов. по {001}. Ровный до раковистого и занозистого	Зеленый, желтовато-зеленый, темно-зеленый	2,5	2,55	Раствор. в HCl с образованием порошковатого $SiO_2$ . Высокая распространенность	Хризотил, Ni-хлориты, Ni-монтмориллониты	Хризотил, актинолит, тальк, магнетит, брусит, гидромагнетит	Гидротермально-измененные и контактово-измененные карбонатно-магнезильные породы
X Кукеит $LiAl_4 \times [AlSi_3O_{10}] \times (OH)_8$	Моноклинная, таблитчатый	В. сов. по {001}	Зеленый, желтовато-зеленый, темно-зеленый	2,5	2,67	В кислотах не раствор	Донбасит, тальк, хлорит	Поллуцит, петалит, амблигонит, рубеллит, танталит	В литиевых пегматитах
*Халькантит $Cu(SO_4) \times 5H_2O$	Триклинная, пластинчатые и зернистые агрегаты, натечные образования	Несов. по {110}. Раковистый	Небесно-голубой до ярко-синего	2,5	2,1-2,3	Легко раствор. в воде. Вкус металлический, вяжущий. Окраска и условия нахождения	Пизанит	Мелантерит, пиккерингит, алуноген, копиапит	Зона окисления медно-колчеданных м-ний
Улексит $NaCa[B_5O_6] \times (OH)_6 \times 5H_2O$	Триклинная, тонковолокнистый, спутанноволокнистый	Сов. по {010} и несов. по {110}	Бесцветный, белый	2,5	1,9-2,0	Раствор. в горячей воде. Плавится со вспучиванием	Ашарит, тонковолокнистые бораты	Бура, галит, глауберит, трона, мирабилит, колеманит	В бороносных соляных залежах морского и озерного происхождения
* Клинохлор $(Mg, Fe^{2+})_5Al \times [AlSi_3O_{10}] \times (OH)_8$	Моноклинная, таблитчатый, пластинчатый, листоватый, чешуйчатый	В. сов. по {001} в одном направл	Белый, серый (лейхтенбергит), зеленый, фиолетовый (кеммеририт)	2,5	2,6-2,8	Раствор. при кипячении в $H_2SO_4$ Окраска, спайность, чешуйки не упругие	Хлориты, мусковит	Магнетит, перовскит, гранат, эпидот, везувиан, титанит	В метаморфических породах фации зеленых сланцев, скарнах, в измененных ультраосновных породах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Мусковит $KAl_2[AlSi_3O_{10}] \times (OH, F)_2$	Моноклинная, короткостолбчатые кристаллы, листоватые, чешуйчатые агрегаты (серицит)	В. сов. по {001} в одном направл, несов. по {110} и {010}	Бесцветный, белый, зеленый, изумрудно-зеленый (фуксит)	2,5-3	2,8-3,1	В кислотах не раствор. Ассоциация	Лепидолит, циннвальдит, парагонит	Кварц, полевые шпаты, хлорит, доломит	Кислые изверженные и метаморфические породы, пегматиты, грейзены
* Парагонит $NaAl_2 \times [AlSi_3O_{10}] \times (OH)_2$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Бесцветный, белый, зеленовато-белый	2,5-3	2,9	В кислотах не раствор	Мусковит	Роговая обманка, альмандин, плагиоклазы, кианит	Метаморфические породы богатые Na
* Лепидолит $K(Li, Al)_3 \times [AlSi_3O_{10}] \times (F, OH)_2$	Моноклинная, таблитчатые, чешуйчатые, скорлуповатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Белый, розовато-фиолетовый, персиково-красный	2-3 до 4	2,8-2,9	В кислотах не раствор. Цвет, характер ассоциации	Мусковит	Сподумен, петалит, альбит, рубеллит, флюорит, топаз	Гранитные пегматиты и грейзены
* Судоит (рипидолит, прохлорит) $Mg_2(Al, Fe^{3+})_3 \times [AlSi_3O_{10}] \times (OH)_8$	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001}, в одном направл	Белый, бледно-зеленый, зеленый	2-3	2,6-2,7	Частично разлагается кислотами. Цвет, спайность, ассоциация, гибкость	Клинохлор	Эпидот, альбит, актинолит, кварц, рутил, титанит	Зеленокаменные породы. Жилы альпийского типа
X Гидроборацит $CaMgB_6O_8 \times (OH)_6 \times 3H_2O$	Моноклинная, игольчатый, спутанно-волоконистый	Сов. по {010}. Неровный, занозистый	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый	2,5-3	2,17	Легко раствор. в кислотах Форма выд., ассоциация	Улексит	Колеманит, иньбит, индерит, улексит, кальцит	В бороносных соляных залежах озерного и морского происхождения

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Виллиомит NaF	Кубическая, зернистые агрегаты	Сов. по {100} в трех направл. Раковистый, неровный	Карминово- красный, темно- вишневый	2-0,2	2,79	Легко раствор. в воде.  Цвет, спай- ность, ассо- циация	Флюорит	Эвколит, астрофил- лит, сода- лит, лов- чоррит, по- левой шпат	Щелочные породы и их пегматиты
X Тенардит Na <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> )	Ромбическая, дипирамидаль- ный, пинако- идальный, зернистый, выцветы	Сов. по {010}, ясная по {101}	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый	2,5-3	2,17	Легко раствор. в воде.  Вкус горько- солёный (глауберова соль)	Мирабилит, эпсомит	Мирабилит, глауберит, эпсомит, гипс, сода, галит	В озерных отло- жениях засуш- ливых областей и отложениях фумарол
X Полигалит K <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Mg(SO <sub>4</sub> ) <sub>4</sub> ××2H <sub>2</sub> O	Триклинная, таблитчатый, шестоватый, волоконистый	Средняя по {110}	Бесцветный, белый, розовато- красный, кирпично- красный	2,5- 3,5	2,78	Раствор. в воде с выд. гипса и сингенита	Пикромерит	Галит, гипс, ангидрит, карналлит	В соляных зележах и вулканических продуктах
* Амезит Mg <sub>2</sub> Al[AlSiO <sub>5</sub> ] ×(OH) <sub>4</sub>	Триклинная, Пластинчатые и чешуйчатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Белый, бледно- зеленый, фиолетовый (хром-амезит)	2,5-3	2,7- 2,8	Медленно раствор. в HCl.  Спайность, форма выд., ассоциация	Клинохлор	Диаспор, рутил, магнетит, лейкоксен, миллерит	Измененные ультраосновные породы и мета- морфические м- ния наждака
Иниоит Ca[B <sub>3</sub> O <sub>3</sub> (OH) <sub>5</sub> ] ××4H <sub>2</sub> O	Моноклинная, толсто- таблитчатый, зернистый	Сов. по {001} и {010}	Бесцветный, белый	2,5-3	1,88	Раствор. в горячей воде	Колеманит, гипс	Гипс, колеманит, гидробора- цит, улес- кит, курнаковит	В бороносных соляных залежах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Англезит Pb(SO <sub>4</sub> )	Ромбическая, призматический, бипирамидальный, зернистый, натечный	Сов. по {001}, ясная по {210}	Бесцветный, белый, желтоватый, коричневатый	2,5-3	6,38	Медленно раствор. в HNO <sub>3</sub>  Парагенезис	Церуссит	Церуссит, галенит, лимонит, малахит, азурит	Зона окисления свинцовых м-ний
Циннвальдит KLiFe <sup>2+</sup> Al× ×[AlSi <sub>3</sub> O <sub>10</sub> ] × ×(F,OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, листовая-тые, чешуй-чатые агрегаты	В. сов. по {001} в одном направл	Серый, буровато- или зеленовато-серый	2,5-3,5	2,9-3,2	В кислотах не раствор.  Цвет. Тип ассоциации	Мусковит, лепидолит	Вольфрамит, шеелит, топаз, флюорит, турмалин, кварц	Грейзены и олово-вольфрамовые кварцевые жилы
<b>4.3 Черта Твер</b>					<b>белая ость 3-5</b>				
X Ссайбелиит (ашарит) Mg <sub>2</sub> [B <sub>2</sub> O <sub>4</sub> (OH)] × ×(OH)	Моноклинная, спутанно-волоконистый, землистый	Сов. по {110}. Неровный, раковистый	Белый, сероватый, желтоватый	3	2,65	Медленно раствор. в кислотах.  Форма выд., ассоциация	Гидроборацит	Улексит, гидроборацит, пандермит, гипс	Скарны, хемогенные бороносные залежи, серпентинит
X Ньюбериит Mg(HPO <sub>4</sub> )×3H <sub>2</sub> O	Ромбическая, призматический, порошковатый, землистый	Сов. по {010}.	Бесцветный, белый, серый, голубой, розовый	3	2,1	Легко раствор. в HCl	Брушит	Грейгит, аллофан, брушит	В отложениях гуано и ископаемых бивнях мамонтов
* Кальцит Ca(CO <sub>3</sub> )	Тригональная, хорошо образованные кристаллы, сталактиты, зернистые агрегаты	Сов. по {1010} в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, серый, голубой, розовый	3	2,72	Легко раствор. в кислотах с выд. CO <sub>2</sub> .  Штриховка полисинтетического двойникования	Арагонит	Кварц, доломит, флюорит, барит, сульфиды и арсениды	Карбонатные, кварц-карбонатные жилы, метаморфические и осадочные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Витерит Ba(CO <sub>3</sub> )	Ромбическая, дипирамидаль- ный, зернистый	Ясная по {010}, несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, белый, серый, желтый	3-3,5	4,2- 4,3	Раствор. в кислотах.  Имеет высокую плотность	Стронциа- нит	Барит, галенит, кальцит, сфалерит	В гидротер- мальных барит- витеритовых жилах
* Целестин Sr(SO <sub>4</sub> )	Ромбическая, Чечевице- образные кри- сталлы, пластинчато- волоконистые прожилки, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {210} в трех нап- равл. Неровный	Бледно-голу- бой, голубо- вато-серый, белый, красный	3-3,5	3,9-4	Слабо раствор. в кислотах.  Голубая окраска, форма выд., спайность	Барит	Доломит, гипс, стронциа- нит, галит, галенит, сфалерит	Хемогенные осадочные толщи эвапоритов и кварцевые жилы
* Барит Ba(SO <sub>4</sub> )	Ромбическая, пластинчатые и зернистые аг- регаты, сфери- ческие конк- реции	Сов. по {001} и {210} в трех нап- равл. Неровный	Бесцветный, белый, голу- боватый, светло- сиреневый	3-3,5	4,5	В кислотах не раствор.  Форма кристаллов. Спайность, твердость, плотность	Целестин, ангидрит	Флюорит, кальцит, кварц, галенит, сфалерит, витерит	Гидротермальны е жилы, желваки и конкреции осадочных пород
* Ангидрит Ca(SO <sub>4</sub> )	Ромбическая, хорошо обра- зованные кри- сталлы, зерни- стые агрегаты	Сов. по {010}, {100} {001} в трех нап- равл. Неровный	Бесцветный, белый, голу- боватый, светло- сиреневый	3,5	2,98	Раствор. в кислотах.  Спайность, отсутствие реакции на CO <sub>2</sub>	Гипс, карбонаты	Гипс, кальцит, доломит, пирит и другие сульфиды	Хемогенные оса- дочные породы, гидротермаль- ные жилы, кол- чеданные и скарновые м-ния
X Кизерит Mg(SO <sub>4</sub> )×H <sub>2</sub> O	Моноклинная, бипирамидаль- ный, зернистый, выцветы	Сов. по {111} и {110}. Неровный	Бесцветный, белый, желтый	3,5	2,57	Раствор. в воде	Эпсомит, ссомольно- кит	Эпсомит, госларит, лимонит	В соляных зале- жах и зоне окис- ления колчедан- ных м-ний

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Бемит AlO(OH)	Ромбическая, Скрытокри- сталлические, землистые, фарфоровид- ные агрегаты	Сов. по {010}. Неровный до ракови- стого, ино- гда мелко- заноистый	Бесцветный, белый, желтый	3,5- 4,0	3,0- 3,1	В кислотах не раствор. Ассоциация, форма выд., спайность	Гиббсит	Гиббсит, диаспор, каолинит, гидроокис- лы Fe	Бокситы и продукты изменения фельдшпатоидов и натролита в щелочных пегматитах
* Арагонит Ca(CO <sub>3</sub> )	Ромбическая, игольчатые и зернистые плотные агре- гаты. Корки, натёки	Ясная по {010} Неровный	Бесцветный, белый, желтоватый, серый	3,5- 4,0	2,9- 3,0	Раствор. в кислотах с выд. СО <sub>2</sub> . Форма кристаллов, ассоциация	Кальцит, доломит	Кальцит, магнезит, опал, лимонит	Хемогенные и биогенные осадки, кора выветривания ультраосновных пород
* Доломит CaMg(CO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	Тригональная, грубозерни- стые, тонкозер- нистые агрега- ты	Сов. по {1011} в трех нап- равл. Неровный	Бесцветный, белый, желтый, буроватый	3,5- 4,0	2,8- 3,0	Медленно раствор. в HCl. Характер двойникова- ния, ассоциа- ция, спайность	Кальцит, магнезит	Сидерит, кальцит, кварц, ар- сениды, Со и Ni, магнезит	Хемогенные осадочные поро- ды, кварц-карбо- натные жилы и измененные ультраосновные породы
* Анкерит Ca(Mg, Fe)× ×(CO <sub>2</sub> )	Тригональная, ромбэдричес- кий, зернистый	Сов. по {1011} в трех нап- равл	Бесцветный, белый, желтоватый, бурый	3,5- 4,0	2,9- 3,1	Слабо раствор. в холодной HCl.	Доломит, сидерит	Кварц, до- ломит, си- дерит, гема- тит, пирит, галенит, сфалерит	В карбонатах, гидротермаль- ных, полиметал- лических м-ниях и кварц-карбо- натных жилах
X Алунит K Al <sub>3</sub> (SO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> × ×(OH) <sub>6</sub>	Тригональная, мелкозерни- стые, скрыто- кристалличес- кие плотные агрегаты	Сов. по {0001}. Неровный	Белый, желтоватый, серый	3,5- 4,0	2,6- 2,9	Медленно раствор. в раз- бавленной H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> . Точная диаг- ностика осу- ществляется оптически	Каолинит, зуниит	Гиббсит, каолинит, гипс, кварц, галлуазит	Измененные вулканогенные породы, зона гипергенеза осадочных толщ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Лангбейнит $Mg(SO_4) \times$ $\times K_2(SO_4)$	Кубическая, почковидный, зернистый	Раковистый	Бесцветный, желтоватый, розоватый, серый	3,5- 4,0	2,83	Очень медленно раствор. в воде	Каинит	Галит, сильвин, карналлит, тенардит	Морские соляные отложения
X Вавеллит $Al_3(PO_4)_2 \times$ $\times (OH)_3 \times 5H_2O$	Ромбическая, призматический, радиально- волоконистый, опаловидный	Сов. по {110} и {010}. Неровный	Бледно-зеленый, зеленый, желтый, бурый, голубой, белый	3,5- 4,0	2,36	Легко раствор. в кислотах	Варисцит	Апатит, марказит, воксит, варисцит	В бокситах, уг- листо-кремни- стых сланцах, ли- монитах, квар- цевых жилах
* Стильбит (десмин) $NaCa_2[Al_5Si_{13} \times$ $\times O_{36}] \times 14H_2O$	Моноклинная, пластинчатый, сноповидный, радиально- лучистый	Сов. по {010}, ясная по {100}	Белый, желтоватый, красноватый	3,5- 4,0	2,1- 2,2	Раствор. в HCl с выд. порош- коватого $SiO_2$ .  Наиболее распространен	Цеолиты	Эпидот, натролит, гейландит, ломонтит, кальцит	В пустотах траппов и других эффузивов, рудных жилах, скарнах, сланцах
* Гейландит $(Ca, Na)[Al_{2-x} \times$ $\times Si_{2+x}O_8]_2 \times$ $\times 5H_2O$	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	Сов. по {010} в одном направл	Бесцветный, белый, розоватый, красно- коричневый	3,5- 4,0	2,2	Раствор. в HCl с выд. студенистого $SiO_2$	Клиноптило- лит	Кварц, кальцит, стильбит, гранат, аксинит	В пустотах ос- новных эффу- зивов, скарнах, жилах альпий- ского типа
* Скородит $Fe(AsO_4) \times 2H_2O$	Ромбическая, плотные, шла- коподобные массы, корки, желваки, землистые скопления	Несов. по {201}. Раковис- тый, неровный	Серовато-зеле- ный, яблочно-зе- леный, буровато- серый	3,5- 4,0	3,3	Раствор. в HCl. Вторичный по арсенопириту  Окраска, при- уроченность к зоне окисле- ния сульфоар- сенидов	Мансфильд- ит, халько- сидерит	Фармако- сидерит, бедантит, вивианит, лимонит, гипс	Зона окисления сульфидных м-ний

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Сидерит Fe(CO <sub>3</sub> )	Тригональная, зернистые и землистые агрегаты. Оолиты, конкреции	Сов. по {1011} в трех направл. Неровный	Желтовато-серый, горохово-желтый, желтовато-бурый	3,5-4,5	3,9-4,0	Раствор. в HCl с выд. CO <sub>2</sub> .  Цвет, спайность, твердость	Анкерит	Доломит, лимонит, пирротин, марказит, кварц	Хемогенные осадочные породы и кварц-карбонатные жилы
* Родохрозит Mn(CO <sub>3</sub> )	Тригональная, зернистые агрегаты	Сов. по {1011} в трех направл. Неровный	Розовый, темно-красный, желтовато-серый	3,5-4,5	3,6-3,7	Раствор. в HCl с выд. CO <sub>2</sub> .  Твердость, пленка гидроокислов и окислов Mn	Родонит, кальцит	Кварц, арсенопирит, сфалерит, галенит, родонит, спессартин	Гидротермальные жилы, контактово-метаморфические м-ния и осадочные толщи
*Маргарит CaAl <sub>2</sub> × × [Al <sub>2</sub> Si <sub>2</sub> O <sub>10</sub> ]× × (OH) <sub>2</sub>	Моноклинная, листоватые, чешуйчатые агрегаты	Сов. по {001} в одном направл. Неровный	Жемчужно-белый с сероватым, розоватым, желтоватым оттенками	3,5-4,5	3,0-3,1	С трудом раствор. в H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> .  Парагенезис, блеск, твердость	Клинтонит	Парагонит, хлоритоид, графит, эпидот, наждак, диаспор	Кристаллические сланцы, наждаки и слюдиты
* Флюорит CaF <sub>2</sub>	Кубическая, зернистые и землистые (ратовкит) агрегаты	Сов. по {111} в четырех направл. Раковистый, неровный	Бесцветный, зеленый, фиолетовый, голубой, синевато-черный	4,0	3,18	Раствор. в концентрированной H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> с выд. HF.  Отсутствие реакции на CO <sub>2</sub>	Криолит, карбонаты	Кварц, берилл, турмалин, касситерит, вольфрамит, топаз, халцедон	Грейзены, скарны, гидротермальные и пегматитовые жилы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Магnezит $Mg(CO_3)$	Тригональная, зернистые, фарфоровидные, мелоподобные агрегаты	Сов. по {1011} в трех направл. Раковистый	Бесцветный, белый, желтый, серый	4,0-4,5	3,0-3,1	Раствор. в HCl при нагревании с выд. CO <sub>2</sub> . Форма выд.	Кальцит, доломит	Опал, арагонит, лимонит, доломит, кальцит, барит	Коры выветривания ультраосновных пород и гидротермально-метаморфические залежи
X Бастнезит $(Ce, La)(CO_3)F$	Гексагональная, таблитчатый, зернистый	Несов. по {0001}, часто отдельность	Желтый до красно-коричневого	4,0-4,5	4,5-4,9	Раствор. в крепких кислотах при нагревании	Паризит, синхизит	Альбит, эгирин, титанит, циркон, ортит, барит, кальцит	В фенитах и щелочных пегматитах, карбонатных жилах
Колеманит $Ca_2(Ba_2O_{11}) \times 5H_2O$	Моноклинная, изометричный, призматический, зернистый, шестоватый	Сов. по {010} в одном направл. Неровный раковистый	Бесцветный, белый, серый	4,5	2,42	Раствор. в HCl	Индеборит, иньоит	Гидроборацит, иньоит, улесит, ашарит, карналлит, бишофит	Лагунные отложения солей и диапировые купола
Варисцит $Al(PO_4) \times 2H_2O$	Ромбическая, дипирамидальный, зернистый	Сов по {010} в одном направл. Неровный	Бледно-зеленый, голубовато-зеленый до бесцветного	4,5	2,6-2,8	Раствор. в кислотах при нагревании	Вавеллит, штрэнгит	Вавеллит, крандаллит, апатит, халцедон, лимонит	В корях выветривания пород богатых алюминием
Хлорапатит $Ca_5(PO_4)_3(Cl, F)$	Моноклинный, псевдогексагональный, призматический, зернистый	Несов. по {001}	Бесцветный, белый	4,5-5,0	3,1-3,2	Раствор. в кислотах	Фтор-apatит	Диопсид, андрадит, магнетит, эпидот	Некоторые основные интрузивные породы и контактово-метасоматические м-ния

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Ксенотим $Y(PO_4)$	Тетрагональная, зернистые агрегаты	Сов. по {100} в двух направл. Раковистый	Желтовато-бурый, красный, серый	4,0-5,0	3,0-3,1	Раствор. в HCl при нагревании с выд. CO <sub>2</sub> . Форма выд	Кальцит, доломит	Опал, арагонит, лимонит, доломит, кальцит, барит	Коры выветривания ультраосновных пород и гидротермально-метаморфические залежи
* Шабазит $(Na, Ca)[Al \times Si_2O_6]_2 \times 6H_2O$	Тригональная, ромбоэдрический, зернистый	Ясная по {1011}. Раковистый	Бесцветный, белый с красноватым или буроватым оттенком	4,0-5,0	4,5-4,9	Раствор. в крепких кислотах при нагревании	Паризит, синхизит	Альбит, эгирин, титанит, циркон, ортит, барит, кальцит	В фенитах и щелочных пегматитах, карбонатитах, карбонатных жилах
X Смитсонит $Zn(CO_3)$	Тригональная, скорлуповатые, почковидные, натечные выделения	Сов. по {1011}. Неровный	Белый, желтовато-коричневый, зеленый, голубой	4,0-4,5	2,42	Раствор. в HCl	Индеборит, иньоит	Гидроборатит, иньоит, улесит, ашарит, карналлит, бишофит	Лагунные отложения солей и диапировые купола
* Фторапофиллит $KCa_4[Si_4O_{10}]_2 \times F \times 8H_2O$ Гидроксилапофиллит $KCa_4[Si_4O_{10}]_2 \times (OH, F) \times 8H_2O$	Тетрагональная, дипирамидальный, призматический, шестоватый	Сов. по {001} в одном направл. Раковистый	Бесцветный, белый, розовый, красный, зеленый	4,5-5,0	2,6-2,8	Раствор. в кислотах при нагревании	Вавеллит, штрэнгит	Вавеллит, крадаллит, апатит, халцедон, лимонит	В корях выветривания пород богатых алюминием
* Волластонит $Ca_3[Si_3O_9]$	Триклинная шестоватые, радиально-лучистые, тонковолокнистые, листоватые агрегаты	Сов. по {100}, средняя по {001}. Неровный	Белый, сероватый, желтоватый	4,5-5,0	3,1-3,2	Раствор. в кислотах	Фтор-apatит	Диопсид, андрадит, магнетит, эпидот	Некоторые основные интрузивные породы и контактово-метасоматические м-ния

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Пектолит $\text{NaCa}_2[\text{Si}_3\text{O}_8] \times (\text{OH})$	Триклинная призматический, шестоватый, волокнистый	Сов. по {100} и {001} в двух направл	Белый, светло-серый, бледно-розовый	4,5-5,0	2,9-3,1	Раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$ .	Волластонит	Кальцит, цеолиты	В миндалинах и трещинах эффузивных пород
* Фторапатит (апатит) $\text{Ca}_5[\text{PO}_4]_3\text{F}$	Гексагональная, призматические и пластинчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Ясная по {0001}. Раковистый, неровный	Бесцветный, белый, желтый, синий, фиолетовый, розовый	5,0	3,1-3,2	Раствор. в кислотах. Форма кристаллов, твердость	Берилл	Нефелин, эгирин, титанит, скаполит, форстерит, магнетит	Кислые и щелочные породы, карбонатиты и пегматиты
* Карбонат-фторапатит $\text{Ca}_5[\text{PO}_4, \text{CO}_3]_3\text{F}$	Ромбическая, пластинчатый, шестоватый, волокнистый	Сов. по {110} в двух направл. Неровный раковистый	Бесцветный, голубой, зеленый, серый, бурый до черного	3,5-5,0	2,6-3,0	Раствор. в HCl с выд. $\text{CO}_2$ . Форма выдел	Фторапатит, хлорапатит	Монтмориллонит, каолинит, кварц, кальцит	В терригенных и хемогенных осадочных породах
Гемиморфит (каламин) $\text{Zn}_4[\text{Si}_2\text{O}_7] \times (\text{OH})_2 \times \text{H}_2\text{O}$	Тетрагональный, призматический, зернистый	Сов по {110} и {010}. раковистый	Бесцветный, белый	5,0	3,4-3,5	После прокаливании легко раствор. в кислотах с выд. студенистого $\text{SiO}_2$	Смитсонит	Смитсонит, виллемит, цинкит, малахит и др.	В зоне окисления полиметаллических м-ний
X Селлаит $\text{MgF}_2$				5,0	3,1-3,2	Раствор. в конц. $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Относительно редок	Флюорит	Ангидрит, гипс, флюорит, молибденит, касситерит, флогопит	В кварцевых жилах, фумаролах, доломитах и мраморах

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Клинтонит (ксантофиллит) $\text{Ca}(\text{Mg}, \text{Al})_3 [(\text{Si}, \text{Al})_4 \text{O}_{10}] (\text{OH})_2$	Моноклинная, пластинчатый, чешуйчатый	Сов по {001} в одном направл	Бледно-зеленый, желтовато- зеленый, белый	5,0	3,07	В кислотах не раствор	Маргарит	Диопсид, хондродит, гуммит, каль- цит, апатит	В магнезиаль- ных скарнах богатых алюминием
* Анальцим $\text{Na}[\text{AlSi}_2\text{O}_6] \times$ $\times \text{H}_2\text{O}$	Кубическая, тетрагонтри- октаэдричес- кий, зернистый	Несов. по {100}. Неровный	Бесцветный, белый, розовый	4,5- 5,5	2,2- 2,3	Раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$	Лейцит	Кальцит, натролит, нефелин	В щелочных магматических породах, мин- далинах основ- ных эффузивов
* Вишневит $6\text{Na}[\text{AlSiO}_4] \times$ $\times \text{Ca}(\text{SO}_4)2\text{H}_2\text{O}$	Гексагональ- ная, зернистые агрегаты, реак- ционные кай- мы и псевдо- морфозы по нефелину	Сов. по {1011} в трех нап- равл. Неровный, раковистый	Светло-голу-бой до голу-бовато- синего	5,0	2,3- 2,4	Легко раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$ .  Окраска и ассоциация	Содалит, лазурит	Нефелин, полевые шпаты, эги- рин, циркон, титанит	Позднемагма- тический в нефелиновых сиенитах и их пегматитах
<b>4.3. Черта</b>									
<b>Тверд</b>					<b>белая</b>				
<b>5,0-5,5</b>					<b>ость 5-7</b>				
X Датолит $\text{CaB}[\text{SiO}_4](\text{OH})$	Моноклинная, призматичес- кий, зернистый, плотный	Ясная по {100}. Неровный	Бесцветный, белый, голу- бовато-зеле- ный, желтовато- зеленый	5,0- 5,5	2,9- 3,0	Раствор. в HCl с выд. студени- стого $\text{SiO}_2$ . Окрашивает пламя в желто- вато-зеленый цвет	Кварц, топаз, андалузит	Цеолиты, пренит, каль- цит, кварц, аксинит, гра- нат, волласто- тонит, данбурит	Жилы альпийского типа, контактово- метасоматичес- кие м-ния
* Канкринит $6\text{Na}[\text{AlSiO}_4] \times$ $\times \text{Ca}(\text{CO}_3)2\text{H}_2\text{O}$	Гексагональ- ная, зернистые агрегаты, реакционные каймы по нефелину	Сов. по {1010} в трех нап- равл. Неровный	Белый, серый, желтый, крас- новатый	5,0- 5,5	2,4- 2,5	Раствор. в HCl с выд. $\text{CO}_2$ и студенистого $\text{SiO}_2$ . Спайность, окраска	Нефелин, ортоклаз, микроклин	Нефелин, альбит, титанит, циркон, эгирин	Позднемагма- тический в нефелиновых сиенитах и их пегматитах

## Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
# Моноцит (Ce,La,Nd) × ×(PO <sub>4</sub> )	Моноклинная, таблитчатые кристаллы, реже зернистые агрегаты	Сов. по {100}, отдельность по {001}. Раковистый	Желтый, красно- коричневый, коричне-вый, иногда белый	5,0- 5,5	5,0- 5,2	С трудом раз- лагается кисло- тами. Форма кристаллов, твердость, плотность	Ксено-им, титанит	Ксенотим, алланит, уранинит, циртолит, биотит, молибденит	Акцессорный минерал грани- тов, пегматитов, фенитов, грейзе- нов, гнейсов и жил альпий- ского типа
Эвдиалит Na <sub>4</sub> (Ca,Ce) <sub>2</sub> × ×FeZr[Si <sub>8</sub> O <sub>22</sub> ]× ×(OH, Cl) <sub>2</sub>	Тригональная, ромбоэдричес- кий, таблитчатый, зернистый	Неровный, раковистый	Красный, малиново- красный, вишнево- красный	5,0- 5,5	2,8- 3,0	Раствор. в HCl с выд. студенистого SiO <sub>2</sub>	Гранаты	Апатит, био- тит, магне- тит, титанит, эгирин, поле- вые шпаты	Нефелиновые сиениты и их пегматиты
* Натролит Na <sub>2</sub> [Al <sub>2</sub> Si <sub>3</sub> O <sub>10</sub> ]× ×2H <sub>2</sub> O	Ромбическая, призматичес- кие до игольча- тых кристаллы; шестоватые,ра- диально лучис- тые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. Неровный, раковистый	Бесцветный, белый, желтый, красный	5,0- 5,5	2,2- 2,3	Легко раствор. в HCl с выд. студенистого SiO <sub>2</sub> .  Спайность, форма выд., ассоциация	Томсонит	Анальцим, шабазит, сколецит, гейландит	Постмагмати- ческий минерал щелочных по- род, их пегмати- тов; гидротер- мальный в жи- лах и миндали- нах эффузивов
Гаюин Na <sub>6</sub> Ca <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ] <sub>6</sub> × ×(SO) <sub>2</sub>	Кубическая, додэкаэдричес- кий, октаэдрически й, зернистый	Несов. по {110}	Ярко-синий, голубой, зеленовато- синий, белый	5,0- 5,5	2,4- 2,5	Раствор. в HCl с выд. геля SiO <sub>2</sub> , добавление BaCl <sub>2</sub> –осадок BaSO <sub>4</sub>	Содалит, лазурит, вишневит	Санидин, лейцит, нефелин, титанит	В вулканичес- ких щелочных породах
* Титанит (сфен) CaTi[SiO <sub>4</sub> ]O	Моноклинная, конвер- тообразные кристаллы; зернистые агрегаты	Сов. по {110}. Неровный до занозистого	Желтый, коричневый до черного, изумрудно- зеленый, белый	5,0- 6,0	3,3- 3,6	Раствор. в H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> .  Форма кристаллов, окраска, спайность	Циркон, гранаты	Нефелин, канкринит, циркон, биотит, apatит, флогопит, диопсид	Первичный ми- нерал щелочных пород и грани- тов; встречается в скарнах, гней- сах, жилах аль- пийского типа

## Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Виллемит $Zn_2[SiO_4]$	Тригональная, призматический	Несов. по {0001} и {1012}. Раковистый	Бесцветный, белый, желтоватый, розоватый	5,0-6,0	4,0-4,2	Раствор. в HCl с выд. студенистого $SiO_2$	Гемиморфит	Кварц, гентгельвин, ганит, циркон, фенацит, сфалерит	В зоне окисления полиметаллических м-ний, скарнах и кварцевых жилах
Бирюза $CuAl_6(PO_4) \times (OH)_8 \times 4H_2O$	Триклинная, плотные тонкозернистые агрегаты	Сов. по {001}. Мелкоракровистый	Голубой, синевато-зеленый	5,0-6,0	2,6-2,8	С трудом раствор. в HCl. Окраска и форма выд	Халькоцидерит	Вавеллит, амблигонит, халцедон, каолинит, гетит	Кора выветривания фосфатсодержащих осадочных и вулканических горных пород
* Антофиллит $(Mg,Fe)_7 \times [Si_8O_{22}](OH)_2$	Ромбическая, лучистые, радиально-сноповидные, шестоватые, волокнистые (асбест) агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. Неровный	Бесцветный, серовато-зеленый, зеленовато-бурый	5,5-6,0	2,8-3,2	В кислотах не раствор. От других амфиболов отличается оптически; от хризотил-асбеста по ассоциации	Тремолит, жедрит	Энстатит, тальк, кордиерит, паргасит, плагиоклаз	Метаморфизованные ультрабазиты, магнезиальные скарны, регионально метаморфизованные породы
* Куммингтонит $(Mg,Fe)_7[Si_8O_{22} \times (OH)_2]$	Моноклинная, волокнистый, зернистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом $124^\circ$	Белый, светло-зеленый, серый, бурый	5,5-6,0	3,2-3,3	В кислотах не раствор	Антофиллит, тремолит	Стильпномелан, грюнерит, анкерит, ильменит, кварц	В контактово и регионально метаморфизованных породах
X Рихтерит $Na_2Ca(Mg,Fe^{+2}) \times [Si_8O_{22}](OH)_2$	Моноклинная, призматический, зернистый, волокнистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом $124^\circ$	Желтый, бурый, буровато-красный, светло-зеленый	5,0-6,0	2,9-3,5	В кислотах не раствор. Мало распространен	Актинолит, тремолит, жедрит	Кальцит, магнетит, доломит, флогопит, актинолит, хлорит, титанит	В метаморфизованных карбонатных породах, гидротермально-измененных породах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Тремолит $\text{Ca}_2\text{Mg}_5 \times [\text{Si}_8\text{O}_{22}](\text{OH})_2$	Моноклинная, шестоватые, волокнистые агрегаты, иногда призматические кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. Плоскораквистый (нефрит)	Бесцветный, белый, светло-серый, светло-зеленый	5,5-6,0	3,0-3,1	В кислотах не раствор. От других амфиболов отличается оптически; от эпидота по спайности	Антофиллит, жедрит	Диопсид, форстерит, флогопит, скаполит, кварц, серпентин	Метаморфические и метасоматические породы, образовавшиеся по карбонатным и ультраосновным породам
Нозеан $\text{Na}_8[\text{AlSiO}_4]_6 \times (\text{SO}_4)$	Кубическая, зернистый	Несов. по {110}	Серый, синий, белый	5,5-6,0	2,3-2,4	Раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$ , добавление $\text{BaCl}_2$ —осадок $\text{BaSO}_4$	Содалит, лазурит, гаюин	Санидин, слюда, титанит	В вулканических щелочных породах
* Содалит $\text{Na}_8[\text{AlSiO}_4]_6\text{Cl}_2$	Кубическая, Зернистые агрегаты, псевдоморфозы по нефелину, ромбодекаэдрические кристаллы	Ясная по {110}. Неровный	Синий, се-рый, зеленоватый, розовый (гакманит)	5,5-6,0	2,1-2,3	Раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$ . Спайность, окраска, ассоциация	Вишневит, лазурит, гаюин	Нефелин, канкринит, эгирин, микроклин, титанит, апатит	Щелочные породы и их пегматиты
* Лейцит $\text{K}[\text{AlSi}_2\text{O}_6]$	Тетрагональная, тетрагонтриоктаэдрические кристаллы, реже зернистые агрегаты	Отсутствует. Раковистый	Бесцветный, белый, серый	5,5-6,0	2,4-2,5	Раствор. в HCl с выд. порошковатого $\text{SiO}_2$ . Форма выд. и условия нахождения	Анальцим	Ортоклаз, нефелин, санидин	Молодые щелочные эффузивные породы
* Нефелин $\text{Na}[\text{AlSiO}_4]$	Гексагональная, вкрапленники, зернистые массы; реже короткопризматические кристаллы	Несов. по {1010}. Неровный	Желтый, красный, зеленый, бесцветный	5,5-6,0	2,6-2,7	Легко раствор. в кислотах с выд. геля $\text{SiO}_2$	Канкринит, кальсилит	Полевые шпаты, аннит, арфведсонит, эгирин, титанит, апатит	Щелочные магматические горные породы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Мариалит $\text{Na}_4[\text{AlSi}_3\text{O}_8]_3\text{Cl}$	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые, шестоватые и сливные агрегаты	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, белый, серый, желтоватый	5,5-6,0	2,6	В кислотах практически не раствор.  Форма кристаллов, спайность, ассоциация	Мейонит, полевые шпаты	Диопсид, плагиоклаз, флогопит, апатит, волластонит	Метаморфические и контакто-метасоматические м-ния
Мейонит $\text{Ca}_4[\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_8]_3 \times (\text{CO}_3)$	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые, шестоватые и сливные агрегаты	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Бесцветный, серый, фиолетовый (главколит), грязно-зеленый, бурый	5,5-6,0	2,75	Частично раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$ . Форма кристаллов, спайность, ассоциация	Мариа-лит, полевые шпаты	Флогопит, диопсид, апатит, кальцит, эпидот, гранат	Метаморфические и контакто-метасоматические м-ния
Амблигонит $\text{LiAl}(\text{PO}_4)\text{F}$	Триклинная, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Белый, кремово-белый, желтовато-белый	5,5-6,0	3,0-3,1	С трудом раствор. в кислотах. Окрашивает пламя в красный цвет	Монттебра-зит, сподумен	Сподумен, литиофиллит, апатит, лепид олит, петалит, поллуцит	В гранитных пегматитах богатых литием
X Мелилит $\text{Ca}, \text{Na})_2(\text{Mg}, \text{Al}) \times [(\text{Si}, \text{Al})_2\text{O}_7]$ промежуточный член ряда окерманит-геленит)	Тетрагональная, призматический, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {110}. Неровный	Белый, бледно-желтый, зеленовато-желтый, розовый	5,5-6,0	3,0-3,1	Раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$	Хондродит, гумит	Форстерит, диопсид, шпинель, паргасит, флогопит, кальцит	Щелочные ультраосновные породы, контакты основных пород и известняков
X Клиногумит $4\text{Mg}_2[\text{SiO}_4] \times \text{Mg}(\text{OH}, \text{F})$	Моноклиная, изометричный, зернистый	Несов. по {001}. Неровный, раковистый	Желтый, желтовато-серый, красно-коричневый	5,5-6,0	3,2-3,4	Раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$	Хондродит, гумит	Форстерит, диопсид, шпинель, паргасит, флогопит, кальцит	Магнезиальные скарны, кальцефиры и пегматиты

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Диопсид $\text{CaMg}[\text{Si}_2\text{O}_6]$	Моноклинная, зернистые, шестоватые и радиально-лучистые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {110} в двух направл. под угл $88^\circ$ , отдельность {100}. Неровный	Светло-зеленый, серо-фиолетовый, розовый, белый.  Белая до бледно-зеленой	5,5-6,0	3,2-3,4	Слабо раствор. в HCl.  Форма кристаллов и окраска	Геденбергит, гиперстен	Кальцит, флогопит, апатит, магнетит, клинохлор, шпинель	Породообразующий минерал магматических пород, их пегматитов, метаморфических пород, скарнов
* Опал $\text{SiO}_2 \times n\text{H}_2\text{O}$	Аморфный; плотный, натечный	Аморфный; плотный, натечный	Отсутствует. Раковистый	5,5-6,5	1,9-2,2	Раствор. в HF. Форма выд. и условия нахождения	Аллофан	Магнетит, арагонит, нонтронит	Кора выветривания ультраосновных пород, в миндалинах эффузивов среднего и кислого состава
* Родонит $\text{CaMn}_4[\text{Si}_5\text{O}_{15}]$	Триклинная, зернистые агрегаты, редко призматические кристаллы	Сов. по {100}, {010} и {001}. Неровный	Розовый, ярко-красный и коричнево-красный	5,5-6,5	3,4-3,8	Раствор. в HCl выд. порошкового $\text{SiO}_2$ . Окраска, спайность, твердость и ассоциация	Родохрозит, пироксмангит	Тефроит, спессартин, пироксмангит, гиалофан, алабандин	Метаморфические горные породы и скарны
* Жедрит $(\text{Mg}, \text{Fe}^{+2})_5\text{Al}_2 \times [(\text{Al}, \text{Si})_2 \times \text{Si}_6\text{O}_{22}] (\text{OH})_2$	Ромбическая, призматически, шестоватый, волокнистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом $124^\circ$	Буровато-коричневый, зеленовато-коричневый, желтовато-серый	6,0	2,9-3,3	В кислотах не раствор. Окраска, наличие пертитовых вростков, спайность	Микроклин, плагиоклазы	Кварц, слюды, силлиманит, ставролит, альмандин	Породообразующий в кислых и щелочных изверженных породах, их пегматитах и метаморфических породах
* Ортоклаз $\text{K}[\text{AlSi}_3\text{O}_8]$	Моноклинная, призматические кристаллы зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом $90^\circ$ . Неровный	Серый, желтоватый, красноватый; иризирует (лунный камень)	6,0	2,6	В кислотах не раствор. Окраска, наличие пертитовых вростков, спайность	Микроклин, плагиоклазы	Кварц, слюды, силлиманит, ставролит, альмандин	Породообразующий в кислых и щелочных изверженных породах, их пегматитах и метаморфических породах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Микроклин $K[AlSi_3O_8]$	Триклинная, зернистые агрегаты и призматические кристаллы	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом 90°. Неровный	Серо-желтый, красный, зеленый (амазонит); иризирует (лунный камень)	6,0	2,6	В кислотах не раствор. Окраска, наличие пертитовых вростков, спайность	Ортоклаз, плагиоклазы	Ортоклаз, плагиоклазы	В кислых и щелочных изверженных породах и их пегматитах
Плагиоклазы: непрерывный ряд твердых растворов от * альбита $Na[AlSi_3O_8]$ до * анортита $Ca[Al_2Si_2O_8]$	Триклинная, призматические и пластинчатые кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и {010} в двух направл. под углом 90°. Неровный	Бесцветный, белый, зеленоватый, серый	6,0	2,6-2,8	Богатые анортитовой молекулой раствор. в HCl с выд. геля $SiO_2$  Окраска, полисинтетическое двойникование  Ассоциация	Ортоклаз, мейонит, мариалит	Кварц, слюды, микроклин, пироксены, амфиболы	Породообразующий в изверженных породах, их пегматитах, метаморфических породах, жилах альпийского типа
* Цоизит $Ca_2Al_3[SiO_4] \times [Si_2O_7]O(OH)$	Ромбическая, призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Сов. по {100} и несов. по {001}. Неровный	Белый, серый, зеленоватый, розовый (тулит), голубой (танзанит)	6,0	3,2-3,3	Раствор. в HCl после прокаливания с выд. геля $SiO_2$ .  Окраска	Клиноцоизит, эпидот	Альбит, эпидот, кальцит, серицит, кварц, рутил	Метаморфизованные основные породы и кварцевые жилы
* Энстатит $Mg_2[Si_2O_6]$	Ромбическая, Призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Белый, серый, желтоватый, зеленоватый, оливково-зеленый, бурый	6,0	3,2-3,3	В кислотах не раствор.  Окраска, спайность, ассоциация	Диопсид, бронзит	Кианит, оливин, тальк, шпинель, флогопит, антофиллит	Породообразующий ультраосновных и основных магматических пород и кимберлитов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Петалит (Li,Na)[AlSi <sub>4</sub> O <sub>10</sub> ]	Моноклинная, призма- тический, зернистый, плотный	Сов. по {001}, несов, по {201}. Неровный	Бесцветный, белый, серый, розовый	6,0	2,4- 2,5	В кислотах не раствор	Диопсид, бронзит	Лепидолит, сподумен, амблигонит, альбит, кварц, титанит	Литиевые пегматиты
* Кианит Al <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ]O	Триклинная, радиально- лучистые, шестоватые агрегаты, призматичес- кие кристаллы	Сов. по {100}, ясная по {010}. Занозистый	Голубой, синий, серый, белый, зеленый, желтый	4,5- 7,0	3,5- 3,7	В кислотах не раствор.  Окраска, форма выд., спайность	Силлима- нит	Кварц, мусковит, хлоритоид, ставролит, альбит	Породообразу- ющий в метаморфичес- ких породах и кварцевых жилах
* Пренит Ca <sub>2</sub> Al[AlSi <sub>3</sub> O <sub>10</sub> ]× ×(OH) <sub>2</sub>	Ромбическая, призматичес- кий, пластин- чатый, корки, радиально пластинча-тый	Сов. по {001}. Неровный	Зеленоватый, белый, серый, желтый	6,0- 6,5	2,8- 3,0	Медленно раствор. в HCl	Халцедон, цеолиты	Кварц, дио- псид, gros- суляр, цеоли- ты, халцедон, кальцит	В метаморфи- зованных ос- новных поро- дах и скарнах
X Хондродит 2Mg <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ]× ×Mg(F,OH) <sub>2</sub>	Моноклин-ная, изомет- ричный, зернистый	Несов. по {001}. Раковистый	Медовый, желтый, коричневый	6,0- 6,5	3,2- 3,3	Раствор. в HCl с выд. геля SiO <sub>2</sub>	Гумит, клиногумит	Оливин, диопсид, шпинель, флогопит, магнетит	В магнизиаль- ных скарнах и кальцефирах
X Гумит 3Mg <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ]× ×Mg(OH,F) <sub>2</sub>	Ромбическая, изометрич- ный, бочен- ковидный	Несов. по {001}. Раковистый	Желтый до коричневого	6,0- 6,5	3,2- 3,3	Раствор. в HCl с выд. геля SiO <sub>2</sub> . Распро-странен менее хондродита и клиногумита	Хондродит, клиногумит	Оливин, флогопит, тремолит, шпинель, апатит	В магнизиаль- ных скарнах, кальцефирах и бруситовых мраморах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Жадеит $\text{NaAl}[\text{Si}_2\text{O}_6]$	Моноклинная, плотный, спутанно-волокнистый, реже зернистый	Сов. по {110} в двух направл. под углом 88°. Неровный	Бесцветный, белый, зеленый, серый	6,0-6,5	3,3-3,4	В кислотах не раствор.  Высокая прочность, форма выд., окраска	Нефрит, тремолит	Альбит, анальцит, натролит, тремолит, кварц, алмадин	В метаморфических и контактово-метасоматических м-ниях по гипербазитам
* Клиноцоизит $\text{Ca}_2\text{Al}_3[\text{SiO}_4] \times [\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$	Моноклинная, призматические кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и несов. по {100}. Неровный	Бесцветный, светло-серый, желтый, серовато-зеленый	6,5	3,3-3,4	После прокаливания раствор. в HCl с выд. студенистого $\text{SiO}_2$ .  Форма выд. и условия нахождения	Цоизит, эпидот	Альбит, кальцит, серицит, эпидот, пренит, титанит	Метаморфические основные породы и жилы альпийского типа
X Поллуцит $(\text{Cs,Na})_2 \times [\text{Al}_2\text{Si}_4\text{O}_{12}] \times \text{H}_2\text{O}$	Кубическая, Зернистый	Отсутствует. Раковистый	Бесцветный, белый	6,5	2,9	С трудом раствор. в HCl с выд. порошкового $\text{SiO}_2$ . Форма выд. и условия нахождения	Кварц, чкаловит	Петалит, альбит, кварц, лепидолит, амблигонит	Литиевые пегматиты
# Диаспор $\text{AlO}(\text{OH})$	Ромбическая, призматические кристаллы, пластинчатые и чешуйчатые агрегаты	Сов. по {010} в одном направл	Бесцветный, белый, желтовато-бурый, серый, розовый	6,5-7,0	3,3-3,5	В кислотах не раствор.  Форма выд., спайность, ассоциация	Гиббсит	Пирофиллит, серицит, корунд, хлоритоид, зунит, андалузит	Вторичные кварциты, метаморфические породы, жилы альпийского типа
* Везувиан $\text{Ca}_{10}\text{Al}_4(\text{Mg,Fe})_2 \times [\text{SiO}_4][\text{Si}_2\text{O}_7] \times (\text{OH})_4$	Тетрагональная, призматические кристаллы, зернистые и сливные агрегаты	Несов. по {110} и {100}. Неровный, раковистый	Зеленый, желтый, бурый, серый, черно-бурый, фиолетовый	6,5	3,3-3,5	После прокаливания раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$ . Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Гранаты, эпидот	Диопсид, гроссуляр, волластонит, эпидот, монтчеллит, флогопит, геленит	Скарны, родингиты, метасоматические породы по ультрабазитам, пегматиты и карбонатные жилы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Эпидот $\text{Ca}_2(\text{Al,Fe})_3 \times$ $\times [\text{SiO}_4] \times$ $\times [\text{Si}_2\text{O}_7]\text{O}(\text{OH})$	Моноклинная, призматичес- кие и таблит- чатые кристаллы, зернистые агрегаты	Сов. по {001} и несов. по {100}. Неровный	Желтовато- зеленый, темно-зеленый (пушкунит), коричневый, черный	6,0- 7,0	3,3- 3,5	После прока- ливания рас- твор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$ . Окраска, спайность, ассоциация	Везувиан, гранаты	Альбит, гастингсит, андрадит, везувиан, скаполит	Метаморфиче- ские основные породы, скарны и жилы альпийского типа
* Силлиманит $\text{Al}[\text{AlSiO}_5]$	Ромбическая, игольчатые кристаллы, волокнистые агрегаты (фибролит)	Сов. по {010}. Неровный, занозистый	Бесцветный, белый, серый, бурый, зеленоватый	6,5- 7,5	3,2	В кислотах не раствор.  Форма выд. и условия нахождения	Кианит, тремолит	Андалузит, диаспор, корунд, кварц, кианит, ставролит, плагиоклаз	Метаморфиче- ские породы, вторичные кварциты, пегматиты и жилы альпий- ского типа
* Форстерит $\text{Mg}_2[\text{SiO}_4]$	Ромбическая, призматичес- кие и таблитча- тые кристаллы, зернистые агрегаты	Ясная по {100} и {010}. Неровный	Белый, желтоватый, зеленоватый, фиолетовый	6,5- 7,0	3,2- 3,6	Раствор. в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$  Форма выд., окраска, ассоциация	Апатит, пироксены, гумит	Диопсид, эн- статит, хро- мит, магне- тит, лабра- дор, перов- скит, флого- пит, пироп	Ультраоснов- ные породы, кимберлиты, базальты, маг- незиальные скарны
* Ферроаксинит $\text{Ca}_2\text{FeAl}_2 \times$ $\times [\text{BSi}_4\text{O}_{15}]\text{O}(\text{OH})$	Триклинная, клиновидный, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {001}, {110}. Неровный	Серо- фиолетовый, буро- фиолетовый	6,5- 7,0	3,2- 3,3	В кислотах не раствор.	Серенди- бит, данбурит	Кварц, хлорит, эпидот, титанит, адуляр, датолит	Жилы в основ- ных породах, околоскарно- вая минерали- зация и жилы альпийского типа

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X Манганак-синит $\text{Ca}_2\text{MnAl}_2[\text{BO}_4] \times [\text{Si}_4\text{O}_{12}] (\text{OH})$	Триклинная, клиновидный, зернистый	Сов. по {100}, несов. по {001}, {110}. Неровный	Желтовато-бурый, зеленовато-бурый	6,5-7,0	3,2-3,3	В кислотах не раствор.	Тиценит	Кварц, барит, браунит, пиролюзит, бустамит, волластонит, гранат	Марганцевые метаморфические и скарновые м-ния
* Сподумен $\text{LiAl}[\text{Si}_2\text{O}_6]$	Моноклиная, уплощенно-призматические кристаллы и зернистые агрегаты	Сов. по {110} в двух направл., отдельность по {100} и {010}. Раковистый	Белый, серый, розовый (кунцит), зеленый (гидденит), желтый	6,5-7,0	3,0-3,2	Слабо раствор. в HCl. Пламя окрашивает в алый цвет (Li).  Форма выд., спайность, ассоциация	Микроклин, пироксены	Кварц, альбит, микроклин, лепидолит, эльбаит, поллуцит	Литиевые гранитные пегматиты
* Гроссуляр $\text{Ca}_3\text{Al}_2[\text{SiO}_4]_3$	Кубическая, кристаллы простые формы {110} и {211}, зернистые до сливных агрегаты	Отсутствует, иногда отдельность по {110}. Раковистый, неровный	Белый, желтый, зеленый (цаворит-Cr), розовато-красный (гессонит)	6,5-7,0	3,2-3,8	В кислотах не раствор.  Форма кристаллов, твердость, окраска	Спессартин, везувиан	Диопсид, волластонит, титанит, датолит, везувиан, скаполит	Скарны, метаморфизованные известняки
* Андрадит $\text{Ca}_3\text{Fe}_2[\text{SiO}_4]_3$	Кубическая, кристаллы простые формы {110} и {211}, зернистые до сливных агрегаты	Отсутствует. Раковистый, неровный	Желтовато-бурый, зеленый (демантоид), бурый до черного (шорломит)	6,5-7,5	3,5-4,1	После прокаливания разлагается в HCl с выд. геля $\text{SiO}_2$ .  Форма кристаллов, твердость, окраска	Везувиан, гроссуляр	Диопсид, геденбергит, эпидот, везувиан, актинолит	Скарны, кремнистые известняки, гидротермальные жилы в гипербазах

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Андалузит $Al_2[SiO_4]O$	Ромбическая, зернистые и шестоватые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {110} по {100} до ясной. Неровный	Серый, желтый, бурый, розовый, красный, зеленый (виридин)	6,5-7,5	3,1-3,2	В кислотах не раствор.  Форма кристаллов, твердость, окраска	Кианит, кордиерит	Кордиерит, силлиманит, ставролит	Метаморфические породы, роговики, вторичные кварциты и жилы альпийского типа
* Халцедон (тонковолокнистая разновидность кварца) $SiO_2$	Тонковолокнистые агрегаты, концентрически-полосчатый (агат), сталактиты	Отсутствует. Раковистый	Белый, серый, голубой, желтовато-красный (сердолик), зеленый (хризопраз)	6,5-7,0	2,55-2,64	Растворяется в HF.  Форма выд., окраска, излом	Люссатин, кварцин	Кварц, кальцит, цеолиты	Миндалины эффузивных пород, кора выветривания гипербазитов, гидротермальные жилы
* Кристобалит (высокотемпературный) $SiO_2$	Тетрагональная; скрытокристаллический, натечный	Неровный, раковистый	Бесцветный, белый	6,5-7,0	2,2-2,3	Растворяется в HF.  Форма выд. и условия нахождения	Тридимит, кварц	Тридимит, кальцит, цеолиты, опал	Эффузивные породы и кора выветривания гипербазитов
X Данбурит $Ca[B_2Si_2O_8]$	Ромбическая, призматический, зернистый	Несов. по {001}. Раковистый	Бесцветный, желтый, розовый, бурый	7,0	2,9-3,0	В кислотах не раствор	Топаз, кварц	Волластонит, геденбергит, датолит, аксинит, кварц	Скарны и гипсангидритовые толщи
* Эльбаит $Na(Li,Al)_3Al_6 \times [Si_6O_{18}](BO_3)_3 \times (OH)_4$	Тригональная, зернистые, шестоватые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по {1011} и {1120} Раковистый, неровный	Бесцветный (ахроит), красный, розовый (рубеллит), зеленый	7,0	3,0-3,1	В кислотах не раствор.  Сечение кристаллов, окраска, твердость	Дравит, корунд, шпинель	Альбит, лепидолит, петалит, берилл	Гранитные пегматиты богатые литием

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Кварц SiO <sub>2</sub>	Тригональная, зернистые и шестоватые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по {1011}, {0111}, {1010}, отдельность по {1011} . Раковистый	Бесцветный, белый, дымчатый, желтый, розо-вый, фиоле-товый, чер-ный	7,0	2,65	Раствор. в HF. Форма выд., твердость, окраска	Топаз, данбурит, нефелин, кордиерит	Полевые шпаты, слюды, сульфиды	Породообразующий в кислых изверженных породах, в пегматитовых, кварцевых жилах и жилах альпийского типа
X Увиг CaMg <sub>4</sub> Al <sub>5</sub> × ×(BO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> [Si <sub>6</sub> O <sub>18</sub> ] × ×(OH) <sub>4</sub>	Тригональная, призматический, игольчатый, волокнистый	Несов, по {1120} Раковистый	Голубовато-серый, синевато-черный	7,0	3,1	В кислотах не раствор. Сечение кристаллов, окраска, твердость	Кордиерит, сапфирин	Флогопит, плагиоклаз, ортоклаз	В известковых скарнах, апокарбонатных грейзенах, метаморфических породах
				<b>4.3. Черта</b>					
				<b>Тверд</b>					
* Дравит NaMg <sub>3</sub> Al <sub>6</sub> × ×[Si <sub>6</sub> O <sub>18</sub> ] × ×(BO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> (OH) <sub>4</sub>	Тригональная, зернистые, шестоватые, волокнистые агрегаты и призматические кристаллы	Несов. по {1011} и {1120} Раковистый, неровный	Бесцветный (ахроит), бурый, зеленовато-бурый, травянисто-зеленый, синий	7,0- 7,5	3,0- 3,2	В кислотах не раствор. Сечение кристаллов, окраска, твердость	Везувиан, ставролит	Касситерит, кварц, полевой шпат, флюорит, доломит	Метаморфизованные или скарнированные карбонатные породы, метасоматиты по основному и ультраосновным породам
* Пироп Mg <sub>3</sub> Al <sub>2</sub> [SiO <sub>4</sub> ] <sub>3</sub>	Кубическая, округлые зерна	Отсутствует. Раковистый, неровный	Огненно-красный, кроваво-красный, рубиновый, розовый	7,0- 7,5	3,5- 4,0	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Альмандин, шпинель	Сапфирин, силлиманит, гиперстен, кордиерит	В эклогитах, кимберлитах, перидотитах и серпентинитах

## Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
* Спессартин $Mn_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, кристаллы с простыми формами {110}, {211} и зернистые агрегаты	Отсутствует. Раковистый, неровный	Оранжево-красный, розовый, желтый, красно-коричневый	7,0-7,5	3,8-4,3	После прокаливания разлагается в HCl с выд. геля $SiO_2$ .  Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Гроссуляр, гумит	Шерл, мусковит, кварц, трифилин, апатит, альбит, родонит, тефрои	Пегматитовые жилы, метаморфизованные марганцевые м-ния
* Альмандин $Fe_3Al_2[SiO_4]_3$	Кубическая, зернистые до сливных агрегаты, кристаллы с простыми формами {110} и {211}	Отсутствует. Раковистый, неровный	Красно-коричневый, темно-красный, фиолетово-красный	7,0-7,5	3,7-4,3	В кислотах не раствор. В п. п.тр. сплавляется в магнитный шарик.  Форма кристаллов, окраска, ассоциация	Пироп	Силлиманит, кианит, ставролит, полевой шпат, биотит	Мусковитовые пегматиты, регионально метаморфизованные породы
Ставролит $FeAl_4[SiO_4]_2O_2 \times (OH)_2$	Ромбическая, призматические кристаллы, крестообразные двойники, зернистые агрегаты	Сов. по {010} и {100}. Неровный	Желтовато-коричневый до буровато-черного	7,0-7,5	3,6-3,8	В кислотах не раствор.  Форма кристаллов, твердость, ассоциация	Шерл, пироксены	Мусковит, кианит, силлиманит, альмандин, кварц, ильменит	Гнейсы и кристаллические сланцы
* Циркон $Zr[SiO_4]$	Тетрагональная, призматические и дипирамидальные кристаллы, зерна, радиальнолучистые агрегаты	Несов. по {110} и {111}. Раковистый	Желтый (жаргон), желто-бурый, красный (гиацинт), красно-коричневый	7,0-7,5	3,9-4,6	Слабо разлагается в конц. $H_2SO_4$ .  Преимущественно в кристаллах, люминесцирует в УФ-лучах, иногда радиоактивен	Касситерит, рутил	Полевые шпаты, ильменит, титанит, алланит, магнетит, монацит	Акцессорный минерал кислых и щелочных изверженных пород и их пегматитов, в гнейсах и кристаллических сланцах

## Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Борацит $Mg_3[B_7O_{13}]Cl$	Ромбическая, призматический, зернистый	Раковистый	Бесцветный, белый, сероватый, желтоватый, зеленоватый	7,0- 7,5	2,9	Медленно расвор. в HCl		Доломит, гипс, ангидрит, галит, сильвин, ашарит	В соляных м-ниях
* Кордиерит $(Mg,Fe)_2Al_3 \times [AlSi_5O_{18}]$	Ромбическая, призматический, зернистый	Средняя по {010} и {100}, отдельность по {001}. Раковистый	Синий, фиолетовый, дымчато-синий, бурый	7,0- 7,5	2,5- 2,8	Частично раствор. при кипячении в HCl	Кварц, сапфир, осумилит	Кварц, биотит, полевой шпат, силлиманит, андалузит, корунд	В метаморфических породах, кислых изверженных породах и их пегматитах
* Уваровит $Ca_3Cr_2[SiO_4]_3$	Кубическая; зернистые агрегаты и кристаллы с простыми формами {110} и {211}	Отсутствует. Раковистый, неровный	Изумрудно-зеленый до темно-зеленого	7,5	3,4- 3,8	В кислотах не раствор.  Окраска, форма кристаллов, ассоциация	Демантоид, цаворит	Хромит, хромовые хлориты, хромвезувиан, хромтитанит	Ультраосновные породы и залежи хромита
* Берилл $Be_3Al_2[Si_6O_{18}]$	Гексагональная, зернистые агрегаты, призматические кристаллы	Несов. по {0001} и {10 $\bar{1}$ 0}. Раковистый, неровный	Бесцветный, белый (гоше-нит), желтый (гелиодор), голубой (аквамарин), зеленый (изумруд), розовый (воробьевит)	7,5- 8,0	2,6- 2,9	В кислотах не раствор.  Твердость, форма кристаллов, ассоциация	Апатит, фенакит, топаз	Морион, микроклин, биотит, шерл, сподумен, колумбит, флогопит	Пегматиты, грейзены, высокотемпературные кварцевые жилы, контактово-метасоматические породы
* Фенакит $Be_2[SiO_4]$	Тригональная, чечевицеобразный, призматический, зернистый	Несов. По {11 $\bar{2}$ 0}. Раковистый	Бесцветный, желтоватый, розовый, коричневый	7,5- 8,0	3,0	В кислотах не раствор	Кварц, топаз	Морион, альбит, топаз, берилл, флогопит, шерл, гранат	Пегматиты, слюдиты контактового типа, гидротермальные жилы

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
*Топаз $Al_2[SiO_4](F,OH)_2$	Ромбическая, зернистые агрегаты, призматические кристаллы	Сов. по {001}. Раковистый, неровный	Бесцветный, желтый, голубой, фиолетово-голубой, розовый	8,0	3,4-3,6	В кислотах не раствор. Форма кристаллов, спайность, плотность	Кварц, фенакит	Кварц, берилл, флюорит, полевые шпаты, турмалин	Гранитные пегматиты и грейзены, реже вторичные кварциты и кварцевые жилы
* Шпинель $MgAl_2O_4$	Кубическая, октаэдрические кристаллы, зернистые агрегаты	Раковистый, неровный	Бесцветный, красный, зеленый, синий, черный	8,0	3,6-4,1	С трудом раствор. в конц. $H_2SO_4$ . Форма кристаллов, твердость, ассоциация	Гранат, корунд	Форстерит, диопсид, кальцит, флогопит, гумит, паргасит, андрадит	Магнезиальные скарны, роговики, гнейсы, аксессуарный в основных и кислых породах
* Хризоберилл $BeAl_2O_4$	Ромбическая, зернистые агрегаты, пластинчатые и дипирамидальные кристаллы, тройники	Сов. по {011}, несов. по {010}. Раковистый, неровный	Желтый, зеленовато-желтый, зеленый (александрит), бесцветный	8,0	3,5-4,0	В кислотах не раствор. Окраска, форма кристаллов, твердость	Берилл	Берилл, фенакит, флюорит, апатит, турмалин, гранат	Пегматиты и скарны
* Корунд $Al_2O_3$	Тригональная, зернистые агрегаты (наждаки), таблитчатые и дипирамидальные кристаллы	Отдельность по {0001} и {1011}. Раковистый, неровный	Серый, синий (сапфир), красный (рубин), бесцветный, желтый, зеленый	9,0	4,0-4,4	В кислотах не раствор. Твердость, окраска, ассоциация	Шпинель	Полевой шпат, биотит, гранат, маргарит, диаспор, андалузит	Сиениты, пегматиты, плагиоклазиты, гнейсы и высокоглиноземистые метаморфиты (наждаки)

Указатель минералов

	стр.		стр.
Авгит	86	Астрофиллит	76
Агальматолит	94	Атакамит	78
Агат	152	Аурипигмент	62
Адуляр	140	Ахроит	152
Азурит	78	Баллас	72
Акантит	24	Барит	116
Аквамарин	158	Бастнезит	124
Актинолит	88	Бейделлит	96
Алабандин	50	Бемит	118
Александрит	160	Берилл	158
Алланит – Се.	88	Биотит	82
Алмаз	72	Бирюза	134
Алунит	118	Бишофит	96
Альбит	142	Борацит	158
Альмандин	156	Борнит	38
Амазонит	142	Борт	72
Амблигонит	138	Брошантит	78
Амезит	112	Брукит	70
Анальцим	130	Брункит	66
Анатаз	70	Брусит	106
Ангидрит	116	Буланжерит	26
Англезит	114	Бура	102
Андалузит	152	Бюргерит	94
Андрадит	150	Вавеллит	120
Анкерит	118	Ванадинит	66
Аннабергит	76	Варисцит	124
Аннит	82	Везувиан	146
Анортит	142	Вермикулит	82
Антимонит	22	Вивианит	74
Антофиллит	134	Виллемит	134
Арагонит	118	Виллиомит	112
Арфедсонит	86	Виридин	152
Арсенолит	62	Висмут	24
Арсенопирит	32	Вискер	60
		Волластонит	126

Висмутин	22	Гошенит	158
Витерит	116	Госларит	102
Вишневит	130	Графит	20
Вокелит	64	Гриналиит	82
Воробьевит	158	Гроссуляр	150
Вульфенит	64	Грюнерит	86
Галенит	26	Гудмундит	34
Галит	102	Гумит	144
Галлуазит	104	Гюбнерит	52
Галлотрихит	98	Данбурит	152
Гастингсит	84	Датолит	130
Гаусманит	52	Демантоид	150
Гаюин	132	Деревянистое олово	72
Геденбергит	90	Десмин	120
Гейкелит	52	Джемсонит	26
Гейландит	120	Диаллаг	88
Геленит	138	Диаспор	146
Гелиодор	158	Диопсид	88, 140
Гематит	54	Диоптаз	80
Гемиморфит	128	Доломит	118
Герсдорфит	32	Дравит	154
Гессанит	150	Жадеит	90, 146
Гетит	52	Жедрит	140
Гиацинт	72	Железо	30
Гибсцит	106	Золото	38
Гидденит	150	Изоферроплатина	30
Гидраргиллит	106	Изумруд	158
Гидроборацит	110	Ильваит	86
Гидроксантофллит	126	Ильменит	44
Гиперстен	84	Иньоит	112
Гипс	100	Иридий	36
Главколит	138	Каламин	128
Глауконит	76	Кальцит	114
Глаукофан	90	Канкринит	130
Глет	56	Карбонадо	72
Горная кожа	104	Каолинит	104
		Карбонат-фторapatит	128

Карналлит	106	Лепидолит	110
Карнотит	64	Лизардит	108
Касситерит	72	Лопарит	48
Кварц	154	Людвигит	80
Кеммеририт	108	Магnezит	124
Кианит	144	Магнетит	46
Кизерит	116	Малахит	78
Киноварь	56	Манганит	50
Клейофан	66	Манганоаксинит	150
Клиногумит	138	Манганоколумбит	54
Клинопирротин	40	Манганотанталит	50
Клинохлор	108	Маргарит	122
Клиноцоизит	146	Мариалит	138
Клинтонит	130	Марказит	42
Кобальтин	32	Марматит	50
Ковеллин	22	Медь	36
Колеманит	124	Мейонит	138
Колофан	128	Мелантерит	100
Кордиерит	158	Меллилит	138
Корунд	160	Микроклин	142
Криолит	106	Миллерит	38
Криптомелан	46	Миметизит	68
Кристобалит	152	Мирабилит	98
Крокоит	58	Молибденит	20
Ксантофиллит	130	Монацит	132
Ксенотим	126	Монтмориллонит	100
Кукцит	108	Мусковит	110
Кумингтонит	134	Мушкетовит	46
Кунцит	150	Мышьяк	28
Куприт	60	Настуран	44
Лазурит	80	Нагролит	132
Лампрофиллит	76	Нашатырь	96
Лангбейнит	120	Немалит	106
Лейхтенбергит	108	Нефелин	136
Лейцит	136	Нефрит	88
Леллингит	30	Нигрин	70
Лепидокрокит	60	Никелин	42

Никельскуттерудит	34	Рибекит	84
Нозеан	136	Рихтерит	134
Нонтронит	98	Родонит	140
Ньюберит	114	Родохрозит	122
Опал	140	Романешит	46
Ортоклаз	140	Рубин	160
Осьмий	36	Рубеллит	150
Пальгорскит	104	Рутил	70
Парагонит	110	Самарскит	44
Паргасит	84	Сапонит	98
Пектолит	128	Сапфир	160
Пентландит	40	Сассолин	94
Перовскит	70	Саффлорит	30
Петалит	144	Свинчак	26
Пираргирит	58	Селенит	100
Пирит	42	Селлаит	128
Пиролозит	34	Сенармонтит	62
Пироморфит	68	Сепиолит	104
Пироп	154	Сера	60
Пирофанит	54	Сердолик	152
Пирофиллит	94	Серебро	24
Пирохлор	68	Серицит	110
Пирохроит	102	Сидерит	122
Пирротин	40	Силлиманит	148
Плагиоклазы	142	Сильвин	100
Полигалит	112	Скородит	120
Поллуцит	146	Скуттерудит	34
Пренит	144	Смитсонит	126
Прустит	58	Сода	96
Псевдомалахит	80	Содалит	136
Псиломелан	46	Сперрилит	36
Пушкинит	148	Спессартин	156
Пьемонтит	80	Сподумен	150
Рамзаит	92	Ссайбелиит	114
Раммельсбергит	32	Ставролит	156
Ратовкит	122	Станин	28
Реальгар	56	Стеатит	94

Стильбит .....	120	Форстерит .....	148
Судоит .....	110	Фторapatит .....	128
Сурик .....	58	Фторапофиллит .....	126
Сурьма .....	28	Фуcсит .....	110
Сфалерит .....	50, 66	Халцедон .....	152
Сфен .....	132	Халькантит .....	108
Тальк .....	94	Халькозин .....	24
Талнахит .....	40	Халькопирит .....	38
Танзанит .....	142	Хлорapatит .....	124
Теллуpовимутит .....	22	Хлоритоид .....	92
Тенардит .....	122	Хондродит .....	144
Теннантит .....	28	Хризоберилл .....	160
Термонатрит .....	96	Хризопраз .....	152
Тетрадимит .....	20	Хризотил .....	106
Тетраферроплатина .....	30	Хромит .....	48
Тетраэдрит .....	28	Цаворит .....	148
Тефроит .....	88	Целестин .....	116
Титанит .....	132	Церуссит .....	66
Топаз .....	160	Циннвальдит .....	114
Торианит .....	54	Циркон .....	72, 156
Тремолит .....	136	Цоизит .....	142
Троилит .....	40	Шабазит .....	126
Туламенит .....	42	Шамозит .....	82
Тулит .....	142	Шеелит .....	68
Тюямунит .....	62	Шерл .....	92
Уваровит .....	158	Шорломит .....	150
Увит .....	154	Шпинель .....	160
Улексит .....	108	Штольцит .....	64
Уранинит .....	44	Эвдиалит .....	132
Фаялит .....	92	Эгирин .....	90
Фенакит .....	158	Эльбаит .....	152
Ферберит .....	44	Энстатит .....	142
Ферримолибдит .....	60	Эпидот .....	148
Ферроаксинит .....	148	Эпсомит .....	102
Ферроколумбит .....	48	Эритрин .....	74
Ферротанталит .....	48	Эшинит .....	46
Флогопит .....	104	Якобсит .....	48
Флюорит .....	122	Ярозит .....	66



МИНОБРНАУКИ РФ  
«Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой минералогии,  
петрографии и геохимии  
 В.А. Коротеев

О. А. Суставов

ПЕТРОГРАФИЯ  
МАГМАТИЧЕСКИХ И МЕТАМОРФИЧЕСКИХ  
ПОРОД, ПЕТРОЛОГИЯ

*Учебно-методическое пособие*  
к практическим занятиям для студентов направления  
21.05.02 – «Прикладная геология»

Екатеринбург  
2019

## Оглавление

1. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ МИНЕРАЛОВ ПОД МИКРОСКОПОМ	3
1.1. Некоторые понятия кристаллооптики .....	3
1.2. Устройство и поверки микроскопа .....	6
1.3. Исследования при выключенном анализаторе.....	11
1.4. Исследования при включенном анализаторе в параллельном свете ..	16
1.5. Исследования при включенном анализаторе в сходящемся свете.....	26
1.6. План описания минерала под микроскопом.....	30
1.7. Примеры описания минералов в шлифе .....	31
1.8. Контрольные вопросы .....	33
2. ПОРОДООБРАЗУЮЩИЕ МИНЕРАЛЫ	34
2.1. Минералы магматических пород.....	34
2.2. Минералы метаморфических пород.....	52
2.3. Контрольные вопросы .....	60
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	61
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	61

# 1. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ МИНЕРАЛОВ ПОД МИКРОСКОПОМ

## 1.1. Некоторые понятия кристаллооптики

Кристаллооптика – раздел физики, изучающий законы распространения света в кристаллах и возникающие при этом оптические эффекты.

В *естественном (неполяризованном)* свете векторы напряженности электрического поля ориентированы во всех направлениях, перпендикулярных световому лучу. В *плоскополяризованном* свете эти векторы расположены в одной плоскости, перпендикулярной направлению распространения светового луча; эта плоскость называется *плоскостью колебаний* света.

В *оптически изотропных* веществах свет распространяется во всех направлениях с равной скоростью. То есть показатель преломления  $n$  таких веществ во всех направлениях одинаков. Оптически изотропными являются жидкости, аморфные твердые тела (стекла, смолы) и кристаллы кубической сингонии.

Кристаллы остальных сингоний, кроме кубической, *оптически анизотропны*. Луч естественного света, попадая в оптически анизотропный кристалл, разделяется на два плоскополяризованных луча, имеющих неодинаковые скорости распространения и взаимно перпендикулярные плоскости колебаний. Скорость одного или обоих лучей зависит от направления их распространения в кристалле. Поэтому соответствующие этим лучам показатели преломления изменяются в зависимости от направления в кристалле. Разность наибольшего ( $n_g$ ) и наименьшего ( $n_p$ ) показателей преломления кристалла ( $n_g - n_p$ ) называется его *двойным лучепреломлением (двупреломлением)*.

В оптически анизотропных кристаллах имеются направления, по которым двойного лучепреломления не происходит (скорости распространения обоих лучей в этих направлениях одинаковы). Эти направления называются *оптическими осями*. Кристаллы средних сингоний: гексагональной, тетрагональной и тригональной, имеют одну оптическую ось (*оптически одноосные* кристаллы; оптическая ось в них совпадает с осью симметрии высшего порядка –  $L_6, L_4, L_3$ ). Кристаллы низших сингоний: ромбической, моноклинной и триклинной, имеют две оптических оси (*оптически двуосные* кристаллы).

Поверхность, построенная на величинах показателей преломления, значения которых откладываются по направлению колебаний светового луча называется *оптической индикатрисой*.

В кристаллах кубической сингонии оптическая индикатриса имеет форму шара – показатели преломления имеют одинаковую величину во всех направлениях.

В одноосных кристаллах (гексагональная, тетрагональная и тригональная сингонии) индикатриса представляет собой эллипсоид вращения, ось вращения которого совпадает с оптической осью.

В двуосных кристаллах (ромбическая, моноклиная и триклинная сингонии) оптическая индикатриса имеет форму трехосного эллипсоида – с тремя взаимно перпендикулярными и неравными друг другу по величине осями  $N_g$ ,  $N_m$  и  $N_p$ .

В кристаллах ромбической сингонии оси  $N_g$ ,  $N_m$  и  $N_p$  совпадают с осями  $L_2$  или нормальными к плоскостям симметрии.

В кристаллах моноклиной сингонии одна из осей индикатрисы совпадает с кристаллографической осью  $b$ . Часто с осью  $b$  совпадает ось  $N_m$ , а плоскость  $N_g N_p$  совпадает с кристаллографической плоскостью (010). Оси  $N_g$  и  $N_p$ , лежащие в этой плоскости, образуют с кристаллографическими осями  $a$  и  $c$  некоторые углы, постоянные для каждого минерала.

В кристаллах триклинной сингонии оси индикатрисы  $N_g$ ,  $N_m$  и  $N_p$  не совпадают с кристаллографическими осями.

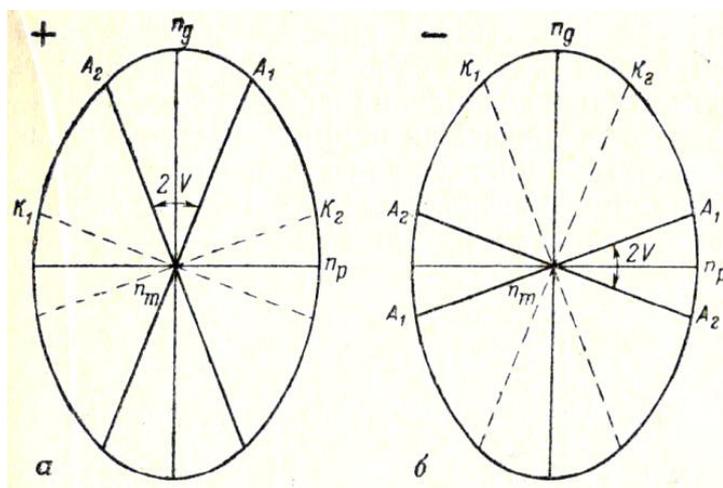


Рис. 1. Разрез индикатрисы оптически положительного (а) и оптически отрицательного (б) кристаллов;  $A_1$  и  $A_2$  – оптические оси,  $K_1$  и  $K_2$  – соответствующие им круговые сечения

В оптических индикатрисах двуосных кристаллов имеется два перпендикулярных оптическим осям *круговых сечения* с радиусом  $N_m$  ( $K_1$  и  $K_2$  на рис. 1). Сечение  $N_g N_p$  называется *плоскостью оптических осей* (в этом сечении располагаются оптические оси). Острый угол между оптическими осями называется *углом оптических осей* ( $2V$ ). Оси индикатрисы  $N_g$  и  $N_p$  являются биссектрисами угла  $2V$  (рис. 1). Одна из них делит пополам острый угол между оптическими осями и поэтому называется *острой биссектрисой*, другая является биссектрисой тупого угла между оптическими осями и называется *тупой биссектрисой*.

Если острой биссектрисой является  $N_g$ , кристалл называется *оптически положительным* (+), если острой биссектрисой является  $N_p$  – *оптически отрицательным* (-).

Произвольное сечение индикатрисы двуосного кристалла представляет собой эллипс, большая полуось которого меньше  $N_g$  (обозначается  $N_g'$ ), а малая полуось больше  $N_p$  (обозначается  $N_p'$ ).

## 1.2. Устройство и проверки микроскопа

### *Устройство микроскопа*

Микроскопы серии ПОЛАМ (рис. 2) состоят из осветительной и наблюдательной систем.

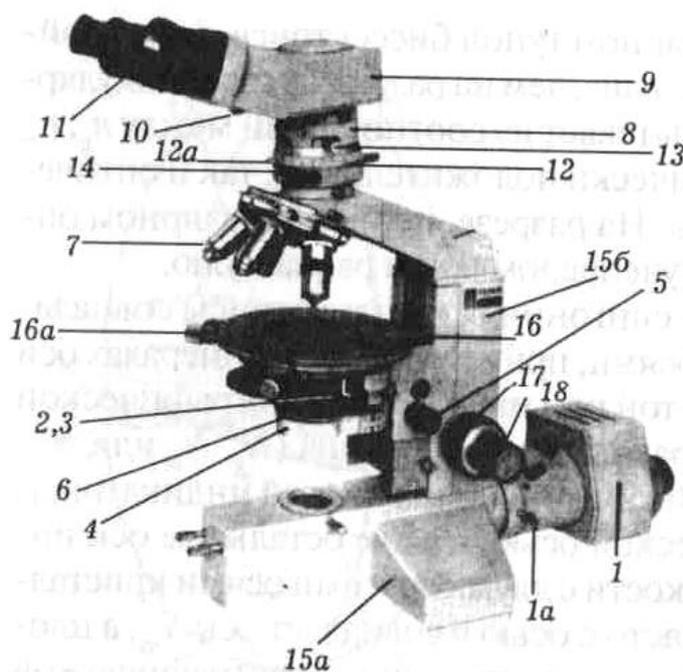


Рис. 2. Схема устройства поляризационного микроскопа серии Полам (объяснения в тексте)

Осветительная система включает в себя *осветитель 1*, закрепленный с помощью винта *1a*, и *конденсорное устройство 2*, состоящее из двух линз, верхняя из которых съемная. Выше конденсора помещена *диафрагма* с рукояткой *3*. *4* – откидная осветительная линза в оправе. Конденсорное устройство может перемещаться вверх и вниз вращением рукоятки *5*. В нижней части конденсорного устройства помещен *поляризатор 6*, закрепленный винтом. При ослаблении винта поляризатор можно вращать за кольцо оправы.

Наблюдательная система состоит из сменных объективов *7*, тубуса *8*, а также монокулярной насадки *9* с диафрагмой *10* и окуляром *11*. В некоторых микроскопах имеется бинокулярная насадка.

В тубусе размещены *анализатор* и *линза Бертрана*. Анализатор можно поворачивать с помощью кольца *12* и фиксировать винтом. Анализатор вводится и выводится рукояткой *12a*. Рукоятка *13* служит для включения и выключения линзы Бертрана. В нижней части тубуса имеется расположенный под углом  $45^\circ$  к плоскости симметрии микроскопа паз *14*, предназначенный для введения компенсаторов.

Все узлы микроскопа укреплены на *штативе* с основанием *15a* и тубусодержателем *15b*, в который смонтирован механизм фокусировки, перемещающий *предметный столик 16*. Грубое перемещение направляющей механизма фокусировки осуществляется рукоятками *17*, точное – рукоятками



*Предметный столик* – массивный диск, вращающийся вокруг вертикальной оси. Внешний край столика градуирован, что позволяет с помощью нониусов *11* производить отсчеты углов поворота. Препарат закрепляется на столике с помощью пружинящих зажимов *10*.

*Осветительное устройство* располагается под предметным столиком. В его нижней части находится двустороннее осветительное *зеркало 1*. В большинстве случаев можно пользоваться его вогнутой стороной. Над зеркалом расположен *поляризатор 2*, выше которого находится *диафрагма*, регулирующая степень освещенности объекта и изолирующая боковые лучи. Над диафрагмой установлен *конденсор*, направляющий поток параллельных световых лучей на исследуемый объект. Выше располагается *линза Лазо 6*, которая используется для получения сходящегося светового пучка, необходимого при исследовании коноскопическим методом. При изучении минералов в параллельном свете линза Лазо не используется и с помощью специального рычага *7* выводится из оптической системы микроскопа.

Осветительное устройство поднимается и опускается с помощью винта *4*, расположенного вертикально под столиком слева.

К каждому микроскопу приложен набор объективов с увеличениями  $3^x$ ,  $8^x$ ,  $20^x$ ,  $40^x$  и  $60^x$ .

### ***Шлиф***

Горные породы изучают под микроскопом в срезах толщиной около 0,03 мм, которые называются *шлифами*. Шлиф изготавливают следующим образом. С помощью алмазной пилы отпиливают небольшую пластинку горной породы, шлифуют ее с одной стороны на специальном станке, а затем приклеивают ровной стороной на *предметное* стекло. В качестве клея используют канадский бальзам – прозрачное смолоподобное вещество с показателем преломления около 1.537. Приклеенную к стеклу пластинку горной породы шлифуют с противоположной стороны до толщины около 0.03 мм, покрывают вторым слоем канадского бальзама и тонким *покровным стеклом*.

### ***Подготовка микроскопа к работе***

Для подготовки микроскопа к работе необходимо:

1. Установив микроскоп на рабочем месте, поворотом тубусодержателя придать тубусу удобный для работы наклон.

2. Поднять осветительное устройство винтом вверх до упора. Вывести из оптической системы микроскопа линзу Бертрана, анализатор, линзу Лазо, полностью открыть диафрагму.

3. Поставить объектив нужного увеличения (при рядовой работе обычно  $8^x$  или  $9^x$ ). На оправе объектива имеется два стерженька для установки центрировочных винтов и наклонный фиксирующий штифт для закрепления объектива щипцами тубуса. Для установки объектива нужно сначала с помощью винта грубой наводки несколько приподнять тубус, а затем, сжав

пальцами левой руки щипцы, **правой** рукой надеть объектив на кольцеобразный выступ тубуса микроскопа. Затем нужно повернуть объектив против часовой стрелки так, чтобы фиксирующий штифт вошел в прорезь зажима, после чего отпустить щипцы.

4. Поворотами осветительного зеркала добиться наиболее яркой и равномерной освещенности поля зрения.

5. На предметный столик положить шлиф (покровным стеклом кверху) и с помощью зажима закрепить его.

6. Навести изображение шлифа на резкость при помощи винтов грубой и точной наводки (чтобы не повредить шлиф, лучше это делать, постепенно увеличивая расстояние между шлифом и объективом). Работая с объективами с увеличением  $20^x$ ,  $40^x$  и  $60^x$ , фокусные расстояния которых очень малы, наведение на резкость следует производить с особой осторожностью, чтобы не раздавить шлиф и не повредить линзы объективов. Для этого сначала нужно, глядя сбоку на конец объектива, осторожно с помощью винта грубой наводки подвести объектив близко к поверхности шлифа, а затем, смотря в окуляр, увеличивать фокусное расстояние до появления отчетливого изображения объекта.

7. Чтобы глаза не уставали, рекомендуется научиться, глядя одним глазом в окуляр микроскопа, оставлять другой глаз при работе открытым. Для этого вначале можно работать с надетым на тубус бумажным экраном.

Перед тем, как приступать к изучению шлифа, следует выполнить **поверки микроскопа**.

#### *1. Проверка скрещенности николей.*

Скрещенным называется такое положение поляризатора и анализатора, при котором плоскость колебаний света, пропускаемого анализатором, перпендикулярна плоскости колебаний света, пропускаемого поляризатором.

Проверка делается без шлифа. При выключенном анализаторе устанавливается освещенное поле зрения. Затем включается анализатор. Если николи скрещены, поле зрения при включенном анализаторе будет темным, почти черным. Если же при включенном анализаторе поле зрения просветлено, то николи не скрещены. В этом случае нужно открепить стопорный винт поляризатора, повернуть поляризатор за оправу на некоторый угол до полного угасания поля зрения и в этом положении закрепить винт.

Эту же проверку подобным образом можно делать и по участку канадского бальзама в шлифе.

#### *2. Проверка совпадения нитей окуляра с направлениями колебаний поляризатора и анализатора.*

Находим в шлифе зерно мусковита или биотита с хорошо различимыми трещинами спайности и устанавливаем это зерно при включенном анализаторе на угасание (делаем зерно максимально темным). Выключаем анализатор. Трещины спайности в зерне должны быть параллельны одной из нитей окуляра.

Если такой параллельности нет и в положении угасания трещины спайности ориентированы под некоторым (обычно небольшим) углом к нити окуляра, то следует несколько повернуть окуляр - до совпадения нити окуляра с направлением трещин спайности.

### 3. Определение направления колебаний света в поляризаторе.

Проверка производится при выключенном анализаторе с помощью зерна биотита с хорошо заметными трещинами спайности. Вращая столик микроскопа, наблюдаем, как при повороте столика биотит меняет окраску (плеохроирует). В тот момент, когда биотит приобретает самую густую окраску, трещины спайности ориентированы параллельно плоскости колебаний света в поляризаторе (совпадающей либо с вертикальной, либо с горизонтальной нитью окуляра). Следует записать, с какой именно нитью совпадает направление колебаний света в поляризаторе.

### 4. Центрировка объектива.

Центрировка объектива заключается в совмещении оптической оси объектива с осью микроскопа. При отцентрированном объективе зерно, поставленное на пересечение нитей окуляра, при вращении столика не смещается и все время остается на пересечении нитей окуляра. Если же объектив не отцентрирован, то при вращении столика зерно будет отклоняться от пересечения нитей окуляра.

Для этой проверки выбираем в шлифе какую-либо хорошо заметную точку и, передвигая шлиф на столике, ставим ее на перекрестие нитей окуляра (1 на рис. 4), а затем вращаем столик микроскопа, следя за точкой. Если при вращении столика точка смещается относительно центра креста нитей, то объектив следует центрировать (обнаружив нарушение центрировки, следует сначала проверить, правильно ли вставлен объектив).

Для центрировки нужно повернуть столик микроскопа в положение, когда наблюдаемая точка максимально отклонилась от перекрестия нитей окуляра (2 на рис. 4), надеть на специальные штифты на корпусе объектива

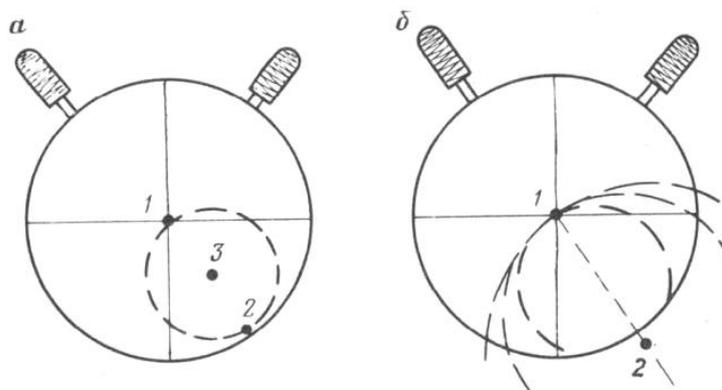


Рис. 4. Схема центрировки

центрировочные ключи и, вращая их, переместить точку в сторону перекрестия нитей на половину расстояния от точки до перекрестия нитей (в положение 3 на рис. 4, а). Затем передвинуть шлиф руками на столике так,

чтобы точка вновь попала в центр креста нитей. Повторять эти операции, пока точка при вращении столика не будет отклоняться от центра креста нитей.

Иногда, при сильной расцентрированности объектива, наблюдаемая точка при повороте столика микроскопа уходит за пределы поля зрения. В этом случае следует поворачивать предметный столик на некоторый угол то в одну, то в другую сторону, чтобы мысленно определить, где располагается центр окружности, которую описывает точка (направление 1 – 2 на рис. 4, б). Затем вращением центрировочных винтов перемещаем предполагаемый центр окружности, которую описывает точка, к перекрестию нитей окуляра. После этого, передвигая шлиф руками, снова ставим точку на центр поля зрения и повторяем описанные выше операции (иногда это приходится делать несколько раз) до достижения центрировки.

### 1.3. Исследования при выключенном анализаторе

**Размер зерен.** Приблизительно размеры зерен в шлифах можно оценить, сравнивая зерна с диаметром поля зрения микроскопа. Величину диаметра поля зрения (с точностью до десятых долей миллиметра) можно определить, поставив на столик микроскопа вместо шлифа линейку с миллиметровыми делениями.

Для более точного измерения размеров зерен используется окуляр  $6^x$  с микрометрической шкалой. Цена минимального деления этой шкалы при использовании объектива  $8^x$  или  $9^x$  - около 0.02 мм.

Для точного определения цены деления шкалы окуляра используется объект-микрометр, представляющий собой металлическую пластинку, в центре которой вставлено стекло с нанесенной линейной шкалой длиной 1 мм, разделенной на 100 делений. Объект-микрометр устанавливается на столике микроскопа как обычный шлиф. В тубус микроскопа вставляется окуляр со шкалой. Перемещая на столике объект-микрометр, совмещаем начало обеих шкал. Определяем, скольким делениям шкалы окуляра соответствует шкала объект-микрометра и вычисляем цену деления окуляра. Например: длина всей шкалы объект-микрометра (1 мм) соответствует 54 малым делениям шкалы окуляра. Отсюда 1 малое деление шкалы окуляра равно  $1 \text{ мм} : 54 = 0,0185 \text{ мм}$ .

**Форма зерен.** Зерна минералов могут иметь призматическую, таблитчатую, пластинчатую, а также изометрическую и неправильную форму. При изучении шлифов объемная форма зерен минерала устанавливается на основе сопоставления между собой имеющихся в шлифе плоских разрезов минерала. На рис. 5 представлены продольные и поперечные разрезы кристаллов призматической, таблитчатой и пластинчатой формы.

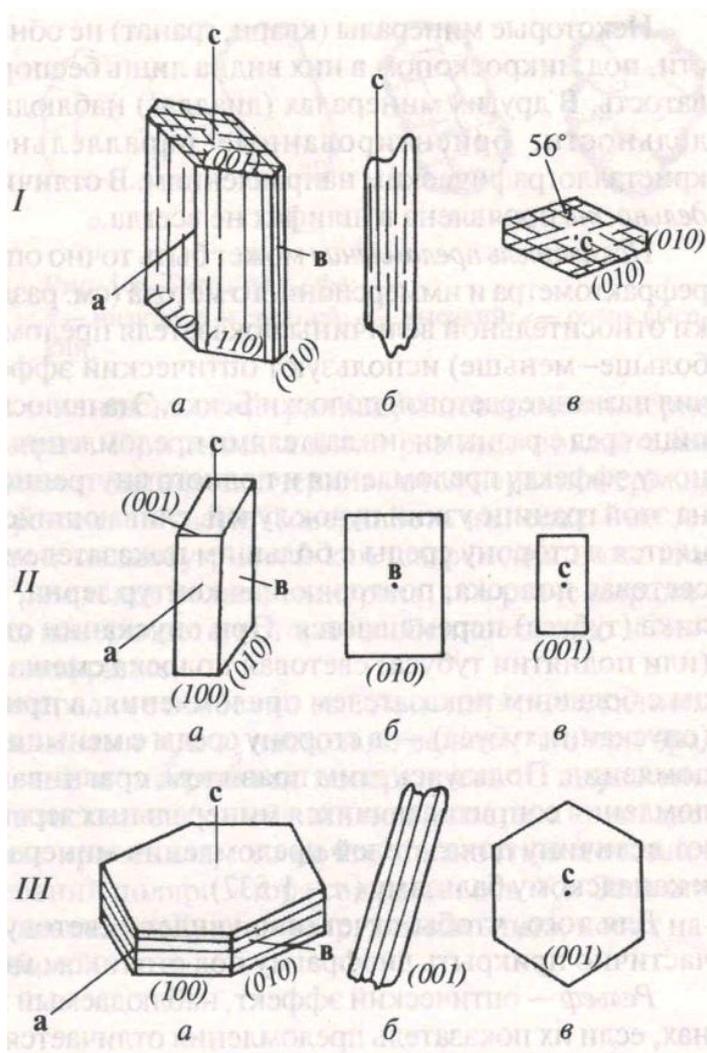


Рис. 5. Кристаллы призматической (I), таблитчатой (II) и пластинчатой (III) формы:  
 а – объемная форма кристаллов;  
 б, в – разрезы:  
 б – продольные,  
 в – поперечные

**Спайность.** Спайность наблюдается в шлифе в виде серии трещин, пересекающих минерал. Она видна не во всех сечениях кристаллов, а хорошо различается лишь там, где трещины спайности ориентированы по отношению к плоскости шлифа под углом, близким к  $90^\circ$ . Так, у слюд в разрезах, перпендикулярных уплощенности кристаллов, видны четкие трещины спайности, а в разрезах, проходящих параллельно уплощенности кристаллов, трещин спайности не видно (см. рис. 5, III). У минералов, обладающих спайностью в двух направлениях, в шлифе чаще всего наблюдаются разрезы с трещинами спайности, проходящими лишь в одном направлении (см. рис. 5, I, б). Поэтому заключение о спайности минерала следует основывать на просмотре в шлифе всех зерен данного минерала.

У минералов с *весьма совершенной* спайностью (слюды) тонкие параллельные трещины спайности идут через весь кристалл (см. рис. 5, III, б). Минералы с *совершенной* спайностью (пироксены, амфиболы) характеризуются общим параллельным расположением трещин, но эти трещины прерывисты и не всегда строго параллельны друг другу (см. рис. 5, I, б). *Несовершенная* спайность (оливин) характеризуется отсутствием строгой параллельности, прерывистостью, иногда ветвлением и пересечением трещин, при наличии

общего направления в их расположении. Иногда несовершенная спайность проявлена в виде редких и коротких трещин (нефелин). Если минерал спайностью не обладает, то трещины отсутствуют или имеют неровную форму и ориентированы беспорядочно.

При наличии спайности по двум направлениям (см. рис. 5, I) измеряется угол между плоскостями спайности. Порядок работы при определении угла между плоскостями спайности следующий:

1) находим разрез, перпендикулярный трещинам спайности обоих направлений: трещины должны быть тонкими и не смещаться в сторону при подъеме и опускании тубуса микроскопа;

2) совмещаем трещины спайности одного направления с одной из нитей окуляра; берем отсчет по лимбу столика;

3) вращением столика совмещаем с той же нитью окуляра трещины спайности второго направления; снова берем отсчет. Разность отсчетов - угол между плоскостями спайности. Принято измерять острый угол между плоскостями спайности.

**Цвет.** При работе с выключенным анализатором различают зерна *непрозрачные*, которые выглядят совершенно черными (это главным образом рудные минералы, их определение проводится на специальных микроскопах в отраженном свете), и *прозрачные* – бесцветные и окрашенные.

Цвет минерала в шлифе отличается от цвета того же минерала в образце. Многие минералы, отчетливо окрашенные в образцах, под микроскопом оказываются бесцветными. Цвет минерала обычно характеризуется словом из двух частей: например, сине-зеленый, светло-коричневый. Некоторые минералы в анизотропных сечениях при вращении столика микроскопа изменяют интенсивность окраски, а иногда и цвет (*плеохроируют*).

**Показатель преломления.** Показатель преломления минерала оценивается в шлифе путем его сравнения с показателем преломления канадского бальзама ( $1.537 \pm 0.004$ ) или с показателями преломления окружающих минералов. Эта оценка производится исходя из наблюдения у изучаемого минерала описываемых ниже рельефа, характера ограничений, шагреновой поверхности и полосы Бекке (лучше всего они видны при частично прикрытой диафрагме и опущенном осветительном устройстве).

**Рельеф** – оптический эффект, свойственный зернам минералов, показатели преломления которых отличаются от показателя преломления канадского бальзама. У минералов с показателями преломления, более высокими, чем у канадского бальзама, рельеф *положительный* – минерал кажется более толстым, чем другие минералы, как бы рельефно выступающим над общей поверхностью шлифа. У минералов с показателями преломления, более низкими, чем у канадского бальзама, рельеф *отрицательный* – кажется, что минерал образует впадину на поверхности шлифа.

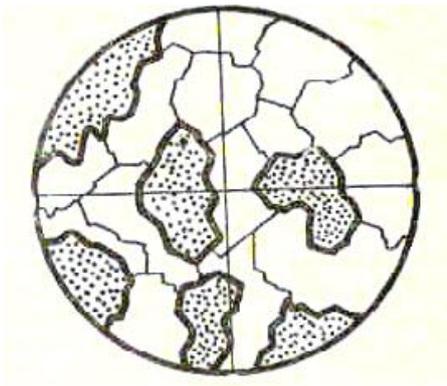


Рис. 6. Резкие ограничения и шагреновая поверхность у минералов с высоким показателем преломления

Чем больше отличается показатель преломления изучаемого зерна от канадского бальзама или соседних зерен, тем сильнее выражен рельеф данного зерна. При равенстве показателей преломления минерала и канадского бальзама рельеф у минерала отсутствует.

*Ограничения.* Граница между минералом и канадским бальзамом, или между двумя бесцветными минералами, находящимися в непосредственном контакте друг с другом, четко заметна в том случае, если их показатели преломления различны. Чем больше разница в показателях преломления соприкасающихся минералов, или минерала и канадского бальзама,

тем ограничения становятся более резкими (рис. 6).

*Шагреновая поверхность.* При изготовлении шлифов на поверхностях срезов зерен образуются микроскопические неровности. У минералов с показателями преломления, близкими к канадскому бальзаму, эти неровности не заметны и поверхность зерен выглядит гладкой. Если же показатели преломления минерала значительно отличаются от канадского бальзама, то неровности на поверхности зерна становятся заметнее и поверхность зерна кажется шероховатой, мелкобугристой - как шагреновая кожа или кожура апельсина. Чем больше отличие показателей преломления зерна от показателя преломления канадского бальзама, тем резче выражена шагреновая поверхность этого зерна (см. рис. 6).

На границе двух соприкасающихся бесцветных минералов, обладающих близкими показателями преломления, при внимательном наблюдении заметно явление окрашивания минералов в зеленоватые и розоватые тона (*дисперсионный эффект*). Бесцветный минерал, имеющий более высокий показатель преломления, приобретает светло-зеленоватую окраску, а бесцветный минерал с более низким показателем преломления - розоватую окраску. Этот эффект становится более отчетливым при прикрытой диафрагме и некотором расфокусировании изображения.

Умение видеть дисперсионный эффект особенно важно при рассмотрении мелких бесцветных включений одного минерала в другом, например, мелких вростков плагиоклаза в калиевом полевоом шпате (пертиты) или, наоборот, калиевого полевого шпата в плагиоклазе (антипертиты). Отличить калиевый полевой шпат от кварца и плагиоклаза в мелкозернистых агрегатах иногда можно только по дисперсионному эффекту.

По характеру ограничений, рельефу и шагреновой поверхности В. Н. Лодочников подразделяет все бесцветные минералы на 7 групп (табл. 1).

Для более точного определения относительного показателя преломления используется так называемая световая *полоска Бекке*. Это возникающая при расфокусировании микроскопа узкая световая полоска, повторяющая контур зерна. Наиболее четко она видна при использовании объективов с увеличением

20<sup>x</sup> и более. При увеличении расстояния между объективом и шлифом полоска Бекке перемещается в сторону вещества с *большим* показателем преломления,

Таблица 1

**Группы В. Н. Лодочникова**

Группа	Показатель преломления	Ограничения, шагреновая поверхность	Рельеф	Примеры минералов
1	1.41 - 1.47	ясные	отрицательный	опал
2	1.47 - 1.53	слабые	«	калиевый полевой шпат
3	1.53 - 1.55	отсутствуют	нет	кварц, кислый плагиоклаз
4	1.55 - 1.60	слабые	положительный	мусковит, основной плагиоклаз
5	1.61 - 1.66	ясные	«	апатит
6	1.66 - 1.78	резкие	«	пироксен, оливин
7	более 1.78	очень резкие	«	титанит, циркон

а при уменьшении расстояния между объективом и шлифом – в сторону вещества с *меньшим* показателем преломления.

*Порядок работы* при определении показателя преломления минерала:

1) Находим зерно определяемого минерала на границе с канадским бальзамом (на краю шлифа или на границе с заполненной канадским бальзамом трещиной внутри шлифа). При включенном анализаторе зерно имеет некоторую интерференционную окраску, а канадский бальзам черный и остается черным при вращении столика микроскопа.

2) Выключаем анализатор, несколько опускаем осветительное устройство и частично прикрываем диафрагму.

3) Определяем рельеф, характер ограничений и шагреновой поверхности изучаемого зерна.

4) Находим границу между зерном и канадским бальзамом. При подъеме и опускании тубуса наблюдаем полоску Бекке и отмечаем направление ее перемещения.

5) По таблице 1 оцениваем величину показателя преломления минерала.

Для оценки показателя преломления по определенной оси индикатрисы ( $N_g$ ,  $N_m$ ,  $N_p$ ) нужно совместить эту ось с направлением колебаний света в поляризаторе (как определять наименования осей индикатрисы – см. в разделе 1.3). Для этого зерно ставится на угасание при включенном анализаторе, а затем анализатор выключается и производится наблюдение. Видимые рельеф,

ограничения, шагреновая поверхность и поведение полоски Бекке определяются величиной показателя преломления по той оси индикатрисы, которая совмещена с направлением колебаний света в поляризаторе.

*Псевдоабсорбция.* Как отмечено выше, наблюдаемые под микроскопом рельеф и шагреновая поверхность минерала зависят от того, какой показатель преломления минерала совпадает с направлением колебаний света, пропускаемого поляризатором. У большинства минералов разница в величине показателей преломления по разным направлениям невелика. Поэтому при вращении минерала на столике микроскопа (то есть при совмещении различных направлений изучаемого минерала с плоскостью колебаний света в поляризаторе) заметных изменений рельефа и шагреновой поверхности минерала чаще всего не наблюдается.

Но у некоторых минералов с особенно высоким двупреломлением (например, у карбонатов) один показатель преломления много выше канадского бальзама, а другой близок или ниже канадского бальзама (например, у кальцита один показатель преломления равен 1.658, а другой - 1.486). В этом случае при вращении столика микроскопа рельеф и шагреновая поверхность зерна то выражены очень отчетливо – рис. 7, слева (когда с плоскостью колебаний света в поляризаторе совпадает наибольший показатель преломления), то почти полностью исчезают - рис. 7, справа (когда с плоскостью колебаний света в поляризаторе совпадает наименьший показатель преломления). Этот оптический эффект носит название псевдоабсорбции.

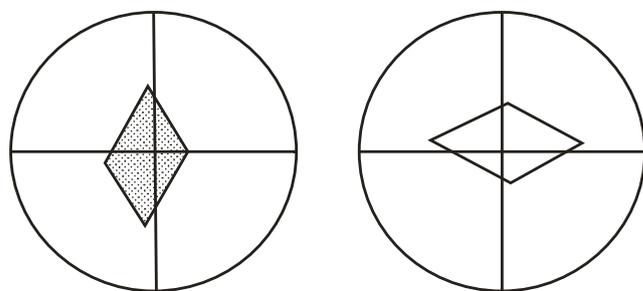


Рис. 7. Явление псевдоабсорбции

Степень проявления псевдоабсорбции у одного и того же минерала зависит от сечения минерала. В том разрезе минерала, где располагаются наибольший и наименьший показатели преломления, псевдоабсорбция выражена наиболее резко. В произвольном косом сечении псевдоабсорбция проявлена слабее. А в сечении, перпендикулярном оптической оси (в этом сечении показатель преломления одинаков во всех направлениях), псевдоабсорбция отсутствует.

Сильной псевдоабсорбцией обладают карбонаты, несколько слабее она проявлена у мусковита, а опытный глаз иногда улавливает псевдоабсорбцию даже у таких минералов, как кварц.

## 1.4. Исследования при включенном анализаторе в параллельном свете

### *Двупреломление минерала*

В оптически анизотропных веществах луч света, входя в кристалл, раздваивается. Образовавшиеся два луча распространяются в кристалле с разными скоростями. В результате один луч обгоняет другой - между ними возникает разность хода  $R$  (обычно измеряется в нанометрах). Величина разности хода  $R$  пропорциональна толщине кристалла  $d$  (толщине шлифа) и величине  $N_g' - N_p'$  в данном сечении кристалла:

$$R = d(N_g' - N_p')$$

При прохождении двух образовавшихся в кристалле световых лучей через анализатор происходит интерференция этих лучей (вследствие наличия между ними разности хода  $R$ ). В результате кристалл приобретает при включенном анализаторе *интерференционную окраску*. Каждому значению разности хода  $R$  соответствует своя интерференционная окраска.

Интерференционная окраска возникает, если разность хода  $R$  не равна нулю. Если же разность хода  $R$  равна нулю (это имеет место при  $N_g' - N_p' = 0$ , то есть когда сечение индикатрисы в данном зерне имеет форму круга), то свет через кристалл не проходит и кристалл выглядит в скрещенных николях черным. Форму круга имеют сечения оптической индикатрисы аморфных веществ и кристаллов кубической сингонии (оптически изотропных веществ), а также перпендикулярные оптическим осям сечения индикатрисы кристаллов остальных сингоний (такие сечения называются оптически изотропными сечениями).

Таким образом, аморфные вещества (в том числе стекло и канадский бальзам), кристаллы кубической сингонии и перпендикулярные оптическим осям сечения одноосных и двуосных кристаллов в скрещенных николях выглядят темными (черными) и не просветляются при вращении столика микроскопа.

У некоторых аморфных веществ и кристаллов кубической сингонии иногда отмечается слабая аномальная анизотропия (вследствие внутренних напряжений и т. п.), проявляющаяся в скрещенных николях в слабой серой интерференционной окраске. Это свойственно, например, некоторым гранатам. Участки, обнаруживающие двупреломление, нередко располагаются в кристаллах граната зонально и секториально. Аномальная анизотропия в некоторых случаях проявляется и в таком аморфном веществе, как вулканическое стекло.

При повороте столика микроскопа на  $360^\circ$  анизотропное сечение минерала четыре раза гаснет (становится черным) и четыре раза просветляется, приобретая ту или иную интерференционную окраску (максимальная яркость

наступает при повороте столика на  $45^\circ$  от положения угасания). Угасание происходит в тот момент, когда оси индикатрисы совпадают с направлениями колебаний света в поляризаторе и анализаторе (рис. 8). В правильно настроенном микроскопе нити окуляра ориентированы параллельно этим направлениям, так что в момент угасания нити окуляра указывают на положение осей индикатрисы в данном разрезе минерала.

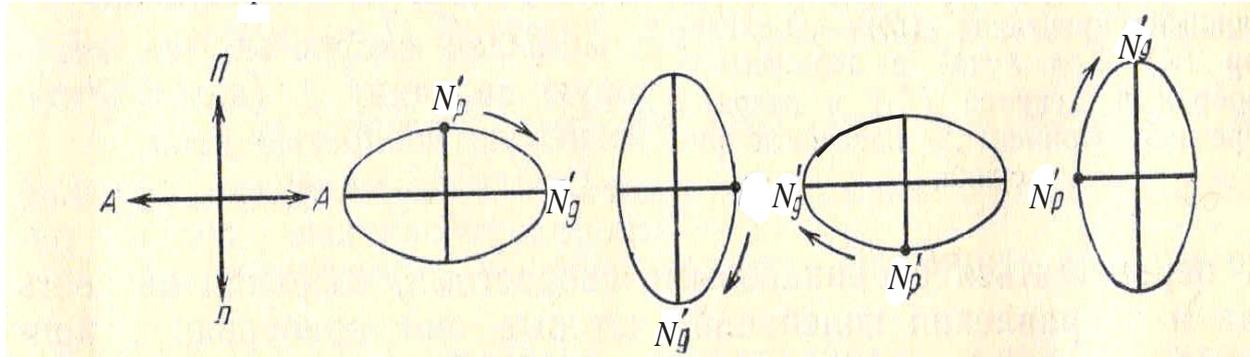


Рис. 8. Четырехкратное угасание минерала в анизотропном сечении при повороте столика микроскопа на  $360^\circ$  ( $\Pi$ ,  $A$  – плоскости колебаний света в поляризаторе и анализаторе)

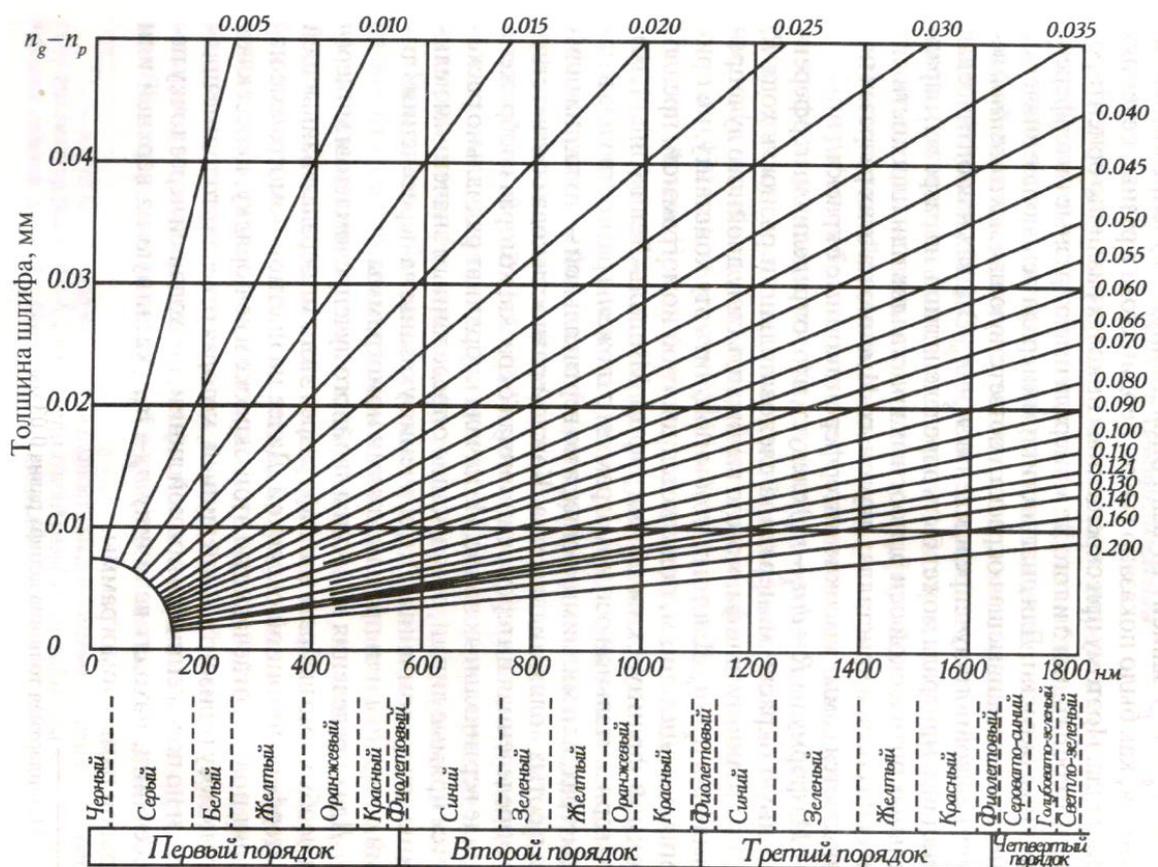


Рис. 9. Номограмма Мишель-Леви. Внизу – цвета интерференционной окраски и соответствующие им значения разности хода  $R$  (в нанометрах). Объяснения в тексте.

Наблюдаемые у кристаллов интерференционные окраски делятся на порядки (*I*, *II*, *III* и так далее), границы между которыми проводятся по фиолетовой окраске (рис. 9). Первый порядок начинается с низких цветов интерференции – темно-серого, серого, белого, далее желтого, и заканчивается красным, а затем фиолетовым цветом (последний соответствует разности хода около 550 нм).

Цвета интерференции *II* и *III* порядков повторяются в одинаковой последовательности: каждый порядок начинается с синего цвета, затем следуют зеленый, желтый, красный цвет. Фиолетовый цвет на границе *II* и *III* порядка отвечает разности хода 1100 нм, на границе *III* и *IV* порядков – 1650 нм (см. рис. 9). При больших разностях хода интерференционные окраски становятся все более бледными и выше *III* порядка трудно различимы.

У некоторых минералов величина двупреломления для световых лучей разного цвета несколько отличается по величине (дисперсия двупреломления). Это приводит к образованию *аномальных* (отличающихся от приводимых на рис. 9) интерференционных окрасок – ржаво-бурых, красно-фиолетовых, индигово-синих в *I* порядке и очень ярких и пестрых в более высоких порядках. Аномальные интерференционные окраски характерны для хлорита, эпидота и некоторых других минералов.

При наблюдении интерференционной краски минерала нужно уметь определять ее порядок. Это можно сделать, рассматривая края зерен минерала. Нужно найти в шлифе зерно минерала, край которого скошен на клин. В пределах клина толщина зерна постепенно увеличивается. Поэтому в соответствующей клину каемке на краю зерна наблюдается последовательный (как на номограмме Мишель-Леви) переход от низких цветов интерференционной окраски *I* порядка в самой тонкой части клина к все более высокой интерференционной окраске, соответствующей толщине основной части зерна.

Например, если зерно в своей основной части имеет желтую интерференционную окраску *II* порядка (рис. 10), то в периферической клиновидной части зерна будут последовательно наблюдаться серая, белая, желтая, красная окраска *I* порядка, затем синяя и зеленая окраска *II* порядка,

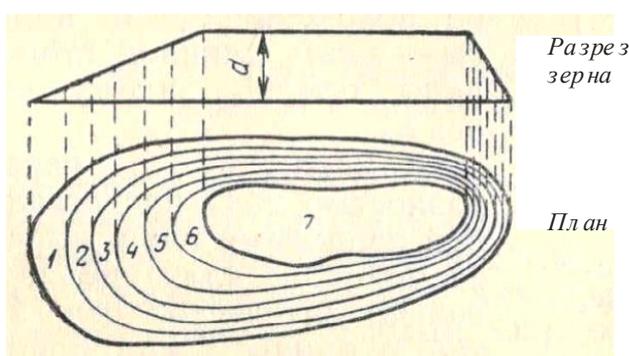


Рис. 10. Образование цветных каемок в краевых скошенных на клин частях зерна:  
1 – серый *I*; 2 – белый *I*; 3 – желтый *I*; 4-красный *I*; 5-синий *II*; 6-зеленый *II*; 7 – желтый *II*  
(*I*, *II* – порядок интерференционной окраски)

после чего идет свойственная основной части зерна желтая интерференционная окраска *II* порядка (см. рис. 10). Прослеживая эти цветные каемки на краю

зерна (сравнивая последовательность цветов с номограммой Мишель-Леви), можно определить, какой порядок имеет интерференционная окраска, которую имеет основная часть изучаемого зерна.

Ширина цветных каемок на краях зерен зависит от угла наклона клина на краю зерна. Если при пологом клине можно наблюдать последовательную смену всех цветов интерференции (см. рис. 10, слева), то при крутом наклоне клина (см. рис. 10, справа) некоторые цвета выпадают, а другие (обычно синий и зеленый) сливаются в одну темную полосу. Для определения порядка окраски может быть использована и такая слившаяся сине-зеленая полоска: отсутствие этой полоски говорит о *I* порядке интерференционной окраски минерала, одна полоска указывает на *II* порядок, а наличие вдоль края зерна двух таких полосок указывает на *III* порядок интерференционной окраски в основной части зерна.

Интерференционную окраску может несколько исказить собственная окраска минерала (наблюдаемая при выключенном анализаторе, например, у биотита или роговой обманки). Например, зерно роговой обманки (зеленое при выключенном анализаторе) с красной интерференционной окраской *I* порядка будет выглядеть при включенном анализаторе из-за зеленой собственной окраски не красным, а бурым. То есть при изучении минералов с интенсивной собственной окраской следует иметь в виду, что для определения истинной интерференционной окраски следует «вычитать» из наблюдаемой интерференционной окраски собственную окраску минерала.

Из формулы  $R=d(N_g' - N_p')$  следует, что в скрещенных николях различно ориентированные зерна (зерна с различными значениями  $N_g' - N_p'$ ) одного и того же анизотропного минерала имеют разные значения  $R$ , то есть разную интерференционную окраску. Таким образом, один и тот же минерал в зависимости от сечения может иметь в шлифе различную интерференционную окраску. Эта окраска минимальная (черная) в разрезах, перпендикулярных оптической оси, наивысшая в разрезах, соответствующих  $N_g - N_p$ , и промежуточная в прочих разрезах.

В случае наивысшей интерференционной окраски приведенная выше формула имеет вид  $R=d(N_g - N_p)$ . Используя эту формулу, можно определять толщину шлифа ( $d$ ) и двупреломление минерала ( $N_g - N_p$ ).

*Определение толщины шлифа.* Чаще всего производится по кварцу. Для этой цели находим в шлифе зерно кварца с наивысшей интерференционной окраской. По таблице Мишель-Леви определяем разность хода лучей  $R$  для этой окраски. Затем по формуле  $d=R/(N_g - N_p) = R/0.009$  (0.009 – величина  $N_g - N_p$  кварца) вычисляем толщину шлифа ( $R$  и  $d$  должны быть выражены в одинаковых единицах измерения – нанометрах или миллиметрах).

Определить толщину шлифа по кварцу с помощью номограммы Мишель-Леви можно и не прибегая к вычислениям. По горизонтальной оси номограммы (см. рис. 9) отложены разности хода в нанометрах (каждой разности хода соответствует определенная интерференционная окраска), а по

вертикальной оси – толщина шлифа в сотых долях миллиметра. Из начала координат радиально расходятся прямые линии, отвечающие определенным значениям величины двупреломления, указанным на пересечениях линий с верхним или правым краями номограммы.

Для определения толщины шлифа находим точку пересечения наклонной линии, соответствующей двупреломлению 0.009, и вертикальной линии, соответствующей значению разности хода  $R$  наблюдаемой в данном шлифе наивысшей интерференционной окраски кварца. После этого по оси ординат считываем соответствующее этой точке значение толщины шлифа.

В тех случаях, когда в породе нет кварца, для определения толщины шлифа можно использовать плагиоклаз, условно приняв его двупреломление равным 0,008 (такое двупреломление имеют встречающиеся в ряде бескварцевых магматических пород плагиоклазы состава андезин-лабрадор).

*Определение двупреломления минерала.* В шлифе находим зерно изучаемого минерала с наивысшей интерференционной окраской (для этого просматриваем все зерна данного минерала и оцениваем интерференционную окраску каждого зерна). По номограмме Мишель-Леви определяем разность хода  $R$  для найденной наивысшей интерференционной окраски. Зная толщину шлифа  $d$ , по формуле  $N_g - N_p = R/d$  вычисляем величину двупреломления ( $N_g - N_p$ ) минерала.

Графическое определение двупреломления  $N_g - N_p$  по номограмме Мишель-Леви производится следующим образом. От взятого по оси ординат значения толщины данного шлифа перемещаемся слева направо до определенной нами наивысшей интерференционной окраски минерала. Из полученной точки по наклонной линии поднимаемся вверх направо и считываем на конце этой линии значение двупреломления минерала.

Таблица 2

**Интерференционная окраска минералов в зависимости от двупреломления  
(по А. Н. Феногенову, с изменениями)**

Двупреломление	Интерференционная окраска в шлифах стандартной толщины (0,03 мм)	Характерные минералы
Менее 0.005 (очень слабое)	Серая, светло-серая	Апатит, нефелин
0.005 – 0.010 (слабое)	Белая, светло-желтая	Кварц (0.009), полевые шпаты
0.011-0.030 (умеренное)	Желто-оранжевая, красная I порядка до желто-зеленой II порядка	Роговая обманка, авгит
0.31 – 0.100 (сильное)	Желтая II порядка до V порядка	Оливин, биотит, циркон
Более 0.100 (очень сильное)	Перламутровые, бело-розовые окраски высших порядков – IV порядок и выше	Карбонаты, титанит, рутил

Двупреломление минерала может быть: 1) очень слабым, 2) слабым, 3) умеренным, 4) сильным (табл. 2). Граница двупреломления 0.030 (между умеренным и сильным двупреломлением) соответствует появлению в скошенных на клин краях зерен повторяющихся цветных полосок, по которым можно определять порядок интерференционной окраски (см. выше). При очень сильном двупреломлении порядок интерференционной окраски установить практически невозможно.

### **Угол угасания**

Угол угасания – это угол между одной из осей индикатрисы и какой-либо кристаллографической плоскостью (гранью кристалла, трещиной спайности, двойниковым швом). Если угол угасания равен нулю, угасание называется прямым, если не равен нулю – косым (рис. 11). В случае, если указанные выше кристаллографические плоскости в зерне не выражены (например, в зернах кварца неправильной формы), характер угасания минерала не определяется.

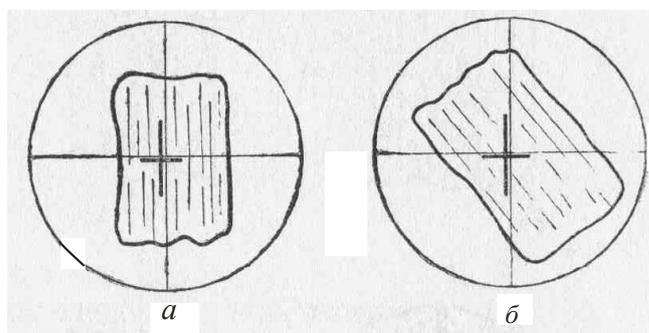


Рис. 11. Характер угасания минерала:  
а – прямое, б – косое (минерал зарисован в положении угасания, черные линии в центре – оси оптической индикатрисы зерна)

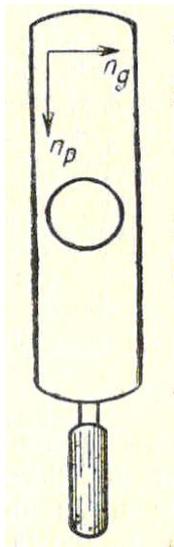
Минералам гексагональной, тетрагональной, тригональной и ромбической сингоний в большинстве разрезов свойственно прямое угасание. Минералы моноклинной сингонии в разрезах, перпендикулярных (010), обладают прямым угасанием, а в разрезе, параллельном (010) (такой разрез характеризуется наивысшей интерференционной окраской), – косым. Минералы триклинной сингонии обладают во всех разрезах косым угасанием.

Для определения характера угасания какого-либо зерна нужно установить грань кристалла или трещины спайности параллельно вертикальной нити окулярного креста и, включив анализатор, посмотреть, будет зерно при скрещенных николях находиться в положении угасания или нет. Если минерал в этом положении гаснет, значит угасание прямое, а если минерал просветлен, то угасание косое.

Если угасание косое, то следует измерить угол угасания. Для этого нужно повернуть столик микроскопа из положения, когда грань кристалла или трещины спайности параллельны вертикальной нити, в положение угасания зерна. Угол поворота равен углу угасания. Достигать положения угасания можно, поворачивая столик как вправо, так и влево. При измерении угла

угасания столик вращают в сторону ближайшего угасания минерала, чтобы угол угасания был менее  $45^\circ$ .

При определении угла угасания следует указывать, по отношению к какой оси оптической индикатрисы он измерен. В положении угасания оси оптической индикатрисы зерна располагаются параллельно нитям окуляра, но



нужно определить наименования этих осей.

*Определение наименований осей индикатрисы производится с помощью компенсаторов, которые представляют собой кристаллические пластинки с известной разностью хода и фиксированным положением осей индикатрисы. Вдоль длинной стороны компенсаторов расположена ось  $N_p$ , а поперек длинной стороны -  $N_g$  (рис. 12).*

Во многих случаях используется компенсатор с разностью хода 550-560 нм. Введенный в специальную прорезь тубуса микроскопа (см. рис. 1, 2), он дает красно-фиолетовую интерференционную окраску, поэтому его называют «красным».

Рис. 12. Компенсатор

Для определения наименования осей индикатрисы сначала ставим исследуемый минерал в положение угасания. В этом положении оси индикатрисы параллельны нитям окуляра (см. рис. 11). Затем поворачиваем столик микроскопа на  $45^\circ$  против часовой стрелки. Этим мы поворачиваем ось индикатрисы, которая совпадала с вертикальной нитью микроскопа, в положение, ориентированное параллельно прорези тубуса микроскопа, в которую вставляется компенсатор.

Вводим компенсатор и наблюдаем изменение интерференционной окраски минерала. Если оси индикатрисы минерала  $N_p$  и  $N_g$  *совпадают* по направлению с одноименными осями компенсатора (рис. 13), то происходит

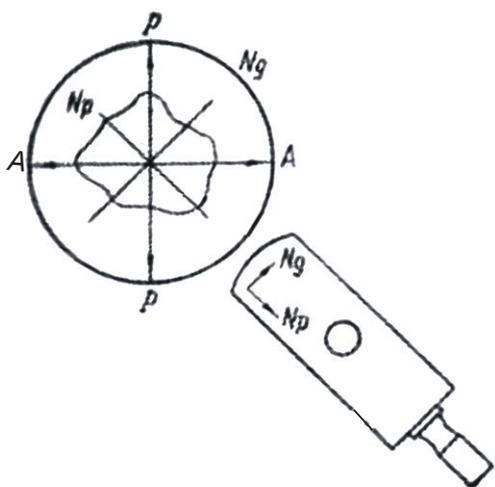


Рис. 13. Совпадение одноименных осей индикатрисы

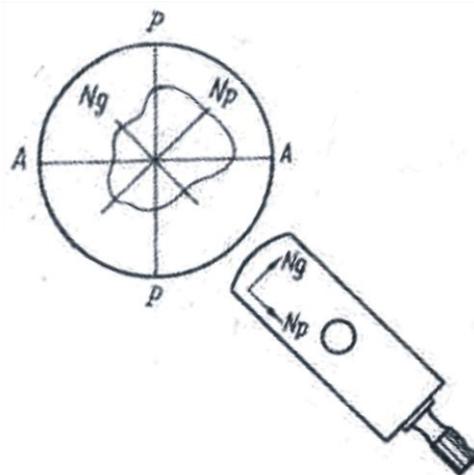


Рис. 14. Совпадение разноименных осей индикатрисы

сложение разностей хода минерала и компенсатора – интерференционная окраска *повышается*. Если оси индикатрисы минерала и компенсатора *не совпадают* по направлению (рис. 14), то общая разность хода уменьшается и интерференционная окраска *понижается*. Если компенсатором с разностью хода 550-560 нм устанавливают наименования осей индикатрисы зерна с интерференционной окраской **I порядка**, то повышение или понижение интерференционной окраски определяется по отношению к компенсатору.

Например, минерал обладает белой интерференционной окраской *I* порядка ( $R = 200$  нм). При совпадении одноименных осей индикатрисы в минерале и в компенсаторе происходит сложение разностей хода ( $R = 200 + 560 = 760$  нм) и интерференционная окраска повышается (относительно красной окраски компенсатора - 550-560 нм) до сине-зеленой *II* порядка (760 нм). При обратном расположении осей индикатрисы разность хода уменьшается ( $R = 560 - 200 = 360$  нм) и интерференционная окраска понижается (относительно красной окраски компенсатора - 550-560 нм) до желтой *I* порядка (360 нм).

Компенсатор с разностью хода 550-560 нм может быть использован и при определении наименования осей индикатрисы минералов с **высокой интерференционной окраской**. Как отмечалось ранее, на скошенных краях зерен таких минералов могут наблюдаться участки (чаще всего в виде полосок по краям зерен) с низкой интерференционной окраской (серой, белой, желтой *I* порядка). По ним описанным выше способом можно определить наименование осей индикатрисы. В случае совпадения одноименных осей индикатрисы компенсатора и зерна серая окраска на скошенном крае зерна при введении компенсатора станет синей или зеленой и, наоборот, если у компенсатора и зерна совпадут разноименные оси, серая окраска на скошенном крае зерна станет желтой или оранжевой.

При работе с компенсатором рекомендуется контролировать правильность измерений, определяя у изучаемого зерна наименования обеих осей индикатрисы. Если в одном положении было, например, совпадение направления осей индикатрисы в зерне и в компенсаторе, то после поворота на  $90^\circ$  должен наблюдаться противоположный эффект.

Для определения наименования осей индикатрисы может быть использован также *кварцевый клин* – компенсатор, толщина которого увеличивается от одного его конца к другому. Направление тонкого конца обозначается на оправе острым углом треугольника (рис. 15). По мере введения кварцевого клина в прорезь тубуса микроскопа тонким концом вперед толщина

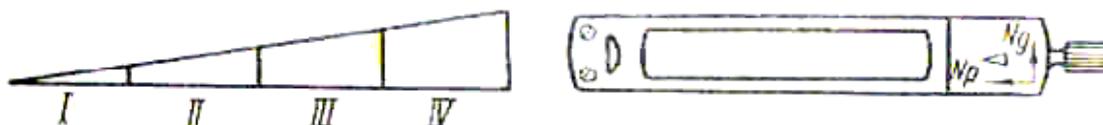


Рис. 15 . Кварцевый клин

наблюдаемой в поле зрения части компенсатора возрастает и видимая интерференционная окраска компенсатора последовательно повышается - от *I* до *III* и *IV* порядка (см. рис. 15), как на номограмме Мишель-Леви.

Кварцевый клин позволяет различать повышение или понижение интерференционной окраски по скошенным краям зерен высокодвупреломляющих минералов («метод бегущих полосок»).

Если при вдвигании кварцевого клина цветные полосы интерференционной окраски на скошенном крае зерна перемещаются *от центра* минерала к его краям, то оси эллипса в клине и в минерале *совпадают*. Если же цветные полосы при вдвигании клина перемещаются от краев зерна к центру, то оси эллипса в клине и в минерале не совпадают. Чтобы передвижение цветных полосок было заметно, следует вдвигать клин не слишком медленно. Следует иметь в виду, что при несовпадении осей эллипса передвижение полосок обычно заметно лучше, чем при совпадении осей.

*Порядок работы при определении угла угасания:*

1) Находим зерно с наивысшей интерференционной окраской и системой четких параллельных трещин спайности; ставим зерно на центр нитей окуляра.

2) Поворотом столика микроскопа ставим трещины спайности параллельно вертикальной нити окуляра. Берем отсчет на лимбе столика микроскопа.

3) Поворачиваем столик микроскопа до ближайшего положения угасания минерала (то есть совмещаем одну из осей индикатрисы с вертикальной нитью окуляра). Снова берем отсчет на лимбе столика микроскопа. Разность первого и второго отсчетов - угол угасания.

4) В положении угасания зерно зарисовываем, отмечаем направления осей индикатрисы (параллельно нитям окуляра), трещин спайности и показываем измеренный угол угасания (чтобы лучше видеть спайность, зарисовку можно делать, включив в положении угасания анализатор).

5) С помощью компенсатора определяем наименование оси индикатрисы, по отношению к которой измерен угол угасания. Подписываем наименования осей индикатрисы на зарисовке.

Записываем результаты измерения угла угасания: например,  $cN_g = 15^\circ$  (угол между спайностью и  $N_g$  равен  $15^\circ$ ).

### **Знак удлинения**

Знак удлинения характеризует ориентировку оптической индикатрисы относительно направления вытянутости кристаллов или относительно трещин спайности в вытянутых сечениях кристаллов.

Удлинение считается положительным, если ось индикатрисы  $N_g$  совпадает с длинной осью кристалла (трещинами спайности) или отклоняется от нее не более, чем на  $30^\circ$  ( $cN_g \leq 30^\circ$ ). Если же такое положение занимает ось  $N_p$  ( $cN_p \leq 30^\circ$ ), то удлинение считается отрицательным. При углах угасания, равных  $30 - 45^\circ$ , знак удлинения не определяют.

## ***Плеохроизм***

Плеохроизм – способность минерала неодинаково поглощать свет разных частей спектра по различным направлениям. Плеохроизм проявляется в изменении собственной окраски минерала (наблюдается при выключенном анализаторе) при вращении столика микроскопа: поворачивая столик микроскопа, мы изменяем положение зерна относительно плоскости колебаний света, выходящего из поляризатора.

Различают три типа плеохроизма:

- 1) изменяется интенсивность окраски, а цвет сохраняется (например, у биотита, который может плеохроировать от светло- до темно-бурого цвета);
- 2) изменяется как интенсивность окраски, так и цвет минерала (например, у роговая обманки, которая может при вращении столика микроскопа менять окраску от светло-желтой до темно-зеленой);
- 3) изменение окраски не сопровождается изменением ее интенсивности (например, у гиперстена, который плеохроирует от бледно-розового до бледно-зеленого).

Для определения окраски по  $N_g$  и  $N_p$  используют зерно минерала с наивысшей интерференционной окраской. Сначала в зерне определяют положение и наименования осей индикатрисы. Затем устанавливают зерно в положение угасания. Выключают анализатор и наблюдают окраску по той оси индикатрисы, которая в данный момент совмещена с плоскостью колебаний поляризатора (например,  $N_g$ ). Затем поворотом столика на  $90^\circ$  совмещают с направлением колебаний света в поляризаторе другую ось индикатрисы (например,  $N_p$ ) и, выключив анализатор, наблюдают соответствующую ей окраску.

Для определения окраски по  $N_m$  (у двуосных минералов) используются разрезы с наинизшей интерференционной окраской. В скрещенных николях такие разрезы черные или темно-серые и остаются таковыми при вращении столика микроскопа. Разрез с наинизшей интерференционной окраской соответствует круговому сечению индикатрисы, радиусом которого является  $N_m$ , так что при любом повороте столика микроскопа собственная окраска минерала (наблюдаемая при выключенном анализаторе) в этом разрезе одинакова и характеризует  $N_m$ . Чаще всего окраска по  $N_m$  является промежуточной между окрасками по  $N_g$  и  $N_p$ .

Записав цвета по осям индикатрисы (запись ведется с указанием окраски и ее интенсивности, например:  $N_g$  – темно-зеленая,  $N_p$  – светлая зеленовато-желтая), составляем *схему абсорбции* (поглощения света).

Если окраска по  $N_g$  более темная, чем по  $N_m$ , а последняя более темная, чем по  $N_p$ , то схема абсорбции называется *прямой* (обозначается  $N_g > N_m > N_p$ ). Такая схема абсорбции наблюдается, например, у биотита.

Если окраска по  $N_p$  более темная, чем  $N_m$ , а последняя более темная, чем по  $N_g$ , то схема абсорбции называется *обратной* (обозначается  $N_g < N_m < N_p$ ), например, у эгирина.

В тех случаях, когда меняется только окраска, а густота окраски не меняется, исследование плеохроизма ограничивается записями окрасок по осям индикатрисы: например, у гиперстена:  $N_g$  – бледно-зеленая,  $N_p$  – бледно-розовая.

## **1.5. Исследования при включенном анализаторе в сходящемся свете**

Метод исследования в сходящемся свете (коноскопический метод) основан на использовании прохождения через кристалл сходящегося (в виде конуса) пучка плоскополяризованных лучей, которые пересекаются в центре кристалла. При этом под микроскопом наблюдается не сам кристалл, а его интерференционная (коноскопическая) фигура.

Исследования в сходящемся свете позволяют определить осьность минерала, его оптический знак и приближенно величину угла оптических осей ( $2V$ ) двусных минералов.

### ***Методика работы***

Изучение минералов коноскопическим методом проводится при включенном анализаторе с введенной в осветительную систему микроскопа линзой Лазо (см. рис. 2, 3), создающей сходящийся пучок лучей. Пройдя через кристалл, лучи становятся расходящимися. Чтобы затем собрать эти лучи, используют объектив с увеличением  $40^x$  или  $60^x$ . После прохождения собранных лучей через анализатор возникает оптический эффект, называемый интерференционной, или коноскопической, фигурой. Ее рассматривают при вынужденном окуляре или через окуляр, но с линзой Бертрана.

Чаще всего в сходящемся свете изучают разрезы, перпендикулярные к оптической оси, или близкие к этому направлению.

Порядок работы:

1. В параллельном свете с объективом  $8^x$  или  $9^x$  находим разрез минерала с наиболее низкой интерференционной окраской – черной или темно-серой, не меняющейся или почти не меняющейся при вращении столика микроскопа (в случае минерала с высоким двупреломлением можно использовать и сечения с белой и желтоватой окраской  $I$  порядка). Если минерал окрашен, то без анализатора такое зерно не должно обнаруживать плеохроизма. Зерно должно быть достаточно крупным – при большом увеличении ( $60^x$  или  $40^x$ ) занимать не менее четверти поля зрения.

Помещаем это зерно в центр поля зрения. При выключенном анализаторе добиваемся наиболее яркого и равномерного освещения поля зрения; полностью открываем диафрагму, поднимаем осветительное устройство вверх до упора.

2) Меняем объектив  $8^x$  или  $9^x$  на объектив  $60^x$  или  $40^x$  (предварительно хорошо отцентрированный) и еще раз проверяем, что шлиф установлен

покрывным стеклом вверх. Объектив с большим увеличением имеет короткое фокусное расстояние. Это расстояние меньше толщины предметного стекла и при попытке сфокусировать его на минерал в шлифе, положенном покрывным стеклом вниз, шлиф может быть раздавлен и объектив испорчен.

Наводим на фокус. Чтобы не раздавить шлиф, сначала опускаем тубус винтом грубой наводки, смотря сбоку на объектив. Подводим объектив к шлифу так, чтобы между входной линзой объектива и поверхностью шлифа остался лишь незначительный просвет (меньше миллиметра). После этого, глядя в окуляр, начинаем поднимать тубус и наводим на резкость.

3) Включаем анализатор и линзу Лазо, а затем вводим линзу Бертрана или вынимаем окуляр. Наблюдаем коноскопическую фигуру (без окуляра она будет маленькой и четкой, а с окуляром и линзой Бертрана – менее четкой, но зато более крупной).

### ***Разрез, перпендикулярный оптической оси одноосного кристалла***

В данном разрезе коноскопическая фигура имеет вид темного креста, ветви (балки) которого ориентированы вдоль нитей окуляра и пересекаются в центре поля зрения (в точке выхода оптической оси). При вращении столика микроскопа крест не изменяет своего положения (рис. 16).

У минералов с низким двупреломлением (кварц, нефелин) контуры коноскопического креста расплывчатые, между балками креста - интерференционная окраска I порядка. У минералов с высоким двупреломлением балки креста более тонкие и четкие, между балками располагаются цветные кольца интерференционной окраски нескольких порядков.

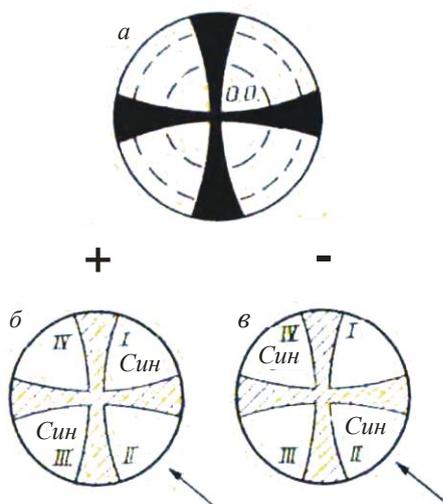


Рис. 16. Коноскопическая фигура одноосного кристалла в разрезе, перпендикулярном оптической оси (а), и определение оптического знака в этом разрезе с помощью компенсатора (б, в)

Для определения оптического знака кристалла можно использовать компенсатор с разностью хода 560-570 нм. Получив коноскопическую фигуру, вводим компенсатор в прорезь тубуса микроскопа и наблюдаем изменение интерференционной окраски у перекрестия балок креста. Если во II и IV квадрантах появляется желтая окраска первого порядка, а в I и III квадрантах – синяя окраска второго порядка, то кристалл оптически положителен (рис. 16, б). Если во II и IV квадрантах возникает синяя окраска второго порядка, а в I и III квадрантах – желтая окраска первого порядка, то кристалл оптически отрицателен (рис. 16, в).

Сам крест приобретает при этом красную окраску, соответствующую разности хода компенсатора ( $R = 560-570$  нм).

Если разрез не строго перпендикулярен оптической оси, то центр коноскопической фигуры (креста) будет смещен относительно перекрестия нитей окуляра. При вращении столика микроскопа центр креста будет описывать окружность вокруг центра поля зрения, а балки креста будут перемещаться параллельно нитям окуляра. Горизонтальная балка при этом перемещается снизу вверх или сверху вниз, а вертикальная – справа налево или слева направо (рис. 17).



Рис. 17. Коноскопическая фигура одноосного кристалла в косом разрезе (стрелками показано направление вращения столика)

При определении оптического знака в данном случае крест коноскопической фигуры следует перед введением компенсатора установить так, чтобы большая часть поля зрения была занята II или IV квадрантом (см. рис. 16), а далее вести определение, как описано выше.

#### ***Разрез, перпендикулярный оптической оси двуосного кристалла***

Коноскопическая фигура имеет вид темной изогнутой полосы – *изогирь*, проходящей через центр поля зрения (выход оптической оси). При вращении столика микроскопа изогиря поворачивается вокруг центра поля зрения, то выпрямляясь (при совпадении с одной из нитей окуляра), то изгибаясь (рис. 18).

Если разрез ориентирован строго перпендикулярно оптической оси, изогиря при вращении столика микроскопа из поля зрения не выходит. Если же разрез ориентирован не совсем перпендикулярно оптической оси, то изогиря

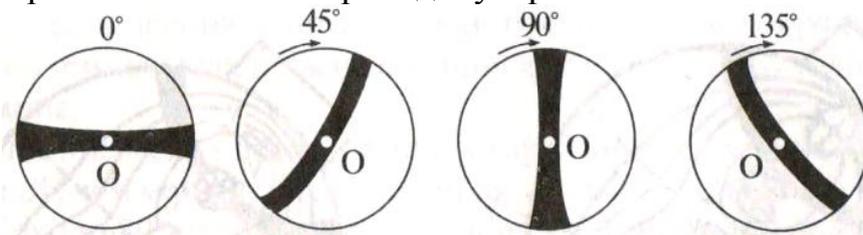


Рис.18. Коноскопическая фигура двуосного кристалла в разрезе, перпендикулярном оптической оси (O), и ее поведение при вращении столика микроскопа (показано стрелками)

при вращении столика может уходить за пределы поля зрения, перемещаясь *диагонально* по отношению к нитям окуляра (это отличает сечения двуосных кристаллов от косых разрезов одноосных кристаллов, когда балки креста перемещаются *параллельно* нитям окуляра).

По степени изогнутости изогирь приближенно можно оценить величину угла  $2V$ . Для этого изогирю нужно установить под углом  $45^\circ$  к нитям окуляра.

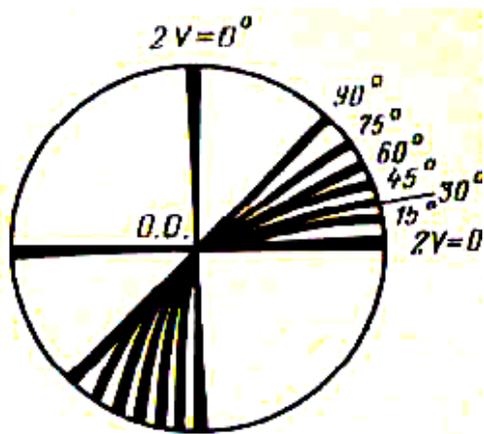


Рис.19. Диаграмма для приближенной оценки величины угла  $2V$  в разрезе, перпендикулярном оптической оси

Чем больше угол оптических осей, тем меньше изогнута изогиря, а при угле  $2V$ , равном  $90^\circ$ , она становится прямолинейной (рис. 19).

Для определения оптического знака двусного минерала следует повернуть столик микроскопа так, чтобы изогиря располагалась поперек направления введения компенсатора (рис. 20). Если при введенном компенсаторе на выпуклой стороне изогирь появится синий, а на вогнутой – желтый цвет, то минерал оптически положительный. Если распределение окрасок обратное, то минерал оптически отрицательный (см. рис. 20). Сама изогиря в обоих случаях принимает красную окраску.

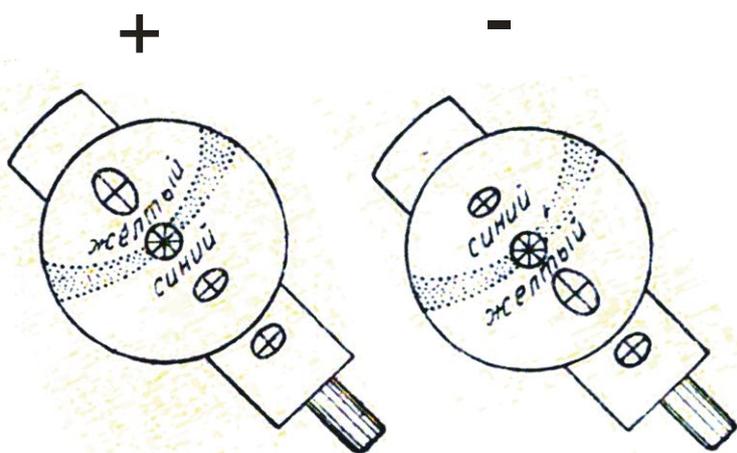


Рис. 20. Определение оптического знака двусного кристалла в разрезе, перпендикулярном оптической оси (рисунок с введенным компенсатором)

## 1.6. План описания минерала под микроскопом

Приступая к описанию исследуемого минерала, нужно сначала внимательно просмотреть весь шлиф (при выключенном и при включенном анализаторе) и примерно оценить, сколько и какие минералы имеются в шлифе. После этого изучаемый минерал описывают в следующем порядке.

*При выключенном анализаторе*

1. Процентное содержание минерала в породе – путем сравнения площади, занимаемой минералом, с площадью поля зрения.

2. Размеры зерен минерала. Измеряют длину и ширину преобладающих по размеру зерен.

3. Форма зерен в различных разрезах и, как вывод, пространственная форма кристалла.

4. Спайность. Отмечают наличие или отсутствие спайности, степень ее совершенства, число направлений спайности, величину угла между плоскостями спайности.

5. Цвет и плеохроизм минерала.

6. Показатель преломления: направление перемещения полоски Бекке, характер ограничений, рельефа, шагреневого рельефа, группа по таблице Лодочникова. Псевдоабсорбция.

*При включенном анализаторе*

*А. В параллельном свете*

7. Толщина шлифа.

8. Двупреломление, с указанием наивысшей интерференционной окраски и метода определения.

9. Угасание и ориентировка осей индикатрисы с зарисовкой.

10. Характер удлинения.

11. Схема плеохроизма с указанием окраски по осям индикатрисы.

*Б. В сходящемся свете*

12. Осность.

13. Оптический знак.

14.  $2V$  (грубая оценка).

## **1.7. Примеры описания минералов в шлифе**

(по Л. И. Кравцовой и М. Н. Чукашевой, с изменениями)

1. Зерна минерала в шлифе имеют преимущественно вытянутую форму с прямолинейными ограничениями параллельно спайности и неровными поперек спайности. Реже встречается неправильная, близкая к изометричной, форма зерен. В разрезах вытянутой формы наблюдается весьма совершенная спайность в виде тонких почти непрерывных линий вдоль удлинения. В зернах изометричной формы спайности не наблюдается. Судя по этим данным, минерал имеет пластинчатую форму.

Минерал в шлифе прозрачен, бесцветен. Показатель преломления выше, чем у канадского бальзама, так как полоска Бекке при поднятии тубуса микроскопа перемещается в сторону минерала. Ограничения и шагреневая поверхность относительно слабые. По этим признакам минерал относится к IV группе таблицы Лодочникова.

Минерал обладает псевдоабсорбцией: при совмещении спайности с вертикальной нитью окуляра ограничения и шагреневая поверхность более отчетливы, чем при совмещении спайности с горизонтальной нитью.

В скрещенных николях минерал имеет прямое угасание относительно спайности и положительное удлинение ( $cN_g = 0^\circ$ ).

Толщина шлифа определена по кварцу. Наивысшая интерференционная окраска кварца желтовато-белая *I* порядка, что соответствует разности хода 300 нм. Зная, что у кварца  $N_g - N_p = 0.009$ , по номограмме Мишель-Леви находим, что толщина шлифа равна 0.033 мм.

Наивысшая интерференционная окраска исследуемого минерала красная *II* порядка (разность хода 1050 нм), что соответствует, по номограмме Мишель-Леви, величине двупреломления  $N_g - N_p$ , равной 0.032.

Для определения осности минерала использовано зерно изометричной формы с белой интерференционной окраской *I* порядка. В сходящемся свете наблюдалась интерференционная фигура в виде изогри, из чего можно сделать вывод, что минерал двуосен. По кривизне изогри  $2V = 40 - 50^\circ$ . Оптический знак минерала отрицательный – на вогнутой стороне изогри при введении компенсатора появляется синяя окраска.

Судя по приведенным данным, изученный минерал – мусковит.

2. Минерал образует сечения прямоугольной удлиненной формы, с отношением длины к ширине 4:1 (со спайностью вдоль удлинения), а также ромбовидной формы (со спайностью по двум направлениям под углом  $124^\circ$ ). Из этого можно сделать вывод, что кристаллы минерала имеют призматический облик.

Минерал прозрачный, окрашен в зеленый цвет и обнаруживает плеохроизм, проявляющийся в изменении цвета и интенсивности окраски. По показателю преломления минерал соответствует V группе таблицы Лодочникова: имеет ясные ограничения, ясную шагреневую поверхность и положительный рельеф.

В скрещенных николях в отдельных зернах (преимущественно в поперечных разрезах) наблюдаются простые двойники. Наивысшая интерференционная окраска синяя *II* порядка, разность хода 700 нм (определено по естественному клину на краю зерна). Толщина шлифа определена по плагиоклазу, двупреломление которого принято равным 0.008. Наивысшая интерференционная окраска плагиоклаза в шлифе белая *I* порядка, соответствующая разности хода 250 нм. По этим данным толщина шлифа, определенная по номограмме Мишель-Леви, равна 0.031 мм. Используя данное значение толщины шлифа, определяем по номограмме двупреломление изучаемого минерала:  $N_g - N_p = 0.022$ .

Угасание относительно спайности в разрезе с наивысшей интерференционной окраской косое:  $cN_g = 18^\circ$ , удлинение положительное. Прямая схема абсорбции  $N_g > N_m > N_p$ : окраска по  $N_g$  – густая сине-зеленая, по  $N_m$  – буровато-зеленая, по  $N_p$  – светлая желто-зеленая.

Осность определялась в изотропном сечении. В сходящемся свете наблюдалась интерференционная фигура в виде слабо изогнутой изогри – минерал двуосный, угол  $2V$  около  $70 - 80^\circ$ . Оптический знак отрицательный –

при введенном компенсаторе на вогнутой стороне изогирь наблюдалась синяя окраска.

По полученным данным минерал диагностируется как амфибол (роговая обманка).

## 1.8. Контрольные вопросы

1. Дайте определение понятия «оптическая ось кристалла».
2. Что означает величина  $2V$  ?
3. Каков оптический знак кристалла, если острой биссектрисой угла  $2V$  является  $N_g$ ?
4. Для чего в микроскопе предназначена диафрагма?
5. Существует ли связь между положением нитей в окуляре микроскопа и расположением плоскостей поляризации в поляризаторе и анализаторе?
6. Как ориентирована плоскость колебаний поляризатора в Вашем микроскопе?
7. Как производится центрировка микроскопа?
8. Чему равняется цена минимального деления шкалы окуляр-микрометра с объективом  $8^x$ ?
9. Какие оптические свойства минералов определяются при выключенном анализаторе?
10. При каком положении николей (поляризатора и анализатора) наблюдают плеохроизм?
11. Что является причиной псевдоабсорбции?
12. Каково положение осей индикатрисы в зерне минерала в момент его угасания?
13. Дайте определение понятия «сила двойного лучепреломления».
14. Перечислите цвета интерференции, относящиеся к  $I$  порядку.
15. В каких разрезах индикатрисы интерференционная окраска кристалла наивысшая, и в каких наименьшая?
16. Для определения каких констант используются разрезы с наивысшей интерференционной окраской?
17. Какова наивысшая интерференционная окраска у пироксена, если  $N_g = 1.654$ ,  $N_p = 1.664$ , а толщина шлифа равна  $0.03$  мм?
18. Какова толщина шлифа, если плагиоклаз имеет наивысшую интерференционную окраску желтую  $I$  порядка (разность хода  $400$  нм) при  $N_g - N_p = 0.008$  ?
19. Какое зерно минерала выбирается для определения угла угасания?
20. Какая ось индикатрисы совпадает с длинной стороной компенсатора?
21. В каких разрезах плеохроичных минералов можно наблюдать окраску по  $N_m$ ?
22. По каким признакам выбирается в шлифе зерно минерала для определения осности и оптического знака?

23. Как в сходящемся свете отличить минерал тетрагональной сингонии от минерала ромбической сингонии?
24. Чем отличается коноскопическая фигура одноосного и двуосного кристаллов в разрезах, перпендикулярных оптической оси?
25. Чем отличается коноскопическая фигура в разрезе, перпендикулярном оптической оси, у двуосных минералов при угле  $2V$ , близком к  $90^\circ$ , и при угле  $2V$ , близком к  $0^\circ$ ?

## 2. ПОРОДООБРАЗУЮЩИЕ МИНЕРАЛЫ

### 2.1. Минералы магматических пород

#### *Кварц*

$\text{SiO}_2$ . Низкотемпературный кварц относится к тригональной сингонии, а высокотемпературный – к гексагональной.

В интрузивных породах форма зерен кварца чаще всего неправильная. В вулканических и жильных породах кварц образует вкрапленники в форме гексагональной дипирамиды (продольные сечения таких вкрапленников могут иметь квадратную форму) или в виде изометричных округлых выделений.

Без анализатора прозрачный, бесцветный, без спайности и вторичных изменений. Иногда наблюдается волнистое угасание.

Показатели преломления (наибольший - 1.553, наименьший - 1.544) больше показателя преломления канадского бальзама. Относится к III группе Лодочникова – шагреневая поверхность отсутствует, рельеф слабый положительный, ограничения заметны слабо.

Двупреломление 0.009. Интерференционная окраска серая, белая, в утолщенных шлифах – желтая I порядка. Одноосный, положительный.

Кварц может быть сходен в шлифах с несдвойникованным плагиоклазом. В этом случае его можно отличить от плагиоклаза по осности и отсутствию спайности. От калиевых полевых шпатов кварц отличается более высоким показателем преломления и осностью. Кварц можно спутать с нефелином, от которого он отличается оптическим знаком и отсутствием вторичных изменений. С кварцем в шлифах сходен также свежий кордиерит, но последний нередко имеет двойниковое строение и двуосен.

#### *Нефелин* $\text{Na}_3\text{K}(\text{AlSiO}_4)_4$

Гексагональная сингония. Идиоморфные зерна нефелина имеют форму гексагональных призм и дают срезы прямоугольной или правильной шестиугольной формы. Во многих случаях образует зерна неправильной формы.

Без анализатора прозрачный, бесцветный (измененный – сероватый, мутный). Спайность плохо выражена и может не наблюдаться.

Показатель преломления близок к показателю преломления канадского бальзама ( $n_o = 1.532 - 1.547$ ,  $n_e = 1.529 - 1.542$ ). Рельеф и шагреневая поверхность отсутствуют.

Двупреломление 0.003 – 0,005. Интерференционная окраска серая I порядка. Иногда почти изотропный.

Одноосный, отрицательный. Для определения осности нефелина следует выбирать совершенно изотропные сечения, так как вследствие низкого двупреломления он дает расплывчатую коноскопическую фигуру (это является одним из отличий нефелина от кварца, у которого даже в недостаточно изотропных сечениях получается отчетливая коноскопическая фигура).

Нефелин легче других минералов магматических пород подвергается вторичным изменениям – замещению канкринитом, цеолитами, серицитом (показатель преломления канкринита и цеолитов ниже, чем у канадского бальзама и у нефелина; канкринит в скрещенных николях по ярким цветам интерференции напоминает мусковит, от которого отличается низким показателем преломления, отрицательным знаком удлинения и одноосностью; цеолитам свойственно низкое двупреломление и розовый дисперсионный эффект).

Нефелин обладает сходством с кварцем и калиевым полевым шпатом. От кварца нефелин отличается меньшим двупреломлением, оптическим знаком, а также по присутствию продуктов изменения и иногда – слабо проявленной спайности. Показатель преломления нефелина не может служить достаточным критерием для отличия его от кварца, так как он изменчив и по величине иногда больше, чем у канадского бальзама. Совместно с кварцем нефелин не встречается. Калиевые полевые шпаты, в отличие от нефелина, имеют отчетливо отрицательный рельеф, совершенную спайность и оптически двуосны (кроме санидина).

### ***Калиевые полевые шпаты***

Калиевые полевые шпаты - санидин, ортоклаз, микроклин - имеют общий состав  $K(AlSi_3O_8)$ . Санидин и ортоклаз моноклинные, микроклин триклинный. Они являются тремя структурными разновидностями одного минерального вида «калиевый полевой шпат».

В шлифах эти минералы представлены идиоморфными таблитчатыми зернами (в эффузивных породах), либо зернами изометрической или неправильной формы (в ряде интрузивных и метаморфических пород).

Неизмененные калиевые полевые шпаты обычно бесцветны. Они обладают совершенной спайностью по двум направлениям - в моноклинных кристаллах угол между плоскостями спайности  $90^\circ$ , а в триклинных - незначительно отличается от  $90^\circ$ . В шлифах в зернах калиевого полевого шпата часто видно лишь одно направление спайности.

Характерны низкие показатели преломления - ниже, чем у канадского бальзама, и ниже, чем у любого плагиоклаза, в том числе альбита. Это важнейший диагностический признак калиевых полевых шпатов, отличающий

их от кварца и плагиоклазов. В связи с этим присутствие калиевого полевого шпата в шлифе можно устанавливать при выключенном анализаторе по дисперсионному эффекту (см. раздел 1.3). Особенно полезно использовать дисперсионный эффект, когда калиевый полевой шпат образует мелкие зерна, которые можно спутать с зернами несдвойникового кислого плагиоклаза и кварца.

Интерференционная окраска калиевых полевых шпатов низкая (темно-серая, серая) – двупреломление редко превышает 0.007, а у санидина может иногда опускаться до 0.003.

Измененные (пелитизированные) калиевые полевые шпаты без анализатора выглядят буроватыми (в отличие от сероватых сосюритизированных плагиоклазов).

*Санидин* – наименее упорядоченная разновидность калиевых полевых шпатов. Кристаллизуется при температуре более 800 °С и сохраняется при условии быстрого охлаждения минерала (в эффузивных породах).

В шлифах санидин свежий, типичны водяно-прозрачные кристаллы с прямым угасанием относительно (010), простыми двойниками и очень малой, в отличие от остальных полевых шпатов, величиной угла  $2V$  (0 - 40 °), в силу чего в сходящемся свете санидин дает коноскопическую фигуру одноосного кристалла.

*Ортоклаз* – калиевый полевой шпат с промежуточной степенью упорядоченности между санидином и микроклином. В шлифах отличается от санидина большим углом  $2V$  (40 - 80 °) и нередкой пелитизацией.

*Микроклин* – наиболее упорядоченный калиевый полевой шпат. Образуется при температуре ниже 600 - 650 °С в условиях медленного охлаждения или является продуктом преобразования ортоклаза и санидина, возникших при более высокой температуре.

Микроклин узнается по максимальному углу  $2V$  (80 - 85 °), косому угасанию относительно (010) и частому присутствию характерных полисинтетических двойников решетчатого облика, в которых сочетаются альбитовый и периклиновый законы двойникования (микроклиновая решетка). Двойниковая решетка микроклина отличается от перекрещивающихся полисинтетических двойников плагиоклаза узловатым строением и нерезкими границами полосок. Решетчатые двойники видны в плоскости (100). В других разрезах наблюдаются полосы одного направления, которые отличаются от прямых и параллельных двойников плагиоклаза расплывчатыми контурами.

В некоторых случаях в отдельных участках зерен решетчатая структура микроклина может становиться все более тонкой, вплоть до ее полного видимого исчезновения; в таких участках микроклин под микроскопом неотличим от ортоклаза. Поэтому при микроскопической диагностике калиевых полевых шпатов следует выделять санидин (с малым углом  $2V$ ), микроклин (с решетчатой структурой) и нерешетчатый калиевый полевой шпат, который может быть как ортоклазом, так и микроклином.

Для точной диагностики калиевых полевых шпатов используют столик Федорова и рентгеноструктурный анализ.

Из-за большой разницы в размерах ионов калия (1,33 Å) и натрия (0,98 Å) изоморфизм между ними в калиевых полевых шпатах осуществляется только при высоких температурах и при быстрой кристаллизации. При последующем медленном понижении температуры первоначально гомогенная кристаллическая фаза распадается на калиевую и натриевую: в калиевом полевом шпате образуются тонкие закономерно ориентированные вроски альбита - *пертиты*; вроски калиевого полевого шпата в плагиоклазе - *антипертиты*.

Наряду с пертитами, образующимися при распаде высокотемпературного твердого раствора калишпат - альбитового состава (пертиты распада) встречаются также пертиты замещения, которые образуются в результате замещения калиевого полевого шпата альбитом при постмагматической альбитизации.

Закономерные прорастания калиевого полевого шпата и кварца графической структуры называются *микронефелитовыми*.

По отношению к серицитизации калиевые полевые шпаты обычно более устойчивы, чем плагиоклазы. Поэтому в одной и той же породе серицитизированные плагиоклазы могут соседствовать с совершенно свежими несерицитизированными зернами калиевого полевого шпата.

Калиевый полевой шпат можно спутать в шлифах с кварцем, нефелином и плагиоклазом.

Кварц не имеет спайности и практически не замещается вторичными минералами, а потому не имеет мутноватого облика. В случае же водяно-прозрачных разновидностей калиевого полевого шпата (санидина и адуляра), главным отличием является показатель преломления, который у кварца во всех сечениях больше, а у калиевых полевых шпатов меньше, чем у канадского бальзама. Кварц одноосный и положительный, а из всех полевых шпатов одноосным может быть только санидин; при этом его оптический знак отрицательный. При одинаковой толщине шлифа интерференционная окраска кварца (светло-серая, белая) чаще всего выше, чем у калиевых полевых шпатов (серая).

Нефелин одноосен, чем сходен с санидином. Но показатель преломления нефелина в зависимости от сечения может быть то выше, то ниже, чем у канадского бальзама. Идиоморфные зерна нефелина часто дают сечения прямоугольной или квадратной формы с прямым угасанием, в то время как для калиевого полевого шпата характерно косое угасание.

Микроклин при наличии микроклиновой решетки может быть по ней отличим от других минералов, в том числе от плагиоклазов. У плагиоклазов границы двойников прямые, тогда как у микроклина двойники веретеновидные с расплывчатыми границами. Несдвойникованные плагиоклазы и калиевые

полевые шпаты между собой отличаются с трудом - по характеру вторичных изменений (пелитизация калиевых полевых шпатов и серицитизация, соссюритизация плагиоклазов) и по показателю преломления.

У плагиоклазов, более основных, чем олигоклаз, показатель преломления всегда выше канадского бальзама, и лишь у кислых плагиоклазов он может быть ниже канадского бальзама. У калиевых полевых шпатов показатель преломления еще ниже, чем у кислых плагиоклазов. В мелкозернистых агрегатах для отличия калиевого полевого шпата от плагиоклазов может быть использован упоминавшийся выше дисперсионный эффект.

### **Плагиоклазы**

Плагиоклазы (триклинная сингония) представляют собой изоморфные смеси альбита  $\text{Na}(\text{AlSi}_3\text{O}_8)$  и анортита  $\text{Ca}(\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_8)$ ; процентное содержание анортита в плагиоклазе называется номером плагиоклаза.

Номер плагиоклаза

0 - 10	альбит	кислый плагиоклаз
10 - 30	олигоклаз	"
30 - 50	андезин	средний плагиоклаз
50 - 70	лабрадор	основной плагиоклаз
70 - 90	битовнит	"
90 - 100	анортит	"

Форма кристаллов плагиоклазов чаще всего таблитчатая. Как и калиевые полевые шпаты, плагиоклазы в шлифах бесцветны – водяно-прозрачны, или же содержат скопления мельчайших включений, придающие им мутноватый характер. Спайность по двум направлениям под углом около  $87^\circ$ .

Показатели преломления плагиоклазов:  $n_g = 1.538 - 1.590$ ,  $n_p = 1.527 - 1.572$ . Значения показателей преломления возрастают с увеличением номера плагиоклаза: у альбита показатель преломления несколько ниже, чем у канадского бальзама, у олигоклаза примерно равен, а у средних и тем более основных плагиоклазов он выше, чем у канадского бальзама (в связи с этим у основных плагиоклазов появляется шагреневая поверхность).

Двупреломление  $0.007 - 0.013$  (минимальное – у олигоклаза), так что при включенном анализаторе при нормальной толщине шлифа наблюдается интерференционная окраска, подобная интерференционной окраске кварца (серовато-белая, белая, реже желтоватая I порядка), и лишь у плагиоклазов, близких по составу к анортиту, она может быть желтой I порядка.

Оптически двуосные, с большим углом  $2V (\pm 70 - 90^\circ)$ .

Очень характерно наличие полисинтетических двойников, особенно по альбитовому (имеют отрицательное удлинение) и периклиновому (имеют положительное удлинение) законам. У основных плагиоклазов обычны редкие широкие двойниковые полосы, у кислых – более многочисленные тонкие двойниковые полоски. Двойники, особенно по альбитовому закону, настолько

характерны для плагиоклазов, что позволяют отличать по ним плагиоклазы от других минералов.

Периклиновые и альбитовые двойники могут одновременно присутствовать в одном и том же зерне плагиоклаза. В этом случае наблюдается решетчатая структура, напоминающая такую же структуру микроклина, но отличающаяся тем, что двойниковые полоски всегда ограничены прямыми линиями, а не имеют веретеновидный облик с раздувами и пережимами, как у микроклина.

Зернам плагиоклазов свойственна зональность, наиболее хорошо развитая в вулканических породах, но практически всегда присутствующая и в plutonic породах. От центра к краям зерен плагиоклаза в большинстве случаев наблюдается повышение содержания альбитового компонента (прямая зональность). Реже встречается обратная зональность, характеризующаяся снижением содержания альбитового компонента к краям зерен. Иногда наблюдается ритмическая зональность с более сложным изменением состава от центра к краям зерен плагиоклаза.

*Мирмекиты* – червеобразные и каплевидные (в зависимости от разреза) вроски кварца в плагиоклазе на стыке его с калиевым полевым шпатом.

Вторичные изменения плагиоклазов: по кислым плагиоклазам развивается серицит, по основным – соссюрит (тонкозернистая смесь альбита, кальцита и минералов группы эпидота), пренит (сходен с серицитом, в отличие от которого имеет более высокий показатель преломления и отрицательное удлинение в разрезах со спайностью). Поэтому кислые и основные плагиоклазы можно в первом приближении различать по характеру вторичных изменений.

Серицитизированные плагиоклазы в шлифе при наблюдении без анализатора бесцветны, а соссюритизированные – из-за высокого рельефа минералов группы эпидота – серые, реже буроватые (при очень тонкозернистой соссюритизации). В скрещенных николях соссюрит имеет серую интерференционную окраску; высокие цвета интерференции имеют лишь отдельные достаточно крупные зерна эпидота.

Основные плагиоклазы легче подвергаются вторичным изменениям, чем кислые. Поэтому в зернах плагиоклаза, обладающих прямой зональностью, при почти полном разложении центральных частей зерен (имеющих более основной состав) наружные зоны роста (имеющие более кислый состав) могут быть чистыми, почти не затронутыми вторичными изменениями.

Плагиоклазы в шлифах можно спутать с калиевыми полевыми шпатами, кварцем, нефелином.

От калиевых полевых шпатов средние и основные плагиоклазы отличаются отчетливо положительным рельефом (калиевые полевые шпаты имеют отрицательный рельеф). Несдвойникованные кислые плагиоклазы отличаются от калиевых полевых шпатов вторичными изменениями: калиевые полевые шпаты подвергаются пелитизации, а плагиоклазы – серицитизации и

сосюритизации. Плаггиоклаз с одновременно присутствующими альбитовыми и периклиновыми двойниками можно спутать с микроклином, имеющим микроклиновую решетку. Но двойники плаггиоклазов имеют четкие и прямые границы, в то время как микроклиновое решетка имеет многочисленные раздувы и пережимы.

При отсутствии двойников плаггиоклазы отличаются от кварца наличием спайности и вторичных изменений, а также тем, что кварц является одноосным положительным минералом, в то время как плаггиоклазы двуосны.

От нефелина плаггиоклазы отличаются частым присутствием двойников и более высоким двупреломлением; кроме того, нефелин, в отличие от плаггиоклазов – одноосный отрицательный минерал.

### Определение состава плаггиоклаза

Полная и надежная диагностика плаггиоклазов, включающая в себя определение их состава, степени упорядоченности и закона двойникования, под микроскопом может быть проведена с использованием специальных федоровского и иммерсионного методов. Более точное определение состава плаггиоклазов (с учетом зональности кристаллов) производится с помощью электронного микрозонда. Однако достаточно надежные оценки состава плаггиоклаза можно получить с помощью поляризационного микроскопа и без использования специальных методик. Рассмотрим один из методов определения состава плаггиоклазов, основанный на данных по ориентировке оптической индикатрисы в кристаллах плаггиоклаза разного состава.

#### *Метод Мишель-Леви (метод максимального симметричного угасания)*

Для определения номера плаггиоклаза используются зерна с хорошо выраженными двойниками по альбитовому закону (эти двойники имеют отрицательное удлинение).

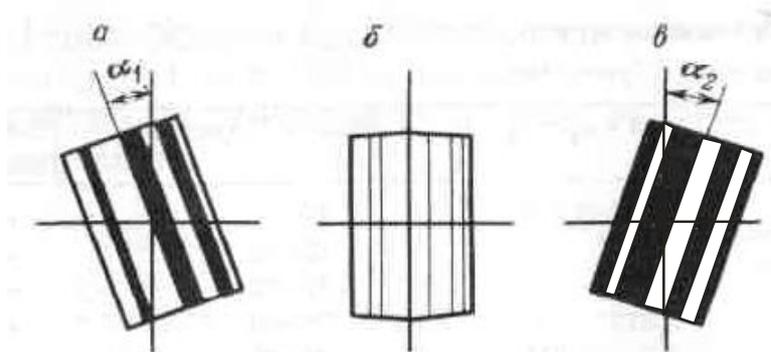


Рис. 21. Зерно плаггиоклаза с симметричным угасанием альбитовых двойников:

- a, в* – моменты угасания первой (*a*) и второй (*в*) систем двойников;
- б* – при совпадении двойникового шва с вертикальной нитью окуляра (двойниковые полосы имеют одинаковую интерференционную окраску)

При выборе зерен для замеров необходимо следовать следующим критериям:

1) граница между двойниковыми полосками должна быть четкая и резкая, при поднятии и опускании тубуса микроскопа она не должна смещаться в сторону;

2) в положении, когда двойниковый шов параллелен вертикальной нити окуляра, двойники по обе стороны от нее должны иметь одинаковую интерференционную окраску, то есть в этом положении двойниковое строение становится неразличимым (рис. 21, б)

Кроме того, следует стараться выбирать такие разрезы, которые при совмещении двойникового шва с вертикальной нитью окуляра являются более светлыми (углы угасания двойников в таких разрезах больше).

Найдя нужное зерно, измеряем угол угасания сначала для одной системы двойниковых полосок (поворотом столика в одну сторону –  $\alpha_1$  на рис. 21, а), а затем - для второй системы двойниковых полосок (поворотом столика в другую сторону –  $\alpha_2$  на рис. 21, в). Разница между углами угасания обеих систем двойников не должна превышать 3 - 4 ° («симметричное угасание»). Из двух полученных значений определяют средний угол симметричного угасания.

Измерение угла симметричного угасания производят у трех - пяти зерен и из полученных замеров берут максимальное значение, по которому определяют номер плагиоклаза, используя диаграмму, приведенную на рис. 22. На диаграмме по горизонтальной оси указаны номера плагиоклазов, а по вертикальной – углы угасания (если показатель преломления плагиоклаза выше, чем у канадского бальзама, угол угасания берется со знаком плюс, а если меньше или равен показателю преломления канадского бальзама – со знаком минус).

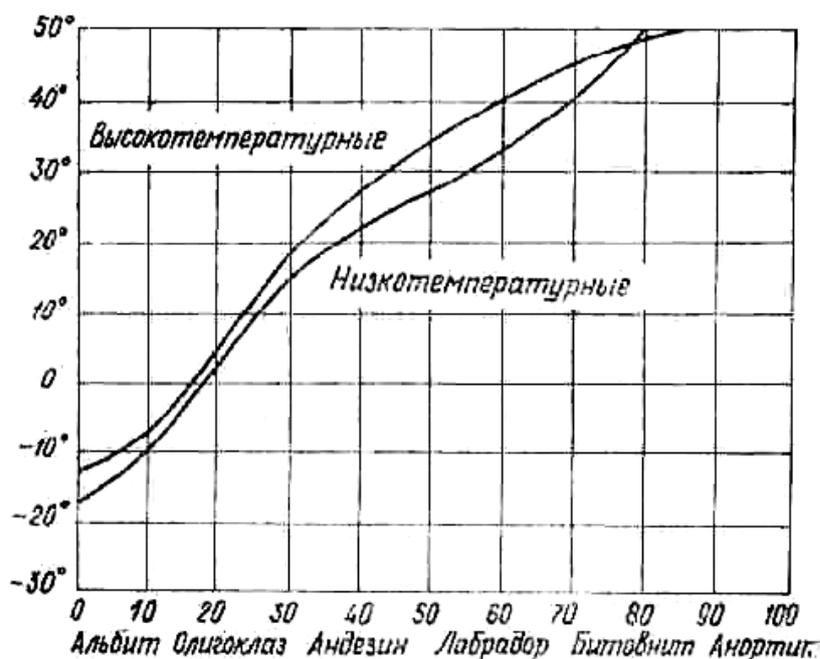


Рис. 22. Диаграмма для определения состава плагиоклазов методом Мишель-Леви (методом максимального симметричного угасания)

Нижняя кривая на диаграмме отображает изменение состава низкотемпературных плагиоклазов - по ней определяют плагиоклазы интрузивных и метаморфических пород. Верхняя кривая отображает состав высокотемпературных плагиоклазов – по ней определяют плагиоклазы кайнотипных эффузивных пород.

### **Биотит**

$K(Mg,Fe)_3(AlSi_3O_{10})(OH)_2$ . Моноклинная сингония. Относится к магнезиально - железистым триоктаэдрическим слюдам, образующим ряды флогопит – аннит и истонит – сидерофиллит. Межвидовым названием «биотит» обозначают изоморфные смеси упомянутых миналов.

В шлифах биотит бурый, зеленовато-бурый, красно-бурый (красно-бурый оттенок окраски вызывает повышенное содержание  $TiO_2$ , зеленый - высокое содержание окисного железа).

Образует чешуйки с весьма совершенной спайностью в одном направлении. Характерно полное отсутствие каких-либо пересекающих спайность поперечных трещин, как это обычно бывает у амфиболов и пироксенов.

В разрезах со спайностью наблюдается резкая шагреневая поверхность и относительно высокий рельеф ( $n_g = 1.610 - 1.697$ ,  $n_p = 1.571 - 1.616$ ). Показатели преломления и двупреломление биотита возрастают с увеличением содержания в нем железа. Характерен резкий плеохроизм с прямой схемой абсорбции ( $N_g \approx N_m > N_p$ ), причем по  $N_g$  и  $N_m$  цвет густой бурый или зеленый, а по  $N_p$  цвет слабый, иногда почти бесцветный. В разрезах, параллельных спайности, шагреневая поверхность, рельеф и плеохроизм выражены слабее. Нередко в биотите встречаются включения циркона, монацита и других минералов, окруженные плеохроичными «двориками» с более густой, иногда почти черной, окраской.

Двупреломление 0.039 - 0.081. Интерференционная окраска биотита часто затушевывается густой собственной окраской, поэтому разрез с наивысшей интерференционной окраской, необходимый для определения двупреломления, часто отыскивается с трудом. Угасание относительно спайности прямое, удлинение положительное.

Двуосный, отрицательный. Угол  $2V$  часто приближается к  $0^\circ$ , из-за чего коноскопическая фигура в сходящемся свете близка к кресту.

В эффузивных породах вкрапленники биотита нередко окружены непрозрачной опацитовой каймой, образующейся за счет превращения биотита в магнетит.

При вторичных изменениях биотит замещается хлоритом и мусковитом. Переход биотита в хлорит сопровождается осветлением биотита, появлением зеленой окраски и уменьшением двупреломления. Часто на месте биотита вместе с хлоритом

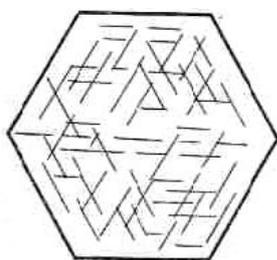


Рис. 23. Сагенит – тонкие иголки рутила, образующие сетку в хлорите, заместившем биотит

образуются линзовидные скопления эпидота и титанита по трещинам спайности, а также тонкие иголки рутила. Последние, пересекаясь под углом  $60^\circ$ , иногда образуют в хлорите, замещающем биотит, сетку, называемую сагенитовой (рис. 23).

От хлорита биотит отличается резким плеохроизмом, более высоким двупреломлением и отсутствием аномальных цветов интерференции. От турмалина сходной окраски биотит отличается наличием спайности, двуосностью, положительным удлинением. От амфиболов биотит в разрезах со спайностью отличается прямым угасанием, резким плеохроизмом и более высоким двупреломлением. В разрезах, где спайность не видна, биотит отличается от амфиболов более низкими показателями преломления и небольшим углом  $2V$ .

### ***Мусковит***

$KAl_2(AlSi_3O_{10})(OH)_2$ . Моноклинная сингония. Относится к диоктаэдрическим слюдам.

В шлифах бесцветный или слабо желтоватый, буроватый, зеленоватый. Образует чешуйки с весьма совершенной спайностью в одном направлении. В разрезах со спайностью наблюдается псевдоабсорбция ( $n_g = 1.588 - 1.624$ ,  $n_p = 1.552 - 1.570$ ).

Двупреломление  $0.036 - 0.054$ . В разрезах со спайностью обладает чистыми и яркими цветами интерференции *II* и начала *III* порядков. В разрезах, параллельных спайности, мусковит имеет низкую интерференционную окраску – серовато-белую или желтоватую *I* порядка, как у кварца. От кварца в этих разрезах мусковит отличается более высоким показателем преломления и двуосной отрицательной коноскопической фигурой.

Мелкочешуйчатая разновидность мусковита (*серицит*) в случае, если чешуйки тоньше толщины шлифа, обладает более низкими цветами интерференции, чем мусковит.

Угасание относительно спайности прямое, удлинение положительное. Угол  $2V = 35 - 50^\circ$ .

Мусковит можно спутать с тальком, пренитом, канкринитом и другими бесцветными минералами, обладающими отчетливой спайностью и высокими цветами интерференции. От талька мусковит отличается по минеральным ассоциациям и углу  $2V$  (у талька  $2V$  не превышает  $30^\circ$ ). Канкринит имеет показатели преломления ниже канадского бальзама.

Мусковит встречается в гранитах, аплитах, пегматитах, а также во многих метаморфических породах. При высоких давлениях он может кристаллизоваться из гранитной магмы, но чаще образуется в результате метасоматического замещения биотита и полевых шпатов. Серицит - самый распространенный продукт постмагматического изменения плагиоклазов.

## *Амфиболы*

Амфиболы – одна из наиболее распространенных групп минералов в земной коре. Они кристаллизуются в широком диапазоне температур и давлений, встречаются в магматических и метаморфических породах.

Моноклинные кальциевые амфиболы - тремолит  $\square\text{Ca}_2\text{Mg}_5(\text{Si}_8\text{O}_{22})(\text{OH})_2$  - ферроактинолит  $\square\text{Ca}_2\text{Fe}_5(\text{Si}_8\text{O}_{22})(\text{OH})_2$ . Из их формул можно вывести формулы минералов, которые раньше обозначались как *роговые обманки* (в них кремний и другие катионы частично замещены алюминием с одновременным вхождением одновалентных и других катионов). Роговыми обманками объединенно называют амфиболы магматических пород до точного определения их состава. Встречающиеся в базальтах роговые обманки с высоким отношением  $\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}^{3+}$  называют базальтическими роговыми обманками.

Кристаллам амфиболов свойственна вытянутая призматическая, до игольчатой, форма, отчетливый положительный рельеф и ясная шагреневая поверхность. Все наиболее распространенные амфиболы, кроме тремолита, который почти бесцветен, окрашены в зеленые, бурые, реже синие цвета и обладают плеохроизмом.

Самый надежный признак при микроскопической диагностике амфиболов - наличие спайности под углом  $124^\circ$ , которая обнаруживается в поперечных разрезах. В продольных разрезах видна система параллельных трещин спайности и секущие их косые неправильные трещинки.

Во всех разрезах моноклинных амфиболов, кроме перпендикулярных (010), наблюдается косое угасание, причем углы угасания  $cN_g$  не превышают  $30^\circ$ . Иногда встречаются простые и полисинтетические двойники по (100).

Двупреломление амфиболов колеблется в широких пределах. Наибольшего значения оно достигает у базальтической роговой обманки, минимального - у щелочных амфиболов.

Угол  $2V$  амфиболов большой и почти всегда отрицательный.

*Обыкновенная роговая обманка.* Окрашена в зеленые и бурые цвета, плеохроирует с изменением лишь густоты, но не оттенка окраски (в отличие от эгирина, обычно плеохроирующего от бурого до зеленого, а также от щелочных амфиболов). Следует помнить, что наиболее резко плеохроизм проявляется в разрезах с наивысшей интерференционной окраской, в которых располагаются оси  $N_g$  и  $N_p$ . Для определения окраски по  $N_m$  можно использовать изотропные сечения или разрезы со спайностью по двум направлениям, где ось  $N_m$  проходит вдоль длинной диагонали ромба, образуемого трещинами спайности.

Двупреломление 0.014 - 0.026. Углы угасания ( $cN_g$ )  $14 - 25^\circ$ . Удлинение положительное.

*Базальтическая роговая обманка.* Образует порфиновые вкрапленники в вулканических породах. Характерен резкий плеохроизм от соломенно-желтого до красно-бурого цвета, чем похожа на биотит. Базальтическая роговая обманка

сходна с биотитом также тем, что имеет углы угасания, близкие к прямому ( $0 - 15^\circ$ ), и высокое двупреломление (цвета интерференции III порядка). Наилучшее отличие от биотита – наличие поперечных разрезов с призматической спайностью. В сходящемся свете базальтическая роговая обманка, в отличие от биотита, дает двусную фигуру с большим углом  $2V$ .

Как и биотит, базальтическая роговая обманка может быть подвержена опацизации, которая проявляется в ее замещении агрегатом мельчайших зерен черного железорудного минерала и пироксена. При частичной опацизации черный минерал развивается в краевых частях кристаллов. Когда кристаллы опацизированы целиком, о роговой обманке можно судить по характерной форме кристаллов, особенно по ромбовидным поперечным сечениям. Наличие опацизированных амфиболов свойственно эффузивным и гипабиссальным магматическим породам.

*Тремолит.* Образует радиально-лучистые и волокнистые агрегаты сильно вытянутых кристаллов. Бесцветен, в сочетании с довольно высоким двупреломлением, косым угасанием и положительным удлинением. В магматических породах встречается как продукт изменения магнезиальных силикатов (оливина, пироксена).

*Актинолит.* Окрашен в светлые зеленоватые тона и обнаруживает слабый плеохроизм (от светло-синевато-зеленого или светло-зеленого по  $N_g$  до бледно-желтого или светло-желто-зеленого по  $N_p$ ). Углы угасания ( $cN_g$ )  $11 - 17^\circ$ . Двупреломление  $0.020$ . В магматических породах встречается как вторичный минерал.

*Щелочные амфиболы.* Отличаются от остальных амфиболов специфическими сине-черными, фиолетовыми и сиреневыми цветами плеохроизма, обратной схемой абсорбции и отрицательным удлинением (кроме встречающегося в метаморфических породах глаукофана, имеющего положительное удлинение и прямую схему абсорбции). Углы угасания  $2 - 20^\circ$ , двупреломление ниже  $0.012$  (интерференционная окраска обычно затемняется густой собственной окраской минерала).

Характерна дисперсия оптических осей, проявляющаяся в отсутствии полного угасания – вместо полного угасания получается тусклая синеватая окраска, сменяющаяся при вращении столика микроскопа на красноватую окраску.

Арфведсонит характеризуется резким плеохроизмом с голубовато-зеленой или сине-зеленой окраской по  $N_p$  (обратная схема абсорбции), низким двупреломлением и отрицательным удлинением.

Рибекит окрашен в более яркие тона. Плеохроизм очень резкий – от густо-синего, почти черного, по  $N_p$ , до светлого желтоватого по  $N_g$  (обратная схема абсорбции). Двупреломление очень низкое, угол угасания мал ( $1 - 8^\circ$ ), удлинение отрицательное.

## ***Пироксены***

Пироксены – одни из наиболее распространенных мафических силикатов многих высокотемпературных пород магматического и метаморфического происхождения.

*Магнезиально-железистые пироксены* кристаллизуются в ромбической (энстатит  $Mg_2(Si_2O_6)$ ) и ферросилит  $Fe_2(Si_2O_6)$ ) и моноклинной (клиноэнстатит и клиноферросилит) сингониях. Раньше промежуточные составы ряда энстатит – ферросилит имели свои названия (бронзит, гиперстен, феррогиперстен), которые сейчас упразднены.

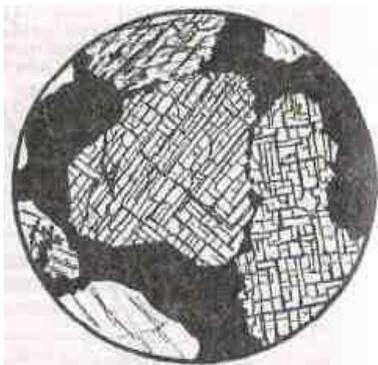


Рис. 24. Спайность диопсида в сечении, перпендикулярном оси *c*

*Кальциевые пироксены.* Диопсид  $CaMg(Si_2O_6)$  – геденбергит  $CaFe(Si_2O_6)$ .

*Натриевые пироксены.* Эгирин  $NaFe(Si_2O_6)$ , жадеит  $NaAl(Si_2O_6)$ .

По преобладающим миналам пироксенам дают составные названия типа диопсид-геденбергит, геденбергит-эгирин и т. п.

Авгит – это диопсид, или диопсид-геденбергит, или диопсид-эгирин несколько усложненного состава, имеющий характерные аномальные цвета интерференции.

Омфацит – диопсид-геденбергит, обогащенный жадеитовым и эгириновым миналом. Типичен для эклогитов.

В ультраосновных и основных магматических породах пироксены представлены энстатитом (и его более железистыми разновидностями, называемыми ранее гиперстеном и бронзитом) и диопсид-геденбергитом (в нем всегда есть примесь натриевого и алюминиевого миналов).

В средних и кислых интрузивных породах встречается диопсид (с изоморфной примесью геденбергита и эгирина), в щелочных породах – эгирин-диопсид, диопсид-геденбергит-эгирин (его называют эгирин-авгитом), эгирин.

В горных породах типа диабазов или базальтов пироксены чаще всего представлены диопсид-геденбергитом, но всегда с примесью натрия, алюминия, титана.

Все пироксены имеют ряд общих признаков, позволяющих уверенно отличать их под микроскопом от других минералов. Это прежде всего два направления совершенной спайности, пересекающихся под углом  $87 - 89^\circ$  (рис. 24), и высокие (1.65 – 1.80) показатели преломления (определяют высокий рельеф и резкую шагреневую поверхность пироксенов).

Для кальциевых и магниевых пироксенов (диопсид, энстатит) характерны зернистые агрегаты короткопризматических кристаллов, железистые

пироксены (эгирин, геденбергит) образуют шестоватые и игольчатые кристаллы, радиально - лучистые агрегаты. В шлифах пироксены преимущественно бесцветны или окрашены в слабые зеленоватые цвета и не плеохроируют (кроме гиперстена и эгирина).

При вторичных изменениях пироксены замещаются амфиболами, слюдами, хлоритом, иногда серпентином и тальком (особенно энстатит).

### Ортопироксены

Отличаются от клинопироксенов прямым угасанием (в связи с этим название «ортопироксены») и более низким двупреломлением. Следует, однако, иметь ввиду, что в сечениях, ориентированных не перпендикулярно плоскостям спайности, или поперечных двум плоскостям спайности, угасание будет косым. Для определения угла угасания нужно использовать удлиненные сечения с наиболее четкими следами спайности. Иногда  $cN_g$  достигает  $10^\circ$  - из-за присутствия ориентированных вдоль плоскостей спайности субмикроскопических вростков клинопироксена (эти вростки иногда бывают и крупными, различимыми в скрещенных николях).

Энстатит бесцветен,  $cN_g = 0^\circ$ , двупреломление 0.009. Оптически положителен.

Гиперстен плеохроирует от бледно-розового до бледно-зеленого (очень слабо). Угол угасания  $cN_g = 0 - 10^\circ$ , двупреломление до 0.013. Оптически отрицателен (как и бронзит). Смена оптического знака в ряду энстатит – ферросилит соответствует составу  $En_{88}$ .

В эффузивных породах вокруг вкрапленников ортопироксенов может быть опацитовая кайма.

При вторичных изменениях ортопироксены могут замещаться ромбическими амфиболами. В низкотемпературных условиях по ортопироксену образуются тонкозернистые псевдоморфозы ориентированного талька с магнетитом. Типично также замещение ортопироксенов, особенно энстатита, серпентином. В отличие от петельчатых псевдоморфоз серпентина по оливину, серпентин по ортопироксену ориентирован, образуя так называемый *бастит* – пластинчатые псевдоморфозы антигорита.

### Клинопироксены

Отличаются от ортопироксенов косым угасанием (поэтому и называются «клинопироксены») и более высоким двупреломлением. Угол угасания определяется в разрезах с наивысшей интерференционной окраской.

Иногда встречается похожая на совершенную спайность «диаллаговая» отдельность. Угол между этой отдельностью и спайностью около  $54^\circ$ , напоминая сечение амфиболов.

Клинопироксены могут содержать вростки ромбического пироксена; при вторичных изменениях замещаются уралитом (волокнистым зеленым амфиболом), хлоритом, эпидотом, карбонатами.

*Диопсид* - *геденбергит* – бесцветный или слабозеленоватый, без плеохроизма.  $cN_g = 38 - 48^\circ$ , двупреломление 0.030 - 0.018.

*Авгит* – слегка буроватый, иногда слабо плеохроирует (имеет розовато-буроватую окраску по  $N_g$  - в отличие от гиперстена, у которого такая окраска по  $N_p$ ). Присутствие титана придает авгиту фиолетовый оттенок окраски.  $cN_g = 40 - 54^\circ$ , то есть при  $cN_g$  менее  $48^\circ$  авгит по углу угасания не отличается от пироксенов ряда диопсид-геденбергит.

Для авгита характерна дисперсия осей эллипсоида, проявляющаяся в неполном угасании (у пироксенов ряда диопсид-геденбергит дисперсия незначительна и они имеют четкое угасание).

В эффузивных породах вкрапленники авгита нередко имеют зональную окраску и обусловленное сильной дисперсией оптических осей зональное и секториальное угасание (фигура песочных часов). Двупреломление ниже 0.025.

Диопсид и авгит обладают близкими оптическими свойствами. Увеличение угла угасания в авгите, а также некоторая разница в двупреломлении (у диопсида оно несколько выше) далеко не всегда могут быть однозначно установлены из-за неточной ориентировки разрезов. Поэтому отличить авгит от диопсида под микроскопом удается далеко не всегда. Для точной диагностики пироксенов необходимо использовать микрозонд.

Эгирин-авгиту свойственен сильный плеохроизм,  $cN_g = 54 - 85^\circ$ ; наблюдаются все переходы от эгирин-авгита к эгирину.

*Эгирин* – характерны длиннопризматический облик и густая окраска с обратной схемой абсорбции – зеленая по  $N_p$  и более светлая зеленовато-желтая по  $N_g$ . Отрицательное удлинение,  $cN_p$  до  $8^\circ$ , двупреломление 0.037 - 0.059. При определении двупреломления следует иметь в виду, что интерференционная окраска эгирина затушевывается его густой собственной окраской.

Таким образом, для эгирина в шлифах характерны интенсивная зеленая окраска, очень высокий рельеф и шагреневая поверхность, высокая интерференционная окраска II и III порядка, близкое к прямому угасание и отрицательное удлинение. От сходных по окраске амфиболов эгирин отличается обратной схемой абсорбции, малым углом угасания, отрицательным удлинением, высокой интерференционной окраской и углом между трещинами спайности.

### **Оливин**

Оливин представляет собой непрерывный ряд изоморфных смесей от форстерита  $Mg_2(SiO_4)$  до фаялита  $Fe_2(SiO_4)$ . Ромбическая сингония.

В шлифах бесцветный. В интрузивных породах форма зерен неправильная, изометричная. В эффузивных породах порфиновые вкрапленники оливина могут иметь форму несколько вытянутых шестиугольников, иногда с отчетливой спайностью, в то время как в оливине из интрузивных пород спайность отсутствует или отмечается лишь в редких зернах.

Имеет самый высокий показатель преломления из всех мафических минералов ( $n_g = 1.669 - 1.975$ ,  $n_p = 1.636 - 1.827$ ), вследствие чего обладает резким положительным рельефом и четко выраженной шагреновой поверхностью.

Высокое двупреломление (форстерит 0.033, фаялит 0.052), вследствие чего имеет высокую интерференционную окраску. В зернах со спайностью угасание прямое.

Угол  $2V$  форстерита  $+85^\circ$ , фаялита  $-48^\circ$ . Смена оптического знака в ряду форстерит – фаялит соответствует  $Fo_{88}$ . У большинства природных оливинов магматических пород, которые содержат от 10 до 30 %  $Fe_2(SiO_4)$ , оптический знак нередко определить не удастся: изогира коноскопической фигуры в разрезе, перпендикулярном оптической оси, обычно прямая, то есть не имеет различимой кривизны, необходимой для определения оптического знака.

Свежим оливин бывает редко, даже в кайнотипных эффузивных породах он по трещинам и по периферии зерен окрашен в бурый цвет гидроксидами железа. При вторичных изменениях наиболее характерными продуктами замещения оливина является серпентин и иддингсит (биотитоподобная смесь смектита, хлорита, серпентина и гетита). Серпентин развивается преимущественно по магнезиальному оливину, иддингсит – по железистому. Иногда отмечается замещение тальком, карбонатом, хлоритом. Вокруг зерен оливина могут наблюдаться реакционные оболочки, сложенные пироксеном и амфиболом.

Оливин в шлифах нередко имеет значительное сходство с минералами из группы пироксенов. Оливин отличается от пироксенов следующими особенностями.

1. При выключенном анализаторе оливин магматических пород всегда бесцветен, а пироксены нередко имеют буроватый или зеленоватый оттенок; этот оттенок слабый и может отсутствовать, но если он замечен, определяемый минерал не может быть оливином.

2. Пироксены обладают совершенной спайностью; оливин же имеет несовершенную спайность и во многих случаях она в шлифах не обнаруживается.

3. Коноскопическая фигура оливина в разрезах, перпендикулярных оптической оси, характеризуется тем, что изогира приближается к прямой, так как для большинства оливинов угол  $2V$  близок к  $90^\circ$ . Моноклинные пироксены имеют угол  $2V$  около  $60^\circ$  и отчетливо изогнутую изогирю.

4. Наиболее обычные продукты изменения оливина – серпентин и иддингсит. Серпентин образуется и по ромбическим пироксенам, но в соответствии с формой первичных зерен псевдоморфозы серпентина по оливину имеют в шлифах изометричную форму, а по пироксену – прямоугольную. Вторичными минералами, замещающими моноклинные пироксены, являются актинолит и хлорит.

### *Акцессорные минералы*

Нерудные акцессорные минералы в шлифах выделяются своей преимущественно правильной формой зерен и высоким рельефом. Они обычно устойчивы и не подвержены вторичным изменениям.

*Апатит*  $\text{Ca}_5(\text{PO}_4)(\text{F},\text{Cl})$ , гексагональная сингония. Образует столбчатые и таблитчатые кристаллы с прямоугольными и гексагональными сечениями. Бесцветный, без спайности, с высоким рельефом и ясной шагренево́й поверхностью ( $n_o = 1.633 - 1.667$ ,  $n_e = 1.630 - 1.664$ ). Наличие тория и урана в апатите обуславливает появление плеохроичных двори́ков вокруг его кристаллов, включенных в биотит или амфибол.

Низкая серая интерференционная окраска (дву́преломление 0.003). Угасание прямое, удлинение отрицательное. Одноосный, отрицательный.

В небольших количествах встречается во всех магматических породах. Максимальные содержания апатита характерны для щелочных пород, в которых он может переходить в разряд главных породообразующих минералов.

В шлифах апатит имеет сходство с андалузитом и силлиманитом. Но эти минералы оптически двуосны, обладают совершенной спайностью и их кристаллы в поперечных сечениях имеют форму ромба или прямоугольника. Дву́преломление этих минералов более высокое, чем у апатита (интерференционная окраска последнего не поднимается выше серой окраски I порядка).

*Циркон*  $\text{Zr}(\text{SiO}_4)$ , тетрагональная сингония. Образует короткостолбчатые или призматические кристаллы с дипирамидальными окончаниями и округлые зерна. В поперечных сечениях дает четырех- и восьмиугольники.

Бесцветный, с очень резкими черными ограничениями из-за очень высокого показателя преломления (1.924 – 2.015); в скрещенных николях имеет высокую интерференционную окраску (дву́преломление 0.044 – 0.055). Угасание прямое, удлинение положительное. Одноосный, положительный.

Часто образует включения в биотите, амфиболе и других минералах. Эти включения обычно окружены интенсивно окрашенными и резко плеохроирующими ореолами, образование которых связано с радиационным воздействием циркона.

В очень мелких зернах циркон в шлифах практически неотличим от монацита и ксенотима.

Циркон – один из наиболее распространенных акцессорных минералов, встречается практически во всех типах горных пород. Наиболее высокие содержания циркона – в щелочных породах.

*Титанит*  $\text{CaTi}(\text{SiO}_4)$ , моноклинная сингония. Характерна клиновидная форма кристаллов. Бесцветный, серый, часто буроватый. Очень резкие ограничения, очень высокий рельеф ( $n_o = 1.98 - 2.05$ ,  $n_e = 1.89 - 1.91$ ).

Цвета интерференции блеклые («перламутровые») высших порядков. Дву́преломление титанита 0.09 – 0.14, что значительно выше, чем у циркона.

Поэтому, в отличие от циркона, окраска титанита при включенном анализаторе остается практически такой же (буроватой), как без анализатора. Нередко наблюдается неполное угасание, обусловленное сильной дисперсией. Иногда отмечаются простые или полисинтетические двойники.

Титанит встречается в широком диапазоне магматических пород и во многих метаморфических породах. В габброидах, долеритах, базальтах титанит нередко образует ксеноморфные оторочки вокруг зерен титаномагнетита и ильменита. В диоритах, сиенитах и гранитоидах он дает индивидуализированные кристаллы и ксеноморфные зерна, включенные в роговую обманку и биотит или располагающиеся между другими породообразующими минералами. В гранитоидах повышенной основности и в щелочных породах содержание титанита иногда превышает 1 – 2 %.

*Шпинель*  $MgAlO_2$ , кубическая сингония. Образует октаэдрические кристаллы, дающие в шлифах квадратные, четырехугольные и треугольные срезы. Встречается и неправильная форма зерен, нередки графические сростания с пироксеном. Спайность отсутствует, но весьма обычна отдельность.

Зеленая, бурая. Изотропна, с высоким рельефом и резкой шагреневой поверхностью (показатель преломления 1.763 - 2.05).

Бурую шпинель можно спутать с титанистым гранатом, но в отличие от него шпинели свойственна октаэдрическая форма кристаллов и характерная отдельность. Следует также иметь в виду, что шпинель встречается в основных и ультраосновных породах. От хромита шпинель отличается меньшим показателем преломления.

Непрозрачные *рудные* минералы под микроскопом в проходящем свете выглядят черными; их точная диагностика производится в отраженном свете на специальном рудном микроскопе в полировках. В прозрачных петрографических шлифах окраска рудных минералов может быть определена, если направить свет не на зеркало микроскопа, а на поверхность шлифа сверху. В этом случае магнетит обнаруживает свойственную ему в отраженном свете стально-серую, пирит – желтую, хромит – буроватую окраску, и т. п.

***Вулканическое стекло*** – не минерал, а аморфное вещество, представляющее собой застывший магматический расплав, не успевший раскристаллизоваться вследствие быстрого остывания. Обычно входит в состав основной массы эффузивных пород, а в ряде случаев слагает ее полностью.

В шлифе вулканическое стекло бесцветно или окрашено в желтые или бурые тона. Интенсивность окраски зависит от содержания и степени окисления железа. Показатель преломления изменяется от 1.492 (стекло риолитового состава) до 1.575 (стекло базальтового состава). Изотропно, хотя иногда обладает слабым двупреломлением вследствие внутренних напряжений.

При вторичных изменениях вулканическое стекло среднего и основного состава чаще всего замещается хлоритом, а кислое стекло подвергается раскристаллизации, превращаясь в смесь субмикроскопических зерен кварца и полевых шпатов.

## 2.2. Минералы метаморфических пород

### *Гранаты*

Общая химическая формула гранатов  $R^{2+}_3 R^{3+}_2 (SiO_4)_3$ :

(пиральспиты)	(уграндиты)
пироп $Mg_3 Al_2 (SiO_4)_3$	уваровит $Ca_3 Cr_2 (SiO_4)_3$
альмандин $Fe_3 Al_2 (SiO_4)_3$	гроссуляр $Ca_3 Al_2 (SiO_4)_3$
спессартин $Mn_3 Al_2 (SiO_4)_3$	андрадит $Ca_3 Fe_2 (SiO_4)_3$

Гранаты пироп-альмандинового ряда широко распространены в метаморфических породах. Доля пиропового компонента в гранатах увеличивается с ростом температуры и давления. В наиболее низкотемпературных условиях образуются гранаты, обогащенные спессартином. Пиральспиты с высокой долей альмандина и спессартина кристаллизуются также из кислых магматических расплавов, пересыщенных глиноземом, встречаются в гранитных пегматитах.

Смесимость между собой пиральспитов и уграндитов ограничена. В твердых растворах одного ряда может быть растворено не более 20 - 25 мольных процентов компонентов другого ряда. В высокобарных условиях растворимость гранатов этих двух рядов между собой становится более значительной.

Точное определение состава гранатов производится с помощью микронзонда. Под микроскопом в ряде случаев возможна, с привлечением особенностей парагенезисов, приближенная оценка состава гранатов.

Гранаты в шлифе образуют изометричные зерна - идиоморфные или неправильной формы, часто ситовидные, с многочисленными включениями других минералов. Бесцветны или слабо окрашены в желтоватый или розоватый цвет. Характерны высокие показатели преломления, которыми обусловлены резко выраженный рельеф и шагреневая поверхность.

Обычно изотропны, но спессартин и некоторые уграндиты обнаруживают слабое (до 0.003) аномальное двупреломление, особенно в толстых шлифах. Такое двупреломление (с появлением серых интерференционных окрасок) особенно характерно для гранатов из скарнов. В некоторых уграндитах наблюдается зональное угасание и секториальные двойники.

Пироп может замещаться хлоритом, альмандин – хлоритом и эпидотом. Уграндиты замещаются эпидотом, хлоритом, кальцитом, плагиоклазом.

### **Андалузит**

$AlAl(SiO_4)O$ , ромбическая сингония.

Андалузит, кианит и силлиманит – полиморфные модификации  $Al_2SiO_5$ , устойчивые при разных температурах и давлениях. Входят в состав метаморфических пород, богатых глиноземом; силлиманит и андалузит встречаются также в высокоглиноземистых кислых магматических породах. Андалузит устойчив при относительно низких давлениях – встречается в контактовых ореолах малоглубинных интрузивов и в продуктах регионального метаморфизма умеренного давления. Кианит образуется при высоком давлении, силлиманит – при высокой температуре.

Андалузит образует короткостолбчатые кристаллы с хорошо развитыми гранями ромбической призмы. В поперечном сечении – ромб, близкий к

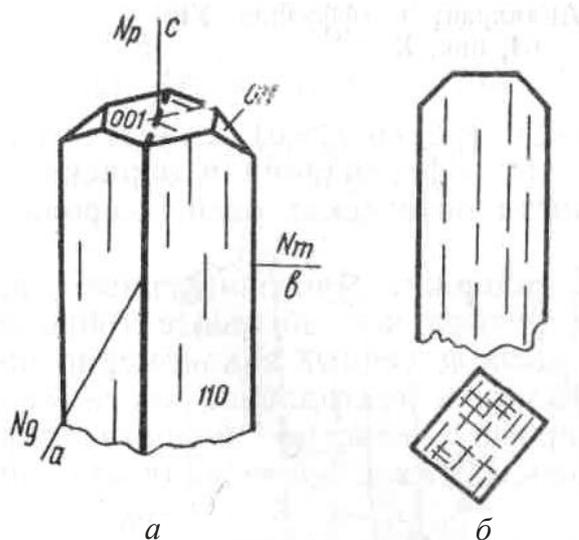


Рис. 25. Андалузит:  
а – кристалл;  
б – спайность  
в продольном и  
поперечном сечениях

квадрату, с трещинами спайности под углом  $89^\circ$  (рис. 25). Нередко встречается также в виде зерен неправильной формы с извилистыми границами.

Бесцветен или слабо и неравномерно окрашен в розоватый или зеленоватый цвет (плеохроирует от бледно-розового по  $N_p$  до бледно-зеленого или почти бесцветного по  $N_g$ ). Обладает ясным рельефом и шагреновой поверхностью ( $n_g = 1.638 - 1.651$ ,  $n_p = 1.629 - 1.640$ ).

Двупреломление  $0.009 - 0.011$ . В продольных разрезах имеет прямое угасание и отрицательное удлинение. Оптически отрицательный, угол  $2V$  около  $85^\circ$ .

Отличается от похожих на него пироксенов и кианита более слабым рельефом, прямым угасанием и отрицательным удлинением, от силлиманита – низким двупреломлением и отрицательным удлинением. При вторичных изменениях замещается мусковитом.

### **Кианит**

$Al_2(SiO_4)O$ , триклинная сингония.

Бесцветный или слабо-голубоватый. Образует идиоморфные призматические или таблитчатые зерна. Часты простые и полисинтетические двойники. Спайность по двум направлениям под углом, близким к  $90^\circ$ .

Очень высокий рельеф и резкая шагреневая поверхность ( $n_g = 1.728 - 1.729$ ,  $n_p = 1.712 - 1.717$ ).

Двупреломление 0.012 - 0.016. Характер угасания и знак удлинения в разных разрезах разный. В сечениях с более совершенной спайностью угасание почти прямое (0 - 3 °), а в сечениях, где спайность выражена хуже, угол угасания 27 - 32 °.

От андалузита отличается более высокими показателями преломления, положительным удлинением, наличием двойников, от силлиманита – меньшим двупреломлением, наличием двойников и двумя системами спайности.

По кианиту развиваются белые слюды, пиррофиллит, каолинит. Вместе с кианитом встречаются гранат, ставролит, мусковит, биотит, кордиерит.

### **Силлиманит**

$Al(AlSiO_5)$ , ромбическая сингония.

Обычно встречается в виде удлинённых призм без концевых граней, дающих в поперечном сечении прямоугольники, почти квадраты и ромбы, а также в форме иголочек, палочек, лучистых и волокнистых агрегатов (фибролит), неправильных зерен (рис. 26).

Бесцветен. Фибролит вследствие дисперсии света кажется окрашенным в буроватый цвет. Совершенная спайность по одному направлению. Характерны высокие показатели преломления ( $n_g = 1.677 - 1.682$ ,  $n_p = 1.657 - 1.660$ ), в связи с чем обладает высоким рельефом и ясной шагреневой поверхностью.

Двупреломление 0.020 - 0.022. Прямое угасание, положительное удлинение. Малый угол  $2V$  (21 - 30 °).

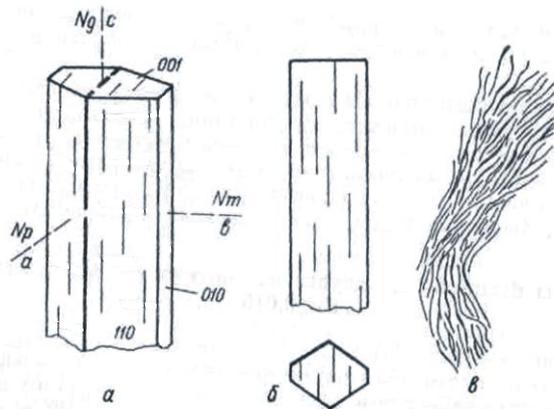


Рис. 26. Силлиманит:  
а – форма кристаллов;  
б – спайность в продольном и поперечном разрезах;  
в – волокнистый силлиманит (фибролит)

Силлиманит может быть сходен в шлифах с андалузитом, кианитом, цоизитом, апатитом, ромбическим пироксеном.

Андалузит и апатит имеют отрицательное удлинение и отрицательный оптический знак. Кианит и цоизит обладают более высоким рельефом; кроме того, кианит дает сечения с косым угасанием, обладает большим углом  $2V$  и оптически отрицателен, а цоизит отличается характерными индигово-синими интерференционными окрасками и переменным знаком удлинения. Ромбические пироксены отличаются характером спайности (по двум направлениям под углом 87 °) и меньшим двупреломлением.

Силлиманит – высокотемпературный метаморфический минерал метапелитов. Он встречается вместе с биотитом, калиевым полевым шпатом, гранатом, кордиеритом, гиперстеном, шпинелью, корундом. При вторичных изменениях по силлиманиту развиваются белые слюды, пирофиллит, каолинит.

### **Ставролит**

$(\text{Fe}, \text{Mg}, \text{Zn})_2\text{Al}_9(\text{Si}, \text{Al})_4\text{O}_{22}(\text{OH})_2$ . Ромбическая сингония.

Образует короткопризматические кристаллы или неправильные удлиненные порфиروبласты ситовидного строения. Нередки крестообразные двойники со срастанием призматических индивидов почти под прямым углом или под углом  $60^\circ$ .

Спайность несовершенная. Плеохроирует от оранжево- или золотисто-желтого по  $N_g$  до бледно-желтого, почти бесцветного, по  $N_p$ . Отчетливые рельеф и шагреньевая поверхность ( $n_g = 1.746 - 1.762$ ,  $n_p = 1.736 - 1.747$ ).

Двупреломление 0.009 - 0.016. Прямое угасание, положительное удлинение.

Высокие показатели преломления и среднее двупреломление, характерная желтая окраска, плеохроизм и высокий положительный  $2V$  ( $82 - 90^\circ$ ) позволяют в совокупности надежно определять ставролит в шлифах.

Ставролит – типичный минерал среднетемпературных фаций метапелитов, встречается с алмандином, мусковитом, биотитом и др. Может замещаться мусковитом, серицитом, хлоритом.

### **Кордиерит**

$(\text{Mg}, \text{Fe})_2\text{Al}_3(\text{AlSi}_5\text{O}_{18}) \cdot n\text{H}_2\text{O}$ , ромбическая сингония.

Образует зерна неправильной формы, бесцветные или голубоватые, с низким положительным рельефом ( $n_g = 1.543 - 1.575$ ,  $n_p = 1.534 - 1.558$ ) и низким двупреломлением (0.009 – 0.017). Спайность несовершенная. Характерны двойники – полисинтетические или секториальные (тройники и шестерники).

В кордиеритах умеренной или высокой железистости вокруг включений циркона и других аксессуарных минералов наблюдаются «плеохроичные дворники» - ореолы плеохроизма от бесцветного до ярко-желтого. В магнизиальных кордиеритах таких плеохроичных дворников не отмечается.

Кордиерит можно спутать с кварцем или плагиоклазом, имеющими близкий рельеф и двупреломление.

От кварца кордиерит отличается наличием двойников, плеохроичных ореолов, двуосностью. Кроме того, кварц часто имеет характерное волнистое угасание и чуть более высокое двупреломление. От плагиоклаза кордиерит отличается плеохроичными ореолами, менее совершенной спайностью, полисинтетические двойники в нем часто не доходят до краев зерен. От альбита, сходного с кордиеритом по показателю преломления и двупреломлению, последний отличается также отрицательным оптическим знаком.

Кордиерит может замещаться пинитом – бесцветной, зеленовато-голубоватой, желтой войлокообразной смесью мусковита, хлорита, серпентина и оксидов железа. Даже небольшие следы проявленной пинитизации могут быть использованы для отличия кордиерита от других минералов.

Встречается в метаморфических породах, богатых алюминием, и в высокоглиноземистых магматических породах кислого состава. Характерен для высоких ступеней регионального и контактового метаморфизма, нередко встречается вместе с гранатом, калиевым полевым шпатом, гиперстеном, силлиманитом.

### ***Группа эпидота***

Изоморфный ряд клиноцоизит  $\text{Ca}_2\text{Al}_3(\text{SiO}_4)(\text{SiO}_2)\text{O}(\text{OH})$  – эпидот  $\text{Ca}_2(\text{Al,Fe})_3(\text{SiO}_4)(\text{Si}_2\text{O}_7)\text{O}(\text{OH})$ , моноклинная сингония. Цоизит – ромбическая сингония.

Минералы группы эпидота образуют в шлифах удлиненные или неправильные зерна с высоким рельефом и шагреновой поверхностью. Эпидот в шлифе слабо окрашен в зеленовато-желтый цвет (со слабым плеохроизмом) или бесцветен, клиноцоизит и цоизит бесцветны.

Спайность по двум направлениям под углом  $65^\circ$  (в одном направлении совершенная, в другом – несовершенная, в виде коротких трещин). Угол угасания  $0 - 30^\circ$  (в зависимости от спайности, по отношению к которой измеряется угол угасания). По длине кристаллов клиноцоизита и эпидота располагается  $N_m$ , поэтому разрезы могут иметь как положительное, так и отрицательное удлинение.

Минералам группы эпидота свойственна аномальная интерференционная окраска – у цоизита тусклая серо-синяя, желтовато-бурая, у клиноцоизита – густые желтые и оранжево-желтые цвета, у эпидота – яркие красные, малиново-красные и зеленые цвета.

Клиноцоизит также отличается от цоизита косым угасанием в большей части разрезов и углом  $2V$  ( $65 - 90^\circ$ ). От эпидота цоизит и клиноцоизит отличаются меньшим двупреломлением ( $0.005 - 0.008$ ). Клиноцоизит оптически положительный, эпидот – отрицательный.

От клинопироксена эпидот отличается малым углом угасания (в удлиненных разрезах угасание может быть прямым), хуже проявленной спайностью, плеохроизмом, цветами интерференции, отрицательным оптическим знаком.

Цоизит – типичный минерал прогрессивного и регрессивного метаморфизма фаций зеленых сланцев, глаукофановых сланцев и эпидот-амфиболитовой фации. Входит в состав сосюрита (агрегат серицита, цоизита и кварца), образующего псевдоморфозы по основным и средним плагиоклазам при изменении магматических пород.

Клиноцоизит и эпидот – типичные минералы метаморфических пород фаций зеленых сланцев, глаукофановых сланцев и эпидотовых амфиболитов, их парагенезисы почти не отличаются от парагенезисов цоизита.

### ***Хлориты***

Хлориты – большая и сложная по составу группа минералов, главными представителями которых являются клинохлор  $Mg_5Al(AlSi_3O_{10})(OH)_8$  и шамозит  $Fe_5Al(AlSi_3O_{10})(OH)_8$ . Моноклинная сингония. Разнообразный изоморфизм приводит к изменчивости свойств хлоритов.

Характерными признаками хлоритов в шлифах является пластинчатая форма кристаллов, весьма совершенная спайность, зеленые оттенки окраски, слабый плеохроизм (от синевато-зеленого или бесцветного до желто-зеленого), низкое двупреломление, прямое угасание (иногда с отклонением в несколько градусов), нередко аномальная интерференционная окраска (грязная желто-зелено-серая, синяя, фиолетовая, реже бурая).

Могут иметь как положительное, так и отрицательное удлинение. В чешуйках хлорита могут наблюдаться плеохроичные дворики, сходные с двориками в биотите; в центре таких плеохроичных двориков часто находятся включения циркона.

От серпентина минералы группы хлорита можно отличить по часто наблюдаемому отчетливому плеохроизму, аномальным сиреневым и бурым цветам интерференции, а также по присутствию плеохроичных двориков, не характерных для серпентина. От похожего по окраске биотита хлорит в разрезах со спайностью отличается низкой интерференционной окраской и более слабым плеохроизмом.

Трудность для диагностики могут представлять бесцветные оптически изотропные или почти изотропные хлориты. Они отличаются от других изотропных минералов низким рельефом и слюдоподобной спайностью.

В магматических породах минералы группы хлорита являются вторичными. Они развиваются по главным породообразующим минералам (преимущественно мафическим). Часто хлорит замещает биотит, причем при этом в хлорите нередко образуются тончайшие иголки рутила, пересекающиеся под углом  $60^\circ$  и слагающие так называемую сагенитовую решетку (см. рис. 23). Хлоритом могут замещаться также пироксены, амфиболы, оливин, гранат, иногда полевые шпаты.

### ***Серпентин***

$Mg_3(Si_2O_5)(OH)_4$ , моноклинная сингония.

Бесцветный или зеленоватый, буроватый, желтоватый. У окрашенных разностей плеохроизм от зеленовато-желтого по  $N_g$  до бесцветного по  $N_p$ . Спайность весьма совершенная по одному направлению. Показатели преломления близки к канадскому бальзаму, в связи с чем рельеф и шагреневая поверхность отсутствуют.

Серая, белая, иногда бледно - желтая интерференционная окраска  $I$  порядка (двупреломление 0.006 – 0.013). Угасание прямое, удлинение положительное.

От хлорита серпентин отличается по цвету и отсутствию аномальных интерференционных окрасок. Сходные с серпентином бесцветные или слабоокрашенные разности хлоритов лучше окристаллизованы, обладают слюдоподобной спайностью, менее смяты и имеют более высокий положительный рельеф.

Серпентин – типичный вторичный минерал, развивающийся в ультраосновных и основных породах по магнезиальному оливину, пироксенам, реже амфиболам.

### ***Тальк***

$Mg_3(Si_4O_{10})(OH)_2$ , моноклинная сингония.

Образует чешуйчатые агрегаты. В шлифе бесцветный, буроватый и зеленовато-буроватый. Спайность весьма совершенная по одному направлению.  $N_g - N_p = 0.050 - 0.045$ . Угасание прямое, удлинение положительное. Оптически отрицательный, угол  $2V = 0 - 30^\circ$ .

Под микроскопом сходен с мусковитом. Отличается показателями преломления ( $n_g = 1.589 - 1.590$ ,  $n_p = 1.539 - 1.545$ ), углом  $2V$ , минеральными ассоциациями. Кроме того, тальк отличается от мусковита своей пластичностью, плавной изогнутостью чешуек, что у мусковита наблюдается редко.

В основных и ультраосновных магматических породах тальк развивается по магнезиальным минералам – оливину, ортопироксенам, серпентину и др. Характерны ориентированные псевдоморфозы талька по магнезиальным ортопироксенам.

### ***Турмалин***

$NaFe_3Al_6(Si_6O_{18})(BO_3)_3(OH)_4$ . Тригональная сингония.

Призматический. Спайность отсутствует. Рельеф и шагреневая поверхность хорошо заметны ( $n_o = 1.639 - 1.692$ ,  $n_e = 1.620 - 1.657$ ). Двупреломление 0.017 - 0.030, обычно около 0.020.

В шлифе часто окрашен в бурый цвет, хотя может иметь и другую окраску. Плеохроизм резкий, с изменением интенсивности окраски. В отличие от биотита, турмалин принимает наиболее темную окраску, когда длинная сторона кристалла перпендикулярна к направлению колебаний света в поляризаторе (у биотита наиболее темная окраска - когда длинная сторона кристалла параллельна направлению колебаний света в поляризаторе).

Угасание прямое, удлинение отрицательное.

### ***Рутил***

TiO<sub>2</sub>, тетрагональная сингония.

Обычно встречается в виде мелких зерен. Кристаллы рутила призматические, столбчатые, игольчатые, но в кристаллических сланцах нередко встречается и в виде изометричных зерен.

Густо окрашен в буро-красный или желто-бурый цвет, часто почти непрозрачен. Очень высокий рельеф ( $n_e = 2.895 - 2.903$ ,  $n_o = 2.609 - 2.616$ ). Очень высокое двупреломление (0.286 – 0.287), в силу чего интерференционную окраску определить невозможно. Яркие цвета интерференции видны даже в тончайших иголочках, что позволяет по этому свойству отличить рутил от других тонкоигольчатых минералов.

Прямое угасание. Из-за интенсивной собственной окраски рутил обычно одного и того же цвета как при включенном, так и при выключенном анализаторе.

Сагенитовая решетка - включения тонкоигольчатого рутила в хлорите или в слюдах, имеющие вид сетки с треугольными ячейками (см. рис. 23).

Титанит, в отличие от рутила, имеет меньшие показатели преломления и двупреломление, и двуосен. Циркон более светло окрашен и имеет более низкие показатели преломления и двупреломление.

Рутил – широко распространенный аксессуарный минерал. Он встречается в различных магматических породах - от ультрамафитов до гранитов, в метаморфических породах разных фаций. Рутил иногда развивается по ильмениту, но и сам может замещаться ильменитом или титанитом.

### ***Карбонаты***

Кальцит CaCO<sub>3</sub>, доломит CaMg(CO<sub>3</sub>)<sub>2</sub>, магнезит MgCO<sub>3</sub>, сидерит FeCO<sub>3</sub>. Тригональная сингония.

Карбонаты в шлифах преимущественно бесцветны. Спайность по трем направлениям под косым углом. В крупных зернах встречаются полисинтетические двойники. В сечениях, где четко видны два направления спайности, у кальцита двойниковые полосы располагаются ближе к длинной диагонали ромба спайности, а у доломита – ближе к короткой диагонали ромба спайности. Магнезит обычно не подвержен двойникованию.

Характерна четко выраженная псевдоабсорбция. У кальцита псевдоабсорбция проявляется более отчетливо, чем, например, у сидерита, так как у кальцита показатель преломления  $n_g$  выше, а  $n_p$  ниже, чем у канадского бальзама, а у сидерита оба показателя преломления выше, чем у канадского бальзама.

Очень высокое двупреломление (более 0.170), которому отвечает очень высокая пестро-белая («перламутровая») интерференционная окраска, по которой, вместе с псевдоабсорбцией, карбонаты могут быть отличимы от других пороодообразующих минералов.

Одноосные, отрицательные.

### **Флюорит**

$\text{CaF}_2$ , кубическая сингония. Встречается преимущественно в виде неправильных зерен, выполняющих промежутки между другими минералами, реже в виде идиоморфных кристаллов.

Бесцветный, со спайностью по октаэдру, в связи с чем в некоторых разрезах можно наблюдать две или три системы пересекающихся трещин спайности. Показатель преломления много ниже канадского бальзама (1.434), вследствие чего минерал имеет отрицательный рельеф и резкую шагреневую поверхность. Изотропный.

Флюорит может быть спутан в шлифах с другими изотропными минералами со средним рельефом и шагреневой поверхностью. На него похожа слабо окрашенная (бесцветная, зеленая или фиолетовая) шпинель, имеющая к тому же отдельность по октаэдру, сходную со спайностью флюорита. Но у шпинели положительный рельеф. Гранаты не имеют спайности и также имеют положительный рельеф.

Флюорит нередко встречается в нефелиновых сиенитах, гранитоидах, пегматитах, грейзенах.

## **2.3. Контрольные вопросы**

1. Как отличить в шлифе кварц и нефелин, кварц и кордиерит?
2. Назовите разновидности калиевых полевых шпатов и охарактеризуйте их диагностические признаки в шлифах.
3. Как отличить между собой пертиты и антипертиты?
4. Что общего и каковы различия в оптических свойствах плагиоклазов и калиевых полевых шпатов?
5. Перечислите признаки, по которым в шлифах выбирают зерна плагиоклаза для определения их состава методом максимального симметричного угасания.
6. Чем замещаются кислые и основные плагиоклазы при вторичных изменениях?
7. Назовите признаки отличия в шлифе биотита от хлорита, турмалина, амфиболов.
8. Что такое опацизация и у каких минералов она может быть проявлена?
9. Перечислите характерные признаки тремолита, актинолита, щелочных амфиболов.
10. Как отличить в шлифе пироксен от оливина?
11. Как в шлифе различаются ромбические и моноклинные пироксены?
12. Перечислите сходства и различия минералов из группы пироксенов и амфиболов.
13. Чем эгирин отличается в шлифе от амфиболов?
14. Назовите оптически изотропные минералы и их отличия между собой в шлифе.
15. Как отличить в шлифе титанит и рутил, титанит и циркон?

16. Назовите характерные диагностические признаки кианита, андалузита, силлиманита.
17. Как определить в шлифе ставролит и кордиерит?
18. Охарактеризуйте особенности диагностики в шлифе минералов группы эпидота.
19. Как хлорит отличается в шлифе от серпентина и талька?
20. Назовите оптические свойства, характерные для минералов группы карбонатов.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Белоусова О. Н., Михина В. В. Общий курс петрографии. М., Недра, 1972. 344 с.
- Кравцова Л. И., Чукашева М. Н. Кристаллооптика. Методическое пособие к лабораторным работам по курсу петрографии. Изд. СГИ, 1961. 58 с.
- Маракушев А. А., Бобров А. В., Перцев Н. Н., Феногенов А. Н. Петрология. I. Основы кристаллооптики и породообразующие минералы. М.: Научный мир, 2000. 316 с.
- Петрография и петрология магматических, метаморфических и метасоматических горных пород. М.: Логос, 2001. 768 с.
- Сиротин К. М. Практическая петрография. Изд. Саратов. ун-та. 1988. 312 с.

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Авгит, 46, 48</li> <li>Актинолит, 45</li> <li>Альбит, 38</li> <li>Амфиболы, 44</li> <li>Андалузит, 53</li> <li>Андезин, 38</li> <li>Аномальная анизотропия, 17</li> <li>Анортит, 38</li> <li>Антигорит, 58</li> <li>Антипертиты, 37</li> <li>Апатит, 50</li> <li>Арфведсонит, 45</li> <br/> <li>Бастит, 47, 58</li> <li>Биотит, 42</li> <li>Битовнит, 38</li> <br/> <li>Вулканическое стекло, 51</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Гиперстен, 47</li> <li>Глаукофан, 45</li> <li>Гранаты, 52</li> <br/> <li>Двупреломление, 17, 4, 21</li> <li>Диопсид-геденбергит, 48</li> <li>Дисперсионный эффект, 14</li> <li>Дисперсия двупреломления, 19</li> <li>Доломит, 60</li> <br/> <li>Знак удлинения, 25</li> <br/> <li>Интерференционная окраска, 17</li> <br/> <li>Калиевые полевые шпаты, 35</li> <li>Кальцит, 60</li> <li>Канадский бальзам, 8</li> <li>Канкринит, 35</li> <li>Карбонаты, 59</li> </ul> |
|--|--|

Кварц, 34  
 Кварцевый клин, 24  
 Кианит, 53  
 Клинопироксены, 47  
 Клинохлор, 57  
 Клиноцоизит, 56  
 Компенсатор, 23  
 Кордиерит, 55  
 Круговое сечение, 5

Лабрадор, 38  
 Лизардит, 58

Магнезит, 60  
 Микроклин, 36  
 Микропегматит, 37  
 Мирмекит, 39  
 Мусковит, 43

Нефелин, 34

Объект-микрометр, 11  
 Ограничения, 14  
 Оливин, 48  
 Олигоклаз, 38  
 Омфацит, 46  
 Оптически двуосный, 4  
 Оптически одноосный, 4  
 Оптически отрицательный, 5  
 Оптически положительный, 5  
 Оптическая ось, 4  
 Ортоклаз, 36  
 Ортопироксены, 47  
 Острая биссектриса, 5

Пертиты, 37  
 Пироксены, 46  
 Плагиоклазы, 38  
 Плеохроизм, 26  
 Плоскость оптических осей, 5  
 Полоска Бекке, 14  
 Пренит, 39  
 Псевдоабсорбция, 16

Разность хода, 17  
 Рельеф, 13  
 Рибекит, 45

Роговая обманка, 44  
 Рутил, 59

Сагениит, 43, 59  
 Санидин, 36  
 Серицит, 39, 43  
 Серпентин, 58  
 Сидерит, 60  
 Силлиманит, 53  
 Симметричное угасание, 41

Скрещенность николей, 9  
 Соссюрит, 39  
 Ставролит, 55  
 Схема абсорбции, 26

Тальк, 58  
 Титанит, 50  
 Тремолит, 45  
 Тупая биссектриса, 5  
 Турмалин, 59

Угол оптических осей (2V), 5, 30  
 Угол угасания, 22

Фаялит, 48  
 Флюорит, 60  
 Форстерит, 48

Хлорит, 57  
 Хризотил, 58

Центрировка, 10  
 Цеолит, 35  
 Циркон, 50  
 Цоизит, 56

Шагреневая поверхность, 14  
 Шпинель, 51

Щелочные амфиболы, 45

Эгирин, 48  
 Эгирин-авгит, 48  
 Энстатит, 47  
 Эпидот, 56

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой геологии,  
поисков и разведки месторождений  
полезных ископаемых

 В. А. Душин

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.07 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
МОДЕЛИРОВАНИЯ В ГЕОЛОГИИ**

Специальность:

***21.05.02 Прикладная геология***

Специализация №4

***Прикладная геохимия, минералогия, петрология***

форма обучения: очная

Автор: Хасанова Г. Г., доцент, к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры  
Геологии, поисков и разведки МПИ

*(название кафедры)*

Протокол № 184 от 17.04.2019

*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

**Цель дисциплины:** изучение принципов математического моделирования геологических объектов, явлений и процессов; приобретение студентами знаний о типах математических моделей в различных областях геологии.

## **Содержание учебной дисциплины**

### **Основные принципы и методы геолого-математического моделирования**

Особенности геологических образований и процессов как объектов математического моделирования. Виды геолого-математических моделей. Основные принципы математического моделирования. Выборочная и генеральная совокупности. Требования, предъявляемые к выборочным совокупностям. Предмет математической статистики, его цели и задачи. Понятие о статистической совокупности.

### **Одномерные статистические совокупности. Вариационный анализ. Законы распределения.**

Упорядочение количественных признаков в виде вариационных рядов и кумулянт. Статистические характеристики. Меры положения и рассеяния вариационного ряда; их определение, логический смысл и области применения в геологии. Закон больших чисел. Понятие о теоретическом распределении. Следствие из теоремы Ляпунова. Нормальный закон и его математические свойства. Логнормальный закон распределения: основные понятия и критерии его выбора.

### **Статистическая оценка параметров генеральной совокупности. Применение статистических гипотез в геологии.**

Понятие о статистической оценке параметров генеральной совокупности. Точечная и интервальная оценки. Несмещенность и эффективность оценки. Оценка генерального среднего значения, генеральной дисперсии по выборочным данным. Понятие статистической гипотезы. Процедура принятия или отказа от нулевой гипотезы.

### **Двумерные статистические совокупности и методы их анализа.**

Функциональные и корреляционные связи. Упорядочение двумерной статистической совокупности в виде полей корреляции и их качественный анализ. Количественные показатели тесноты корреляционной связи. Эмпирическая и теоретическая линии регрессии для парной корреляционной зависимости. Регрессионный анализ.

### **Математические методы анализа многомерных статистических совокупностей.**

Многомерные статистические совокупности и методы их анализа: корреляционный анализ, кластерный и факторный анализы, задачи распознавания образов, дискриминантный анализ.

### **Геолого-математическое моделирование пространственных переменных.**

#### **Математические методы изучения изменчивости геологических объектов.**

Понятие пространственной переменной. Виды пространственных моделей. Детерминированные и вероятностные модели. Модель на основе случайной функции и ее свойства. Коррелограмма и её практическое использование.

Основной постулат геостатистики. Определение вариограммы и метод её расчета. Типы вариограмм. Геостатистический метод интерполяции – кригинг.

Виды изменчивости в геологии. Регулярная и случайная составляющие геологического поля. Математический аппарат исследования закономерной и случайной изменчивости

## Особенности геологических образований и процессов как объектов математического моделирования. Типы моделей и принципы геолого-математического моделирования

Геологические процессы и образования обладают специфическими особенностями, в значительной мере определяющими методы их изучения:

- представляют собой совокупность физических, химических и биологических природных явлений, между которыми существуют сложные причинно-следственные связи, поэтому свойства геологических образований зависят от множества факторов, характеризуются сильной изменчивостью, а сами объекты имеют весьма сложное строение;
- геологические процессы длительны, а геологические образования имеют значительные размеры и скрыты в недрах, что исключает возможность их полного всестороннего изучения путем непосредственного наблюдения.

Последнее обусловило распространение в практике геологических исследований **выборочных методов изучения** с помощью естественных и искусственных обнажений, в пределах которых отбираются образцы и пробы для различных исследований

Основным методом изучения плохо организованных систем, к которым относятся геологические процессы и явления является **моделирование**, когда непосредственный объект наблюдения заменяется его упрощенным аналогом – **моделью**.

**Модели** – это искусственно созданные объекты, фигуры и математические выражения, воспроизводящие свойства и характеристики изучаемых объектов, явлений и процессов.

**Физические** модели отражают подобие форм геометрических соотношений и происходящих в них физических процессов. Примерами являются: изучение закономерностей выпадения в осадок из взмученного состояния частиц различной крупности или различных химических соединений из раствора; изучение процессов складкообразования наклоном плоскости, на которую нанесены слои песка, глин, или боковым давлением на слои пластилина различных цветов; разделение пород основного состава на сульфидную и силикатную составляющие в результате экспериментальной плавки и т.д.

**Геометрические** модели представляют собой объекты, геометрически подобные прототипу, дающие внешнее представление, часто служат для демонстрационных целей. Примеры: слепки самородков геологические, геохимические карты и планы, фотографии и т.д.

**Понятийные** модели являются мысленным образом природных явлений. Основаны на наблюдениях, служат для выражения изучаемого явления в идеализированной форме, отвечают существующему уровню знаний. Основная часть процессов и явлений в геологии описана понятийными моделями. Например: «**Альбитизация** – это метасоматическое, главным образом, гидротермальное образование альбита, характерна для процессов **сосюритизации, пропилитизации, зеленокаменного перерождения, формирования зеленых сланцев**».

**Математические** модели – абстрактный аналог физических, геометрических, понятийных моделей, в которых силы, события, соотношения участков, площадей, понятия и т.п. элементы заменены математическими символами, связанными между собой определенными отношениями. Предполагается лишь тождественность математического описания процесса (явления) в оригинале и математическом выражении.

По характеру связи между параметрами и свойствами изучаемых объектов математические модели разделяются на **детерминированные** и **статистические**. **Детерминированные** модели выражают функциональные связи между аргументом и зависимыми переменными. Они записываются в виде уравнений, в которых определенному значению аргумента соответствует только одно значение переменной. Вид ее  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ , где  $y$  – зависимая переменная (функция), а  $x_1$ – $x_k$  – независимые (аргументы).

**Статистические** модели – это математические выражения содержащие случайную компоненту ( $\varepsilon$ ), имеет вид  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon$ , т.е. одному значению аргумента соответствуют близкие, но различающиеся между собой значения переменной. Различие их обуславлива-

ется влиянием случайных, неуправляемых воздействий неучтенных факторов. При характеристике результатов, получающихся на основе этих моделей, говорят не о законе, а о закономерности.

По типу решаемых задач, набору используемых для этого математических методов и главным допущениям относительно свойств объектов все геолого-математические модели делят на две группы:

1. Модели, использующие главным образом математический аппарат теории вероятности и математической статистики. В них геологические объекты предполагаются внутренне однородными, а изменения их свойств в пространстве случайными, не зависящими от места замера. Их условно называют **статистическими**. В зависимости от одновременно рассматриваемых свойств они разделяются на одномерные, двумерные и многомерные.

Обычно используют для:

- получения по выборочным данным надежных оценок свойств геологических объектов;
  - проверки геологических гипотез;
  - выявления и описания зависимостей между свойствами геологических объектов;
  - классификации геологических объектов;
  - определения объема выборочных данных, необходимого для оценки свойств геологических объектов с заданной точностью.
2. Модели, рассматривающие свойства геологических объектов как *пространственные переменные*. В них предполагается, что свойства геологических объектов зависят от координат точек замера, а в изменении этих свойств в пространстве существуют закономерности. При этом кроме вероятностных методов (случайные функции, временные ряды, дисперсионный анализ) применяются приемы комбинаторики (полиномы), гармонического анализа, векторной алгебры, дифференциальной геометрии и др. разделов математики.

Используются приемы как статистического, так и динамического моделирования. Такие модели используют для решения задач связанных с:

- проверкой гипотез о закономерностях размещения геологических объектов относительно друг друга;
- проверкой гипотез о характере процессов формирования геологических образований;
- выделением аномалий в геологических и геофизических полях;
- классификацией геологических объектов по особенностям их внутреннего строения;
- разработкой приемов интерполяции и экстраполяции при оконтуривании геологических объектов;
- выбором оптимальной густоты и формы сети наблюдений при изучении геологических объектов.

### **Математическая статистика.**

Математическая статистика - это прикладная математическая дисциплина, которая занимается изучением закономерностей в массовых, случайных, однородных, повторяющихся объектах и явлениях природы, техники и общественной жизни.

Предметом исследования математической статистики является *статистическая совокупность*. **Статистическая совокупность** – это такое множество, которое состоит из массы однородных, случайных, повторяющихся объектов или явлений, обладающих качественной общностью.

Основным методом математической статистики, ее теоретической базой является теория вероятностей, изучающая случайные события и величины.

Объектами геологических исследований являются металлогенические провинции, рудные районы, поля, месторождения, рудные тела, минералы и их агрегаты, окаменелости, процессы осадконакопления, магматизма и многое другое. Математические методы изучения имеют дело не с перечисленными материальными объектами и явлениями, а с совокупностями значений оцениваемых признаков, которыми эти объекты и явления обладают.

Статистические данные и являются объектом изучения математической статистики. К ним относятся результаты экспериментов, наблюдений и измерений свойств горных пород, руд, процессов, геометрические параметры и показатели качества залежей полезных ископаемых. Определение объекта изучения в каждом конкретном случае зависит от решаемой задачи и формулировки условий, при которых осуществляется оценка признаков.

Расположение наблюдений зачастую неравномерно, что обусловлено обнаженностью территории, трудностями вскрытия изучаемых тел. Поэтому необходимо четко представлять насколько выборочная (опробуемая) совокупность представительна по отношению к изучаемой.

Результаты химического анализа пород по профилю, замеры физических свойств образцов керна и т.п. представляют собой выборки из генеральных совокупностей, которые характеризуют явление в целом, т.е. химический состав отложений, физические свойства руд и пород и т.п. Задача геолога заключается в том, чтобы по свойствам исследуемого признака в выборке сделать с определенной вероятностью заключение о его свойствах в генеральной совокупности.

### **Некоторые положения теории вероятности**

Первичные понятия в теории вероятности – события, вероятность, случайная величина, статистическая устойчивость эксперимента.

Событие – результат опыта или естественного явления может быть получен или не получен при имеющихся условиях.

Например: появление конкретного содержания щелочей при анализе  $\gamma$ .

События обычно обозначают буквами  $A, B, C$  и т.д. Известно, что возможность появления событий различна.

Например: при возвращении из маршрута у геолога в рюкзаке 30 образцов интрузивных пород и 3 образца осадочных. Очевидно, при отборе наугад одного мешочка с образцами пород больше шансов извлечь интрузив, т.к. их в 10 раз больше, чем осадочных.

Количественной мерой объективной возможности события при данных условиях является вероятность его. Для установления границ изменения этой величины рассмотрим предельные случаи. Если наступление события при данных условиях исключено, то такое событие называют невозможным и приписывают вероятность равную нулю.

Например: обнаружение промышленных содержаний железа в известняках. Если событие в данных условиях обязательно возникает, то такое событие называют достоверным и его вероятность равна единице.

Пример. Обнаружение кальция в химическом составе известняков. Вероятность появления какого-то события прямо пропорциональна  $m$  числу случаев, благоприятствующих появлению этого события и обратно пропорционально числу  $n$  всех равновозможных случаев, могущих произойти при данном испытании.

$$P = \frac{m}{n}$$

На практике изучить все возможные случаи часто невозможно, поэтому предполагается, что  $n$  – это имеющиеся, а не все возможные случаи.

Вероятность характеризует объективную возможность появления события.

Пример: интересующий минимум может появляться в 20 шлифах из 100, изготовленных по изучаемой породе.

Частость – практическая оценка этой возможности, характеризует совершившийся факт.

## Случайные величины и их числовые характеристики

Случайная величина – это случайный эксперимент с числовыми исходами.

Например: соединение элемента  $A$  в пробе количества ильменита в шлихах. Соединение может принимать любые значения в определенных пределах. Число появлений зерен ильменита может быть только целым. Величины, которые могут принимать лишь отдельные значения, являются дискретными, а любые значения заданного интервала – непрерывными.

*Дискретная случайная величина* может задаваться таблично, графически, аналитически при табличном способе задаются значения случайной величины и соответствующие им вероятности.

$$\text{Пример: } a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

$$p_1, p_2, p_3, \dots, p_n \quad 0 \leq p_i < 1$$

При аналитическом способе соответствие между значениями, принимаемыми случайной величиной и вероятностями этих значений задаются некоторой функцией  $p=f(x)$ , называемой законом распределения случайной величины. Для непрерывности случайной величины вводятся понятия интегральной функции распределения  $F(x)$ . Функция  $F(x)$  определяет для каждого значения  $x$  вероятность того, что случайная величина примет значение меньше  $x$ , то есть  $F(x) = P(X < x)$ . Вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале от  $a$  до  $b$ , равна разности значений интегральной функции на концах этого интеграла, т.е.

$$P(a \leq x < b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a),$$

Где  $f(x) \geq 0$  плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины значение  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot dx = 1$ .

Математическим ожиданием случайной дискретной величины  $X$  называется сумма произведений значений, принимаемых этой величиной, на соответствующие им вероятности, т.е.

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Если  $x$  – непрерывная случайная величина, изменяющаяся в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$  с плотностью вероятности  $f(x)$ , т.е. ее математическое ожидание определяют из выражения

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

Для краткости обозначают математическое ожидание  $a$ .

Некоторые свойства этого параметра:

1.  $M(C) = C$ , т.е. математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной величине.

2.  $M(CX) = CM(X)$ , т.е. постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания.

3.  $M(X+Y+\dots+Z) = M(X) + M(Y) + \dots + M(Z)$ , т.е. математическое ожидание суммы нескольких случайных величин равно сумме их математических ожиданий.

Дисперсией  $D(X)$  случайной величины называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины  $X$ .

$$D(X) = M(X - M(X))^2$$

В развернутом виде дисперсия случайной величины:

$$D(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 \cdot p_i,$$

а непрерывной

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - a)^2 f(x) dx$$

Дисперсию принято обозначать  $\sigma^2$ , некоторые свойства этого параметра:

1.  $D(C) = 0$ , т.е. дисперсия постоянной величины равна 0.
2.  $D(CX) = C^2 D(X)$ , т.е. постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии возводя его в квадрат.
3.  $D(X+Y+\dots+Z) = D(X) + D(Y) + \dots + D(Z)$ , т.е. дисперсия суммы нескольких взаимно независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин.
4.  $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$  дисперсия случайной величины  $X$  равна разности математического ожидания квадрата этой величины и квадрата ее математического ожидания.

## Упорядочение статистических совокупностей в интервальные вариационные ряды

**Одномерной статистической совокупностью** называется такая совокупность, каждый член которой характеризуется одним признаком.

Раздел математической статистики, который занимается изучением закономерностей в одномерных статистических совокупностях называется **вариационный анализ**.

Статистической обработке в практике ГРР обычно подвергается геохимический фактический материал. Для этого производятся простейшие преобразования количественной геологической информации. Они заключаются в следующем:

результаты геохимических наблюдений сводятся в таблицы. Наиболее простую форму статистической обработки представляют **ряды распределения**. Они строятся по методу **ранжирования**, т.е. путем расположения вариантов в возрастающем или убывающем порядке. Варианты необходимо располагать в виде двойного ряда, учитывая их повторяемость.

Например: содержание ртути ( $C_{Hg}$ ) в  $\times 10^{-7}$  % (первая строка) и повторяемость классов содержаний  $n$  (вторая строка):

$C_{Hg}$ :	2	3	4	6	8	...
$n$	2	1	4	5	2	...

Числа, с которыми отдельные варианты встречаются в совокупности, называются их весами или **частотами** ( $n_i$ ).

Общее число вариантов, входящих в состав данной совокупности называется ее **объемом** ( $N$ ).

Общая сумма частот равна объему совокупности:  $\sum n_i = N$ .

Частоты, выражающиеся в относительных значениях варьирующего признака, т.е. в долях единицы или в процентах от общей численности вариантов в данной совокупности называются относительными частотами или **частотями** ( $W_i$ ).

$$W_i = n_i / N \text{ или } W_i = (n_i / N) \times 100 \%$$

Сумма частостей выраженных в долях единицы равна 1:  $\sum W_i = 1$ ;

сумма частостей выраженная в %, равна 100 %:  $\sum W_i = 100 \%$ .

В **вариационные ряды** распределяются только **количественные** признаки. Существуют **интервальные** и **безинтервальные** вариационные ряды. Если признак варьирует слабо, дискретно, совокупность его значений можно разделить в **безинтервальный** вариационный ряд (что мы и сделали с содержанием ртути). Если распределение плохо выражает закономерность варьирования, то нужно переходить в **интервальный** вариационный ряд.

**Упорядочение совокупностей** с непрерывными признаками ведется **методом группировок** – посредством построения вариационных рядов и соответствующих им графиков. Вариации признака (от минимальной до максимальной) разбиваются на равные интервалы (классы). Для выбора **ширины интервала** ( $h$ ) пользуются формулой Стерджеса Г.А. (Sturges, 1926):

$h = (U_{max} - U_{min}) / (1 + 3,2 \lg N)$ , где  $h$  – ширина интервала,  $U_{max}$  – максимальное значение признака совокупности,  $U_{min}$  – минимальное значение признака совокупности,  $N$  – объем совокупности.

Вычисленное значение  $h$  округяют до удобной величины. Кроме того, вычисляют значения **середины интервалов**:

$U_i = (a_i + b_i) / 2$ , где  $a_i$  и  $b_i$  – соответственно начало и конец интервала.;

**плотность частот** ( $P_{n_i}$ ):  $P_{n_i} = n_i / h$ , где  $n_i$  – частота интервала,  $h$  – ширина интервала (шаг);

**плотность частостей** ( $P_{w_i}$ ):  $P_{w_i} = W_i / h$ , где  $W_i$  – частость интервала,  $h$  – ширина интервала (шаг).

Таким образом, **вариационным рядом совокупности** с непрерывным признаком называется таблица, в которой в возрастающем порядке перечислены интервалы, середины интервалов и соответствующие им частоты, частости, плотности частот или частостей (табл. 1).

Таблица 1

### Интервальный вариационный ряд совокупности

№№ интервалов	Границы интервалов, $a_i - b_i$	Середина интервалов, $U_i$	Частоты, $n_i$	Частости, $W_i$	Плотности частот, $P_{n_i}$	Плотности частостей, $P_{w_i}$
1.	48,0-50,0	49,0	6	0,12	3,0	0,05
2.	50,0-52,0	51,0	10	0,20	5,0	0,10
3.	52,0-54,0	53,0	15	0,30	7,5	0,15
...	...	...	...	...	...	...
$\Sigma$			50	1,00	25,0	0,50

Проверка правильности построения вариационного ряда осуществляется по формулам:

$\Sigma n_i = N$ ;  $\Sigma W_i = 1$ ;  $\Sigma P_{n_i} = N / h$ ;  $\Sigma P_{w_i} = 1 / h$ .

Для большей наглядности закономерностей варьирования признаков, вариационные ряды могут быть представлены **графически** в виде *полигона*, *гистограммы*, *кумуляты*.

**Полигоном** распределения непрерывного признака называется ломаный график, при построении которого на оси абсцисс откладываются в возрастающем порядке середины интервалов, а по оси ординат – соответствующие им частоты или частости.

**Гистограммой** вариационного ряда непрерывного признака называется ступенчатый график, состоящий из примыкающих друг к другу прямоугольников с основанием по оси абсцисс, равными ширине интервала, с высотами по оси ординат, соответствующими значениями частот или частостей.

**Кумулята** – это кривая накопленных частостей (интегральный полигон). Это график, при построении которого по оси абсцисс откладываются в возрастающем порядке границы интервалов, а по оси ординат – соответствующие концам интервалов накопленные частости ( $W_{si}$ ).

### Статистические характеристики вариационного ряда

Для получения характеристики признака наряду с построением вариационных рядов и графиков вычисляют различного рода суммарные числовые показатели – **статистические характеристики**.

По своему назначению **статистические характеристики** делятся на:

- меры положения (средняя величина, медиана, мода);
- меры рассеяния (дисперсия, среднее квадратическое отклонение, стандарт, коэффициент вариации, показатели асимметрии и эксцесса).

**Мерами положения** вариационного ряда называют характерные точки на оси абсцисс графика распределения, около которых группируется подавляющее количество наблюдений.

а) Например: характеризуя геохимическую аномалию, приводят параметры: *среднее* содержание элемента, *средняя* ширина ореола, *средняя* линейная продуктивность и т.д. Значение средних заключается в их свойстве нивелировать частные различия.

Существует несколько видов средних: они делятся на *параметрические* (степенные) и *непараметрические* (порядковые). **Непараметрические средние** характеризуют лишь струк-

турные особенности вариации и не имеют функциональной связи с распределением признаков. **Параметрические средние** функционально связаны с распределением варьирующих признаков.

**Меры рассеяния** – это статистические характеристики, которые указывают на степень и характер концентрации или рассеяния отдельных вариантов относительно мер положения.

Графически меры рассеяния указывают на сжатость или растянутость вариационной кривой по оси абсцисс.

Основными показателями вариации являются:

- дисперсия ( $S^2$ );
- среднеквадратическое отклонение (стандарт –  $S$ );
- коэффициент вариации ( $V$ );
- показатель асимметрии ( $A$ );
- показатель эксцесса ( $E$ );

## Законы распределения Нормальное распределение

**Нормальное распределение** возникает, когда на изменение случайной величины влияет множество различных, независимых факторов, каждый из которых в отдельности не имеет преобладающего значения.

Подчинение закону нормального распределения проявляется тем точнее, чем больше случайных причин действует вместе. Основное условие формирования нормального распределения заключается в том, чтобы все случайные величины, действующие вместе, играли в общей сумме примерно одинаковую роль.

Плотность вероятности нормального распределения имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_x^2}}$$

$e$  – основание натурального логарифма (2,718);

$x$  – значение случайной величины, лежит в интервале  $(-\infty, +\infty)$ ;

$\sigma^2$  – дисперсия случайной величины  $x$ ;

$\mu$  – математическое ожидание случайной величины  $x$ .

**Математическим ожиданием** случайной величины ( $\mu$ ) называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятность появления этих значений:

$$\mu(x) = M[X] = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P_i$$

По своему логическому смыслу **математическое ожидание** является мерой положения и эквивалентно среднему значению вариационного ряда. Около математического ожидания группируется подавляющее количество значений случайной величины.

**Дисперсия случайной величины**  $\sigma^2$  характеризует степень рассеяния отдельных возможных значений или интервалов значений случайной величины относительно ее математического ожидания. Для дискретной и непрерывной случайной величины вычисляется соответственно по следующим формулам:

$$\sigma_x^2 = D[X] = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot P_i$$

$$\sigma_x^2 = D[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) dx$$

Функция плотности вероятности нормального распределения обладает следующими математическими свойствами (рис. 2):

1. При всех значениях  $X$  функция  $f(x)$  принимает только положительные значения, т.е. кривая располагается над осью абсцисс.

2. Предел функции  $f(x)$  при неограниченном возрастании  $X$  равен 0:

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

Ветви кривой асимптотически приближаются к оси абсцисс нигде с ней не пересекаясь.

1. Функция  $f(x)$  имеет максимум, равный

$$f(x)_{\max} = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \quad \text{при } X = \mu$$

2. Ветви кривой симметричны относительно прямой  $X = \mu$ , т.к.  $(x-\mu)$  содержится в формуле в квадрате.

3. Точки перегиба ветвей кривой  $f(x)$  имеют координаты:

$$(\mu - \sigma_x^2; \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e) \text{ и } (\mu + \sigma_x^2; \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e)$$

Согласно математическим свойствам кривая функции  $f(x)$  имеет колоколообразную форму.

### Логнормальное распределение

Нормальное распределение вероятностей реализуется в том случае, если распределение случайной величины определяется достаточно большим количеством взаимонезависимых примерно равнодействующих факторов. Однако в природе подобные условия выполняются далеко не всегда. В результате эмпирические кривые, характеризующие распределение в конкретных выборках, в большинстве случаев (при геохимических исследованиях и т.д.) имеют асимметричный вид, отличный от кривой нормального распределения. Естественно, что для описания этих распределений нельзя использовать формулы, основанные на нормальном законе, а также соответствующие ему расчетные статистические таблицы.

Среди асимметричных статистических кривых в геологии наиболее распространены кривые отличающиеся левосторонней (положительной) асимметрией. Характерным свойством подобных распределений является изменение формы кривой на симметричную при замене значений, составляющих распределение, их логарифмами.

В результате возможно и в этом случае использовать все закономерности, основанные на функции нормального распределения, однако статистические операции следует производить не с вариантами, а с их логарифмами. Таким образом, возникло представление о законе логарифмически нормального (логнормального) распределения.

**Логарифмически нормальным** называется закон, при котором нормально распределены логарифмы значений случайной величины.

Такое распределение является положительно асимметричным и имеет положительный эксцесс. Математическое ожидание, мода и медиана логнормально распределенной случайной величины не совпадают, причем  $Mo < Med < \mu_x$ .

**Логарифмически нормальный** закон распределения имеет место в том случае, когда изучаемая случайная величина формируется под влиянием некоторого фактора, результат воздействия которого в данный момент времени пропорционален значению случайной величины, созданной под воздействием, предшествовавшим данному моменту времени, т.е. когда случайная величина подвержена *эффекту пропорциональности*.

## Дисперсионный анализ

Свойства геологических объектов, обычно зависят от ряда факторов, обуславливающих их изменчивость. Выявление этих факторов и оценка степени их влияния на изменчивость свойств изучаемых объектов осуществляется с помощью дисперсионного анализа.

Задача его – выделить те факторы и их сочетание, которое оказывают существенное влияние на изменение изучаемой величины.

Метод основан на следующем принципе: если на случайную величину действуют взаимонезависимые факторы  $A, B, \dots, D$ , то общую дисперсию следующих величин  $\sigma^2$  можно рассматривать, как сумму дисперсий  $\sigma^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \dots + \sigma_D^2$

По количеству оцениваемых факторов дисперсионный анализ распределяется на одно-, двух-, и многофакторный.

Каждый фактор представляет собой переменную величину, изменяющуюся дискретно или непрерывно. Точечные значения дискретной величины и интервальные непрерывных называются уровнями факторов и обозначаются цифрами 1,2,3 и т.д.

Если количество замеров изучаемой случайной величины на всех уровнях по всем факторам одинаково, дисперсионный анализ принято называть равномерным, а если разное – неравномерным.

Суждение о влиянии определенного фактора на изменчивость случайной величины основано на группировке ее замеров по факторам и их уровням и проверке гипотезы о равенстве  $\sigma^2$ ; обусловленных данными факторами с остаточной (случайной)  $\sigma^2$ , вызванной неучтенными факторами. Если гипотеза отвергается, то делается вывод о том, что данный фактор оказывает существенное влияние на изменение изучаемого свойства геологического объекта.

С помощью дисперсионного анализа решается широкий круг геологических задач – проверяются гипотезы о влиянии литологических, геолого-химических, петрофизических, структурных и других факторов на локализацию оруденения – определяют влияние способа отбора проб на их достоверность и представительность; решается вопрос о влиянии гипергенных процессов и т.д.

Пример: решение геологической задачи.

Установить влияние выветривания на изменение содержания элемента А в изучаемых породах.

1. Дискретный фактор – выветривание может варьировать на уровне: 1 – свежие породы, 2 – слабовыветрелые породы, 3 – сильновыветрелые породы и т.п.

Значения случайной величины принято обозначать через  $x_{ik}, x_{ijk}$ , последний индекс  $k$  обозначает номер пробы ( $N$ ), остальные указывают на каком уровне каждого из факторов наблюдается соответствующее значение случайной величины.

Чтобы выводы при дисперсионном анализе были достоверными необходимо соблюдать следующие условия:

1. Изучаемые факторы должны быть независимыми;
2. Распределение выборочных данных не должно противоречить нормальному закону распределения или должно быть  $\approx$  нормальному.
3. Дисперсии, обусловленные ошибками воспроизводимости на разных уровнях одного и того же фактора должны быть однородными, т.е. не должны существенно различаться.

### Однофакторный анализ

Пусть случайная величина  $x$  изменяется под действием одного фактора  $A$ , варьирующего на  $k$  уровнях при количестве замеров на каждом уровне равном  $n$ , результаты наблюдения обозначаются, как  $x_{ij}$ ,  $i$  – номер наблюдения ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), а  $j$  – номер уровня фактора ( $j = 1, 2, \dots, k$ ).

№ измерения	Уровень фактора			
	$A_1$	$A_2$	...	$A_k$
1	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1k}$

2	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2k}$
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
$n$	$x_{n1}$	$x_{n2}$	...	$x_{nk}$
Групповые средние	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	...	$\bar{x}_k$

По этим данным рассчитываются следующие статистики:

1. Общая сумма квадратов отклонений наблюдаемых значений признака от общей средней  $\bar{x}$ :

$$C_{\text{общ}} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x})^2$$

2. Факторная сумма квадратов отклонений групповых средних от общей средней, характеризующая рассеяние между группами:

$$C_{\text{фак}} = n \cdot \sum_{j=1}^k (\bar{x}_j - \bar{x})^2$$

3. Остаточная сумма квадратов отклонений наблюдаемых значений от своей групповой средней, характеризующая рассеяние внутри групп:

$$C_{\text{ост}} = \sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)^2 + \sum_{i=1}^n (x_{i2} - \bar{x}_2)^2 + \dots + \sum_{i=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_k)^2$$

4. Общая, факторная и остаточная дисперсии

$$S_{\text{общ}}^2 = \frac{C_{\text{общ}}}{k \cdot (n-1)}; \quad S_{\text{факт}}^2 = \frac{C_{\text{факт}}}{k-1}; \quad S_{\text{ост}}^2 = \frac{C_{\text{ост}}}{k \cdot (n-1)}$$

5. Значения критерия Фишера

$$F = \frac{S_{\text{факт}}^2}{S_{\text{ост}}^2}$$

Значение критерия Фишера сравнивается с критическим для заданного уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $k-1$  и  $k \cdot (n-1)$  после чего делают вывод о вкладе фактора  $A$  в изменение случайной величины  $x$ .

В случае неравномерного однофакторного дисперсионного анализа вычисления проводятся небольшими изменениями всей выборки.

$$N = \sum n_i,$$

$n_i$  – число значений  $x_{ik}$  в строке сумму квадратов эффектов фактора  $A$  вычисляют по формуле:

$$Q_A = \sum_{i=1}^n (x_i' \div n_i) - C^2 \div N$$

### Двухфакторный анализ

При двухфакторном дисперсионном анализе квадратов отклонений от общего среднего разделяется на компоненты, отвечающие двум предполагаемым факторам изменчивости  $A$  и  $B$ .

Если по фактору  $A$  выделяется  $p$  уровней, а по фактору  $B$  –  $q$  уровней, то общее количество групп будет равно  $m=pq$ , а похідные данные можно записать в виде таблицы:

A	Уровни фактора B						Среднее
	$B_1$	$B_2$	...	$B_j$	...	$B_q$	
$A_1$	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1j}$	...	$x_{1q}$	$\bar{x}_1$
$A_2$	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2j}$	...	$x_{2q}$	$\bar{x}_2$
...	...	...	...	...	...	...	...

$A_i$	$x_{i1}$	$x_{i2}$	...	$x_{ij}$	...	$x_{iq}$	$\bar{x}_i$
...	...	...	...	...	...	...	...
$A_p$	$x_{p1}$	$x_{p2}$	...	$x_{pj}$	...	$x_{pq}$	$\bar{x}_p$
Среднее	$\bar{x}_{.1}$	$\bar{x}_{.2}$	...	$\bar{x}_{.j}$	...	$\bar{x}_{.q}$	$\bar{x}$

Если для каждого значения факторов  $A_i B_j$  произведено  $n$  наблюдений, то в каждую клетку таблицы помещается  $n$  значений, а единичное наблюдение обозначается как  $x_{ijk}$ , где  $k=1,2,\dots, n$ . Оценки средних значений по группам  $\bar{x}_{ij}$ ; по факторам ( $x_{i\dots n}$   $x_{.j}$ ) и общее среднее  $\bar{x}$  в этом случае рассчитывается по формулам:

$$\bar{x}_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ijk}; \quad \bar{x}_{i\dots} = \frac{1}{qn} \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^n x_{ijk} = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q \bar{x}_{ij}; \quad \bar{x}_{.j} = \frac{1}{pn} \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^n x_{ijk} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \bar{x}_{ij}$$

Общая схема вычислений дисперсий при двухфакторном анализе в таблице.

Вид дисперсий	Сумма квадратов отклонений	Число степеней свободы	Дисперсия
Факторная по фактору А	$C_1 = nq \sum_{i=1}^p \left( \bar{x}_{i\dots} - \bar{x} \right)^2$	$p-1$	$S_1^2 = \frac{C_1}{p-1}$
Факторная по фактору В	$C_2 = nq \sum_{j=1}^q \left( \bar{x}_{.j} - \bar{x} \right)^2$	$q-1$	$S_2^2 = \frac{C_2}{q-1}$
Смешанная по факторам АВ	$C_3 = n \cdot \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \left( \bar{x}_{ij} - \bar{x}_{i\dots} - \bar{x}_{.j} + \bar{x} \right)^2$	$(p-1) \cdot (q-1)$	$S_3^2 = \frac{C_3}{(p-1)(q-1)}$
Остаточная	$C_4 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^n \left( x_{ijk} - \bar{x}_{ij} \right)^2$	$p \cdot q \cdot (n-1)$	$S_4^2 = \frac{C_4}{pq \cdot (n-1)}$
Общая	$C = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^n \left( x_{ijk} - \bar{x} \right)^2$	$n \cdot p \cdot q - 1$	$S^2 = \frac{C}{npq-1}$

Проверка гипотезы о влиянии на изменчивость изучаемого свойства каждого фактора в отдельности и их совместного влияния производятся по критерию Фишера.

$$F_A = \frac{S_1^2}{S_4^2}; \quad F_B = \frac{S_2^2}{S_4^2}; \quad F_{AB} = \frac{S_3^2}{S_4^2}$$

Полученные значения  $F$  – критерии сравниваются с критическими для заданного уровня значимости и числа степеней свободы.

### Корреляционный анализ

Математический анализ связей, существующих между случайными величинами составляет содержание корреляционного анализа. С помощью корреляционного анализа решаются две основные задачи:

1. установление формы корреляционной связи, т.е. линии регрессии (линейная, квадратичная, показательная и т.д.);

Корреляция называется **линейной**, когда направление связи между признаками  $x$  и  $y$  графически или аналитически выражается прямой линией.

Когда корреляционная зависимость имеет другое направление, она называется **нелинейной**.

2. оценить тесноту (силу) корреляционной связи или степень сопряженности между варьирующими признаками.

Исследования двумерных случайных величин, также как и одномерных, целесообразно начинать с предварительного анализа их свойств с помощью простейших графических преобразований. Двумерную случайную величину  $|x, y|$  наглядно изображают в виде корреляционного поля точек. При этом каждая пара значений изображается в виде точки с координатами  $x_i, y_i$ . По горизонтальной оси откладывается аргумент  $x$ , а по вертикальной - функция  $y$ . Масштаб и начало отсчета по каждой оси выбираются по размаху варьирования каждого признака таким образом, чтобы поле графика было квадратным или соотношением сторон  $x:y$  не более чем 2:1.

### Статистические характеристики тесноты корреляционной связи

В качестве количественной меры используется **коэффициент корреляции  $r$** .

**Коэффициент корреляции** вычисляется по формуле

$$r = \text{cov}_{xy} / \sigma_x \sigma_y$$

$\text{cov}_{xy} = \sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) / n$  – ковариация  $x$  и  $y$  (совместная изменчивость).

$\sigma_x$  и  $\sigma_y$  – стандарты признаков  $x$  и  $y$ .

и представляет собой правильную дробь, изменяющуюся от  $-1$  до  $+1$ .

При  $r > 0$  зависимость прямая,

при  $r < 0$  – обратная,

$r = 0$  свидетельствует об отсутствии линейной связи, но не является показателем независимости  $X$  и  $Y$ .

При  $|r| = 1$  между  $X$  и  $Y$  устанавливается функциональная зависимость вида  $y = a + bx$ .

По модулю  $r$  выделяют группы по силе связи:

$0 < |r| \leq 0,25$  отсутствие связи;

$0,25 < |r| \leq 0,5$  слабая связь;

$0,5 < |r| \leq 0,75$  средняя связь;

$0,75 < |r| \leq 0,9$  сильная связь;

$0,9 < |r| \leq 1,0$  очень сильная связь, близкая к функциональной.

**Корреляционным отношением** называется отношение меры рассеяния условных средних зависимой переменной к мере рассеяния всех значений зависимой переменной, т.е.

$$\eta = \frac{\sigma(\bar{y}_i)}{\sigma(y)}$$

$\bar{y}_i$  – значения, принимаемые зависимой переменной;

$y_i$  – условные средние, соответствующие значениям  $x_i$ .

По выборочным данным вычисляют выборочное корреляционное отношение

$$\eta = \frac{S(\bar{y}_i)}{S(y)}$$

значение  $\eta$  изменяется от 0 до 1. равенство  $\eta = 0$  – необходимое и достаточное условие отсутствия корреляционной зависимости. При  $\eta = 1$  корреляционная связь переходит в функциональную  $S(\bar{y}_i) = S(y)$ .

Доказано, что всегда  $\eta \geq |r|$ .

Равенство  $\eta = |r|$  имеет место в тех случаях, когда зависимость между  $X$  и  $Y$  линейная, т.е. это равенство может служить критерием линейности зависимости  $X$  и  $Y$ .

**Коэффициент детерминации** – коэффициент причинности ( $\eta_{uv}^2, \eta_{vu}^2$ ). Он рассчитывается по формулам

$$\eta_{uv}^2 = \frac{S_{\phi(v)}^2}{S_{(u)}^2}; \quad \eta_{vu}^2 = \frac{S_{\phi(u)}^2}{S_{(v)}^2};$$

$S_u^2$  – дисперсия признака  $u$ ,

$S_v^2$  – дисперсия признака  $v$ ,

$S_{\phi}$  – факторная дисперсия. Она характеризует изменчивость признака условной функции под действием фактора условного аргумента.

$$S_u^2 = \frac{\sum (u_i - \bar{u})^2}{n} \quad S_v^2 = \frac{\sum (v_i - \bar{v})^2}{n}$$

$$S_{\phi(v)}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \cdot (\bar{u}_i - \bar{u})^2}{n} \quad S_{\phi(u)}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \cdot (\bar{v}_i - \bar{v})^2}{n}$$

$k$  – число интервалов соответственно по признаку  $v$  и  $u$ ;

$\bar{u}_i$  – условное среднее для  $i$ -ого интервала;

$S_{\phi}^2$  оценивая изменчивость признака  $u$  от изменчивости признака  $v$ , она оценивает разброс условных средних признака  $u$  относительно среднего значения этого признака.

Коэффициент детерминации оценивает долю изменчивости условной функции под действием условного аргумента от общей дисперсии условной функции.

Если  $\eta^2_{Au-Ag} = 81\%$ , то

Это значит, что на 81 % изменчивость содержаний Au в руде обусловлена изменчивостью содержаний Ag и на 19 % какими-то неучтенными нами другими факторами.

При нелинейной связи используются корреляционные отношения. Они представляют собой  $\sqrt{\eta^2_{uv}}$

$$\eta_{uv} = \sqrt{\eta^2_{uv}} \quad \eta_{vu} = \sqrt{\eta^2_{vu}}$$

$$0 \leq \eta_{uv} \text{ и } \eta_{vu} \leq 1,0$$

Корреляционное отношение является аналогом коэффициента корреляции. В случае линейной связи в качестве коэффициента детерминации используется квадрат коэффициента корреляции. По соотношению  $r$  и  $\eta^2$  можно сделать вывод о линейности связи. Если  $r^2 = \eta^2_{uv}$ , то связь строго линейная. Если не строго линейная, то  $r^2 < \eta^2_{uv}$ . Чем больше различия, тем менее линейная связь.

При линейной зависимости двух признаков вводится **коэффициент регрессии**:

$$\beta_{u/v} = r \cdot \frac{S_u}{S_v} \quad \beta_{v/u} = r \cdot \frac{S_v}{S_u}$$

**Коэффициент регрессии** истолковывается с двух позиций:

1. с точки зрения физики коэффициент регрессии – это скорость изменения одного признака относительно другого. Коэффициент регрессии  $\beta_{u/v}$  показывает на сколько единиц изменяется признак  $u$  при изменении признака  $v$  на 1 единицу.

2. с точки зрения геометрии коэффициент регрессии  $\beta_{u/v}$  – это  $\text{tg}\alpha$ , где  $\alpha$  - угол наклона линии регрессии  $u = a + bv$  к оси абсцисс. Чем больше угол  $\alpha$ , тем больше скорость изменения признака  $u$  от признака  $v$ .

В случае линейности корреляционных связей существенно отличается расчет ТЛР. при этом ТЛР можно рассчитать без нормирования уравнений Гаусса и не проводить группировку по интервалам, а использовать таблицу перечисления двух признаков.

## Многомерные статистические модели

Любое геологическое явление может быть охарактеризовано множеством признаков, поддающихся наблюдению и измерению. Геологические объекты должны рассматриваться как системы, зависящие от большого числа факторов и требующие для своего описания многомерного признакового пространства.

В качестве математической модели значений комплекса признаков рассматривается **многомерная случайная величина**, которая часто называется **случайным вектором**. Многомерные модели подразумевают вероятность нормального статистического распределения рассматриваемых случайных величин или хотя бы возможность их нормализации.

Вследствие сложных взаимосвязей между изучаемыми признаками эффективно всестороннее исследование системы с выделением наиболее важных факторов. Записи исходных данных и математические действия над ними производятся в матричной форме (работы Дж. Дэвиса).

**Многомерный корреляционный анализ** применяется для выявления зависимостей между наблюдаемыми значениями различных геологических характеристик и разделения множества признаков по характеру их внутренних связей.

Статистические свойства случайных величин с многомерным нормальным распределением задаются ковариационными или корреляционными матрицами, которые могут быть вычислены по исходным матрицам.

**Корреляционная матрица** – матрица в которой по диагонали расположены единицы, а недиагональные элементы представляют собой парные коэффициенты корреляции между соответствующими признаками.

$$[R] = \begin{pmatrix} 1 & r_{x_1x_2} & \dots & \dots & r_{x_1x_m} \\ \dots & 1 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1 & \dots \\ r_{x_mx_1} & \dots & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Методы многомерного корреляционного анализа используется в геологии для изучения зависимостей между случайными величинами, зависящими от совокупного влияния факторов неясной физической природы.

Для распределения исходных совокупностей на несколько классов по степени сходства, составляющих их объектов используется в частности кластерный анализ (анализ групп). Широко применяется в геолого-минералогической науке в частности при классификации парагенетических ассоциаций элементов.

### **Множественная регрессия и ее использование для предсказания свойств геологических объектов.**

В отличие от двумерной регрессии в методах множественной регрессии зависимая переменная (Y) рассматривается как функция не одной, а нескольких переменных ( $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ). Уравнение множественной регрессии записывается как ..... функция.

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + \dots + \beta_nx_n = \beta_0 + \sum \beta_i x_i;$$

$\beta_0, \beta_1, \dots$  - коэффициенты регрессионной модели.

Этому уравнению соответствует так называемая гиперплоскость, т.е. плоскость n-мерного пространства. **Множественная регрессия** строится на основе учета всех возможных взаимодействий между переменными и их сочетаниями. В ее задачи входит оценка общего вклада всех переменных в изменчивость Y, а т.ж. определение относительного влияния каждого из них с помощью коэффициентов  $\beta_i$ . Таким образом, множественный регрессионный анализ сводится к вычислению значений коэффициентов регрессионной модели ( $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$ ) по совокупности n наблюдений над переменными ( $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ) и Y, оценке влияния каждой переменной и их общего вклада в оценку зависимой переменной (Y). Все математические расчеты производятся в матричной форме.

Модели множественной регрессии используются для предсказания значений зависимой переменной (содержания ценного компонента, объемной массы руды, глубины формирования минерала и т.д.) по набору независимых переменных (содержаний петрогенных элементов, объемной массы тяжелых минералов в рудах, содержаний элементов-индикаторов и т.д.).

### **Задачи распознавания образов в геологии**

Многие прогнозные и интерпретационные задачи решаются в практической геологии путем сопоставления комплексов признаков изучаемого объекта с комплексом тех же признаков эталонного объекта. Совокупность подобных методов основанных на принципе аналогии получила название *методов распознавания образов*.

С позиций многомерного математического анализа реальному геологическому объекту ставят в соответствие набор действительных чисел  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , которые выражают значения измеренных геологических, геохимических или геофизических его признаков. Каждая совокупность таких признаков как вектор или точка в многомерном пространстве, а множество объектов одного класса в пространстве признаков соответствуют некоторые множества точек.

### **Кластерный анализ многомерных совокупностей**

Кластерный анализ - метод иерархической группировки переменных, метод анализа групп переменных. Задача кластерного анализа - разбивка множества элементов корреляционной матрицы признаков [R] на группы так, чтобы в них объединились объекты с наивысшими значениями характеристик сходства, а разобщенные группы оставались бы при этом максимально изолированными по данному признаку. В качестве меры сходства могут использоваться непосредственно парные коэффициенты корреляции ( $r$ ) или другие дистанционные показатели ( $dt$ ).

Первый шаг анализа групп методом объединения элементов состоит в выявлении наивысших коэффициентов корреляции между отдельными парами элементов, которые объединяются и принимаются за центры групп. Число таких центров изменяется от 1 до 3 (редко более).

Далее матрица вычисляется снова. Причем сгруппированные элементы считаются за один элемент, а коэффициенты корреляции с другими группами вычисляются заново. По результатам вычислений составляется новая матрица, которая вновь подвергается сокращению путем выявления и объединения пар с максимальными значениями признаков сходства. Операция последовательного сокращения и пересчета матрицы повторяется до тех пор, пока значения групповых коэффициентов сходства не достигнут порогового значения.

Результаты кластерного анализа изображаются в виде древовидного графика – *дендрограммы*, в которой по оси абсцисс располагаются символьные значения переменных, а по оси ординат – значения коэффициентов корреляции. Дендровидный граф, который учитывает не только внутригрупповые расстояния, но и средние расстояния между группами называется *дендрографом* (применяется для сравнения месторождений и др. геологических объектов).

### **Факторный анализ**

**Факторный анализ** представляет собой совокупность приемов математической статистики, предназначенных для обработки массивов экспериментальных, многомерных данных, где каждый объект описан фиксированным набором признаков. При этом каждый признак рассматривается не изолировано от остальных, а анализируется в заданной совокупности признаков.

В качестве объектов могут быть рассмотрены точки наблюдения, пробы, обнажения, замеры по скважинам и т.п. В качестве признаков - содержания химических элементов, параметры физических полей и физических свойств и т.д. Среди многочисленных приемов факторного анализа одним из наиболее эффективных при решении геологических задач является *метод главных компонент* (МГК).

В основе моделей факторного анализа лежит следующая гипотеза: измеряемые признаки представляют собой результат воздействия некоторых процессов и косвенное отражение внутренних свойств, обуславливающих закономерную изменчивость объекта в пространстве и времени. Тем самым допускается, что объекты и явления могут быть эффективно описаны небольшим числом функциональных единиц, фиксирующих объективно существующие законо-

мерности и характеризующих весь класс в целом. Эти функциональные единицы «внутренние» свойства объектов, процессы – принято называть **факторами**.

В рамках принятой гипотезы предполагается, что число факторов значительно меньше (не больше) числа исходных признаков. Когда при неизвестном, предположительно большом числе факторов требуется оценить их природу и степень влияния на совокупность признаков, то используют методы собственно факторного анализа.

Вклад вносимый каждым из факторов при воздействии на предмет, неодинаков, как правило, наиболее существенными являются независимые признаки (т.е. некоррелированные). В математическом смысле основной задачей факторного анализа является представление наблюдаемых признаков в виде линейных комбинаций относительно независимых факторов при минимальной потере информации.

В общем случае факторная модель для произвольного признака может быть представлена в виде:

$$x_j = a_{j1}F_1 + a_{j2}F_2 + a_{j3}F_3 + \dots + a_{jk}F_k + \dots + a_{jl}F_l + b_jS_j + e_jp_j$$

Математическая модель **метода главных компонент**

$$x_j = a_{j1}F_1 + a_{j2}F_2 + a_{j3}F_3 + \dots + a_{jk}F_k + \dots + a_{jl}F_l$$

где наблюдаемый компонент  $x_j$  линейно зависит от некоррелированных между собой компонент (факторов  $F$ ). С помощью модели делается попытка объяснить величину дисперсии только влиянием факторов  $F$ , не занимаясь анализом других факторов.

Вычислительные процедуры факторного анализа позволяют определять значения  $a_{jk}$  и  $F_k$  и на основе этого вычислить все составляющие для  $x_j$  в формулах. Иными словами с помощью факторного анализа возможно решение как прямой – нахождение числа факторов, оценка их влияния и значимости, идентификация и определение непосредственно самих значений факторов, так и обратной задачи – восстановление для каждого признака составляющих, обусловленных действием как отдельно взятого фактора, так и любого их сочетания.

Исходным материалом для **МГК** обычно является корреляционная матрица, характеризующая силу линейных связей между признаками. Задачей МГК является попытка приемлемого объяснения полной дисперсии признаков под воздействием общих факторов. Недостатком МГК является отсутствие влияния фактора погрешности наблюдения. МГК не требует никаких предположений о виде распределения исходных признаков.

**МГФ** эффективен только в условиях многомерного нормального распределения, представительности выборочных данных, линейности связи признаков с факторами и отсутствии автокорреляции в исходных наблюдениях.

Совокупность задач решаемых с использованием МГК и МГФ можно классифицировать по следующим типам:

#### ***Оптимальное описание объектов.***

Факторный анализ позволяет большие массивы данных представлять в сокращенной форме без потери информации за счет преобразования признаков. МГК позволяет получить наивысший коэффициент сжатия. Однако, если данные измерены с существенными ошибками и коррелированы между собой рекомендуется МГФ.

#### ***Классификация***

В связи с тем, что факторы характеризуют объекты со стороны принадлежности к определенным классам, использование факторов вместо признаков при решении задач классификации более оправдано.

#### ***Причинный анализ взаимосвязей между признаками.***

Выявление, идентификация и изучение факторов позволяют проверить и обосновать различные гипотезы относительно механизма генерирования признаков и объяснения связей между ними.

#### ***Прогнозирование***

Регрессионный анализ является одним из эффективных методов предсказания наиболее вероятных значений исследуемой величины по совокупности известных значений сопряженных с ней переменных. На практике, часто сопряженные переменные оказываются коррелиро-

ваны между собой и измеряются с существенными ошибками, что приводит к некорректному определению коэффициентов регрессии. Построение регрессии на факторах позволяет получить некоррелированные переменные и снизить размерность задачи (уменьшить число  $x_j$ ), что дает более надежные оценки коэффициентов регрессии.

В приложении к геологии решение перечисленных задач позволяет осуществлять расчленение неоднородного геологического пространства, выделение комплексных геолого-геофизических аномалий, классификацию и типизацию геологических объектов, выявление периодичности геологических процессов, прогнозирование месторождений полезных ископаемых

## Рекомендуемая литература

1. Поротов Г.С. Математические методы моделирования в геологии: Учебник. СПб. 2006. 223 с.
2. Каждан А.Б., Гуськов О.И. Математические методы в геологии: Учебник для вузов. М.: Недра. 1990. 251 с.
3. Давид М. Геостатистические методы при оценке запасов руд. Л.: Недра. 1980. 360 с.
4. Дж. С. Дэвис. Статистический анализ данных в геологии. М.: Недра. 1990. Кн.1-319 с., Кн.2-427с.
5. Мягков В.Ф. Геохимический метод парагенетического анализа руд. М.: Недра. 1984. 126 с.
6. Панов Ю.К., Петруха Л.М. Методическая разработка к лабораторным занятиям по разделу «Статистические оценки параметров генеральной совокупности при решении геологоразведочных задач» курса «Математические методы в геологии» для студентов специальности «Геологическая съёмка, поиски и разведка». Выпуск 5,6. Издание СГИ. 1991. 29 с., 21 с.
7. Справочник по математическим методам в геологии/Родионов Д.А., Коган Р.И., Голубева В.А. и др. М.: Недра. 1987. 335 с.
8. Шестаков Ю.Г. Математические методы в геологии: Учеб. пособие. Красноярск. Изд-во Красноярск. ун-та. 1988. 208 с.

## Вопросы для самопроверки

1. Какова роль математических методов в решении геологических задач?
2. Что такое выборка?
3. Какие требования предъявляются к выборочным данным?
4. Что такое вероятность случайного события?
5. Что такое закон распределения случайной величины?
6. Какие законы распределения обычно используются при моделировании геологических объектов и явлений?
7. Свойства нормального закона распределения.
8. Как определить вероятность попадания случайной величины в заданный интервал значений?
9. Что называется оценкой параметра распределения?
10. Что такое точечная оценка параметров распределения?
11. Как вычисляются оценки математического ожидания и дисперсии при логнормальном законе распределения?
12. Как вычисляется оценка асимметрии при биномиальном распределении?
13. Как вычисляются интервальные оценки среднего и дисперсии при нормальном законе распределения?

14. В чем заключается необходимость использования статистических гипотез при моделировании свойств геологических объектов?
15. Что такое ошибки 1-го и 2-го рода при принятии гипотез?
16. Что такое доверительная и критическая области критерия?
17. Как выбирается уровень значимости критерия?
18. Как можно проверить гипотезу о соответствии эмпирического распределения одному из теоретических законов?
19. Как проверить гипотезу о равенстве двух неизвестных средних, если распределение не соответствует нормальному закону?
20. Как проверить гипотезу о равенстве двух неизвестных дисперсий, если распределение не соответствует нормальному закону?
21. Как можно графически оценить однородность выборки?
22. В чем сущность дисперсионного анализа?
23. В чем отличие корреляционной связи от функциональной?
24. Какие показатели характеризуют форму и тесноту корреляционной связи?
25. Как определить тесноту связи, если закон распределения неизвестен?
26. Как проверить гипотезу о линейности корреляционной связи?
27. В чем отличие корреляционной и ковариационной матриц?
28. Методы исследования структуры корреляционных матриц.
29. Как разделить закономерную и случайную составляющие пространственной изменчивости?
30. Что такое тренд-анализ?
31. Как можно выявить наличие тренда в серии наблюдений?

Проректор по учебно-методическому  
комплексу \_\_\_\_\_



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**  
**ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ГЕОМОРФОЛОГИЯ И ЧЕТВЕРТИЧНАЯ ГЕОЛОГИЯ»**  
**ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**  
**21.05.02 «ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ»**

Автор: Бутин В.В., к.г.-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры  
геологии  
\_\_\_\_\_  
(название кафедры)  
Зав.кафедрой \_\_\_\_\_  
(подпись)  
Огородников В.Н.  
(Фамилия И.О.)  
\_\_\_\_\_  
Протокол № 8 от 17.04.2019  
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией  
Факультета геологии и геофизики

\_\_\_\_\_  
(название факультета)  
Председатель \_\_\_\_\_  
(подпись)  
Бондарев В.И.  
(Фамилия И.О.)  
\_\_\_\_\_  
Протокол № 8 от 19.04.2019  
(Дата)

Екатеринбург  
2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	5
1. МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ТИПОВ РЕЛЬЕФА.....	6
2. ОСНОВНЫЕ ГЕНЕТИЧЕСКИЕ ТИПЫ ЧЕТВЕРТИЧНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ .....	9
3. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.....	14
Рекомендуемая литература .....	27

## Введение

Практические занятия студентов геологических специальностей по дисциплине «Структурная геология, геоморфология и четвертичная геология» включают в себя работы по стереоскопическому дешифрированию аэрофотоснимков крупного и детального масштаба. В результате этих работ составляется «Карта четвертичных образований» (приложение 1).

Подготовленные для выполнения практических работ аэрофотоснимки отображают конкретные участки рельефа различных климатических зон, характеризующихся формированием определенных генетических типов четвертичных пород и имеющих различный характер соотношения эндогенных и экзогенных рельефообразующих процессов.

Эндогенные рельефообразующие силы складчатого, дизъюнктивного, магматического типов реализуются в верхней части литосферы обычно в виде вертикальных положительных или отрицательных перемещений блоков земной коры, приводящих к возрастанию контрастности рельефа. Экзогенные силы имеют противоположную направленность по отношению к эндогенным движениям, стремятся компенсировать их и снизить контрастность рельефа путем проявления и сочетания денудационных и аккумулятивных процессов. В связи с этим каждый конкретный тип рельефа представляет собой результат взаимодействия эндогенных и экзогенных сил, фиксируя определенную стадию экзогенной переработки эндогенного рельефа.

## 1. МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ТИПОВ РЕЛЬЕФА

В морфологическом отношении на аэрофотоснимках представлены следующие основные типы рельефа: высокогорный, низкогорный, холмистый и равнинный.

Высокогорный рельеф развит в областях тектонической активизации, с проявлением интенсивных вертикальных движений, определивших высокую контрастность элементов рельефа и его эрозионную расчлененность. На аэрофотоснимках горного рельефа дешифрируются островершинные хребты, скалистые гребни и склоны, глубоко врезаные ущелья, и V-образные долины рек и их притоков, долинные линейные ледники. Эрозионные формы высокогорного рельефа представлены отпрепарированными участками выходов коренных пород, реликтовыми эрозионными останцами и уступами, эрозионными склонами флювиального, ледникового, криогенного типов. Аккумулятивные формы рельефа сложены делювиальными и коллювиальными площадными развалами и осыпями на склонах, гляциальными, пролювиальными и аллювиальными отложениями речных долин, ручьев, логов.

Низкогорный рельеф характеризуется менее контрастными, сглаженными формами вершин и склонов, что обусловлено активным и длительным развитием денудационных процессов и обычно развитием менее устойчивых и контрастных в эрозионном отношении горных пород. Эрозионные элементы рельефа приурочены к локальным площадям развития относительно более устойчивых к выветриванию горных пород, в пределах которых сохраняются эрозионные останцы на водоразделах, склонах, в бортах речных долин. Рыхлые отложения склонов чаще всего представлены делювиальными или солифлюкционными отложениями.

В формировании речных долин значительную роль играют процессы боковой эрозии. Речные формы рельефа характеризуются сочетанием эрозионных и аккумулятивных элементов рельефа, дешифрируются русловые и пойменные фации аллювия, речные террасы цокольного и аккумулятивного типов.

Холмистый рельеф представляет собой сочетание реликтовых останцовых эрозионных форм с разделяющими их денудационными депрессиями. Эрозионные останцы приурочены к выходам более устойчивых к выветриванию горных пород, образующих отпрепарированные положительные формы различной конфигурации. Коренные выходы пород приурочены к бровкам, уступам эрозионных склонов, реже к нижним частям этих склонов, к эрозионным бортам речных долин. Элювиальные образования развиты на вершинах и уплощенных водоразделах, рыхлые породы склонов представлены делювиальными или солифлюкционными отложениями. У подножий этих склонов и в их основании нередко отмечается образование пролювиальных шлейфов за счет слияния конусов выноса временных потоков. Речные долины характеризуется ящикообразным поперечным профилем с плоским днищем, эрозионными бортами, преобладанием аккумулятивных флювиальных форм и широким развитием русловых, пойменных и террасовых фаций аллювиальных отложений.

Равнины на аэрофотоснимках представлены денудационными и аккумулятивными типами. Аккумулятивные формы рельефа сложены отложениями флювиального, пролювиального, гляциального, флювиогляциального и эолового генезиса. Коренные выходы пород на аккумулятивных равнинах отсутствуют. Элювиальные породы в небольшом объеме могут присутствовать на уплощенных реликтовых положитель-

ных формах рельефа. Более широкое распространение имеют делювиальные отложения по привершинным и склоновым участкам рельефа. Речные формы рельефа представлены аллювиальными осадками русловых, старичных и пойменных фаций, аккумулятивными надпойменными террасами, расположенными в пределах широких разработанных речных долин с меандрирующими или ветвящимися руслами рек.

Проллювиальные равнины слагают относительно ровные или слабоволнистые участки предгорного рельефа, имеющего общий пологий наклон к предгорным равнинам. В строении проллювиальных равнин принимают участие мощные проллювиальные отложения временных горных потоков и слияние конусов выноса в предгорной равнине.

Гляциальные равнинные формы рельефа сложены моренными отложениями донной морены, образующей площадной покров и перекрывающей выходы более древних четвертичных отложений и дочетвертичных коренных пород. Морфологически покров характеризуется относительно ровной поверхностью с образованием небольших холмистых возвышений и впадин, развитием в отрицательных формах рельефа озер, болот. В периферических частях ледников выделяются конечные и боковые морены, образующие линейные валообразные формы рельефа, оконтуривающие ледники, на перигляциальных участках за пределами ледников формируются флювиогляциальные и зандровые аккумулятивные отложения.

Криогенный тип равнинного рельефа, помимо солифлюкционных аккумулятивных форм, в небольшом объеме представлен термокарстовыми и полигональными элементами рельефа, образование которых приурочено к участкам развития многолетнемерзлых аккумулятивных

отложений флювиального, озерно-речного, морского, гляциального и флювиогляциального происхождения.

Эоловый тип рельефа имеет ограниченное распространение и представлен песчаными аккумулятивными формами аридной климатической зоны. Положительные формы рельефа сложены барханами и продольно-грядовыми песками, разделенными дефляционными и глинисто-солончаковыми ложбинами и такырами.

## **2. ОСНОВНЫЕ ГЕНЕТИЧЕСКИЕ ТИПЫ ЧЕТВЕРТИЧНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ**

Из всей обширной группы различных по генезису четвертичных образований остановимся лишь на осадочных четвертичных отложениях, получивших распространение на имеющихся аэрофотоснимках.

*Элювиальные образования (e)* включают в себя продукты физического и химического выветривания, не перемещенные с места своего образования. В зависимости от климатических условий, длительности процессов выветривания и типа субстрата, элювий может быть представлен различными типами обломочных и глинистых кор выветривания. Элювий приурочен к выходам дочетвертичных пород на дневную поверхность и располагается на горизонтальных участках рельефа с углом наклона склона менее  $5^\circ$ . На аэрофотоснимках элювиальные отложения выделяются на уплощенных водоразделах, пологих вершинах, на горизонтальных поверхностях ступенчатого денудационного рельефа.

*Делювиальные отложения (d)* представляют собой разрушенные коренные породы, перемещенные с места своего образования по склону под действием временных безрусловых плоскостных потоков. Состав

пород обусловлен составом исходного субстрата и типом коры выветривания, размер обломков и сортировка могут быть разными. Делювиальные отложения приурочены к склонам с углом наклона до  $15^\circ$  и распространены в верхних привершинных частях положительных форм рельефа и на пологих склонах. Реже, в условиях холмистого рельефа, делювий выделяется также в нижней части и в основании склонов.

**Коллювиальные отложения (с)** представлены продуктами физического выветривания, смещенными по склону под действием гравитационных сил. Наиболее широкое распространение получили осыпи глыбово-щебенчатого материала на склонах с крутизной более  $30^\circ$ . Выделяются также крупноглыбовые и глыбовые обвальные накопления на склонах при угле более  $40^\circ$  и у подножий крутых склонов.

**Солифлюкционные отложения (s)** развиты в районах распространения многолетней мерзлоты. Образуются в результате накопления рыхлого обломочного или глинистого материала, перешедшего в мобильное пластическое состояние вследствие вытаявания подземных льдов и перемещающегося по склонам под действием гравитационных сил. Мелкоземистым материалом на пологих склонах сложены оплывные формы рельефа в виде натечных террас, ступеней высотой до нескольких метров. Грубообломочный материал образует площадные глыбовые развалы на горизонтальных участках, «каменные моря», площадные курумы, линейные скопления на склонах, «каменные реки», приуроченные к отрицательным элементам рельефа. На аэрофотоснимках солифлюкционные отложения, помимо оплывных форм, распознаются также по полосчатым «расчесанным склонам», представляющим результат плоскостно-струйчатого перемещения рыхлого материала («делли»).

**Проллювиальные отложения (р)** представляют собой отложения временных потоков, в разной степени сортированных. Для временных потоков равнинных областей характерно формирование тонкосортированного слоистого овражного аллювия. Отложения временных потоков горного рельефа характеризуются плохой сортировкой и грубообломочным составом. На аэрофотоснимках выделяются три разновидности пролювия. Первую из них составляют отложения, локализованные непосредственно в руслах и тальвегах водотоков и образующие линейные аккумулятивные полосы по дну долин временных потоков. Вторая разновидность пролювия представлена рыхлыми отложениями конусов выноса временных потоков и ручьев при резком выполаживании продольных профилей водотоков в местах их выхода в основную речную долину или на предгорную равнину («сухие дельты»). Третья разновидность представляет собой пролювиальную пологонаклонную равнину, образовавшуюся за счет слияния конусов выноса в предгорных участках.

**Аллювиальные отложения (а)** имеют широкое распространение и присутствуют практически на всех аэрофотоснимках. Из всей группы аллювия наиболее распространенными являются русловые, пойменные и террасовые фации аллювиальных отложений.

Русловые отложения сложены грубообломочным валунно-галечно-песчаным материалом, распределенным по дну узких врезающихся речных долин или локализованным на участках современного русла разработанных долин. Эти отложения хорошо распознаются на аэрофотоснимках по отсутствию растительности и светлому фототону, отражающему состав обломочного аллювиального материала.

Отложения пойменных фаций приурочены к днищам речных долин, находящихся на стадии расширения долин и сочетания процессов боковой эрозии и аккумуляции. Чаще всего для поймы является характерным темный фототон черно-белых аэрофотоснимков, вследствие широкого развития растительности, сравнительно ровная поверхность, меандрирующий характер русла, наличие стариц, озер, болот. Пойменные отложения имеют более тонкий песчано-глинистый или глинисто-илистый терригенно-биогенный состав.

Речные террасы представлены двумя генетическими типами – аккумулятивными и эрозионно-аккумулятивными. В рельефе, в пределах речных долин, речные террасы в виде реликтовых форм отчетливо выделяются по более высокому гипсометрическому положению, ровной поверхностью террасы, они отделяются уступами от поймы и от борта речной долины. Количество надпойменных террас составляет одну-две, достигая на отдельных снимках до трех. Поверхность террас обычно ровная, характеризуется однородным фототоном, наличием бровки и тылового шва, в цоколе эрозионно-аккумулятивных террас выходят коренные дочетвертичные породы.

*Ледниковые (гляциальные) отложения (g)* представлены моренными породами, образующими аккумулятивные формы рельефа. Моренные отложения характеризуются смешанным несортированным глыбово-щебенчатым, валунным, галечным, песчаным и глинистым материалом, образовавшимся в результате накопления на месте ледника и по периферии ледника после его деградации. На аэрофотоснимках отложения донной (основной) морены занимают днища и нижние части бортов ледниковых трогов, каров, образуя покровы, шлейфы, бугристые и холмистые аккумулятивные формы рельефа.

ефа. В периферических частях ледников моренные отложения слагают линейные валообразные формы боковых и конечных морен.

**Водно-ледниковые (флювиогляциальные) отложения (f)** образуются в результате накопления донных обломочных отложений поверхностных водных потоков внутри ледника и за его пределами на этапе деградации и таяния ледника. Выделяется три основных типа отложений, различающихся по условиям образования, – озы, камы, зандры.

*Озы* представляют собой протяженные положительные аккумулятивные формы рельефа, сложенные песчано-галечным сортированным материалом, аккумулярованным водными потоками внутри ледников покровного площадного типа. После отступления ледника эти отложения образуют «насаженные» протяженные линейные аккумулятивные формы рельефа, наложенные на осадки основной морены.

*Камовые* образования формируются в результате аккумуляции рыхлых отложений в озерах, расположенных внутри ледника. Породы характеризуются хорошей сортировкой, слоистостью и образуют холмообразные аккумулятивные формы рельефа, также наложенные на отложения донной морены.

*Зандровые* отложения образуются за пределами ледников и характеризуются площадным зональным распределением терригенного материала, вынесенного талыми водами с ледника. Наиболее удаленные от края ледника участки зандровых полей отличаются мелкообломочным песчано-глинистым составом и пониженной общей мощностью флювиогляциальных отложений.

**Эоловые отложения (v)** на имеющихся аэрофотоснимках представлены лишь одной разновидностью – барханными песками. Барханы

дешифрируются по характерному извилистому полосчатому фоторисунку и однородному светлому фототону слагающих их песчаных отложений.

Из *техногенных образований* (t) на аэрофотоснимках выделяются рыхлые отложения, перемещенные при хозяйственном освоении территорий. Сюда относятся дамбы, дорожные насыпи, распаханые поля и огороды, застроенные участки, отличающиеся, обычно светлым однородным фототонном.

*Дочетвертичные породы* (D'Q) приурочены к реликтовым денудационным формам и эрозионным элементам рельефа. Выходы дочетвертичных пород фиксируются в крутых эрозионных бортах временных и постоянных водотоков, в цоколе речных террас, в эрозионных уступах на склонах гор. Кроме того, выходы коренных пород приурочены к водораздельным хребтам, бровкам эрозионных склонов, этими породами сложены отпрепарированные эрозионные останцовые формы рельефа. Реже, в условиях литоморфного рельефа, коренные породы слагают более значительные площадные выходы дочетвертичных отложений в современном рельефе, в отдельных случаях представленных структурно-денудационными формами на участках аридного климата или выходами кайнозойских вулканических пород.

### **3. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

Для практических работ по геоморфологическому дешифрированию подготовлено 30 комплектов черно-белых плановых аэрофотоснимков (АФС) масштаба 1:10 000 – 1:43 000. В комплекте имеются 2 или 3 снимка, составляющие стереопары или стереотройки на определенную площадь. Два смежных снимка дают возможность получе-

ния стереоскопической модели местности на перекрывающейся части снимков. Площадь перекрытия на АФС составляет 60-80 % каждого снимка.

Работы по геоморфологическому дешифрированию АФС выполняются в следующей последовательности.

1. **Определение масштаба АФС.** Масштаб снимка рассчитывается по формуле  $m = f / H$ , где  $f$  – фокусное расстояние аэрофотокамеры, мм;  $H$  – высота фотографирования, м (рис. 1). Оба параметра берутся из текста, приложенного к аэрофотоснимкам и переводятся для расчета в одни единицы (метры или миллиметры). Расчет масштаба АФС проводится с округлением, кратным 1 000 (например, 1:17 000, 1:23 000 и др.).

2. **Определение границ участка** для составления карты. Для этого на одном из снимков стереопары определяются и наносятся на кальку границы участка, отображенного на обоих снимках и составляющего стереоскопическую модель рельефа.

3. **Определение центров аэрофотоснимков.** Центр снимка (главная точка АФС) фиксирует положение оптической оси аэрофотокамеры в момент фотографирования. Положение центра снимка определяется геометрическим путем несколькими методами.

Наиболее точно центр снимка определяется как точка пересечения линий, соединяющих марки противоположных сторон снимка или как точка пересечения диагоналей, соединяющих противоположные углы рамки снимка (рис. 2). Менее точным методом, используемым лишь в учебных целях, является построение центра снимка как точки пересечения линий, соединяющих противоположные углы снимка.

Кроме того, на каждый снимок выносится проекция центра соседнего снимка, составляющего стереопару. Если в комплекте имеется три

снимка, то на среднем из них отображаются центры соседних с ним левого и правого снимков. Вынос центров-проекций с соседних снимков осуществляется под стереоскопом после того, как будут нанесены на каждом снимке собственные центры фотографирования.

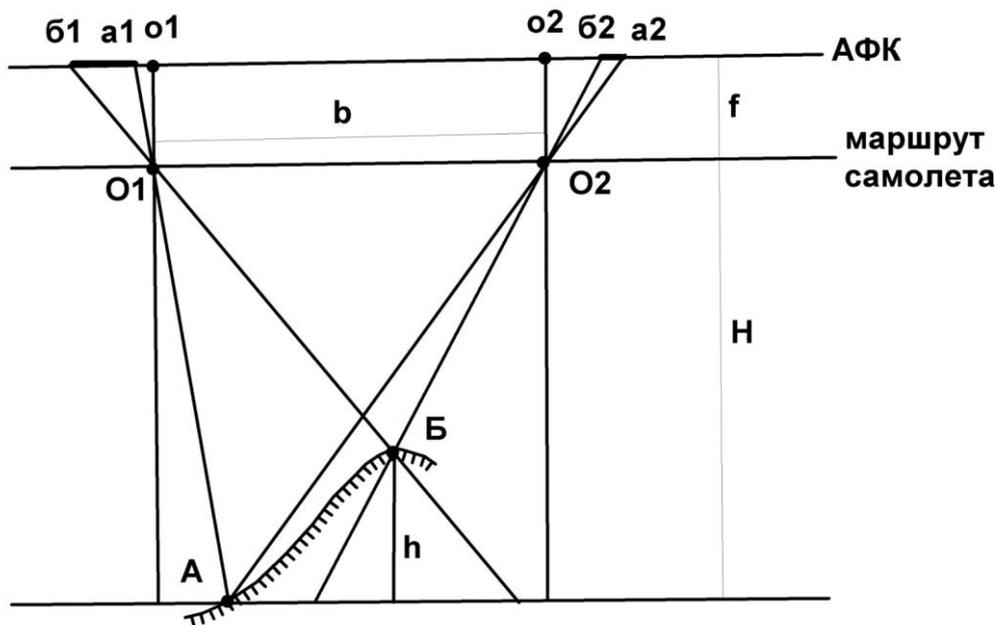


Рис. 1. Основные параметры при фотографировании рельефа:

- А, Б – нижняя и верхняя точки участка рельефа (склон горы);
- АФК – условное положение плоскости фотографии аэрофотокамеры;
- h – относительное превышение точки Б над точкой А;
- O1, O2 – центры фотографирования для стереопары снимков на линии маршрута самолета; o1, o2 – проекции центров фотографирования на фотоснимках;
- H – высота фотографирования; f – фокусное расстояние аэрофотокамеры;
- b – базис фотографирования; a1b1, a2b2 – горизонтальные проекции отображения склона АБ на фотоснимках

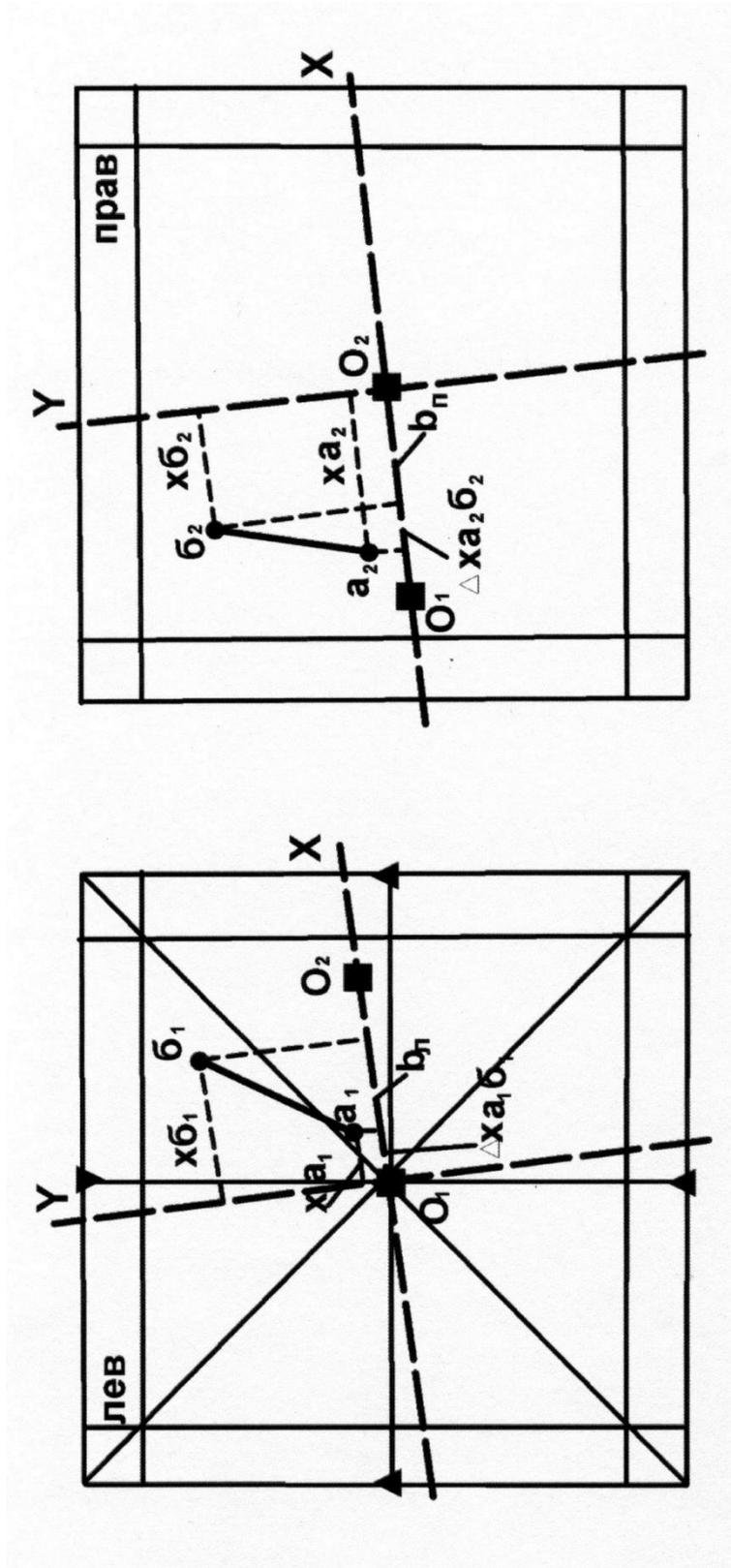


Рис. 2. Определение координат ( $x_a, x_b$ ) и разностей координат ( $\Delta x$ ) точек  $a$  и  $b$  на левом (лев) и правом (прав) снимках стереопары:

$O_1 O_2 = b_{\Pi}, b_{\Pi}$  – базисы фотографирования на левом ( $b_{\Pi}$ ) и правом ( $b_{\Pi}$ ) снимках;

$\Delta x_{a_1 b_1}, \Delta x_{a_2 b_2}$  – разности координат точек  $a$  и  $b$  в проекции на ось  $X$

**4. Определение базиса фотографирования.** Линии, соединяющие на каждом снимке центры снимков с центрами-проекциями соседних снимков стереопар, фиксируют маршрут самолета. Расстояние между этими точками ( $O_1-O_2$ , см. рис. 1, 2) составляет базис фотографирования. Необходимо вычислить средний базис фотографирования. Для этого измеряют линейкой или палеткой базисы на левом и правом снимках и определяют средний базис фотографирования (с точностью до 0,1 мм), мм:  $b_{\text{ср}} = (b_{\text{лев}} + b_{\text{прав}}) / 2$ , мм.

**5. Определение относительных превышений точек рельефа.** Для определения относительных превышений элементов рельефа, крутизны склонов, высоты уступов, уклона речных долин и др. необходимо определить разницу высотных отметок рельефа. С этой целью на снимках нанесены профили, пересекающие основные геоморфологические формы и включающие в себя 7-15 точек, располагающихся на перегибах наиболее характерных элементов рельефа. Вычисленные относительные превышения этих точек дают возможность определить конфигурацию поперечного строения форм рельефа и характера условий образования рыхлых четвертичных отложений склонов.

В основе метода измерительного дешифрирования для определения относительных превышений лежит количественная оценка разности линейных величин  $ab$  (см. рис. 1, 2), представляющей собой проекцию части рельефа  $AB$  на аэрофотоснимках стереопары. Линейные размеры  $ab$  зависят от параметров АФС (высота фотографирования –  $H$ , базис фотографирования –  $b$ , фокусное расстояние аэрофотокамеры –  $f$ ) и от относительного превышения точек между собой ( $\Delta h_{AB}$ ).

Параметры АФС постоянны для любых участков стереопары и даны в объяснительной записке к снимкам ( $H$ ,  $f$ ) или уже определены ( $b_{cp}$ ). В связи с этим, исходя из пропорциональной зависимости величин  $ab$  и  $\Delta h$ , работа сводится к измерению на обоих снимках для любой пары точек величин  $ab$ ; определения их разности и расчета  $\Delta h$  для этих точек. С этой целью на левом и правом снимках стереопары необходимо определить положение точки на снимке и разность координат точек в системе координат  $XU$ , лежащих в плоскости снимка. За ось  $X$  принимается направление  $O_1-O_2$ , ось  $U$  располагается перпендикулярно оси  $X$  и проходит через центральную точку снимка. Расчет относительных превышений точек рельефа выполняем по упрощенной схеме без учета поправок на колебание высоты полета, наклон снимков, приращение координат по оси  $U$  и др. В связи с этим изменение положения точек на снимках и определение разности их координат проводим только относительно оси  $X$ . Разность координат какой-либо точки по оси абсцисс называется продольным параллаксом этой точки (продольные по отношению к маршруту самолета, по оси  $X$ ).

**Определение продольных параллакс**ов точек на АФС можно выполнять несколькими методами (параллаксометрами, параллактическими линейками, палетками). Простейшим методом является определение с помощью палетки геолога-дешифровщика (Михайлов, Рамм, 1975), которая дает возможность расчета величины  $\Delta x$  для любой пары точек на каждом снимке.

**Палетка геолога-дешифровщика** (рис. 3) представляет собой поперечный масштаб, позволяющий измерять линейные величины с точностью до 0,1 мм. Для удобства работы шкала палетки нанесена на прозрачную пленку, и при измерениях ее можно накладывать непосред-

ственно на снимок. Разность координат точек  $\Delta x$  палеткой определяется без стереоскопа на каждом снимке отдельно, сначала на левом, а затем на правом. Для этого палетку помещают на снимок таким образом, чтобы левая точка располагалась на левой рамке шкалы палетки (точка а, см. рис. 3).

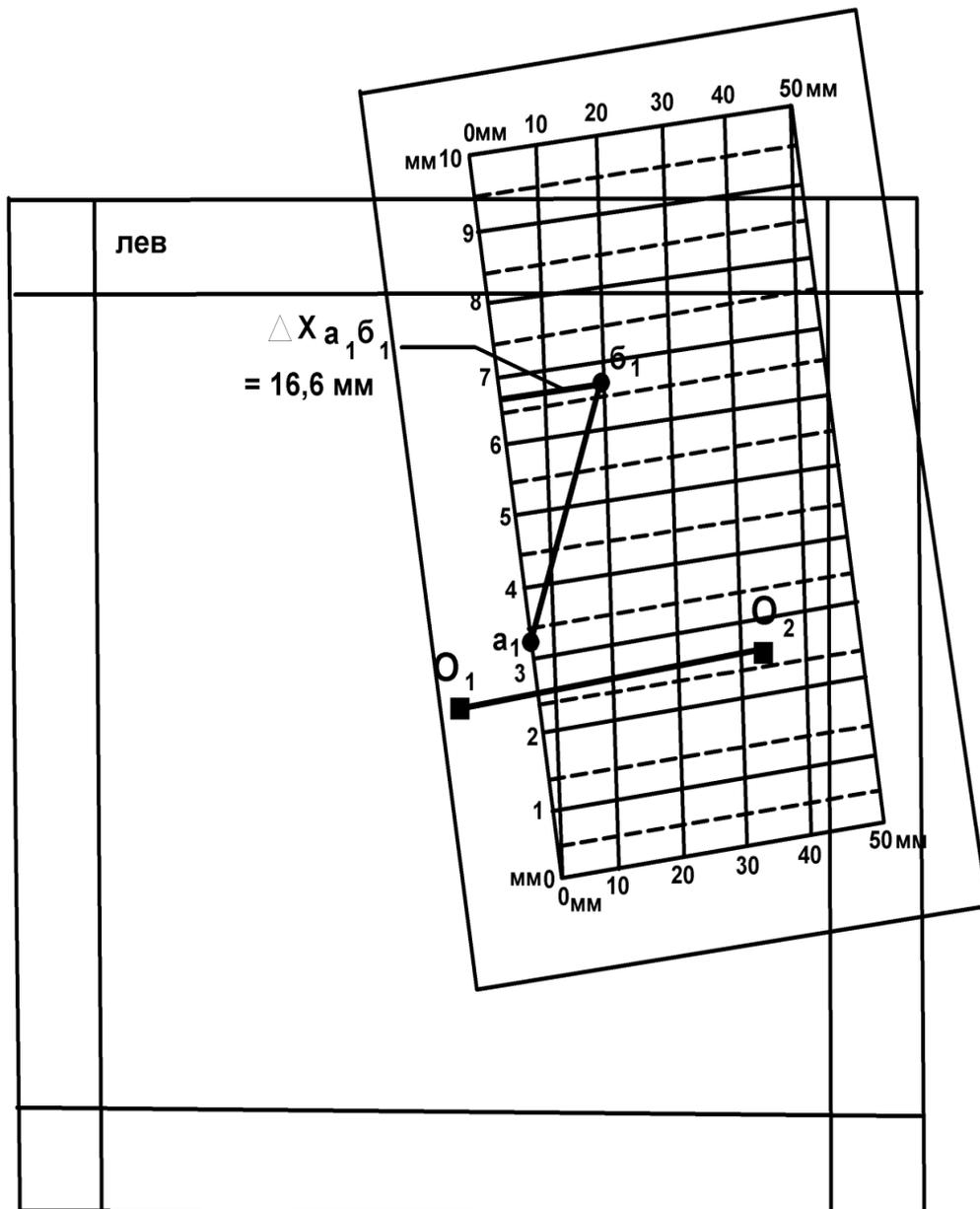


Рис. 3. Определение разности координат точек а и б с помощью палетки геолога-дешифровщика ( $\Delta x_{a_1 b_1} = 16,6 \text{ мм}$ )

Перемещая палетку по снимку, добиваются такого положения, чтобы точка б разместилась на одной из наклонных линий шкалы. Обязательным условием при этом должно быть ориентированное расположение палетки перпендикулярно линии  $O_1-O_2$  (рис. 3). При определении  $\Delta x_{a1b1}$  измеряется расстояние от точки б до левой части шкалы палетки. Непосредственный отсчет  $\Delta x$  определяется следующим образом. Десятки миллиметров надо брать по отметке наклонной линии (на которой расположена точка  $b_1$ ) на нижней части шкалы (10 мм), целые миллиметры считываются по левой шкале палетки (6 мм), доли миллиметра рассчитываются интерполяцией положения точки (0,6 мм). Величина  $\Delta x_{a1b1} = 10 + 6 + 0,6 = 16,6$  мм. Аналогично выполняется измерение  $\Delta x_{a2b2}$  на правом снимке.

После определения разностей координат пары точек на обоих снимках рассчитывается разность продольных параллаксов ( $\Delta p$ ) этих точек, мм:  $\Delta p_{ab} = \Delta x_{a1b1} - \Delta x_{a2b2}$ .

Расчет относительных превышений двух точек выполняется по формуле  $\Delta h_{ab} = (H \times \Delta p_{ab}) / b_{cp}$ , где  $\Delta h_{ab}$  – относительное превышение точек а и б, м;  $H$  – высота фотографирования, м;  $\Delta p_{ab}$  – разность продольных параллаксов, мм;  $b_{cp}$  – средний базис фотографирования, мм.

При определении относительных превышений точек рельефа по геоморфологическому профилю, нанесенному на АФС, работы выполняются последовательно на левом и правом снимках для каждой пары точек (1-2, 2-3, 3-4 и т. д., рис. 4), все результаты замеров заносятся в таблицу. При этом, кроме расчета непосредственных значений относительных превышений точек, необходимо определить знак превышений, т. е. повышение или понижение рельефа от одной точки до другой. Для определения знака превышений приняты следующие условия. В таблицу

каждая пара точек заносится в порядке возрастания их номеров по профилю. Если при измерении  $\Delta x$  точка с меньшим порядковым номером располагается на снимке левее точки с большим номером (см. рис. 4, таблицу, пары 1-2, 2-3), то величина принимается с положительным знаком. В других случаях, когда точка с более высоким порядковым номером находится левее, ее располагают на левой рамке палетки, а величина  $\Delta x$  принимается с отрицательным знаком (см. рис. 4, таблицу,  $-\Delta x$  3-4,  $-\Delta x$  4-5).

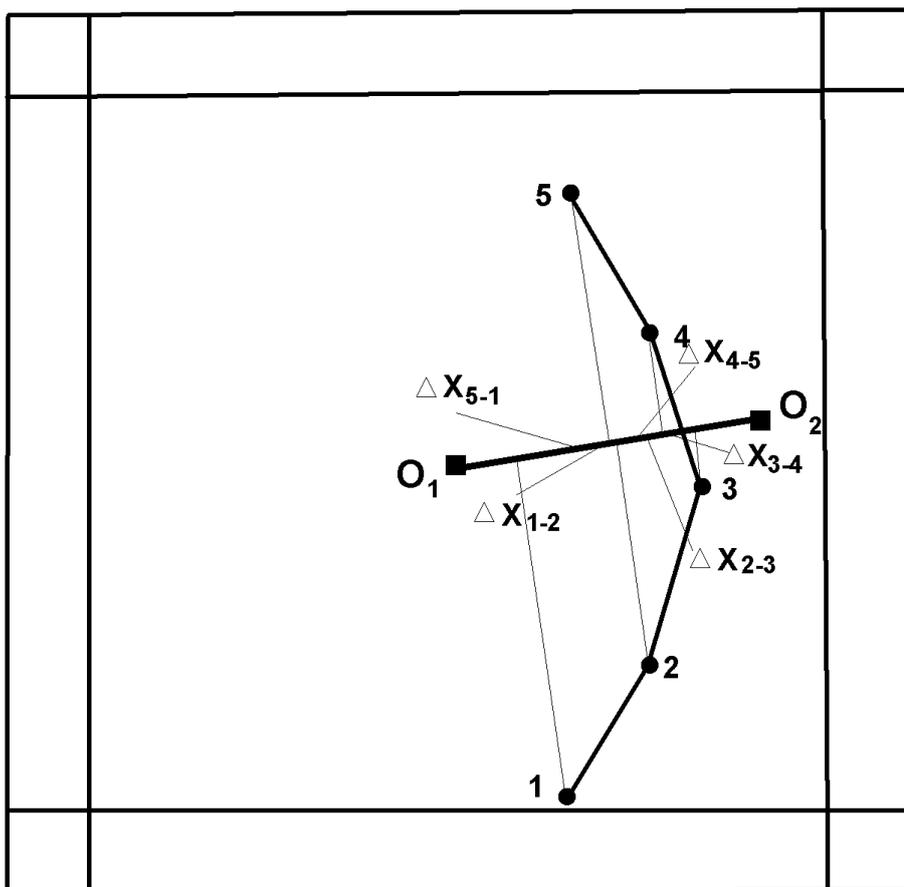


Рис. 4. Определение разностей координат ( $\Delta x$ ) пар точек рельефа в проекции на ось X по профилю 1-5 (см. таблицу)

**Расчет относительных превышений точек рельефа, м, по профилю 1-5  
на аэрофотоснимках по разности координат точек в проекции на ось X**

Точки профиля	$\Delta X_{\text{лев}}, \text{ мм}$	$\Delta X_{\text{прав}}, \text{ мм}$	$\Delta p, \text{ мм}$	$\Delta h, \text{ м}$
1-2	8,9	9,2	-0,3	-60
2-3	6,1	5,4	0,7	140
3-4	-2,3	-3,4	1,1	220
4-5	-4,6	-3,2	-1,4	-280
5-1	-8,2	-7,9	-0,3	-60
$\Sigma$	-0,1	0,1		

При расчете разностей продольных параллаксов ( $\Delta p$ ) пар точек по профилю определяется алгебраическая разность величин  $\Delta x$  с учетом их знака:  $\Delta p = \Delta x_{\text{лев}} - \Delta x_{\text{прав}}$ , где  $\Delta x_{\text{лев}}$  и  $\Delta x_{\text{прав}}$  – разности координат точек на левом и правом снимках с их знаком. Положительные значения  $\Delta p$  указывают на то, что в измеренной паре точек точка с большим порядковым номером имеет положительное превышение по отношению к точке с меньшим номером, т. е. точка с большим номером располагается гипсометрически выше. Отрицательные значения  $\Delta p$  свидетельствуют о более низком положении в рельефе точки с большим порядковым номером. При  $\Delta p = 0$ , независимо от абсолютных значений  $\Delta x$  пар точек, эти точки не имеют между собой превышений, т. е. они располагаются на одной высоте.

Вычисленные относительные превышения ( $\Delta h$ ) пар точек рельефа по профилю также имеют положительные и отрицательные значения и отражают высотное положение точки с более высоким порядковым номером по отношению к точке с меньшим номером. Полученные значения  $\Delta h$  заносятся в таблицу с округлением до целых значений метров.

Кроме рассчитанных относительных превышений пар точек рельефа в таблице должны быть определены абсолютные гипсометрические высоты этих точек. Для этого преподавателем для каждого комплекта аэрофотоснимков должна быть определена и выдана студенту гипсометрическая отметка какой-либо базисной точки профиля. Конкретное расположение и абсолютная высота базисной точки различны для каждого комплекта АФС. Наиболее благоприятным является определение высоты начальной точки профиля (например, отметка точки 1 = 680 м, см. приложение 1), по отношению к которой должны быть определены отметки других точек профиля по величинам  $\Delta h$  между точками замера.

**6. Построение линии профиля.** На основе вычисленных относительных превышений точек рельефа отстраивается линия рельефа по профилю (см. приложение 1). Вертикальный масштаб принимается одинаковым с горизонтальным и соответствует масштабу карты. По результатам стереоскопического изучения площади отрисовывается поверхность рельефа по профилю с учетом конфигурации его элементов: плоские, выпуклые, вогнутые, неравномерные или ступенчатые вершины, склоны и впадины рельефа. Анализ характера водоразделов, вершин, впадин, типа и крутизны склонов дает возможность предполагать и обосновать выделение генетических типов рыхлых отложений четвертичного возраста с учетом особенностей форм и элементов рельефа и климатических условий района.

**7. Составление геоморфологического разреза** по линии профиля (см. приложение 1). Горизонтальный масштаб соответствует масштабу АФС и карты. Вертикальный масштаб с округлением до стандартных значений (1:20 000, 1:10 000, 1:5 000 и др.) выбирается с таким расчетом, чтобы относительные превышения между минимальной и максимальной точками по профилю в этом масштабе составляли 3-5 см. На некоторых,

наиболее контрастных по рельефу АФС вертикальный масштаб принимается одинаковым с горизонтальным.

Мощность рыхлых отложений по разрезу принимается условной, равной 1-2 мм для склоновых образований и до 6-7 мм – в участках максимального развития аккумулятивных форм (аккумулятивные речные долины, предгорные пролювиальные равнины, эоловые отложения и др.). На разрезе должны быть отражены возрастные взаимоотношения четвертичных пород ( $Q_{IV}$ ,  $Q_{III}$ ,  $Q_{II}$ ) и показаны контакты фациальных переходов одновозрастных рыхлых образований.

В пределах изученного участка аэрофотоснимка выделяются и прослеживаются основные элементы рельефа, отмеченные в тексте к снимкам: речные долины, русла рек и ручьев, озера, болота, границы русловых, пойменных и террасовых форм, конусы выноса, водоразделы, гребни, кары, бровки уступов, эрозионные останцы, оси барханных цепей и др. (см. приложение 1).

Выделяются и оконтуриваются поля развития основных генетических типов рыхлых отложений согласно их типизации и приуроченности к определенным типам и формам рельефа и с учетом количественных показателей рельефа (относительные превышения, высота уступов, крутизна и конфигурация склонов и др.). Выделяются участки выхода на поверхность коренных дочетвертичных пород, приуроченных к определенным формам и элементам рельефа.

**8. Оформление практической работы.** Карта четвертичных образований выполняется на кальке тушью и включает собственно геологическую карту, легенду с условными обозначениями пород и элементов рельефа (приложение 3), геоморфологический разрез, таблицу с результатами измерительного дешифрирования. Размещение этой информации и оформление карты показано в приложении 1.

Геологическая карта ориентирована длинной стороной в меридиональном направлении. Выделенные на карте генетические типы четвертичных пород раскрашиваются в соответствии с легендой (приложение 2). В условных обозначениях легенды четвертичные образования обозначены индексами и размещены сверху вниз в порядке возрастания их возраста ( $Q_{IV}$ ,  $Q_{III}$ ,  $Q_{II}$ ). Дочетвертичные породы независимо от возраста и состава пород обозначаются одним обобщенным знаком и цветом ( $D'Q$ ). Кроме того, в легенде показаны элементы рельефа (уступы, конусы выноса, хребты и др.).

Ниже карты четвертичных образований располагаются два профиля земной поверхности.

Один профиль отстраивается с сохранением идентичности горизонтального и вертикального масштабов, равным масштабу карты. Он дает возможность установления реального характера земной поверхности с определением крутизны склонов, типов горных вершин, речных долин и интерпретации распределения выявленных геоморфологических элементов по всей площади карты.

Геоморфологический разрез строится по этой же линии профиля с увеличением вертикального масштаба, что дает возможность отображения условий залегания и характера взаимоотношений маломощных и разновозрастных покровных четвертичных образований. На профиле и разрезе должны быть показаны пункты замера превышений рельефа.

Слева от карты помещается таблица с результатами измерительного дешифрирования по определению относительных превышений точек профиля и их абсолютных отметок.

В правом верхнем углу кальки указывается фамилия и группа студента – автора лабораторной работы, номер и параметры аэрофотоснимка.

## **Рекомендуемая литература**

### **Основная литература**

Макарова Н. В., Суханова Т. В. Геоморфология: учебное пособие. М.: КДУ, 2007.

Костенко Н. П. Геоморфология: учебник. М.: Изд-во МГУ, 1999.

### **Дополнительная литература**

Бекшенев О. Г., Бутин В. В., Севальнева Н. М. Геоморфология с основами четвертичной геологии: словарь-справочник. Ханты-Мансийск: ПЦ «Лайн-Арт», 2006. 178 с.

Панов Д. Г. Общая геоморфология: учебник. М.: Высшая школа, 1966. 427с.



## Введение

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. По курсу «Основы палеонтологии и общая стратиграфия» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях:

- ✓ выполнение домашних заданий;  
освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую программу дисциплины [7];
- ✓ подготовка к экзамену;
- ✓ изучение коллекций ископаемых остатков основных систематических групп.

Самостоятельная работа студентов направлена на развитие интеллектуальных умений, повышение творческого потенциала студентов и заключается в:

- поиске, анализе, структурировании и презентации информации, анализе научных публикаций по основным группам руководящих ископаемых и основным методам стратиграфических исследований.
- исследовательской работе и участии в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Данные методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при освоении отдельных тем дисциплины.

### Методические указания к самостоятельной работе студента

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Основы палеонтологии и общая стратиграфия». Здесь указаны наименование и содержание лекционных тем в соответствии с Учебной программой курса [7]. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебниках по курсу [1,3]. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература [2, 5, 6]. Для самоконтроля и приобретения навыков решения задач по отдельным разделам дисциплины в последнем разделе приведены контрольные вопросы и упражнения, которые являются основой подготовки к экзамену.

При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.
2. По учебникам [1,3,4,7,8] освоите каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.
3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.
4. Ответьте на контрольные вопросы и выполните рекомендованные упражнения. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.
5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

Данное учебно-методическое пособие может быть использовано при подготовке ответов на вопросы во время экзамена.

## Содержание курса

### Тема 1: Основы палеонтологии. [1,3]

Формы сохранности ископаемых остатков. Среда обитания и образ жизни организмов. Руководящие ископаемые. Царство животных: типы Sarcodina, Spongiata, Cnidaria, Arthropoda, Mollusca, Briozoa, Brachiopoda, Echinodermata, Hemichordata, Chordata. Общая характеристика, геологическое значение. Царство растений.

*Дополнительная литература:* [2, 6].

**Контрольные вопросы и упражнения:**

1. Перечислите предмет, задачи и методы палеонтологии.
2. Каково значение палеонтологии для геологии?
3. При каких условиях организмы сохраняются в ископаемом состоянии?
4. По каким критериям проводится классификация ископаемых организмов?
5. Как проводится реконструкция образа жизни и условий существования ископаемых организмов?
6. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях, цианобионты, строматолиты, онколиты. На рисунке стрелками покажите основные скелетные элементы.
7. Составьте схему систематического состава подцарства Protozoa, вписав названия недостающих таксонов (тип, класс) согласно схеме. Справа укажите классификационные признаки.



8. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях, представителей родов Fusulina, Schwagerina, Nummulites; приведите их систематику и время жизни. Отметьте породообразующую роль фузулинид и нуммулитид.

9. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях, губки и археоциаты. На рисунке стрелками покажите основные скелетные элементы.

10. С чем связано наличие у рогоз пережимов стенки кораллита (rugae-морщины)?

11. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях, схемы строения днищевиков, четырехлучевых и шестилучевых кораллов. На рисунке стрелками покажите основные скелетные элементы (днища, септы, столбик, пузырчатую ткань). Составить атлас (систематика, диагноз, изображение, время жизни) представителей родов Stromatopora, Amphipora, Chaetetes, Conularia, Favosites, Syringopora, Halysites, Heliolites; Caninia, Cystiphyllum, Lithostrotion? Lithostrotionella, Lonsdaleia.

12. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях представителей родов *Agnostus*, *Paradoxides*, *Asaphus*, *Scutellum*, *Phillipsia*.
13. Геологическое и стратиграфическое значение двуствчатых моллюсков рудистов.
14. Что такое голостомное и сифоностомное устья у гастропод и как они связаны с образом жизни гастропод?
15. Как распределяются во времени типы перегородочных линий у аммонитов?
16. Зарисуйте в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях, схемы строения двустворок, гастропод, аммоноидей и колеоидей. На рисунке стрелками покажите основные скелетные элементы [4, рис. 5-8].
17. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях представителей родов: **Двустворок** (*Trigonia*, *Pecten*, *Inoceramus*, *Gryphaea*, *Ostrea*, *Exogyra*, *Aucella*, *Cardium*, *Hippuritella*); **Гастропод** (*Bellerophon*, *Pleurotomaria*, *Eoumphalus*, *Patella*, *Turritella*, *Natica*); **Головоногих моллюсков** (*Nautilus*, *Endoceras*, *Orthoceras*, *Manticoceras*, *Tornoceras*, *Paragastrioceras*, *Ceratites*, *Cadoceras*, *Virgatites*, *Craspedites*, *Belemnitella*). Изображение представителя каждого рода снабдить систематикой, диагнозом и временем жизни.
18. Участвуют ли мшанки в пороодообразовании и каким образом?
19. С какого времени мшанки известны в палеонтологической летописи.
20. Используются ли мшанки для восстановления палеоэкологической и палеогеографической обстановок древних морских бассейнов?
21. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях представителей родов: *Fenestella*, *Polypora*). Изображение представителя каждого рода снабдить систематикой, диагнозом и временем жизни.
22. Указать наиболее важные в стратиграфическом отношении отряды замковых брахиопод и указать время их существования.
23. Что значит “обратное положение” седла и синуса у одного из представителей (рода) отряда *Pentamerida*?
24. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях представителей родов, указанных в Практикуме [4, с.64-69]. Изображение представителя каждого рода снабдить систематикой, диагнозом и временем жизни
25. С какого времени появляются Морские лилии и в чем состоит их породобразующая роль?
26. Каковы особенности морфологии морских пузырей отряда *Rhombifera*? За что они получили свое название?
27. Из скольких табличек состоит панцирь у большинства представителей класса Морские бутоны?
28. Чем отличается строение панциря у древних палеозойских и новых мезокайнозойских ежей?
29. Что такое “правильные” и “неправильные” морские ежи? Какие две группы выделяются в составе неправильных морских ежей?
30. Зарисуйте и опишите в атласе ископаемых организмов, составляемом на практических занятиях представителей родов, указанных в Практикуме [4, с.64-69]. Изображение представителя каждого рода снабдить систематикой, диагнозом и временем жизни.
31. В течение какого времени и в каких условиях существовали панцирные рыбы?
32. К какому подклассу относятся представители рода *Helicorion*? Время их существования?
33. Каковы основные черты строения лабиринтодонтов?
34. Охарактеризовать основные типы черепа пресмыкающихся.
35. Назвать основные подклассы пресмыкающихся и указать их типичных представителей.
36. Каковы характерные особенности анатомического строения древних птиц?

37. Основные экологические группы ископаемых представителей млекопитающих (наземные, плавающие, летающие). Указать типичных представителей, дать их краткую характеристику.

38. Укажите представители каких типов водорослей участвуют в рифообразовании и в породообразовании.

39. Каковы основные черты строения псилофитов и в какое время они заселили наземные пространства?

40. К какому типу растений относятся лепидодендроны и каковы основные черты их строения? Их геологическое значение.

41. К какому типу растений относятся каламитовые и каковы основные черты их строения? Их геологическое значение.

42. Каковы основные различия анатомического строения представителей классов Бессемянные, Голосеменные и Покрытосеменные растения? Каково их геологическое значение?

## **Тема 2: Основы стратиграфии. [4]**

Предмет, задачи и принципы стратиграфии. Общая геохронологическая и стратиграфическая шкала. Биостратиграфические и литостратиграфические методы расчленения и корреляции. Событийная стратиграфия. Секвентная стратиграфия. Геофизические методы расчленения и корреляции. Радиохронологические методы определения возраста. Документация геологических объектов.

*Дополнительная литература:* [6].

### **Контрольные вопросы и упражнения:**

1. Перечислить задачи стратиграфии в логической их последовательности. Указать конечные цели стратиграфических исследований.

2. С какой задачей стратиграфических исследований связано использование принципа Стенона?

3. С какой задачей стратиграфических исследований связано использование принципа Гексли?

4. С какой задачей стратиграфических исследований связано использование принципа Мейена?

5. Стратифицирующие литологические и палеонтологические признаки, их использование для построения стратиграфических шкал.

6. Для чего используются лимитотипы нижних границ ярусов

7. Каковы основные литологические признаки, которые используются для расчленения и корреляции разрезов?

8. Каковы основные особенности свитной стратиграфии? Как используется петрографический состав для стратификации разрезов?

9. Каковы основные условия для возникновения кривой слоистости? Как она используется в целях корреляции?

10. Как используется цикличное строение толщ для их расчленения и корреляции? Методика построения ритмограмм по Н.Б. Вассоевичу.

11. Каковы маркирующие горизонты в области развития прибрежно-морских угленосных серий отложений?

12. Как используются в стратиграфии уровни несогласного залегания пород? Угловое несогласие и его применение для стратификации докембрийских образований

13. Какие вы знаете типы палеонтологических шкал (биостратиграфическая и биохронологическая), их характеристика и возможности практического применения?

14. Каковы основные требования, которые следует предъявлять к биохронологическим шкалам? Основные приемы их построения. Почему необходимо условие минимальной размерности зональных подразделений шкалы?

15. Как создается комплексная характеристика зональных подразделений шкал?

16. Какие стратиграфические шкалы зависимые и какие независимые?
17. В чем состоит операция датировки возраста стратонев в единицах Международной стратиграфической шкалы?
18. Какие задачи решаются с помощью каротажа? Какие методы каротажных наблюдений наиболее оптимально выявляют наличие нефтеносных песчаников в пробуренной толще пород?
19. Каким методом каротажа определяется глубина залегания кровли и подошвы слоев в скважине?
20. Каковы ограничения для применения метода сеймостратиграфических исследований?
21. Каковы основные гипотезы, лежащие в основе использования магнитостратиграфического метода?
22. Как по определению координат магнитного полюса устанавливается возраст?
23. Что такое атомный номер и массовое число элемента? Типы радиоактивного распада (бета-распад, выброс позитрона, захват электрона из внутренней К-оболочки).
24. Основная формула датировки возраста пород и минералов. Что такое постоянная распада, период полураспада?
25. Радиоуглеродный метод. Каковы его возможности определения возраста?
26. Рубидий-стронциевый метод. Образцы каких пород и какие минералы используются для проведения этого метода?
27. Калий-аргоновый метод. Образцы каких пород и какие минералы используются для проведения этого метода?
28. Уран-торий-свинцовый метод. Образцы каких пород и какие минералы используются для проведения этого метода?
29. Датирование по свинцово-свинцовому методу. Чем определяется возможность проведения этого метода?

**Вопросы к экзамену по курсу  
«Основы палеонтологии и общая стратиграфия»**

1. Цели, задачи палеонтологии, значение палеонтологии для геологии. Формы сохранности ископаемых остатков. Среда обитания и образ жизни организмов. Руководящие ископаемые.
2. Тип Простейшие. Класс Саркодовые. Подкласс Фораминиферы. Подкласс Радиолярии. Общая характеристика\*, геологическое значение.
3. Тип Губки, тип Археоциаты. Общая характеристика, геологическое значение.
4. Тип Кишечнополостные. Класс Коралловые полипы, основные подклассы. Общая характеристика, геологическое значение.
5. Тип Членистоногие. Класс Трилобиты. Общая характеристика, геологическое значение. Класс Остракоды, общая характеристика, геологическое значение.
6. Тип Моллюски. Класс Гастроподы. Класс Двустворчатые моллюски. Общая характеристика, геологическое значение.
7. Тип Моллюски. Класс Головоногие моллюски (Агониатиты, Гониатиты, Церати-ты, Аммониты, Белемниты). Общая характеристика, геологическое значение.
8. Тип Брахиоподы. Характеристика классов Беззамковых и Замковых брахиопод, их геологическое значение.
9. Тип Иголокожие. Класс Морские ежи, Морские лилии, Морские пузыри, общая характеристика, геологическое значение.
10. Тип Полухордовые. Класс Граптолиты, общая характеристика, геологическое значение. Конодонты, геологическое значение.
11. Тип Хордовые, подтип Позвоночные. Класс Земноводные. Общая характеристика, геологическое значение.

12. Тип Хордовые, подтип Позвоночные. Класс Рыбы. Общая характеристика, геологическое значение.
13. Тип Хордовые, подтип Позвоночные. Класс пресмыкающиеся. Общая характеристика, геологическое значение.
14. Царство растения. Низшие растения. Систематика, геологическое значение.
15. Царство растения. Высшие растения. Систематика, геологическое значение. Спорово-пыльцевой анализ.
16. Предмет, задачи и принципы стратиграфии.
17. Общая геохронологическая и стратиграфическая шкала: общие, региональные и местные стратиграфические подразделения. Стратотип.
18. Биостратиграфические подразделения (биозона, комплексная зона, филозона, акмезона).
19. Биостратиграфический метод расчленения и корреляции. Точка ТГСГ.
20. Литостратиграфические методы расчленения и корреляции.
21. Типы слоистости, геологическое значение ее изучения.
22. Цикличность. Ритмостратиграфический метод расчленения и корреляции.
23. Перерывы в осадконакоплении. Маркирующие горизонты.
24. Событийная стратиграфия. Примеры глобальных абиотических и биотических событий.
25. Основные понятия секвентной стратиграфии (осадочная секвенция, парасеквенс, пакет парасеквенсов – проградационный, ретроградационный, аградационный).
26. Геофизические методы расчленения и корреляции: метод анализа каротажных диаграмм.
27. Магнитостратиграфический метод в стратиграфии.
28. Сейсмостратиграфический метод в стратиграфии, его достоинства и недостатки.
29. Радиохронологические методы определения возраста.

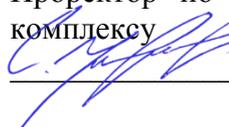
### Рекомендуемая литература

1. Михайлова И.А. Палеонтология [Электронный ресурс]: учебник / И.А. Михайлова, О.Б. Бондаренко. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2006. — 592 с. — 5-211-04887-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13102.html> Электронный ресурс
2. Словарь терминов по исторической геологии, основам стратиграфии и палеонтологии [Электронный ресурс] : учебное пособие / . — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский политехнический университет, 2012. — 140 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55209.html> Электронный ресурс
3. Черных В.В. Палеонтология беспозвоночных : практикум по дисциплине "Основы палеонтологии и общая стратиграфия": для студентов направления подготовки 130101 / В. В. Черных ; Уральский государственный горный университет. - 2-е изд., стер. - Екатеринбург : УГГУ, 2013. - 85 с. : ил. - Библиогр.: с. 71.
4. Черных В.В. Общая стратиграфия: конспект лекций по дисциплине "Основы палеонтологии и общая стратиграфия": для студентов специальности 21.05.02 / В. В. Черных ; Министерство образования и науки РФ, Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург : УГГУ, 2016. - 79 с. : ил. - Библиогр.: с. 72.
- 6 Бондаренко О. Б. Краткий определитель ископаемых беспозвоночных : учебное пособие / О. Б. Бондаренко, И. А. Михайлова ; ред. В. Н. Шиманский. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Недра, 1984. - 536 с. 11
7. Основы палеонтологии и общая стратиграфия: программа дисциплины для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология специализация № 3 Геология нефти и газа / Н.В. Устьянцева. Екатеринбург: УГГУ, 2019. 9 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу

  
С.А. Ущеров



## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Б1.В.13 ЛИТОЛОГИЯ

Специальность:

*21.05.02 Прикладная геология*

Специализация № 4

*Прикладная геохимия, минералогия, петрология*

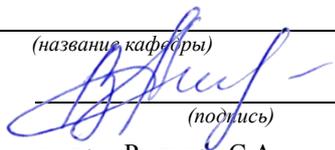
форма обучения: очная

Автор: Кривихин С.В., д.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры  
*Литологии и геологии горючих ископаемых*

Зав. кафедрой

(название кафедры)



(подпись)

к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 17.04.2019

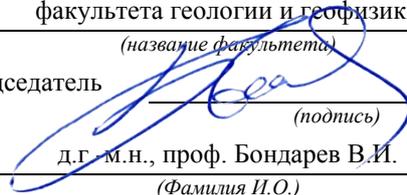
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель



(подпись)

д.г. м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 19.04.2019

(Дата)

Екатеринбург  
2019

## Введение

Учебным планом специальности 21.05.02 Прикладная геология по дисциплине «Литология» предусматривается написание контрольной работы на тему «Литолого-фациальное изучение образцов осадочных горных пород». Это самостоятельный труд студента, который способствует углублённому изучению пройденного материала.

Задания контрольной работы направлены на оценку уровня умений и навыков, формирующих компетенцию:

**ПСК-3.2:** Способность обрабатывать и интерпретировать вскрытые глубокими скважинами геологические разрезы.

*Результаты обучения, достижение которых свидетельствует об освоении компетенции:*

**Знания:** предмет литологии, этапы её развития; современные разделы литологии; характеристику основных этапов формирования и «бытия» осадочных пород; основные внешние и внутренние факторы, влияющие на осадочный процесс; эволюцию основных типов осадочных пород во времени; закономерности распределения и формирования основных типов осадочных полезных ископаемых, их экономическое значение; эволюцию литосферы, гидросферы, атмосферы, биосферы в истории Земли; основные типы осадочных толщ, обстановки их формирования и типичные для них полезные ископаемые

**Умения:** работать с текстовой и графической литологической документацией; составлять различные виды первичной литологической документации обнажений и керна скважин (колонки, гистограммы, циклограммы, фациальные профили, формационные профили и т.д.); ориентироваться в пространстве, определять координаты геологических объектов, горных выработок и скважин, наносить их на карты, планы и разрезы; собирать и обрабатывать фондовую и опубликованную геологическую, информацию; выполнять графические документы горно-геологического содержания в различных видах проекций

**Владения:** навыками полевых литологических исследований, макроскопического (текстурно-структурного) изучения обнажений и образцов керна; навыками работы с литологическими колонками, картами терригенно-минеральных ассоциаций, литолого-палеогеографическими картами, схемами распределения осадочных формаций; другими типами литологических материалов; способностью анализировать и обобщать фондовые геологические, геохимические данные, регламентом составления геологических и методических разделов проектов производственных подразделений в составе творческих коллективов и самостоятельно.

**Цель выполняемой работы:** получить специальные знания по заданной теме.

### **Основные задачи выполняемой работы:**

- 1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;
- 2) выработка навыков самостоятельной работы;
- 3) оценка уровня подготовленности студента к будущей практической работе.

### **Задания к контрольной работе**

Задание:

I Выполнить зарисовку образцов с выделением наиболее характерных текстурно-структурных признаков.

II. Выполнить детальное описание диагностических признаков образцов в следующей последовательности:

1. Порода, структура, состав:
  - а) гранулометрический состав (название породы);
  - б) изменение крупности зерна;

- в) сортировка зерен;
- г) окатанность зерен;
- д) минеральный состав зерен;
- е) характер галек и неокатанных включений (форма, состав, распределение).

2. Текстура:

- а) тип слоистости (или соотношение нескольких типов);
- б) четкость серий и слоев;
- в) причины, обусловившие слоистость;
- г) распределение материала в слоях;
- д) толщина слоев и серий, углы наклона слоев;
- е) переходы внутри слоя, однородность и другие признаки текстуры слоя в целом.

3. Органические остатки (растительные остатки и фауна)

- а) чем представлены,
- б) степень сохранности.
- в) форма захоронения,
- г) распределение в породе

4. Минеральные включения:

- а) конкреции – форма, состав, строение, распределение в породе;
- б) отдельные минералы – пирит и др.

5. Вскипаемость с соляной кислотой.

6. Физико-механические свойства

- а) степень цементации,
- б) трещиноватость

7. Контакты и переходы (нижний и верхний).

III. На основании описания и в соответствии с предложенной классификацией литолого-фациального состава пород определить фациальную принадлежность образцов

Вариативность работы осуществляется выдачей студентам индивидуальных наборов образцов

### **Порядок выполнения контрольной работы**

Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

После выбора темы необходимо внимательно изучить методические рекомендации по подготовке контрольной работы, составить план работы, который должен включать основные вопросы, охватывающие в целом всю прорабатываемую тему.

Результат выполнения контрольной работы представляет собой решение задачи, выполненное в рукописном варианте, согласно представленному в задании плану.

Текст работы должен демонстрировать:

- знакомство автора с основными внешними и внутренними факторами, влияющими на осадочный процесс;
- умение проводить литологическое описание осадочных пород
- владение навыками фациального расчленения отложений по комплексу диагностических признаков;
- приемлемый уровень языковой грамотности, включая владение функциональным стилем научного изложения.

Общий объем контрольной работы не должен превышать 2-3 страниц.

Пример описания образца:



Нижний слой представлен крупнозернистым алевролитом темно-серого до черного цвета, с примесью в нижней части светло-серого мелкозернистого песчаного материала в виде тонких слоев и линз. Сортированность средняя до плохой. Слоистость меняется от косо-волнистой прерывистой слабо срезанной в низах до пологоволнистой сплошной (полосовидной) в верхах; подчеркнута большим количеством разнообразной (от сечки до крупных фрагментов), неравномерно распределенной растительной органики. Повышение концентрации органики, наряду с утонением материала, имеет направленный (снизу вверх) характер.

Верхний слой представлен крупнозернистым темно-серым алевролитом – тонкозернистым песчаником, плохо сортированным, с неоднородной косо-волнистой слоистостью, вплоть до узловатой текстуры, обусловленной неравномерным распределением большого количества крупной растительной органики и единичных слабоокатанных (1-2 балла) обломков темно-серых алевролитов, размером до 0,5 см.

Контакт слоев (по стрелкам) неровный, со взмучиваниями и соответствует межслоевому перерыву (диастеме), с относительно небольшой (по близкому составу и признакам слоев) длительностью.

Отложения макрофашии пойменного аллювия (АП) Переход от фашии АПС (внизу) к АПП (вверху).

### Оценивание результатов контрольной работы

Оценивание результатов контрольной работы должно быть проведено до начала промежуточной аттестации и проводится по традиционной четырехбалльной шкале: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Решение об оценке контрольной работы принимается по результатам проверки предъявленной работы и ответов студента на вопросы в случае неполного ее содержания.

#### Свои критерии оценки из КОМа

*Критерии оценивания:* Правильность выполнения задания - (определения всех признаков) по каждому из образцов: 0-3 балла; аккуратность и детальность зарисовки каждого из образцов и обоснованное определение фашии: 0-1 балл; использование профессиональной терминологии 0-1 балл

#### *Критерии оценки:*

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если:

- зарисовка оформлена аккуратно, с выделением всех характерных признаков породы, по всем трем образцам диагностические признаки определены правильно и в полном объеме, в соответствии с требованиями; описание проведено в рамках профессиональной терминологии; генезис отложений определен верно.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если:

- зарисовка оформлена аккуратно, с выделением всех характерных признаков породы; есть небольшие замечания по определению диагностических признаков по одному из трех образцов; описание в целом соответствует профессиональной терминологии; допускаются небольшие неточности при определении генезиса отложений.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если

- зарисовка не отражает всех особенностей образцов, диагностические признаки определены правильно как минимум по двум образцам (из трех), профессиональная терминология соблюдается не всегда; замечания по определению генезиса отложений..

Оценка «не удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если зарисовки оформлены неаккуратно и не отражает особенностей образца; как минимум по двум образцам имеются замечания по определению диагностических признаков и генезису отложений.



## Введение

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. По курсу «Литология» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях:

- ✓ выполнение домашних заданий;
- ✓ освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую программу дисциплины [5];
- ✓ подготовка к экзамену;

Самостоятельная работа студентов направлена на развитие интеллектуальных умений, повышение творческого потенциала студентов и заключается в:

- поиске, анализе, структурировании и презентации информации, анализе научных публикаций по вопросам литологии осадочных пород-коллекторов нефти и газа;
- исследовательской работе и участии в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Данные методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при освоении отдельных тем дисциплины.

### Методические указания к самостоятельной работе студента

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Литология». Здесь указаны наименование и содержание лекционных тем в соответствии с рабочей программой дисциплины [5]. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебнике по курсу [1]. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература [2, 3, 4, 5]. Для самоконтроля и приобретения навыков решения задач по отдельным разделам дисциплины в последнем разделе приведены контрольные вопросы и упражнения, которые являются основой подготовки к экзамену.

При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.
2. По учебнику [1] освоите каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.
3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.
4. Ответьте на контрольные вопросы и выполните рекомендованные упражнения. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.
5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

Данное учебно-методическое пособие может быть использовано при подготовке ответов на вопросы во время экзамена.

## Содержание курса

**Тема 1. Объект и предмет литологии. История развития науки [1], с. 3-8.**

Литология - наука об осадочных горных породах и осадочных комплексах, связанных с ними полезных ископаемых, их составе, строении, происхождении, закономерностях пространственного распространения и эволюции во времени. Основная учебная литература. Основные разделы литологии. Этапы изучения осадочных пород. Основные направления настоящего этапа.

*Дополнительная литература:* [2, 3, 4, 5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Что такое литология?
2. Составные части литологии, их содержание.
3. Области исследования, относящиеся к теоретической литологии.
4. Основные направления теоретической литологии.
5. Суть стадийного направления литологических исследований.

**Тема 2. Осадочные горные породы: состав, строение, классификация [1], с. 9-57.**

Осадочные горные породы и стратисфера. Химический состав осадочных пород. Минеральный состав. Осадочные породы и их составные части. Общие черты строения осадочных горных пород. Общие принципы классификации и названия осадочных горных пород. Примеры классификаций некоторых типов осадочных горных пород.

*Дополнительная литература:* [2, 3, 4, 5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Пути/способы образования осадочного материала. Общая их характеристика.
2. Вулканизм и его влияние на процессы седиментации.
3. Основные агенты выветривания.
4. Суть процессов физического выветривания. Обстановки в которых проявляется физическое выветривание.
5. Устойчивость различных минералов к воздействию процессов химического выветривания.

**Тема 3. Стадии образования и преобразования осадочных пород [2], с. 16-17.**

Мобилизация материала на водосборах. Источники и механизмы образования осадочного материала. Перенос и осаждение обломочного материала. Агенты переноса. Водный и воздушные перенос. Процессы гравитационного перемещения кластики. Перенос материала льдом. Растворенный материал и его перенос. Осаждение обломочного материала. Диагенез, катагенез (метагенез).

*Дополнительная литература:* [1, 3, 4, 5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Роль обвалов, оползней и других подобных процессов в переносе обломочного материала.
2. Водный перенос обломочного материала и его особенности
3. Процессы выветривания в холодном климате.
4. Отличие (или сходство) минерального состава пород осадочных и магматических.
5. Процессы выветривания в жарком и сухом климате.

**Тема 4: Внешние факторы, влияющие на осадочный процесс.** Основные факторы - тектоника, климат, органическое вещество. Климатические типы литогенеза. Основные области осадконакопления и строение осадочных комплексов. Строение осадочных комплексов. цикличность разрезов. [2], с. 4-15.

*Дополнительная литература:* [1, 3, 4, 5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Прямое и косвенное воздействие жизни на осадочный процесс.
2. Основные агенты химического выветривания.
3. Суть процессов физического выветривания. Обстановки в которых проявляется физическое выветривание.
4. Прямое и косвенное влияние климата на процессы осадконакопления.
5. Основные агенты выветривания.

**Тема 5: Фации и основы фациального анализа.** Понятие фации и значение фациального анализа. Общие принципы фациального анализа. Литологическое изучение осадочных пород для целей фациального анализа. Генетическое значение структуры и текстуры осадочных пород. Использование остатков древних организмов и следов жизнедеятельности для целей фациального анализа. Изучение строения и формы осадочных тел и их взаимоотношений с окружающими образованиями. Основные приемы фациального картирования. [2], с.48-75.

*Дополнительная литература:* [1, 3, 4, 5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Укажите основные обстановки современного осадконакопления.
2. Сформулируйте сходство и различие понятий "генетический тип" и "фация".
3. Перечислите основные области активного осадконакопления, обусловленные рельефом земной поверхности
4. Каковы основные черты аккумуляции в дельтовых конусах выноса?
5. Перечислите основные диагенетические признаки, используемые для установления генезиса отложений.

**Тема 6: Становление учения об эволюции осадочного процесса в истории Земли.** Внешние факторы эволюции осадочного породообразования. Эволюция обломочного породообразования. Эволюция карбонатонакопления. Эволюция соленакопления. Эволюция кремненакопления. Эволюция накопления органического вещества. Основные черты эволюции осадочного породообразования.[1], с. 365-377.

*Дополнительная литература:* [2, 3, 4, 5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Имеет ли место в геологической истории Земли эволюция состава гидросферы?
2. Внешние факторы, влияющие на эволюцию процессов осадконакопления.
3. Имеет ли место в геологической истории Земли эволюция состава атмосферы?
4. Эволюция карбонатонакопления в истории Земли.
5. Имеет ли место эволюция кремненакопления в истории Земли?

**Тема 7: Формационный анализ.** Определение и содержание понятия формация. Главные подходы в учении о формациях. Принципы классификации и главные группы формаций. Формации и полезные ископаемые [3], с. 169-174.

*Дополнительная литература:* [1, 2, 4, 5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Осадочная формация. Основные подходы к выделению осадочных формаций.
2. Основные факторы, определяющие появление различных осадочных формаций.
3. Основные типы формаций, сложенные преимущественно обломочными породами.

4. Формации областей гумидного климата.
5. Формации областей аридного климата.

**Тема 8: Отдельные типы осадочных пород.** Фосфориты. Соляные породы (эвапориты). Алюминиевые, железистые (железные) и марганцевые породы. [1], с. 479-487.

*Дополнительная литература:* [2, 3, 4, 5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Назовите и охарактеризуйте главные типы песчаных пород.
2. Назовите и охарактеризуйте главные типы карбонатных пород.
3. Что такое гравититы? Какими типами пород они представлены?
4. Перечислите породы, содержащие в своем составе значительную долю оксида алюминия.
5. Назовите породы – источники редких и редкоземельных элементов для промышленности.

**Тема 9: Использование литогеохимических данных для реконструкции обстановок формирования осадочных последовательностей.** Методы, подходы и приемы реконструкции палеоклимата, палеогеодинамических обстановок, состава пород в областях размыва. [4], с. 84-141.

*Дополнительная литература:* [1, 2, 3, 5].

*Контрольные вопросы и упражнения:*

1. Можно ли на основе данных химического анализа судить о климатических обстановках накопления глинистых пород?
2. Дают ли сведения о содержаниях в песчаниках и глинистых породах редких и рассеянных элементов возможность судить о составе пород в областях размыва?
3. Вы рассчитали величину CIA для образца глинистых сланцев и получили значение 78. О чем оно говорит?
4. Можно ли на основе данных химического анализа судить о палеогеодинамических обстановках накопления глинистых пород?
5. Для кислых магматических пород более типичен Th или Sr?

### **Вопросы к экзамену по курсу «Литология»**

1. Суть эволюционного направления литологических исследований.
2. Роль живых организмов в формировании осадочных образований.
3. Периоды глобальных похолоданий и теплые климатические эпохи в истории Земли.
4. Этапы изучения осадочных образований.
5. Выветривание. Что это такое? Типы выветривания и их общая характеристика.
6. Гумидный тип литогенеза Н.М. Страхова.
7. Суть первого этапа литологических исследований.
8. Основные агенты выветривания.
9. Аридный тип литогенеза Н.М. Страхова.
10. Суть второго этапа литологических исследований.
11. Суть процессов физического выветривания. Обстановки в которых проявляется физическое выветривание.
12. Геологическая роль жизни. Формы биогенной миграции.
13. Суть третьего этапа литологических исследований.
14. Суть процессов химического выветривания. Обстановки, в которых проявляется химическое выветривание.

15. Причины/факторы, обусловившие интенсивное изучение осадочных пород после Второй мировой войны.
16. Основные агенты химического выветривания.
17. Роль кислорода в формировании осадочных пород.
- 18 Основные направления исследований третьего этапа развития литологии.
19. Устойчивость различных минералов к воздействию процессов химического выветривания.
20. Прямое и косвенное воздействие жизни на осадочный процесс.

### Рекомендуемая литература

1. Ежова А.В. Литология. Краткий курс [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.В. Ежова. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский политехнический университет, 2014. — 102 с. — 978-5-4387-0492-8. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/34674.html>.
2. Кузнецов В.Г. Литология. Осадочные горные породы и их изучение: Учеб. пособие для вузов. М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2007. 511 с.
3. Стерленко З.В. Литология [Электронный ресурс]: учебное пособие / З.В. Стерленко, К.В. Уманжинова. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. — 219 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/66047.html>
4. Янаскурт О.В. Литология. М.: Издательский центр «Академия». 2008. 336 с.
5. Литология: рабочая программа дисциплины для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология специализация № 3 Геология нефти и газа / А.В. Маслов. Екатеринбург: УГГУ, 2019. 16 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

 УТВЕРЖДАЮ  
Проректор УГГУ  
по учебно-методическому комплексу  
\_\_\_\_\_ С. А. Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ**  
**Б1.В.ДВ.03.01 ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИИ ПЕРЕРАБОТКИ МИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ**

Специальность  
**21.05.02 Прикладная геология**

Специализация № 4  
**Прикладная геохимия, минералогия, петрология**

форма обучения: очная

Автор: Водовозов К. А., ст. преподаватель

Одобрена на заседании кафедры

Обогащения полезных ископаемых

(название кафедры)

Зав. кафедрой

  
(подпись)

Козин В. З.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 17.04.2019

(Дата)

Рассмотрена методической комиссией  
факультета

горно-механического

(название факультета)

Председатель

  
(подпись)

Барановский В. П.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 19.04.2019

(Дата)

Екатеринбург  
2019

# СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ.....	3
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ.....	4
1.1. Расчёт технологических показателей обогащения .....	4
1.2. Построение гранулометрической характеристики .....	7
1.3. Расчёт эффективности грохочения.....	11
1.4. Расчёт схем обогащения.....	13
2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ .....	15
2.1. Расчёт технологических показателей обогащения .....	15
2.2. Построение гранулометрической характеристики .....	17
2.1. Расчёт эффективности грохочения.....	18
2.3. Расчёт схем обогащения .....	19
3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ.....	23
<b>3.1. Расчёт технологических показателей обогащения .....</b>	<b>23</b>
<b>3.2. Построение гранулометрической характеристики .....</b>	<b>27</b>
3.1. Расчёт эффективности грохочения.....	28
<b>3.3. Расчёт схем обогащения .....</b>	<b>29</b>
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	34

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ

В ходе курса студент выполняет практические работы из разделов «Расчёт технологических показателей обогащения», «Построение гранулометрической характеристики», «Расчёт эффективности грохочения» и «Расчёт схем обогащения». На каждую работы выделяется 4 академических часа. Номера задач для каждого студента задаются номером варианта задания. Номер варианта назначает преподаватель.

Отчет по практическим занятиям оформляется в виде единой сброшюрованной пояснительной записки.

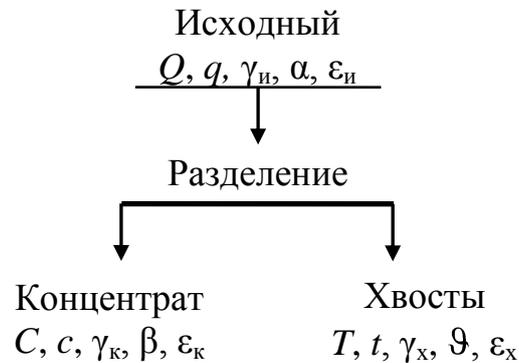
К пояснительной записке, выполненной на листах формата А4, предъявляются следующие требования: наличие титульного листа, содержания, нумерации страниц, таблиц, рисунков, подрисуночных подписей, обозначения и расшифровки кривых на графиках, обозначения осей на графиках, размерностей по осям графиков, в таблицах и численных результатах, получаемых в ходе расчётов по формулам, списка использованных источников.

При построении графиков студент самостоятельно выбирает оптимальные масштабы по осям, вводя, при необходимости, логарифмические масштабы.

# 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ

## 1.1. Расчёт технологических показателей обогащения

Определения основных технологических показателей обогащения даны на примере операции разделения с двумя получаемыми продуктами (рис. 1).



**Рис. 1. К определению основных технологических показателей разделения**

На рис. 1 введены следующие обозначения:  $Q, C, T$  – массы соответствующих продуктов;  $q, c, t$  – массы ценного компонента в соответствующих продуктах;  $\gamma_{и}, \gamma_{к}, \gamma_{х}$  – выходы соответствующих продуктов;  $\alpha, \beta, \vartheta$  – массовые доли ценного компонента в соответствующих продуктах;  $\epsilon_{и}, \epsilon_{к}, \epsilon_{х}$  – извлечение ценного компонента в соответствующие продукты.

В обогащении полезных ископаемых количество продукта может иметь размерность как массы (т, реже кг), так и производительности (т/ч, т/сут, т/год).

В табл. 1 представлены общепринятые обозначения и размерности технологических показателей обогащения.

При разделении материала принято считать концентратами продукты с большей массовой долей ценного компонента, а хвостами – с меньшей. В том случае если оценка показателей обогащения ведётся по массовой доле вредной примеси, то концентратами считают продукты, с меньшим содержанием вредных примесей, а хвостами – с большей. Примером может служить обогащение углей, где малое содержание вредной примеси – золы (зольность) меньше для концентратов и больше для хвостов.

Таблица 1

**Общепринятые обозначения и размерности  
технологических показателей обогащения**

Показатель	Размерность	Продукт				
		исходный	концентрат	хвосты	подрешётный	надрешётный
<b>Масса</b> продукта	т, кг (т/ч;	$Q$	$C$	$T$	$C$	$T$
компонента в продукте	т/сут;	$q$	$c$	$t$	–	–
класса $-d$	т/год)	$q$	–	–	$c$	$t$
<b>Выход</b>	%	$\gamma_{и}$	$\gamma_{к}$	$\gamma_{х}$	$\gamma_{п}$	$\gamma_{н}$
<b>Массовая доля</b> компонента в продукте	% (г/т)	$\alpha$	$\beta$	$\vartheta$	–	–
зола в продукте (зольность)	%	$A_{\xi}^d$	$A_{\epsilon}^d$	$A_{\delta}^d$	–	–
класса $-d$		$\alpha^{-d}$	–	–	$\beta^{-d}$	$\vartheta^{-d}$
класса $+d$		$\alpha^{+d}$	–	–	$\beta^{+d}$	$\vartheta^{+d}$
<b>Извлечение</b>	%	$\epsilon_{и}$	$\epsilon_{к}$	$\epsilon_{х}$	–	–

**Выход продукта** – это отношение массы продукта разделения к массе исходного продукта:

$$\gamma_{к} = \frac{C}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \gamma_{к} = \frac{C}{Q} \cdot 100, \%. \quad (1)$$

$$\gamma_{х} = \frac{T}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \gamma_{х} = \frac{T}{Q} \cdot 100, \%. \quad (2)$$

**Массовая доля компонента в продукте** – это отношение массы компонента в каком-либо продукте к массе всего этого продукта:

для исходного  $\alpha = \frac{q}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \alpha = \frac{q}{Q} \cdot 100, \%; \quad (3)$

для концентрата  $\beta = \frac{c}{C}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \beta = \frac{c}{C} \cdot 100, \%; \quad (4)$

для хвостов  $\vartheta = \frac{t}{T}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \vartheta = \frac{t}{T} \cdot 100, \%. \quad (5)$

**Извлечение компонента в продукт** – это отношение массы компонента в продукте к массе этого компонента в исходном продукте:

$$\varepsilon_k = \frac{c}{q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \varepsilon_k = \frac{c}{q} \cdot 100, \%$$
 (6)

$$\varepsilon_x = \frac{t}{q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \varepsilon_x = \frac{t}{q} \cdot 100, \%$$
 (7)

Иногда используют термин **потери** для обозначения извлечения ценного компонента в не одноимённый продукт, например, *потери ценного компонента с хвостами*, что *равнозначно* понятию *извлечение ценного компонента в хвосты*.

Уравнения баланса, вытекают из закона сохранения массы:

$$C + T = Q; \tag{8}$$

$$c + t = q; \tag{9}$$

$$\gamma_k + \gamma_x = \gamma_{и}; \tag{10}$$

$$\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta = \gamma_{и} \cdot \alpha; \tag{11}$$

$$\varepsilon_k + \varepsilon_x = \varepsilon_{и}. \tag{12}$$

Сумма масс, выходов и извлечений продуктов разделения **всегда** равна массе, выходу или извлечению исходного продукта соответственно и определяется простым сложением (8)-(10), (12).

Массовые доли **складывать нельзя**, так как они рассчитаны от масс **разных** продуктов. При простом сложении не будет учтена **доля участия** (удельный вес) каждого из продуктов в общей сумме, поэтому при составлении уравнения баланса по массовым долям необходимо использовать **средневзвешенное значение**. В качестве удельного веса может выступать выход или масса продукта, как показано в уравнении (11).

При расчёте одной операции разделения или схемы в целом, как правило, принимают:  $\gamma_{и} = 100 \%$ ;  $\varepsilon_{и} = 100 \%$ . Тогда уравнения (10)-(12) приобретают вид:

$$\gamma_k + \gamma_x = 100; \tag{13}$$

$$\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta = 100 \cdot \alpha; \tag{14}$$

$$\varepsilon_k + \varepsilon_x = 100. \tag{15}$$

Решая систему уравнений, состоящую из формул (13)-(15), можно вывести формулы для расчёта выходов продуктов разделения и извлечения в них (продукты) компонента:

$$\gamma_k = \frac{\alpha - \vartheta}{\beta - \vartheta} \cdot 100, \% \quad (16)$$

$$\gamma_x = \frac{\beta - \alpha}{\beta - \vartheta} \cdot 100 \% \quad (17)$$

$$\varepsilon_k = \frac{\gamma_k \cdot \beta}{\alpha}, \% \quad (18)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\gamma_x \cdot \vartheta}{\alpha}, \% \quad (19)$$

Примеры расчёта технологических показателей обогащения представлены в п. 2.1.

## 1.2. Построение гранулометрической характеристики

Гранулометрический состав продуктов обогащения характеризуется распределением частиц по классам крупности. Основным методом определения гранулометрического состава продуктов является ситовый анализ, состоящий в рассеве продукта на наборе сит с квадратными отверстиями и последующем определении *частных выходов* классов крупности.

Частный выход каждого класса крупности определяется по формуле:

$$\gamma_i = \frac{M_i}{M_{\text{исх}}} \cdot 100, \% \quad (20)$$

где  $\gamma_i$  – выход  $i$ -го класса крупности;  $M_i$  – масса  $i$ -го класса крупности;  $M_{\text{исх}}$  – масса исходного продукта, подвергнутого рассеву.

Помимо этого определяют *суммарный выход* классов крупности «*по плюсу*» и «*по минусу*».

Суммарная характеристика «по плюсу» показывает, какое количество материала осталось бы на сите с размером отверстия, равным  $d$  мм, если бы это сито в наборе сит для ситового анализа было верхним.

Суммарная характеристика «по минусу» показывает, какое количество материала прошло бы сквозь сито с размером отверстия, равным  $d$  мм, если бы это сито в наборе было нижним.

Суммарный выход классов крупности «по плюсу» рассчитывается последовательным суммированием значений частных выходов каждого класса крупности сверху вниз, а «по минусу» – снизу вверх.

Пример оформления результатов ситового анализа приведён в табл. 2.

Таблица 2

**Результаты ситового анализа**

Класс крупности, мм	Выход, %		
	частный	суммарный	
		«по плюсу»	«по минусу»
-200+100	12,8	12,8	100,0
-100+50	22,5	35,3	87,2
-50+25	21,5	56,8	64,7
-25+13	16,9	73,7	43,2
-13+6	13,3	87,0	26,3
-6+3	6,4	93,4	13,0
-3+0	6,6	100,0	6,6
<b>Итого:</b>	<b>100,0</b>	–	–

Абсцисса для кривой «по минусу»	Абсцисса для кривой «по плюсу»	Ордината для кривой «по плюсу»	Ордината для кривой «по минусу»
---------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------

На рис. 2 приведен пример построения суммарных характеристик крупности для рассмотренного примера. Кривые являются зеркальным отображением друг друга. По любой из них можно определить выход любого класса крупности.

При построении кривых суммарного выхода каждый класс крупности представляется в виде точки координатами  $(d; \gamma)$ , где  $d$  – граничное значение каждого класса крупности, а  $\gamma$  – суммарный выход этого класса крупности («по плюсу» или «минусу»).

Для кривой суммарного выхода «по плюсу»  $d$  – это *нижняя* граница класса крупности, то есть значение крупности со знаком «плюс», а для кривой суммарного выхода «по минусу» – *верхняя* граница класса крупности, то есть значение крупности со знаком «минус». Для приведённого примера класс крупности -100+50 мм при построении кривой суммарного выхода «по плюсу» будет иметь координаты (50; 35,3), а при построении кривой суммарного выхода «по минусу» – (100; 87,2).

Полученные точки соединяют плавной кривой. Обе кривые суммарного выхода монотонны. Каждая из них пересекает и ось абсцисс, и ось ординат.

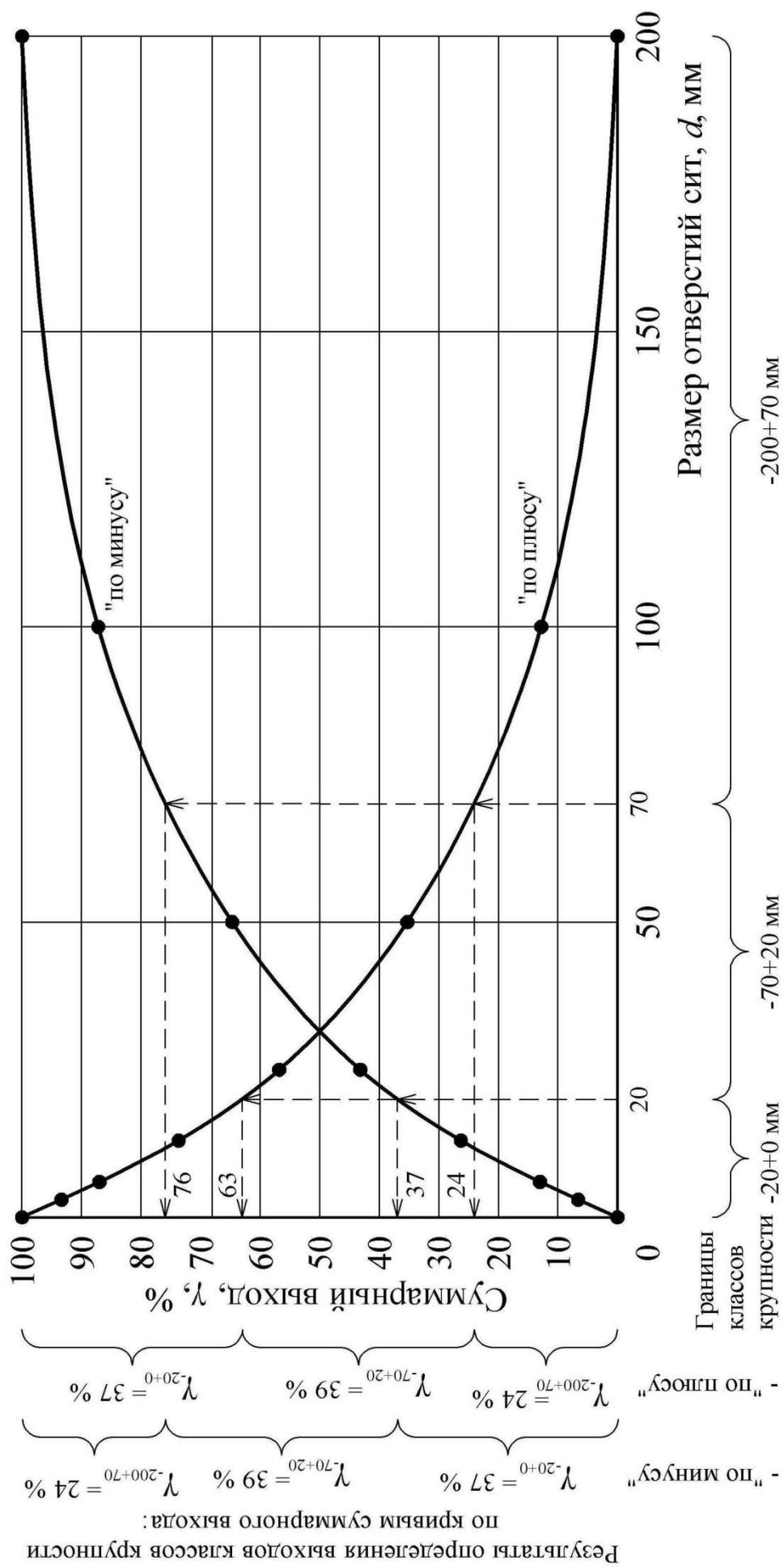


Рис. 2. Гранулометрическая характеристика продукта

*Точки пересечения с осью абсцисс:*  $(D_{\max}; 0)$  для кривой суммарного выхода «по плюсу» и  $(D_{\max}; 100)$  для кривой суммарного выхода «по минусу».  $D_{\max}$  – это максимальная крупность продукта, мм. Для представленного примера  $D_{\max}=200$  мм.

*Точки пересечения с осью ординат:*  $(0; 100)$  для кривой суммарного выхода «по плюсу» и  $(0; 0)$  для кривой суммарного выхода «по минусу».

По виду кривой суммарного выхода можно сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности. Если кривая суммарного выхода «по плюсу» имеет выпуклую форму, то в продукте преобладают крупные классы, если вогнутую – то мелкие (для кривой суммарного выхода «по минусу» – наоборот). Если кривые суммарного выхода имеют форму близкую к прямой, то это свидетельствует о равномерном распределении частиц по классам крупности.

Определение выхода заданного класса крупности осуществляется в следующей последовательности:

1. Отложить на оси абсцисс границы заданного класса крупности.
2. Из полученных точек восстановить перпендикуляры до пересечения с кривой суммарного выхода.
3. Из полученных точек пересечения с кривой суммарного выхода провести перпендикуляры к оси ординат. Высота полученного отрезка находится вычитанием из большего значения выхода меньшего и соответствует выходу заданного класса крупности.

Обычно границы класса крупности задаются двумя значениями, например,  $-6+3$  мм. Если требуется определить выход класса крупности  $-6$  мм, то второй границей является значение  $0$  мм (класс крупности  $-6+0$  мм). Если требуется определить выход класса крупности  $+6$  мм, то второй границей является значение максимальной крупности продукта (класс крупности  $-D_{\max}+6$  мм).

Также следует помнить, что сумма выходов классов  $-d$  мм и  $+d$  мм для одного и того же продукта равна  $100\%$ .

При работе с гранулометрическими характеристиками (и только в этом случае) термины **«выход класса»** и **«массовая доля класса крупности»** равнозначны.

### **Пример**

По гранулометрической характеристике (рис. 2) определить выходы классов крупности  $-20$  мм,  $-70+20$  мм,  $+70$  мм.

## *Решение*

Определим выходы заданных классов крупности по кривой суммарного выхода «по плюсу».

*Класс -20 мм.* Помня, что запись -20 мм означает -20+0 мм, определим значения выходов в точках 0 и 20 мм, они составят 100 и 63 % соответственно, следовательно, выход класса -20+0 мм составит:

$$\gamma_{-20+0} = 100 - 63 = 37 \text{ \%}.$$

*Класс -70+20 мм.* Значения выходов в точках 20 и 70 мм составляют 63 и 24 % соответственно, следовательно, выход класса -70+20 мм составит:

$$\gamma_{-70+20} = 63 - 24 = 39 \text{ \%}.$$

*Класс +70 мм.* Максимальная крупность продукта составляет 200 мм, следовательно, необходимо определить выход класса -200+70 мм. Значения выходов в точках 70 и 200 мм составляют 24 и 0 %, соответственно, следовательно, выход класса -200+70 мм составит:

$$\gamma_{-200+70} = 24 - 0 = 24 \text{ \%}.$$

Определение выходов заданных классов крупности по кривой суммарного выхода «по минусу» осуществляется аналогично. Значения выходов в точках 0, 20, 70 и 200 мм составляют 0, 37, 76 и 100 % соответственно. Тогда выходы классов крупности, %:

$$\gamma_{-20+0} = 37 - 0 = 37;$$

$$\gamma_{-70+20} = 76 - 37 = 39;$$

$$\gamma_{-200+70} = 100 - 76 = 24.$$

В практике обогащения при определении выхода класса крупности пользуются *только одной* из кривых суммарного выхода.

В практической работе требуется построить одну из кривых суммарного выхода и по ней определить выход заданного класса крупности. Пример выполнения приведён в п. 2.2.

### **1.3. Расчёт эффективности грохочения**

Процесс грохочения характеризуется *эффективностью грохочения* (к.п.д. грохота).

Эффективность грохочения ( $E$ ) – это отношение массы подрешётного продукта ( $C$ ) к массе продукта той же крупности в исходном материале ( $q$ ), определяется по формуле:

$$E = \frac{C}{q} \cdot 100, \% \quad (21)$$

При расчёте показателей операции грохочения применимы все полученные ранее соотношения между технологическими показателями и уравнения баланса.

Условно концентратом считается подрешётный продукт, а над-решётный – хвостами. При этом массовая доля класса крупности менее размера отверстия сита в подрешётном продукте ( $\beta^{-d}$ ) составляет 100 %, так как частицы крупнее размера отверстия сита в подрешётный продукт попасть не могут.

С помощью простых преобразований можно получить формулы для расчёта эффективности грохочения, %:

$$E = \frac{C}{Q \cdot \alpha^{-d}} \cdot 10^4; \quad (22)$$

$$E = \frac{\gamma_{\text{п}}}{\alpha^{-d}} \cdot 100; \quad (23)$$

$$E = \frac{\alpha^{-d} - \vartheta^{-d}}{\alpha^{-d} (100 - \vartheta^{-d})} \cdot 10^4. \quad (24)$$

Для определения эффективности грохочения, как правило, необходимо знать массовую долю расчётного класса в исходной руде ( $\alpha^{-d}$ ).

Если эта величина не задана, то её можно определить по гранулометрической характеристике исходного продукта (п. 1.2).

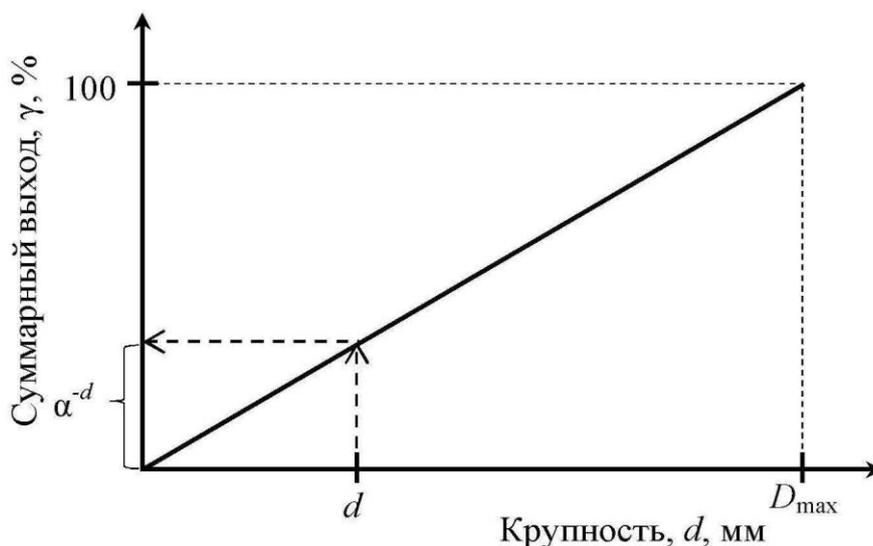
Если гранулометрическая характеристика исходного продукта отсутствует, то её можно провести по прямой линии (рис. 3).

Так как гранулометрическая характеристика является прямой линией, то её можно описать уравнением вида  $\alpha^{-d} = \gamma_{-d+0} = kd$ .

Для случая, представленного на рис. 3, уравнение может быть записано как:

$$\alpha^{-d} = \frac{100}{D_{\text{max}}} \cdot d, \% \quad (25)$$

Использование данной формулы позволяет определить массовую долю расчётного класса в руде без построения гранулометрической характеристики.



**Рис. 3. К определению массовой доли нижнего класса в исходном материале:**

$d$  – размер отверстия сита;  $D_{\max}$  – максимальная крупность исходного материала

В табл. 1 приведены общепринятые обозначения для продуктов операции грохочения.

Примеры расчёта эффективности грохочения приведены в п. 2.2.

#### 1.4. Расчёт схем обогащения

Совокупность операций переработки минерального сырья называется **технологической схемой обогащения**, изображаемой графически. Расчёт технологических схем обогащения выполняется обычно в виде таблицы.

Основным типом технологических схем является **качественно-количественная схема**, на которой отражены все операции обработки полезного ископаемого с указанием количества и качества всех продуктов.

Основой расчётов технологических показателей схем обогащения являются уравнения балансов (13)-(15).

Расчёт схемы начинается с составления технологического баланса по массовой доле компонента, представляемого в виде таблицы. Для расчёта схемы необходимо задаться рядом технологических показателей. Чаще всего задают величину массовой доли компонента в руде (по данным анализа) и в концентрате (по требованию нормативных документов), а также нормируемую величину извлечения компонента в концентрат (реже в хвосты).

Технологические показатели для промежуточных операций и продуктов схемы рассчитывают, задаваясь массовой долей компо-

нента в продуктах разделения, частным извлечением в концентрат или величиной степени концентрации компонента в каждой операции.

В практической работе требуется рассчитать технологические показатели схемы флотации. Каждой отдельной операции флотации присуща своя **степень концентрации**, показывающая во сколько раз увеличивается массовая доля полезного компонента в концентрате операции, по сравнению с массовой долей в продукте, входящем в операцию. Степень концентрации обозначается буквой  $i$  и для основных и контрольных операций составляет 2-9, а для перечистных – 1-2. При расчёте обычно принимается, что массовая доля в концентрате первой контрольной операции в два раза больше, чем массовая доля в исходном продукте схемы, а если контрольная операция одна, то приблизительно равным ему. Массовую долю в промпродуктах перечистных операций (хвостах) принимают приблизительно равной массовой доле продукта, поступающего в ту же операцию, что и эти промпродукты.

После определения массовой доли компонента в каждом продукте схемы рассчитывают выходы всех продуктов схемы. Расчёт ведётся по операциям схемы «снизу вверх» составлением и решением балансовых уравнений относительно выходов продуктов. Расчёт завершается проверкой:

$$\Delta = 100 \cdot \alpha - (\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta). \quad (26)$$

Величина  $\Delta$  называется **невязкой расчёта** и показывает точность его выполнения. Невязка может быть как положительной, так и отрицательной. При выполнении расчёта на ПК величина невязки равна 0. При расчёте на калькуляторе для получения приемлемой величины невязки (порядка  $10^{-3} \% ^2$ ) получаемые величины необходимо округлять до 4-го знака после запятой.

Результаты расчётов оформляются в виде технологической схемы, изображаемой графически, и типовых таблиц – «Технологический баланс продуктов обогащения» и «Результаты расчёта качественно-количественной схемы».

На технологической схеме каждому продукту присваивается порядковый номер, указываются технологические показатели каждого продукта и принятые в операциях разделения степени концентрации.

В типовой таблице «Технологический баланс продуктов обогащения» приводятся технологические показатели **исходного** продукта

и **конечных** (концентрат и хвосты) продуктов разделения.

В типовой таблице «Результаты расчёта качественно-количественной схемы» приводятся технологические показатели для **всех** продуктов схемы.

Пример расчёта качественно-количественной схемы флотации приведён в п. 2.3.

## 2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ

### 2.1. Расчёт технологических показателей обогащения

#### Задача 1

Руда для кучного выщелачивания подаётся из трёх забоев в соотношении: 20 % из забоя № 1, 60 % из забоя № 2, остальное из забоя № 3. Массовая доля золота составляет 4, 6 и 3 г/т, соответственно. Определить массовую долю золота в исходной для выщелачивания куче.

**Комментарий:** в данной задаче необходимо определить массовую долю руды, получаемой при смешивании руд из различных забоев. При этом руды из этих забоев имеют различную массовую долю компонента и смешиваются **не в равном** соотношении. В этом случае для расчёта массовой доли полученной смеси необходимо использовать формулу для определения средневзвешенного значения, которое учитывает долю участия каждого из забоев в общей смеси:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_i \cdot \alpha_i)}{\sum_{i=1}^n \gamma_i},$$

где  $\gamma_i$  – выход (доля) руды из  $i$ -го забоя;  $\alpha_i$  – массовая доля компонента в руде  $i$ -го забоя.

#### Дано:

$$\gamma_1 = 20 \%$$

$$\alpha_1 = 4 \text{ г/т}$$

$$\gamma_2 = 60 \%$$

$$\alpha_2 = 6 \text{ г/т}$$

$$\alpha_3 = 3 \text{ г/т}$$

$$\alpha = ?$$

#### Решение

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 100 \% \rightarrow \gamma_3 = 100 - (\gamma_1 + \gamma_2) = 100 - (20 + 60) = 20 \%;$$

$$\alpha = \frac{\gamma_1 \cdot \alpha_1 + \gamma_2 \cdot \alpha_2 + \gamma_3 \cdot \alpha_3}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3} = \frac{20 \cdot 4 + 60 \cdot 6 + 20 \cdot 3}{20 + 60 + 20} = 5 \text{ г/т.}$$

**Ответ:** Массовая доля золота в исходной для выщелачивания куче равна 5 г/т.

## Задача 2

Определить потери цинка с медным концентратом, если массовая доля цинка в руде – 5 %, в медном концентрате – 4,5 %, выход цинкового концентрата составляет 12 %, а выход хвостов – 85 %.

**Комментарий:** потери цинка с медным концентратом – это извлечение цинка в медный концентрат. В данной задаче речь идёт о полиметаллической руде (компонентами являются медь и цинк), при обогащении которой получают три продукта – хвосты и концентраты: медный и цинковый. Тогда формула (13) будет иметь вид:

$$\gamma_{\text{к}}^{\text{Cu}} + \gamma_{\text{к}}^{\text{Zn}} + \gamma_{\text{х}} = 100 \%$$

Для определения потерь цинка с медным концентратом воспользуемся формулой (19), переписав её как, %:

$$\varepsilon_{\text{к}}^{\text{Cu/Zn}} = \frac{\gamma_{\text{к}}^{\text{Cu}} \cdot g^{\text{Cu/Zn}}}{\alpha^{\text{Zn}}}.$$

Нижний индекс «к» у обозначения показателей указывает лишь на то, что продукт, с которым теряется цинк, не является хвостами.

**Дано:**

$$\alpha^{\text{Zn}} = 5 \%$$

$$\gamma_{\text{к}}^{\text{Zn}} = 12 \%$$

$$g^{\text{Cu/Zn}} = 4,5 \%$$

$$\gamma_{\text{х}} = 85 \%$$

$$\varepsilon_{\text{к}}^{\text{Cu/Zn}} = ?$$

**Решение**

Выход медного концентрата составит:

$$\gamma_{\text{к}}^{\text{Cu}} = 100 - \gamma_{\text{к}}^{\text{Zn}} - \gamma_{\text{х}} = 100 - 12 - 85 = 3 \%$$

Потери цинка с медным концентратом:

$$\varepsilon_{\text{е}}^{\text{Cu/Zn}} = \frac{3 \cdot 4,5}{5} = 2,7 \%$$

**Ответ:** Потери цинка в медном концентрате составляют 7,5 %.

## Задача 3

Определить суточную производительность фабрики по руде, если она производит 30 т/ч концентрата при выходе его 5 %.

**Комментарий:** Следует обратить внимание, что заданная величина производительности по концентрату имеет размерность т/ч, а значит, и величина производительности фабрики по руде при расчёте по формуле (1) будет иметь ту же размерность. Однако по условиям задачи требуется определить **суточную** производительность. При решении подобного типа задач принимается режим работы обогатительных фабрик 24 часа в сутки.

**Дано:**

$$\gamma_k = 5 \%$$
$$C = 30 \text{ т/ч}$$

$Q_{\text{сут}} = ?$

**Решение**

$$\gamma_k = \frac{C}{Q} \cdot 100 \rightarrow Q = \frac{C}{\gamma_k} \cdot 100 = \frac{30}{5} \cdot 100 = 600 \text{ т/ч.}$$

$$Q_{\text{сут}} = 24 \cdot Q = 24 \cdot 600 = 14400 \text{ т/сут.}$$

**Ответ:** Суточная производительность фабрики составляет 14400 т/сут.

## 2.2. Построение гранулометрической характеристики

### Задача

Класс крупности, мм	Частный выход, %	По результатам ситового анализа построить кривую суммарного выхода «по полюсу». Определить по ней выходы классов крупности -30+10 и -5 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
-50+25	10	
-25+12	20	
-12+6	20	
-6+0	50	

### Решение

Рассчитаем суммарный выход «по плюсу» (см. п. 1.2):

Класс, мм	Частный выход, %	Суммарный выход «по плюсу», %
-50+25	10	10
-25+12	20	30
-12+6	20	50
-6+0	50	100
<b>Итого:</b>	<b>100</b>	—

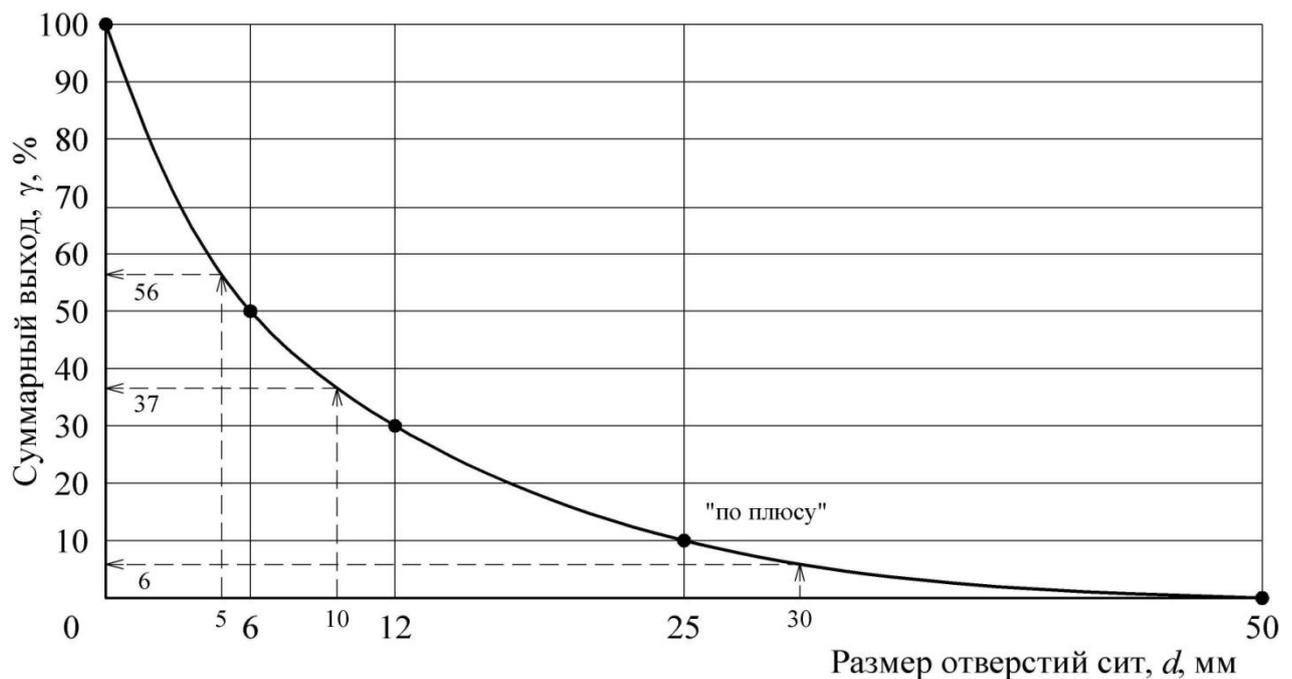
Подробная методика построения гранулометрической характеристики и определения по ней выходов заданных классов крупности приведена в п. 1.2. Решение показано на рис. 4.

Выходы заданных классов крупности составляют:

$$\gamma_{-30+10} = 37 - 6 = 31 \%$$

$$\gamma_{-5+0} = 100 - 56 = 44 \%$$

По виду кривой можно сделать вывод о преобладании мелких классов крупности (кривая вогнутая).



**Рис. 4. Графическое решение**

## 2.1. Расчёт эффективности грохочения

### Задача

Определить эффективность грохочения на сетке 150 мм, если выход надрешётного продукта составляет 77 %. Крупность исходного материала 600 мм. Гранулометрическую характеристику исходной руды принять по прямой линии.

#### Дано:

$\gamma_{\text{н}} = 77 \%$   
 $D_{\text{max}} = 600 \text{ мм}$   
 $d = 150 \text{ мм}$   
 $E = ?$

#### Решение

Найдём массовую долю расчётного класса в исходном продукте по формуле (25):

$$\alpha^{-d} = \frac{100}{D_{\text{max}}} \cdot d = \frac{100}{600} \cdot 150 = 25 \%$$

Из уравнения баланса (13) определим выход подрешётного продукта:

$$\gamma_{\text{п}} = 100 - \gamma_{\text{н}} = 100 - 77 = 23 \%$$

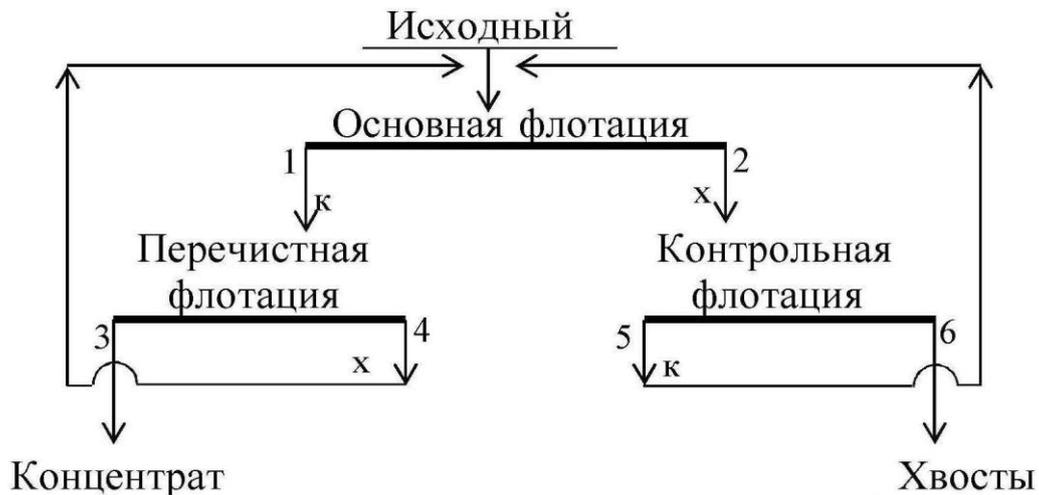
Эффективность грохочения по выражению (23) составит:

$$E = \frac{\gamma_{\text{п}}}{\alpha^{-d}} \cdot 100 = \frac{23}{25} \cdot 100 = 92 \%$$

**Ответ:** Эффективность грохочения равна 92 %.

### 2.3. Расчёт схем обогащения

Рассчитать технологический баланс продуктов обогащения и технологические показатели (выходы всех продуктов и извлечения компонента в эти продукты) для схемы обогащения, представленной на рис. 5. Массовая доля полезного компонента в исходном продукте 1 %, в концентрате 14 %, извлечение в концентрат 90 %. Значениями массовой доли для промежуточных продуктов схемы задаться самостоятельно (п. 1.4).



**Рис. 5. Технологическая схема обогащения**

#### *Решение*

По исходным данным с использованием выражений (15) и (19) определим массовую долю компонента в хвостах. Далее, применив формулы (18) и (13), рассчитаем выходы конечных продуктов – концентрата и хвостов. Полученные результаты запишем в виде табл. 3.

**Таблица 3**

#### **Технологический баланс продуктов обогащения**

Номер и наименование продукта	Технологические показатели, %		
	выход	массовая доля	извлечение

3. Концентрат	6,4286	14,0000	90,00
6. Хвосты	93,5714	0,1069	10,00
Исходный	100,0000	1,0000	100,00

Составим технологический баланс для следующих условий:

- массовая доля ценного компонента в руде – 1,0 %;
- массовая доля ценного компонента в концентрате – 14,0 %;
- извлечение ценного компонента в концентрат – 90 %.

Согласно информации, изложенной в п. 1.4. зададимся значениями массовой доли в продуктах операций флотации.

Определим массовые доли в концентратах операций:

$$\begin{aligned} \text{основная:} & \quad \beta_1 = i_{\text{осн}} \cdot \alpha = 7,5 \cdot 1,0 = 7,5 \% ; \\ \text{перечистная:} & \quad \beta_3 = i_{\text{переч}} \cdot \beta_1 = 1,9 \cdot 7,5 = 14,25 \% ; \\ \text{контрольная} & \quad \beta_5 = i_{\text{контр}} \cdot \alpha = 2,0 \cdot 1,0 = 2 \% . \end{aligned}$$

Так как концентрат перечистой операции является конечным продуктом, массовая доля в котором известна (14 %), то при дальнейшем расчёте принимаем  $\beta_3 = 14$  %. При этом принятая степень концентрации ( $i=1,9$ ) обеспечивает требуемое качество концентрата, так как 14,25 больше 14.

Массовую долю в промпродукте перечистой операции (хвостах) принимаем приблизительно равной массовой доле продукта, поступающего в ту же операцию, что и этот продукт. В нашем случае  $\beta_4$  может находиться в диапазоне от  $\alpha$  до  $2\alpha$  и составляет 1,1 %. Массовую долю в хвостах основной операции вычислим исходя из того, что степень концентрации в контрольной операции составляет 2-9, а массовая доля в концентрате контрольной равна  $\beta_5$ :

$$\beta_2 = \beta_5 / i_{\text{контр}} = 2,0 / 7 = 0,29 \% .$$

Задавшись массовыми долями в каждом продукте, рассчитаем выходы продуктов в каждой операции. Расчёт ведётся с применением уравнений (10)-(11). Схема рассчитывается «снизу вверх», начиная с последней перечистой операции.

### ***Перечистная флотация***

Составим уравнение баланса для перечистой операции:

$$\begin{cases} \gamma_3 + \gamma_4 = \gamma_1 ; \\ \gamma_3 \cdot \beta_3 + \gamma_4 \cdot \beta_4 = \gamma_1 \cdot \beta_1 , \end{cases}$$

решив систему относительно  $\gamma_1$ , получим:

$$\gamma_1 = \gamma_3 \frac{\beta_3 - \beta_4}{\beta_1 - \beta_4} = 6,4286 \frac{14 - 1,1}{7,5 - 1,1} = 12,9576 \%,$$

тогда  $\gamma_4 = \gamma_1 - \gamma_3 = 12,9576 - 6,4286 = 6,5290 \%$ .

### Контрольная флотация

Составим уравнение баланса для контрольной операции:

$$\begin{cases} \gamma_5 + \gamma_6 = \gamma_2; \\ \gamma_5 \cdot \beta_5 + \gamma_6 \cdot \beta_6 = \gamma_2 \cdot \beta_2, \end{cases}$$

решив систему относительно  $\gamma_2$ , получим:

$$\gamma_2 = \gamma_6 \frac{\beta_5 - \beta_6}{\beta_5 - \beta_2} = 93,5714 \frac{2 - 0,1069}{2 - 0,29} = 103,3333 \%,$$

тогда  $\gamma_5 = \gamma_2 - \gamma_6 = 103,3333 - 93,5714 = 9,7619 \%$ .

### Проверка

По формуле (26) определим величину невязки:

$$\begin{aligned} \Delta &= 100 \cdot \alpha - (\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta) = 100 \cdot \alpha - (\gamma_3 \cdot \beta_3 + \gamma_6 \cdot \beta_6) = \\ &= 100 \cdot 1,0 - (6,4289 \cdot 14 + 93,5714 \cdot 0,1069) = -0,003 = -3 \cdot 10^{-3} \%^2. \end{aligned}$$

Извлечения в продукты операций разделения рассчитываются по формулам (18)-(19). Результаты расчёта схемы представлены на рис. 6 и в табл. 3, 4.



Рис. 6. Качественно-количественная схема обогащения

Таблица 4

**Результаты расчёта качественно-количественной схемы обогащения**

ПОСТУПАЕТ				ВЫХОДИТ			
Номер и наименование продукта	Выход, %	Массовая доля, %	Извлечение, %	Номер и наименование продукта	Выход, %	Массовая доля, %	Извлечение, %
<b>Основная флотация</b>							
Исходный	100,0000	1	100	1. Концентрат основной флотации	12,9576	7,5	97,18
4. Промпродукт перечистной флотации	6,5290	1,1	7,18	2. Хвосты основной флотации	103,3333	0,29	29,52
5. Концентрат контрольной флотации	9,7619	2	19,52				
<b>Итого:</b>	<b>116,2909</b>	<b>1,09</b>	<b>126,70</b>	<b>Итого:</b>	<b>116,2909</b>	<b>1,09</b>	<b>126,70</b>
<b>Перечистная флотация</b>							
1. Концентрат основной флотации	12,9576	7,5	97,18	3. Концентрат	6,4286	14,0000	90,00
<b>Итого:</b>	<b>12,9576</b>	<b>7,5</b>	<b>97,18</b>	4. Промпродукт перечистной флотации	6,5290	1,1	7,18
				<b>Итого:</b>	<b>12,9576</b>	<b>7,5</b>	<b>97,18</b>
<b>Контрольная флотация</b>							
2. Хвосты основной флотации	103,3333	0,29	29,52	5. Концентрат контрольной флотации	9,7619	2,00	19,52
<b>Итого:</b>	<b>103,3333</b>	<b>0,29</b>	<b>29,52</b>	6. Хвосты	93,5714	0,1069	10,00
				<b>Итого:</b>	<b>103,3333</b>	<b>0,29</b>	<b>29,52</b>

### 3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Номер варианта задается преподавателем. Номера задач в каждом варианте принимаются по таблице:

Вариант	Расчёт технологических показателей обогащения	Построение гранулометрической характеристики	Расчёт эффективности грохочения	Расчёт схем обогащения
	номера задач			номер схемы
1	3, 11, 21, 35	3	5	1
2	4, 15, 22, 38	10	6	2
3	10, 13, 29, 33	4	9	3
4	6, 14, 27, 31	8	4	4
5	2, 18, 25, 36	1	10	5
6	8, 17, 23, 37	5	8	6
7	9, 20, 26, 32	7	7	7
8	7, 19, 28, 40	9	1	8
9	5, 12, 24, 39	2	2	9
0	1, 16, 30, 34	6	3	10

#### 3.1. Расчёт технологических показателей обогащения

Номер задачи	Условия задачи
1	Рассчитать выход никелевого концентрата, если массовая доля никеля в исходной руде составляет 3,4 %. Массовая доля никеля в концентрате 12 %, извлечение никеля в концентрат составляет 80 %.
2	Определить сколько тонн концентрата в сутки выдает фабрика, если выход концентрата составляет 4 %, а производительность фабрики по руде равна 800 т/ч.
3	Определить выход концентрата и хвостов, если фабрика перерабатывает руду с массовой долей меди 1,6 %, а после обогащения получают два продукта; концентрат с массовой долей меди 18 % и хвосты с массовой долей меди 0,2 %.
4	Рассчитать выход концентрата и извлечение свинца в концентрат, если фабрика перерабатывает 14000 т руды в сутки с массовой долей свинца 2,4 % и получает 600 т концентрата с массовой долей свинца 50 %.
5	Определить суточную производительность фабрики по руде, если фабрика выдает 800 т концентрата в сутки при выходе 2,5 %.
6	Определить массовую долю компонента в хвостах, если из 1000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 % в процессе обогащения получено 16 т концентрата при извлечении 90 %.

Номер задачи	Условия задачи
7	Определить потери никеля в медном концентрате, если массовая доля никеля в нем равна 1,0 % и выход медного концентрата составляет 10 %. Массовая доля никеля в исходной руде равна 3 %.
8	Определить, сколько тонн свинцового концентрата в сутки выдает обогатительная фабрика, если ее суточная производительность по руде составляет 5 000 т, массовая доля свинца в руде 1,8 %, а в концентрате 60 %. Извлечение свинца в концентрат 92 %.
9	Определить извлечение цинка в концентрат, если при суточной производительности фабрики 5000 т получают 150 т концентрата. Массовая доля цинка в руде 2 %, а в концентрате 60 %.
10	Определить потери меди и цинка в хвостах, если извлечение меди и цинка в медный концентрат соответственно 90 и 5 %, а в цинковый 6 и 85 %.
11	Определить выход медного концентрата, если массовая доля меди в руде 1,5 % в медном концентрате 18 %, а потери меди в хвосты 10 %.
12	Рассчитать извлечение полезного компонента в концентрат, если фабрика перерабатывает руду с массовой долей полезного компонента 20 %, а получает концентрат с массовой долей компонента 50 % и хвосты, с массовой долей компонента 2 %.
13	Рассчитать выход концентрата и извлечение в него полезного компонента, если из 1 000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 % в процессе обогащения получено 13 т концентрата с массовой долей полезного компонента 60 %.
14	Определить, сколько тонн железного концентрата в сутки выдает обогатительная фабрика, если ее суточная производительность по руде 15 000 т, массовая доля железа в руде 18 %, а в концентрате 66 %. Извлечение железа в концентрат 90 %.
15	Определить извлечение цинка в концентрат, если массовая доля цинка в руде 2 %, в концентрате 50 %, в хвостах 0,5 %.
16	Рассчитать, сколько руды нужно переработать для получения 500 т концентрата, если его выход составляет 5 %.
17	Определить потери меди с цинковым концентратом, если выход цинкового концентрата 5 %, а массовая доля меди в нем 2 %. Массовая доля меди в исходной руде 1,2 %.
18	Рассчитать, сколько нужно переработать руды с массовой долей меди 1 % для получения 100 т концентрата с массовой долей меди 20 %, Массовая доля меди в хвостах 0,1 %.
19	Определить массовую долю компонента в хвостах, если извлечение его в концентрат 90 %, выход хвостов 95 %, массовая доля в исход-

Номер задачи	Условия задачи
	ном продукте 1 %.
20	Определить массовую долю металла в хвостах при обогащении руды с массовой долей металла 2 %, если извлечение его в концентрат составило 90 % при выходе концентрата 3,6 %.
21	Определить массовую долю компонента в исходной руде, если выход концентрата 8 %, извлечение 90 % и массовая доля компонента в нем 60 %.
22	Определить потери меди в цинковом концентрате, полученном при обогащении медно-цинковой руды с массовой долей меди 1,0 %, если выход цинкового концентрата 4,5 %, массовая доля меди в нем 4 %.
23	Определить количество свинца, потерянного в хвостах при флотации 6000 т руды с массовой долей свинца 4 %, если извлечение его в концентрат 85 %.
24	Шахта выдает рядовой уголь из трех лав: первая лава – 300 т/ч, $A^d=9\%$ ; вторая лава – 200 т/ч, $A^d=12\%$ ; третья лава – 500 т/ч, $A^d=8\%$ . Определить зольность угля, поступающего на обогащение.
25	Определить массовую долю железа в концентрате, если при обогащении железной руды с массовой долей железа 20 % выход концентрата 30 %, а извлечение 90 %.
26	Определить выход концентрата и извлечение $P_2O_5$ в концентрат, получаемый при обогащении апатитовой руды с массовой долей 20 % $P_2O_5$ , если массовая доля $P_2O_5$ в концентрате 34,5 %, в хвостах 1 %.
27	Определить массовую долю золы и извлечение ее в хвосты, если ее извлечение в концентрат составляет 7 % при его выходе 70 %. Массовая доля золы в рядовом угле 24 %.
28	Определить массовую долю молибдена в концентрате, если при обогащении руды с массовой долей молибдена 0,1 %, выход концентрата 0,15 % при извлечении в него молибдена 80 %.
29	Определить выход концентрата и потери полезного компонента в хвостах, если из 2000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 %, получено 26 т концентрата с массовой долей полезного компонента 48 %.
30	Определить зольность рядового угля, если на фабрику он поступает с трех шахт: 30 % – с шахты № 1, 50 % – с шахты № 2 и остальное с шахты №3. Зольность углей каждой шахты составляет соответственно 21, 19,5 и 24 %.
31	Фабрика после обогащения 3000 т руды с массовой долей металла 0,5 % получила 24 т концентрата с массовой долей металла 54 %. Какое извлечение было достигнуто при обогащении?
32	Сколько перерабатывает руды фабрика, если получается 100 т/ч концентрата с массовой долей меди 19,6 %. Массовая доля меди в руде

Номер задачи	Условия задачи
	0,8 %, в хвостах 0,18 %.
33	Фабрика обогащает руду с массовой долей марганца 18 %. Производительность фабрики по руде составляет 300 т/ч. Определить выход концентрата и извлечение марганца в него, если массовая доля марганца в концентрате 45 %, а выпускается концентрата 60 т/ч.
34	Определить извлечение меди в концентрат, если при производительности фабрики 3000 т/сут получают 90 т концентрата с массовой долей меди 24 %. Руда поступает на фабрику с двух рудников в равном количестве с массовой долей меди соответственно 1,2 и 0,8 %.
35	На фабрику поступает рядовой уголь с зольностью 20 % и получается концентрат с зольностью 10 %. Каков выход концентрата и зольность хвостов, если производительность фабрики 350 т/ч, а на хвостохранилище отправляется 70 т/ч хвостов?
36	Определить выход концентрата и извлечение в него полезного компонента, если на фабрику поступает руда с массовой долей полезного компонента 15 %, а после обогащения получают концентрат и хвосты с массовой долей полезного компонента в них соответственно 45 и 5 %.
37	Определить количество олова и его массовую долю в суммарном концентрате, если на фабрике получают оловянный концентрат после обогащения руды на отсадочных машинах и концентрационных столах. С отсадочных машин получают 3 т/сут концентрата с массовой долей олова 20 %, а со столов – 2 т/сут, с массовой долей олова 15 %.
38	Определить выход и массу концентрата зольностью 8 %, получаемого при обогащении угля, если фабрика обогащает 250 т/ч угля с зольностью 16 % и получает хвосты с зольностью 65 %.
39	Определить массовую долю металла в хвостах при обогащении руды с массовой долей металла 2 %, если извлечение его в концентрат 88 %, а выход концентрата 4 %.
40	Рассчитать потери меди в цинковом концентрате, получаемом при обогащении медно-цинковой руды, поступающей на фабрику с двух рудников с массовой долей меди соответственно 1,5 % (60 % от общего количества руды) и 2 % (40 % от общего количества руды). Выход цинкового концентрата 10 %, массовая доля меди в нем 4 %.

### 3.2. Построение гранулометрической характеристики

Номер задачи	Условия задачи		
1	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу». Определить по ней выход класса +0,3 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-1+0,5	31	
	-0,5+0,25	24	
	-0,25+0,15	15	
2	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -8+4 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-20+10	30	
	-10+5	28	
	-5+2,5	17	
	-2,5+1	13	
3	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -10+5 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-25+12	42	
	-12+6	18	
	-6+3	16	
	-3+1	9	
4	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -200+75 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-500+250	25	
	-250+125	27	
	-125+50	20	
	-50+25	10	
5	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -160+40 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-500+250	25	
	-250+125	27	
	-125+50	20	
	-50+25	10	
6	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -8+1 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-15+10	25	
	-10+5	30	
	-5+2	20	
	-2+1	10	
-1+0	15		

Номер задачи	Условия задачи		
	Класс, мм	Частный выход, %	
7	-1+0,5	26	По результатам ситового анализа построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -0,4+0,12 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-0,5+0,3	29	
	-0,3+0,15	21	
	-0,15+0,1	10	
	-0,1+0	14	
8	-100+50	22	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -40+15 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-50+25	25	
	-25+12	38	
	-12+6	10	
	-6+0	5	
9	-100+75	10	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -60+20 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-75+50	22	
	-50+25	18	
	-25+12	20	
	-12+6	10	
	-6+0	20	
10	-50+25	20	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -10 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-25+12	13	
	-12+5	7	
	-5+3	5	
	-3+0	55	

### 3.1. Расчёт эффективности грохочения

1	Определить эффективность грохочения материала -500+0 мм на сетке с размером отверстий 200 мм, если массовая доля класса -200+0 мм в надрешетном продукте 10 %. Характеристику крупности исходной руды принять по прямой линии.
2	Определить массовую долю класса менее размера отверстия сита в исходном для грохочения продукте, если выход подрешетного продукта составляет 70 % при эффективности грохочения 80 %.
3	Определить массовую долю нижнего класса в исходной руде, если выход подрешетного продукта составляет 40 %, а эффективность грохочения 80 %.

4	Определить к.п.д. грохота, если массовая доля нижнего класса в руде 40 %, а в надрешетном продукте 10 %.
5	Определить эффективность грохочения материала крупностью 200 мм на сетке с размером отверстия 50 мм, если выход надрешетного продукта 80 %. Гранулометрическую характеристику материала принять по прямой линии.
6	С какой эффективностью производится грохочение руды по сетке с размером отверстия 60 мм, если выход надрешетного продукта 82 %, гранулометрическая характеристика руды представляется прямой линией и максимальный кусок имеет диаметр 300 мм?
7	Какова эффективность грохочения, если выход надрешетного продукта 60 % и массовая доля нижнего класса в нем составляет 10 %?
8	Определить выход продуктов грохочения, если массовая доля нижнего класса в руде 50 %, в надрешетном продукте 10 %.
9	Рассчитать эффективность грохочения по всему нижнему классу, если выход надрешетного продукта 40 %, а массовая доля зерен крупнее размера отверстий сетки в руде составляет 35 %.
10	Определить производительность грохота по руде, если массовая доля нижнего класса в руде 30 % и в надрешетном продукте 10 %. Масса надрешетного продукта 778 т/ч.

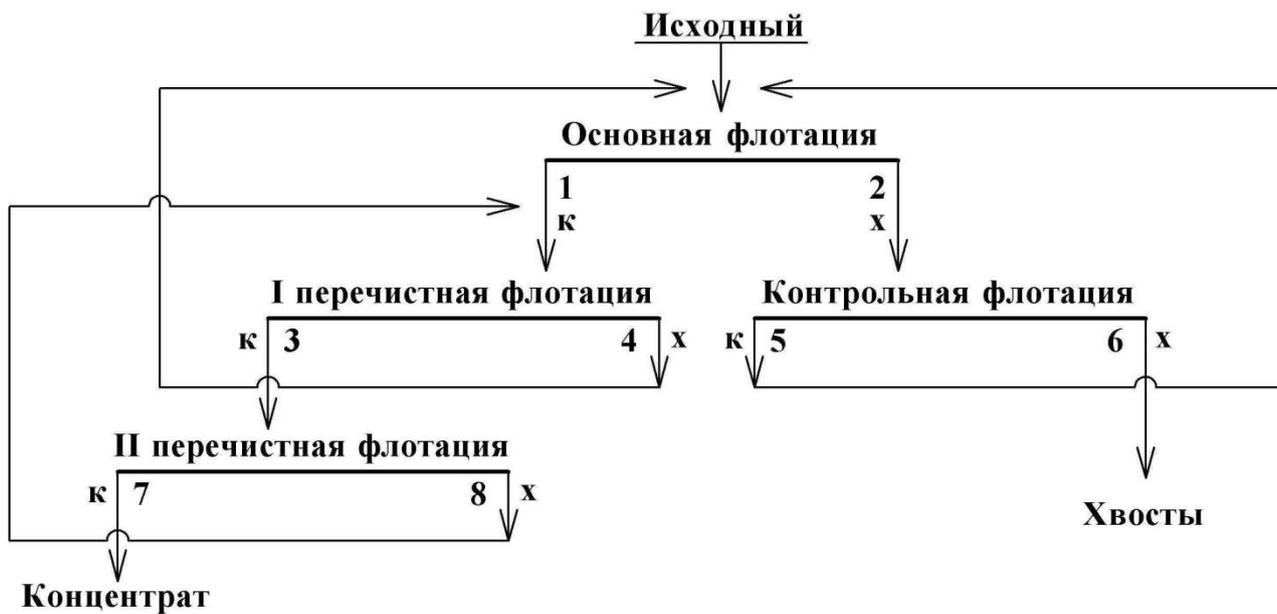
### 3.3. Расчёт схем обогащения

Рассчитать технологический баланс продуктов обогащения и технологические показатели всех продуктов для заданной по варианту схемы обогащения. Значениями массовой доли для промежуточных операций и продуктов схемы задаться самостоятельно.

#### Исходные данные для расчёта схем

Номер схемы	Массовая доля, %		Извлечение в концентрат, %
	в исходном	в концентрате	
1	1,7	43	85
2	1,0	17	87
3	1,5	33	95
4	1,6	22	90
5	1,2	45	97
6	1,8	23	89
7	1,4	25	93
8	2,5	6,5	80
9	1,5	20	84
10	1,3	23	88

*Схема № 1*



*Схема № 2*

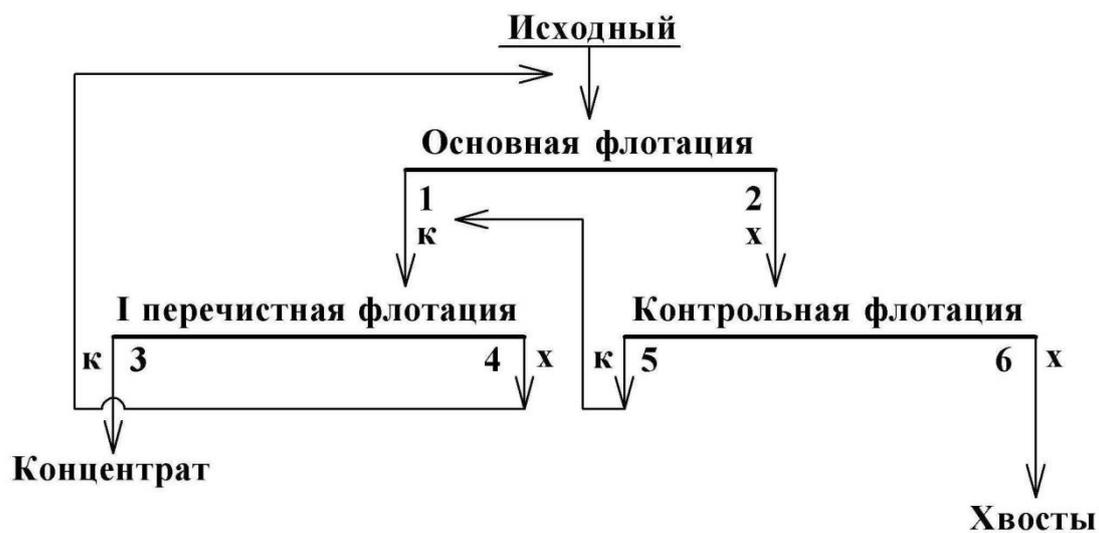


Схема № 3

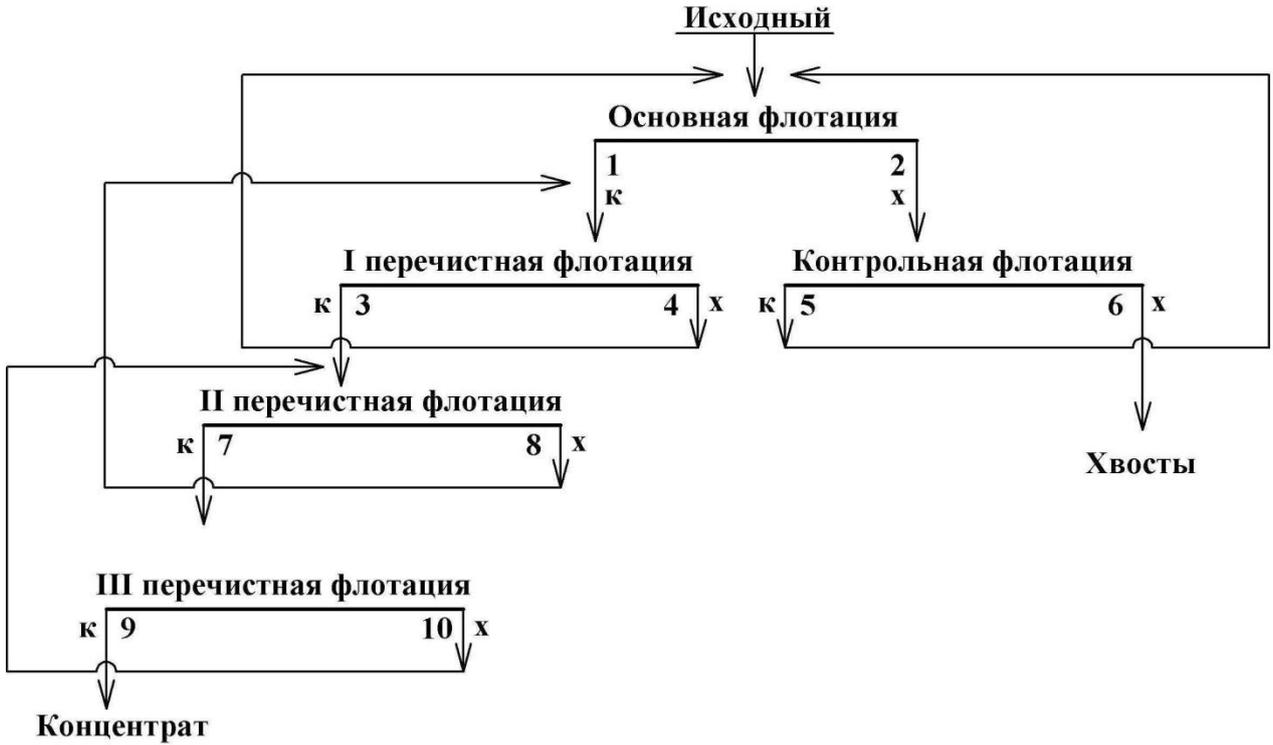


Схема № 4

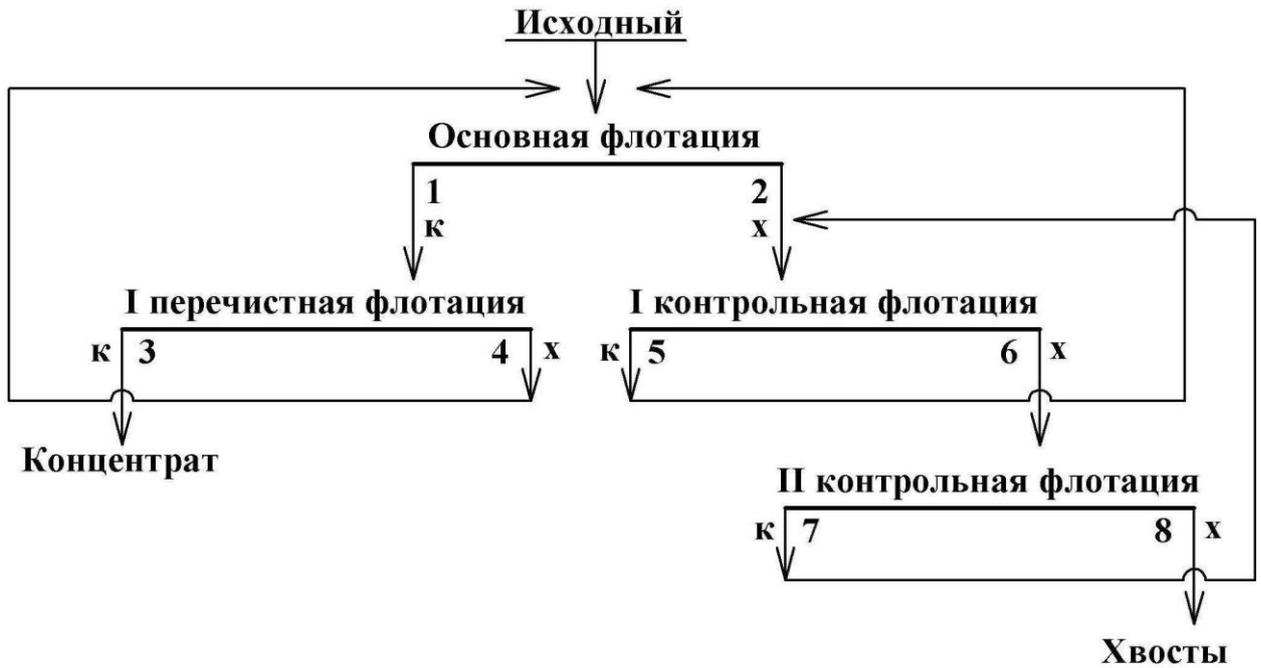


Схема № 5

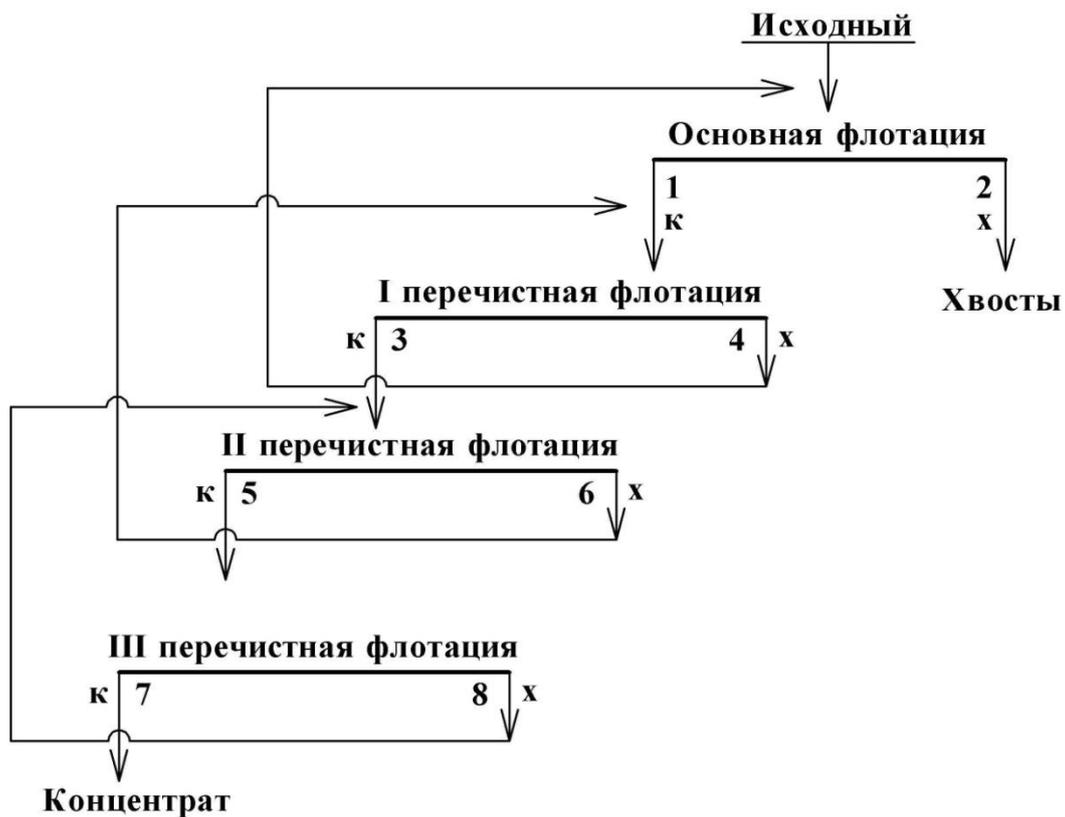


Схема № 6

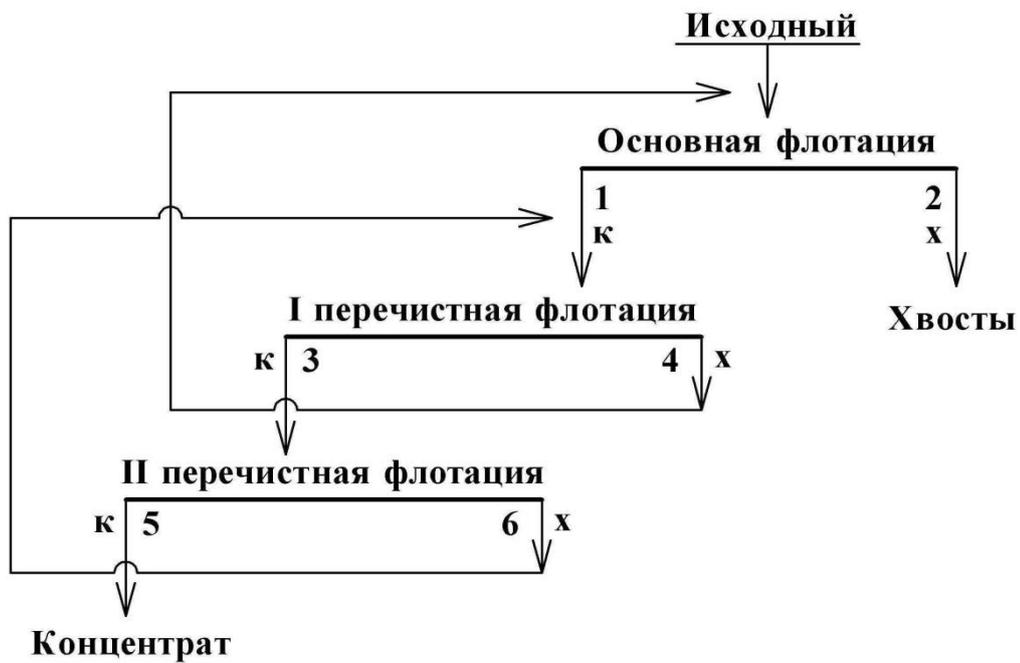


Схема № 7

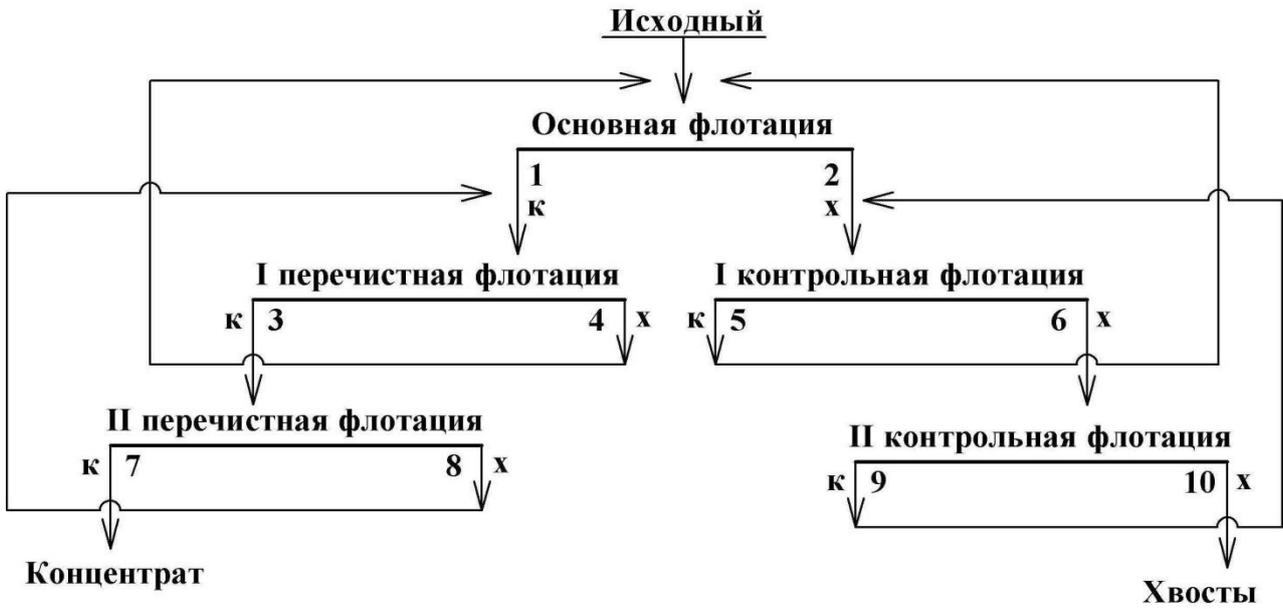
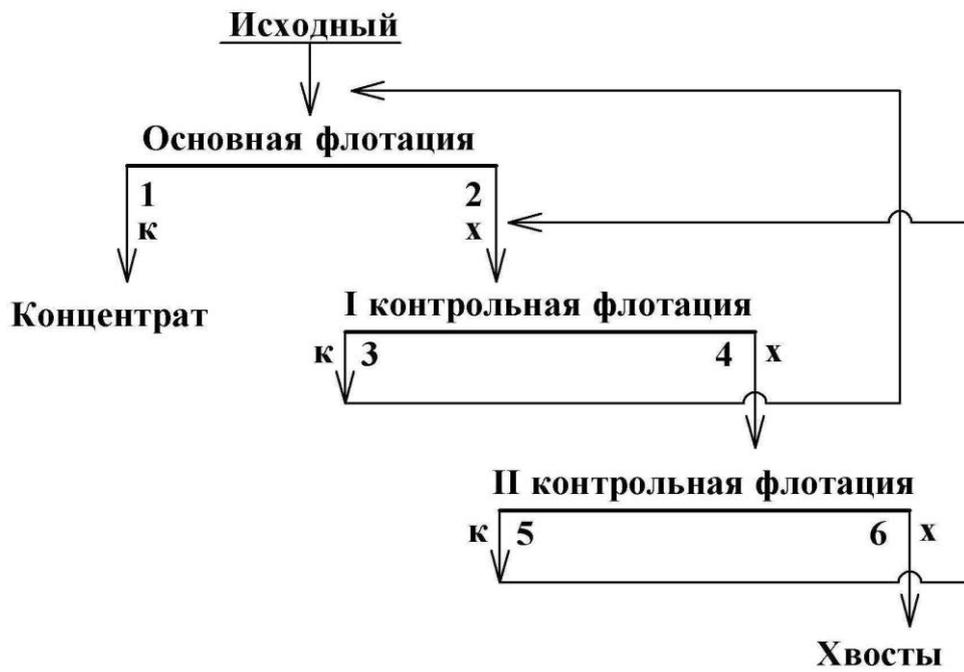
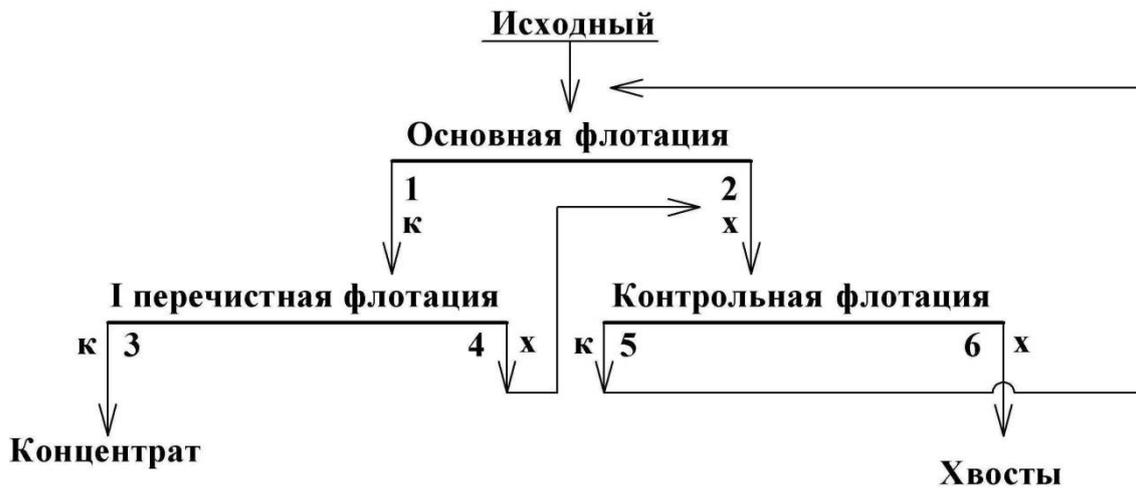


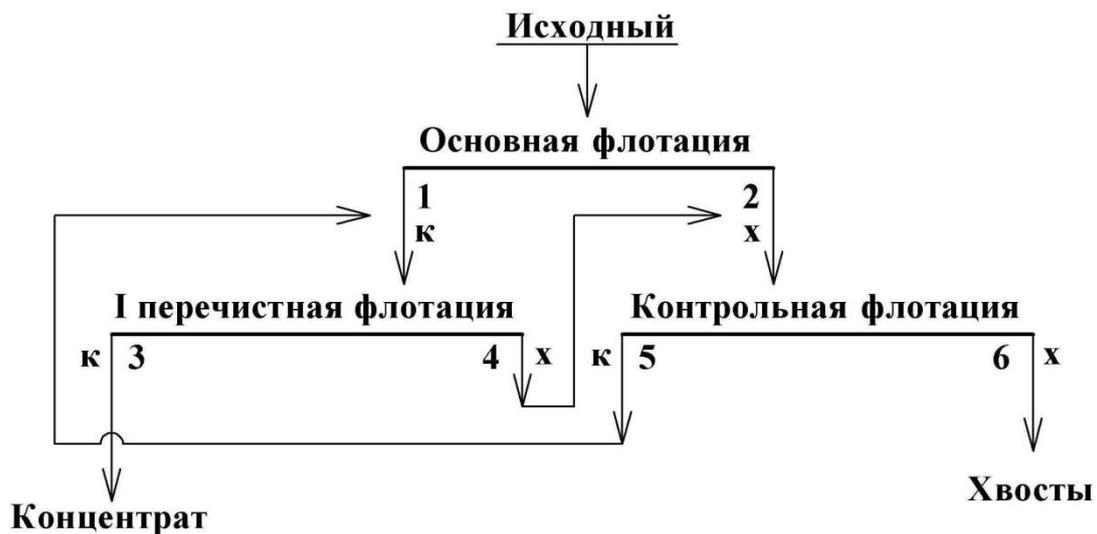
Схема № 8



**Схема № 9**



**Схема № 10**



## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Комлев С. Г.* Основы обогащения полезных ископаемых: учебное пособие / С. Г. Комлев; Уральский гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. – 121 с.
2. *Комлев С. Г.* Технологические расчеты в обогащении полезных ископаемых. Выбор оборудования: методические указания по выполнению технологических разделов курсовых проектов и работ / С. Г. Комлев; Уральский гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 64 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор УГГУ  
по учебно-методическому комплексу

С. А. Упоров

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

### Б1.В.ДВ.03.01 ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИИ ПЕРЕРАБОТКИ МИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ

Специальность  
*21.05.02 Прикладная геология*

Специализация № 4  
*Прикладная геохимия, минералогия, петрология*

форма обучения: очная

Автор: Водовозов К. А., ст. преподаватель

Одобрена на заседании кафедры

Обогащения полезных ископаемых  
*(название кафедры)*

Зав. кафедрой

*(подпись)*

Козин В. З.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 7 от 17.04.2019  
*(Дата)*

Рассмотрена методической комиссией  
факультета

горно-механического  
*(название факультета)*

Председатель

*(подпись)*

Барановский В. П.  
*(Фамилия И.О.)*

Протокол № 7 от 19.04.2019  
*(Дата)*

Екатеринбург  
2019

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА .....	4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ .....	4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса .....	4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам .....	5
Подготовка и написание контрольной работы .....	6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта) .....	7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	8
Подготовка к зачёту .....	8
Подготовка к экзамену.....	8

## ВВЕДЕНИЕ

*Самостоятельная работа студентов* – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

## **ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА**

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

*для подготовки ко всем видам текущего контроля:*

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

*для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:*

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ**

#### **Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса**

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

*для овладения знаниями:*

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

*для формирования навыков и умений:*

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

### **Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам**

*Практические занятия* по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

*для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

*для формирования навыков и умений:*

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

*Лабораторные занятия* по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

*для овладения знаниями:*

- изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
- изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- составление плана проведения эксперимента;
- составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
- аналитическая обработка результатов экспериментов.

*для формирования навыков и умений:*

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

### **Подготовка и написание контрольной работы**

*Контрольная работа* – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

*для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

*для закрепления и систематизации знаний:*

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки.

*для формирования навыков и умений:*

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

*Доклад с презентацией* – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

*для овладения знаниями:*

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

*для закрепления и систематизации знаний:*

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

*для формирования навыков и умений:*

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

### **Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта)**

*Курсовая работа (проект)* – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

*для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **Подготовка к зачёту**

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

*Тест* – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

### **Подготовка к экзамену**

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

*Теоретический вопрос* – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

*Практико-ориентированное задание* – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзамену студенту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена: количество теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете, продолжительность и форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

 УТВЕРЖДАЮ  
Проректор УГГУ  
по учебно-методическому комплексу  
\_\_\_\_\_ С. А. Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ  
Б1.В.ДВ.03.02 ОБОГАЩЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ**

Специальность  
**21.05.02 Прикладная геология**

Специализация № 4  
**Прикладная геохимия, минералогия, петрология**

форма обучения: очная

Автор: Водовозов К. А., ст. преподаватель

Одобрена на заседании кафедры

Обогащения полезных ископаемых

(название кафедры)

Зав. кафедрой

  
(подпись)

Козин В. З.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 17.04.2019

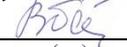
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией  
факультета

горно-механического

(название факультета)

Председатель

  
(подпись)

Барановский В. П.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 19.04.2019

(Дата)

Екатеринбург  
2019

# СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ.....	3
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ.....	4
1.1. Расчёт технологических показателей обогащения .....	4
1.2. Построение гранулометрической характеристики .....	7
1.3. Расчёт эффективности грохочения.....	11
1.4. Расчёт схем обогащения.....	13
2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ .....	15
2.1. Расчёт технологических показателей обогащения .....	15
2.2. Построение гранулометрической характеристики .....	17
2.1. Расчёт эффективности грохочения.....	18
2.3. Расчёт схем обогащения .....	19
3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ.....	23
<b>3.1. Расчёт технологических показателей обогащения .....</b>	<b>23</b>
<b>3.2. Построение гранулометрической характеристики .....</b>	<b>27</b>
3.1. Расчёт эффективности грохочения.....	28
<b>3.3. Расчёт схем обогащения .....</b>	<b>29</b>
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	34

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ

В ходе курса студент выполняет практические работы из разделов «Расчёт технологических показателей обогащения», «Построение гранулометрической характеристики», «Расчёт эффективности грохочения» и «Расчёт схем обогащения». На каждую работы выделяется 4 академических часа. Номера задач для каждого студента задаются номером варианта задания. Номер варианта назначает преподаватель.

Отчет по практическим занятиям оформляется в виде единой сброшюрованной пояснительной записки.

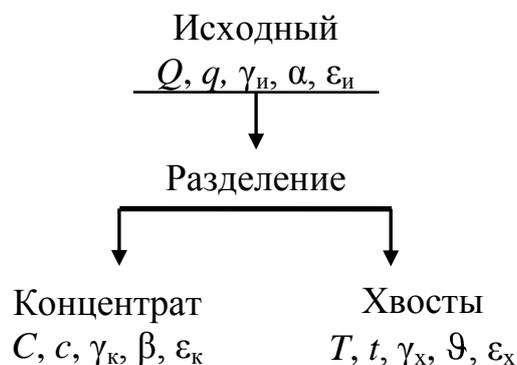
К пояснительной записке, выполненной на листах формата А4, предъявляются следующие требования: наличие титульного листа, содержания, нумерации страниц, таблиц, рисунков, подрисуночных подписей, обозначения и расшифровки кривых на графиках, обозначения осей на графиках, размерностей по осям графиков, в таблицах и численных результатах, получаемых в ходе расчётов по формулам, списка использованных источников.

При построении графиков студент самостоятельно выбирает оптимальные масштабы по осям, вводя, при необходимости, логарифмические масштабы.

# 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ФОРМУЛЫ

## 1.1. Расчёт технологических показателей обогащения

Определения основных технологических показателей обогащения даны на примере операции разделения с двумя получаемыми продуктами (рис. 1).



**Рис. 1. К определению основных технологических показателей разделения**

На рис. 1 введены следующие обозначения:  $Q, C, T$  – массы соответствующих продуктов;  $q, c, t$  – массы ценного компонента в соответствующих продуктах;  $\gamma_{и}, \gamma_{к}, \gamma_{х}$  – выходы соответствующих продуктов;  $\alpha, \beta, \vartheta$  – массовые доли ценного компонента в соответствующих продуктах;  $\epsilon_{и}, \epsilon_{к}, \epsilon_{х}$  – извлечение ценного компонента в соответствующие продукты.

В обогащении полезных ископаемых количество продукта может иметь размерность как массы (т, реже кг), так и производительности (т/ч, т/сут, т/год).

В табл. 1 представлены общепринятые обозначения и размерности технологических показателей обогащения.

При разделении материала принято считать концентратами продукты с большей массовой долей ценного компонента, а хвостами – с меньшей. В том случае если оценка показателей обогащения ведётся по массовой доле вредной примеси, то концентратами считают продукты, с меньшим содержанием вредных примесей, а хвостами – с большей. Примером может служить обогащение углей, где малое содержание вредной примеси – золы (зольность) меньше для концентратов и больше для хвостов.

Таблица 1

**Общепринятые обозначения и размерности  
технологических показателей обогащения**

Показатель	Размерность	Продукт				
		исходный	концентрат	хвосты	подрешётный	надрешётный
<b>Масса</b> продукта	т, кг (т/ч;	$Q$	$C$	$T$	$C$	$T$
компонента в продукте	т/сут;	$q$	$c$	$t$	–	–
класса $-d$	т/год)	$q$	–	–	$c$	$t$
<b>Выход</b>	%	$\gamma_{и}$	$\gamma_{к}$	$\gamma_{х}$	$\gamma_{п}$	$\gamma_{н}$
<b>Массовая доля</b> компонента в продукте	% (г/т)	$\alpha$	$\beta$	$\vartheta$	–	–
зола в продукте (зольность)	%	$A_{\xi}^d$	$A_{\epsilon}^d$	$A_{\delta}^d$	–	–
класса $-d$		$\alpha^{-d}$	–	–	$\beta^{-d}$	$\vartheta^{-d}$
класса $+d$		$\alpha^{+d}$	–	–	$\beta^{+d}$	$\vartheta^{+d}$
<b>Извлечение</b>	%	$\epsilon_{и}$	$\epsilon_{к}$	$\epsilon_{х}$	–	–

**Выход продукта** – это отношение массы продукта разделения к массе исходного продукта:

$$\gamma_{к} = \frac{C}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \gamma_{к} = \frac{C}{Q} \cdot 100, \%. \quad (1)$$

$$\gamma_{х} = \frac{T}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \gamma_{х} = \frac{T}{Q} \cdot 100, \%. \quad (2)$$

**Массовая доля компонента в продукте** – это отношение массы компонента в каком-либо продукте к массе всего этого продукта:

для исходного  $\alpha = \frac{q}{Q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \alpha = \frac{q}{Q} \cdot 100, \%; \quad (3)$

для концентрата  $\beta = \frac{c}{C}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \beta = \frac{c}{C} \cdot 100, \%; \quad (4)$

для хвостов  $\vartheta = \frac{t}{T}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \vartheta = \frac{t}{T} \cdot 100, \%. \quad (5)$

**Извлечение компонента в продукт** – это отношение массы компонента в продукте к массе этого компонента в исходном продукте:

$$\varepsilon_k = \frac{c}{q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \varepsilon_k = \frac{c}{q} \cdot 100, \%$$
 (6)

$$\varepsilon_x = \frac{t}{q}, \text{ д. ед.} \quad \text{или} \quad \varepsilon_x = \frac{t}{q} \cdot 100, \%$$
 (7)

Иногда используют термин **потери** для обозначения извлечения ценного компонента в не одноимённый продукт, например, *потери ценного компонента с хвостами*, что *равнозначно* понятию *извлечение ценного компонента в хвосты*.

Уравнения баланса, вытекают из закона сохранения массы:

$$C + T = Q; \tag{8}$$

$$c + t = q; \tag{9}$$

$$\gamma_k + \gamma_x = \gamma_{и}; \tag{10}$$

$$\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta = \gamma_{и} \cdot \alpha; \tag{11}$$

$$\varepsilon_k + \varepsilon_x = \varepsilon_{и}. \tag{12}$$

Сумма масс, выходов и извлечений продуктов разделения **всегда** равна массе, выходу или извлечению исходного продукта соответственно и определяется простым сложением (8)-(10), (12).

Массовые доли **складывать нельзя**, так как они рассчитаны от масс **разных** продуктов. При простом сложении не будет учтена **доля участия** (удельный вес) каждого из продуктов в общей сумме, поэтому при составлении уравнения баланса по массовым долям необходимо использовать **средневзвешенное значение**. В качестве удельного веса может выступать выход или масса продукта, как показано в уравнении (11).

При расчёте одной операции разделения или схемы в целом, как правило, принимают:  $\gamma_{и} = 100 \%$ ;  $\varepsilon_{и} = 100 \%$ . Тогда уравнения (10)-(12) приобретают вид:

$$\gamma_k + \gamma_x = 100; \tag{13}$$

$$\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta = 100 \cdot \alpha; \tag{14}$$

$$\varepsilon_k + \varepsilon_x = 100. \tag{15}$$

Решая систему уравнений, состоящую из формул (13)-(15), можно вывести формулы для расчёта выходов продуктов разделения и извлечения в них (продукты) компонента:

$$\gamma_k = \frac{\alpha - \vartheta}{\beta - \vartheta} \cdot 100, \% \quad (16)$$

$$\gamma_x = \frac{\beta - \alpha}{\beta - \vartheta} \cdot 100 \% \quad (17)$$

$$\varepsilon_k = \frac{\gamma_k \cdot \beta}{\alpha}, \% \quad (18)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\gamma_x \cdot \vartheta}{\alpha}, \% \quad (19)$$

Примеры расчёта технологических показателей обогащения представлены в п. 2.1.

## 1.2. Построение гранулометрической характеристики

Гранулометрический состав продуктов обогащения характеризуется распределением частиц по классам крупности. Основным методом определения гранулометрического состава продуктов является ситовый анализ, состоящий в рассеиве продукта на наборе сит с квадратными отверстиями и последующем определении *частных выходов* классов крупности.

Частный выход каждого класса крупности определяется по формуле:

$$\gamma_i = \frac{M_i}{M_{\text{исх}}} \cdot 100, \% \quad (20)$$

где  $\gamma_i$  – выход  $i$ -го класса крупности;  $M_i$  – масса  $i$ -го класса крупности;  $M_{\text{исх}}$  – масса исходного продукта, подвергнутого рассеиву.

Помимо этого определяют *суммарный выход* классов крупности «*по плюсу*» и «*по минусу*».

Суммарная характеристика «по плюсу» показывает, какое количество материала осталось бы на сите с размером отверстия, равным  $d$  мм, если бы это сито в наборе сит для ситового анализа было верхним.

Суммарная характеристика «по минусу» показывает, какое количество материала прошло бы сквозь сито с размером отверстия, равным  $d$  мм, если бы это сито в наборе было нижним.

Суммарный выход классов крупности «по плюсу» рассчитывается последовательным суммированием значений частных выходов каждого класса крупности сверху вниз, а «по минусу» – снизу вверх.

Пример оформления результатов ситового анализа приведён в табл. 2.

Таблица 2

**Результаты ситового анализа**

Класс крупности, мм	Выход, %		
	частный	суммарный	
		«по плюсу»	«по минусу»
-200+100	12,8	12,8	100,0
-100+50	22,5	35,3	87,2
-50+25	21,5	56,8	64,7
-25+13	16,9	73,7	43,2
-13+6	13,3	87,0	26,3
-6+3	6,4	93,4	13,0
-3+0	6,6	100,0	6,6
<b>Итого:</b>	<b>100,0</b>	–	–

Абсцисса для кривой «по минусу»	Абсцисса для кривой «по плюсу»	Ордината для кривой «по плюсу»	Ордината для кривой «по минусу»
---------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------

На рис. 2 приведен пример построения суммарных характеристик крупности для рассмотренного примера. Кривые являются зеркальным отображением друг друга. По любой из них можно определить выход любого класса крупности.

При построении кривых суммарного выхода каждый класс крупности представляется в виде точки координатами  $(d; \gamma)$ , где  $d$  – граничное значение каждого класса крупности, а  $\gamma$  – суммарный выход этого класса крупности («по плюсу» или «минусу»).

Для кривой суммарного выхода «по плюсу»  $d$  – это *нижняя* граница класса крупности, то есть значение крупности со знаком «плюс», а для кривой суммарного выхода «по минусу» – *верхняя* граница класса крупности, то есть значение крупности со знаком «минус». Для приведённого примера класс крупности -100+50 мм при построении кривой суммарного выхода «по плюсу» будет иметь координаты (50; 35,3), а при построении кривой суммарного выхода «по минусу» – (100; 87,2).

Полученные точки соединяют плавной кривой. Обе кривые суммарного выхода монотонны. Каждая из них пересекает и ось абсцисс, и ось ординат.

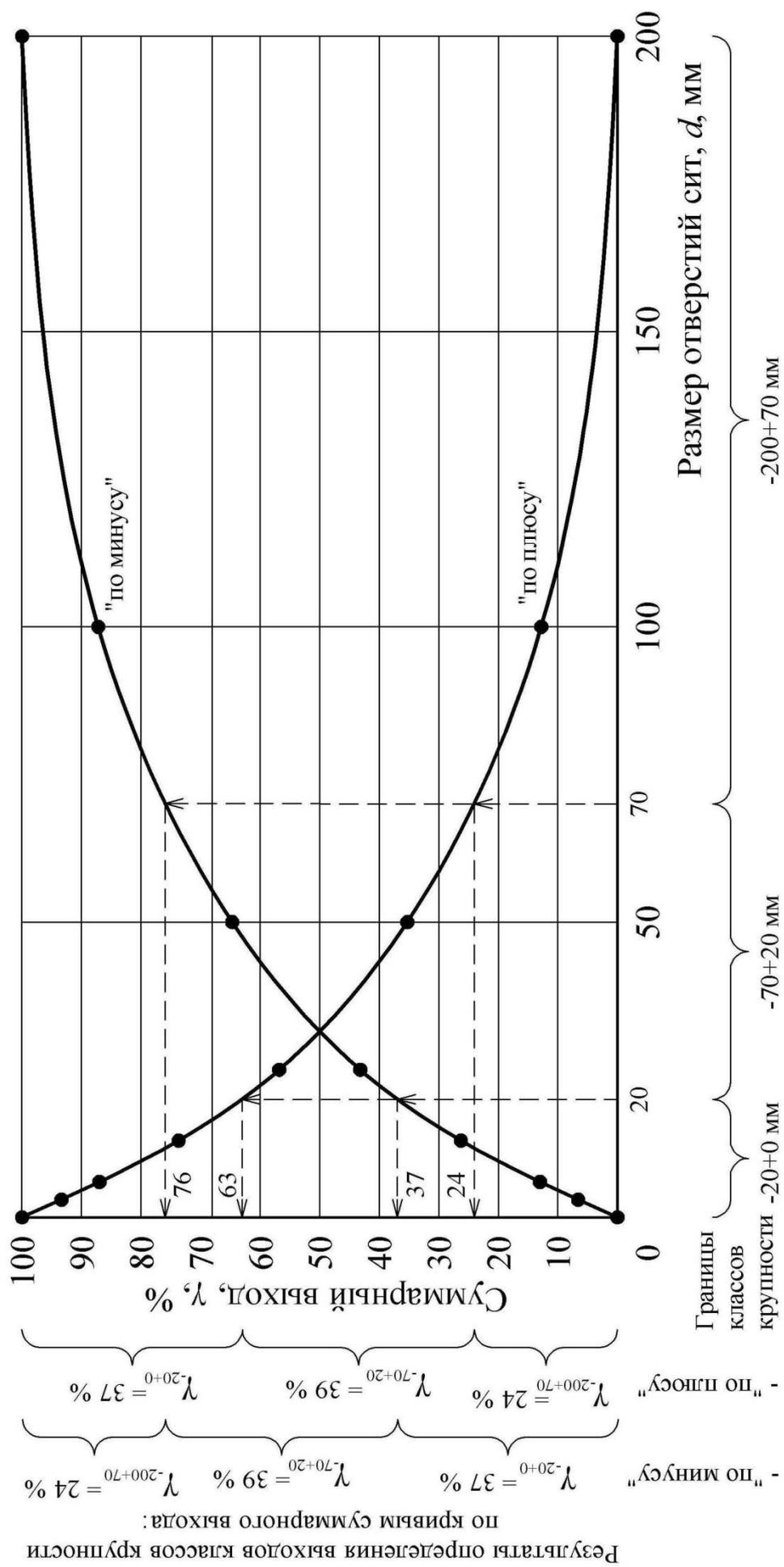


Рис. 2. Гранулометрическая характеристика продукта

*Точки пересечения с осью абсцисс:*  $(D_{\max}; 0)$  для кривой суммарного выхода «по плюсу» и  $(D_{\max}; 100)$  для кривой суммарного выхода «по минусу».  $D_{\max}$  – это максимальная крупность продукта, мм. Для представленного примера  $D_{\max}=200$  мм.

*Точки пересечения с осью ординат:*  $(0; 100)$  для кривой суммарного выхода «по плюсу» и  $(0; 0)$  для кривой суммарного выхода «по минусу».

По виду кривой суммарного выхода можно сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности. Если кривая суммарного выхода «по плюсу» имеет выпуклую форму, то в продукте преобладают крупные классы, если вогнутую – то мелкие (для кривой суммарного выхода «по минусу» – наоборот). Если кривые суммарного выхода имеют форму близкую к прямой, то это свидетельствует о равномерном распределении частиц по классам крупности.

Определение выхода заданного класса крупности осуществляется в следующей последовательности:

1. Отложить на оси абсцисс границы заданного класса крупности.
2. Из полученных точек восстановить перпендикуляры до пересечения с кривой суммарного выхода.
3. Из полученных точек пересечения с кривой суммарного выхода провести перпендикуляры к оси ординат. Высота полученного отрезка находится вычитанием из **большого** значения выхода меньшего и соответствует выходу заданного класса крупности.

Обычно границы класса крупности задаются двумя значениями, например,  $-6+3$  мм. Если требуется определить выход класса крупности  $-6$  мм, то второй границей является значение  $0$  мм (класс крупности  $-6+0$  мм). Если требуется определить выход класса крупности  $+6$  мм, то второй границей является значение максимальной крупности продукта (класс крупности  $-D_{\max}+6$  мм).

Также следует помнить, что сумма выходов классов  $-d$  мм и  $+d$  мм для одного и того же продукта равна  $100\%$ .

При работе с гранулометрическими характеристиками (и только в этом случае) термины **«выход класса»** и **«массовая доля класса крупности»** равнозначны.

### **Пример**

По гранулометрической характеристике (рис. 2) определить выходы классов крупности  $-20$  мм,  $-70+20$  мм,  $+70$  мм.

## *Решение*

Определим выходы заданных классов крупности по кривой суммарного выхода «по плюсу».

*Класс -20 мм.* Помня, что запись -20 мм означает -20+0 мм, определим значения выходов в точках 0 и 20 мм, они составят 100 и 63 % соответственно, следовательно, выход класса -20+0 мм составит:

$$\gamma_{-20+0} = 100 - 63 = 37 \text{ \%}.$$

*Класс -70+20 мм.* Значения выходов в точках 20 и 70 мм составляют 63 и 24 % соответственно, следовательно, выход класса -70+20 мм составит:

$$\gamma_{-70+20} = 63 - 24 = 39 \text{ \%}.$$

*Класс +70 мм.* Максимальная крупность продукта составляет 200 мм, следовательно, необходимо определить выход класса -200+70 мм. Значения выходов в точках 70 и 200 мм составляют 24 и 0 %, соответственно, следовательно, выход класса -200+70 мм составит:

$$\gamma_{-200+70} = 24 - 0 = 24 \text{ \%}.$$

Определение выходов заданных классов крупности по кривой суммарного выхода «по минусу» осуществляется аналогично. Значения выходов в точках 0, 20, 70 и 200 мм составляют 0, 37, 76 и 100 % соответственно. Тогда выходы классов крупности, %:

$$\gamma_{-20+0} = 37 - 0 = 37;$$

$$\gamma_{-70+20} = 76 - 37 = 39;$$

$$\gamma_{-200+70} = 100 - 76 = 24.$$

В практике обогащения при определении выхода класса крупности пользуются *только одной* из кривых суммарного выхода.

В практической работе требуется построить одну из кривых суммарного выхода и по ней определить выход заданного класса крупности. Пример выполнения приведён в п. 2.2.

### **1.3. Расчёт эффективности грохочения**

Процесс грохочения характеризуется *эффективностью грохочения* (к.п.д. грохота).

Эффективность грохочения ( $E$ ) – это отношение массы подрешётного продукта ( $C$ ) к массе продукта той же крупности в исходном материале ( $q$ ), определяется по формуле:

$$E = \frac{C}{q} \cdot 100, \% \quad (21)$$

При расчёте показателей операции грохочения применимы все полученные ранее соотношения между технологическими показателями и уравнения баланса.

Условно концентратом считается подрешётный продукт, а над-решётный – хвостами. При этом массовая доля класса крупности менее размера отверстия сита в подрешётном продукте ( $\beta^{-d}$ ) составляет 100 %, так как частицы крупнее размера отверстия сита в подрешётный продукт попасть не могут.

С помощью простых преобразований можно получить формулы для расчёта эффективности грохочения, %:

$$E = \frac{C}{Q \cdot \alpha^{-d}} \cdot 10^4; \quad (22)$$

$$E = \frac{\gamma_{\text{п}}}{\alpha^{-d}} \cdot 100; \quad (23)$$

$$E = \frac{\alpha^{-d} - \vartheta^{-d}}{\alpha^{-d} (100 - \vartheta^{-d})} \cdot 10^4. \quad (24)$$

Для определения эффективности грохочения, как правило, необходимо знать массовую долю расчётного класса в исходной руде ( $\alpha^{-d}$ ).

Если эта величина не задана, то её можно определить по гранулометрической характеристике исходного продукта (п. 1.2).

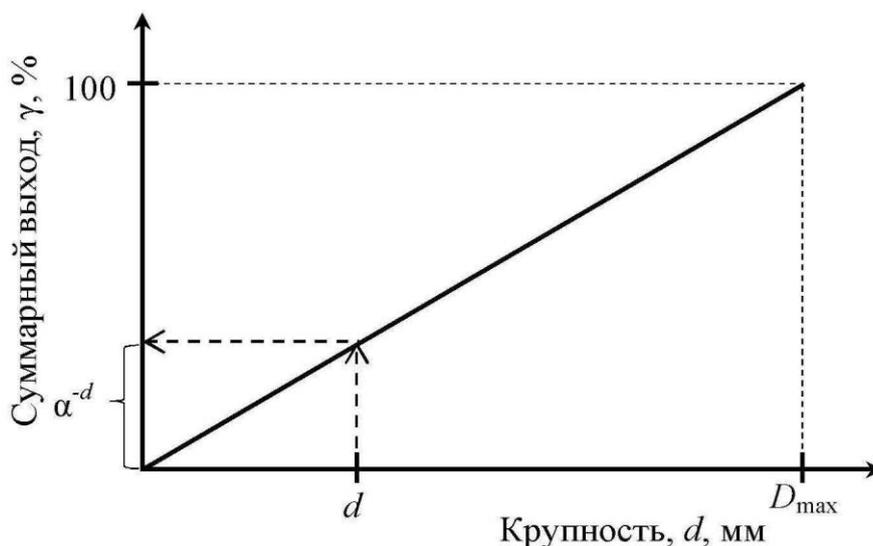
Если гранулометрическая характеристика исходного продукта отсутствует, то её можно провести по прямой линии (рис. 3).

Так как гранулометрическая характеристика является прямой линией, то её можно описать уравнением вида  $\alpha^{-d} = \gamma_{-d+0} = kd$ .

Для случая, представленного на рис. 3, уравнение может быть записано как:

$$\alpha^{-d} = \frac{100}{D_{\text{max}}} \cdot d, \% \quad (25)$$

Использование данной формулы позволяет определить массовую долю расчётного класса в руде без построения гранулометрической характеристики.



**Рис. 3. К определению массовой доли нижнего класса в исходном материале:**

$d$  – размер отверстия сита;  $D_{\max}$  – максимальная крупность исходного материала

В табл. 1 приведены общепринятые обозначения для продуктов операции грохочения.

Примеры расчёта эффективности грохочения приведены в п. 2.2.

#### 1.4. Расчёт схем обогащения

Совокупность операций переработки минерального сырья называется **технологической схемой обогащения**, изображаемой графически. Расчёт технологических схем обогащения выполняется обычно в виде таблицы.

Основным типом технологических схем является **качественно-количественная схема**, на которой отражены все операции обработки полезного ископаемого с указанием количества и качества всех продуктов.

Основой расчётов технологических показателей схем обогащения являются уравнения балансов (13)-(15).

Расчёт схемы начинается с составления технологического баланса по массовой доле компонента, представляемого в виде таблицы. Для расчёта схемы необходимо задаться рядом технологических показателей. Чаще всего задают величину массовой доли компонента в руде (по данным анализа) и в концентрате (по требованию нормативных документов), а также нормируемую величину извлечения компонента в концентрат (реже в хвосты).

Технологические показатели для промежуточных операций и продуктов схемы рассчитывают, задаваясь массовой долей компо-

нента в продуктах разделения, частным извлечением в концентрат или величиной степени концентрации компонента в каждой операции.

В практической работе требуется рассчитать технологические показатели схемы флотации. Каждой отдельной операции флотации присуща своя **степень концентрации**, показывающая во сколько раз увеличивается массовая доля полезного компонента в концентрате операции, по сравнению с массовой долей в продукте, входящем в операцию. Степень концентрации обозначается буквой  $i$  и для основных и контрольных операций составляет 2-9, а для перечистных – 1-2. При расчёте обычно принимается, что массовая доля в концентрате первой контрольной операции в два раза больше, чем массовая доля в исходном продукте схемы, а если контрольная операция одна, то приблизительно равным ему. Массовую долю в промпродуктах перечистных операций (хвостах) принимают приблизительно равной массовой доле продукта, поступающего в ту же операцию, что и эти промпродукты.

После определения массовой доли компонента в каждом продукте схемы рассчитывают выходы всех продуктов схемы. Расчёт ведётся по операциям схемы «снизу вверх» составлением и решением балансовых уравнений относительно выходов продуктов. Расчёт завершается проверкой:

$$\Delta = 100 \cdot \alpha - (\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta). \quad (26)$$

Величина  $\Delta$  называется **невязкой расчёта** и показывает точность его выполнения. Невязка может быть как положительной, так и отрицательной. При выполнении расчёта на ПК величина невязки равна 0. При расчёте на калькуляторе для получения приемлемой величины невязки (порядка  $10^{-3} \% ^2$ ) получаемые величины необходимо округлять до 4-го знака после запятой.

Результаты расчётов оформляются в виде технологической схемы, изображаемой графически, и типовых таблиц – «Технологический баланс продуктов обогащения» и «Результаты расчёта качественно-количественной схемы».

На технологической схеме каждому продукту присваивается порядковый номер, указываются технологические показатели каждого продукта и принятые в операциях разделения степени концентрации.

В типовой таблице «Технологический баланс продуктов обогащения» приводятся технологические показатели **исходного** продукта

и **конечных** (концентрат и хвосты) продуктов разделения.

В типовой таблице «Результаты расчёта качественно-количественной схемы» приводятся технологические показатели для **всех** продуктов схемы.

Пример расчёта качественно-количественной схемы флотации приведён в п. 2.3.

## 2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ

### 2.1. Расчёт технологических показателей обогащения

#### Задача 1

Руда для кучного выщелачивания подаётся из трёх забоев в соотношении: 20 % из забоя № 1, 60 % из забоя № 2, остальное из забоя № 3. Массовая доля золота составляет 4, 6 и 3 г/т, соответственно. Определить массовую долю золота в исходной для выщелачивания куче.

**Комментарий:** в данной задаче необходимо определить массовую долю руды, получаемой при смешивании руд из различных забоев. При этом руды из этих забоев имеют различную массовую долю компонента и смешиваются **не в равном** соотношении. В этом случае для расчёта массовой доли полученной смеси необходимо использовать формулу для определения средневзвешенного значения, которое учитывает долю участия каждого из забоев в общей смеси:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_i \cdot \alpha_i)}{\sum_{i=1}^n \gamma_i},$$

где  $\gamma_i$  – выход (доля) руды из  $i$ -го забоя;  $\alpha_i$  – массовая доля компонента в руде  $i$ -го забоя.

#### Дано:

$$\gamma_1 = 20 \%$$

$$\alpha_1 = 4 \text{ г/т}$$

$$\gamma_2 = 60 \%$$

$$\alpha_2 = 6 \text{ г/т}$$

$$\alpha_3 = 3 \text{ г/т}$$

$$\alpha = ?$$

#### Решение

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 100 \% \rightarrow \gamma_3 = 100 - (\gamma_1 + \gamma_2) = 100 - (20 + 60) = 20 \%;$$

$$\alpha = \frac{\gamma_1 \cdot \alpha_1 + \gamma_2 \cdot \alpha_2 + \gamma_3 \cdot \alpha_3}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3} = \frac{20 \cdot 4 + 60 \cdot 6 + 20 \cdot 3}{20 + 60 + 20} = 5 \text{ г/т.}$$

**Ответ:** Массовая доля золота в исходной для выщелачивания куче равна 5 г/т.

## Задача 2

Определить потери цинка с медным концентратом, если массовая доля цинка в руде – 5 %, в медном концентрате – 4,5 %, выход цинкового концентрата составляет 12 %, а выход хвостов – 85 %.

**Комментарий:** потери цинка с медным концентратом – это извлечение цинка в медный концентрат. В данной задаче речь идёт о полиметаллической руде (компонентами являются медь и цинк), при обогащении которой получают три продукта – хвосты и концентраты: медный и цинковый. Тогда формула (13) будет иметь вид:

$$\gamma_{\text{к}}^{\text{Cu}} + \gamma_{\text{к}}^{\text{Zn}} + \gamma_{\text{х}} = 100 \%$$

Для определения потерь цинка с медным концентратом воспользуемся формулой (19), переписав её как, %:

$$\varepsilon_{\text{к}}^{\text{Cu/Zn}} = \frac{\gamma_{\text{к}}^{\text{Cu}} \cdot g^{\text{Cu/Zn}}}{\alpha^{\text{Zn}}}$$

Нижний индекс «к» у обозначения показателей указывает лишь на то, что продукт, с которым теряется цинк, не является хвостами.

**Дано:**

$$\alpha^{\text{Zn}} = 5 \%$$

$$\gamma_{\text{к}}^{\text{Zn}} = 12 \%$$

$$g^{\text{Cu/Zn}} = 4,5 \%$$

$$\gamma_{\text{х}} = 85 \%$$

$$\varepsilon_{\text{к}}^{\text{Cu/Zn}} = ?$$

**Решение**

Выход медного концентрата составит:

$$\gamma_{\text{к}}^{\text{Cu}} = 100 - \gamma_{\text{к}}^{\text{Zn}} - \gamma_{\text{х}} = 100 - 12 - 85 = 3 \%$$

Потери цинка с медным концентратом:

$$\varepsilon_{\text{е}}^{\text{Cu/Zn}} = \frac{3 \cdot 4,5}{5} = 2,7 \%$$

**Ответ:** Потери цинка в медном концентрате составляют 7,5 %.

## Задача 3

Определить суточную производительность фабрики по руде, если она производит 30 т/ч концентрата при выходе его 5 %.

**Комментарий:** Следует обратить внимание, что заданная величина производительности по концентрату имеет размерность т/ч, а значит, и величина производительности фабрики по руде при расчёте по формуле (1) будет иметь ту же размерность. Однако по условиям задачи требуется определить **суточную** производительность. При решении подобного типа задач принимается режим работы обогатительных фабрик 24 часа в сутки.

**Дано:**

$$\gamma_k = 5 \% \\ C = 30 \text{ Т/ч}$$

**Решение**

$$\gamma_k = \frac{C}{Q} \cdot 100 \rightarrow Q = \frac{C}{\gamma_k} \cdot 100 = \frac{30}{5} \cdot 100 = 600 \text{ Т/ч.}$$

$Q_{\text{сут}} = ?$

$$Q_{\text{сут}} = 24 \cdot Q = 24 \cdot 600 = 14400 \text{ Т/сут.}$$

**Ответ:** Суточная производительность фабрики составляет 14400 Т/сут.

## 2.2. Построение гранулометрической характеристики

### Задача

Класс крупности, мм	Частный выход, %	По результатам ситового анализа построить кривую суммарного выхода «по полюсу». Определить по ней выходы классов крупности -30+10 и -5 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
-50+25	10	
-25+12	20	
-12+6	20	
-6+0	50	

### Решение

Рассчитаем суммарный выход «по плюсу» (см. п. 1.2):

Класс, мм	Частный выход, %	Суммарный выход «по плюсу», %
-50+25	10	10
-25+12	20	30
-12+6	20	50
-6+0	50	100
<b>Итого:</b>	<b>100</b>	–

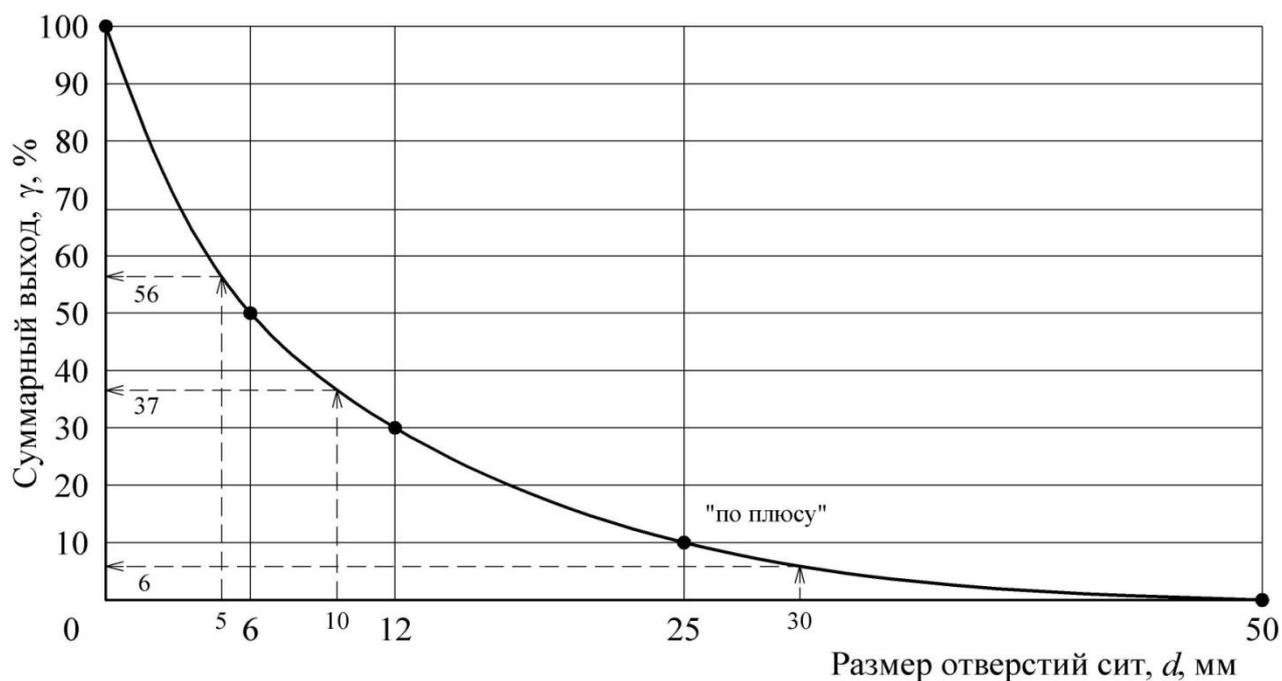
Подробная методика построения гранулометрической характеристики и определения по ней выходов заданных классов крупности приведена в п. 1.2. Решение показано на рис. 4.

Выходы заданных классов крупности составляют:

$$\gamma_{-30+10} = 37 - 6 = 31 \%.$$

$$\gamma_{-5+0} = 100 - 56 = 44 \%.$$

По виду кривой можно сделать вывод о преобладании мелких классов крупности (кривая вогнутая).



**Рис. 4. Графическое решение**

## 2.1. Расчёт эффективности грохочения

### Задача

Определить эффективность грохочения на сетке 150 мм, если выход надрешётного продукта составляет 77 %. Крупность исходного материала 600 мм. Гранулометрическую характеристику исходной руды принять по прямой линии.

#### Дано:

$\gamma_{\text{н}} = 77 \%$   
 $D_{\text{max}} = 600 \text{ мм}$   
 $d = 150 \text{ мм}$

$E = ?$

#### Решение

Найдём массовую долю расчётного класса в исходном продукте по формуле (25):

$$\alpha^{-d} = \frac{100}{D_{\text{max}}} \cdot d = \frac{100}{600} \cdot 150 = 25 \%$$

Из уравнения баланса (13) определим выход подрешётного продукта:

$$\gamma_{\text{п}} = 100 - \gamma_{\text{н}} = 100 - 77 = 23 \%$$

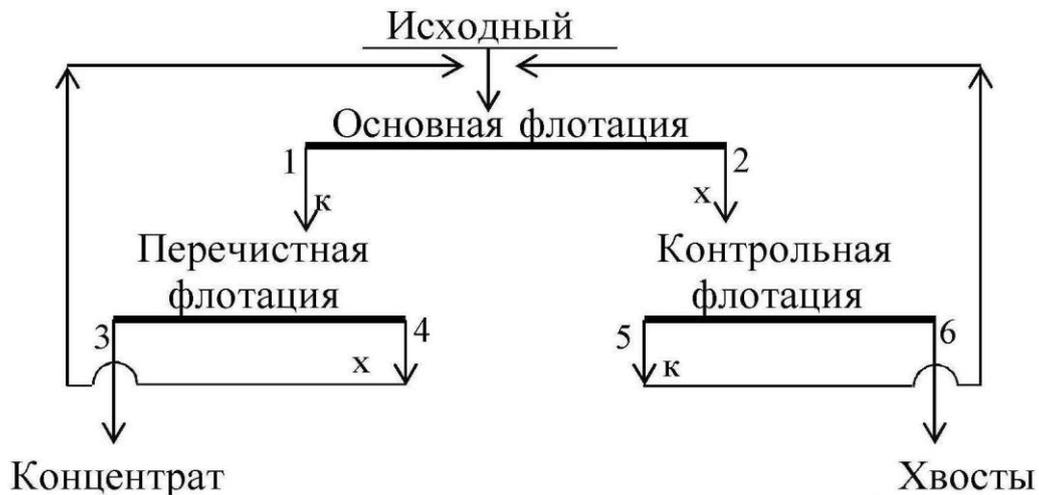
Эффективность грохочения по выражению (23) составит:

$$E = \frac{\gamma_{\text{п}}}{\alpha^{-d}} \cdot 100 = \frac{23}{25} \cdot 100 = 92 \%$$

**Ответ:** Эффективность грохочения равна 92 %.

### 2.3. Расчёт схем обогащения

Рассчитать технологический баланс продуктов обогащения и технологические показатели (выходы всех продуктов и извлечения компонента в эти продукты) для схемы обогащения, представленной на рис. 5. Массовая доля полезного компонента в исходном продукте 1 %, в концентрате 14 %, извлечение в концентрат 90 %. Значениями массовой доли для промежуточных продуктов схемы задаться самостоятельно (п. 1.4).



**Рис. 5. Технологическая схема обогащения**

#### *Решение*

По исходным данным с использованием выражений (15) и (19) определим массовую долю компонента в хвостах. Далее, применив формулы (18) и (13), рассчитаем выходы конечных продуктов – концентрата и хвостов. Полученные результаты запишем в виде табл. 3.

**Таблица 3**

#### **Технологический баланс продуктов обогащения**

Номер и наименование продукта	Технологические показатели, %		
	выход	массовая доля	извлечение

3. Концентрат	6,4286	14,0000	90,00
6. Хвосты	93,5714	0,1069	10,00
Исходный	100,0000	1,0000	100,00

Составим технологический баланс для следующих условий:

- массовая доля ценного компонента в руде – 1,0 %;
- массовая доля ценного компонента в концентрате – 14,0 %;
- извлечение ценного компонента в концентрат – 90 %.

Согласно информации, изложенной в п. 1.4. зададимся значениями массовой доли в продуктах операций флотации.

Определим массовые доли в концентратах операций:

$$\begin{aligned} \text{основная:} & \quad \beta_1 = i_{\text{осн}} \cdot \alpha = 7,5 \cdot 1,0 = 7,5 \% ; \\ \text{перечистная:} & \quad \beta_3 = i_{\text{переч}} \cdot \beta_1 = 1,9 \cdot 7,5 = 14,25 \% ; \\ \text{контрольная} & \quad \beta_5 = i_{\text{контр}} \cdot \alpha = 2,0 \cdot 1,0 = 2 \% . \end{aligned}$$

Так как концентрат перечистой операции является конечным продуктом, массовая доля в котором известна (14 %), то при дальнейшем расчёте принимаем  $\beta_3 = 14$  %. При этом принятая степень концентрации ( $i=1,9$ ) обеспечивает требуемое качество концентрата, так как 14,25 больше 14.

Массовую долю в промпродукте перечистой операции (хвостах) принимаем приблизительно равной массовой доле продукта, поступающего в ту же операцию, что и этот продукт. В нашем случае  $\beta_4$  может находиться в диапазоне от  $\alpha$  до  $2\alpha$  и составляет 1,1 %. Массовую долю в хвостах основной операции вычислим исходя из того, что степень концентрации в контрольной операции составляет 2-9, а массовая доля в концентрате контрольной равна  $\beta_5$ :

$$\beta_2 = \beta_5 / i_{\text{контр}} = 2,0 / 7 = 0,29 \% .$$

Задавшись массовыми долями в каждом продукте, рассчитаем выходы продуктов в каждой операции. Расчёт ведётся с применением уравнений (10)-(11). Схема рассчитывается «снизу вверх», начиная с последней перечистой операции.

### ***Перечистная флотация***

Составим уравнение баланса для перечистой операции:

$$\begin{cases} \gamma_3 + \gamma_4 = \gamma_1 ; \\ \gamma_3 \cdot \beta_3 + \gamma_4 \cdot \beta_4 = \gamma_1 \cdot \beta_1 , \end{cases}$$

решив систему относительно  $\gamma_1$ , получим:

$$\gamma_1 = \gamma_3 \frac{\beta_3 - \beta_4}{\beta_1 - \beta_4} = 6,4286 \frac{14 - 1,1}{7,5 - 1,1} = 12,9576 \%,$$

тогда  $\gamma_4 = \gamma_1 - \gamma_3 = 12,9576 - 6,4286 = 6,5290 \%$ .

### Контрольная флотация

Составим уравнение баланса для контрольной операции:

$$\begin{cases} \gamma_5 + \gamma_6 = \gamma_2; \\ \gamma_5 \cdot \beta_5 + \gamma_6 \cdot \beta_6 = \gamma_2 \cdot \beta_2, \end{cases}$$

решив систему относительно  $\gamma_2$ , получим:

$$\gamma_2 = \gamma_6 \frac{\beta_5 - \beta_6}{\beta_5 - \beta_2} = 93,5714 \frac{2 - 0,1069}{2 - 0,29} = 103,3333 \%,$$

тогда  $\gamma_5 = \gamma_2 - \gamma_6 = 103,3333 - 93,5714 = 9,7619 \%$ .

### Проверка

По формуле (26) определим величину невязки:

$$\begin{aligned} \Delta &= 100 \cdot \alpha - (\gamma_k \cdot \beta + \gamma_x \cdot \vartheta) = 100 \cdot \alpha - (\gamma_3 \cdot \beta_3 + \gamma_6 \cdot \beta_6) = \\ &= 100 \cdot 1,0 - (6,4289 \cdot 14 + 93,5714 \cdot 0,1069) = -0,003 = -3 \cdot 10^{-3} \%^2. \end{aligned}$$

Извлечения в продукты операций разделения рассчитываются по формулам (18)-(19). Результаты расчёта схемы представлены на рис. 6 и в табл. 3, 4.



Рис. 6. Качественно-количественная схема обогащения

Таблица 4

**Результаты расчёта качественно-количественной схемы обогащения**

ПОСТУПАЕТ				ВЫХОДИТ			
Номер и наименование продукта	Выход, %	Массовая доля, %	Извлечение, %	Номер и наименование продукта	Выход, %	Массовая доля, %	Извлечение, %
<b>Основная флотация</b>							
Исходный	100,0000	1	100	1. Концентрат основной флотации	12,9576	7,5	97,18
4. Промпродукт перечистной флотации	6,5290	1,1	7,18	2. Хвосты основной флотации	103,3333	0,29	29,52
5. Концентрат контрольной флотации	9,7619	2	19,52				
<b>Итого:</b>	<b>116,2909</b>	<b>1,09</b>	<b>126,70</b>	<b>Итого:</b>	<b>116,2909</b>	<b>1,09</b>	<b>126,70</b>
<b>Перечистная флотация</b>							
1. Концентрат основной флотации	12,9576	7,5	97,18	3. Концентрат	6,4286	14,0000	90,00
<b>Итого:</b>	<b>12,9576</b>	<b>7,5</b>	<b>97,18</b>	4. Промпродукт перечистной флотации	6,5290	1,1	7,18
				<b>Итого:</b>	<b>12,9576</b>	<b>7,5</b>	<b>97,18</b>
<b>Контрольная флотация</b>							
2. Хвосты основной флотации	103,3333	0,29	29,52	5. Концентрат контрольной флотации	9,7619	2,00	19,52
<b>Итого:</b>	<b>103,3333</b>	<b>0,29</b>	<b>29,52</b>	6. Хвосты	93,5714	0,1069	10,00
				<b>Итого:</b>	<b>103,3333</b>	<b>0,29</b>	<b>29,52</b>

### 3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Номер варианта задается преподавателем. Номера задач в каждом варианте принимаются по таблице:

Вариант	Расчёт технологических показателей обогащения	Построение гранулометрической характеристики	Расчёт эффективности грохочения	Расчёт схем обогащения
	номера задач			номер схемы
1	3, 11, 21, 35	3	5	1
2	4, 15, 22, 38	10	6	2
3	10, 13, 29, 33	4	9	3
4	6, 14, 27, 31	8	4	4
5	2, 18, 25, 36	1	10	5
6	8, 17, 23, 37	5	8	6
7	9, 20, 26, 32	7	7	7
8	7, 19, 28, 40	9	1	8
9	5, 12, 24, 39	2	2	9
0	1, 16, 30, 34	6	3	10

#### 3.1. Расчёт технологических показателей обогащения

Номер задачи	Условия задачи
1	Рассчитать выход никелевого концентрата, если массовая доля никеля в исходной руде составляет 3,4 %. Массовая доля никеля в концентрате 12 %, извлечение никеля в концентрат составляет 80 %.
2	Определить сколько тонн концентрата в сутки выдает фабрика, если выход концентрата составляет 4 %, а производительность фабрики по руде равна 800 т/ч.
3	Определить выход концентрата и хвостов, если фабрика перерабатывает руду с массовой долей меди 1,6 %, а после обогащения получают два продукта; концентрат с массовой долей меди 18 % и хвосты с массовой долей меди 0,2 %.
4	Рассчитать выход концентрата и извлечение свинца в концентрат, если фабрика перерабатывает 14000 т руды в сутки с массовой долей свинца 2,4 % и получает 600 т концентрата с массовой долей свинца 50 %.
5	Определить суточную производительность фабрики по руде, если фабрика выдает 800 т концентрата в сутки при выходе 2,5 %.
6	Определить массовую долю компонента в хвостах, если из 1000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 % в процессе обогащения получено 16 т концентрата при извлечении 90 %.

Номер задачи	Условия задачи
7	Определить потери никеля в медном концентрате, если массовая доля никеля в нем равна 1,0 % и выход медного концентрата составляет 10 %. Массовая доля никеля в исходной руде равна 3 %.
8	Определить, сколько тонн свинцового концентрата в сутки выдает обогатительная фабрика, если ее суточная производительность по руде составляет 5 000 т, массовая доля свинца в руде 1,8 %, а в концентрате 60 %. Извлечение свинца в концентрат 92 %.
9	Определить извлечение цинка в концентрат, если при суточной производительности фабрики 5000 т получают 150 т концентрата. Массовая доля цинка в руде 2 %, а в концентрате 60 %.
10	Определить потери меди и цинка в хвостах, если извлечение меди и цинка в медный концентрат соответственно 90 и 5 %, а в цинковый 6 и 85 %.
11	Определить выход медного концентрата, если массовая доля меди в руде 1,5 % в медном концентрате 18 %, а потери меди в хвосты 10 %.
12	Рассчитать извлечение полезного компонента в концентрат, если фабрика перерабатывает руду с массовой долей полезного компонента 20 %, а получает концентрат с массовой долей компонента 50 % и хвосты, с массовой долей компонента 2 %.
13	Рассчитать выход концентрата и извлечение в него полезного компонента, если из 1 000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 % в процессе обогащения получено 13 т концентрата с массовой долей полезного компонента 60 %.
14	Определить, сколько тонн железного концентрата в сутки выдает обогатительная фабрика, если ее суточная производительность по руде 15 000 т, массовая доля железа в руде 18 %, а в концентрате 66 %. Извлечение железа в концентрат 90 %.
15	Определить извлечение цинка в концентрат, если массовая доля цинка в руде 2 %, в концентрате 50 %, в хвостах 0,5 %.
16	Рассчитать, сколько руды нужно переработать для получения 500 т концентрата, если его выход составляет 5 %.
17	Определить потери меди с цинковым концентратом, если выход цинкового концентрата 5 %, а массовая доля меди в нем 2 %. Массовая доля меди в исходной руде 1,2 %.
18	Рассчитать, сколько нужно переработать руды с массовой долей меди 1 % для получения 100 т концентрата с массовой долей меди 20 %, Массовая доля меди в хвостах 0,1 %.
19	Определить массовую долю компонента в хвостах, если извлечение его в концентрат 90 %, выход хвостов 95 %, массовая доля в исход-

Номер задачи	Условия задачи
	ном продукте 1 %.
20	Определить массовую долю металла в хвостах при обогащении руды с массовой долей металла 2 %, если извлечение его в концентрат составило 90 % при выходе концентрата 3,6 %.
21	Определить массовую долю компонента в исходной руде, если выход концентрата 8 %, извлечение 90 % и массовая доля компонента в нем 60 %.
22	Определить потери меди в цинковом концентрате, полученном при обогащении медно-цинковой руды с массовой долей меди 1,0 %, если выход цинкового концентрата 4,5 %, массовая доля меди в нем 4 %.
23	Определить количество свинца, потерянного в хвостах при флотации 6000 т руды с массовой долей свинца 4 %, если извлечение его в концентрат 85 %.
24	Шахта выдает рядовой уголь из трех лав: первая лава – 300 т/ч, $A^d=9\%$ ; вторая лава – 200 т/ч, $A^d=12\%$ ; третья лава – 500 т/ч, $A^d=8\%$ . Определить зольность угля, поступающего на обогащение.
25	Определить массовую долю железа в концентрате, если при обогащении железной руды с массовой долей железа 20 % выход концентрата 30 %, а извлечение 90 %.
26	Определить выход концентрата и извлечение $P_2O_5$ в концентрат, получаемый при обогащении апатитовой руды с массовой долей 20 % $P_2O_5$ , если массовая доля $P_2O_5$ в концентрате 34,5 %, в хвостах 1 %.
27	Определить массовую долю золы и извлечение ее в хвосты, если ее извлечение в концентрат составляет 7 % при его выходе 70 %. Массовая доля золы в рядовом угле 24 %.
28	Определить массовую долю молибдена в концентрате, если при обогащении руды с массовой долей молибдена 0,1 %, выход концентрата 0,15 % при извлечении в него молибдена 80 %.
29	Определить выход концентрата и потери полезного компонента в хвостах, если из 2000 т руды с массовой долей полезного компонента 0,8 %, получено 26 т концентрата с массовой долей полезного компонента 48 %.
30	Определить зольность рядового угля, если на фабрику он поступает с трех шахт: 30 % – с шахты № 1, 50 % – с шахты № 2 и остальное с шахты №3. Зольность углей каждой шахты составляет соответственно 21, 19,5 и 24 %.
31	Фабрика после обогащения 3000 т руды с массовой долей металла 0,5 % получила 24 т концентрата с массовой долей металла 54 %. Какое извлечение было достигнуто при обогащении?
32	Сколько перерабатывает руды фабрика, если получается 100 т/ч концентрата с массовой долей меди 19,6 %. Массовая доля меди в руде

Номер задачи	Условия задачи
	0,8 %, в хвостах 0,18 %.
33	Фабрика обогащает руду с массовой долей марганца 18 %. Производительность фабрики по руде составляет 300 т/ч. Определить выход концентрата и извлечение марганца в него, если массовая доля марганца в концентрате 45 %, а выпускается концентрата 60 т/ч.
34	Определить извлечение меди в концентрат, если при производительности фабрики 3000 т/сут получают 90 т концентрата с массовой долей меди 24 %. Руда поступает на фабрику с двух рудников в равном количестве с массовой долей меди соответственно 1,2 и 0,8 %.
35	На фабрику поступает рядовой уголь с зольностью 20 % и получается концентрат с зольностью 10 %. Каков выход концентрата и зольность хвостов, если производительность фабрики 350 т/ч, а на хвостохранилище отправляется 70 т/ч хвостов?
36	Определить выход концентрата и извлечение в него полезного компонента, если на фабрику поступает руда с массовой долей полезного компонента 15 %, а после обогащения получают концентрат и хвосты с массовой долей полезного компонента в них соответственно 45 и 5 %.
37	Определить количество олова и его массовую долю в суммарном концентрате, если на фабрике получают оловянный концентрат после обогащения руды на отсадочных машинах и концентрационных столах. С отсадочных машин получают 3 т/сут концентрата с массовой долей олова 20 %, а со столов – 2 т/сут, с массовой долей олова 15 %.
38	Определить выход и массу концентрата зольностью 8 %, получаемого при обогащении угля, если фабрика обогащает 250 т/ч угля с зольностью 16 % и получает хвосты с зольностью 65 %.
39	Определить массовую долю металла в хвостах при обогащении руды с массовой долей металла 2 %, если извлечение его в концентрат 88 %, а выход концентрата 4 %.
40	Рассчитать потери меди в цинковом концентрате, получаемом при обогащении медно-цинковой руды, поступающей на фабрику с двух рудников с массовой долей меди соответственно 1,5 % (60 % от общего количества руды) и 2 % (40 % от общего количества руды). Выход цинкового концентрата 10 %, массовая доля меди в нем 4 %.

### 3.2. Построение гранулометрической характеристики

Номер задачи	Условия задачи		
1	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу». Определить по ней выход класса +0,3 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-1+0,5	31	
	-0,5+0,25	24	
	-0,25+0,15	15	
2	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -8+4 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-20+10	30	
	-10+5	28	
	-5+2,5	17	
	-2,5+1	13	
-1+0	12		
3	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -10+5 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-25+12	42	
	-12+6	18	
	-6+3	16	
	-3+1	9	
-1+0	15		
4	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -200+75 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-500+250	25	
	-250+125	27	
	-125+50	20	
	-50+25	10	
-25+0	18		
5	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -160+40 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-500+250	25	
	-250+125	27	
	-125+50	20	
	-50+25	10	
-25+0	18		
6	<b>Класс, мм</b>	<b>Частный выход, %</b>	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -8+1 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-15+10	25	
	-10+5	30	
	-5+2	20	
	-2+1	10	
-1+0	15		

Номер задачи	Условия задачи		
	Класс, мм	Частный выход, %	
7	-1+0,5	26	По результатам ситового анализа построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -0,4+0,12 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-0,5+0,3	29	
	-0,3+0,15	21	
	-0,15+0,1	10	
	-0,1+0	14	
8	-100+50	22	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -40+15 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-50+25	25	
	-25+12	38	
	-12+6	10	
	-6+0	5	
9	-100+75	10	Построить суммарную характеристику крупности «по плюсу» и определить по ней выход класса -60+20 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-75+50	22	
	-50+25	18	
	-25+12	20	
	-12+6	10	
	-6+0	20	
10	-50+25	20	Построить суммарную характеристику крупности «по минусу» и определить по ней выход класса -10 мм. Сделать вывод о преобладании тех или иных классов крупности.
	-25+12	13	
	-12+5	7	
	-5+3	5	
	-3+0	55	

### 3.1. Расчёт эффективности грохочения

1	Определить эффективность грохочения материала -500+0 мм на сетке с размером отверстий 200 мм, если массовая доля класса -200+0 мм в надрешетном продукте 10 %. Характеристику крупности исходной руды принять по прямой линии.
2	Определить массовую долю класса менее размера отверстия сита в исходном для грохочения продукте, если выход подрешетного продукта составляет 70 % при эффективности грохочения 80 %.
3	Определить массовую долю нижнего класса в исходной руде, если выход подрешетного продукта составляет 40 %, а эффективность грохочения 80 %.

4	Определить к.п.д. грохота, если массовая доля нижнего класса в руде 40 %, а в надрешетном продукте 10 %.
5	Определить эффективность грохочения материала крупностью 200 мм на сетке с размером отверстия 50 мм, если выход надрешетного продукта 80 %. Гранулометрическую характеристику материала принять по прямой линии.
6	С какой эффективностью производится грохочение руды по сетке с размером отверстия 60 мм, если выход надрешетного продукта 82 %, гранулометрическая характеристика руды представляется прямой линией и максимальный кусок имеет диаметр 300 мм?
7	Какова эффективность грохочения, если выход надрешетного продукта 60 % и массовая доля нижнего класса в нем составляет 10 %?
8	Определить выход продуктов грохочения, если массовая доля нижнего класса в руде 50 %, в надрешетном продукте 10 %.
9	Рассчитать эффективность грохочения по всему нижнему классу, если выход надрешетного продукта 40 %, а массовая доля зерен крупнее размера отверстий сетки в руде составляет 35 %.
10	Определить производительность грохота по руде, если массовая доля нижнего класса в руде 30 % и в надрешетном продукте 10 %. Масса надрешетного продукта 778 т/ч.

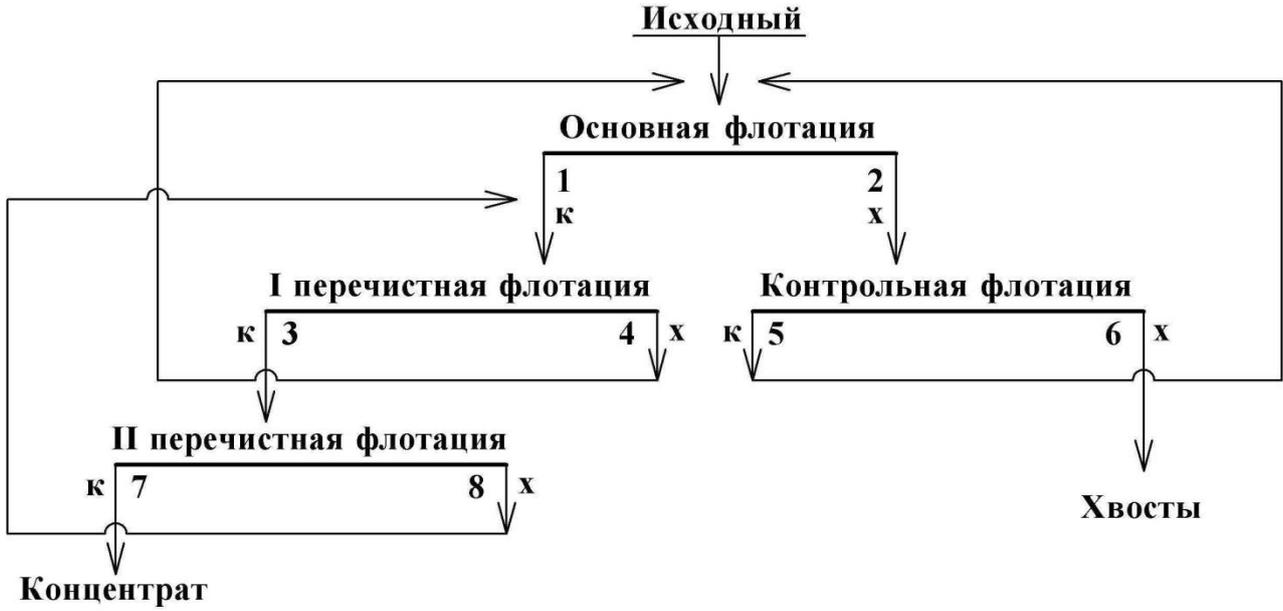
### 3.3. Расчёт схем обогащения

Рассчитать технологический баланс продуктов обогащения и технологические показатели всех продуктов для заданной по варианту схемы обогащения. Значениями массовой доли для промежуточных операций и продуктов схемы задаться самостоятельно.

#### Исходные данные для расчёта схем

Номер схемы	Массовая доля, %		Извлечение в концентрат, %
	в исходном	в концентрате	
1	1,7	43	85
2	1,0	17	87
3	1,5	33	95
4	1,6	22	90
5	1,2	45	97
6	1,8	23	89
7	1,4	25	93
8	2,5	6,5	80
9	1,5	20	84
10	1,3	23	88

*Схема № 1*



*Схема № 2*

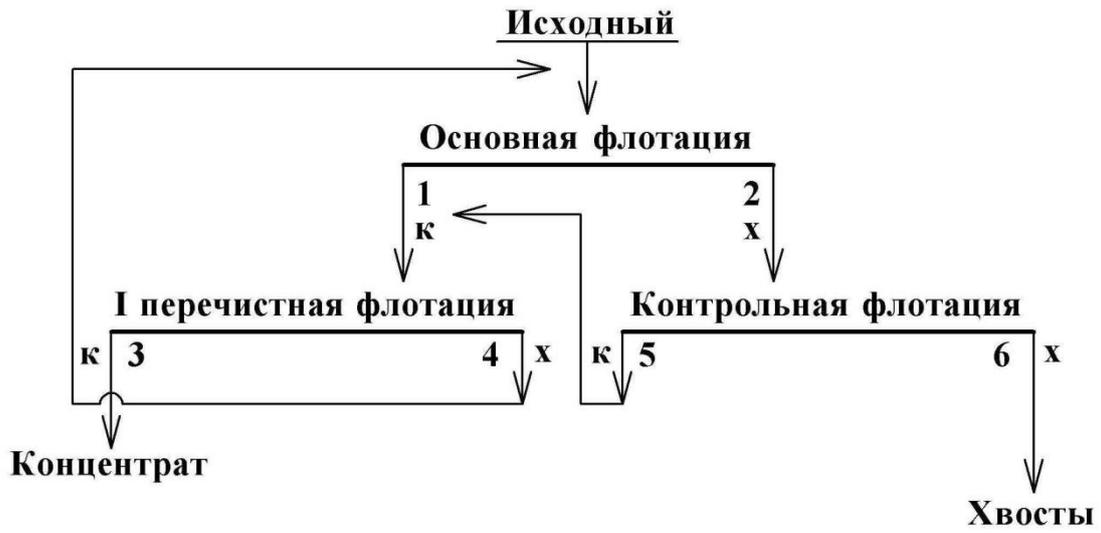


Схема № 3

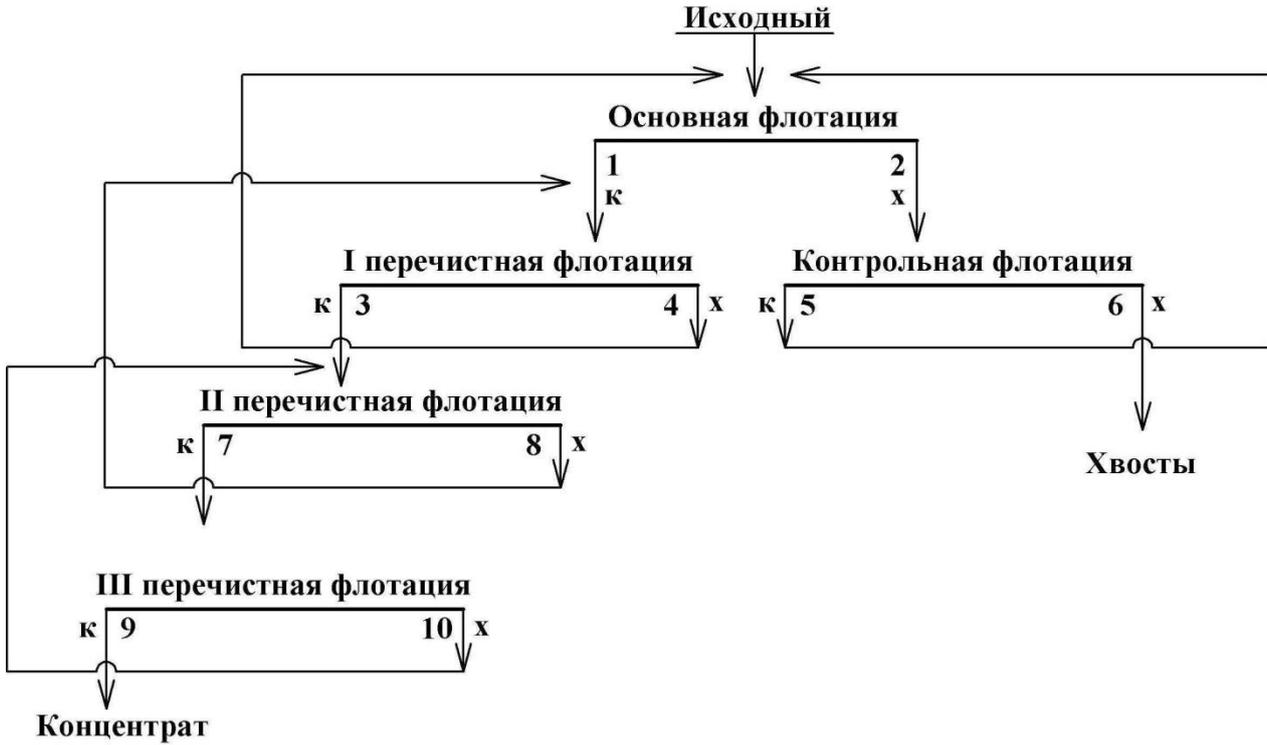


Схема № 4

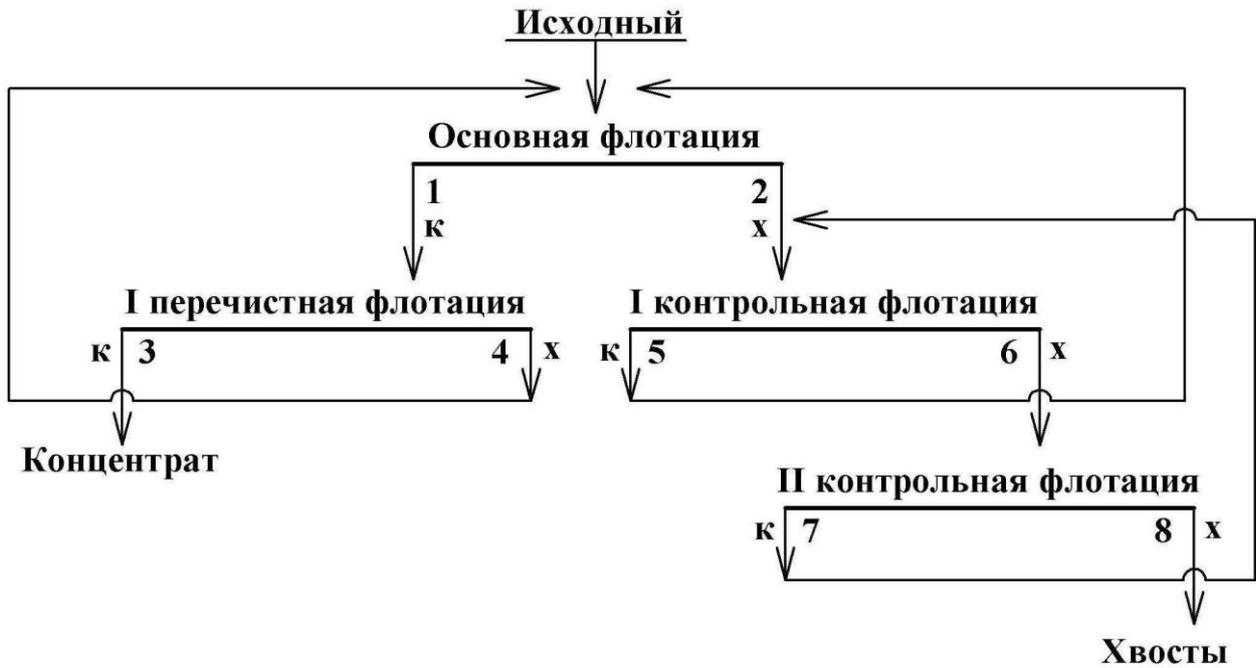


Схема № 5

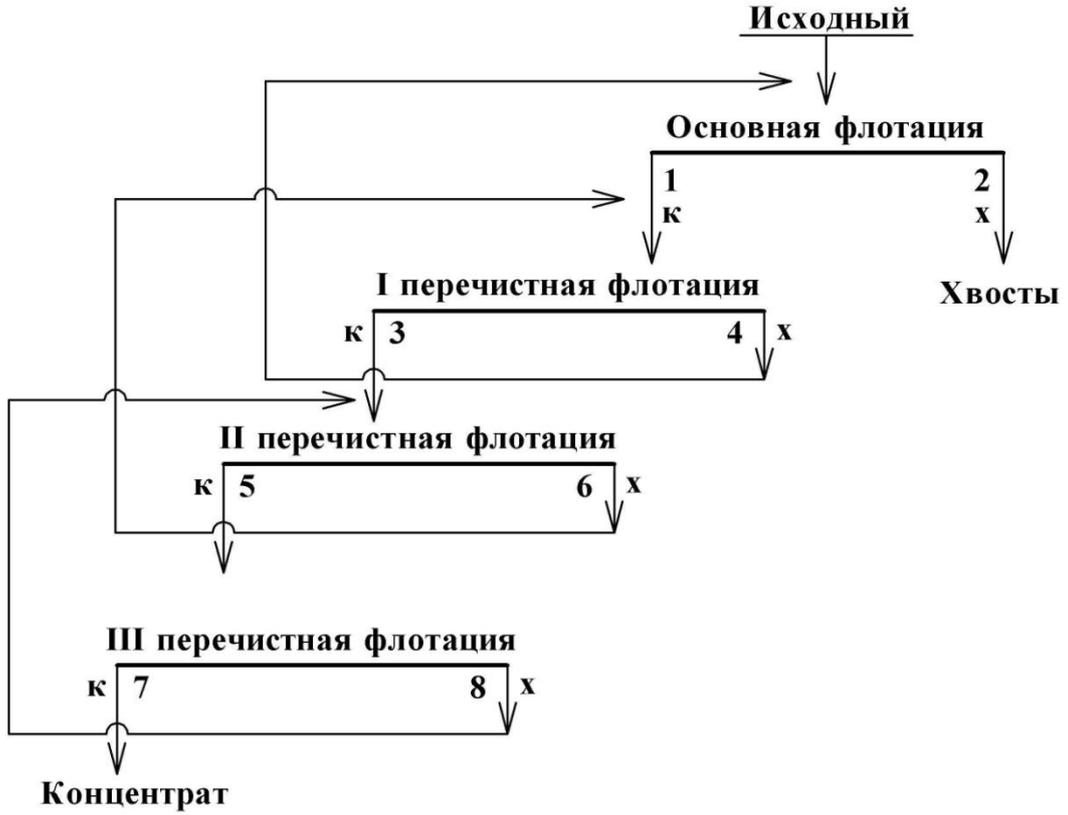


Схема № 6

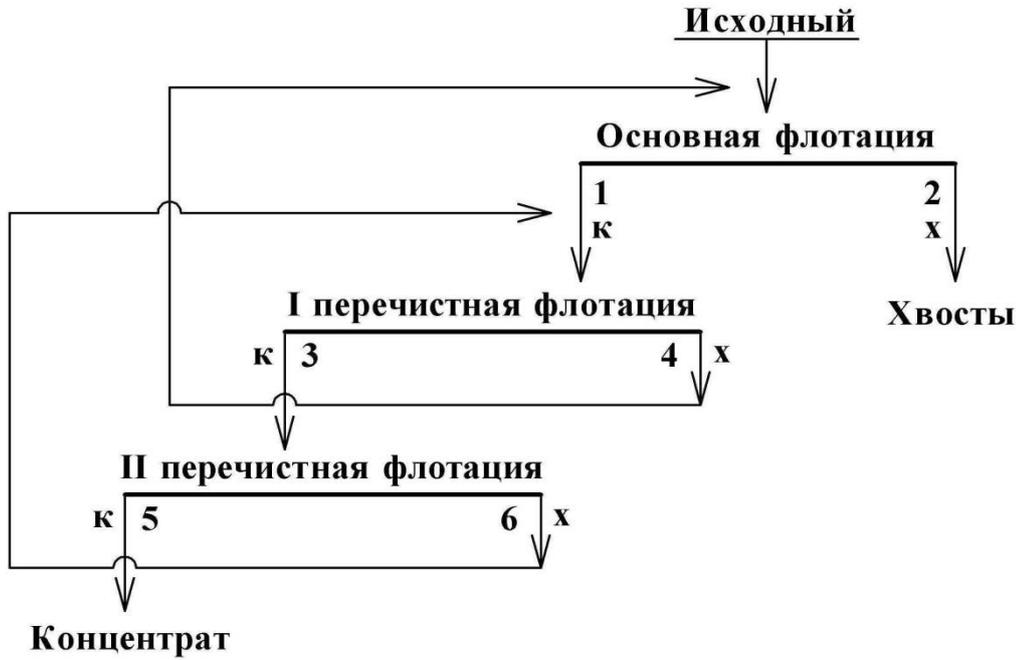


Схема № 7

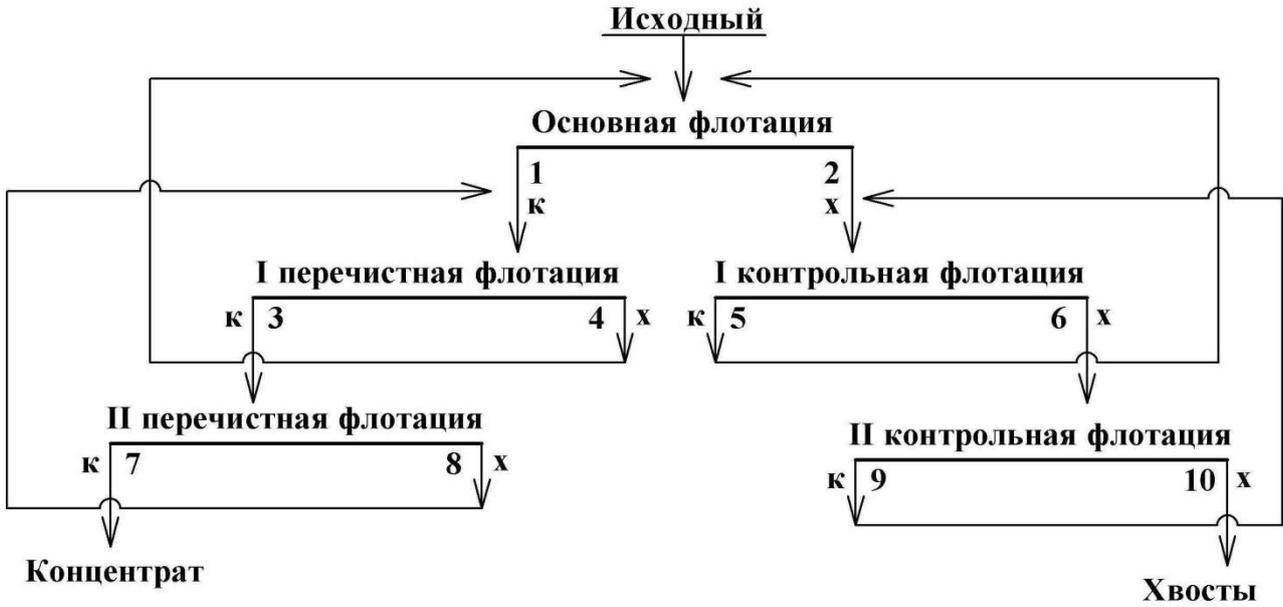


Схема № 8

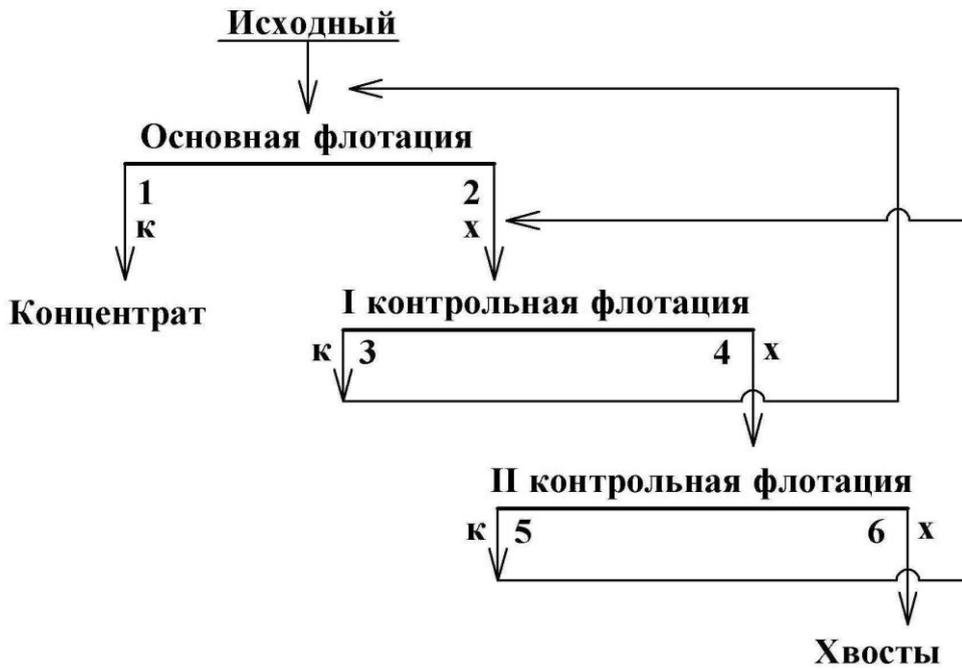


Схема № 9

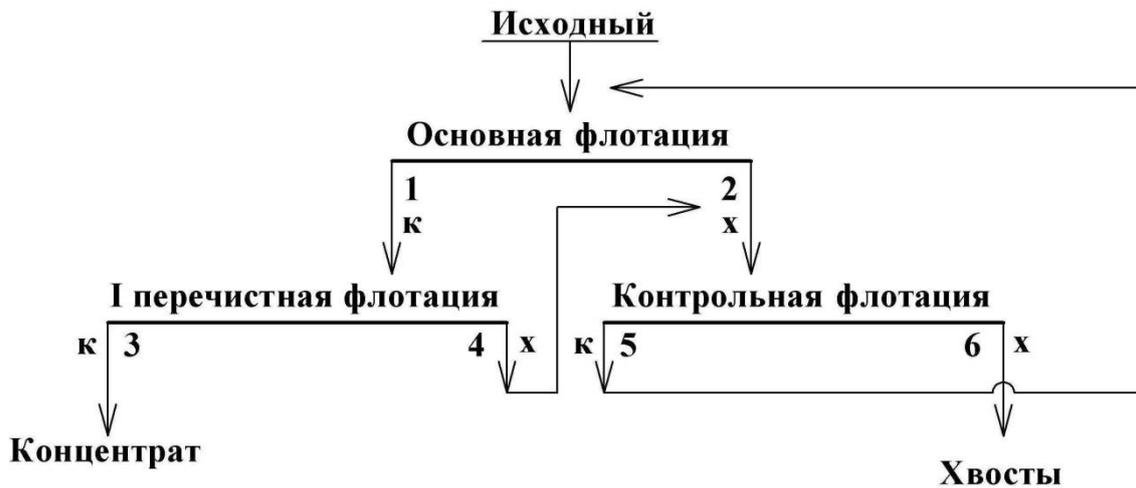
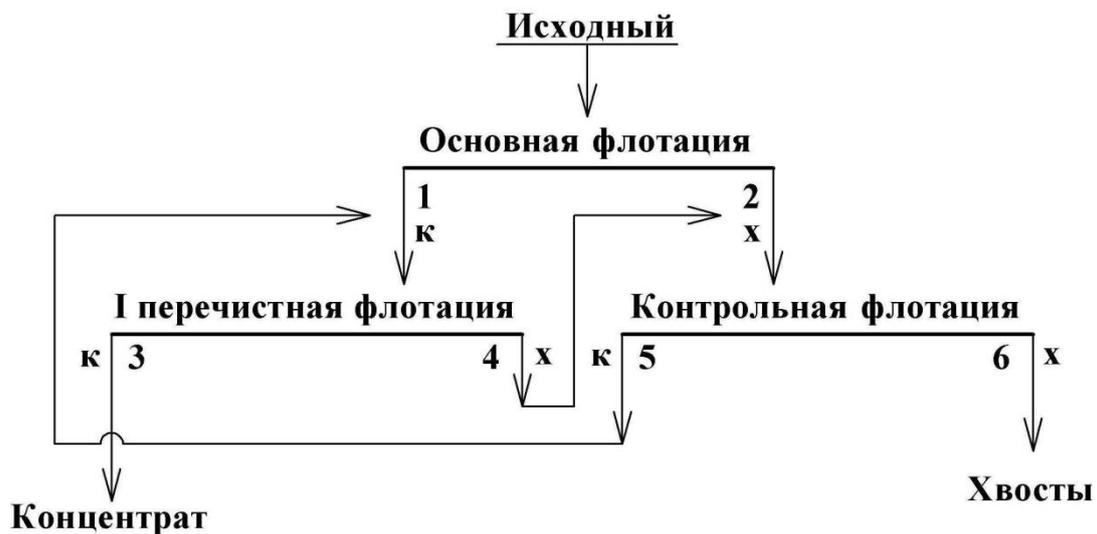


Схема № 10



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Комлев С. Г.* Основы обогащения полезных ископаемых: учебное пособие / С. Г. Комлев; Уральский гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. – 121 с.
2. *Комлев С. Г.* Технологические расчеты в обогащении полезных ископаемых. Выбор оборудования: методические указания по выполнению технологических разделов курсовых проектов и работ / С. Г. Комлев; Уральский гос. горный ун-т. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 64 с.



Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный  
горный университет»

**М. П. Попов**

# **ОБЛАГОРОЖЕННЫЕ И СИНТЕТИЧЕСКИЕ КАМНИ**

*Учебное пособие*  
для студентов направления подготовки  
**21.05.02 – «Прикладная геология»**  
специализации «Прикладная геохимия,  
минералогия, петрология (МПГ)»  
*очного обучения*

Екатеринбург  
2018

Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный горный университет»

**ОДОБРЕНО**

Методической комиссией  
факультета геологии  
и геофизики УГГУ

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

Председатель комиссии

\_\_\_\_\_ проф. В. И. Бондарев

М. П. Попов

## ОБЛАГОРОЖЕННЫЕ И СИНТЕТИЧЕСКИЕ КАМНИ

*Учебное пособие*

для студентов направления подготовки  
21.05.02 – «Прикладная геология»  
специализации «Прикладная геохимия,  
минералогия, петрология (МПГ)»  
*очного обучения*

П58

*Рецензент: А. Б. Макаров, д-р геол.-мин. наук, профессор кафедры ГПР  
Уральского государственного горного университета*

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры МПГ  
21.09.2018 г. (протокол № 1) и рекомендовано для издания в УГГУ

**Попов М. П.**

- П58 ОБЛАГОРОЖЕННЫЕ И СИНТЕТИЧЕСКИЕ КАМНИ: учебное пособие для студентов направления подготовки 21.05.02 – «Прикладная геология» специализации «Прикладная геохимия, минералогия, петрология (МПГ)» очного обучения. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 36 с.

В учебном пособии излагаются общие сведения по облагораживанию и синтезу основных ювелирных камней. Приводятся данные об основных методах облагораживания ювелирных камней, так же рассматриваются признаки, по которым можно определить эти камни.

Пособие предназначено для обеспечения изучения дисциплины «Методы облагораживания ДЦПК» студентами очной формы обучения направления подготовки 21.05.02 – «Прикладная геология» специализации «Прикладная геохимия, минералогия, петрология (МПГ)».

© Попов М. П., 2018  
© Уральский государственный  
горный университет, 2018

Учебное издание

Михаил Петрович Попов

**О Б Л А Г О Р О Ж Е Н Н Ы Е  
И С И Н Т Е Т И Ч Е С К И Е К А М Н И**

*Учебное пособие*  
для студентов направления подготовки  
21.05.02 – «Прикладная геология»  
специализации «Прикладная геохимия,  
минералогия, петрология (МПГ)»  
*очного обучения*

Редактор изд-ва *В. В. Баклаева*

Подписано в печать  
Бумага писчая. Формат бумаги 60x84 1/16  
Гарнитура TimesNewRoman. Печать на ризографе  
Печ. л. 2,3. Уч.-изд. л. 2,06. Тираж 50 экз. Заказ №

Издательство УГГУ  
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30  
Уральский государственный горный университет  
Отпечатано с оригинал-макета  
в лаборатории множительной техники УГГУ

Аннотация на пособие Облагороженные и синтетические камни.

В учебном пособии излагаются общие сведения по облагораживанию и синтезу основных ювелирных камней. Приведены данные об основных методах облагораживания ювелирных камней и рассмотрены признаки, по которым можно определить эти камни.

Пособие рассчитано для обеспечения изучения дисциплины «Методы облагораживания ДЦПК» ВО по направлению подготовки 21.05.02 «Прикладная геология».

## 1. ОБЛАГОРОЖЕННЫЕ И СИНТЕТИЧЕСКИЕ КАМНИ

Натуральные природные драгоценные и поделочные камни не столь красивы, как обработанные. После механической обработки (шлифовки, полировки, огранки) они становятся более привлекательны. Но в природе их количества (запасы) исчерпаемые, а современный рынок требует в оборот все большие и большие количества.

В этом случае *перед компанией, производящей ювелирные изделия или камни, имеется 3 пути:*

- покупать природный натуральный самоцвет, цена которого будет зависеть от качества, редкости и востребованности камня;
- заменять натуральный камень на синтетический аналог и удешевлять изделие;
- облагораживать природное сырье низкого качества до хорошего уровня.

Предприятия, занимающиеся облагораживанием, также тем или иным образом обрабатывают минеральное сырье с целью улучшить показатели внешнего вида (*цвет, блеск, прозрачность, чистоту, игру*), а в некоторых случаях дополнительно еще и повысить *механические свойства материала*. Однако об этом виде деятельности большинство покупателей не знает.

*Среди причин, по которым следует облагородить минерал, назовем следующие:*

- *Эстетичность*. Процесс облагораживания в результате дает улучшенный внешний вид самоцветов. Он становится зрительно чище, ярче, приобретает более насыщенный оттенок, который, к тому же, еще и долговечен.

- *Выгода.* Существуют и природные самоцветы удивительной красоты, обрабатывать которые никому и в голову не придет. Но стоят такие камни несравненно дороже своих облагороженных собратьев.

- *Популярность.* По тем или иным причинам возникает большая потребность в ювелирном камне хорошего качества, которая не может быть востребована в данный момент. Термическая, химическая или иная обработка позволяет самоцвету «раскрыться» в полной мере и продемонстрировать свою удивительную красоту.

Многие виды облагораживания известны с древнейших времен. *Использование в ювелирном деле облагороженных камней не считается фальсификацией, однако согласно российскому законодательству продавцы обязаны оповестить покупателя о применении в реализуемом изделии облагороженных камней и методе их облагораживания, поскольку цена облагороженного камня ниже, чем сравнимого с ним по качеству не облагороженного.*

### **Виды облагораживания**

Ниже приведены основные виды облагораживания согласно стандарта СТО 002.2012 «Камни, используемые в ювелирных изделиях. Терминология. Методы диагностики» (методы производства и облагораживания камней приведены в приложении):

<b>Вошение</b>	пропитка поверхности камня воском
<b>Диффузия</b>	химическое проникновение молекул одного вещества (газа, жидкости, твердого тела) в другое при их непосредственном соприкосновении или через пористую перегородку, вызывающее изменение цвета и/или какие-либо оптические эффекты
<b>Заполнение</b>	заполнение (полное или частичное) пера, трещины или полости каким-либо веществом

<b>Искусственное облучение</b>	воздействие на камни излучением, частично или полностью контролируемым человеком
<b>Напыление</b>	использование напыления тонкого металлического слоя с последующим покрытием бесцветным веществом
<b>Нарощенный</b>	синтетический камень, частично произведенный человеком – центральная часть камня является природной, а на нее нарощен слой синтетического аналога
<b>Облученный</b>	подвергшийся облучению, или облучению и нагреванию
<b>Окрашивание</b>	искусственное изменение цвета с помощью различных химических веществ
<b>Особый уход</b>	особые ограничения по уходу, хранению и использованию камня, связанные с его специфическими свойствами. Несоблюдение таких требований может привести к разрушению камня, изменению его свойств
<b>Отбеливание</b>	изменение или осветление цвета посредством воздействия физических или химических агентов, или с помощью света
<b>Поверхностная диффузия</b>	комбинированное применение нагревания и химических реагентов для проникновения элементов внутрь камня или в его поверхностные слои, вызывающее изменение цвета и/или оптические эффекты
<b>Покрытие</b>	нанесение тонкого слоя вещества по всей поверхности камня или на отдельных его частях (например, на рундисте) с целью изменения цвета, повышения стабильности или улучшения декоративных свойств
<b>Пропитка</b>	пропитывание камня красящими или укрепляющими веществами

<b>Реконструированные камни</b>	искусственные материалы, произведенные посредством плавления без последующей кристаллизации или прессования природных материалов в единое целое
<b>Сверление лазером</b>	просверливание лазером каналов и отверстий в камне с целью дальнейшего удаления включений из камня
<b>Склеивание</b>	соединение с помощью клея или каких-то др. химических веществ двух и более частей в единое целое
<b>Степень облагораживания</b>	качественная характеристика видимых последствий облагораживания
<b>Термообработка</b>	изменение свойств камня посредством нагревания (под воздействием высоких температур)
<b>Термообработка под давлением</b>	изменение свойств камня под одновременным воздействием высоких температур и давлений
<b>Термообработка с заполнением</b>	изменение свойств камня под воздействием высоких температур в присутствии материалов и веществ, способных заполнять трещины и полости в камне, в том числе с перекристаллизацией участков камня, прилегающих к трещинам и полостям

**Ниже приводится краткая информация о самых популярных методах облагораживания.**

**Термическая обработка.** Этот способ позволяет сделать минерал более чистым и блестящим. В зависимости от разновидности самоцвета применяют и определенный способ термообработки: самоцвет могут просто помещать в открытом пламени, либо использовать высокотехнологичные электропечи с регулировкой напряжения магнитного поля. Этот метод обработки часто

используют в отношении:

- *всех разновидностей благородных корундов ( $Al_2O_3$ )*, чтобы их цветовая насыщенность улучшилась. Нагрев происходит до температуры 1000–1400 °С.

- При нагреве *слабоокрашенных аметистов ( $SiO_2$ )* от 400÷500 °С камни приобретают насыщенную желтую окраску, характерную для цитринов. При нагреве до 500–575 °С камень приобретает оранжевую или красно-оранжевую окраску, не характерную для природных аметистов, что существенно повышает эстетические свойства и, соответственно, цену камня.

- Хромсодержащие коричневые и *красно-коричневые топазы* из Бразилии при нагревании до температуры 500 °С сначала обесцвечиваются, а затем при медленном охлаждении приобретают красивый розовый цвет.

- *Турмалины зеленые и розовые*, от природы неприглядно темные, этим методом осветляют.

- Из *серого и коричневого агата* получают «прогретые» карнеолы и сердолики.

**Облучение.** Было замечено, что под воздействием радиоактивного облучения самоцветные камни изменяют свою окраску. Такие процессы происходят и в естественных условиях, когда содержащиеся в земной коре радиоактивные элементы облучают породу, изменяя ее цвет. Но отличие искусственного облучения от естественного в том, что искусственное осуществляется в миллионы раз быстрее. Таким способом получают:

- При обработке *желтоватых алмазов*  $\gamma$ -излучением могут быть получены более ценные бриллианты с голубым оттенком. Реакция *бесцветных алмазов* на излучение может быть очень разнообразной, что обусловлено технологическими условиями обработки. Так, облучение электронами позволяет получать зеленые,

голубые и зеленовато-синие камни. При воздействиях нейтронами бриллианты зеленого цвета после дальнейшего высокотемпературного воздействия становятся розовыми, пурпурно-красными, коричневыми или оранжевыми. С помощью нейтронного облучения можно также получать черные бриллианты. Исходным материалом служат камни низких групп цветности.

- Невзрачные, почти *бесцветные или бесцветные образцы топазов* под действием  $\gamma$ -излучения превращаются в насыщенно-голубые, желтые, желто-коричневые, оранжевые, розовые или зеленые.

- С помощью  $\gamma$ -излучения *бесцветные или слабо-окрашенные кварцы* приобретают насыщенную темно-коричневую окраску раухтопазов. В процессе дальнейшей термической обработки при температурах от 140÷280 °С кварцы приобретают насыщенный зеленовато-желтый цвет. На рынке эти камни известны под торговым названием «лимонные цитрины».

**Промасливание трещин и пропитывание.** Часто природные камни имеют трещины, которые совсем не украшают самоцвет. Человечество научилось бороться с ними, превращая кристалл в подлинную во всех смыслах ценность. Так называемое промасливание изумрудов было первым методом облагораживания, описанным в литературных источниках. Плиний в книге «Естественная история» уже в 55 г. н. э. дал описание получения таких камней. Для этого применяют заполнение трещин специальным масляным раствором. Эта технология не предусматривает использования исключительно натуральных продуктов, потому наряду с кедровым маслом применяют и синтетические (все же намного чаще, чем кедровое). Самые известные камни, с которыми производят данные манипуляции, – это *изумруды*. Порой в масло добавляют красящее вещество, особенно при обработке бериллов. В результате получаются

камни, более насыщенные по окраске, чем она была изначально. Такая же технология промасливания используется и для др. минералов группы бериллов, например, аквамарина, *гелиодора* или *morganita*.

Некоторые ювелирные материалы (такие, как *бирюза*, *жемчуг*), пропитывают бесцветным парафином (или пластиком, дающим более устойчивый результат), для того чтобы стабилизировать их и защитить от внешнего воздействия (такая пропитка является допустимым видом обработки). Менее допустима пропитка окрашенными веществами с целью повысить стоимость, например, бесцветной или бледно-окрашенной бирюзы.

**Заполнение трещин клеевым веществом.** Иногда встречаются камни с высоким уровнем прозрачности и насыщенным цветом от природы, но они бывают настолько усеяны трещинами, что могут легко сломаться. Заполнение трещин на поверхности ювелирных камней с помощью полимеров широко используется для *бриллиантов*, *бериллов* и *жемчуга*. Цель этой обработки такая же, как и при промасливании, т. е. заполнить мелкие трещинки, имеющиеся в камне, веществом по цвету и коэффициенту преломления сходному с минералом, для того, чтобы сделать их невидимыми для человеческого глаза.

**Заполнение стекломассой.** В этом случае трещины заполняются раскрошенным на мельчайшие частички и смешанным с определенными веществами стеклом. Обычно методом стеклозаполнения *облагораживаются рубины и корунды* с трещинами, качество которых далеко от ювелирного. Это непрозрачные экземпляры коричневого цвета, они совсем не похожи на яркие сверкающие рубины, которые встречаются ювелирных украшениях. Для улучшения цветовых свойств таких камней, их подвергают термообработке, в результате которой они становятся красно-

малиновыми или красными. Порой стекла в камне при таком способе оказывается больше, чем вещества, из которого этот драгоценный камень состоит. Это сразу же сказывается на его стоимости.

**Диффузия.** Процесс окрашивания камней с помощью насыщения при термообработке определенными микроэлементами. Окраска камней становится равномерной и на поверхности и внутри. Сущность диффузионного метода заключается в том, что на камни наносят специальные покрытия, содержащие элементы, отвечающие за образование в минералах окраски (например, железо, титан, хром, марганец и др.). При нагревании эти элементы диффундируют в кристаллическую решетку минерала и изменяют цвет минерала. Диффузионная обработка *слабоокрашенных корундов* осуществляется при температурах 1750–1900 °С, при этом при диффузии в кристаллическую решетку ионов железа и титана получается насыщенная голубая или синяя окраска, при диффузии ионов хрома (в зависимости от их концентрации и свойств исходного минерала) можно получить красную, розовую или оранжевую окраску.

**Магнитное напыление пленки.** Для осуществления этой технологии камни помещают в вакуумную камеру, где на их поверхность напыляется тонкое покрытие определенного цвета. Коммерческое значение данный способ облагораживания имеет для *топазов* и *кварцов*. Так, бесцветные экземпляры могут быть окрашены в желтые, красные, синие, зеленые, оранжевые и розовые цвета. Полученные способом диффузной металлизации зонально-окрашенные топазы появились на рынке в конце 1990-х гг. XX века и получили торговое название «мистические топазы» (в международной торговле «*Mystik Fire Topaz*»).

**Обесцвечивание.** Улучшение окраски и чистоты ювелирной

вставки может производиться методом обесцвечивания с помощью применения различных химических веществ. При этом возможно уменьшить зональность в окраске, а также одновременно удалить мешающие вещества, находящиеся в трещинах, порах. Наибольшее значение этот метод облагораживания имеет для *жемчуга, кораллов и минералов группы жадов (нефрит и жадеит)*.

**Окрашивание.** Окрашивание поверхностных слоев ювелирных камней низких сортов с помощью тех или иных химических соединений известно давно. Многие самоцветы (*опал, жадеит, нефрит, некоторые разновидности халцедона*), имеющие пористую поверхность, для улучшения их цветовых характеристик подкрашиваются химическими красителями. *Жемчуг* низкого качества окрашивают в черный цвет при помощи раствора нитрата серебра, из которого под действием УФ лучей на внешний перламутровый слой осаждается серебро.

## 2. СИНТЕТИЧЕСКИЕ ЮВЕЛИРНЫЕ КАМНИ

Огромная ценность драгоценных камней, невероятная трудность их поисков в природе и добычи из недр всегда вызывали у человека желание изготовить такой камень искусственно. Издавна делались многочисленные поделки и подделки, имитирующие природный камень, велось изготовление сложных камней-дублетов, где верхняя часть сделана из ценного камня, а низ из дешевого, искусственно подкрашенного камня, вклеивались блестящие металлические пластинки в толщу камня и под камень, а также изготавливали стеклянные имитации – стразы. Однако все эти легко узнаваемые имитации не приносили удовлетворения ни ювелирам, ни любителям камня.

Современная история создания искусственных самоцветов началась в 1857 году, когда французский химик Марк Годэн, сплавив две соли-квасцы (сульфат калия и алюминия) и хромат калия, получил кристаллы рубина весом около 1 карата.

Города в России, в которых сосредоточены центры по производству и облагораживанию ювелирного сырья: Москва, Санкт-Петербург, Троицк, Новосибирск, Черноголовка, Южно-Уральск, Александров. Основными потребителями синтетических драгоценных камней являются: США, Германия, Китай и т. д.

### Основные понятия

**Ювелирные камни** – природные минералы и их искусственные аналоги, используемые для изготовления украшений и художественных изделий. Характеризуются красивой окраской, большой твердостью, долговечностью, ярким блеском и игрой.

**Драгоценные и поделочные камни** – природные минералы и/или горные породы, образованные без вмешательства человека.

**Синтетический камень** – кристаллизованный или перекристаллизованный продукт, полностью или частично произведенный человеком разными методами. Физические и химические свойства и (или) кристаллическая структура таких камней полностью соответствует их природным аналогам.

**Составной камень** – кристаллическое или аморфное твердое тело, состоящее из двух или более частей, соединенных не естественным образом, а путем искусственного склеивания или др. методами. Составные части могут быть как ювелирными камнями, или иными минералами, так и синтетическими камнями либо химическими продуктами (дублет гранат-стекло, дублет изумруд – синтетический изумруд и т. д.).

**Камни-имитации** являются подделками природных или синтетических камней или продуктов, частично или полностью сделанных человеком. Они имитируют *эффект, цвет и внешний вид* природных драгоценных или синтетических камней, не имея их химических и (или) физических свойств и (или) их кристаллическую структуру (стеклянный кошачий глаз).

**Реконструированный камень** – искусственный продукт, полученный путем соединения, плавления или прессования природных материалов в единое целое (прессованный гематит, плавленый янтарь и т. д.).

**Синтез** (от греч. σύνθεσις – соединение, сочетание, составление) – соединение различных элементов, сторон предмета в единое целое (систему), которое осуществляется как в практической деятельности, так и в процессе познания.

К **синтетическим ювелирным камням** относятся искусственно полученные моно- или поликристаллические и аморфные химические соединения.

Среди синтетических ювелирных материалов можно выделить две группы. К **первой** относятся камни, представляющие собой

структурные и химические аналоги природных кристаллов, но отличаются составом и содержанием микропримесей. К ним, например, относятся – *алмаз, рубин, сапфир, изумруд, аметист, alexandrit*. А *ко второй группе* – камни, полученные в лабораторных условиях, но не имеющие аналогов в природе, например, *фианит, иттрий-алюминиевый гранат (ИАГ), галлий-гадолиниевый гранат (ГГГ)*.

### **Методы синтеза ювелирных камней**

***Существует два основных направления выращивания ювелирных камней:***

- выращивание кристаллов из расплава;
- выращивание кристаллов из раствора.

**Расплав** – однокомпонентная система в жидком состоянии.

**Раствор** – гомогенная (однородная) смесь, состоящая из частиц растворённого вещества, растворителя и продуктов их взаимодействия.

#### **Методы выращивания кристаллов из расплава**

1. Метод «плавление в пламени» (метод Вернейля).
2. Метод вытягивания (метод Чохральского).
3. Зонная плавка или горизонтальная зонная плавка.
4. Высокочастотное плавление в холодном тигле (Гарнис-сажная плавка).

#### **Методы выращивания кристаллов из раствора**

1. Раствор-расплавный метод (флюсовый).
2. Гидротермальный метод.

#### **Метод «плавление в пламени» (Вернейля)**

Началом промышленного синтеза драгоценного корунда, как уже упоминалось, было замечательное изобретение француза А. Вернейля, который предложил очень простой способ кристаллизации тугоплавких веществ в самой горячей части пламени ки-

слородной горелки. Не будучи уверен в промышленном осуществлении своей идеи, А. Вернейль изложил в письме содержание своего изобретения и передал это письмо в 1891 г. в запечатанном конверте Парижской академии наук на хранение на 10 лет. Однако уже через три года он убедился в своей правоте, организовал фабрику по производству рубина, а в 1902 г. опубликовал суть своего метода синтеза рубина. Полностью свои теоретические разработки Вернейль воплотил в техническую базу в 1908–1910 гг. Метод А. Вернейля оказался настолько удобным, что с небольшими усовершенствованиями сохранил свое значение до сих пор. Печь Вернейля (рис. 1). Шихта поступает из дозатора, постепенно плавится и расплав осаждается на затравочный кристалл. Постепенно кристалл движется вниз, и слой нароста увеличивается, после завершения из печи вынимают кристалл (булю).

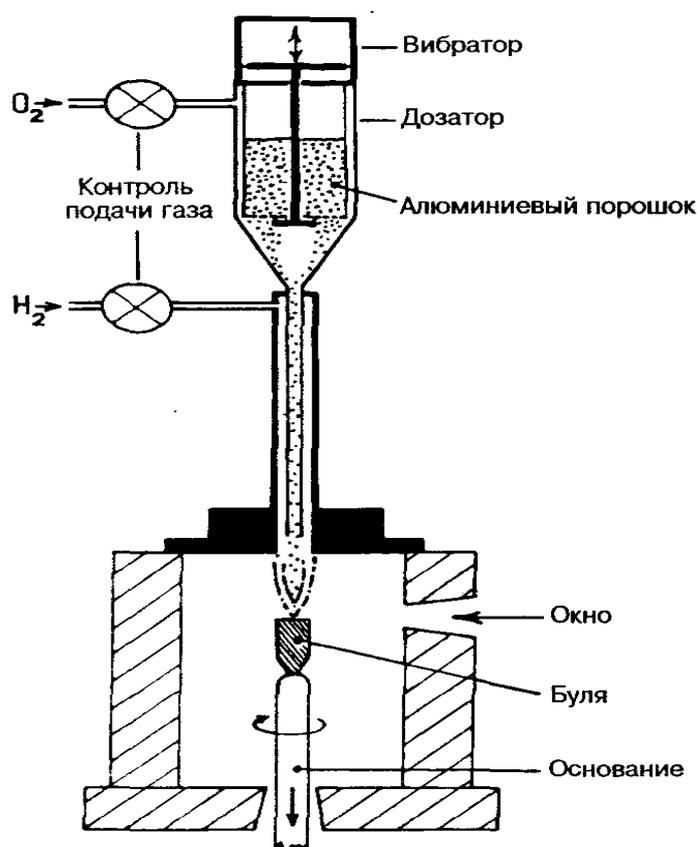


Рис. 1. Печь Вернейля

Таким методом часто выращивают ювелирный корунд. Год рождения синтетического рубина – 1910. В лаборатории фран-

цузского химика А. Е. Александра получены искусственные рубины ювелирного качества по методу, предложенному *Вернейлем* в 1891 г. С этого времени способ стал промышленным.

Сырьем для синтеза корунда служит тонкоизмельченный порошок оксида алюминия, получаемый при кальцинации аммоний-алюминиевых квасцов.

*Примесями для получения необходимого цвета служат следующие вещества:*

- оксид хрома ( $\text{Cr}^{3+}$ ) – для рубина;
- оксиды железа ( $\text{Fe}^{3+}$ ) и титана ( $\text{Ti}^{4+}$ ) – для синего сапфира;
- оксид никеля ( $\text{Ni}^{2+}$ ) – для желтого сапфира;
- оксиды никеля ( $\text{Ni}^{2+}$ ) и хрома ( $\text{Cr}^{3+}$ ) – для оранжевого сапфира;
- оксид меди ( $\text{Cu}^{2+}$ ) – для голубовато-зеленого сапфира;
- оксид кобальта ( $\text{Co}^{2+}$ ) – для темно-синего сапфира;
- оксиды ванадия ( $\text{V}^{3+}$ ) и хрома ( $\text{Cr}^{3+}$ ) – для получения эффекта смены цвета, имитирующего александрит (*розовато-лило-вый/светло-синий* вместо *красный/зеленый*).

Для получения *звездчатых камней* в порошок оксида алюминия вначале добавляют диоксид титана и далее рост булы происходит обычным путем в печи Вернейля. Полученную булу снова нагревают, **чтоб** диоксид титана **выделился** в виде игл по направлению трех основных кристаллографических осей (похоже на используемый сейчас метод растворения и перекристаллизации беспорядочно ориентированных рутиловых игл в природном корунде).

***Синтетическая шпинель впервые была получена методом Вернейля в 1926 г.***

Из смеси оксидов алюминия и магния ( $\text{MgO}$  и  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), когда берется их соотношение 1:1, чтобы точно воспроизвести химический состав природной шпинели ( $\text{MgAl}_2\text{O}_4$ ), возникают проблемы, связанные с тем, что буля в большой степени подвержена само-

произвольному растрескиванию. Для решения этой проблемы использовали другое соотношение: 1 часть MgO на 1,5–3,5 части Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Этот диапазон может меняться в зависимости от окрашивающих добавок. Например, для камней, окрашенных оксидом хрома: отношение 1:2, для зеленовато-коричневых шпинелей отношение равно 1:3. Состав также влияет на значения показателя преломления и удельного веса: у синтетической шпинели они выше, чем у природной, что облегчает идентификацию этих двух камней. Разница в химическом составе и константах между природной и синтетической шпинелью, строго говоря, делает выражение «синтетическая шпинель» необоснованным, тем не менее, его использование допускается. Були синтетической шпинели не такие круглые, как корундовые, обычно они слегка уплощенные с боков в соответствии с их кубической сингонией.

*Для синтетической шпинели применяются следующие основные окрашивающие примеси:*

- оксид кобальта (Co<sup>2+</sup>) – для синих и зеленых камней;
- оксид железа (Fe<sup>2+</sup>) – для розовых камней;
- оксид марганца (Mn<sup>2+</sup>) – для светло-зеленых камней;
- оксид хрома (Cr<sup>3+</sup>) – для зеленых и коричневых камней;
- оксиды ванадия (V<sup>3+</sup>) и хрома (Cr<sup>3+</sup>) – для имитации александрита (зеленый/серый).

Методом Вернейля выращиваются также *титанат стронция* и *синтетический рутил*. Поскольку с приближением температуры к точке плавления оксид титана в обоих этих материалах имеет тенденцию терять кислород, необходима дополнительная подача кислорода во время роста були. Это достигается видоизменением стандартной горелки Вернейля. Горелка снабжена дополнительной трубкой для подачи кислорода и насыщения им пламени. Даже с дополнительной подачей кислорода були получают черными и их

приходится отжигать в кислороде для получения прозрачного материала.

### Метод вытягивания (Чохральского)

В этом методе затравочный кристалл помещают в тигель (жаростойкая емкость из тугоплавкого металла, например, из иридия). В тигле содержится расплав, который нагревается с помощью радиочастотной индукционной катушки. Когда затравочный кристалл приходит в соприкосновение с поверхностью расплава, его вращают и затем начинают медленно поднимать с тщательно контролируемой скоростью. Материал кристаллизуется на затравке и растет вниз по мере вытягивания его из расплава (рис. 2).

*Метод*

*впервые разработан Дж. Чохральским в 1918 г.*

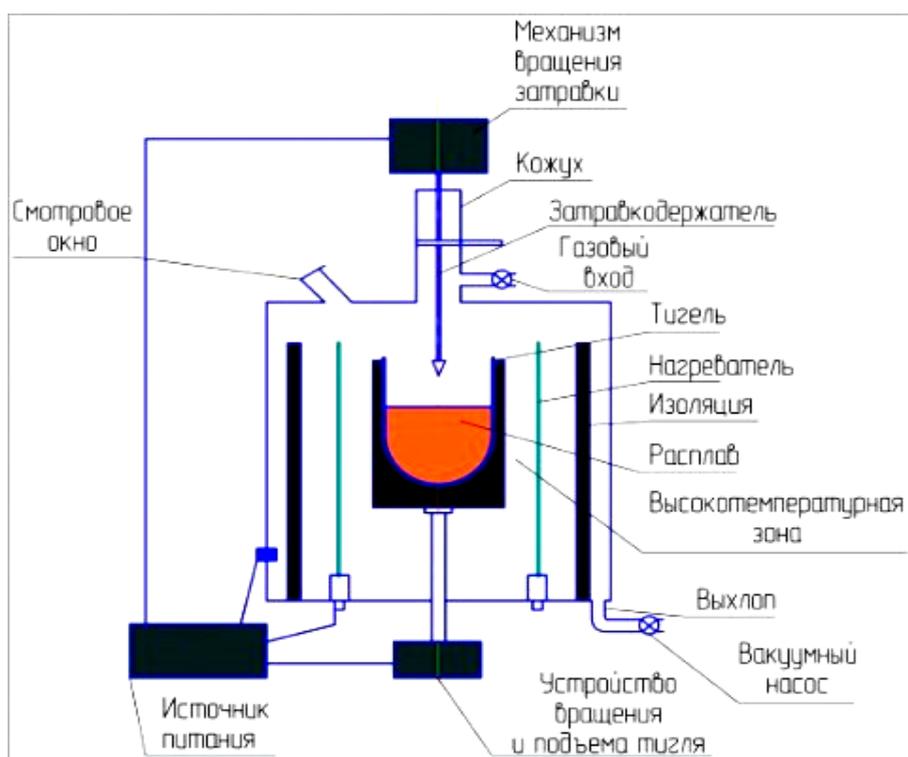


Рис. 2. Схема аппарата использована Чохральским для синтеза методом «вытягивания кристалла»

Этот метод позволяет выращивать крупные кристаллы *рубина* и *редкоземельных гранатов* (ИАГ, ГТГ и др.), применяемых в лазерах. Он используется также для производства *синтетического шеелита*, *флюорита* и *ниобата лития*. Не так давно японской компанией

«Киосера» методом Чохральского был синтезирован *александрит*. Этот камень с торговым названием «Crescent Vert Alexandrite» и (в отличие от синтетических корунда и шпинели, имитирующих александрит) обладает таким же эффектом смены цвета, как его природный аналог.

### **Зонная плавка или горизонтальная зонная плавка**

Метод зонной плавки может служить для очистки (т. е. повышения чистоты материала) или для выращивания высоко-чистых кристаллов из твердого или частично расплавленного порошка. Установка включает в себя радиочастотную индукционную катушку, которая перемещается вдоль емкости с питающим материалом, расплавляя его. При дальнейшем передвижении катушки материал охлаждается и кристаллизуется (рис. 3) или (если необходима его очистка) перекристаллизуется (рис. 4).

В другом варианте индукционная катушка может быть не-подвижной, а материал двигается внутри нее.

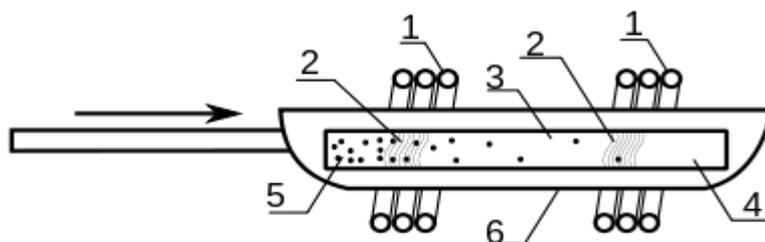


Рис. 3. Схема зонной плавки кристалла:

- 1 – индукционные катушки; 2 – расплавленные зоны;
- 3 – очищенный минерал; 4 – сверхчистый минерал;
- 5 – минерал с повышенным содержанием примесей;
- 6 – графитовая лодочка

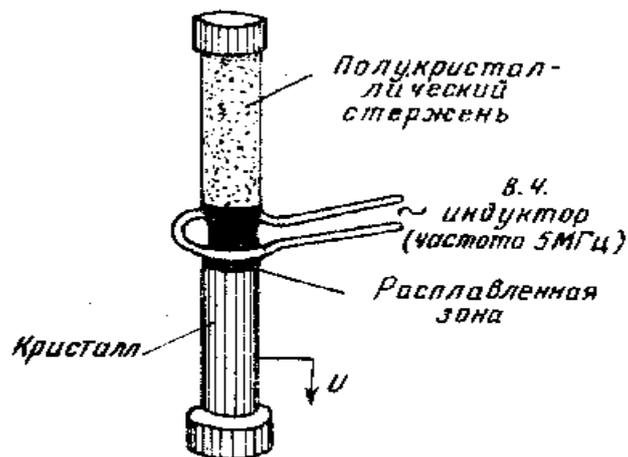


Рис. 4. Схема выращивания кристалла зонной плавкой

Данный метод синтеза драгоценных камней технически прост, позволяет выращивать монокристаллы в форме пластин и успешно применяется для получения крупных монокристаллов *корунда различных окрасок, ИАГ и др. синтетических гранатов.*

### **Высокочастотное плавление в холодном тигле (гарниссажная плавка)**

Этот метод заключается в плавлении и кристаллизации шихты «внутри себя» без взаимодействия со стенками тигля. Огромный плюс метода в том, что не нужно покупать дорогой тигель из огнеупорного металла. Рассмотрим этот метод на создании стабилизированной кубической оксида циркония (*фианита*). Точка плавления порошка диоксида циркония значительно выше 2000 °С, поэтому его невозможно расплавить в обычных огне-упорных тиглях. В связи с этим кристаллы диоксида циркония выращивают так называемым методом гарниссажа. Этот метод был разработан в 1970–1973 г. В. В. Осико, В. И. Александровым и их сотрудниками в Физическом институте им. Лебедева в Москве.

Аппарат, используемый для синтеза этим методом, состоит из водоохлаждаемых медных трубок (рис. 5). Порошок диоксида циркония (плюс стабилизатор, необходимость которого будет обоснована ниже) помещают внутрь аппарата, и он плавится под

действием токов высокой частоты. Поскольку диоксид циркония электропроводен только при высоких температурах, процесс плавления начинается с пластинки металлического циркония, помещенной в центр.

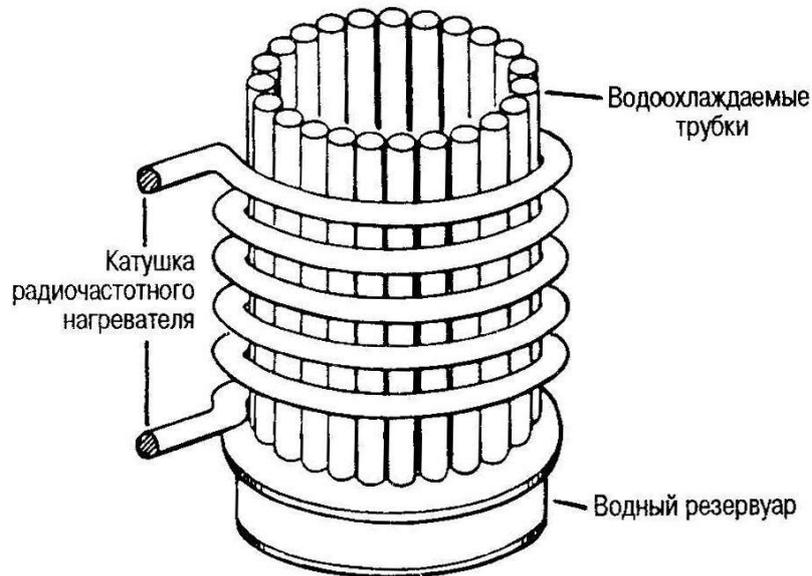


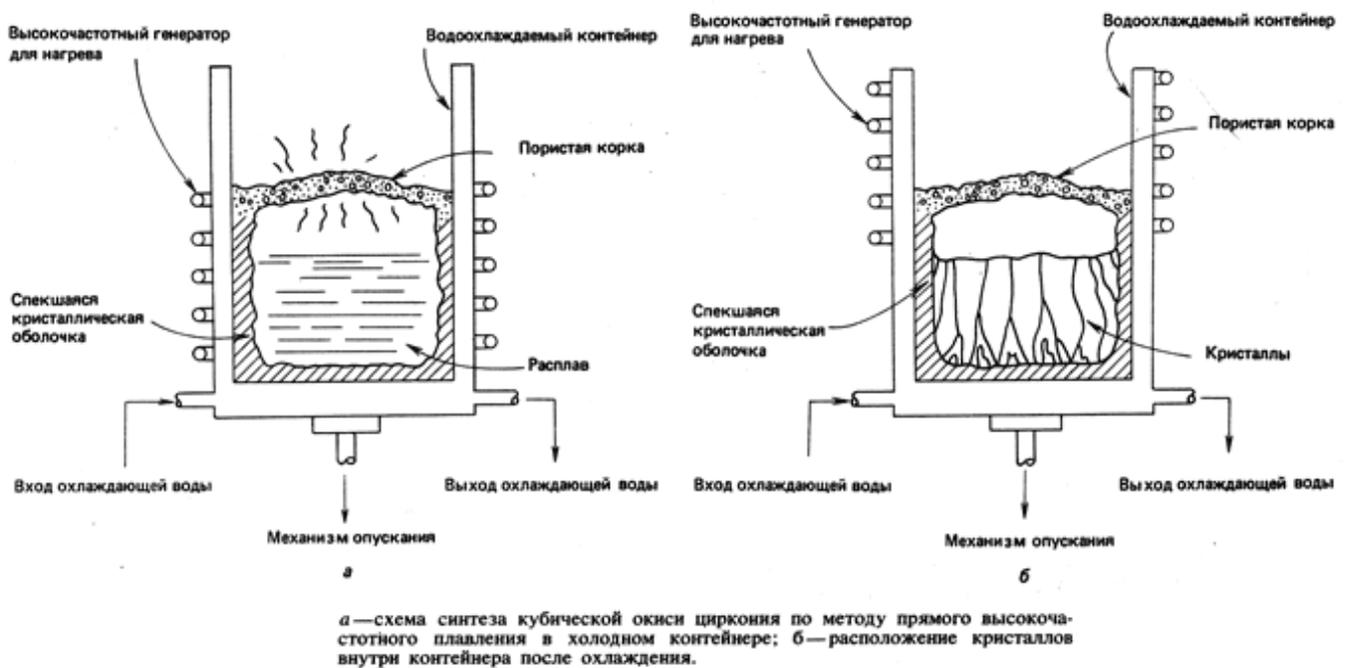
Рис. 5. Схема гарниссажной плавки

Когда определенный объем порошка расплавится, вокруг него останется внешняя корка, температура которой ниже температуры плавления кубического диоксида циркония. Она находится в контакте с холодными медными трубками: таким образом, формируется собственный, устойчивый к высоким температурам тигель (рис. 6). Через несколько часов высокочастотный нагрев порошка медленно уменьшается и, когда расплав остынет, извлекают прозрачные кристаллы. Для снятия напряжений в охлажденных кристаллах их отжигают при температуре  $1400\text{ }^{\circ}\text{C}$  около 12 часов.

При высокой температуре диоксид циркония имеет кубическую структуру, но остыв до комнатной температуры, становится моноклинным (и непрозрачным). Для сохранения диоксида циркония в кубическом и прозрачном состоянии при его кристаллизации, перед нагревом в питающий материал вводится «стабилизатор». Подходящими для этих целей стабилизаторами являются оксиды марганца, кальция и иттрия (в промышленности

нестабилизированный непрозрачный диоксид циркония используется как высокотемпературный огнеупорный материал). Окрашенный диоксид циркония (*фианит*) также производится рядом компаний; окраска связана с добавками редкоземельных и переходных элементов.

Рис. 6. Схема создания стабилизированной окиси циркония



методом гарниссажа

### Раствор-расплавный метод (флюсовый)

С середины и конца XIX века этим методом выращивали рубин, но в 1888 г. *Отфель и Перри* вырастили *первые мелкие кристаллы изумруда*. Современная технология выращивания изумруда была разработана в 1935 г. немцами. В 1938 г. в Америке химик К. Чэтем начал синтезировать изумруды в промышленных масштабах. При выращивании синтетических аналогов ювелирных камней в промышленном производстве на специальных заводах широкое использование получили раствор-расплавные методы (метод флюса). Выращивание кристаллов методом флюса применяется для получения тугоплавких кристаллов, кристаллизация которых невозможна или очень трудоемка из одно-компонентного расплава. В качестве

растворителей (флюса) служат расплавы легкоплавких окислов ( $PbO$ ,  $MoO_3$ ,  $BaO$ ,) и солей ( $KF$ ,  $Na_2CO_3$ ,  $CaCl_2$ ,  $NaCl$ ,  $BF_3$ ) и др.). Растворимость в них тугоплавких соединений должна быть не менее 10% (10—50 %) при температурном коэффициенте растворимости порядка 1 % на 10 °С.

При выращивании синтетического изумруда необходимые компоненты (оксиды бериллия и алюминия плюс оксид хрома в качестве окрашивающей примеси) растворяют во флюсе – молибдате лития. Затем платиновый тигель нагревается до 800 °С. Пластины из силикатного стекла, плавающие на поверхности расплава, взаимодействуя с оксидами бериллия и алюминия, образуют раствор, по составу соответствующий бериллу. Затем в раствор опускают затравочные кристаллы из природного или синтетического берилла в платиновых камерах, и температуру тигля медленно понижают до первоначального уровня (рис. 7). Когда раствор берилла достигает пересыщения, начинается кристаллизация изумруда на затравке.

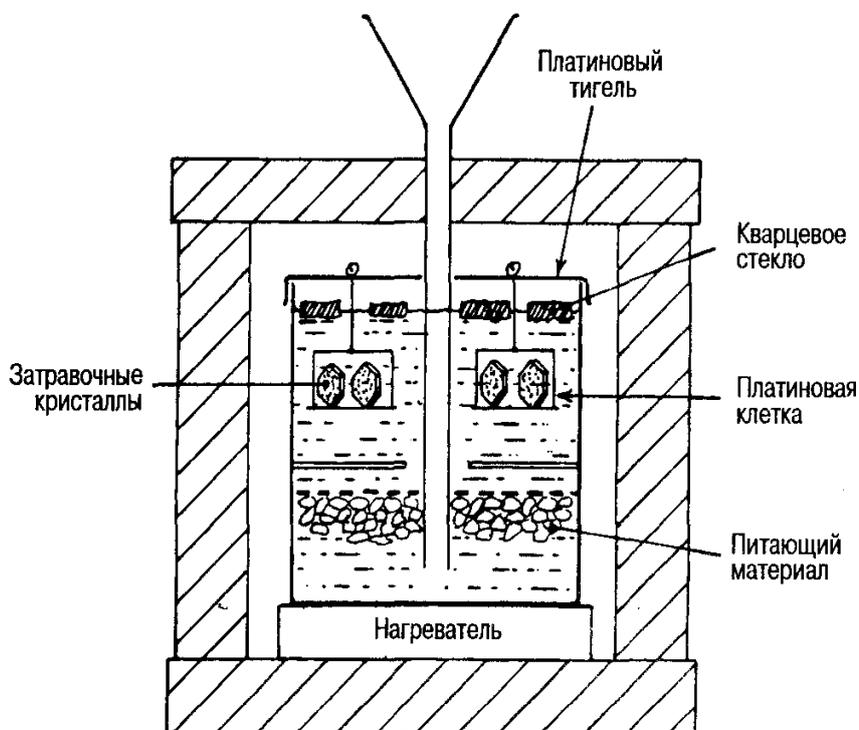


Рис. 7. Схема раствор-расплавного метода

В 1963 г. *Пьер Жильсон* во Франции усовершенствовал раствор-расплавный метод с целью производства высоко-качественных

кристаллов изумруда (рис. 8) (он ввел также автоматическую огранку этих камней). В методе *Жильсона* платиновый тигель делится перфорированным экраном на две части, в одной из которых помещают затравочные пластины, а в другой — питающий материал. Температурный градиент подобран таким образом, чтобы в затравочном отделении было холоднее, чем в соседнем с питающим материалом, а флюс мог циркулировать между ними. Основной мировой производитель синтетических изумрудов – Япония, и в 1980-х гг. XX века компания «*Nakazumi Earth Crystals*» приобрела права на процесс Жильсона.



Рис. 8. Синтетический изумруд Жильсона

В США компания «*Чэтем*» производит *рубины и сапфиры* раствор-расплавным методом. Этим же методом в США получают синтетические рубины «*Ramaura*», имеющие в своем составе флюоресцирующую добавку, что облегчает их диагностику. Эта добавка имеет тенденцию мигрировать к поверхностному слою кристалла и ее не всегда можно увидеть в ограненных камнях. По сравнению с природными рубинами в длинноволновой ультрафиолетовой области цвет флюоресценции рубинов «*Ramaura*» сдвинут к желто-оранжевому участку спектра. Крупные кристаллы *синтетической красной шпинели* массой 10–20 кар успешно выращиваются раствор-расплавным методом в России. В результате

появились более крупные ограненные камни, чем та красная синтетическая шпинель, которую можно было получить методом Вернейля.

В нашей стране синтетические изумруды ювелирного качества были получены в Институте геологии и геофизики СО АН СССР Г. В. Букиным и др. исследователями в 1963 г. Кристаллизация изумруда проводилась с использованием в качестве растворителей щелочных солей вольфрамовой, ванадиевой и молибденовой кислот и смеси оксидов Mo, V, Pb и W. Кристаллы выращивались либо путем медленного охлаждения раствора-расплава компонентами изумруда, либо в условиях температурного перепада. Наилучшие результаты были получены во флюсе состава  $PbO - V_2O_5$ . Для обоснования состава и количества шихты и температурных условий кристаллизации берилла была проведена серия опытов по исследованию его растворимости в этом флюсе.

### **Гидротермальный метод**

Метод заключается в перегревании флюса или водного раствора питающего материал под давлением в герметичном сосуде (автоклаве) для увеличения температуры кипения раствора (рис. 9). В связи с высокой реакционной способностью перегретой воды внутренние стенки автоклава изготавливают из благородных металлов, таких, как серебро. *Гидротермальный метод синтеза* повторяет природные процессы роста кварца и др. минералов. Используется способность природных минералов растворяться в перегретой воде и паре, приводя к получению пересыщенных водных растворов, из которых синтетические ювелирные камни кристаллизуются на затравках. Таким методом изумруды выращивают более чистыми, чем «флюсовым».

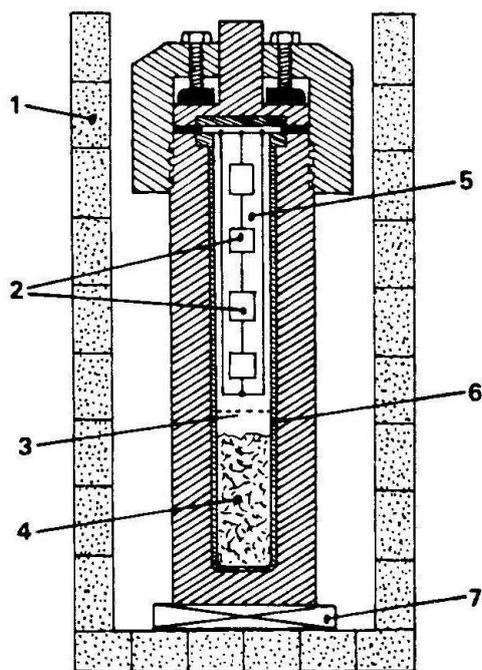


Рис. 9. Схема автоклава для выращивания гидротермального кварца:  
 1 – теплоизолятор; 2 – заправочные пластины; 3 – перегородка;  
 4 – питающий материал; 5 – обогащенный кремнеземом водный раствор;  
 6 – серебряная облицовка; 7 –электронагреватель

Метод гидротермального синтеза широко применяется для получения *разновидностей кварца (горный хрусталь, цитрины, аметисты, аметрины) изумрудов, рубинов*. Гидротермальные кристаллы кварца достигают веса нескольких килограммов, а размер изумрудов доводят до 5–8 см. Основой для гидротермального метода всегда выступает натуральное сырье.

### Синтез алмаза

Синтез алмаза стоит особняком среди др. методов синтеза драгоценных камней. Первые теоретические предпосылки по синтезу алмаза, были сделаны советским учёным О. И. Лейпунским в 1939 году. **Впервые воспроизводимый синтез алмаза был выполнен в 1953 году**, шведской компанией «ASEA», хотя это событие не подтверждено независимыми наблюдателями. В 1955 г. «Дженерал электрик» в Америке получила патент на синтез алмаза и сообщила всему миру о своём успехе. Четырьмя годами позже «Де Бирс» также

успешно синтезировала алмазы размером с песчинку и, используя метод прессования высоких давлений «*ASEA*», довела его до уровня промышленного процесса. Затем синтез мелких технических алмазов был успешно осуществлен во многих странах. В СССР в 1960 г. в институте физики высоких давлений АН СССР (ИФВД) группой исследователей под руководством Л. Ф. Верещагина также были получены первые алмазы.

Базовая технология для крупномасштабного синтеза технических алмазов включает растворение углерода в расплавленном железе, никеле, марганце или кобальте при высоких температурах и давлении (*HTHP highpressure / hightemperature*). Идея данного синтеза состоит в использовании системы металл (растворитель) — углерод (графит) при воздействии высоких давлений и температур, создаваемых с помощью прессового оборудования (рис. 10).

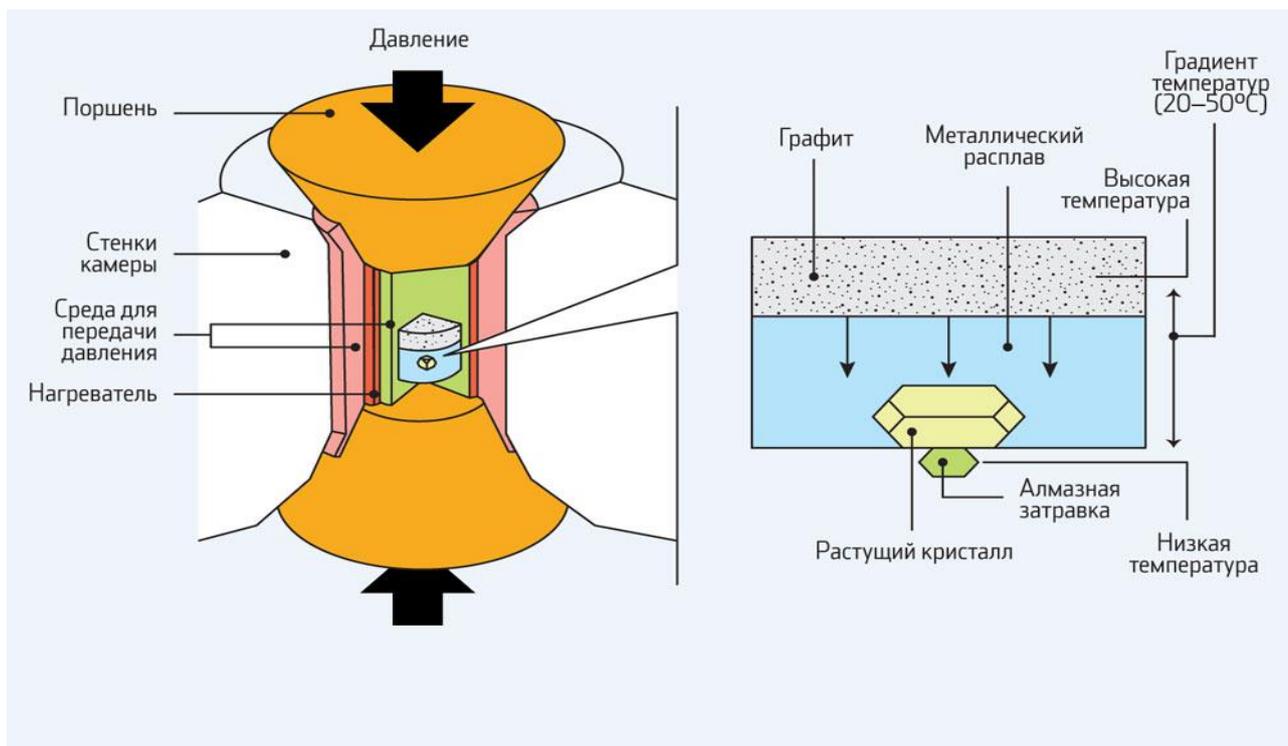


Рис. 10. Схема *HTHP* (высокая температура, высокое давление)

В этом случае металл действует как катализатор (понижение температуры и давления), при котором происходит преобразование структуры углерода в более плотно упакованную кубическую структуру алмаза. Алмазы кристаллизуются при охлаждении под

давлением из расплава, образующегося при плавлении графита в металле. Синтезируемые таким образом алмазы отделяют от спёка шихты растворением металлической матрицы в смеси кислот. По этой технологии получают алмазные порошки различной зернистости для технических целей, а также монокристаллы ювелирного качества.

Полученный материал состоял из мелких кристаллов алмаза, помещенных в горячую секцию «ванны». Выращенные в 70–80 гг. XX столетия таблитчатые кристаллы алмаза были очень дорогими по сравнению с природными камнями, так что промышленное производство их было не выгодно.

В 1986 г. Японская фирма «Сумитомо электрик индастриз» сообщило о промышленном производстве прозрачных желтых кристаллов синтетического алмаза ювелирного качества в один и более каратов. Эти алмазы имели более высокое качество, чем обычные технические, и могли использоваться в различных целях. Кристаллы массой до 1,2 кар были выпущены на рынок в виде распиленных лазером и частично отполированных прямоугольных пластин массой до 0,40 кар. Хотя отпускная цена алмазов «Сумитомо» была близка к стоимости природных алмазов аналогичного размера цвета и качества, компания заявила, что не планирует выпуск продукции на ювелирный рынок.

В 1987 г. Компания «Де Бирс» отправила образцы своих собственных желтых синтетических алмазов ювелирного качества каратного размера для проверки в *GIA*. Согласно их заявлению, крупные алмазы ювелирного качества синтезировались ими на экспериментальной основе в Научно-исследовательской лаборатории алмазов в Йоханнесбурге с начала 70-х гг. XX столетия. К 1988 г. самые крупные кристаллы синтетического алмаза, выращенные «Де Бирс», весили около 11 кар. Компания объявила, что целью их исследовательской программы было вырастить крупные прозрачные синтетические алмазы ювелирного качества, с тем, чтобы

исследовать возможность высокотехнологичных приложений и лучше понять процесс синтеза алмаза. В то время у них не было планов использовать свои кристаллы в ювелирной торговле.

Кристаллы синтетического алмаза «Де Бирс» являются искаженными октаэдрами (рис. 11). Их выращивают флюсовым методом. В одном контейнере могут быть одновременно выращены несколько кристаллов (на затравках из синтетического алмаза). Как сообщают, наиболее трудно вырастить прозрачные бесцветные или синие синтетические алмазы высокого качества.



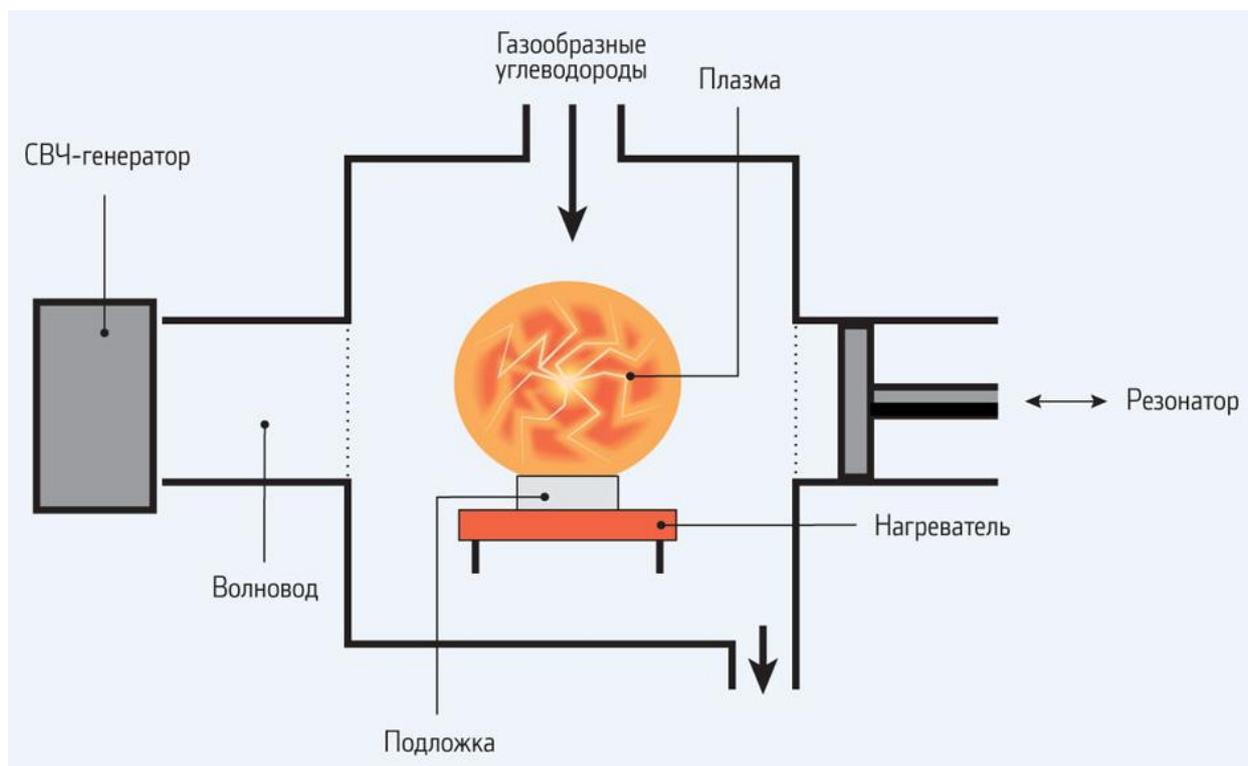
Рис. 11. Синтетические алмазы «Де Бирс»

В 2003 году появился новый метод синтеза алмазов *CVD* (*chemical vapor deposition*), метод химического осаждения пара. Современные способы получения алмазов из газовой фазы и плазмы, в основе которых лежат пионерские работы коллектива научных сотрудников Института физической химии АН СССР (Дерягин Б. В., Федосеев Д. В., Спицын Б. В.), используют газовую среду, состоящую из 95 % водорода и 5 % углеводородов газа (пропана, ацетилена), а также высокочастотную плазму, сконцентрированную на подложке, где образуется сам алмаз (*CVD*). Температура газа от 700–850 °С при

давлении в тридцать раз меньше атмосферного. В зависимости от технологии синтеза, скорость роста алмазов на подложке составляет от  $7 \div 180$  мкм/час. При этом алмаз осаждается на подложке из металла или керамики при условиях, которые в общем характеризуют не алмазную, а графитную позицию углерода (рис. 12). Стабилизация алмаза объясняется в первую очередь кинематическими процессами на поверхности подложки.

Рис. 13. Схема получения *CVD*-алмазов

Кроме того, новый тип искусственных алмазов совершенно бесцветен и прозрачен в спектральном диапазоне от ультрафиолетового до инфракрасного света. Первоначально добились получение более чистых и твердых *CVD*-алмазов с помощью *HPHT*-отжига, однако по мере совершенствования технологии от отжига



решено было отказаться. Для образования алмазов большого размера исследователи воспользовались методом химического осаждения пара на шести гранях алмазного субстрата. По мнению исследователей, в перспективе такая техника позволит увеличить массу получаемых алмазов с нынешних десяти до более внушительных трехсот карат.

Известна технология получения алмазов методом детонационного нагружения при взрыве веществ, с отрицательным кислородным балансом, при котором алмазы образуются непосредственно из используемых продуктов. Это наиболее дешёвый способ получения алмазов, однако, «детонационные алмазы» очень мелкие (менее 1 мкм) и пригодны лишь для абразивов и напылений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### *Основная литература*

1. Николаев А. Г., Лопатин О. Н. Методы синтеза и облагораживания ювелирных камней: учеб. пос. Казань, Казанский ун-т, 2012. 39 с.
2. Буканов В. В. Цветные камни. Энциклопедия. СПб., Гранит, 2008. 354 с.
3. Черный А. А., Черный В. А. Драгоценные и поделочные камни и способы получения искусственных камней: учеб. пос. Пенза: Пенз. гос. ун-т, 2007. 53 с.

### *Рекомендуемая литература и интернет-источники*

1. Андерсон Б. У. Определение драгоценных камней. М.: Мир камня, 1996. 233 с.
2. Балицкий В. С., Лисицына Е. Е. Синтетические аналоги и имитации природных драгоценных камней. М.: Недра, 1981. 158 с.
3. Корнилов Н. И., Солодова Ю. П. Ювелирные камни. М.: Недра, 1983. 240 с.
4. Куликов Б. Ф., Буканов В. В. Словарь камней самоцветов. М.: Недра, 1988. 168 с.
5. Рид Дж. Геммологический словарь. М.: Недра» 1986. 288 с.
6. Солодова Ю. П., Андреев Э. Д., Гранадчикова Б. Г. Диагностика ювелирных и поделочных камней. М.: Недра, 1985. 220 с.
7. Элуэлл Д. Искусственные драгоценные камни: пер. с англ. / Д. Элуэлл. М.: Мир, 1986. 160 с.
8. <http://diamond-world.com.ua>
9. <http://www.gem-center.ru/sintez.htm>
10. <http://www.gemologyonline.com>
11. <http://mirznanii.com/a/324920/sinteticheskie-yuvelirnye-kamni>
12. <http://www.znaytovar.ru/s/Oblagorazhivaniekamnej.html>

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П1

### Синтетические ювелирные камни и методы их производства в настоящее время

Название	Метод получения
Александрит	Метод Чохральского, раствор-расплавный метод
Алмаз	Раствор-расплавный метод при высоких давлениях (HPHT), осаждение из газовой фазы (CVD)
Аметист	Гидротермальный метод
Аметрин	То же
Бирюза	Химическое осаждение + прессование
Изумруд и другие разновидности берилла	Гидротермальный метод, раствор-расплавный метод
ГГГ	Метод Чохральского
ИАГ	Горизонтальная зонная плавка, метод Чохральского, раствор-расплавный метод
Все виды кварца	Гидротермальный метод
Фианит	Высокочастотная плавка в холодном тигле
Лейкосапфир	Метод Вернейля, метод Чохральского, горизонтальная зонная плавка, Киропулос
Малахит	Химическое ретикулярное осаждение
Муассанит	Сублимация при высоких температурах
Опал благородный	Химическое осаждение с пропиткой связующим и последующим отжигом.
Рубин и сапфир	Метод Вернейля, метод Чохральского, горизонтальная зонная плавка, Киропулос, гидротермальный метод, раствор-расплавный метод
Форстерит	Метод Чохральского
Цинкит	Гидротермальный метод, сублимация при высоких температурах
Шпинель	Метод Вернейля, раствор-расплавный метод

Таблица П2

## Ювелирные камни и методы их облагораживания в настоящее время

Название	Процесс облагораживания	Эффект обработки
1	2	3
Алмаз	Ионное облучение в сочетании с термообработкой	Усиление цвета на бурый, желтый, красный, зеленый
	Термообработка в вакууме	Черный цвет
	Термообработка под давлением	Обесцвечивание
	Покрывание цветной алмазной пленкой	Изменение цвета
Агат	Цветные химические реакции во внутрипоровом пространстве	Окрашивание в различные цвета
	Термообработка	Усиление интенсивности цвета
	Ионизирующее излучение	То же
Амазонит	Термообработка	Улучшение качества цвета
	Поверхностное окрашивание	То же
Бирюза	Цветные химические реакции во внутрипоровом пространстве	—«—
	Пропитка пластиками	Улучшение качества цвета
	Поверхностное окрашивание	То же
Гелиодор	Термообработка	Изменение желто-зеленой окраски на голубую
	Ионизирующее излучение	Изменение голубой окраски на желто-зеленую
Данбурит	Ионизирующее излучение	Окрашивание в красновато-коричневый цвет
Кварц	Термообработка	Превращение мориона в дымчатый кварц, цитрин и бесцветный кварц
	Ионизирующее излучение	Превращение бесцветного кварца в морион, дымчатый кварц и цитрин
	Высокотемпературное поверхностное окрашивание	Окрашивание в розовый и голубой цвет
Бесцветный корунд и цветные его разновидности	Термообработка	Превращение бесцветных и слабоокрашенных сапфиров в синие сапфиры
	Термообработка с диффузией дополнительных компонентов	Окрашивание бесцветных и слабоокрашенных корундов в синий, оранжевый, зеленый и др. цвета
	Высокотемпературное поверхностное окрашивание	

Окончание табл. П2

1	2	3
Лазурит	Цветные химические реакции во внутрипоровом пространстве	Улучшение качества цвета
	Поверхностное окрашивание	То же
Родонит	Поверхностное окрашивание	—«—
Топаз	Ионизирующее излучение	Превращение бесцветного топаза в красно-коричневый и дымчатый
	Ионное облучение в сочетании с термообработкой	Окрашивание в бледно-голубой, зеленый и насыщенный синий цвет
	Высокотемпературное поверхностное окрашивание	Окрашивание бесцветного топаза в синий, зеленый, желто-оранжевый цвет
Чароит	Поверхностное окрашивание	Улучшение качества цвета
Янтарь	Поверхностное окрашивание	То же
	Реконструкция	Улучшение цвета и декоративных качеств
	Термообработка	То же

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ОБЛАГОРОЖЕННЫЕ И СИНТЕТИЧЕСКИЕ КАМНИ.....	3
Виды облагораживания.....	4
Краткая информация о самых популярных методах облагораживания.....	6
2. СИНТЕТИЧЕСКИЕ ЮВЕЛИРНЫЕ КАМНИ.....	12
Основные понятия.....	12
Методы синтеза ювелирных камней.....	14
Методы выращивания кристаллов из расплава.....	14
Методы выращивания кристаллов из раствора.....	14
Метод «плавление в пламени» (Вернейля).....	14
Метод вытягивания (Чохральского).....	18
Зонная плавка или горизонтальная зонная плавка.....	19
Высокочастотное плавление в холодном тигле (гарниссажная плавка).....	20
Раствор-расплавный метод (флюсовый).....	22
Гидротермальный метод.....	25
Синтез алмаза.....	26
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	32
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	33



**МИНОБРНАУКИ РФ**  
**ФГБОУ ВО**  
**«Уральский государственный горный университет»**

**Л. И. Кралина, Г. А. Усов, Ф. П. Сердюков**

**Исследование процессов разрушения  
и физико-механических свойств горных пород**

**Методическое пособие  
к комплексу практических занятий  
по дисциплине**

**«Буровые станки и бурение скважин»**

**для студентов специальности  
21.05.02 Прикладная геология  
Очного и заочного обучения**

**Часть 1**

**Екатеринбург  
2018**

## Оглавление

Введение.....	3
Лабораторная работа № 1. Определение абразивности образцов горной породы методом Барона.....	4
Лабораторная работа № 2. Определение физико-механических параметров скальных горных пород.....	6
Лабораторная работа № 3. Определение энергоемкости процесса распиловки горных пород алмазным диском.....	10
Лабораторная работа № 4. Исследование акустического спектра резания горной породы алмазным диском.....	15
Библиографический список.....	18

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено для выполнения лабораторных работ по профилирующим дисциплинам для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология. Предложенные в учебно-методическом пособии лабораторные работы выполняются с целью закрепления теоретических знаний, приобретения практических навыков в выполнении работ лабораторного характера, в том числе с элементами НИРС, расчетов, необходимых при изучении студентами профилирующих дисциплин, курсовом и дипломном проектировании. При выполнении работ используются справочные материалы, приведенные в приложении. Большинство работ рассчитано на выполнение и оформление непосредственно на занятиях. Если работа не закончена, то с разрешения преподавателя она может быть оформлена и сдана к следующему занятию.

Структурно, в зависимости от теоретического характера лабораторных исследований, учебно-методическое пособие состоит из трех частей:

Часть 1. Исследование процессов разрушения и физико-механических свойств горных пород;

Часть 2. Исследование буровых промывочных жидкостей и тампонажных растворов;

Часть 3. Методика обработки результатов исследования при выполнении лабораторных работ и справочные материалы.

Список литературы, использованной при написании учебно-методического пособия, приведен в конце каждой части.

Предлагаемые в настоящем методическом пособии лабораторные работы студентами выполняются побригадно по 2-3 человека. Объем данных работ рассчитан в основном на 2-4 часа, реже - на 6-8 часов в случае проведения студентами комплексных исследований повышенной сложности и детальности.

Полученные результаты лабораторных исследований оформляются студентами в виде отчета, содержащего следующие данные и разделы:

1. Полное наименование работы.
2. Состав исполнителей.
3. Руководитель работы.
4. Задание, дата.
5. Исходные данные.
6. Порядок выполнения работы.
7. Выводы и рекомендации по результатам исследований.

## Лабораторная работа № 1

### Определение абразивности образцов горной породы методом Барона

Настоящие методики определения абразивности горных пород разработаны в Институте горного дела им. А. А. Скочинского, Л. И. Бароном и А. В. Кузнецовым. Сущность ее заключается в истирании о поверхность образца горной породы торца вращающегося стержня из незакаленной стали -серебрянки с последующим определением весового износа стержня во время опыта. За критерий абразивности принимается суммарная потеря в весе стержня за стандартное время опыта 10 минут. Опытное потирание стержня производится при осевой нагрузке 150 Н и скорости вращения 400 об/мин.

Испытания производятся на установке, выполненной на базе обычного сверлильного станка типа НС - 1 2 А.

Образец горной породы устанавливается в зажимном приспособлении таким образом, чтобы истираемая поверхность была перпендикулярна шпинделю станка. В патроне станка закрепляется эталонный стержень из инструментальной калиброванной стали-серебрянки У8А диаметром 8 мм. Изготовление стержней производится на токарном станке, где пруток разрезается на части длиной 70 мм. В одном из торцов каждого стержня высверливается центральное отверстие диаметром 4 мм и глубиной 12 мм.

Определение абразивности породы производят сверлением образца породы эталонным стержнем, предварительно взвешенным на аналитических весах с точностью до 0,1 мг. Исследования производят по схеме парных опытов: сначала сверление осуществляется в течение 10 мин одним концом стержня, затем в течение 10 мин – другим.

После опыта стержень очищается и снова взвешивается на аналитических весах с точностью до 0,1 мг.

Коэффициент абразивности породы вычисляется на основании результатов исследований по формуле

$$A = \frac{\sum q_i}{2n_n}, \quad (1.1)$$

где  $A$  - коэффициент абразивности, мг,

$q_i$  - потеря массы эталонного стержня за каждый парный опыт, мг;

$n_n$  - число парных опытов.

На каждом образце горной породы проводится 3-5 парных опытов, а в целом по пробе необходимо провести 9-15 таких опытов

Необходимое число единичных опытов определяется с учетом коэффициента вариации, зависящего от структуры горных пород, на основании величины отношения

$$a = \frac{K_{\text{доп}}}{K_{\text{вар}}} \quad (1.2)$$

где  $K_{\text{доп}}$  - допускаемое отклонение точности определения коэффициента абразивности;

$K_{\text{вар}}$  - коэффициент вариации, принимаемый согласно табл. 1.1.

Согласно абсолютной величине  $a$ , необходимо определить минимальное число единичных опытов, руководствуясь табл. 1.2.

Таблица 1.1

Определение коэффициента вариации  $K_{\text{вар}}$ 

Структура пород	Размер зерен, мм	$K_{\text{вар}}, \%$
Крупнозернистая	5	30
Среднезернистая	3-5	22
Мелкозернистая	0,3-0,2	19
Тонкозернистая с включениями	0,2	34

Таблица 1.2

## Определение минимального числа единичных опытов

$a$	2,0	0,98	0,69	0,57	0,49	0,48
$n$	1	4	8	12	16	20

Запись результатов измерений и вычислений производится в табл. 1.3.

Таблица 1.3

## Определение абразивности горных пород

№ п.п	Порода		Номер образца опыта	Масса стержня. $G_{1,2}, \text{мг}$		Потеря массы, мг	Абразивность $A, \text{мг}$				Примечание
	шифр	название		до опыта	после опыта		по опыту	по образцу	среднее по пробе	коэф. вариаци, %	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

## Построение графиков и выводы результатов работы

Построение графиков по результатам измерений и вычислений настоящей лабораторной работы. УП1, УП2 - предварительные усилители;

Количественный и качественный анализ зависимостей

$$A = f\left(\frac{H_{\text{м, max}}}{H_{\text{м, min}}}\right) \text{ и } A = f(H_{\text{м, max}}), \text{ а также степени зернистости}$$

(крупно-, средне-, мелко-, микрозернистости) исследуемых образцов горных пород.

Обосновать практическое значение полученных результатов лабораторных исследований и дать практические рекомендации.

## Лабораторная работа № 2.

### Определение физико-механических параметров скальных горных пород

Для оценки прочностных свойств горных пород определяются коэффициент динамической прочности (крепости и дробимости)  $F_d$ , а для оценки абразивных свойств - коэффициент абразивности  $K_{абр}$ .

Методика разработана в ЦНИГРИ под руководством Н. И. Любимова и рекомендована для исследований ФМС скальных горных пород.

### Отбор и подготовка образцов горных пород

Отбор образцов горных пород производится, как правило, из керна. Можно также отбирать образцы произвольной формы соответствующего размера.

Размеры образцов из керна: длина 20-25 см при бурении коронками диаметром 46-59 мм и 15-18 см при бурении коронками диаметром 76-92 мм.

Подготовка проб из образцов осуществляется в следующем порядке:

- исследуемый образец породы разбивается на куски изометрической формы без острых углов размером 1,5-2,0 см в поперечнике;
- набираются две пробы: каждая проба состоит из 25 кусков и разделяется на пять частей по пять кусков.

### Оборудование и материалы, необходимые для исследований

При определении прочностных и абразивных свойств горных пород по методике ЦНИГРИ применяются:

- прибор ПОК для определения динамической прочности (крепости) горных пород;
- прибор ПОАП-2М для определения абразивности горных пород;
- весы типа ВЛКТ-100 г / 5-3.

Прибор ПОК состоит из трубчатой ступы (рис. 2.1, а) и объемомера (рис. 2.1, б). Составными частями трубчатой ступы являются: загрузочный стакан 1, направляющая труба 2, удерживающий шплинт 3, гирия 4, упор 5, шнур 6 и рукоятка 7.

Объемомер состоит из стакана 1 и поршня со шкалой 2.

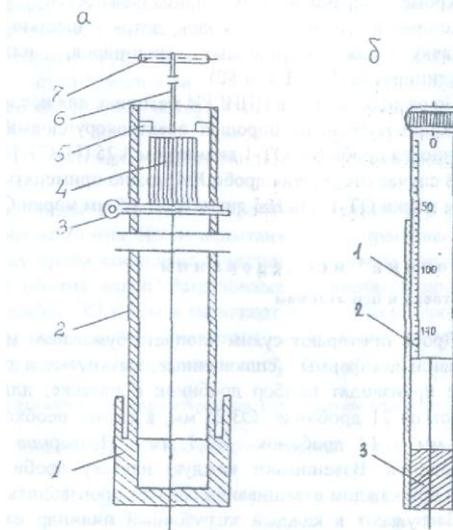


Рис. 2.1. Прибор ПОК для определения динамической прочности горных пород:  
*a* – трубчатая ступа: 1 – загрузочный стакан; 2 – направляющая труба; 3 – шплинт удерживающий; 4 – гиря; 5 – упор; 6 – шнур; 7 – рукоятка; *б* – объемомер: 1 – стакан; 2 – поршень со шкалой; 3 – дно

Прибор ПОАП-2м, схема которого приведена на рис. 2.2, состоит из электродвигателя АОЛБ 22-4 мощностью 0,18 кВт с числом оборотов 1420 об/мин, двух рабочих органов с загрузочными камерами и пульта управления со счетчиком оборотов двигателя.

В приборе ПОАП-2м рабочий орган представляет собой жесткое сварное соединение 8 трех загрузочных камер 4, шатуна 7 и эксцентрикового вала 2, совершающего колебательно-вращательное движение в шариковых подшипниках 10.

Опорой рабочего органа служат маятниковые шатуны 3, которые с помощью шариковых подшипников 6 шарнирно связывают рабочий орган с плитой прибора.

Загрузочные цилиндры вставляются в камеры 4 прямоугольной формы и закрываются крышками 5 при помощи натяжных замков.

Привод рабочего органа прибора осуществляется от электродвигателя 1 через эксцентриковый вал 2 с насаженным на него маховиком 9. При помощи вала 2 загрузочные камеры совершают возвратно-поступательное движение, обеспечивающее интенсивное перемешивание помещенного в них материала.

Механический редуктор-счетчик оборотов 12, который присоединяется к валу электромотора при помощи двух шкивов и приводного ремня, позволяет контролировать число колебаний рабочего органа.

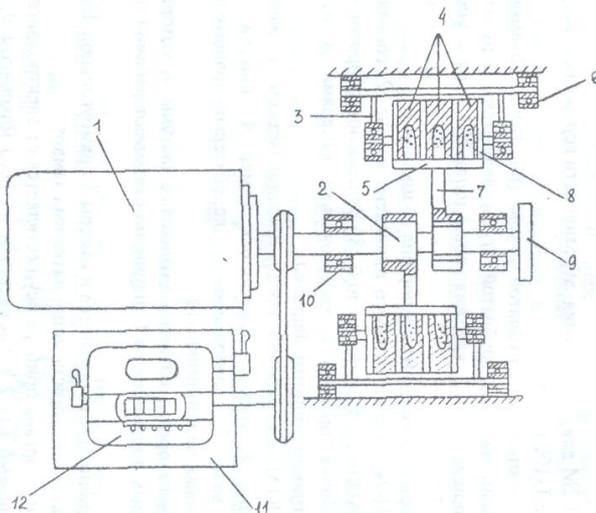


Рис. 2.2. Схема прибора ПОАП-2М для определения абразивности горных пород:  
1 – электродвигатель; 2 – эксцентриковый вал; 3 – шатуны; 4 – загрузочные цилиндры; 5 – крышка; 6 – опоры; 7 – шатун; 8 – рабочие органы; 9 – маховик; 10 – подшипники; 11 – пульт управления; 12 – счетчик.

Весы типа ВЛКТ-100 г/5-3 предназначены для определения потери веса эталонного материала при определении абразивности пород с требуемой точностью

Для исследований на приборах ПОК и ПОАП-2м используются:

- загрузочные цилиндры из стекла органического СОЛ (ГОСТ 15809-70) - 18 шт. (6 - для проведения опыта, 6 - для промывки дробы после опыта, 6 - запасные);
- сито из сетки №5 (ГОСТ 3826-66);
- мерка емкостью 1 см<sup>3</sup>.

Кроме перечисленных принадлежностей, учтенных в ОСТе, необходимо иметь молоток, совок, лоток с шестью ячейками для дробы, подставку для загрузочных цилиндров, пластинку, лопаточку, штангенциркуль (ГОСТ 166-80).

По разработанной в ЦНИГРИ методике для исследований необходимы следующие материалы: порошок электрокорундовый №12 (ГОСТ 3647-80) и свинцовая дробь №4 ОТ-1 диаметром 3.25 (ГОСТ 7837-76).

В случае отсутствия дробы №4 можно применять дробь №5 диаметром 3,0 мм марки ОТ-1 или №3 диаметром 3,5 мм марки ОТ-П.

### **Методика исследований Подготовка к испытаниям**

Дробь протирают сухим хлопчатобумажным материалом. Дробинки неправильной формы (сплюснутые, вытянутые и т. п.) отбраковываются. Далее производят подбор дробинки в навеске, для чего заготавливают 6 навесок по 21 дробинке Ø 3,25 мм; в случае необходимости 26 дробинки Ø 3,0 мм и 14 дробинки Ø 3,5 мм. Повторное использование дробы запрещается. Взвешивают каждую навеску дробы. Определение массы дробы при каждом взвешивании следует производить с точностью до 5 мг.

Загружают в каждый загрузочный цилиндр навеску дробы и 1 см электрокорундового порошка.

Загрузочные цилиндры с дробью и электрокорундовым порошком помещают в прибор и включают его на 20 минут. При этом электродвигатель должен совершить 28 тыс. оборотов, которые контролируются счетчиком прибора.

Каждую навеску дробы после указанного опыта помещают в сосуд с водой и после перемешивания (всполаскивания) извлекают и протирают насухо чистым хлопчатобумажным материалом.

Промытую дробь взвешивают. Потеря массы дробы в каждой пробирке должна быть 200±10 мг. В случае отклонения потери массы дробы от указанного необходимо изменить количество дробинки в навеске и повторить тарировочные работы вновь.

### **Проведение испытаний**

Каждую часть пробы, состоящую из 5 кусков, помещают в стакан прибора ПОК и производят 10 сбрасываний гири массой 2,4 кг с высоты 600 мм (груз поднимается до упора). Продукт разрушения всех пяти частей каждой пробы породы просеивается через сито с размером стороны ячейки а свету 0,5 мм. Прошедшую через сито фракцию 0,5 мм и менее ссыпают в трубу объеммера (рис. 4.2). В трубу свободно вставляют до упора цилиндр и снимают отсчет "h" по шкале цилиндра в миллиметрах.

Раздробленную горную породу фракции 0,5 мм и менее высыпают из объеммера на лист чистой бумаги в виде конуса, затем конус с помощью пластинки разворачивают в диск, который снова пересыпают в конус. Процесс перемешивания повторяют 2 - 3 раза

для получения однородной среды. Из противоположных частей диска отбирают пробы объемом  $1 \text{ см}^3$  каждая.

Загрузочные цилиндры с дробью и пробами помещают в прибор ПОАП-2м и включают на 20 мин. После испытания дробь промывают. Для этого каждую навеску дроби помещают в чистые загрузочные цилиндры, заполненные на  $2/3$  объема водой. Загрузочные цилиндры с дробью и водой помещают в прибор ПОАП-2м и включают его на 3 мин. Промытую дробь протирают сухим хлопчатобумажным материалом, взвешивают каждую навеску и определяют потерю массы дроби  $\Delta Q$  (мг).

### Определение физико-механических параметров по результатам испытаний

Коэффициент динамической прочности породы определяет по формуле:

$$F_d = \frac{20n}{h} = \frac{200}{h}, \quad (2.1)$$

где  $n=10$  - число сбрасываний гири на приборе ПОК;  
 $h$  - отсчет по шкале цилиндра объеммера, мм.

Коэффициент абразивности исследуемой породы определяют по формуле:

$$K_{\text{абр}} = \frac{\Delta Q}{100}, \quad (2.2)$$

где  $\Delta Q$  - потеря массы дроби, мг.

Коэффициенты динамической прочности и абразивности определяются по двум пробам.

За средние значения  $F_d$  или  $K_{\text{абр}}$  принимаются среднеарифметические двух определений при условии:

$$Z = \frac{X_1 - X_2}{(X_1 + X_2)/2} \cdot 100 < 25 \%, \quad (2.3)$$

где  $X_1$  и  $X_2$  - значения двух определений  $F_d$  и  $K_{\text{абр}}$ .

В случае отклонения от приведенного условия проводятся дополнительные определения. Из полученных значений  $F_d$  и  $K_{\text{абр}}$  выбираются те два, для которых выполняется условие (2.3).

На основании определенных опытным путем значений динамической прочности  $F_d$  и коэффициента абразивности  $K_{\text{абр}}$  можно определить объединенный комплексный показатель бурности  $\rho_m$  по формуле:

$$\rho_m = 3F_d^{0.8} \cdot K_{\text{абр}} \quad (2.4)$$



напряжение, В.....	220, 380
Электродвигатель	
Тип.....	4А80В (АИР90В)
мощность, кВт.....	1,5 (2,2)
частота вращения, об/мин.....	1500
габариты, мм, не более.....	1240 890 940
масса, кг, не более.....	350

### Принцип работы камнерезного полуавтомата ПТ-44

Привод станка осуществляется от электродвигателя 1 (рис. 3.1) Вращение от двигателя передается через клиноременную передачу на шпиндель 2, на котором закреплен алмазный круг 10. Вращение шпинделя двухскоростное, так как шкив шпинделя имеет два ручья с разными диаметрами.

При распиловке заготовок продольная подача заготовки 11 производится механически от двигателя 1 через клиноременную передачу, червячную передачу 7, передачу "винт-гайка", гайка 8 которой является разъемной. При разомкнутом положении гайки механическая подача на заготовку не происходит. Заготовка при распиловке надежно закрепляется в зажимном устройстве 9, которое имеет возможность продольного перемещения по направляющим 4. Скорость продольной подачи во время распиловки регулируется бесступенчатым вариатором 6. При переводе рычага влево подача замедляется, вправо - ускоряется

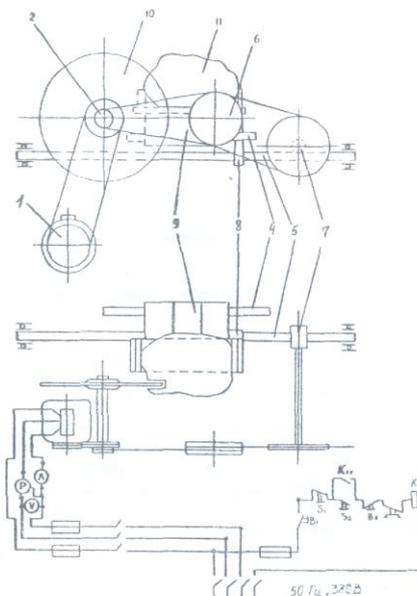


Рис. 3.1. Электромеханическая схема ПТ-44

### Приборы для контроля процесса распиловки

Для контроля процесса распиловки камнерезный полуавтомат ПТ-44 имеет электрический щит, оборудованный вольтметром с ценой деления 20 В в диапазоне 500 В, амперметром с ценой деления 0,5 А в диапазоне ЮЛ и ваттметром с ценой деления 0,5 кВт в диапазоне 1,4 кВт.

Для проведения исследований необходимо иметь секундомер.

### Методика определения процесса распиловки Подготовка образцов для распиловки

Для распиловки используются образцы скальных горных пород произвольной формы. Размеры образца следует подбирать из расчета затрат времени на отрезание одной пластины в пределах 4-6 мин. и возможности получения из образца двух пластин толщиной 30 мм и длиной не менее 100 мм. Каждый образец должен быть промаркирован. Полученные при распиловке пластины используются в следующей лабораторной работе.

### Подготовка камнерезного полуавтомата ПТ-44

Исследуемый образец закрепляется в зажимном устройстве станка. Для распиловки следует использовать червячное колесо с модулем  $m=1$ . Рычагом вариатора устанавливается нужная скорость резания. Рекомендуемая скорость резания при распиловке твердых пород (яшма) -23,4 мм/мин., при распиловке мягких пород (змеевик) – 33,4 мм/мин.

### Организация наблюдений за процессом распиловки

В процессе исследований по показаниям ваттметра измеряется потребляемая мощность на холостое вращение алмазного диска и суммарная потребляемая мощность в процессе распиловки. Потребляемая мощность на распиливание определяется по формуле:

$$P_p = \sum P - P_{xx} \quad (3.1)$$

где  $P_p$  - потребляемая мощность на распиливание, Вт;

$\sum P$  - суммарная потребляемая мощность, Вт;

$P_{xx}$  - потребляемая мощность на холостое вращение алмазного диска, Вт.

Для получения достоверной информации необходимо провести 3 опыта - параллельные распиловки образца, обеспечивающие получение двух пластин.

Каждый опыт начинается с регистрации потребляемой суммарной мощности в момент начала распиловки. Затем суммарная потребляемая мощность регистрируется с помощью секундомера через каждые 30 с до окончания распиловки.

Результаты наблюдений и обработки заносятся в таблицу.

### Регистрация результатов наблюдения и расчетов

Номер парал. набл.	$P_{xx}$	Суммарная потребляемая Мощность $\sum P$ , Вт										Площадь распила $S, м^2$	Работа $A$ , Втс	Удельная энергоемкость $W$ , Вт·с/м <sup>2</sup>		
		0	30	60	90	120	150	180	210	240	270					
Образец №1																
1																
2																
3																
Образец №2																
1																
2																

3																			
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

На основании наблюдений при распиловке каждого образца строятся графики, характеризующие изменение  $P_p$  во времени. Форма графика приведена на рис. 3.2.

**Определение произведенной работы для распиливания образца**

Работа распиливания характеризуется площадью фигуры 5 (рис. 3.2), ограниченной кривой, характеризующей изменение суммарной потребляемой мощности  $\sum P$  во времени, и линией, ограничивающей мощность холостого вращения  $P_{xx}$ .

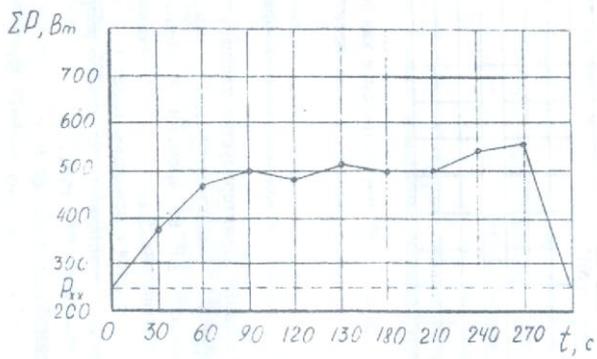


Рис. 3.2. График изменения потребляемой мощности во времени при распиловке яшмы технической.

Площадь  $S$  определяется с помощью палетки. Масштаб одной клетки палетки определяется в соответствии с масштабом координат графика:

$$M = P_p t_n, \tag{3.2}$$

где  $M$  - масштаб одной клетки, Вт·с;  
 $P_p$  - масштаб мощности на графике, Вт;  
 $t_n$  - масштаб времени, с. Приведенный на рис. 4.6 график имеет следующий масштаб:  
 $M = 100 \cdot 30 = 3000$ , Вт·с.

Тогда работа распиливания образца определяется из условия, Вт/с:

$$A = Mm, \tag{3.3}$$

где  $M$  - масштаб одной клетки, 3000 Вт·с;  
 $m$  - количество расчетных клеток палетки в пределах площади, ограниченной кривой изменения  $P_p$  во времени, шт.

Для определения количества расчетных клеток под кривой методом палетки подсчитывается количество полных клеток  $n_1$  и количество неполных клеток  $n_2$ . Затем приближенно определяется общее количество расчетных клеток из условия:

$$M = (n_1 + n_2) / 2. \tag{3.4}$$

**Определение площади распила**

Площадь поверхности распила образца горной породы определяется также по палетке. В качестве палетки может быть использован лист миллиметровки или

разлинованный в клетку тетрадный лист. На палетку накладывается распиленный образец горной породы, и фиксируется площадь распила. Масштаб палетки принимается

$$M = 1 \text{ см}^2 = 0,0001 \text{ м}^2.$$

Площадь распила рассчитывается из условия:

$$S = Mm, \quad (3.5)$$

где  $S$  - площадь распила,  $\text{м}^2$ ;

$M$  - масштаб палетки,  $\text{м}^2$ ;

$m$  - количество расчетных клеток палетки, шт.

### Определение удельной энергоёмкости процесса распиливания

Удельная энергоёмкость распиливания на единицу площади горной породы рассчитывается по формуле:

$$W = \frac{A}{S}. \quad (3.6)$$

где  $W$  - удельная энергоёмкость распиливания,  $\text{Вт}\cdot\text{с}/\text{м}^2$ ;

$A$  - работа,  $\text{Вт}\cdot\text{с}$ ;

$S$  - площадь распила,  $\text{м}^2$ .

### Методика статистической обработки результатов наблюдений

Обобщающими результатами наблюдений, характеризующих энергоёмкость процесса распиловки, являются удельные затраты мощности на единицу площади распиловки  $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$ , которые получены при проведении параллельных опытов при распиловке образца определенной горной породы.

Энергоёмкость процесса распиловки образца горной породы характеризуется удельными затратами мощности, которые определяются как среднее арифметическое значение удельных затрат мощности при проведении параллельных опытов по формуле:

$$\bar{W} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_i. \quad (3.7)$$

Дисперсия удельных затрат мощности параллельных опытов, характеризующих степень разброса вокруг среднего значения, рассчитывается по формуле:

$$D = \frac{1}{1-n} \sum_{i=1}^n (W_i - \bar{W})^2. \quad (3.8)$$

Среднее квадратическое отклонение результата каждого опыта как абсолютный показатель изменчивости удельных затрат мощности определяется из выражения:

$$S = \sqrt{\frac{1}{1-n} \sum_{i=1}^n (W_i - \bar{W})^2}. \quad (3.9)$$

Отдельным показателем изменчивости удельных затрат мощности параллельных опытов является коэффициент вариации, который рассчитывается по формуле:

$$K_{\text{вар}} = \frac{S}{W} 100 \% \quad (3.10)$$

#### **Лабораторная работа № 4.**

### **Исследование акустического спектра резания горной породы алмазным диском**

#### **Отбор и подготовка образцов**

Для исследований необходимо использовать образцы горных пород с известными параметрами динамической прочности, абразивности и модуля продольной упругости. Образец должен иметь форму пластины толщиной 30 мм. Рекомендуется использовать пластины, полученные при выполнении лабораторной работы № 3 данного раздела. Каждый образец должен иметь свою маркировку.

#### **Технические средства для регистрации акустического спектра**

Для исследования акустического спектра резания горных пород алмазным диском используется анализатор спектра АС-1.

Акустический спектр регистрируется анализатором спектра АС-1 в пределах звуковых колебаний 16 Гц – 20 кГц при распиловке образца горной породы на камнерезном станке ПТ-44, оснащенный алмазным отрезным диском АС-50 315/250 50 М. Для контроля процесса резания станок оснащен ваттметром, вольтметром и амперметром.

#### **Техническая характеристика анализатора спектра АС-1**

Прибор состоит из измерительного блока и двух микрофонов МД 52. Измерительный блок предназначен:

- для усиления сигналов, поступающих от микрофонов;
- выделения из шумового спектра основных гармонических составляющих;
- измерения частоты звуковых колебаний в трех диапазонах (I–20-200 Гц, II - 200-2000 Гц, III - 2-16 кГц);
- измерения уровня звукового давления акустического спектра с помощью микроамперметра.

Функциональная схема АС-1 представлена на рис. 4.2. На схеме показаны:

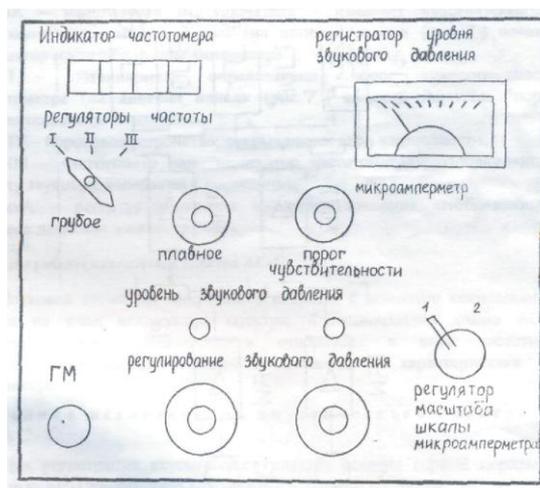


Рис. 4.1. Схема лицевой панели АС-1

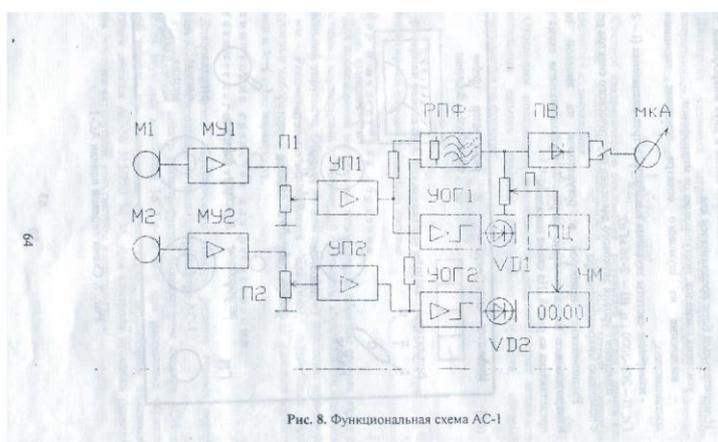


Рис. 4.2. Функциональная схема АС-1

МУ1, МУ2 -микрофонные усилители 1 и 2 каналов;

П1, П2 - потенциометры установки уровня сигналов с микрофонных усилителей (ручки потенциометров П1 и П2 выведены на лицевую панель (см. рис. 4.2) и обозначены "регулирование звукового давления 1-й канал и 2-й канал");

УОГ1, УОГ2 - усилители-ограничители шумового сигнала с выходом на светоиды VD1, VD2 (на лицевой панели (см. рис. 4.2) светоиды обозначены "уровень звукового давления");

РПФ - режекторный полосовой фильтр с высокой добротностью, (перестройка частоты фильтра осуществляется ручками (см. рис. 4.2) "регуляторы частоты грубое, плавное", расположенными на лицевой панели);

ПВ - прецизионный выпрямитель выделяет положительную полуволну первой гармоники шумового сигнала;

SA - масштабный переключатель - изменяет чувствительность микроамперметра мкА в 2 раза (на лицевой панели (см. рис. 4.2) показан "регулятор масштаба шкалы амперметра");

П - потенциометр, определяющий порог чувствительности частотомера (на лицевой панели (см. рис. 4.2) имеется указатель "порог чувствительности");

ПУ - пороговое устройство, открывающее вход частотомера;

ЧМ - частотомер или "индикатор частотомера", отображающий частоту звуковых колебаний в килогерцах;

мкА - регистратор уровня звукового давления, отображающий звуковое давление в микроамперах.

## Принцип работы анализатора спектра АС-1

Звуковой сигнал от микрофонов подается с помощью специального кабеля на вход анализатора спектра. Функциональная схема АС-1 усиливает сигнал, фильтрует и отображает в виде частотной характеристики на частотомере и амплитудной характеристики на амперметре.

### Методика исследования акустического спектра на АС-1

Для регистрации акустического спектра резания горной породы с помощью АС-1 необходимо выполнить следующие операции:

Расположение приборов и регуляторов на лицевой панели измерительного блока показано на рис. 4.1,

1. Установить микрофоны в непосредственной близости от режущего инструмента, обеспечив условия предотвращения попадания влаги на микрофоны.

2. Подключить микрофоны к гнезду ГМ прибора.

3. Подключить прибор к сети 220 В.

4. Установить ручки управления прибора в положение, соответствующее готовности прибора к работе. Для этого необходимо выполнить следующие операции.

4.1. Ручки потенциометров "регулирование звукового давления" (П1 и П2) установить в крайнее левое положение (повернуть против часовой стрелки до упора).

4.2. Переключатель "регуляторы частоты грубое, плавное" установить в крайнее левое положение.

4.3. Ручку "порог чувствительности" установить в крайнее левое положение, при этом индикатор частотомера должен показывать 00.00.

4.4. Переключатель ЗА "регулятор масштаба шкалы микроамперметра" установить в крайнее левое положение, при этом стрелочный индикатор мкА должен быть на нуле.

5. Включить камнерезный станок, установить режим подачи с помощью вариатора в зависимости от физико-механических свойств распиливаемого образца и обеспечить работу станка в установленном режиме резания горной породы.

6. Медленно поворачивать ручки потенциометров П1 и П2 "регулирование звукового давления" по часовой стрелке до включения светоидов УВ1 и УО2. После включения светоидов повернуть ручки П1 и П2 против часовой стрелки, стараясь уловить положение регуляторов уровня сигнала, соответствующее моменту затухания светоидов.

7. Произвести измерения параметров акустического спектра, выполняя последовательно следующие операции.

7.1. Поворачивая ручку "регуляторы частоты плавное" по часовой стрелке, установить по микроамперметру на положение ручки, соответствующее максимальному уровню сигнала в выбранном частотном диапазоне. Точнее можно найти положение ручки, поворачивая ее по или против часовой стрелки.

7.2. Повернуть ручку "порог чувствительности" до включения частотомера в режим счета частоты. Рекомендуется поворачивать ручку не плавно, а дискретно, изменяя угол поворота в связи с некоторым запаздыванием включения счетного устройства.

7.3. Показания частотомера и стрелочного индикатора занести в таблицу. При необходимости взять еще 1-2 отсчета на этом же частотном диапазоне, стремясь отыскать локальный максимум.

7.4. Повернуть ручку "порог чувствительности" против часовой стрелки до сброса показаний индикатора частотомера (до установки 00.00).

7.5. Повернуть ручку "регуляторы частоты плавное" в крайнее левое положение и перейти на следующий частотный диапазон, переключив переключатель «регуляторы частоты грубое» по часовой стрелке в следующее положение.

7.6. Повторить измерения на вновь избранном диапазоне частоты, выполнив пункты 7.1-7.3 Результаты измерений занести в таблицу.

7.7. Выполнив пункты 7.4 и 7.5, перейти на третий диапазон частот, установив переключатель "регуляторы частоты грубое" в положение III (крайнее правое).

7.8. Повторить измерения на III диапазоне частот, выполнив пункты 7.1. - 7.3. Результаты измерений занести в таблицу.

#### Результаты измерений исследования акустического спектра резания горной породы алмазным диском

Диапазон	I			II			III		
Уровень звукового давления, мкА									
Частота звуковых колебаний, кГц									

#### Примечания.

1. После выполнения пункта 7.3 положение ручки "регулирование звукового давления" нельзя изменять до окончания работы, в противном случае достоверность характера спектрограммы будет нарушена.

2. В некоторых случаях на одном или двух диапазонах частот могут отсутствовать ярко выраженные основные максимумы, в этом случае рекомендуется ограничиться регистрацией локальных максимумов, стараясь как можно точнее устанавливать порог чувствительности порогового устройства частотомера ручкой "порог чувствительности".

3. Если при измерении локальных максимумов показания стрелочного измерительного прибора весьма малы и отсчет взять затруднительно, можно перевести переключатель SA "регулятор масштаба шкалы микроамперметра" в крайнее правое положение. В этом случае в таблицу следует заносить численное значение, равное 1/2 от показания прибора.

#### Методика обработки результатов наблюдения

Графическое построение измеренных спектров производится на полулогарифмической бумаге, для того, чтобы весь диапазон измеряемых частот умещался в размерах одного листа формата А4 и при этом масштаб был бы читаемым. Построение спектрограммы (рис. 4.3), характеризующей процесс резания, производится по следующей методике.

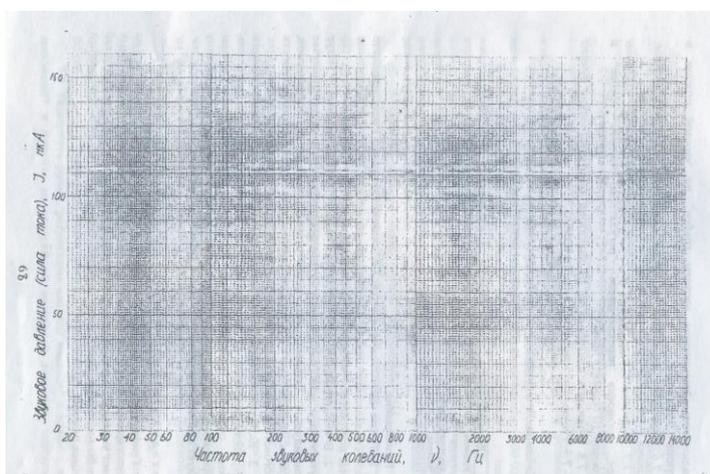


Рис. 4.3. Спектрограмма звуковых колебаний процесса резания

1. На логарифмической шкале абсцисс, соответствующей трем диапазонам АС-1, откладываются частоты в герцах, на линейной шкале ординат – уровни звукового давления акустического спектра резания в микроамперах.
2. На спектрограмме находится уровень звукового давления, соответствующий зарегистрированному максимуму длины полуволны акустического спектра.

#### **Библиографический список**

1. Инструкция по применению прибора ПСХ-4 для определения удельной поверхности измельченных материалов/ Госкомитет по промышленности строительных материалов при Госстрое СССР. – М.: 1964. - 14 с.
2. Ржевский В. В., Новик Г. Я. Основы физики горных пород: учебник для вузов. – 5-е изд, перераб. и доп. – М.: Недра, 1989. - 359 с.
3. Спивак А. И., Попов А. Н. Разрушение горных пород при бурении скважин: учебник для вузов. – 4-е изд. Перераб. и доп. – М.: Недра, 1986. - 208 с.
4. Ямщиков В. С. Методы и средства исследования и контроля горных пород и процессов. – М.: Недра, 1982.



**МИНОБРНАУКИ РФ**

**ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный горный  
университет»**

**Л. И. Кралина, Ф. П. Сердюков, Г. А. Усов**

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ  
В БУРЕНИИ**

**Учебно-методическое пособие  
к практическим занятиям и самостоятельной работе  
по профилирующим дисциплинам  
для студентов специальности**

**21.05.02 Прикладная геология  
очного, заочного обучения**

**Екатеринбург  
2018**

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено в помощь преподавателям и студентам при проведении занятий по бурению скважин, а также для подготовки курсовых и квалификационных работ по профилирующим дисциплинам. Сборник выполнен для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология. При выполнении работ используются справочные материалы, которые приведены в таблицах каждого расчета. Большинство работ рассчитано на выполнение и оформление непосредственно на занятиях. Если работа не закончена, то с разрешения преподавателя она может быть оформлена и сдана к следующему занятию.

В конце приводится список литературы, использованной при написании данного учебно-методического пособия.

## Расчет №1

### Расчет предельного значения кернопотерь

#### 1. Расчет предельного значения кернопотерь

$$B_k^{\min} = F(\text{НП}, \text{И}, [m_k]).$$

При НП, И  $[m_k]$  табличные значения (см. таблицу) расчет по формуле для реального (различного)  $B_k$  и по данным лабораторных анализов  $P, P_k, P_{\text{сред}}$

$$B_k^{\min} = \frac{\text{НП}-1 * \text{И}}{\text{НП}-1 * \text{И} + m_k^{\text{доп}}} * 100 \%$$

где  $B_k^{\min}$  - выход керна минимальный, %;  
 НП- неоднородность оруденения, %;  
 И- избирательность кернопотерь, %;  
 $m_k^{\text{доп}}$  - погрешность опробования, %.

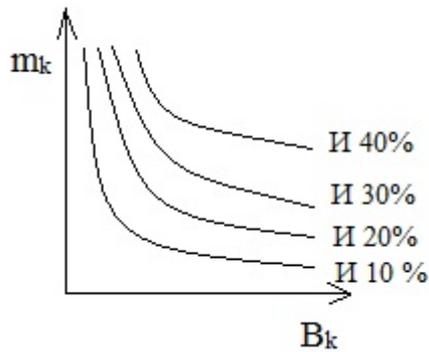
#### Группировка месторождений по значениям НП и И

Группы и типы руд	Примеры руд и месторождений	Характерные значения	
		НП, %	И
<b>I. Сплошные массивные</b>			
I.1. Мономинеральные	Сплошные мартитовые, магнетитовые, гидромагнетитовые и другие богатые железные руды криворожского типа, сплошные мономинеральные руды каменной соли, бокситы Боксонского месторождения, тальк Алгуйского месторождения и т. п.	1,2±10	40±15
I.2. Полимнеральные	Сплошные колчеданные медные и медно-цинковые месторождения уральского типа, сплошные полиметаллические руды Горевского, Риддер-Сокольного и других месторождений. Апатиты Ошурковского месторождения и т. п.	4±10	15±10
		2,5±10	20±10
<b>II. Вкрапленные</b>			
II. 1. В массивных изверженных и осадочных породах	Вкрапленные руды полиметаллических месторождений Садовое, Миргалимсай. медные руды Алмалыка, редкометалльных месторождений Белозиминское, Африкандское и т. п.	6,5±10	7± 5
II. 2. В жилах и дайках	Руды жильных золоторудных месторождений Средней Азии, Забайкалья, Якутии, оловянных и вольфрамовых месторождений Приморья, Якутии и др.	16±5	5±4
<b>III. Прожилково- и слоисто-вкрапленные</b>			
III. 1. Руды штокерковых месторождений	Руды вольфрамовых, молибденовых, медно-молибденовых месторождений Забайкалья, Казахстана и Средней Азии	6,5±5	10±8
III. 2. В линейно-вытянутых зонах трещиноватости	Руды полиметаллических месторождений Алтая, Средней Азии, Прибайкалья, оловянных месторождений Комсомольского района, ртутных месторождений Терлиг-Хая и частично Никитовки и т. п.	8,3±6	10±8
<b>IV. Прожилковые, слоистые и переливающиеся</b>			
IV. 1. Прожилковые	Медные руды месторождения Дальнего: никель-кобальтовые руды Тувинской АССР, асбестовое месторождение Молодежное; оловянные - Тарбальджей, Игода, Хрустальное; золотые - Советское, Коммунар и др.	3,3±15	25±15
IV. 2. Переслаивающиеся и полосчатые	Железистые кварциты Кольского полуострова, Кривого Рога, сферосидериты Дагестана	1,7±10	30±15
<b>V. Прожилково-гнездовые</b>			
V. Прожилково-гнездовые	Руды ртутных месторождений Средней Азии (Хайдаркан, Акташ, Чувай), отдельных участков Никитовки и др. Мусковит Луговского, Чуйского и Согдиондонского месторождений	20±10 6,5±5	4±3 8±5

#### 2. Изучение влияния выхода керна на погрешность опробования для различных сортов руд (для бакалаврской работы)

### Слабонеоднородные руды $НП=2$

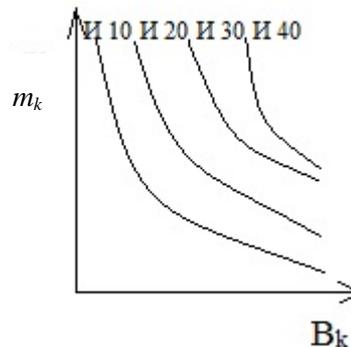
$m_k \backslash И$	10 %	20 %	30 %	40 %
5 %	$B_k^{1-1}$	$B_k^{1-2}$	...	...
10 %	...	$B_k$		$B_k^{2-4}$
15 %	$B_k^{3-1}$			$B_k^{4-4}$
20 %	...			$B_k^{5-4}$
25 %	$B_k^{5-1}$	...	...	$B_k^{5-4}$



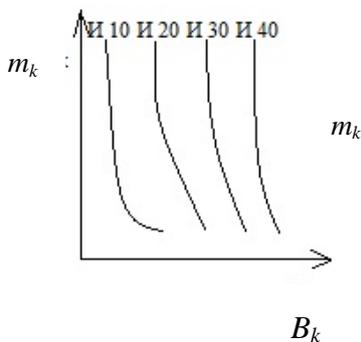
$B_k$

### Среднеооднородные руды $НП=6$

$m_k \backslash И$	10 %	20 %	30 %	40 %
5 %	$B_k^{1-1}$	$B_k^{1-2}$	...	...
10 %	...	$B_k$		$B_k^{2-4}$
15 %	$B_k^{3-1}$			$B_k^{4-4}$
20 %	...			$B_k^{5-4}$
25 %	$B_k^{5-1}$	...	...	$B_k^{5-4}$



### Сильнонеоднородные руды $НП=15$



$m_k \backslash И$	10 %	20 %	30 %	40 %
5 %	$B_k^{1-1}$	$B_k^{1-2}$	...	...
10 %	...	$B_k$		$B_k^{2-4}$
15 %	$B_k^{3-1}$			$B_k^{4-4}$
20 %	...			$B_k^{5-4}$
25 %	$B_k^{5-1}$	...	...	$B_k^{5-4}$

### 3. Основные аналитические задачи:

- 3.1. Для каких руд избирательность истирания более всего влияет на погрешность опробования?
- 3.2. При какой избирательности и в каких сортах руд наибольший эффект дают мероприятия по повышению выхода керна?
- 3.3. Постройте таблицу нормативных значений минимального выхода керна, при допустимой погрешности  $m_k=5\%$  (10 %, 15 %, 20 %, 25 %) для всех сортов руд (для всех табличных комбинаций НП и И).

**Определение рациональной частоты вращения бурового снаряда при  
твердосплавном бурении, рад/с**

$$n = \frac{60 \cdot 0,105 \omega_0}{\pi \cdot D_0} \approx \frac{2 \cdot \omega_0}{D_0} ;$$

$$n = \frac{60 \cdot \omega_0}{\pi \cdot D_0} \approx \frac{20 \cdot \omega_0}{D_0} .$$

Таблица исходных данных

Обозначение	Наименование	Ед.изм	Пределы изменения		Примечание
			от	до	
$\omega_0$	Окружная скорость движения резцов	м/с	1,0 крепкие породы (УІ-УІІ кат.)	3,0 мягкие породы (ІІ-ІУ кат.)	Ограничивается сверхнормативным износом
$D_0$	Средний диаметр коронки	м	$46 \cdot 10^{-3}$	$223 \cdot 10^{-3}$	Стандарт
$n_0$	Частота вращения	Рад/с об/ мин	9,3 93	65 500	Ограничение техническими условиями бурения

## Минимальная (критическая) частота вращения шнекового снаряда, рад/с

$$n_{\min} = \frac{30}{\pi} * \frac{g * (\tan a + f)}{f' * R * (1 - f * \tan a)}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Единица измерения	Пределы измерения	
			от	до
$R$	Радиус вала шнека	м	$50 * 10^{-3}$	$89 * 10^{-3}$
$a$	Угол подъема винтовой ленты	град	10	30
$f$	Коэффициент трения породы о шнек	-	0,25	1,4
$f'$	Коэффициент трения породы о породу	-	0,2	1,5
$g$	Ускорение силы тяжести	м/с <sup>2</sup>	9,8	

### Основные аналитические задачи

- 1.1. Оцените влияние коэффициента трения породы о шнек и породы о породу на  $n_{\min}$ . Постройте графики зависимости  $n_{\min}$  от  $f$  и  $f'$  для различных значений  $R$  и  $a$ .
- 1.2. Оцените влияние конструктивных параметров шнека ( $R$  и  $a$ ) на  $n_{\min}$  для вязких ( $f'=1,5$ ;  $F=0,25$ ). Постройте графики.

**Определение критической скорости восходящего потока  
и расхода очистного агента по предельным нормативным характеристикам (для  
воды малоглинистых растворов)**

1. Критическая скорость восходящего потока очистного агента, м/с:

$$U_{кр} = K_{\phi} \frac{d_u(\rho_n - \rho_p)}{\rho_p}$$

2. Рациональная скорость восходящего потока, м/с:

$$U_p = U_{кр} + U$$

3. Расход промывочной жидкости, обеспечивающий рациональную скорость движения восходящего потока, м<sup>3</sup>/с:

$$Q_{кр} = U_p * \frac{\pi(D_{скв}^2 - d_{бур.тр.}^2)}{4}$$

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$K_{\phi}$	Коэффициент формы частиц шлама	-	2,5 (плоские)	5,11 (ид. шар)
$d_u$	Диаметр (средний размер) частиц	м	$0,1 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$
$\gamma_n$	Удельный вес горной породы, руды	т/м <sup>3</sup>	2,0	5,5
$\gamma_p$	Удельный вес раствора	т/м <sup>3</sup>	1	1,15
$U$	Желательная скорость движения шлама вверх	м/с	0,1	0,3
$d_{бур.тр.}$	Диаметр бурильной колонны, номинальный (без учета износа)	м	$32 \cdot 10^{-3}$	$73 \cdot 10^{-3}$
$d'_{бур.тр.}$	Диаметр бурильной колонны, с учетом износа	м	$30 \cdot 10^{-3}$	$70 \cdot 10^{-3}$
$D_{скв}$	Диаметр скважины, номинальный	м	$46 \cdot 10^{-3}$	$225 \cdot 10^{-3}$
$D'_{скв}$	Диаметр скважины, с учетом разработки ствола	м	$47 \cdot 10^{-3}$ $230 \cdot 10^{-3}$	$50 \cdot 10^{-3}$ $250 \cdot 10^{-3}$
$D''_{скв}$	Диаметр скважины, с учетом каверн	м	По геолого-геофизическим и гидрогеологическим данным $D_{скв} \ 500 \cdot 10^{-3}$	
$Q$	Расход очистного агента	м <sup>3</sup> /с л/мин	0,0002 10,0	0,003 160

## Критический расход глинистого раствора с учетом реологии раствора

$$Q_{кр} = 0,392 * \eta * \frac{D+d}{\gamma} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2*10^{-3} * \gamma * \tau_0 * (D-d)^2}{3 * \eta}} \right)$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерения		Примечания
			от	до	
$D$	Диаметр долота	мм	46	225	
$d$	Диаметр колонны	мм	32	73	
$\eta$	Пластическая вязкость	Пуаз (Па*с)	0,05	0,4	В зависимости от содержания глины в качестве раствора
$\gamma$	Уд. вес раствора	г/см <sup>3</sup>	1,01	1,2	
$\tau_0$	Динамическое напряжение сдвига	Дин/см <sup>2</sup>	50	600	
$Q$	Расход глинистого раствора Критическая скорость восходящего потока	л/с м/с	0,1	5,0	В зависимости от диаметра скважины

## Расчет осевой нагрузки при твердосплавном бурении, кН

$$P = \frac{b^2 * m}{\eta \cdot 2\omega * \mu_k * D_H * n * K * \tan a} \cdot \frac{1}{b * P_{ш}}$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$b$	Ширина резца	м	$3 * 10^3$	$30 * 10^3$
$K$	Количество резцов на ширине кольца	шт	2 (М-1)	4 (СТ-2)
$m$	Количество основных резцов	шт	8 (М-1)	30 (СА-3)
$\mu_k$	Коэффициент резцов о породу	-	0,2	1,0
$\omega$	Удельный износ резца	м <sup>3</sup> /Н*м	2	60
$D_H$	Наружный диаметр коронки	М	$46 * 10^3$	$225 * 10^3$
$n$	Частота вращения снаряда	рад/с	60	360
$a$	Угол приострения резца	град	45	90
$\eta$	Коэффициент угла приострения	-	0,97	0,9
$P_{ш}$	Твердость породы по штампу	Па	$1 * 10^6$	$70 * 10^3$

**Определение механической скорости (интенсивности) углубки скважины при  
твердосплавном бурении, м/ч**

$$V_M = V_0 * e^{-\gamma t} = V_0 * \left(\frac{1}{e}\right)^{\gamma t}.$$

Если  $V_0 = 60 * n * h_0 * K * m$ ,

то  $V_M = 60 * n * h_0 * K * m * e^{-\gamma t}$ .

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$n$	Частота вращения снаряда	об/мин	40	600
$h_0$	Торцовый вылет основных резцов	М	$0,1 * 10^{-3}$	$5 * 10^{-3}$
$m$	Количество резцов	шт	4	20
$K$	Коэффициент включения резцов	-	0,3	0,5
$e$	Основание натуральных логарифмов	1/град	2,71	2,71
$\gamma$	Декремент затухания	-	0,1	1
$t$	Текущее время (длительность рейса)	Ч	0,5	6
$V_M$	Интенсивность углубки (механическая скорость)	м/ч	0,15	25
$V_0$	Начальная механическая скорость	м/ч		

Здесь  $V_M$  - величина приращения глубины скважины в единицу времени на данный момент (интенсивности углубки). Выражается показательной функцией постепенного замедления от максимального начального значения  $V_0$  в соответствии с  $\gamma$ .

$V_0$  и  $\gamma$  зависят от технологических условий: прочности пород, абразивности, характеристик инструмента, параметров бурения  $\{P_{ш}, K_{абр}, X_{и}, P_6\}$ .

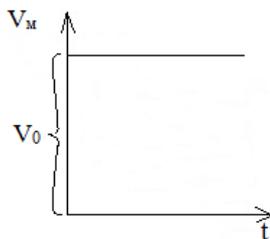
**Чем легче условия бурения и лучше инструмент**, тем больше  $V_0$  ( $\uparrow$ ) и меньше  $\gamma$  ( $\downarrow$ ) - долго не замедляется бурение.

**Чем интенсивнее режим бурения (максимальные параметры)**, тем больше  $V_0$  ( $\uparrow$ ) и  $\gamma$  ( $\uparrow$ ) - вначале углубка идет быстро, но очень быстро замедляется - на малой глубине приемлемо.

**Чем слабее режим бурения**, тем меньше  $V_0$ , но и тем медленнее затухание  $V_M$  (см. рисунок).

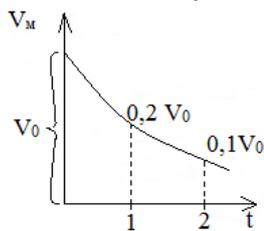
$$\gamma = 0; V_M = V_0$$

Незатупл. инструмент



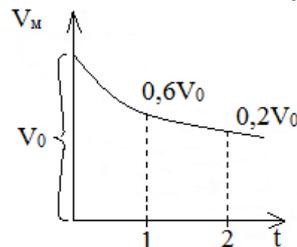
$$\gamma = 1; V_M = V_0 * \frac{1}{2,7}^t$$

Интенсивное затупление



$$\gamma = 0,5; V_M = V_0 * \frac{1}{2,7}^t$$

Интенсивное затупление



Графики изменения механической скорости  
от декремента затухания

**Определение механической скорости бурения на основе физико-механических свойств пород при алмазном бурении, м/ч**

$$V_m = L * F_d^{-a} * K_{абр}^{-\beta}$$

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			однослойные алмазные коронки	импрегнированные алмазные коронки
$F_d$	Коэффициент динамической прочности	-	10-15	15-30
$K_{абр}$	Коэффициент абразивности пород	-	1,1-2,0	2,1-2,6
$L$	Коэффициент конструктивности коронки	-	5,9	0,14
$-a$	Коэффициент влияния прочности пород	-	0,36	0,2
$-\beta$	Коэффициент влияния абразивности пород	-	0,5	0,2
$V_m$	Механическая скорость бурения	м/ч	1,8-1,9	0,15-0,12

## Расчет шпинделя бурового станка

Шпиндель испытывает осевую нагрузку от механизма подачи и крутящий момент.

1. Напряжение от осевой нагрузки, Н/м<sup>2</sup>:

$$\sigma = \frac{4Q}{\pi(D^2 - d^2)}.$$

2. Крутящий момент на шпинделе, Н·м:

$$M = 9750 \frac{N_{max}}{n}.$$

$$N_{max} = N_g * \eta * \lambda, \text{ кВт}$$

3. Касательные напряжения от крутящего момента, снимаемого со шпинделя, Н/м<sup>2</sup>:

$$\tau = \frac{M}{2W};$$

$$W = \frac{\pi}{16} * \frac{D^4 - d^4}{D}, \text{ м}^3.$$

4. Полное приведенное напряжение в теле шпинделя, Н/м<sup>2</sup>:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
$Q$	Усилие подачи станка	Н	40000	50000
$D$	Наружный диаметр шпинделя	м	$51 * 10^{-3}$	$61 * 10^{-3}$
$d$	Внутренний диаметр шпинделя	м	$43 * 10^{-3}$	$53 * 10^{-3}$
$N_{max}$	Мощность, передаваемая на шпиндель	кВт	-	-
$n$	Число оборотов шпинделя	-	80	1500
$N_g$	Номинальная мощность шпинделя	-	0,8	
$\eta$	КПД передачи от вала двигателя до шпинделя	-		
$\lambda$	Коэффициент возможной перегрузки:			
	- электродвигатель	-	1,5	2,0
	- двигатель внутреннего сгорания	-	1,1	1,15

### Расчет механического зажимного патрона

Расчет патрона приведен для двух плашек, управляемых двумя болтами.

1. Допустимое осевое усилие по болту из условий его прочности на сжатие, Н:

$$P = F \sigma_{сж} .$$

2. Допустимое осевое давление, развиваемое болтом, Н:

$$P' = \frac{\pi * d^2 - d_t^2 * l * P}{4t} .$$

3. Сила трения, при закреплении ведущей трубы в двух патронах, Н:

$$T = 4P' * f .$$

4. Окружное усилие, передаваемое патроном, Н:

$$P_0 = \sqrt{T^2 - Q^2}$$

5. Передаваемая мощность патронами, кВт:

$$N = \frac{P_v * V}{75} .$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
$F$	Площадь поперечного сечения	м <sup>2</sup>	0,04	0,06
$\sigma_{сж}$	Допустимое напряжение сжатия	Н/м <sup>2</sup>	1000*10 <sup>5</sup>	1400*10 <sup>5</sup>
$d$	Наружный диаметр резьбы болта	м	0,03	0,5
$d_t$	Внутренний диаметр резьбы болта	м	0,025	0,4
$l$	Длина резьбы болта	м	0,03	0,5
$P$	Наибольшее удельное давление болта	Н/м <sup>2</sup>	65*10 <sup>5</sup>	75*10 <sup>5</sup>
$t$	Шаг резьбы болта	м	0,003	0,004
$f$	Коэффициент трения между плашками и бурильной трубой	-	0,35	0,4
$Q$	Осевое усилие	Н	40000	120000
$V$	Окружная скорость	м/с	0,2	0,85

## Расчет №11

### Расчет фрикционной лебедки

1. Скорость вращения подъемного вала лебедки, мин<sup>-1</sup>:

$$n_2 = n_1 \frac{d_1}{d_2} \varphi.$$

2. Скорость навивки каната на барабан, м/с:

$$V = \frac{(D+d)n_2}{60}.$$

3. Окружная скорость на ободе большого фрикционного колеса, м/с:

$$V_1 = \frac{\pi * d_2 * n_2}{60}.$$

4. Окружное усилие на ободе барабана, Н:

$$P = \frac{75 * N * \eta}{V}.$$

5. Окружное усилие на ободе фрикционного колеса, Н:

$$P_\phi = \frac{75 * N * \eta}{V_1}.$$

6. Необходимое усилие нажатия фрикционных колес друг на друга, Н:

$$Q = \frac{k * P_\phi * \sin \alpha}{f}$$

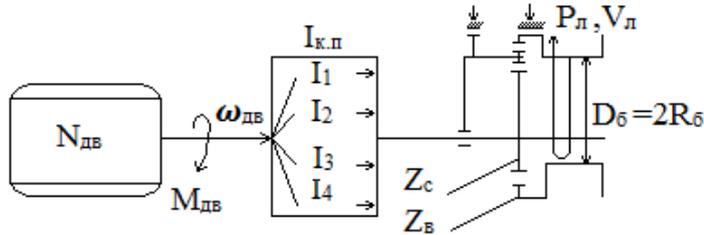
Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
$n_1$	Число оборотов приводного вала станка	мин <sup>-1</sup>	80	
$d_1$	Диаметр малого фрикционного колеса	м	0,15	
$d_2$	Диаметр большого фрикционного колеса	м	0,8	
$\varphi$	Коэффициент скольжения при фрикционной передаче	-	0,98	
$D$	Диаметр барабана	м	0,22	
$d$	Диаметр каната	м	0,12	
$N$	Мощность электродвигателя станка	кВт	11	
$\eta$	КПД передачи от двигателя до барабана	-	0,8	
$k$	Коэффициент запаса	-	1,5	
$\alpha$	Угол наклона боковых поверхностей клиньев	град	12	15
$f$	Коэффициент трения чугуна по стали	-	0,2	

## Расчет №12

### Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик планетарной лебедки бурового станка

#### 1. Принципиальная расчетная схема



#### 2. Основные расчетные формулы:

$$N_{дв} = 713 * M_{дв} * \omega_{дв} \text{ л.с.} = 973 * M_{дв} * \omega_{дв}, \text{ кВт}$$

$$M_B = \frac{N_{дв}}{\omega_{дв}} * i_{к.п.} * \frac{Z_c}{Z_B}, \text{ Н*М;}$$

$$P_{л} = \frac{M_B}{R_B}, \text{ Н;}$$

$$\omega_B = \frac{N_{дв}}{M_B} * \frac{i}{i_{к.п.}} * \frac{Z_B}{Z_c}, \text{ об/мин;}$$

$$V_{л} = \omega_B * 2\pi * R_B, \text{ м/мин.}$$

Таблица основных исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$N_{дв}$	Мощность двигателя	кВт	10	150
		л.с.	15	220
$\omega_{дв}$	Число оборотов двигателя	об/мин	1200	5000
$i_{к.п.}$	Передаточное число коробки перемены передач	-	1 (прямая передача)	10 (высшая передача)
$D_б$	Диаметр барабана лебедки	м	0,2	0,7
$Z_c$	Число зубьев солнечной шестерни лебедки	шт	50	150
$Z_в$	Число зубьев венца лебедки	шт	250	1500

#### 3. Основные эксплуатационные характеристики лебедки

$P_{л}$  – рабочее усилие (грузоподъемность на прямом канате, кГс, Тс, кН, даН) на конкретной передаче ( $P_{л1}, P_{л2}, P_{л3}, \dots$ );

$V_{л}$  – скорость подъема груза (на прямом канате, м/мин) на конкретной передаче ( $V_{л1}, V_{л2}, V_{л3}, \dots$ ).

#### 4. Основное задание

4.1. Рассчитать и построить графики зависимости эксплуатационных характеристик лебедки ( $V_{л}, P_{л}$ ) от конкретных параметров бурового станка:  $Z_c$  и  $Z_в, D_б, i_i$ .

4.2. Рассчитать и построить графики зависимости мощности и механической характеристики ( $\omega_{дв}=F(N_{дв})$ ) двигателя.

## Расчет №13

## Расчет талевой системы

1. Натяжение на струне талевой системы, Н:

$$P_m = \frac{P_n}{\beta^m}.$$

2. Натяжение каната наматываемого на барабан лебедки, Н:

$$P_n = Q * \frac{\beta^{m(\beta-1)}}{\beta^{m-1}}.$$

3. Натяжение закрепленного конца каната, Н:

$$P_m = Q * \frac{\beta-1}{\beta(\beta^m-1)}.$$

4. КПД талевой системы, Н:

$$\eta = \frac{1}{m} * \frac{(\beta^m-1)}{\beta^{m*(\beta-1)}}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
$\beta$	Коэффициент сопротивления узла одного ролика	-	1,03	1,04
$m$	Число струн талевой системы	шт	1	6
$Q$	Нагрузка на крюке	Н	15000	55000

## Расчет колонны бурильных труб на прочность

### Сечение I-I

1. Напряжение растяжения, Н/м<sup>2</sup>:

$$\sigma_p = \frac{Q_{кр}}{F}.$$

2. Напряжение кручения, Н/м<sup>2</sup>:

$$\tau = \frac{M_{\delta}}{W_p}.$$

3. Крутящий момент при бурении, Н\*м:

$$M_{\delta} = \frac{N_{\delta}}{\omega}.$$

4. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_{\delta} = N_{тр} + N.$$

5. Первый момент сопротивления, м<sup>3</sup>:

$$W_p = 0,1 * \frac{d_n^4 - d_b^4}{d_n}.$$

6. Суммарное напряжение в сечении I-I:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_p^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_g].$$

### Сечение II-II

7. Напряжение сжатия, Н/м<sup>2</sup>:

$$\sigma_{сж} = \frac{P_{ос}}{F}.$$

8. Напряжение изгиба, Н/м<sup>2</sup>:

$$\sigma_{из} = \frac{\pi^2 * E * D * f}{2 * l^2}.$$

9. Напряжения кручения, Н/м<sup>2</sup>:

$$\tau = \frac{M_{\delta}}{W_p}.$$

10. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_{\delta} = 1,5 * N_3.$$

11. Суммарное напряжение в сечении II-II, Н/м<sup>2</sup>:

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_{сж} + \sigma_{из})^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_g.$$

12. Запас статической прочности колонны:

$$n = \frac{\sigma_r}{\sigma} \geq 1,7.$$

13. Запас прочности по нормальным напряжениям:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{из} * k_g}.$$

14. Запас прочности по касательным напряжениям:

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{\Gamma}}{\tau}.$$

15. Суммарный запас прочности:

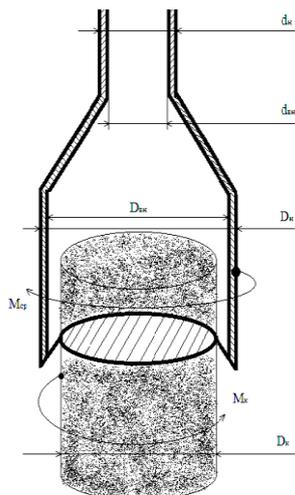
$$n = \frac{n_{\sigma} * n_{\tau}}{n_{\sigma}^2 * n_{\tau}^2}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
$Q_{кр}$	Нагрузка на крюке	Н	0	55000
$F$	Площадь опасного сечения	м <sup>2</sup>	$2,16 * 10^{-4}$	$7,06 * 10^{-4}$
$M_{б}$	Крутящий момент при бурении	Н*м	70	6500
$W_{р}$	Полярный момент сопротивления	м <sup>3</sup>	$5,4 * 10^{-6}$	$10,6 * 10^{-6}$
$N_{б}$	Мощность, затрачиваемая на бурение	кВт	1,5	70
$d_{н}$	Наружный диаметр бурильных труб	м	42	54
$d_{в}$	Внутренний диаметр бурильных труб	м	22	40
$P_{ос}$	Осевая нагрузка на забой	Н	0	120000
$E$	Модуль упругости	Н/м <sup>2</sup>	$0,7 * 10^{11}$	$2,1 * 10^{11}$
$D$	Диаметр скважины	м	0,037	0,133
$f$	Стрела прогиба	м	0,01	0,025
$l$	Длина полуволны	м	5	30
$\omega$	Угловая скорость вращения снаряда	с <sup>-1</sup>	8,3	156
$N_{гр}$	Затраты мощности на вращение колонны бурильных труб	кВт	12	40
$N_{з}$	Затраты мощности на разрушение забоя	кВт	1,2	2,5
$[\sigma_g]$	Предел прочности материала, из которого изготовлены бурильные трубы	Н/м <sup>2</sup>	$230 * 10^5$	$683 * 10^5$

# Сопоставление конструктивных характеристик бурового снаряда и параметров керна при срыве вращением

## 1. Принципиальная схема и таблица исходных расчетных данных



Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$d_{\text{н}}$	Наружный диаметр бурильных труб	м	$32 \cdot 10^{-3}$	$73 \cdot 10^{-3}$
$d_{\text{вн}}$	Внутренний диаметр бурильных труб	м	$22 \cdot 10^{-3}$	$59 \cdot 10^{-3}$
$D_{\text{н}}$	Наружный диаметр колонковой трубы	м	$34 \cdot 10^{-3}$	$219 \cdot 10^{-3}$
$D_{\text{вн}}$	Внутренний диаметр колонковой трубы	м	$27 \cdot 10^{-3}$	$203 \cdot 10^{-3}$
$D_{\text{к}}$	Диаметр керна	м	$23 \cdot 10^{-3}$	$199 \cdot 10^{-3}$
$[\tau_{\text{тр}}]$	Прочность материала труб при кручении	МПа	162	284
$[\tau_{\text{к}}]$	Прочность горных пород при кручении	МПа	1,5	56,0

## 2. Основные аналитические зависимости.

Момент срыва керна  $M_{\text{ср}}$  равен моменту реакции керна  $M_{\text{к}}$ , Н\*м :

$$M_{\text{ср}} = \tau_{\text{тр}} * W_{\text{тр}} = \tau_{\text{к}} * W_{\text{к}} = M_{\text{к}}$$

где  $W_{\text{тр}}$ - момент сопротивления поперечного сечения труб, м<sup>3</sup>:

а) бурильных труб:

$$W_{\text{тр}}^{\text{б.тр}} = \frac{\pi}{16} * \frac{d_{\text{н}}^4 - d_{\text{вн}}^4}{d},$$

б) колонковых труб:

$$W_{\text{тр}}^{\text{к}} = \frac{\pi}{16} * \frac{D_{\text{н.к.т.}}^4 - D_{\text{вн.к.т.}}^4}{D_{\text{н.к.т.}}},$$

$W_{\text{к}}$ - момент сопротивления поперечного сечения керна, м<sup>3</sup>:

$$W_{\text{к}} = \frac{\pi * D_{\text{к}}^4}{32}.$$

## 3. Основные аналитические задачи

3.1. Задайте некоторое значение прочности горной породы и материала труб. Постройте графики зависимости минимальных значений наружного диаметра бурильных труб (при постоянной толщине стенок) от диаметра керна.

3.2. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от диаметра срываемого керна.

3.3. Задайте некоторый постоянный диаметр керна и материала труб. Постройте графики зависимости минимального диаметра бурильных труб от прочности горной породы.

3.4. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от прочности горной породы.

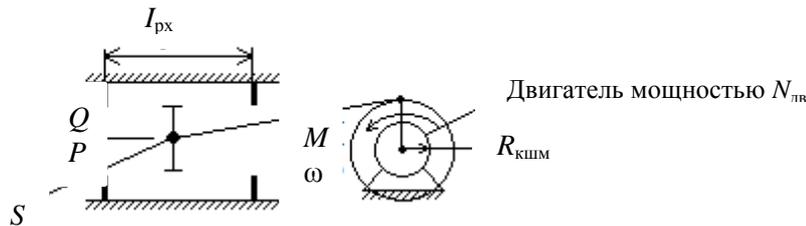
3.5. Задайте диаметры труб и керна, постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

3.6. Задайте диаметры труб, прочность горной породы и постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

3.7. Повторите расчеты 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 при измененных начальных условиях.

## Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик бурового промывочного насоса

### 1. Принципиальная расчетная схема



### 2. Основные расчетные формулы

$$N_{дв} = K_i * M * \beta ,$$

где  $M$  – крутящий момент,  $\text{кГс} * \text{м}$ ;

$\omega$  – частота вращения,  $\text{об/мин}$ ;

$N_{дв}$  – мощность двигателя (при  $K_1=973$  кВт, а при  $K_2=713$  л. с.).

$$Q = S * I_{рх} * \omega ;$$

$$P = \frac{M}{R_{кшм}} * \frac{1}{S} ;$$

$$I_{рх} = 2 * R_{кшм} ,$$

где  $Q$  – расход промывочной жидкости,  $\text{м}^3/\text{мин}$ ;

$S$  – площадь поршня,  $\text{м}^2$ ;

$I_{рх}$  – ход поршня,  $\text{м}$ ;

$P$  – рабочее давление в напорной магистрали,  $\text{кГс}/\text{м}^2$

$R_{кшм}$  – радиус кривошипа,  $\text{м}$ .

### 3. Расчетно-аналитические задачи

#### 3.1. При постоянной мощности асинхронного двигателя:

- Как влияет площадь поршня  $S$  на эксплуатационные характеристики насоса (построить графики  $P=f_1(S)$  и  $Q=f_2(S)$  для  $N=10, \dots, 50$  кВт).
- Как влияет радиус кривошипа и величина рабочего хода поршня на эксплуатационные характеристики насоса.

#### 3.2. С изменяемой мощностью:

- До какой глубины возможно применение насоса с приводом 10, 20, ...50 кВт, если гидросопротивления на каждые 100 м скважины при алмазном бурении ( $Q=300$  л/мин) составляют 10 атмосфер, при твердосплавном бурении ( $Q=60$  л/мин) 7 атмосфер, при шарошечном бурении ( $Q=100$  л/мин) 15 атмосфер.

## Расчет эрлифта для откачки воды из скважины

### Условия откачки:

- Проектный дебит откачки  $Q$ , м<sup>3</sup>/ч.
- Глубина статического уровня в скважине  $h_0$ , м.
- Проектное понижение уровня воды при откачке  $h_{п}$ , м.
- Мощность водоносного горизонта  $m$ , м.
- Глубина залегания водоносного горизонта  $L$ , м.
- Конструкция эрлифта с расположением эрлифтных труб по схеме «рядом».

Расчетная схема представлена на рисунке.

### 1. Расчет глубины погружения смесителя

1.1 Определяется проектный динамический уровень воды в скважине, при откачке воды относительно излива:

$$h_g = h_0 + h_{п} + h_{и} ,$$

где  $h_g$  – проектный динамический уровень, м;

$h_0$  – статический уровень, м;

$h_{п}$  – проектное понижение уровня, при откачке ( $h_{п} \leq 0,4 m$ ), м;

$m$  – мощность водоносного горизонта, м;

$h_{и}$  – высота расположения излива относительно устья скважины (0,5 м), м.

1.2. Определяется глубина погружения смесителя относительно уровня излива, при проектном динамическом уровне воды в скважине:

$$H = K + h_g ,$$

где  $H$  – погружение смесителя относительно уровня излива, м;

$h_g$  – динамический уровень относительно излива, м;

$K$  – коэффициент погружения смесителя.

Абсолютная величина коэффициента погружения смесителя  $K$  в зависимости от динамического уровня определяется опытным путем и поэтому принимается при расчетах согласно табл. 1.

Таблица 1

Зависимость коэффициента погружения смесителя эрлифта от динамического уровня

$h_g$	70-40	60-20	30-10
$K$	1,4-1,6	1,7-2	2,5-3

### 2. Расчет расхода и давления воздуха, нагнетаемого в эрлифтную систему

2.1. Определяется удельный расход воздуха для откачки из скважины 1 м<sup>3</sup> воды:

$$W_0 = \frac{h_g}{C_0 \cdot \log_{10} \frac{h_g \cdot K^{-1} + 10}{10}} ,$$

где  $W_0$  – удельный расход воздуха, приводимый к 1 атм или 0,1 МПа, м<sup>3</sup>/мин;

$h_g$  – динамический уровень воды в скважине, м;

$K$  – принятый коэффициент погружения смесителя;

$C_0$  – опытный коэффициент, зависящий от коэффициента погружения смесителя, принимается согласно табл. 2.

Таблица 2

Зависимость коэффициента  $C_0$  от  $K$

$K$	4	3,35	2,85	2,5	2,2	2	1,8	1,7	1,55
$C_0$	14,3	13,9	13,6	13,1	12,4	11,5	10	9	8

При расчете удельного расхода воздуха для откачки из скважины жидкостей, имеющих удельный вес больше единицы ( $\gamma_{ж} > 1$ ), г/см<sup>3</sup>, необходимо  $W_0$  умножить на  $\gamma_{ж}$ .

2.2. Определяется полный расход воздуха для откачки воды из скважины с проектной производительностью  $Q$ , м<sup>3</sup>/ч:

$$W_0 = \frac{Q \cdot W_0}{60},$$

где  $W_0$  – суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м<sup>3</sup>/мин;  
 $Q$  – проектный дебит откачки, м<sup>3</sup>/мин  
 $W_0$  – удельный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м<sup>3</sup>/мин.

### 3. Расчет необходимого давления и производительности для выбора компрессора

3.1. Определение необходимого давления сжатого воздуха, при спуске компрессора:

$$P_{п} = 0,01 * K * (h_g - h_0 + P_1),$$

где  $P_{п}$  – пусковое давление компрессора, МПа;  
 $K$  – принятый коэффициент погружения смесителя;  
 $h_g$  – динамический уровень воды в скважине, м;  
 $h_0$  – статический уровень воды в скважине, м;  
 $P_0$  – потери напора в воздухопроводах, при спуске компрессора:  $P_1 = 1$  м. вод. ст.

3.2. Определение рабочего давления компрессора в процессе откачки воды из скважины:

$$P_p = 0,01 * (h_g * K - 1 + P_2),$$

где  $P_p$  – рабочее давление компрессора, МПа;  
 $h_g$  – динамический уровень воды в скважине, м;  
 $K$  – принятый коэффициент погружения смесителя;  
 $P_p$  – потери напора в воздухопроводах, при процессе откачки.

3.3. Определение рабочего расхода сжатого воздуха в процессе откачки воды из скважины с проектной производительностью  $Q$ , м<sup>3</sup>/ч:

$$W_p = W_0 * \frac{P_0}{P_p},$$

где  $W_p$  – рабочий расход промывочной жидкости, м<sup>3</sup>/мин;  
 $W_0$  – полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м<sup>3</sup>/мин;  
 $P_0$  – атмосферное давление воздуха,  $P_0=0,1$  МПа;  
 $P_p$  – рабочее давление сжатого воздуха, МПа.

3.4. Выбор компрессора для оборудования эрлифта.

Для откачки воды из скважины с проектной производительностью  $Q$  давление компрессора  $P_k$  и производительностью компрессора  $q_k$  выбирается согласно следующим условиям:

$$P_k \geq P_{п}; \quad P_k \geq P_p; \quad q_k \geq W_p.$$

#### 4. Расчет внутренних диаметров эрлифтных колонн

4.1. Выбор скоростей движения потоков воздуха и аэрированной воды в эрлифтных колоннах труб.

Для устойчивой и эффективной работы эрлифта необходимо обеспечить следующие скорости движения потоков воздуха и аэрированной воды в эрлифтных колоннах труб:

$V_B$  – скорость потока в воздухопроводной колонне труб:

$$V_B = 10 \text{ м/с};$$

$V_C$  – скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб над смесителем

$$V_C = (2-4) \text{ м/с};$$

$V_H$  – скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб, перед изливом

$$V_H = (6-12) \text{ м/с}.$$

$V_C$  и  $V_H$  зависят от  $h_g$  (чем больше  $h_g$ , тем больше  $V_C$  и  $V_H$ ).

4.2. Расчет площади сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне:

$$\omega_B = \frac{W_p}{60 \cdot V_B},$$

где  $\omega_B$  – площадь сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне,  $\text{м}^2$ ;

$W_p$  – рабочий расход сжатого воздуха,  $\text{м}^3/\text{мин}$ ;

$V_B$  – скорость потока воздуха в воздухопроводной колонне,  $\text{м/с}$ .

4.3. Расчет площади потока аэрированной воды в водоподъемной колонне

4.3.1. Определение расхода воды над смесителем:

$$q_c = \frac{Q}{360} + \frac{W_p}{60},$$

где  $q_c$  – расход аэрированной воды над смесителем,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;

$Q$  – проектный дебит откачки,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;

$W_p$  – рабочий расход сжатого воздуха,  $\text{м}^3/\text{мин}$ .

4.3.2. Расчет площади сечения потока аэрированной воды над смесителем:

$$\omega_c = \frac{q_c}{V_C},$$

где  $\omega_c$  – площадь сечения потока над смесителем,  $\text{м}^2$ ;

$q_c$  – расход потока над смесителем,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;

$V_C$  – скорость потока над смесителем,  $\text{м/с}$ .

4.3.3. Определение расхода аэрированной воды перед изливом:

$$q_H = \frac{Q}{3600} + \frac{W_0}{60},$$

где  $q_H$  – расход аэрированной воды перед изливом,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;

$Q$  – проектный дебит откачки,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;

$W_0$  – суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа,  $\text{м}^3/\text{мин}$ .

#### 4.3.4. Расчет площади сечения аэрированной воды перед изливом:

$$\omega_n = \frac{q_n}{V_n},$$

где  $\omega_n$  – площадь потока перед изливом, м<sup>3</sup>;  
 $q_n$  – расход потока перед изливом, м<sup>3</sup>/ч;  
 $V_n$  – скорость потока перед изливом, м/с.

#### 4.4. Расчет внутренних диаметров внутренних эрлифтных колонн

Внутренние диаметры эрлифтных колонн определяются на основании площадей сечений потоков воздуха в воздухопроводной колонне и аэрированной воды в водоподъемной колонне по формуле:

$$d = \sqrt{\frac{4\omega_n}{\pi}},$$

где  $d$ - внутренний диаметр трубы, м;  
 $\omega_n$ - площадь сечения потока в трубе, м<sup>2</sup>.

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
$L$	Глубина залегания водоносного горизонта	м	50	150
$h_0$	Статический уровень воды	м	8	26
$h_n$	Понижение уровня воды	м	1	5
$Q$	Дебит	м <sup>3</sup> /ч	10	130
$m$	Мощность водоносного горизонта	м	2	14

## Расчет №18

### Цементирование скважин

*Основная цель цементирования* – получение прочного водогазонефте непроницаемого, концентрично расположенного в затрубном пространстве кольца цементного камня, который по всей высоте обеспечивал бы разобщение и надежную изоляцию вскрытых скважиной продуктивных горизонтов и зон осложнений.

Способ цементирования выбирается в зависимости от температуры в ее стволе, опасности поглощения при заданной высоте подъема цементного раствора и возникновения затрубных проявлений в период ОЗЦ для каждой конкретной скважины.

*Расчет цементирования сводится к определению:*

- потребного количества сухого цемента, воды, промывочной жидкости;
- конечного давления при цементировании и выбора типа и потребного количества цементировочных агрегатов и цементно-смесительных машин;
- продолжительности цементирования.

#### **1. Определение потребного количества сухого цемента, воды, промывочной жидкости при цементировании обсадной колонны**

1.1. Определение потребного количества цементного раствора, м<sup>3</sup>:

$$V_{п.р.} = \frac{\pi}{4} k^2 \cdot D^2 - d^2 \cdot h_{ц} + h_0 \cdot d_B^2 ,$$

где  $k$  – коэффициент увеличения ствола скважины ( $k = 1,1 \div 1,25$ ).

1.2. Определение удельного веса цементного раствора, г/см<sup>3</sup>:

$$\gamma_{ц,р} = \frac{\gamma_{ц} \cdot \gamma_{в} \cdot (1+m)}{m \cdot \gamma_{ц} + \gamma_{в}} ,$$

где  $\gamma_{ц}$ ,  $\gamma_{в}$  – соответственно удельный вес сухого цемента и воды

( $\gamma_{ц} = 3,15 \text{ г/см}^3$ ,  $\gamma_{в} = 1,0 \text{ г/см}^3$ );

$m$  – цементное отношение.

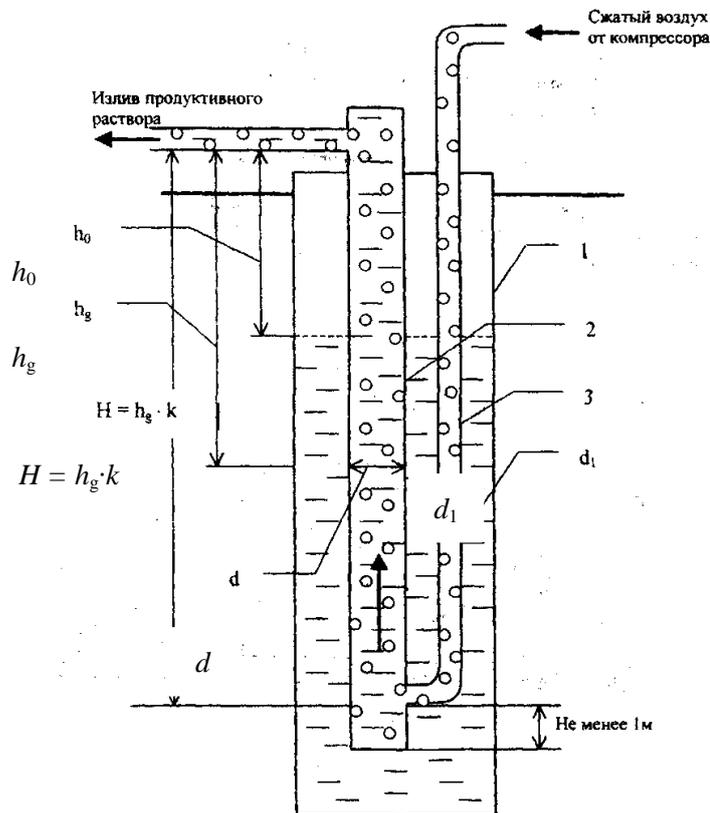


Схема эрлифта с расположением труб «рядом»:

1 – обсадные трубы; 2 – водоподъемные трубы; 3 – воздухопроводные трубы

1.3. Определение необходимого количества сухого цемента, т:

$$Q_{\text{ц}} = e \cdot \frac{1}{1+m} \cdot \gamma_{\text{ц.р}} \cdot V_{\text{ц.р}},$$

где  $e$  – коэффициент, учитывающий потери сухого цемента при транспортировке и затворении ( $e = 1,03 \div 1,05$ ).

1.4. Определение необходимого количества воды для затворения цемента, м<sup>3</sup>:

$$V_{\text{в}} = m \cdot Q_{\text{ц}}.$$

1.5. Определение объема продавочной жидкости, м<sup>3</sup>:

$$V_{\text{пр}} = \Delta \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{вн.сп}}^2 \cdot L - h_0,$$

где  $\Delta$  - коэффициент, учитывающий сжатие жидкости ( $\Delta = 1,03 \div 1,05$ ).

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений		Примечание
			от	до	
$D$	Диаметр долота	м	161	445	$D$ (161, 172, 190, 214, 243, 269, 295, 320, 346, 370, 394, 445)
$d$	Диаметр обсадных труб	м	114	340	$d$ (114, 127, 146, 168, 178, 194, 219, 245, 273, 299, 324, 340, 508)
$\delta$	Толщина стенки обсадных труб	мм	6,5	12	
$d_{\text{вн.ср}}$	Средний внутренний диаметр обсадных труб	м	$d - \delta$		
$h_{\text{ц}}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000	
$h_0$	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20	
$L$	Глубина спуска обсадных труб	м	50	4000	

## 2. Определение конечного давления при цементировании

2.1 Определение давления в цементировочной головке в конце цементирования, атм:

$$P_{\text{max}} = P_{\text{гидр}} + 0,1 \cdot L - h_{\text{ц}} \gamma_{\text{г.р}} + h_{\text{ц}} - h_0 \gamma_{\text{г.р}} - L - h_0 \gamma_{\text{пр.ж}} + 15 \div 20 ,$$

где  $P_{\text{гидр}}$  – гидравлические сопротивления, атм.:

$$P_{\text{гидр}} = 0,01L + 8, V_{\text{восх}} \leq 1 \text{ м/с и 1 агрегатом ,}$$

$$P_{\text{гидр}} = 0,02L + 16, (V_{\text{восх}} > 1 \div 2 \text{ м/с});$$

$L$  – длина эксплуатационной колонны, м;

$h_{\text{ц}}$  – высота цементирования, м;

$h_0$  – высота цементного стакана, м;

$\gamma_{\text{г.р}}$  – плотность глинистого раствора, г/см<sup>3</sup>;

$\gamma_{\text{ц}}$  – плотность продавочной жидкости, г/см<sup>3</sup>.

$15 \div 20$  – скачок давления на манометре в момент посадки продавочной пробки на упорное кольцо, атм.

Выбор ЦА  $P_{\text{агр}} \geq P_{\text{max}}$  (выписываем характеристику ЦА –  $P$  и  $q$ ).

2.2. Определение производительности цементировочного кольца агрегата в конце цементировочного агрегата в конце цементирования, м<sup>3</sup>/с:

$$q = \frac{\pi}{4} \cdot (K^2 \cdot D^2 - d^2) \cdot V_{\text{восх}},$$

где  $K$  – коэффициент кавернозности;

$V_{\text{восх}}$  – скорость восходящего потока, м/с.

2.3. Определение необходимого количества цементировочных агрегатов по скорости, шт:

$$n = \frac{q}{q^v} + 1,$$

где  $q$  – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, м<sup>3</sup>/с;

$q^v$  – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

## Характеристика ЗЦА-400

Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1 мин	d = 100 мм		d = 115 мм		d = 127 мм	
		подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм
I	53,2	6,5	400	8,6	305	11,25	232
II	76,2	9,6	270	12,7	205	16,10	163
III	112,5	14,2	182	18,7	138	23,8	110
IV	156,0	19,7	131	26,0	100	33,0	79

## Характеристика ЦА-320М

Режим работы	Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1 мин	d = 90 мм		d = 100 мм		d = 115 мм		d = 127 мм	
			подача, л/с	подача, л/с	давление, атм					
Максимальная производительность	I	28	2,4	390	3,0	305	4,1	225	5,1	182
	II	54	4,5	202	5,8	159	7,9	117	9,9	95
	III	97	8,3	113	10,4	88	14,2	65	17,6	52
	IV	125	10,6	87	13,5	69	18,3	50	22,8	40
Максимальное давление	I	27	2,3	400	2,9	320	3,9	230	4,9	185
	II	41	3,5	231	4,4	182	6,0	134	7,5	109
	III	73	6,2	130	7,8	103	10,7	75	13,3	61
	IV	94	8,0	102	10,1	80	13,8	59	17,1	47

### 2.4. Определение количества цементно-смесительных машин, шт:

$$i = \frac{Q_{ц}}{20},$$

где  $Q_{ц}$  - количество цемента, необходимое для цементирования эксплуатационной колонны, т.

### Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений	
			от	до
$D$	Диаметр долота	м	161	445
$d$	Диаметр обсадных труб	м	114	340
$L$	Глубина спуска обсадной колонны	м	50	4000
$h_{ц}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000
$h_0$	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20
$\gamma_{г.р}$	Удельный вес глинистого раствора	г/см <sup>3</sup>	1,2 ÷ 1,25 ÷ 1,3	
$\gamma_{ц.р}$	Удельный вес цементного раствора	г/см <sup>3</sup>	1,9 ÷ 1,85 ÷ 1,8	
$\gamma_{п}$	Удельный вес продавочной жидкости	г/см <sup>3</sup>	1,0 ÷ 1,25	
$V_{восх.}$	Скорость подъема восходящего потока цементного раствора в затрубном пространстве: - для кондукторов и технических колонн - для эксплуатационных колонн	м/с	(0,6 ÷ 0,8) (1,2 ÷ 1,5)	
$k$	Коэффициент увеличения диаметра ствола скважины	-	1,1	1,25

### 3. Определение продолжительности цементирования обсадной колонны

Возможность начала закачки определяется следующим условием:

$$P^V > P_\Gamma,$$

где  $P^V$  – максимальное давление, развиваемое ЦА на наивысшей скорости, атм;  
 $P_\Gamma$  - давление на преодоление в скважине в скважине гидравлических сопротивлений, атм.

$$P_\Gamma = 0,01L + 8 \text{ (при } V_{\text{восх}} \leq 1 \text{ м/с);}$$

$$P_\Gamma = 0,02L + 16 \text{ (при } V_{\text{восх}} \leq 2 \text{ м/с).}$$

Если условие не выполняется, выбираем ближайшую скорость, на которой

$$P_{\text{агр}} > P_\Gamma.$$

3.1. Определяем, сколько цементного раствора будет закачено на этих скоростях:

$$h_{\text{ц,р}}^{IV} = \frac{10(P_\Gamma - P^V)}{(\gamma_{\text{ц,р}} - \gamma_{\text{гл,р}})},$$

где  $h_{\text{ц,р}}^{IV}$  - высота столба цементного раствора, который необходимо закачать на IV скорости, м;

$P^V$  – давление, создаваемое насосом агрегата на V скорости.

Определяем объем раствора, закачанного на IV скорости, м<sup>3</sup>:

$$V_{\text{ц,р}}^{IV} = \frac{\pi \cdot d_{\text{вн,ср}}^2}{4} \cdot h_{\text{ц,р}}^{IV},$$

Определяем объем цементного раствора, закачанного на V скорости, м<sup>3</sup>:

$$V_{\text{ц,р}}^V = V_{\text{ц,р}} - V_{\text{ц,р}}^{IV}.$$

3.2. Определение высоты столба продажной жидкости в колонне при работе агрегата на V скорости, м:

$$I_i^V = \frac{L \cdot d_{\text{вн}}^2 + k^2 \cdot D_c^2 - d_{\text{э,к}}^2 + k^2 \cdot D_c^2 - d_{\text{э,к}}^2 \cdot \frac{10 P_{\text{н}}^V - P_\Gamma}{\gamma_{\text{ц,р}} - \gamma_{\text{гл,р}}} - \frac{4V_{\text{ц,р}}}{\pi}}{k^2 \cdot D_c^2 - d_{\text{э,к}}^2 \frac{\gamma_{\text{ц,р}} - \gamma_{\text{пр,ж}}}{\gamma_{\text{ц,р}} - \gamma_{\text{гл,р}}} + d_{\text{вн}}^2}.$$

**Определяем постоянные элементы для данной формулы:**

$$a = L \cdot (d_{\text{вн}}^2 + k^2 \cdot D_c^2 - d_{\text{э,к}}^2);$$

$$b = k^2 \cdot D_c^2 - d_{\text{э,к}}^2 ;$$

$$c = \frac{\gamma_{\text{ц,р}} - \gamma_{\text{пр,ж}}}{\gamma_{\text{ц,р}} - \gamma_{\text{гл,р}}};$$

$$Z = \frac{4V_{\text{ц,р}}}{\pi};$$

$$I_1^V = \frac{a + b \cdot \frac{10 P_{\text{н}}^V - P_\Gamma}{\gamma_{\text{ц,р}} - \gamma_{\text{гл,р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2}.$$

3.3. Определение высоты подъема цементного раствора за колонной на V скорости агрегата, м:

$$I_2^V = \frac{a + b \cdot \frac{10 P_{\text{н}}^V - P_{\text{г}}}{\gamma_{\text{ц,р}} - \gamma_{\text{гл,р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2},$$

т. е.

$$I_2^V = \frac{Z - d^2(L - I_1^V)}{b}.$$

3.4. Высота столба продавочной жидкости на IV скорости агрегата, м:

$$I_1^{IV} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{IV} - P^V)}{\gamma_{\text{ц,р}} - \gamma_{\text{гл,р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2}.$$

3.5. Высота подъема цементного раствора за колонной на IV скорости агрегата, м:

$$I_2^{IV} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{IV})}{b}.$$

3.6. Высота столба продавочной жидкости на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{III} - P^{IV})}{\gamma_{\text{ц,р}} - \gamma_{\text{гл,р}}} - Z}{b \cdot c + d_{\text{вн}}^2}.$$

3.7. Высота подъема цементного раствора за колонной, на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{III})}{b}.$$

3.8. Определяем количество продавочной жидкости, закачиваемой на различных скоростях агрегата, м<sup>3</sup>:

$$V_{\text{пр}}^V = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot I_1^V;$$

$$V_{\text{пр}}^{IV} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot I_1^{IV} - I_1^V ;$$

$$V_{\text{пр}}^{III} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{вн}}^2}{4} \cdot I_1^{III} - I_1^{IV} ;$$

$$V_{\text{пр}}^{II} = V_{\text{пр}} - V_{\text{пр}}^I - V_{\text{пр}}^{III} - V_{\text{пр}}^{IV} - V_{\text{пр}}^V;$$

$$V_{\text{пр}}^I = 2.$$

3.9. Определяем время работы одним агрегатом на разных скоростях, мин:

$$t^V = \frac{(V_{\text{ц,р}}^V + V_{\text{пр}}^V)}{q^V \cdot 60};$$

$$t^{IV} = \frac{(V_{\text{ц,р}}^{IV} + V_{\text{пр}}^{IV})}{q^{IV} \cdot 60};$$

$$t^{III} = \frac{(V_{ц.р}^{III} + V_{пр}^{III})}{q^{III} \cdot 60};$$

$$t^{II} = \frac{(V_{ц.р}^{II} + V_{пр}^{II})}{q^{II} \cdot 60};$$

$$t^I = \frac{(V_{ц.р}^I + V_{пр}^I)}{q^I \cdot 60}.$$

3.10. Общее время цементирования, мин:

$$T' = t^I + t^{II} + t^{III} + t^{IV} + t^V.$$

С учетом подготовительно-заключительных работ

$$T_{ц} = T' + 15 \text{ мин.}$$

3.11. Определяем температуру на забое скважины, °С:

$$t_{заб} = t_{ср} + 0,025L,$$

где  $t_{ср}$  – среднегодовая температура воздуха, °С,

$L$  – глубина скважины, м.

3.12. Определяем количество агрегатов, шт:

По времени схватывания

$$n_{ЦА} = \frac{T}{0,75T_{схв}} + 1,$$

по скорости

$$n = \frac{q}{q^V} + 1,$$

где  $q$  – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, л/с;

$q^V$  – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная:

1. Технология бурения разведочных скважин / А. Г. Калинин, В. И. Власюк, О. В. Ошкордин, Р. М. Скрябин. - М.: Техника, ТУМА ГРУПП, 2004. - 528 с.
2. Башкатов Д. Н., Кривошеев В. В., Соловьев Н. В. Бурение разведочных скважин: учебник для вузов. - М.: Высшая школа, 2007.
3. Гусман А. М., Порожский К. П. Буровые комплексы. Современные технологии и оборудование. – Екатеринбург, 2002. - 592 с.

### Дополнительная:

1. Ошкордин О. В. Технологическое проектирование в разведочном бурении на твердые полезные ископаемые: учебное пособие. – Екатеринбург: УГГГА, 1994.
2. Калинин А. Г., Ошкордин О. В. Разведочное бурение. – М.: Недра, 2000.
3. Михайлова Н. Д. Техническое проектирование колонкового бурения. – М.: Недра, 1985.
4. Ганджумян Р. А. Практические расчеты в разведочном бурении. – М.: Недра, 1986.
5. Поляков Г. Д., Булгаков Е. С. Проектирование, расчет и эксплуатация буровых установок. – М.: Недра, 1983.
6. Кирсанов А. Н., Зиненко В. П., Кардыш В. Г. Буровые машины и механизмы. – М.: Недра, 1986.
7. Элияшевский И. В., Орсуляк А. М. Типовые задачи и расчеты в бурении. – М.: Недра, 1974.
8. Справочник по бурению и оборудованию скважин на воду /под общей ред. В. В. Дубровского – Второе издание, перераб. и доп. – М.: Недра, 1972.
9. Справочник по бурению скважин на воду / под общей ред. Д. Н. Башкатова. – М.: Недра, 1979.
10. Справочник инженера по бурению геологоразведочных скважин /авторский колл.; гл. ред. проф. Е. А. Козловский. – СПб, 2000.



МИНОБРНАУКИ РФ  
ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный горный  
университет»

Л. И. Кралина, Г. А. Усов, Ф. П. Сердюков

## **БУРОВЫЕ СТАНКИ И БУРЕНИЕ СКВАЖИН**

*Методические указания*  
по выполнению курсового проекта  
по дисциплине  
**«Буровые станки и бурение скважин»**

для студентов специальности  
**21.05.02 Прикладная геология**

*очного и заочного обучения*

Екатеринбург  
2018

## Оглавление

1. Общие положения .....	3
2. Объем курсового проекта и его оформление .....	3
3. Содержание основных разделов проекта .....	4
Введение.....	4
3.1. Гидрогеологическая характеристика разреза.....	4
3.2. Выбор и характеристика средств откачки .....	4
3.3. Выбор и расчет фильтра .....	5
3.4. Выбор способа бурения и расчет конструкции скважины .....	5
3.5. Технология бурения скважин.....	6
3.6. Выбор бурового оборудования и инструмента.....	7
3.7. Вскрытие и освоение водоносного пласта .....	8
3.8. Промсанитария, техника безопасности и охрана окружающей среды.....	8
Рекомендуемая литература .....	8
Приложение 1. Пример выполнения титульного листа курсового проекта.....	9
Приложение 2. Пример бланка задания .....	10
Приложение 3. Геолого-технический наряд.....	12

## 1. Общие положения

Студенты специальности Прикладная геология выполняют курсовой проект по бурению скважин на воду после изучения дисциплины «Буровые станки и бурение скважин». Это самостоятельная работа, характеризующая умение студентам решать комплексные инженерные задачи в зависимости от конкретных технико-экономических и гидрогеологических условий производства работ.

Целью курсового проекта является закрепление и углубление знаний по дисциплине «Буровые станки и бурение скважин» и их практическое применение к решению конкретных инженерных задач, знакомство с методикой пользования специальной и справочной литературой. Курсовой проект можно рассматривать как важнейший этап подготовки к работе над технической частью дипломного проекта.

Курсовой проект разрабатывается на основании фактических материалов, собранных студентами на производственной практике. Эти материалы включают геологическую карту района производства работ, геологический разрез с указанием места заложения проектной скважины, гидрогеологическую характеристику разреза с подробными данными о всех водоносных горизонтах и ориентировочном проектном дебите каждого из них.

Курсовой проект выполняется под руководством преподавателя кафедры технологии и техники разведки месторождений полезных ископаемых. Каждый студент перед началом проектирования получает у руководителя индивидуальное задание, в котором содержатся формулировка темы проекта, характеристика проектного геологического разреза, данные о проектном дебите скважины, статическом уровне подземных вод и условиях производства работ.

## 2. Объем курсового проекта и его оформление

Курсовой проект выполняется на бумаге формата А4 (210×297) с одной стороны листа. С левой стороны листа оставляется поле для подшивки 30 мм; с верхней – 20 мм; с правой – 15 мм; с нижней – 35 мм, на котором посередине проставляется порядковый номер страницы.

После титульного листа (приложение 1) помещается задание на курсовой проект, затем содержание, и далее следует текст. В конце проекта приводится список используемой литературы и приложения.

Текст пояснительной записки должен быть выполнен на компьютере. Общий объем записки курсового проекта – 25-30 с.

Графические приложения к тексту выполняются на плотной бумаге, кальке или миллиметровке формата 210×297 мм и подшиваются вместе с текстом записки. На отдельном листе формата А3 выполняется чертеж, на котором могут быть представлены геолого-технический наряд, схемы различных устройств, технологические схемы откачки, вскрытия, освоения водоносных пластов.

Пример оформления геолого-технического наряда представлен в приложении 3.

Текст курсового проекта включает следующие основные разделы.

Вводная часть – 5 % от всего объема.

Гидрогеологическая часть – 5-10 % объема.

Технико-технологическая часть – 85-90 % объема.

Разработка и изложение отдельных вопросов в проекте должны быть осуществлены в следующей последовательности.

Содержание курсового проекта:

Введение

1. Гидрогеологическая характеристика разреза.
2. Выбор и характеристика средства откачки.

3. Выбор и расчет фильтра.
4. Выбор способа бурения и расчет конструкции скважины.
5. Выбор бурового оборудования и инструмента.
6. Вскрытие и освоение водоносного пласта.
7. Техника безопасности и охрана окружающей среды.

Список использованной литературы.

Приложения.

### **3. Содержание основных разделов проекта**

#### **Введение.**

Во введении обосновывается назначение проектируемой скважины. Приводятся общие сведения о районе работ, дается его краткая физико-географическая и экономическая характеристика, оцениваются условия производства работ по бурению и оборудованию скважин, отмечается обеспеченность электроэнергией, топливом, водой, глиной и т. д.

#### **3.1. Гидрогеологическая характеристика разреза**

Приводится описание литологического состава горных пород, указываются их мощность, физические свойства, категория буримости, дается характеристика коллекторских свойств пород водоносных горизонтов (трещиноватость, гранулометрический состав, пористость, проницаемость), величина дебита каждого водоносного горизонта и статический уровень подземных вод.

Затем приводится характеристика тектонических зон и указываются возможные осложнения при их бурении.

Геологический разрез составляется в масштабе 1:200 или 1:500.

#### **3.2. Выбор и характеристика средств откачки**

В зависимости от целевого назначения скважины и ее дебита выбирается наиболее рациональный способ подъема воды из скважины. Выбор водоподъемной установки производится с учетом следующих исходных данных:

- 1) проектного дебита скважины;
- 2) глубины установки водоподъемных средств;
- 3) особых условий производства откачки, обусловленных повышенной температурой, минерализацией или высоким загрязнением воды.

При этом фактические производительности и напор выбранного водоподъемника должны быть равны или несколько больше проектных. Особое внимание уделяется размерам водоподъемника, особенно его диаметру, который влияет на выбор размера водоподъемных труб и, следовательно, на конструкцию скважины. Обычно необходимо выбирать водоподъемники с минимально возможными размерами рабочих органов, что упрощает и удешевляет конструкцию скважины.

Водоподъемные установки выбираются по справочникам на основании данных о проектном дебите и динамическом уровне откачки.

Эрлифты применяются на стадии испытания, освоения водоносных горизонтов и при откачке из разведочных скважин. Выбранная схема эрлифта должна быть рассчитана для определения основных его параметров: глубины погружения смесителя, удельного расхода воздуха и производительности эрлифта, диаметров водоподъемных и воздухопроводных труб.

### **3.3. Выбор и расчет фильтра**

Производительность скважины в процессе откачки зависит от правильного выбора водоприемной части скважины (типа фильтра и от его геометрических размеров).

Тип, конструкция фильтра выбираются в зависимости от характера пород (гранулометрического состава) водоносного горизонта, назначения скважины, ее производительности и глубины, агрессивности вод и ряда других факторов.

Необходимые конструктивные размеры фильтра для конкретных условий откачки определяются расчетом.

Диаметр и длина рабочей части фильтра подбираются и рассчитываются с учетом дебита скважины, коэффициента фильтрации пород водоносного горизонта и его мощности.

При этом необходимый диаметр фильтра рассчитывается исходя из диаметра выбранного водоподъемника, а точнее диаметра эксплуатационной колонны. При мощности водоносного горизонта, не превышающей 10 м, диаметр фильтра рассчитывается с учетом проектного дебита скважины, рабочей длины фильтра и коэффициента фильтрации пород. В данном случае длина рабочей части фильтра принимается равной мощности водоносного горизонта (10 м), а при мощности более 10 м рассчитывается на основании проектного дебита скважины диаметра фильтра. Сквозность фильтра выбирается с учетом характеристики пород водоносного горизонта и должна обеспечивать водопропускную способность фильтра с минимальным сопротивлением движению и с допустимой скоростью движения воды, которая не приводит к переносу частиц шлама в скважину.

При правильном выборе и расчете параметров фильтра его водопропускная способность должна быть равна или более проектного дебита скважины.

### **3.4. Выбор способа бурения и расчет конструкции скважины**

Выбор способа бурения скважин на воду производится с учетом гидрогеологических условий, проектной глубины скважины, ее целевого назначения, экономичности и качественных показателей по вскрытию и освоению водоносного горизонта.

В настоящее время применяются следующие способы бурения скважин на воду: роторный, колонковый, ударно-вращательный и ударно-канатный.

Роторный способ применяется при бурении разведочно-эксплуатационных и эксплуатационных скважин на воду в твердых, трещиноватых породах с промывкой водой, в мягких породах, а также в тектонических зонах сильно рассланцованных, перемятых пород с промывкой глинистым раствором. В районах с затрудненным водоснабжением (Крайний Север, Средняя Азия) роторное бурение целесообразно использовать с продувкой воздухом или применять пневмоударное бурение. Роторное бурение рекомендуют использовать при вскрытии глубокозалегающих водоносных горизонтов, и оно отличается более высокой производительностью и экономичностью по сравнению с другими способами.

Канатно-ударное бурение применяется для бурения разведочно-эксплуатационных, эксплуатационных и дренажных скважин большого диаметра (свыше 500 м) при вскрытии низконапорных горизонтов. Оно отличается высокой металлоемкостью конструкции скважин и является более дорогостоящим по сравнению с роторным бурением. Канатно-ударный способ рекомендуется при бурении скважин глубиной до 150 м в породах осадочного комплекса, представленного средне- и крупнозернистыми песками, пльвунами, валунно-галечными отложениями, а также сильно трещиноватыми и

кавернозными породами, в которых использование роторного бурения весьма затруднительно. Колонковый способ в основном применяется при бурении разведочных скважин на воду небольшого диаметра (до 200 мм) в породах различной крепости.

После выбора способа бурения проектируется конструкция скважины. При бурении скважин на воду выделяют следующие элементы конструкции скважин: кондуктор (направление), эксплуатационную колонну и фильтр.

При проектировании конструкции скважины необходимо учитывать специфику и возможности выбранного способа бурения. В частности, расчетные диаметры бурения обсадных труб должны быть указаны со стандартными размерами бурового инструмента конкретно для выбранного способа бурения.

### 3.5. Технология бурения скважин

Технология бурения разрабатывается на основании составленного ранее геологического разреза с учетом физико-механических свойств горных пород и характеристик водоносных горизонтов. При этом для каждой разновидности горных пород выбираются рациональные конструкции буровых наконечников и определяются технологические параметры режима бурения этими наконечниками.

Прежде всего необходимо выбрать типы буровых наконечников (коронки, долота) и установить их необходимые характеристики в соответствии с конструкцией скважины.

Затем для вращательных способов бурения выбирается вид промывочной жидкости и определяются необходимые параметры (например, глинистых растворов), характеризующие их качество. Параметры промывочных жидкостей (удельный вес, вязкость, водоотдача, статическое напряжение сдвига, содержание песка и др.) применяются в зависимости от возможных осложнений при бурении скважин.

После этого рассчитываются рациональные величины технологических параметров режима бурения. Для вращательных способов бурения это – осевая нагрузка на породоразрушающий инструмент, частота вращения бурового снаряда и количество промывочной жидкости, нагнетаемой в скважину. Для ударно-канатного бурения определяются вес, высота сбрасывания и частота ударов бурового инструмента.

Необходимо также разработать мероприятия по борьбе с возможными осложнениями при бурении скважин (обвалы стенок скважин, поглощения промывочной жидкости и др.).

Устье скважины оборудуется направлением или кондуктором. Эксплуатационная колонна обеспечивает крепление ствола скважины, в ней обычно устанавливают насос для подъема воды.

В скважинах со сложным геологическим разрезом, в котором может встречаться несколько зон осложнений, устанавливают иногда промежуточную колонну, которая обычно следует после кондуктора. Выбор конструкции разведочно-эксплуатационной скважины необходимо начинать с определения типа водоподъемника и его диаметра, который определяет внутренний диаметр эксплуатационной колонны:

$$D_{в.эк} = D_{в} + 2\Delta,$$

где  $D_{в}$  - наружный диаметр водоподъемника, мм;  $\Delta$  - зазор между водоподъемником и эксплуатационной колонной, мм.

Диаметр долота под эксплуатационную колонну определяется из условия:

$$D_{д} = D_{м} + 2\delta,$$

где  $D_m$  - наружный диаметр муфты, мм;  $\delta$  - зазор между муфтой и скважиной, мм.

Для  $D_m < 250$  мм  $\delta = 25$  мм; для  $D_m > 250$  мм  $\delta = 20-50$  мм.

Чем больше выход колонны из-под башмака обсадных труб, тем больше должен быть зазор  $\delta$ .

Диаметр фильтра подбирают из условия обеспечения необходимого водопритока. Конечный диаметр скважины определяется необходимостью проведения комплекса гидрогеологических исследований и наблюдений.

Особое внимание уделяется технологии бурения скважин в интервалах водоносных горизонтов, направленной на сохранение естественной водопроницаемости водоносных пластов.

В случае бурения разведочных скважин устанавливаются интервалы бурения с отбором керна для составления детального геологического разреза и проведения исследований образцов горных пород. Особое внимание необходимо уделить разработке мероприятий по обеспечению получения качественного керна с интервалов водоносных горизонтов. С целью обеспечения получения качественных образцов горных пород при бурении необходимо выбрать комплекс технических средств и разработать специальные технологические и организационные мероприятия.

### **3.6. Выбор бурового оборудования и инструмента**

Буровое оборудование выбирается с учетом целевого назначения скважины, ее конструкции, характера пород геологического разреза, способа бурения и разработанной технологии бурения.

В настоящее время буровое оборудование комплектуется в буровые агрегаты и установки, которые выпускаются отечественной промышленностью. Поэтому выбор основного бурового оборудования сводится к выбору буровой установки.

Выбор буровой установки производится по способу бурения, по проектной глубине бурения, по величине начального и конечного диаметра, которые обычно даются в ее характеристике. Также учитываются и другие данные характеристики буровой установки, такие как скорости вращения, осевое усилие, развиваемое механизмом подачи, которые обеспечивают необходимые технологические параметры режима бурения. В зависимости от наличия источников энергосбережения в районе бурения скважин буровые установки выбираются с электроприводом (от электролинии) или с автономным приводом от двигателя внутреннего сгорания (при отсутствии электролинии).

Вспомогательное буровое оборудование (труборазвороты, глиномешалки, КИП, талевая оснастка, вертлюги-сальники и др.) выбирается в зависимости от его потребности и условий производства работ.

После выбора всего комплекса бурового оборудования, необходимого для бурения проектируемой скважины, приводятся его технические характеристики.

Выбор породоразрушающего инструмента (коронки, долот) производится с учетом физико-механических свойств горных пород и их буримости.

Для вращательного бурения выбираются типы бурильных труб и их диаметры, конструкция и тип колонковой трубы для обеспечения качественного выхода керна; длина и диаметр утяжеленных труб при бурении скважин сплошным забоем большого диаметра (более 150 мм).

Для ударно-канатного бурения выбирается конструкция и размеры ударного снаряда, тип и размеры долот. Для ликвидации наиболее распространенных аварий (обрывы бурильных канатов, колонковых, обсадных труб) необходимо предусмотреть ловильный аварийный инструмент (метчики, колокола, труболочки, крючки, штопоры, овершоты).

В приложении нужно дать спецификацию всего бурового оборудования и инструмента с указанием его наименования и количества, необходимого для бурения скважины.

На основании геологического задания, выбора бурового оборудования, конструкции скважины и разработанной технологии бурения составляется геолого-технический наряд на бурение скважины, форма которого приведена в приложении 2.

### **3.7. Вскрытие и освоение водоносного пласта**

Ответственными операциями при сооружении скважин на воду являются вскрытие и освоение водоносного пласта, которые оказывают большое влияние на производительность и долговечность скважины.

Вскрытие водоносного пласта включает комплекс технологических операций, направленных на успешное бурение горных пород водоносного пласта при обеспечении их устойчивости и сохранения естественной водопроницаемости.

Выбор технологии вскрытия водоносного пласта зависит от глубины его залегания, устойчивости и коллекторских свойств горных пород, слагающих водоносный пласт, пластового давления, мощности водоносного пласта и дебита скважины.

Неустойчивые горные породы водоносного пласта не рекомендуется вскрывать с применением глинистого раствора, так как глинистые частицы вызывают кольматацию пор и трещин и резкое снижение их водопроницаемости. В этом случае применяют специальные промывочные жидкости: малоглинистые, меловые, полимерные, азрированные, самораспадающиеся промывочные жидкости, пены и др.

Безнапорные пески при наличии устойчивой кровли водоносного пласта могут вскрываться гидровывом фильтра, а также формированием каверны в водоносном пласте. Существуют и другие методы с применением различных схем промывки.

Освоение скважины обычно включает такие технологические операции, как установка фильтра в скважину, восстановление естественной водопроницаемости или ее искусственное увеличение, устройство гравийной обсыпки фильтров, откачки воды из скважины с целью формирования водоприемной части скважины и осветления воды.

При выборе способа освоения скважины необходимо учитывать его эффективность и простоту его технологического выполнения.

### **3.8. Промсанитария, техника безопасности и охрана окружающей среды**

В этом разделе необходимо предусмотреть мероприятия по охране здоровья работающего персонала и средства по оказанию первой помощи пострадавшим.

Мероприятия по технике безопасности, противопожарной технике и охране окружающей среды проектируются в соответствии с действующими инструктивными указаниями при выполнении различного вида работ: монтаж установок, бурение скважины, транспорт, демонтаж установки, эксплуатация скважин.

#### **Рекомендуемая литература**

*Бейсебаев А. М., Туякбаев Т. Н., Федоров Б. В.* Бурение скважин и горно-разведочное бурение. – М.: Недра, 1990. – 303 с.

*Соломин Б. Н.* Проектирование скважин на воду. – М.: Недра, 1983. – 107 с.

*Справочник по бурению скважин на воду / Д. Н. Башкатов, С. С. Сулакшин, С. Л. Драхлис, Г. П. Квашнин.* – М.: Недра, 1979. – 560 с.

*Справочник по бурению и оборудованию скважин на воду / В. В. Дубровский [и др.].* – М.: Недра, 1972. – 512 с.

**Пример выполнения титульного листа курсового проекта**



**МИНОБРНАУКИ РФ  
ФГБОУ ВО**

**«УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФАКУЛЬТЕТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ**

**Кафедра ТЕХНОЛОГИИ И ТЕХНИКИ РАЗВЕДКИ МПИ**

# **КУРСОВОЙ ПРОЕКТ**

**НА ТЕМУ: «Сооружение разведочно-эксплуатационной  
скважины на воду»**

Руководитель \_\_\_\_\_  
Студент \_\_\_\_\_  
Группа \_\_\_\_\_

**Пример бланка задания**

**З А Д А Н И Е**

по курсовому проекту на бурение гидрогеологической скважины

Студенту \_\_\_\_\_ группы \_\_\_\_\_

Тема проекта \_\_\_\_\_

Содержание проекта

I. Исходные данные

1. Геологический разрез скважины.

№ п/п	Наименование пород и горизонты	Интервалы, м	Примечание
1			
2			
3			
4			
5			

2. Проектная глубина скважины \_\_\_\_\_
3. Проектный дебит скважины \_\_\_м<sup>3</sup>/час из горизонта\_\_\_\_\_
4. Статический уровень \_\_\_\_\_
5. Проектный динамический уровень \_\_\_\_\_
6. Период работы \_\_\_\_\_
7. Особые условия (обеспеченность электроэнергией, водой, глиной и т. п.) \_\_\_\_\_

II. Задачи проектирования

- 1) выбрать и обосновать тип и размеры откачных средств;
- 2) обосновать выбор типа фильтра и произвести его расчет;
- 3) выбрать и обосновать способ бурения скважины;
- 4) составить и обосновать конструкцию скважины;
- 5) разработать рациональную технологию бурения для каждого горизонта:
  - а) выбрать породоразрушающий инструмент;
  - б) выбрать промывочную жидкость и обосновать ее качественные параметры;
  - в) рассчитать технологические параметры режима бурения.
6. Выбрать буровое оборудование:
  - а) буровой агрегат (буровой станок, насос, привод);
  - б) буровой копер или мачту.
7. Разработать конструкцию бурового снаряда:

- а) колонкового набора;
- б) колонны бурильных труб;
- в) колонны обсадных труб.

*Примечание:* для выбранного оборудования приводится краткая техническая характеристика.

- 8. Уточнить режим бурения с учетом технических характеристик выбранного оборудования.
- 9. Произвести проверочный расчет выбранного бурового оборудования:
  - а) насоса (по производительности и рабочему давлению);
  - б) привода бурового станка и насоса;
  - в) бурового копра или мачты (по грузоподъемности);
  - г) колонны бурильных труб.
- 10. Запроектировать способ вскрытия водоносного горизонта и опробования.
- 11. Предусмотреть мероприятия по технике безопасности, противопожарной технике и промсанитарии.
- 12. Составить спецификации основного оборудования, инструмента и материалов, необходимых для бурения скважин.

### III. Графические приложения

- 1. Геолого-технический наряд.
- 2. Схема конструкции скважины.
- 3. Схема бурового снаряда.
- 4. Схема фильтра.
- 5. Схема оборудования скважины для откачки.

Дата сдачи проекта на кафедру \_\_\_\_\_

Руководитель проекта \_\_\_\_\_

**Геолого-технический наряд**

ГРО, ГРЭ \_\_\_\_\_  
 Проектная глубина, м \_\_\_\_\_  
 Начало бурения \_\_\_\_\_  
 Окончание бурения \_\_\_\_\_

Буровой станок \_\_\_\_\_  
 Буровой насос \_\_\_\_\_  
 Двигатель \_\_\_\_\_  
 Мачта \_\_\_\_\_  
 Буровые трубы \_\_\_\_\_

Скважина \_\_\_\_\_

Геологическая часть							Техническая часть										
Масштаб глубин	Наименование горных пород	Категория пород по буримости	Литология	Интервал и вид отложений	Статический уровень Динамический уровень	Мощность слоев, м	Конструкция скважины	Тип и диаметр ПРИ, мм	Длина и диаметр УБГ	Режимы бурения			Качество бурового раствора	Способы борьбы с осложнениями	Способ вскрытия водоносного пласта	Тип фильтра	Примечание
										Осевая нагрузка, кН	Частота вращения, об/мин.	Расход промывочной жидкости, л/мин.					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18



Министерство образования и науки  
Российской Федерации  
ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный горный университет»

Г. А. Усов, Ф. П. Сердюков, С. В. Холкин

Методическое пособие  
к комплексу практических работ  
по дисциплине «Буровые станки и бурение скважин»

для студентов специальности  
21.05.02 Прикладная геология

очного и заочного обучения

**Приборы, методика оценки параметров**

Екатеринбург  
2018

## ВВЕДЕНИЕ

За последние годы в разведочном колонковом бурении достигнуты значительные успехи по улучшению качества и совершенствованию составов промывочных жидкостей. Этому в большой степени способствовало применение прогрессивных способов бурения малыми диаметрами и увеличение глубин скважин.

При бурении разведочных скважин стали широко применяться малоглинистые и безглинистые промывочные жидкости, аэрированные растворы, активные промывочные жидкости с улучшенными смазочными свойствами. Значительное внимание стало уделяться реологии промывочных жидкостей.

В связи с этим расширился ассортимент приборов для оценки качества промывочных жидкостей и были разработаны новые методы их определения.

Настоящие методические разработки имеют цель ознакомить студентов со всеми приборами и методами оценки структурно-механических, реологических и смазочных свойств промывочных жидкостей, применяемых в разведочном бурении.

В соответствии с ГОСТ 8.002-71 все средства измерений должны пройти государственную или ведомственную поверку. На пригодный к измерениям прибор выдается свидетельство или наносится клеймо с указанием даты поверки.

### **Приборы и методы оценки структурно-механических свойств промывочных жидкостей**

Основными структурно-механическими свойствами промывочных жидкостей являются:

- 1) удельный вес,  $\text{г/см}^3$ ;
- 2) условная вязкость, с ;
- 3) водоотдача,  $\text{см}^3$  за 30 мин;
- 4) содержание песка, %;
- 5) стабильность,  $\text{г/см}^3$ ;
- 6) суточный отстой, %;
- 7) статическое напряжение сдвига, Па ;
- 8) динамическое напряжение сдвига, Па ;
- 9) пластическая или структурная вязкость, Па · с;
- 10) эффективная вязкость, Па · с;

Первые шесть параметров определяются непосредственно на буровых вышках с помощью приборов и лабораторной посуды, входящих в комплект переносной лаборатории ЛРГ-3. Приборы и лабораторная посуда размещены в специальном деревянном ящике с гнездами и креплениями для каждого предмета, входящего в комплект лаборатории.

Статическое и динамическое напряжение сдвига, а также пластическая и эффективная вязкость определяются в стационарных лабораториях геологоразведочных партий и экспедиций с помощью приборов СНС-2 и ВСН-3.

### **АРЕОМЕТР АГ-2 НАЗНАЧЕНИЕ**

Ареометр АГ-2 предназначен для измерения удельного веса глинистых и цементных растворов, применяющихся при бурении скважин.

## ОПИСАНИЕ АРЕОМЕТРА

Ареометр АГ-2 (рис. 1) состоит из поплавка 3 со шкалой 2, соединяющегося на байонете 4 с мерным стаканом 5, и съемного груза 6, крепящегося к стакану. В комплекте с ареометром поставляется ведро-футляр 1 с крышкой, в котором он укладывается между резиновыми гнездами.

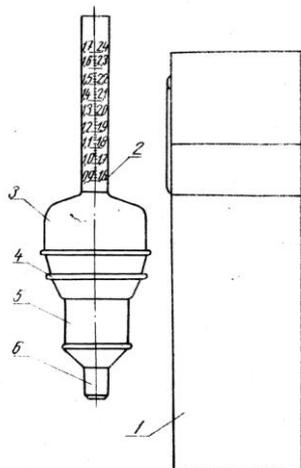


Рис. 1. Ареометр АГ-2 в сборе и ведро-футляр

### Техническая характеристика

Ареометр АГ-2 имеет два предела измерения: от 0,90 до 1,70 г/см<sup>3</sup> - при навернутом съемном грузе, от 1,60 до 2,40 г/см<sup>3</sup> - при снятом съемном грузе.

Цена деления ареометра на шкале.....	0,02
Точность измерения, г/см <sup>3</sup> .....	±0,01
Габаритные размеры, мм:	
ареометра.....	100x450
ведра-футляра.....	120x480
Вес комплекта, кг.....	2

## **ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЯ**

### Подготовка прибора к измерению

Подготовку прибора к измерению следует производить в следующей последовательности:

открыть крышку ведра и вынуть ареометр, налить воду в ведро (рекомендуется применять чистую пресную воду, так как в этом случае получаются наиболее точные результаты измерения и не требуется вносить поправку на удельный вес воды), поворотом поплавка относительно мерного стакана открыть байонетный затвор и отделить стакан от затвора,

проверить чистоту мерного стакана и поплавка и при надобности вымыть их водой.

### Проверка прибора

Проверку прибора следует производить в следующей последовательности:

налить в мерный стакан ареометра воду до края гофра, соединить поплавок с мерным стаканом, выдавив при этом избыток воды из него, и погрузить собранный ареометр в воду. Стакан заполняется той же водой, что и ведро.

При пресной воде ареометр должен погрузиться под уровень воды в ведре до деления на шкале поплавка, обозначенного "1,0", при навернутом съемном грузе, с точностью  $>0,005 \text{ г/см}^3$  (четверть деления).

Если удельный вес воды больше  $1,00 \text{ г/см}^3$  (морская вода, соленая, буровая), то ареометр погрузится на несколько делений ниже деления, обозначенного "1,0". В этом случае к результатам измерений удельного веса глинистых растворов необходимо прибавить поправку, определяемую как разность между 1,00 и показанием ареометра, заполненного водой.

Ниже приводится пример измерения.

Измерение производится погружением ареометра в морскую воду. Ареометр, заполненный морской водой, при погружении в эту же воду показал на шкале 0,96. Поправка составляет  $1,00 - 0,96 = 0,04 \text{ г/см}^3$

При измерении удельного веса глинистого раствора при погружении в эту же морскую воду показание было 1,41. Истинный удельный вес раствора получается прибавлением поправки, а именно:

$$1,41 + 0,04 = 1,45 \text{ г/см}^3$$

#### Измерение удельного веса

Измерение удельного веса при помощи ареометра АГ-2 следует производить в следующей последовательности.

Принести в вымытой крышке ведра пробу раствора и перемешать её.

Налить в мерный стакан ареометра раствор до края гофра. Стакан держать в вертикальном положении.

Соединить поплавок со стаканом - вставить штифты на нижней части поплавка в байонетные прорези мерного стакана и повернуть поплавок относительно стакана слева направо до упора. При этом из стакана выдавить избыток раствора. Таким образом отмерится объем пробы.

Смыть водой выдавленный раствор с поверхности мерного стакана, удерживая ареометр в вертикальном положении.

Погрузить ареометр в ведро с водой, дать ему успокоиться и прочесть показание по шкале ареометра на уровне воды в ведре

При навернутом съемном грузе отсчет вести по левой шкале с оцифровкой от 0,9 до  $1,7 \text{ г/см}^3$ . Если ареометр при навернутом съемном грузе погрузился выше последнего оцифрованного деления на шкале -  $1,7 \text{ г/см}^3$ , то следует снять груз и отсчет вести по правой шкале с оцифровкой от 1,6 до  $2,4 \text{ г/см}^3$ .

При погружении ареометра в соленую, морскую или буровую воду обязательно вносить поправку, как указано выше.

После окончания измерения ареометр следует вымыть, насухо вытереть и положить в тумбочку.

Крышку ведра вымыть и закрыть её ведром с водой. При частых намерениях воду из ведра можно не выливать, но обязательно следует следить за её чистотой.

## **2. ВИСКОЗИМЕТР СПВ-5**

### **Назначение:**

Стандартный полевой вискозиметр СПВ-5 предназначен для определения условной вязкости глинистого раствора. Вязкость определяется в секундах времени истечения  $500 \text{ см}^3$  раствора из стандартной воронки через трубку диаметром проходного сечения 5 мм и длиной 100 мм при заполнении воронки  $700 \text{ см}^3$  раствора.

Комплект вискозиметра (рис. 2) состоит из стандартной воронки и мерной кружки.

В верхнюю часть воронки встроена сетка для очистки раствора от крупных твердых частиц. Воронка заканчивается латунной трубкой с калиброванным отверстием.

Мерная кружка имеет два отделения.

### Техническая характеристика

Размеры воронки, мм:	
Высота.....	400
верхний диаметр.....	150
время истечения из воронки 500см <sup>3</sup> воды, с.....	15+0,4
Объем мерной кружки, см <sup>3</sup> :	
первого отделения.....	500
второго отделения.....	200
Размеры кружки, мм.....	70x190

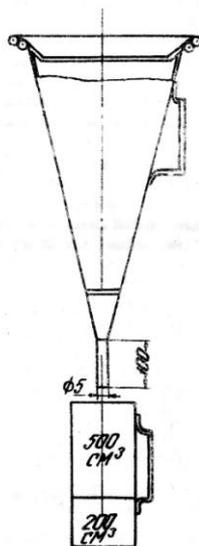


Рис. 2. Вискозиметр СПВ – 5 с кружкой

### ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЙ

Определение условной вязкости глинистых растворов при помощи вискозиметра СПВ-5 следует производить в следующей последовательности:

- промыть воронку вискозиметра и кружку водой и подготовить пробу раствора;
- закрыть отверстие трубки пальцем правой руки и налить в воронку через сито 700 см<sup>3</sup> испытуемого раствора мерной кружкой - 500 см<sup>3</sup> и 200 см<sup>3</sup>
- подставить кружку объемом 500 см<sup>3</sup> под трубку вискозиметра, слить в нее часть раствора и влить обратно его в воронку. Повторить эту операции два-три раза;
- подставить кружку объемом 300 см<sup>3</sup> под трубку вискозиметра и одновременно открыть отверстие трубки, убрать палец, и пустить левой рукой секундомер;
- в момент заполнения кружки до края остановить секундомер, закрыть отверстие трубки пальцем и прочесть показание секундомера;
- для определения условной вязкости испытуемого раствора провести 10-15 замеров и, применяя распределение Стьюдента, определить среднее значение  $\bar{A}$  и доверительный интервал  $\delta$  при выбранной вероятности  $P$ ;
- вымывать и вытереть воронку и кружку и вложить их в ящик лаборатории в соответствующие гнезда.

### 3. ПРИБОР ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ВОДООТДАЧИ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ ТИПА ВМ-6

#### **Назначение:**

Прибор ВМ-6 предназначен для определения фильтруемости водоотдачи глинистых растворов в производственных условиях бурения.

Показатель водоотдачи глинистых растворов представляет собой количество фильтрата в см<sup>3</sup>, выделяющегося в течение 30 мин под избыточным давлением в 1 кг/см<sup>3</sup> при диаметре фильтра 75 мм.

Показатель водоотдачи характеризует способность глинистого раствора отдавать свободную воду под давлением через пористую перегородку в пласт и образовывать на этих перегородках глинистую корку.

Прибор градуирован в кубических сантиметрах при диаметре фильтра 75 мм.

При измерении водоотдачи раствора одновременно определяют толщину образующейся на фильтре глинистой корки.

#### **Описание конструкции**

Прибор ВМ-6 (рис. 3.) состоит из трех основных узлов; фильтрационного стакана 6 с принадлежностями, напорного цилиндра 4 и Кронштейна 13.

Фильтрационный стакан 6 на верхнем конце имеет горловину с наружной резьбой и отверстием. Нижний конец его имеет расточку

диаметром 53 мм, выточку под решетку фильтра и наружную резьбу М68х3 под поддон 10, которым крепится решетка 7.

Для предупреждения проворачивания решетки и поддержания в связи с этим фильтровальной бумаги на решетке сделан пав под выступ, имеющийся в выточке фильтрационного стакана. В нижней части поддона 10 имеется резьба, в которую ввернут винт 11 с перекидной ручкой 12. В поддон вложен клапан 9 с резиновой прокладкой, который винтом 11 прижимается к решетке 7 и таким образом запирает отверстие.

При определенной водоотдачи раствор наливается в стакан с закрытой клапаном решеткой и вложенной фильтровальной бумагой.

Узел напорного цилиндра состоит из собственно цилиндра 4 в ввернутой в него на красно-медной прокладке втулкой и напрессованной в горячем виде чашкой, плунжера 1, притертого по втулке, и груза-шкалы 3, укрепленного на плунжере. Шкала нанесена на прозрачную пластмассу (оргстекло) и прикреплена к грузу винтами; шкала прикрывает сквозную прорезь на снятой вдоль груза лыске. Сквозь эту прорезь видна отсчетная риска 2 на верхнем конце втулки цилиндра.

Для установки шкалы прибора на ноль и для спуска масла из цилиндра в нижней части цилиндра имеется отверстие, перекрываемое иглой 5. Масло из этого отверстия сливается в чашку.

Нижний конец цилиндра имеет внутреннюю резьбу для соединения с фильтрационным станком. Для уплотнения места соединения цилиндра со стаканом предусмотрена прокладка из маслостойкой резины, которая меняется по мере износа. Размеры прокладки: наружный диаметр - 35 мм, диаметр отверстия - 20 мм, толщина 3 \* 4 мм.

Кронштейн 13 литой, в нижней части его предусмотрено место для чашки, в которую стекает фильтрат. Кронштейн стоит на трех резиновых ножках 14. В кольцо 10 кронштейна вставляется прибор в собранном виде.

### Техническая характеристика

Предел измерения за 30 мин при диаметре фильтра 75 мм, см <sup>3</sup> .....	40
Цена деления шкалы при диаметре фильтра 75 мм, см <sup>3</sup> .....	1
Точность измерения, см <sup>3</sup> .....	±0,5
Давление фильтрации, Па.....	9,81*10 <sup>4</sup>
фактический диаметр фильтра, мм.....	53
Габаритные размеры, мм.....	120x160x360
Вес (без упаковки), кг.....	0,7

#### Принцип действия:

Испытуемый раствор наливается в фильтрационный стакан 6, (рис. 3) с фильтром на решетке 7; закрытым клапаном 9, впредь до открытия которого фильтрация не начинается. На фильтрационный стакан навернут цилиндр 4, заполненный поверх раствора маслом. В этот цилиндр входит плунжер 1 с грузом-шкалой 3, создающий давление фильтрации 98066,5 Па фильтрация начинается после открытия клапана 9.

По мере фильтрации объем пробы раствора в фильтрационном стакане уменьшается на количество выделившегося фильтрата и плунжер под действием груза соответственно опускается. Количество выделившегося фильтрата определяется по перемещениям плунжера, градуированным на шкале в см<sup>3</sup>.

В притертой паре плунжер-втулка возникает трение, влияющее на постоянство давления фильтрации. Для устранения трения плунжер необходимо периодически вращать рукой. С целью уменьшения этих вращений в плунжере имеется глухое сверление - воздушный буфер.

#### Принцип действия прибора обеспечивает:

- точное определение момента, начала фильтрации при помощи запорного клапана на решетке фильтра;
- точное измерение количества фильтрата, которое выделяется за любой промежуток времени;
- постоянство давления с момента начала фильтрации.

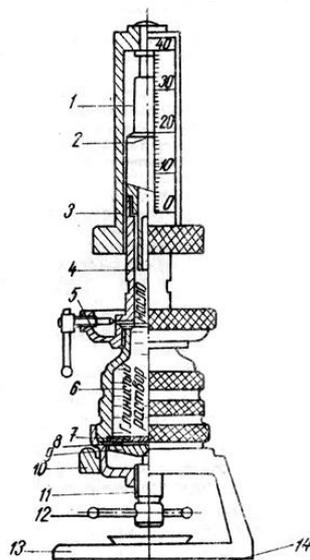


Рис. 3. Прибор VM-6 в сборе

#### Подготовка прибора к работе

Для предупреждения ржавления прибор VM-6 при упаковке на заводе смазывается снаружи и внутри вазелином. При длительном хранении в неблагоприятных условиях вазелин может загустеть и частично окислиться, в результате чего плунжер

будет трудно вынуть из цилиндра. Поэтому по получении со склада прибор следует разобрать в следующем порядке:

- a) отвернуть цилиндр от стакана;
- вынуть плунжер из цилиндра (при необходимости плунжер можно извлечь осторожными ударами деревянного молотка по его нижнему концу);
- b) вывернуть винт из поддона;
  - c) вывернуть стакан из поддона и извлечь решетку и клапан.

Все детали прибора вымыть бензином или горячей водой и насухо вытереть, а плунжерную пару вымыть керосином и смазать маслом. Не смазанный маслом плунжер во втулку не вставлять.

Чтобы убедиться в исправности прибора, необходимо проверить:

- a) резьбовые соединения (при надобности их следует расходить, чтобы они легко заворачивались от руки);
- b) герметичность плунжерной пары и места соединения цилиндра со стаканом;
- c) плавность движения плунжера.

Проверка герметичности производится следующим образом:

- a) в собранный фильтрационный стакан с вложенной в него фильтровальной бумагой и закрытым на решетке фильтра клапаном наливается густой глинистый раствор;
- b) стакан устанавливается в кронштейне и на него навертывается цилиндр без плунжера;
- c) цилиндр заполняется маслом до верха, после чего в него вставляется плунжер;
- d) с помощью иглы из цилиндра спускается масло, и нулевое деление на шкале подводится к риску на цилиндре. При такой операции плунжер следует вращать рукой;
- e) места резьбовых соединений и поверхность цилиндра должны быть насухо вытерты, чтобы можно было обнаружить места утечки;
- f) периодически вращая плунжер, в течение 30 минут наблюдают за его показаниями, в исправном приборе заметного изменения показаний не должно быть; максимальное изменение может быть не более  $1/2$  деления.

Если утечка больше  $1/2$  деления, то необходимо выявить место утечки. Утечка может быть в плунжерной паре, местах крепления втулки к цилиндру и соединения цилиндра со стаканом, в местах неплотного прилегания клапана, в месте прижатия решетки к стакану.

Об утечке в плунжерной паре и в месте крепления втулки к цилиндру свидетельствуют подтеки, появляющиеся в верхней части цилиндра, который до пуска прибора в работу должен быть чисто вытерт.

Утечки в месте соединения цилиндра со стаканом легко обнаруживаются по появлению масла под резьбой. Это место также должно быть тщательно вытерто. Ликвидировать утечку можно сменой прокладки

или подтягиванием резьбы. Слишком туго затягивать резьбу не следует, так как при этом прокладка может иногда выворачиваться.

Утечки через клапан в месте прижатия решетки к стакану не оказывают влияния на работу прибора, но при проверке на герметичность их необходимо устранять, для этого клапан следует туго прижать.

Утечки через место прижатия решетки к стакану обнаруживаются по появлению раствора или фильтрата на выходе резьбы.

Плавность движения плунжера проверяется при промытой и смазанной машинным маслом плунжерной паре и заключается в том, что плунжер с любого положения должен свободно и равномерно опускаться без поворачивания. Если плунжер задерживается или движется очень медленно, его следует вновь промыть керосином и смазать маслом, после чего расходить во втулке.

**ПРОМЫВАТЬ ПЛУНЖЕРНУЮ ПАРУ БЕНЗИНОМ НЕЛЬЗЯ - ЭТО МОЖЕТ ВЫЗВАТЬ ЗАЕДАНИЕ!**

### ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЯ

Измерения водоотдачи должно быть произведено при температуре не ниже 10 °С , так как при более низких температурах водоотдача раствора уменьшается.

Работу по определению водоотдачи глинистых растворов следует вести в следующей последовательности:

1. Установить прибор на ровной поверхности.
2. Вынуть плунжер из цилиндра и положить рядом с кронштейном.
3. Отвернуть цилиндр, проверить, закрыта ли игла, и положить цилиндр на тумбочку.

4. Разобрать стакан - вывернуть из поддона, вынуть решетку и клапан - вытереть насухо все детали.

5. Взять заготовленный кружок фильтровальной бумаги, смочить его водой и наложить на решетку, после чего удалить избыток воды с поверхности бумаги, промокнув её сухим кружком. При непрочной фильтровальной бумаге следует положить на решетку два кружка.

6. Решетку с фильтровальной бумагой вложить в выточку стакана, бумагой внутрь так, чтобы паз на решетке попал на штифт в выточке стакана. Наложить на решетку клапан и наверх поддон на стакан. Винт, крепящий клапан, должен быть вывернут. Вставить собранный стакан в кронштейн и прочно затянуть руками резьбу, после

чего клапан закрыть винтом.

7. Подготовить секундомер и положить его рядом с прибором.

8. Взять ведро с пробой раствора, последнюю тщательно пере-мешать и налить в стакан кружкой от вискозиметра (стороной объемом 200 см<sup>3</sup>). После окончания вытереть резьбу стакана. Стакан следует заполнить на 3-4 мм ниже края горлышка.

9. Наверх цилиндр на стакан, предварительно проверить исправность прокладки.

10. Налить в цилиндр машинное масло (масло должно быть не очень густым; слишком густое масло разбавляется керосином). Масло наливается на внутренний край цилиндра так, чтобы оно стекало по стенкам цилиндра. Масло следует наливать до такого уровня, чтобы до верхнего края втулки оставался 1 см.

11. Вставить плунжер в цилиндр. При этом плунжер за счет сжатия воздуха в его плотности просядет на 2-3 см.

12. Приоткрыть спускную иглу и, вращая плунжер рукой за накатку на грузе, подвести нулевое деление на шкале к отсчетной риску на верхнем крае втулки цилиндра.

Неопытному исполнителю это не всегда удается, и нулевое деление опускается ниже риски. В этом случае надо записать показание по шкале против риски, принять его за нуль и из всех следующих показаний вычитать нулевое показание ( например: нулевое показание 1,5 см<sup>3</sup>, показание за 30 минут - 23 см<sup>3</sup>. Вычитая из 23см<sup>3</sup> 1,5 см<sup>3</sup>, получаем 21,5 см<sup>3</sup> ).

Нулевое деление может опускаться ниже риски и в случае определения водоотдачи раствора, насыщенного газом (из-за сжатия газа в растворе под давлением). Если в этом случае нулевое деление опустится ниже риски не более чем на шесть делений и водоотдача у раствора будет небольшая, то следует пользоваться тем же приемом, что и в первом случае, т.е. из показаний вычитать нулевое показание.

Если же нулевое деление опустится ниже, чем на десять делений, то следует вынуть плунжер, перевернуть его, залить его полость маслом, прикрыть отверстие пальцем и вновь вставить в цилиндр. В этом случае шкала остановится на 6-8 делений выше, чем при незаполненной полости плунжера.

Примечание. Операции, перечисленные в пунктах 7, 8, 9, 10 и 11 следует производить быстро, так как при нестабильных растворах за время от момента налива раствора в стакан до момента начала фильтрации может образоваться осадок, из-за чего исказится результат измерения.

13. Взять в левую руку секундомер, а правой открыть клапан, вывернув винт на один - два оборота. В момент открытия клапана пустить секундомер.

14. При производственных измерениях достаточно везть один отсчет через 30 минут. В течение этого времени периодически вначале чаще, вращать плунжер за накатку на грузе.

При взятии отсчетов глаз исполнителя должен находиться на уровне отсчетной риски на втулке цилиндра и на расстоянии от нее около 30-40 см.

15. После взятия отсчета открыть спускную иглу, выпустив масло из цилиндра и опустить плунжер с грузом. После этого при открытой игле вынуть плунжер с грузом. После этого при открытой игле вынуть плунжер из цилиндра и, если его конец запачкан раствором, смыть последний.

16. Закрыть иглу, отвернуть цилиндр со стакана и слить масло из чашки цилиндра в бачок для масла.

17. Промыть фильтрационный стакан, не разбирая его. Для этого подставить его горлышко под слабую струю воды; масло при этом всплывет и уйдет из стакана вместе с водой и раствором. Затем вылить воду и остаток раствора из стакана и разобрать его.

18. Поставить стакан на ладонь левой руки так, чтобы он опирался на нее краями, а не решеткой, и легкими ударами правой ладони по горлышку выбить корку с решеткой.

Если корка прочно прилипла к стенкам стакана, её следует выдуть ртом.

19. Смерить толщину корки и записать.

20. Вымыть и вытереть детали фильтрационного стакана и собрать их.

Вымыть и вытереть цилиндр; проверить, не загрязнена ли внутренняя поверхность втулки цилиндра глинистым раствором, прочистить втулку, смазать её маслом и навернуть цилиндр на стакан.

Вставить смазанный маслом плунжер в цилиндр и установить прибор на кронштейн.

21. Прибор следует хранить в собранном виде, в защищенном от пыли месте - в ящике переносной лаборатории или в шкафу.

Примечание: 1. Так как прибор точно воспроизводит кинетику процесса фильтрации, т.е. зависимость количества выделившегося фильтрата по времени, и так как эта зависимость, изображенная в логарифмических координатах, представляет собой прямую линию, то на приборе ВМ-6 можно производить фильтрацию в течение 10-15 минут с последующей экстерполяцией по графику. Для этого в комплекте прибора поставляются бланки со специальной логарифмической сеткой.

В этом случае за время определения следует взять не менее двух отсчетов - один за 2 или 3 минуты фильтрации и второй за 10 или 15 минут. Полученные отсчеты наносятся на бланк, который разграфлен девятью вертикальными линиями на минуты (левая крайняя линия соответствует 1-ой минуте, следующие - 2-ой, 3-ей, 4-ой, 5-ой, 10-ой, 15-ой, 20-ой и 30 минутам), горизонтальными линиями на кубические сантиметры (от 1 до 100 см<sup>3</sup>). Часть этих линий обозначена цифрами, соответствующими числу кубических сантиметров.

На вертикальной линии, соответствующей 2-ой минуте, в месте её пересечения с горизонтальной линией, соответствующей отсчитанному числу кубических сантиметров, ставится точка. Таким же образом наносится точка, соответствующая отсчету за 10 и 15 минут. Через полученные две точки карандашом проводится прямая линия до пересечения с правой крайней вертикальной линией, соответствующей 30-ти минутам

фильтрации.

По шкале горизонтальных линий отсчитывается величина водоотдач в кубических сантиметрах за 30 минут фильтрации, поскольку за единицу водоотдачи глинистых растворов принято количество фильтрата, выделяющегося из раствора за 30 минут через фильтр диаметром 75 мм.

Пользуясь этим приемом, можно сократить время фильтрации до 10 минут и, кроме того, определять водоотдачу раствора большую, чем  $40 \text{ см}^3$  за 30 минут.

Ошибка в определении водоотдачи за 30 минут по 10-минутному замеру не превышает  $0,5 \text{ см}^3$  при водоотдачах до  $20 \text{ см}^3$  и не больше  $2 \text{ см}^3$  при больших водоотдачах.

Для сопоставления результатов измерения водоотдачи прибором ВМ-6 с другими приборами, градуированными в кубических сантиметрах, при фильтре диаметром 75 мм, необходимо применять нерасчетный коэффициент. Последний определяется как отношение площадей фильтрации, так как количество фильтрата прямо пропорционально площади фильтрации.

#### 4. ОТСТОЙНИК - ОМ

Назначение:

Металлический отстойник ОМ-2 предназначен для определения процента содержания песка в глинистом растворе.

Содержание в глинистом растворе твердых частиц разбуренных пород и нерастворенных комков глины определяется процентом песка в пробе раствора, отстоянного за одну минуту покоя в отстойнике из пробы разжиженной водой в отношении 1:9.

Описание прибора:

Отстойник ОМ-2 (рис.4) представляет собой цилиндрический сосуд 2 с плотной крышкой 1, в нижней части которого укреплена сменная бюретка 3, защищенная чехлом. В верхней части цилиндра на уровне объема  $500 \text{ см}^3$  имеется отверстие  $\text{Ø} 3 \text{ мм}$ .

Крышка отстойника служит для отмеривания раствора.

Крепление бюретки 3 осуществляется при помощи винта 4, через перекладину 5 и шайбу 6 с резиновой прокладкой 7.

Герметизация крепления бюретки обеспечивается резиновой прикладкой 8.

#### Техническая характеристика

Объем отстойника, $\text{см}^3$ .....	600
Объем крышки, $\text{см}^3$ .....	50
Объем бюретки, $\text{см}^3$ .....	10

Габаритные размеры, мм:

Диаметр.....	60
Высота.....	345
Вес.....	0,3

Бюретка градуирована через  $0,1 \text{ см}^3$ , каждое десятое деление шкалы обозначено цифрой.

#### **ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ**

Определение процента содержания песка в глинистом растворе при помощи отстойника ОМ-2 следует производить в следующей последовательности:

- промыть отстойник и вытереть его;
- снять крышку отстойника, отмерить ею  $50 \text{ см}^3$  раствора и влить его в отстойник через горлышко;
- не вынимая крышки, зачерпнуть ею воду, растворить в ней оставшийся на её внутренних стенках раствор и влить в отстойник.

С помощью крышки наполнить отстойник водой до уровня трехмиллиметрового отверстия на его боковой поверхности, держа отстойник вертикально. Подождать, пока вода прекратит вытекать из этого отверстия;

- d) плотно закрыть отстойник крышкой и повернуть его в горизонтальное положение трехмиллиметровым отверстием вверх.

Прижимая крышку ладонью правой руки и прикрывая отверстие пальцем той же руки, интенсивно взболтать содержимое отстойника

- e) повернуть отстойник в вертикальное положение, выждать одну минуту по часам или секундомеру и прочесть показание по шкале бюретки против уровня осевшего песка

**ПРОЧИТАННОЕ ПОКАЗАНИЕ, УМНОЖЕННОЕ НА ДВА, БУДЕТ ПОКАЗАТЕЛЕМ СОДЕРЖАНИЯ ПЕСКА В РАСТВОРЕ, ВЫРАЖЕННОМ В ПРОЦЕНТАХ.**

- f) вылить из отстойника содержимое, промыть его водой, вытереть и вложить на место в ящик лаборатории.

#### СМЕНА БЮРЕТКИ

При поломке бюретки или необходимости извлечь её для чистки следует вывернуть винт 4 (рис. 4), извлечь перекладину 5 и шайбу 6 с резиновой прокладкой 7, а за ними - бюретку 3.

Перед тем как вставить бюретку, следует проверить исправность верхней прокладки 8 и при надобности сменить её.

Сборка ведется в следующем порядке: вставить бюретку, плотно уперев её в верхнюю прокладку, вложить шайбу 6 с резиновой прокладкой 7, вставить перекладину 5 в овальные отверстия чехла, вернуть винт 4 и прижать им бюретку.

### 5. ЦИЛИНДР ЦС-2

Назначение:

Цилиндр ЦС-2 предназначен для определения стабильности глинистых растворов.

Показатель стабильности глинистого раствора определяется как разность удельных весов верхней и нижней половины пробы раствора отстоянной в течение суток в цилиндре высотой 200 мм.

#### ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Цилиндр ЦС-2 (рис. 5) выполнен из тонкого листового железа и окрашен нитроэмалью. Посредине высоты цилиндра имеется отвод с резиновой пробкой для слива верхней половины раствора.

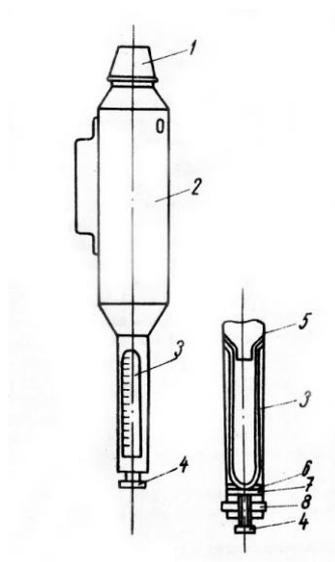


Рис. 4 Отстойник ОМ-2

## Техническая характеристика

Высота столба раствора в цилиндре.....	200
Объем цилиндра, см <sup>3</sup> .....	800
Габаритные размеры, мм.....	100x210x110
Вес, кг.....	0,5

### ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Определение стабильности глинистых растворов при помощи цилиндра ЦС-2 следует производить в следующей последовательности:

- a) Вымыть цилиндр водой и вытереть насухо снаружи и внутри;
- b) Влить пробу раствора в цилиндр до края, предварительно тщательно перемешать её;
- c) Установить заполненный цилиндр в спокойном месте на сутки, отметив время по часам;
- d) Через 24 часа открыть пробку, слить верхнюю часть пробы раствора вместе с отстоявшейся водой в кружку, тщательно перемешать слитый раствор и определить его удельный вес ареометром АГ-2, закрыть отвод пробкой, тщательно перемешать в цилиндре отстоявшуюся нижнюю половину раствора и определить её удельный вес.1
- e) При определении удельного веса ареометром АГ-2 обязательно погружать его при обоих измерениях в одну и ту же воду;
- f) Определить показатель стабильности глинистого раствора вычитанием первого показания ареометра из второго;
- g) Вымыть цилиндр, вытереть насухо и вложить на место в ящик лаборатории.

### **6 . ИНСТРУКЦИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ СУТОЧНОГО ОТСТОЯ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ МЕРНЫМ ЦИЛИНДРОМ**

Показатель суточного отстоя глинистого раствора определяется как процент воды, отстоявшейся за сутки на пробы раствора.

Определение суточного отстоя глинистых растворов производится стандартным мерным цилиндром объемом 100 см<sup>3</sup> с ценой деления 1 см. Для этих определений также необходимы часы.

Определения следует производить в следующей последовательности:

- a) вымыть мерный цилиндр водой и вытереть насухо снаружи и внутри;
- b) тщательно перемешанную пробу раствора налить в цилиндр до сотого деления на шкале;
- c) поставить цилиндр с раствором в спокойное место, отметить время и оставить на 24 часа;
- d) через 24 часа прочесть на шкале цилиндра отсчет положения уровня раздела раствора и отстоявшейся воды и вычесть полученное показание из 100. Результат вычитания является показателем суточного отстоя в .процентах;
- e) вымыть цилиндр и вложить его в ящик лаборатории.

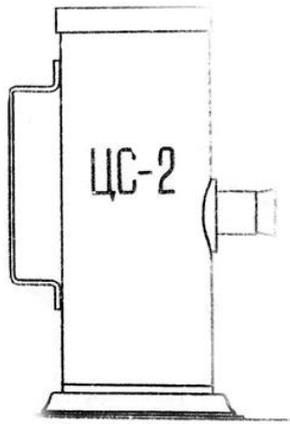


Рис. 5. Цилиндр СНС-2

## 7. ПРИБОР ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЯ СДВИГА ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ ТИПА СНС-2

Прибор СНС-2 предназначен для измерения статического напряжения сдвига глинистых растворов и применяется в условиях лабораторий геологоразведочных партий и экспедиций.

Прибор переносной и может быть использован в полевых условиях на буровой вышке.

### ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ

Прибор для определения статического напряжения сдвига основан на принципе вискозиметра с соосными цилиндрами.

На тонкой упругой нити подвешен цилиндр, погруженный в соосный полый цилиндр, заполненный испытуемой жидкостью, при вращении внешнего цилиндра жидкость, находящаяся в нем, увлекает за собой подвешенный цилиндр до тех пор, пока момент закрученной нити не станет равным крутящему моменту, определяемому вязкостью испытуемой жидкости и размерами подвешенного цилиндра.

Измерение статического напряжения сдвига глинистых растворов является частным случаем применения вискозиметра с соосными цилиндрами и производится при весьма малых скоростях вращения внешнего цилиндра, в данном приборе принята скорость вращения внешнего цилиндра  $0,0032 \text{ с}^{-1}$ , что соответствует линейной скорости  $4 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$ ; эта скорость несколько превышает предел скорости так называемой вариантной зоны, в которой определяемая величина строго соответствует понятию статического напряжения сдвига любых известных глинистых растворов. Однако уменьшение скорости влечет за собой либо снижение точности отсчета и измерения либо увеличение погрешности измерений.

Время для производства измерений при наличии тиксотропии растворов должно быть как можно меньше и в соответствии с принятой методикой измерения не должно превосходить 60 секунд, чему соответствует поворот внешнего цилиндра прибора на  $72^\circ$ , а шкалы прибора - на несколько меньшую величину.

Нити для различных пределов измерения подбираются из этих соображений, а именно: закручивание нити на угол  $65-70^\circ$  должно соответствовать крутящему моменту, определяемому ну по предельному значению измеряемого статического напряжения сдвига.

В приборах с соосными цилиндрами на результаты измерения оказывает влияние момент, возникающий на донной части подвешенного внутреннего цилиндра. С целью уменьшения этого влияния нижняя часть внутреннего цилиндра расточена,

благодаря чему при погружении цилиндра в испытуемую жидкость в расточке остается воздух. Таким образом, дно цилиндра не имеет контакта с испытуемой жидкостью.

### ОПИСАНИЕ КОНСТРУКЦИИ

Прибор для измерения статического напряжения сдвига глинистых растворов (рис. 8) состоит из измерительной части и привода, смонтированных на прямоугольной плите 1. Для регулировки положения прибора плита снабжена двумя регулируемыми опорами 2 и одной неподвижной 11. Измерительная часть состоит из двух узлов: узла внешнего подвижного цилиндра и узла подвешенного цилиндра с упругой измерительной системой.

Узел внешнего цилиндра состоит из корпуса 10, расположенном на стояке 12, имеющем строго концентрическую расточку под внешний цилиндр и канавку под спиральную бесконечную пружину.

Узел подвешенного цилиндра, монтирующийся на вертикальном кронштейне 3, состоит из:

1. Цилиндра 9 с расточкой под конус Морзе № 1 и расточка в донной части для защитного пузыря. Цилиндр имеет накатанную наружную поверхность, обеспечивающую прочную связь с испытуемым раствором.

Выполнен цилиндр из латуни с матовым никелевым покрытием.

2. Трубки 6, один конец которой имеет конусную поверхность и резьбу под винт соосного соединения с цилиндром, а второй конец выполнен открытым для размещения в нем упругой нити 5. Крепление нити в трубке и регулирование соосности нити с трубкой осуществляется тремя винтами в утолщении трубки над конусом. Средняя часть трубки имеет концентричную площадку с уступом для установки шкалы 7.

3. Шкала 7 с делениями, нанесенными через  $1^\circ$  на её конической поверхности. Для грубой установки шкалы на нуль предусмотрены 8 отверстий, одним из которых она надевается на штифт, имеющийся на соответствующей площадке трубки.

4. Стрелки 3, укрепленной на кронштейне и имеющей наконечник из прозрачного оргстекла и нанесенными на нем с обеих сторон рисками, исключаящими ошибку параллакса при отсчете.

5. Нити 5, изготавливаемой из стальной пружинной проволоки и имеющей 2 наконечника: нижний в виде втулки, входящий в трубку с зазором в 1 мм на сторону, и верхний в виде диска с фаской, на которой выгравирован номер нити.

Весь узел подвешивается на конусной пробке 13, которая в свою очередь плотно устанавливается в конусной втулке, запрессованной в кронштейн. Поворотом пробки шкала прибора устанавливается на нуль по стрелке.

Привод внешнего цилиндра осуществлен от синхронного электрического двигателя СД-2 (2 позиции 4) через редуктор и гибкую передачу 1:2.

Привод прикреплен к плите прибора через амортизатор из губчатой резины, предназначенный для защиты измерительной части прибора от вибраций двигателя.

Для включения двигателя предусмотрены тумблер, укрепленный на кронштейне прибора, и шнур с вилкой для подключения к сети.

Для заполнения внешнего цилиндра испытуемым глинистым раствором предусмотрена специальная мерная кружка объемом 120 мл.

Прибор поставляется в специальном ящике.

### ПОДГОТОВКА ПРИБОРА К РАБОТЕ

Лабораторные занятия выполняются на уже отградуированном приборе; данные градуировки приводятся в паспорте для каждой поставляемой нити.

Для работы прибор должен быть установлен на устойчивом и прочном столе. Подвесная система подвешивается за верхний конец нити в пробке кронштейна и прибор устанавливается регулировочными нитями так, чтобы подвесной цилиндр встал соосно с вращающимся столиком прибора (регулировка соосности нити с трубкой подвесной

системы выполнена при сборке прибора).

Устанавливают "0" шкалы против риски на стрелке указателя. Установку нуля можно производить грубо путем поворота шкалы на трубке и точно: путем осторожного и плавного поворота в гнезде кронштейна. Чтобы убедиться, что установка на ноль произведена правильно, следует выждать, пока подвесная система успокоится. Затем следует снять подвесную систему, не трогая и не сдвигая пробку в гнезде кронштейна, и установить на вращающийся столик внешний цилиндр.

Подготовленный для работы прибор подключить к сети напряжением 220 вольт и, включая тумблер, проверить работу электродвигателя.

#### ПРОИЗВОДСТВО ИЗМЕРЕНИЙ

При производстве измерений следует:

1. Пробу раствора сильно взболтать.
2. Снять подвесной цилиндр.
3. Взболтанный раствор зачерпнуть меркой объемом 120 мл, прилагаемой к прибору, и валить установленный на вращающемся столике прибора внешний цилиндр.
4. Погрузить подвесной цилиндр во внешний цилиндр и подвесить нить на пробку. При погружении подвесного цилиндра нужно следить за тем, чтобы его верхний конец не погрузился под уровень раствора. Если раствор не достигает верхнего края подвесного цилиндра, следует осторожно долить раствор. Подвесной цилиндр должен быть погружен в раствор точно до верхнего края.
5. Взять в левую руку секундомер, а правой осторожно поворачивать подвесную систему и перемешивать раствор. После окончания перемешивания раствора поставить на "0" шкалу против риски на стрелке прибора и одновременно включить секундомер. Во время этой операции следует следить за тем, чтобы подвесной цилиндр был в центре внешнего цилиндра.
6. По истечении одной минуты нажатием тумблера вклочить электродвигатель и наблюдать за движением подвесного цилиндра по шкале прибора. Увлекаемый глинистым раствором, подвесной цилиндр вращается вместе с внешним цилиндром до тех пор, пока момент в закручивающейся нити не станет равным моменту, обусловленному статическому напряжению сдвига раствора на подвесном цилиндре. Когда подвесной цилиндр остановится, произвести отсчет по шкале в градусах.
7. Включить электродвигатель.

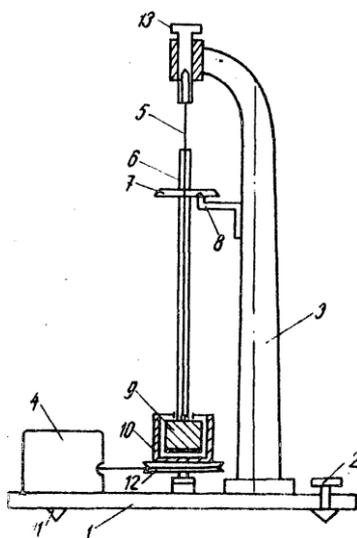


Рис. 6. Прибор СНГ-2

Для определения тиксотропии раствора выполняется повторное измерение, но уже по истечении 10 минут по секундомеру. С этой целью сразу же после первого измерения осторожно внутренним цилиндром размешать раствор, установить "0" шкалы против риски и дать глинистому раствору стабилизироваться в течение 10 минут и выполнить измерение.

При работе и установке шкалы "0" наблюдающий должен следить за совпадением рисок, нанесенных с обеих сторон, чтобы исключить ошибку параллакса при отсчете.

Производство каждого замера от момента пуска электродвигателя до момента остановки подвешенного цилиндра не должно продолжаться более 1 минуты, чему соответствует максимальный отсчет  $70^\circ$ .

Если замер продолжался более 1 минуты, его следует признать некачественным, а выбранный предел измерения недостаточным. В этом случае следует заменить нить на более толстую с большим пределом измерения.

Если показания прибора было в пределах  $10^\circ$ , замер следует признать неточным, а выбранный предел измерения слишком большим.

В этом случае следует заменить нить на более тонкую с меньшим пределом измерения.

Полученное в результате измерения показание в градусах следует пересчитать в  $\text{мг}/\text{см}^2$  путем умножения на коэффициент, соответствующий данной нити и приведенный в паспорте.

Например, в процессе измерения статического напряжения сдвига глинистого раствора внутренний цилиндр, подвешенный на упругой нити 5 с коэффициентом  $2,725 \text{ м г}/\text{см} \cdot \text{град}$  повернулся на  $21^\circ$ . Статическое напряжение сдвига в этом случае будет  $2,725 \text{ мг}/\text{см} \cdot \text{град} \cdot 21 = 57 \text{ мг}/\text{см}^2 = 5,7 \text{ Па}$ .

После измерений все детали, испачканные глинистым раствором, следует вымыть и насухо вытереть.

### **ПРИБОР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ ВСН – 3**

К реологическим параметрам относятся:

а) предельное напряжение сдвига –  $\theta_1$  и  $\theta_{10}$  Па, характеризующее прочность структуры, образующейся в промывочной жидкости после 1 и 10 минут ;

б) эффективная вязкость  $\eta_{\text{эф}}$ , спз характеризующая вязкое сопротивление промывочной жидкости при данной скорости сдвига;

в) пластическая вязкость  $\eta_{\text{пл}}$ , спз - условная величина, являющаяся долей эффективной вязкости, которая возникает вследствие структурообразования в потоке промывочной жидкости;

г) предельное динамическое напряжение сдвига  $\tau_0$ , условная величина, характеризующая предел текучести в потоке промывочной жидкости.

Реологические показатели измеряются с помощью ВСН-3 по величине усилия, возникающего на подвешенном цилиндре, погруженном в буровой раствор, при заданной скорости вращения наружного цилиндра.

Прибор ВСН-3 (рис. 7) состоит из корпуса 15, измерительного механизма 7-12, привода к нему 1,2 и подвешенного кронштейна 14, на который ставится стакан с буровым раствором 13. Измерительный механизм имеет два коаксиально расположенных цилиндра, наружный (ротор) 11 и внутренний 12, укрепленный на оси, в верхней части которой расположен манометр 9 и измерительная шкала с делениями в градусах. Установка шкалы на "0" производится с помощью крутильной головки 8. Привод ротора осуществляется двигателями через многоступенчатую коробку передач. Прибор работает от сети переменного тока.

## ИЗМЕРЕНИЕ СТАТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЙ СДВИГА

Перед измерением чистый сухой стакан заполняют буровым раствором и ставят на кронштейн. Прибор включают и размешивают раствор при  $9,600 \text{ с}^{-1}$  в течение 0,5 мин. По окончании перемешивания устанавливают шкалу на "0" и раствор оставляют на 1 минуту. Одновременно переключают скорость вращения ротора на  $0,0032 \text{ с}^{-1}$ , снова включают прибор и отмечают угол максимального закручивания нити в градусах ( $y_1$ ). Замер  $y_{10}$  производят аналогично после 10 минут покоя. Статическое напряжение сдвига определяется по формуле:

$$Q_1 = k \cdot y_1$$
$$Q_{10} = k \cdot y_{10}$$

где:  $k$ - коэффициент прибора.

## ИЗМЕРЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ И ПЛАСТИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ, ДИНАМИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЙ СДВИГА

Стакан прибора заполняют буровым раствором до метки и устанавливают на кронштейн. Включают прибор со скоростью вращения ротора  $9,600 \text{ с}^{-1}$  и измеряют угол поворота ( $y$ ) по установившимся показателям шкалы. Замер повторяют последовательно при  $6,400$ ;  $4,800$  и  $3,200 \text{ с}^{-1}$ . По окончании измерения прибор выключают, цилиндры моют и вытирают насухо.

По результатам измерений, полученных на приборе ВСН-3, рассчитывают реологические показатели - эффективную и пластическую вязкости, а также динамическое напряжение сдвига. Для расчета необходимо сделать графическое построение в координатах  $n - Y_1$ , аналогичное изображенному на рис. 3.

Через точки, соответствующие значениям  $Y$  при различных  $n$  проводят плавную линию 1 - реологическую кривую течения. Прямолинейный участок кривой продолжают до пересечения с осью абсцисс в точке  $Y_1$ , и получают прямую 2.

Опустив перпендикуляр на ось абсцисс от точки прямой 2, соответствующей  $9,600 \text{ с}^{-1}$  получают точку  $\phi_2$ .

Реологические показатели рассчитывают по формулам:

$$\eta_{\text{эф}(n)} = \beta \frac{y_2}{n};$$
$$\eta_{\text{пл}} = \beta \frac{\phi_2 - \phi_1}{n};$$
$$\tau_0 = A \cdot y_1$$

где:

$\eta_{\text{эф}}$  - эффективная вязкость, спз;

$\eta_{\text{пл}}$  - пластическая вязкость, спз;

$\tau_0$  - предельное динамическое напряжение сдвига, Па ;

$A$  и  $B$  - коэффициенты приборов (указываются в паспортах);

$Y_1$  и  $Y_2$  - углы в градусах (определяются по графику и соответствуют отрезкам ОУ1 и ОУ2).

Примечание: Если реологическая кривая имеет обратный наклон или не содержит прямолинейного участка (аналогично кривой 3 на рис.8) определяют только эффективную вязкость по формуле (1) с углом

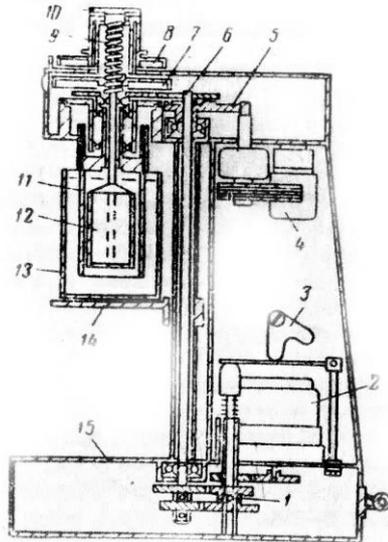


Рис. 7. Вискозиметр ВСН-3

- 1 - двухскоростной редуктор;  
 2 - синхронный двигатель СД-54;  
 3 - переключатель редуктора; 4 - синхронный двигатель СД-2;  
 5 - шестерня обгонной муфты; 6 - трансмиссионный вал; 7 - шкала измерительная; 8 - шкала крутильной головки; 9 - пружинный динамометр; 10 - наружный цилиндр; 11 - внутренний цилиндр; 13 - стакан с раствором; 14 - кронштейн; 15 - корпус.

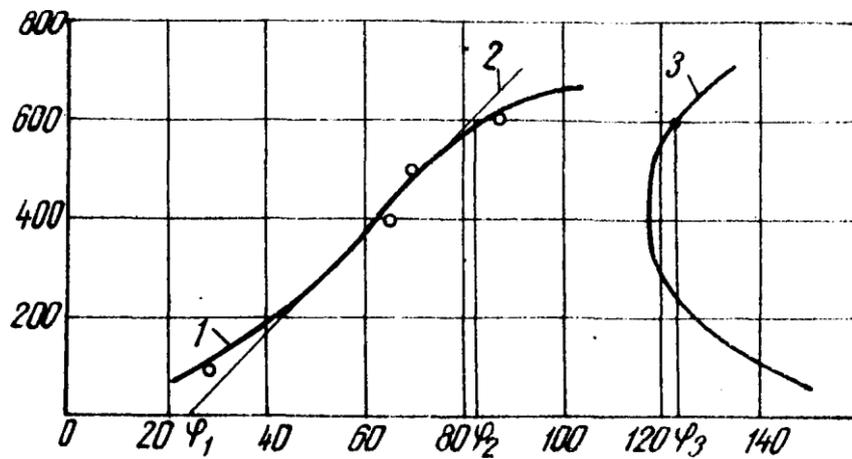


Рис. 8. Типы реологических кривых

- 1 - кривая, построенная по опытным точкам; 2 - прямая для расчета  $\eta_{пл}$  и  $\tau_{0}$ ; 3 - кривая с обратным наклоном.

## 2. ПРИБОРЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ АКТИВНОСТИ И СМАЗОЧНЫХ СВОЙСТВ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Смазочные свойства промывочных жидкостей проявляются при введении в них активных добавок и эмульсолов.

Смазочные свойства в основном связаны с формированием смазочных пленок, в результате адсорбции поверхностно-активных веществ на трущихся поверхностях (бурильных трубах, стенках скважин, буровых наконечниках). Вольную роль на смазочные свойства оказывает рН среды.

Оценку адсорбционной активности ПАВ и их смазочных свойств можно осуществить по следующим параметрам:

- 1) поверхностное натяжение, Н/м ;
- 2) смачиваемость,  $B = \cos \theta$  ;
- 3) стабильность, %;
- 4) порог быстрой коагуляции Пб'к, к/л;
- 5) водородный показатель, рН;
- 6) коэффициент трения, Кт;
- 7) предельная прочность смазочной пленки,  $p_{кр}$  Па

### ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВОДОРОДНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ (рН)

Водородный показатель определяет концентрацию ионов водорода в промывочной жидкости, которые оказывают существенные влияния на физико-химические процессы, протекающие в жидкости и на эффективность химической обработки.

Для различных промывочных жидкостей существует своя оптимальная концентрация водородных ионов, при которой они более полно удовлетворяют требованиям технологии бурения в конкретных геолого - технических условиях. Контроль за концентрацией водородных ионов позволяет определить причины изменения свойств промывочной жидкости в процессе бурения и принять меры по восстановлению её качества.

Вода является слабо диссоциирующим веществом, в 1 л при 22 °С диссоциирует одна десятимиллионная часть грамм-молекулы с образованием  $1 \cdot 10^{-7}$  г. ион водорода  $H^+$  и  $1 \cdot 10^{-7}$  г. ион гидроксильной группы ОН. Концентрация диссоциированных молекул  $H_2O$  в воде и разбавленных водных растворов является величиной постоянной, постоянным является и произведение концентраций водородных и гидроксильных ионов - так называемое ионное произведение воды (численное значение равно  $1 \cdot 10^{-14}$ ).

Кислотность и щелочность раствора можно выражать через концентрации ионов  $H^+$ . Чтобы избежать неудобств, связанных с применением степенных отрицательных чисел, концентрацию водородных ионов принято выражать и логарифмом с обратным знаком и называть водородным показателем рН.

$$pH = - \lg H^+$$

В нейтральных растворах рН = 7 и уменьшается с ростом кислотности. В щелочных растворах рН > 7 и повышается с ростом щелочности.

При повышении щелочности АГЖ ухудшаются щелочные свойства, происходит быстрое удаление адсорбционных пленок ПАВ с трущихся поверхностей, а у глинистого раствора наблюдается коагуляция, растет вязкость.

Для измерения рН в лабораторных условиях применяют специальные приборы рН-метры. Для измерения величины рН в этих приборах используется система со стеклянным электродом, электродвижущая сила которой зависит от активности ионов водорода в растворе.

Схема для измерения величины рН приведена на рис. 13. Стеклянный электрод 2

представляет собой трубку с полым шариком 1 из специального стекла на конце. При погружении электрода в раствор между поверхностью шарика электрода и раствором происходит обмен ионами, в результате которого ионы лития в поверхностных слоях замещаются ионами водорода, и стеклянный электрод приобретает свойства водородного электрода.

Между поверхностью стекла и контролирующим раствором возникает разность потенциалов, величина которой определяется активностью ионов водорода в растворе.

Для создания электрической цепи при измерении применяются контактные электроды: внутренний контактный электрод, осуществляющий электрический контакт с раствором, заполняющим внутреннюю полость стеклянного электрода, и внешний контактный электрод (вспомогательный электрод), осуществляющий электрический контакт с контролируемым раствором. Для защиты от воздействия высоких температур (при измерении рН растворов, температуры которых выше температуры окружающей среды) вспомогательный электрод помещают вне контролируемого раствора и соединяют с ним при помощи электролитического ключа трубки, наполненной раствором хлористого калия и заканчивающейся пористой перегородкой

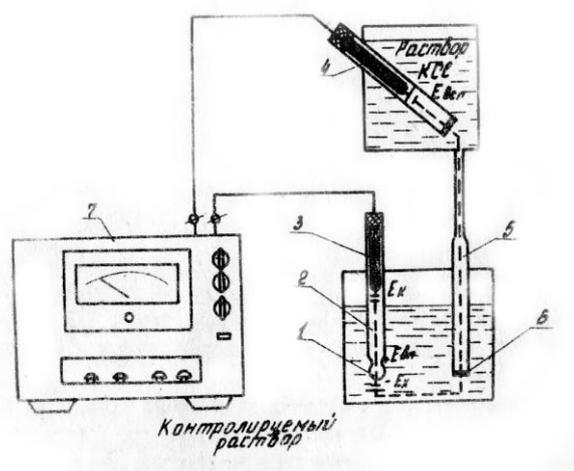


Рис. 9. Схема измерения рН раствора

1- полый шарик из электродного стекла; 2- стеклянный электрод; 3- внутренне контактный электрод; 4- вспомогательный электрод; 5- электролитический ключ; 6- пористая перегородка; 7- рН-метр - рН-262 (измерительный прибор).

Раствор хлористого калия непрерывно просачивается через пористую перегородку, предотвращая проникновение из контролируемого раствора в систему электрода посторонних ионов, которые могли бы изменить величину ЭДС электрода.

Для измерения ЭДС электродной системы применяется компенсационная схема, позволяющая существенно уменьшить потребляемый ток электродной системы при измерении. При намерении электродвижущая сила  $E$  электродной системы сравнивается с падением напряжения на сопротивлении, через которое протекает ток конечного каскада усилителя рН-метра. Этот ток пропорционален ЭДС электродвижущей системы, а следовательно, и величине рН контролируемого раствора.

#### Измерение поверхностного натяжения

Поверхностное натяжение - это величина удельной работы, которую нужно затратить, чтобы образовать единицу свободной поверхности (капли).

Измерение поверхностного натяжения в лабораторных условиях наиболее удобно производить на сталагмометре БашНИИнефть (рис.14). Определяется число капель в единице объема, формирующихся на границе раздела: водный раствор ПАВ -

воздух.

Основными частями прибора являются: 1 - микрометр, определяющий объем выдавливаемого раствора ; 2 - медицинский шприц, куда заливается исследуемый раствор ПАВ; 3 - капилляр с внутренним диаметром 0,8 мм и 4 - кронштейн.

Перед началом опыта внутреннюю поверхность шприца и капилляр обезжиривают хромовой смесью (5% порошка двуххромового калия, растворенного в концентрированной серной кислоте) или ацетоном, а потом промывают дистиллированной водой.

Перед началом замеров необходимо определить постоянную капилляра. Для этого берут дистиллированную воду, поверхностное натяжение которой известно, и измеряют количество капель, появляющихся при выдвижении микрометрического винта на 1 см. Поверхностное натяжение воды при данной температуре берется из табл.

Постоянная капилляра определяется по формуле:

$$K = \sigma_{\text{в}} \cdot n_{\text{в}}$$

где:  $\sigma_{\text{в}}$  - поверхностное натяжение воды при данной температуре Н/м

$n_{\text{в}}$  - число капель воды при выдвижении шприца на 1 см.

Затем 50 см<sup>3</sup> активной промывочной жидкости профильтровывают через складчатый фильтр < менее 50 см<sup>3</sup> фильтрата брать не рекомендуется, так как в этом случае концентрация ПАВ существенно изменится вследствие адсорбции на фильтровальной бумаге).

При работе с глинистым раствором можно использовать для получения фильтра прибор ВМ-6.

Определяют температуру фильтрата, После получения равенства температур воды и фильтрата приступают к измерению. Подсчитывают число капель фильтрата при выдвижении микрометрического винта на 1 см. Замеры проводят три раза и находят среднее количество капель.

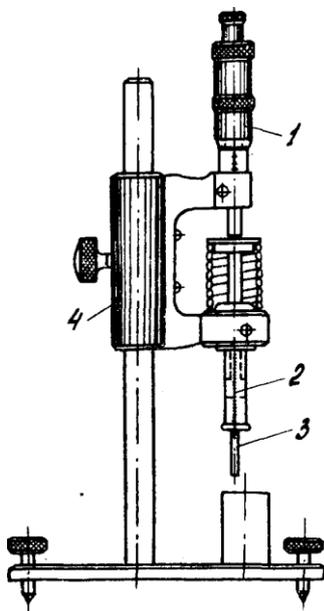
Поверхностное натяжение фильтрата определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{\sigma_{\text{в}} \cdot n_{\text{в}}}{n_{\text{и}}} = \frac{K}{n_{\text{и}}}$$

где:  $n_{\text{и}}$  - число капель исследуемой жидкости;

$K$  - постоянная капилляра.

Рис. 10. Сталагмометр  
1- микрометр, 2-медицинский шприц;  
3-капилляр; 4 - кронштейн



## Изменение поверхностного натяжения воды в зависимости от температуры

Температура воды, °С	Поверхностное натяжение, Н/м	Температура воды, °С	Поверхностное натяжение, Н/м
15	73,49	22	72,44
16	73,34	23	72,28
17	73,19	24	72,12
18	73,05	25	71,96
19	72,90	26	71,80
20	72,75	27	71,64
21	72,59	28	71,47

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ АПЖ

Способность АПЖ смачивать твердые поверхности характеризуется косинусом краевого угла смачивания, которая навивается смачиваемостью ( $W = \cos \theta$ )

Краевой угол смачивания на исследуемой поверхности (бурильная труба, горная порода) измеряется по форме капли, сфотографированной на пластинке.

Для снятия капли на пластинку применяется установка, схема которой приведена на рис. 11.

Установка состоит из источника света 1, испытываемой поверхности 2, увеличителя с длинно-фокусной линзой 3, экрана 4, рамки 6.

Для измерения краевого угла смачивания исследуемых поверхностей готовится АШ с концентрациями ПАВ 0,5; 1; 2; 3; 4%. Перед нанесением капли на исследуемую поверхность её нужно обезжирить ацетоном или хромовой смесью, промыть дистиллированной водой и хорошо просушить. Для нанесения капель на поверхность дается выдержка 4 минуты с целью придания капле равновесного кривого угла.

В течение данного времени капля проектируется на экран путем установки максимальной резкости в изображении контура капли перемещением увеличителя 3 по направляющей рамки 5.

После снятия капли на пластинку и её проявления, замеряется краевой угол. Для этого измеряется высота капли  $h$  и радиус площади контакта с поверхностью  $r_k$ . Зная эти размеры, рассчитывается смачиваемость по формулам:

$$\text{при } \theta < 90^\circ \quad C_{\sigma\theta} = \frac{r_k^2 - h^2}{r_k^2 + h^2}$$

$$\text{при } \theta > 90^\circ \quad C_{\sigma\theta} = 1 - \frac{h}{r_k}$$

Полученные расчетные данные заносятся в таблицу, на основании которых строятся графики  $\cos \theta = f(c)$ . Данные графики позволяют оценить смачиваемость АПЖ поверхности горных пород и буровых труб в зависимости от концентрации ПАВ. На основании полученных данных вычисляется работа адгезии, которая характеризует энергию сцепления смазочной пленки с трущимися поверхностями.

$$W_a = \sigma_{жг} (1 + C_{\sigma\theta})$$

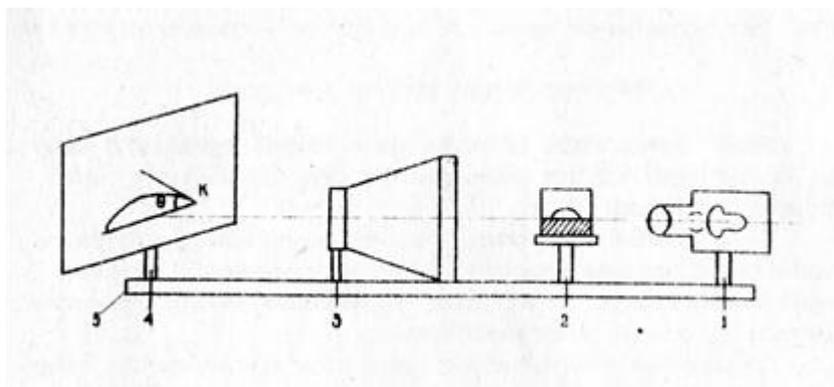


Рис.11. Установка для определения краевого угла смачивания.  
источник света; 2 - испытуемая поверхность; 3 - увеличитель экран-пластинка; 5 - рама.

$W_a$  - работа адгезии, Н/м ;

$\sigma_{ж.г}$  - поверхностное натяжение на границе раздела жидкость-газ, Н/м ;

$\cos \theta$  - смачиваемость.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАБИЛЬНОСТИ АПЖ

Под стабильностью, или устойчивостью понимается способность АПЖ сохранить свое агрегативное состояние, не расслаиваться в течение продолжительного времени.

Проба АПЖ заливается в мерный цилиндр, который оставляют в покое в течение трех часов при комнатной температуре. Если за это время расслоение жидкости не произойдет, то она считается стабильной. Расслоение может произойти в результате повышенной жесткости воды.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГА БЫСТРОЙ КОАГУЛЯЦИИ

Мерой агрегативной устойчивости активной промывочной жидкости по отношению к солям поливалентных металлов является порог быстрой коагуляции (Пб К).

Порог быстрой коагуляции - это та наименьшая концентрация электролита, которая вызывает снятие энергетического барьера электростатического отталкивания сближающихся коллоидных частиц и быстрое расслоение дисперсной системы.

Определение порога быстрой коагуляции осуществляется следующим образом. В начале готовятся растворы активной промывочной жидкости с концентрациями эмульсолов или ПАВ 0,5; 1; 2; 3; 4%. Затем приготавливаются растворы с концентрациями электролитов ( $CaCl_2$ ,  $MgCl_2$ ) от 0,25 до 10/Б в зависимости от коагулирующей активности электролита.

Раствор электролита заливается в бюретки объемом 10 мл с ценой деления 0,1 мл. Для проведения наблюдений берется пробирка и заполняется 2 мл активной промывочной жидкости. Потом исследуется раствор с помощью бюретки вводится электролит небольшими дозами (по 0,1 мл). После каждой добавки раствор интенсивно встряхивается и просматривается при просвечивании электрической лампы. Интенсивное помутнение раствора и выделение коагулированных хлопьев ПАВ свидетельствует о начале быстрой коагуляции раствора. Концентрация электролита, выраженная в г/л, которая вызывает быструю коагуляцию АПЖ, применяется за порог быстрой коагуляции.

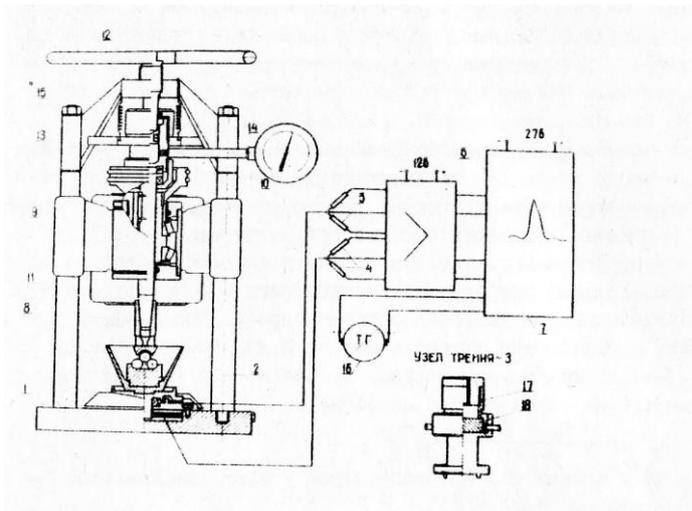


Рис. 12. Установка трения 1 - опорная станина; 2,3 - узлы трения; 4,5 - тензодатчик; 6 - тензоусилитель; 7 - осциллограф; 8 - шпиндель; 9 - корпус шпинделя; 10 - шкив; 11 - электродвигатель; 12 - нагрузочный винт; 13 - гидропресс; 14 - манометр, 15 - нагрузочная траверса; 16 - тахогенератор

### ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ

Коэффициент трения определяется на установке трения, которая монтируется узлы трения 2 и 3. Узел 2 служит для измерения коэффициента трения на контакте металл-металл, и узел 3 - на контакте металл-горная порода. Узел 2 представляет собой четырехшариковую пирамиду, установленную на поверхности стола, который связан с измерительной пружиной, с наклеенными на ней тензодатчиками 4. К тензодатчику подсоединяется тензоусилитель 6, и осциллограф 7. Давление на узел трения осуществляется шпинделем 8, смонтированным в корпусе 9. Вращение шпинделя передается через шкив 10 от двигателя 11. Нагрузка на шпиндель создается винтом 12 гидропресса 13, которая регистрируется по манометру 14. Винт 12 перемещается по резьбе в нагрузочной траверсе 15.

Замеры производятся по следующей методике. Стальные шары диаметром 8,5 мм из стали IX, предварительно обезжириваются ацетоном, устанавливаются в узел трения, в который заливается исследуемая АПЖ. С помощью гидропресса создается нагрузка, которая регистрируется по манометру. Латером плавно включается мотор до полных оборотов, которые регистрируется счетчиком 16. В этот момент включается записывающее устройство осциллографа. После обработки осциллограмм определяется крутящий момент  $M_{кр}$ . По аналогичной методике производятся замеры на узле трения металл-горная порода Коэффициент трения определяется по формуле:

$$K_T = \frac{F_{тр} \cdot R}{P \cdot r} = \frac{M_{кр}}{P \cdot r}$$

где:  $F_{тр}$  - сила трения или горизонтальное усилие, вызывающее движение стола, Н;

$R$  - радиус подвижного стола, м ;

$P$  - осевая нагрузка на шпиндель, Н ;

$r$  - радиус четырехшариковой пирамиды, м ;

$M_{кр}$  - крутящий момент на подвижном столе, кг · м<sup>2</sup>;

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ СМАЗОЧНОЙ ПЛЕНКИ

Под предельной прочностью смазочной пленки подразумевается критическое давление на площадь контакта, при котором происходит выдавливание (разрушение) смазочной пленки.

Определение предельной прочности смазочной пленки производится на установке трения в следующей последовательности.

Исследуемая активная промывочная жидкость заливается в узел трения, создается последовательно нагрузка на шпиндель, ступенями включается вращение и замеряется величина крутящего момента при каждом нагружении.

Затем строится график в логарифмических координатах,  $M_{кр} = f(P)$ . На графике находится точка резкого возрастания величины крутящего момента. Нагрузка, соответствующая этой точке принимается за  $P_{max}$ .

Величина предельной прочности смазочной пленки в месте контакта определяется по формуле Герца-Беляева:

$$P_{кр} = 0,388 \sqrt{\frac{1,64P_k E^2}{r^2}}$$

Где  $P_{кр}$  – критическое давление на площадь контакта,  $кг \cdot м^2$ ,

$P_k$  - контактная нагрузка, Н;

$E$  – модуль упругости,  $кг/мм^2$  ( для стали  $E = 2,1 \cdot 10^4$   $кг/мм^2$ );

$r$  - радиус шара, м;

$P_k = 0,41 P$ ;

где  $P_{max}$  - осевая нагрузка в момент выдавливания пленки.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Контроль параметров промывочных жидкостей в процессе бурения является важным условием сохранения качества промывочной жидкости и поддержания устойчивости ствола скважины.

В методических разработках приведено описание основных приборов для измерения структурно-механических и антифрикционных параметров промывочных жидкостей и изложена методика их определения.

Проректор по учебно-методическому  
комплексу \_\_\_\_\_



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
И МЕТОДИКЕ ПРОВЕДЕНИЯ УЧЕБНОЙ ПРАКТИКИ  
Б2.Б.01(У) ПО ПОЛУЧЕНИЮ ПЕРВИЧНЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ УМЕНИЙ  
И НАВЫКОВ Ч. 1. ДЛЯ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ  
«ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ»**

Авторы: Огородников В. Н., д.г.-м.н., доцент; Поленов Ю. А., д.г.-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры  
геологии

\_\_\_\_\_  
(название кафедры)

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

Огородников В.Н.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 17.04.2019

(Дата)

Рассмотрен методической комиссией  
Факультета геологии и геофизики

\_\_\_\_\_  
(название факультета)

Председатель \_\_\_\_\_

(подпись)

Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 19.04.2019

(Дата)

Екатеринбург  
2019

## ПРЕДИСЛОВИЕ

В курсе «Общая геология», который читается студентам специальности 21.05.02 Прикладная геология Уральского государственного горного университета (УГГУ), предусмотрено проведение учебной геологической практики. Она является важной составной частью образовательного процесса, так как способствует формированию у студентов умения наблюдать, документировать и обобщать различного рода геологические факты. Все это – основа для закрепления теоретической части указанного курса. В итоге студенты приобретают определенную базу восприятия специальных учебных дисциплин геологического профиля.

Место проведения практики, которое включает обнажения в городе Екатеринбург и его окрестностях, в пределах листов О-41-XXV и О-41-XXXI, выбрано в связи с тем, что здесь на сравнительно небольшой площади расположены разнообразные объекты, которые характеризуются сложным геологическим строением и разнообразием горных пород и месторождений полезных ископаемых всех геодинамических обстановок, проявленных на Урале.

Студенты заочного обучения, работающие на предприятиях геологоразведочного и горного профиля с согласия преподавателя могут проходить учебную геологическую практику на своем предприятии, предварительно получив для этого разрешение руководства учреждения.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ПРОВЕДЕНИЯ УЧЕБНОЙ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ

Учебная практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, ч.1 после первого курса обучения студентов проводится в течение двух недель.

Цель практики: закрепление теоретических знаний и практических навыков студентов по общей и исторической геологии путем изучения результатов эндогенных и экзогенных процессов в природе на природных геологических объектах и знакомство студентов с элементами документирования естественных и искусственных обнажений.

Задачи практики:

- ознакомление студентов с основами методики полевых геологических, геоморфологических и гидрогеологических наблюдений, с документацией полевых наблюдений, с некоторыми горнопромышленными предприятиями в окрестностях г. Екатеринбурга.

- обучение студентов свободному владению горным компасом при работе с картой и выполнении различных замеров на местности, документированию опорных разрезов, горных выработок и различных объектов при маршрутных наблюдениях, камеральной обработке полевых материалов и оформлению геологического отчета с необходимыми графическими приложениями;

Студенты, прошедшие геологическую практику, должны:

- знать основные геологические структуры земной коры на территории Среднего Урала и геологическую историю их развития;

- иметь представление об эндогенных и экзогенных геологических процессах, приводящих к образованию и преобразованию различных месторождений полезных ископаемых, о пространственно-временных основах геологии, базирующихся на методе актуализма, т. е. развитии процессов и геологических структур в пространстве и во времени;

- закрепить навыки и уметь определять минералы и горные породы как продукты различных геологических процессов; наблюдать и документировать обнажения и горные выработки, уметь вести абрис маршрута, полевую книжку; отбирать стандартные образцы для геологической коллекции; замерять элементы залегания горных пород и трещиноватости горным компасом, составлять фрагментарные геологические схемы и планы, разрезы к ним; анализировать условия их залегания, возрастные взаимоотношения различных геологических образований как в обнажениях, так и на геологических картах и фиксировать все полученные материалы в геологическом отчете;
- отличать экзогенные процессы, обусловленные антропогенными факторами.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИКИ

Учебная практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, ч.1 должна проводиться квалифицированными специалистами, имеющими соответствующее образование. Как любые геологические исследования, она состоит из трех основных этапов – подготовительного, полевого и камерального.

*Подготовительный этап.* В течение этого этапа со студентами проводятся лекции о целях и задачах экскурсий, формируются учебные бригады, собирается, закупается и выдается полевое снаряжение (рюкзак, полевая сумка, мешки под образцы, компас, фотоаппарат, рулетка, геологический молоток, лупа, саперная лопатка, складной нож, ручка, карандаш, офицерская линейка, медицинская аптечка) и документы (карты, полевой дневник, журнал образцов, этикетки), позволяющие фиксировать полученные наблюдения. Перечисленным снаряжением и документами должна располагать каждая учебная бригада. Полевой дневник должен иметь каждый учащийся. На подготовительном этапе дается форма дневника (полевой книжки) и другой геологической документации.

Для успешного проведения геологических экскурсий заранее необходимо осуществлять ряд мероприятий, направленных на строгое выполнение правил по технике безопасности в полевых условиях. Прежде всего, нужно организовать медицинский осмотр всех экскурсантов и сделать предохранительные прививки.

Вторым обязательным мероприятием является ознакомление студентов непосредственно перед проведением экскурсий с правилами техники безопасности с росписью в соответствующей ведомости. Экскурсанты должны усвоить правила техники безопасности при 1) проведении маршрутов, 2) использовании автотранспорта, 3) обеспечении питьевой водой, 4) оказании доврачебной помощи.

В *полевой этап* проводятся геологические маршруты на хорошо обнаженные геологические объекты, сложенные различными метаморфическими, осадочными и магматическими породами; на месторождения полезных ископаемых различного генезиса.

Первые маршруты предусматривают усвоение студентами общих навыков работы в полевых условиях. С этой целью преподаватели рассказывают о методике полевых геологических объектов с теми или иными явлениями и процессами.

Выполнение маршрутного задания, прежде всего, зависит от четкой организации работы студенческих бригад в полевых условиях. Этому способствует предварительное распределение обязанностей между членами бригад перед очередным маршрутом. В каждом маршруте посменно одни студенты отвечают за составление абриса маршрута и привязку обнажений, другие за работу с горным компасом, за отбор образцов горных пород, фотографирование геологических объектов и т.д.

Объем геологической информации возрастает от маршрута к маршруту. Своевременная обработка этого материала определяет качество итоговых геологических документов. Основная форма проведения полевых геологических наблюдений – маршруты, которые являются составной частью учебного процесса. Количество их и

содержание определяется целями и задачами, планом обучения и программой геологических экскурсий.

Практически во многих случаях маршруты являются комплексными, когда одновременно ведутся наблюдения над несколькими геологическими процессами и объектами. Целесообразность таких маршрутов обусловлена выявлением взаимосвязи отдельных геологических процессов и явлений. Например, в одном маршруте полезно проследить связи между формами рельефа, литологией пород и тектоникой района, выходами подземных вод на поверхность и определенным стратиграфическим горизонтом, выветриванием и составом горных пород и т.д.

Необходимо особенно подчеркнуть, что *геологические наблюдения в маршруте должны вестись непрерывно*. Это означает, что после описания какого-либо объекта или процесса наблюдение за ним (ними) не прекращается, а продолжается в процессе всего маршрута.

Основная работа в маршрутах – изучение горных пород, осуществление тектонических, геоморфологических и других наблюдений и записи в полевой книжке проводятся на специальных остановках – точках наблюдения (Тн). По характеру изучаемых явлений "Тн" можно условно разделить на три вида: изучение и описание геолого-географических особенностей (тектоники, рельефа, деятельности подземных вод, выветривания и т.д.), изучение и описание горных пород и условий их залегания в обнажениях и, наконец, наиболее частый случай, когда исследуется и те, и другие вопросы. Остановка на "Тн" даже на небольшом объекте отнимает много времени, поэтому нужно выбирать каждую точку так, чтобы на такой точке породы были хорошо обнажены, легко доступны для наблюдения и вместе с тем обладали чертами, существенными для понимания строения района.

При остановке на "Тн", прежде всего, следует сориентироваться по сторонам света (по компасу, солнцу, часам или другим способом) и определить нахождение точки на карте и местности, т.е. дать адрес. Определение местонахождения производится методом засечек по азимутам на хорошо заметные элементы рельефа, гидрографии (вершины гор, характерные излучины рек, устья ручьев) или глазомерной привязки точки по азимуту и расстоянию, определяемому, например, шагами. После привязки наносят местонахождение данной "Тн" на карту под соответствующим номером (нумерация точек должна быть сквозная).

Изучая на точке геологическое строение отдельного участка, целесообразно, прежде всего, описать общегеологические явления – геоморфологию, гидрографию, тектонику и т.д. Переходя к описанию пород обнажения, прежде всего, отмечают его размер по высоте и ширине и тип (обрывистый склон, скальный выход на склоне, обнажения в русле рек, стенки и забои карьеры или шурфа и т.д.). После этого приступают к описанию пород. В зависимости от целей и задач такое описание дается либо в обобщенном виде, либо более подробно и послойно, либо по отдельным пачкам. В последнем случае лучше описывать слои и пачку снизу вверх (рис. 1). В описании пород должна быть приведена сжатая характеристика главных отличительных и генетически важных свойств пород: текстура, структура, минеральный состав, различные неоднородности, тектонические дислокации. В описании указываются элементы залегания слоистости, сланцеватости, крыльев складок или плоскостей сместителя и т.д. Отмечаются места взятия образцов и их нумерация. На левой стороне пикетажной книжки делаются зарисовки и указываются места фотоиллюстраций.

При описании пород целесообразен следующий порядок работы на обнажении. Прежде всего, студенты должны внимательно осмотреть обнажение, отобрать серию образцов, определить все имеющиеся здесь породы, выделить отдельные пласты или метасоматические зоны, контакты. Определить элементы залегания. Руководитель консультирует и направляет работу, как отдельных студентов, так и всей группы, и в итоге устанавливается общая картина обнажения. После этого делают полное описание, а

затем схематическую зарисовку обнажения, которая дублируется фотографированием. При необходимости делают зарисовки и фотографии деталей обнажения.

В первых маршрутах и при изучении принципиально новых объектов преподаватель должен давать соответствующие описания. Позднее, когда школьники овладеют определёнными навыками и усвоят общую схему описания, можно поручить одному из них рассказать о том, что он мог бы написать в своём полевом дневнике на данной "Тн". Остальные участники делают замечания и дополнения. Преподаватель обобщает все сказанное и формулирует данные для общей записи.

*Камеральный этап.* Камеральные работы проводятся последовательно после завершения одного или двух маршрутов и включает в себя время на составление отчёта и его защиты.

В камеральный этап выполняются следующие виды работ:

- обработка полевых книжек;
- занесение в каталог образцов;
- оформление рисунков к отчёту, изготовление и описание стратиграфических разрезов, схем и карт;
- изготовление фотографий, их ретуширование, при необходимости вынесение на них геологической информации;
- окончательное уточнение полевых определений горных пород и минералов, уточнение наименований окаменелостей с использованием атласа руководящих форм, составление рабочей коллекции каменного материала;
- написание и оформление отчёта;
- защита отчёта.

Главная цель написания отчёта - овладение навыками анализа и обобщения геологических наблюдений и умение геологически грамотно изложить результаты такого обобщения в отчёте, правильного подбора и изготовления графических приложений, составления списка литературы.

## **2.1. Документация при ведении геологических маршрутов**

Обилие различного рода информации, получаемой в результате геологических исследований, разнообразие форм и методов обработки делают задачу систематизации и унификации первичных геологических данных чрезвычайно важной

Первичная геологическая документация при ведении геологических маршрутов включает: 1) дневники (полевые книжки); 2) формы регистрации каменного материала - журналы образцов, проб и др.; 3) этикетки; 4) зарисовки обнажений, горных выработок, керны скважин, отдельных деталей геологических тел и т.п.; 5) фотографии естественных и искусственных обнажений и их деталей.

Ко всем видам первичной геологической документации предъявляются единые требования к её оформлению;

1. Все записи должны делаться максимально разборчиво, с тем, чтобы не создавать затруднений при их чтении.

2. Записи должны иметь стандартную форму и строгую последовательность перечисления признаков описываемого объекта.

3. Записи производятся простым карандашом или шариковой ручкой. Использование химических карандашей и чернил всех видов (в том числе фломастеров) воспрещается.

4. Во всех формах документации во избежание затирания записей следует оставлять поля с внешней стороны листа.

5. Рекомендуется все данные о номерах наблюдений, образцов, проб и элементах залегания выделять из текста отдельной строчкой или условным знаком (если для них не предусмотрена фиксация в специальных графах формы документации).

6. Все страницы дневников, пикетажных книжек и других сброшюрованных форм документации должны иметь сквозную нумерацию.

**Дневник (полевая книжка)** – основной первичный документ регистрации геологических наблюдений всех видов (собственно геологических, поисковых, геоморфологических и др.). Он изготавливается в виде книжки в твердом переплете, покрытом дермантином или другим материалом, предохраняющем ее от сырости, механических или иных повреждений. Рекомендуется использование материалов яркого цвета, хорошо заметных на фоне растительности и почвенного покрова.

Задняя крышка обычно имеет клапан, закрывающий торец книжки. На третьей странице обложки иногда изготавливается карман. С внутренней стороны клапана располагается держатель для карандаша (ручки).

Формат книжки допускается в пределах от 10-12 на 15-18 см (для кармана полевой одежды) до 13-15 на 20-22 см (для полевой сумки). Большие форматы не рекомендуются вследствие неудобства для использования в маршруте, меньшие - как неоправданно дробящие запись на чрезмерно короткие строки и затрудняющие ее чтение.

Рекомендуемый объем дневника - 100-130 листов. Дневник должен изготавливаться из хорошей бумаги и нескольких листов кальки, миллиметровки.

На обороте переплета может помещаться перечень признаков, обязательных для наблюдения.

Титульный лист дневника должен содержать название организации, экспедиции (партий, отрядов), фамилию, имя, отчество исполнителя, даты начала и окончания дневника, номера точек наблюдений и адрес, по которому следует вернуть утерянный дневник.

На первой странице помещается оглавление дневника.

На второй странице помещаются условные обозначения к зарисовкам, список сокращений, принятых в тексте, и необходимые замечания. Далее при необходимости могут быть помещены вспомогательные таблицы и необходимые пояснения к ним.

На правой стороне дневника ведется запись наблюдений. Здесь же отмечаются взятые пробы, образцы и другие виды каменного материала.

Перед описанием маршрута, разреза и т.п. указывается день, месяц, год и цель работы. Описание каждой точки наблюдения начинается с красной строки. Привязка точки к местности или предыдущей точке помещается рядом с её номером и образует вместе с ним отдельную строку или абзац. Номера точек наблюдения рекомендуется выделить прямоугольными рамками, номера образцов и проб подчеркиваются или заключаются в овальную рамку. Измерение элементов залегания, радиоактивности, содержание химических элементов выделяются отдельной строкой.

На левой стороне дневника помещаются вспомогательные записи, облегчающие пользование документацией. На неё выносятся все номера образцов, проб и других видов каменного материала, номера фотографий (с указанием их содержания), могут выноситься также элементы залегания. На этой же стороне помещаются зарисовки геологических объектов и их деталей, а также различные схемы для обнажений (отбора образцов и проб, расположение рисунков и фотографий и т.п.) для участков (расположение геологических тел на местности, кроки местности с расположением обнажений, горных выработок). Здесь же излагаются предположения и соображения исследователей, возникающие в процессе наблюдения, но требующие дальнейшего подтверждения или детализации.

В конце описания каждого маршрута должны быть приведены основные выводы исследователя и протяженность маршрута в км.

Законченный дневник подписывается исполнителем, проверяется и подписывается начальником (старшим геологом) партии (отряда, участка).

**Формы регистрации каменного материала.** Регистрация каменного материала начинается при документации геологических объектов и продолжается в течение всего процесса геологических работ и фиксируется в журнале образцов.

**Журнал образцов** предназначен для регистрации всех видов образцов и проб, взятых на протяжении полевого периода во время маршрутов, при описании обнажений, горных выработок и предназначенных для любых производственных и научных целей (изготовление шлифов и аншлифов, определение органических остатков, производство разнообразных анализов).

Журнал образцов заполняется непосредственно после маршрута или, если количество взятых образцов не велико, в камеральный день, но не реже одного раза в неделю. Журнал образцов заполняется шариковой ручкой. Желательно, чтобы записи в нем вел один и тот же сотрудник.

**Этикетки** для образцов рекомендуется печатать на плотной бумаге и брошюровать в виде книжек по 25-50-100 листов; обычный формат этикетки 10x10 или 10x13 см. В разделе "место взятия" для образцов из обнажений и высыпок указывается привязка к точке наблюдения, для скважин - интервал отбора, для горных выработок - глубина или интервал (в канавах) отбора. Этикетки заполняются на месте взятия данного образца. Заполнение этикетки обязательно для рыхлых и слабоцементированных пород. Для крепких пород в полевых условиях допускается подписывать только номер тушью или шариковой ручкой на лейкопластыре, наклеенном на образец. Такая маркировка рациональна, в особенности при отборе ориентированных образцов, когда кроме номера необходимо указывать ориентировку образца. В отдельных случаях допустимо также нанесение маркировки непосредственно на образец. С этой целью могут быть использованы баллончики с тушью (например, "Kaalmar") или цветной (предпочтительно красный) карандаш. В дальнейшем на каждый образец заполняется этикетка.

Номер образца дублируется на бумаге, в которую завернут образец, или на геологическом мешочке. Для образцов, взятых из скважин и горных выработок, указывается также глубина или интервал отбора.

Отдельная этикетка составляется для каждого шлифа. Размеры этикетки шлифа 6x5 см.

Самостоятельные формы этикеток размером 13x10 см рекомендованы для проб, отобранных из горных выработок, извлеченного керна и шлиховых проб.

Регистрационные данные отмечаются также на капсуле для хранения шлихов. Для капсул используется прочная бумага. При разделении шлиха на фракции используется капсула стандартных размеров - 16x22 см. Для отмытого неразделенного шлиха предпочтительнее использовать капсулу формата 21x30 см (размер стандартного листа) либо других размеров, соответствующих реальному объему шлиха.

**Альбомы зарисовок и фотографий.** Альбом для зарисовок изготавливают из плотной белой бумаги типа чертежной. Его размер не должен превышать 18x24 см. Такой размер позволяет делать достаточно крупные и детальные зарисовки, удовлетворяющие всем предъявленным к ним требованиям.

Альбом не должен содержать более 25 листов, так как со временем, при работе в полевых условиях, он неизбежно загрязняется, и зарисовки, выполненные ранее, могут быть испорчены. Рационально иметь в распоряжении несколько альбомов и заменять их по мере накопления зарисовок.

Альбом заключают в жесткий переплет из дермантина или из плотной материи типа колленкора. Задняя крышка переплета должна иметь клапан шириной около 5 см. На внутренней стороне переплета, на сгибе между внутренней крышкой и клапаном - гнездо для карандаша.

Первая страница альбома - титульный лист. В исключительных случаях для зарисовок могут быть использованы "альбомы для рисования", выпускаемые промышленностью.

Зарисовки выполняются только на одной (правой) стороне листа, где помещаются также все необходимые надписи и пояснения.

Страницы альбома должны иметь сквозную нумерацию. Каждому рисунку присваивается порядковый номер. Номера фотографий и их содержание, как указывалось выше, фиксируется в полевом дневнике. Специальной формы документации для них не предусматривается.

При наиболее ответственных съемках рекомендуется делать в дневнике записи о чувствительности пленки, диафрагме, выдержке, характере погоды и времени съемок.

## **2.2. Маршрутные наблюдения**

Наземные маршруты в обнаженных районах дают основную массу данных по составу геологических тел и признакам полезных ископаемых. Они включают описание рядовых обнажений и промежутков между обнажениями, в которых наблюдения ведутся по высыпкам.

Описание маршрута состоит из следующих частей: 1) дата маршрута, 2) номер маршрута, 3) привязка района маршрута, 4) характеристика ожидаемых объектов наблюдения и цель маршрута, 5) привязка начала маршрута, 6) описание маршрута, 7) выводы по маршруту.

Номер маршрута обычно дается каждым исполнителем на протяжении всего сезона, однако если в дальнейшем намечается обработка на ЭВМ, необходимо каждому исполнителю выделить свою серию номеров.

Привязка района маршрута дается в таком виде чтобы его легко можно было находить на карте фактического материала. С этой целью указывается участок района, где проводится маршрут (бассейн реки, ручья, район крупной высоты, урочище и т.п.). Обязательно наличие всех таких названий на топографических картах. При проведении работ с применением аэрофотоматериалов в привязке указывается номера аэрофотоснимков, на которых расположен маршрут. Для маршрутов, проводимых на нескольких геодезических трапециях, обязательно указание номенклатуры трапеции. Для обработки материалов на ЭВМ привязка района маршрута дается в виде указания координат начала и конца его.

Привязка начала маршрута дается по отношению к четко определенным элементам рельефа и постоянным элементам топографической ситуации, созданным деятельностью человека (дороги и т.п.). В тех случаях, когда маршрут ведется с использованием аэрофотоснимков, привязка начала маршрута проводится после ориентирования и накола начальной его точки на аэрофотоснимке. Допустимо указание координат начальной точки.

Описание маршрута включает фиксацию всех наблюдений, проводимых над геологическими объектами, геоморфологическими элементами и т.д., а также выводов, к которым приходит геолог в процессе маршрута. По ходу маршрута описываются геологические образования и тектонические элементы, осуществляются поиски полезных ископаемых и сборы остатков ископаемой флоры и фауны, собираются материалы для выяснения природы расположенных в зоне маршрута контуров, отдешифрированных на аэрофотоснимках и других дистанционных материалах, геофизических и геохимических аномалий (их связь с геологическими телами, структурами и вещественным составом тел), отбираются необходимые образцы, пробы и т.д. Обязательно проверяются результаты дешифрирования аэрофотоснимков и интерпретации геофизических данных.

Каждая точка наблюдения включает запись на точке и запись по ходу между точками. Рекомендуется сначала записывать наблюдения на точке, а затем наблюдения по ходу следующей точки. В этом случае наблюдение на точке будет своего рода выводом из наблюдений по ходу. Таким "выводом" может быть, например, фиксация резкой смены пород в высыпках, другого стратиграфического подразделения, чем наблюдавшееся по ходу, обнаружение обнажения, в котором видны складки и т.п.

Выводы по маршруту завершают описание. Ими могут быть обобщенная характеристика состава изученных отложений, вывод о взаимоотношении интрузивов,

толщ, разрывов, складок и т.п., об их генезисе, о перспективности признаков полезных ископаемых и др.

### 2.3. Документация обнажений

Документация естественных и искусственных обнажений является одним из основных источников геологической информации, в первую очередь сведений о составе геологических тел и горных пород и условиях их залегания. В соответствии с этим большое значение имеет степень единообразия геологического описания и соответствие его унифицированной схеме, обеспечивающей сопоставимость данных, полученных различными исследователями.

Геологические наблюдения всегда в той или иной мере специализированы применительно к специфике горных пород и геологических тел, слагающих изучаемый район, и образуемых ими структур.

Со времен выхода в свет "Полевой геологии" В.А. Обручева сложился перечень геологических признаков, отражающих минимально необходимый набор сведений об исследуемом объекте и подлежащих обязательному фиксированию в геологической документации. Модификации таких перечней в настоящее время легли в основу формализованной документации, ориентированной на решение задач автоматизированной обработки данных на ЭВМ.

Составление унифицированной схемы описания изучаемых объектов является обязательной частью подготовки к полевым работам. Наличие такой схемы обеспечивает необходимую полноту документации, а тем самым и ее качество.

Требования единой системы первичной документации, удобной для практического использования, диктуют также необходимость единообразной структуры записи. Схему последовательности описания целесообразно иметь каждому геологу в виде краткой памятки, которую следует помещать в качестве вкладки в полевом дневнике.

В описаниях геологических наблюдений можно выделить несколько смысловых полей:

- описание горных пород,
- описание сочетаний горных пород в пределах обнажения,
- описание залегания горных пород,
- выводы.

**Описание горных пород** имеет последовательность: название породы, структура, цвет, степень литификации, минеральный состав, морфология зерен, текстура, включения, прожилки, органические остатки, конкреции и секреты, контактовые поверхности геологических тел, отдельность, прочие характеристики - элементы залегания пластов в осадочных, потоков в эффузивных и сланцеватости в метаморфических породах, мощность осадочных слоев, потоков эффузивных и пластов метаморфических пород, а также характер эпигенетических изменений.

**Описание сочетаний горных пород** должно предусматривать характеристику признаков, перечень которых может изменяться в зависимости от того, какой тип пород является объектом исследования.

Осадочные породы:

- а) чередование пород по вертикали в виде послойного описания;
- б) переходы пластов по простираанию;
- в) мощность каждого пласта или обобщенная характеристика;
- г) характер поверхностей напластования;
- д) соотношение выше- и нижележащих пластов - залегание согласное, согласное с размывом или несогласное.

Вулканогенные породы:

- а) чередование пород по вертикали;

- б) смена пород по горизонтали;
  - в) мощность каждого пласта или потока или ее обобщающая характеристика;
  - г) характер граничных поверхностей между пластами или потоками;
  - д) соотношение выше- и нижележащих пластов и потоков.
- Интрузивные породы - контакты и переходы разновидностей пород и их изменение на контактах.

Жилы и прожилки:

- а) сочетание между собой;
- б) изменения вмещающих пород на контакте;
- в) выдержанность жил и прожилков и их мощность.

Для рыхлых отложений следует давать описание в следующем порядке:

- а) название, размеры, минералогический состав и форма зерен, их соотношение по размеру;
- б) цвет и запах;
- в) наличие, содержание, размер и форма неорганических включений;
- г) наличие и характер органических остатков;
- д) влажность и плотность;
- е) консистенция (для минеральных отложений) и степень разложения (для торфов) - признаки особенно важные при гидрогеологических и инженерно-геологических работах;
- ж) степень карбонатности основной части грунта и включений;
- з) структура и текстура отложений.

**Описание залегания горных пород** включает измерение элементов залегания, характеристику складок, разрывов и т.д.

Измерение элементов залегания документируется в виде сокращенной записи азимута и угла падения, например, аз. пад.  $340^{\circ}$ ,  $\angle -30^{\circ}$ , или при вертикальном залегании - азимута простирания и угла падения, например, аз. прост.  $340^{\circ}$   $\angle 90^{\circ}$ . Точность измерения в складчатых областях  $5^{\circ}$  для азимута и  $2-3^{\circ}$  для угла. При изменчивых углах падения или отсутствии уверенности в единообразии элементов залегания во всем обнажении и отсутствии видимых складок обязательно измерение в разных частях обнажения для определения среднего залегания с точностью до  $4-5^{\circ}$ . Таких измерений необходимо сделать не менее 4-5. Разброс измерений в  $20-30^{\circ}$  обычно свидетельствует о наличии складок. Вычисление средних элементов залегания в этом случае недопустимо и должна быть составлена схема элементов залегания в обнажении. Словами отмечается опрокинутое залегание.

Описание складчатости. Описание единичной складки включает характеристику следующих признаков:

- текстурные элементы, образующие складку (пласты, слоистость, сланцеватость);
- форма складки;
- форма замка складки;
- форма шарнирной (осевой) поверхности;
- высота и ширина складки;
- элементы залегания слоистости на разных участках складки в количестве, достаточном для изображения характера изгибов слоев различной компетентности.

**Описание обнажений.** Описание естественных коренных обнажений проводится во время маршрутов. Нужно различать описание рядовых и ключевых (опорных) обнажений, которое проводится с разной степенью детальности.

Ключевым обнажением называется изолированный выход (или ряд сближенных выходов) коренных пород, в пределах которого наблюдаются стратиграфические взаимоотношения отложений, типичные интрузивные контакты, характерные структурные формы (складки, разрывы), сочетание структурных форм разного возраста и размера и т.п. Выявление ключевых обнажений, а также оценка

степени их типичности и значимости могут быть осуществлены лишь после того, когда будет осмотрен более или менее обширный участок исследуемого района. Следовательно, в большинстве случаев ключевые обнажения первоначально фиксируются в качестве рядовых и лишь потом подвергаются специальному детальному изучению.

**Описание рядовых обнажений** включает следующие операции:

- привязка обнажения к местности;
- осмотр обнажения;
- зарисовка или (и) фотографирование;
- описание обнажения и отбор образцов и проб.

Эти операции могут различным образом сочетаться при описании обнажений разного размера. При описании обнажений небольших размеров (до 15-20 м) привязка рядового обнажения к местности осуществляется в ходе маршрута, при котором оно было выявлено.

Осмотр обнажения начинается с определения его положения в рельефе (у подножья склона, на склоне, на водоразделе, в русле реки и т.п.) и оценки того, что оно действительно представляет коренной выход, а не оползень, отдельную скатившуюся глыбу и т.п. Эта оценка отражается словами "в коренном выходе", "в коренном залегании" и т.п. В процессе общего осмотра выясняются характер слагающих пород, условия их залегания и взаимоотношения; предварительно намечаются места отбора образцов и проб (они могут отбираться и на стадии осмотра).

Зарисовка и фотографирование рядовых обнажений осуществляется лишь в тех случаях, когда в них обнаруживаются какие-либо характерные особенности, представляющие значительный геологический интерес. Нередко такие обнажения в дальнейшем переходят в ранг ключевых.

Стратифицированные отложения, сложенные чередованием пластов различных пород, описываются послойно снизу вверх. Описание сверху вниз не рекомендуется как из соображения единства описания во всей геологической службе, так и из-за возможности засорения поверхности обнажения обломками вышележащих пород (это особенно мешает при описании и опробовании обнажений рыхлых образований и горных выработок).

Обнажения значительной протяженности рационально осматривать и описывать поинтервально. В качестве границ интервалов следует выбирать участки существенного изменения состава отложений или условий их залегания, смену пород или толщ и т.п. Осмотренная часть обнажения документируется, дается описание контактирующих толщ. Затем осматривается и документируется следующая часть обнажений и т.д. Если имеется возможность, то целесообразно заранее рационально разметить обнажение шагами или лентой на интервалы по 10-20 м. Для протяженных обнажений обязательно составление маршрутной схемы..

**Образцы и пробы.** Образцы горных пород представляют собой каменный документ, который хранится до завершения геологосъемочных и поисковых работ. По окончании работ часть образцов, достаточно полно характеризующая все возрастные подразделения района и типичные разновидности пород, выделяется в эталонную коллекцию и часть - в коллекцию обменного фонда. Остальная часть коллекции после окончания камеральной обработки сокращается. В соответствии с этим, к образцам эталонной коллекции и рядовым образцам могут быть предъявлены различные требования.

Образец для эталонной коллекции должен быть достаточно типичным для подразделения и разновидности пород. Нормальный размер его 9 x 12x 3 см. Обычное требование к образцу - наличие свежих поверхностей. Однако, как отмечал ещё В.А. Обручев, при недостатке времени для рядовых случаев необязательно заниматься выкалыванием стандартного образца, достаточно лишь, чтобы он имел три поперечных свежих скола. В дополнении к этому следует заметить, что в ряде случаев структурные и

текстурные особенности породы значительно рельефнее видны на выветриваемой поверхности породы (а иногда только на ней!). В таких случаях сохранение выветрелой поверхности обязательно. Многие образцы сопровождаются по сколам породы для шлифа обязательно из того же куска.

Образец и шлиф отмечаются в документации естественного или искусственного обнажения, из которого они отобраны, наносятся на зарисовку (если она делается), снабжаются этикеткой установленного образца и заносятся в каталог образцов.

Номер образца должен соответствовать номеру обнажения, точке наблюдения, горной выработке или буровой скважине. При отборе нескольких образцов они различаются прибавлением через дефис порядковой цифры, например, обр. I4-I, 14-2 и т. д. Применение букв для различения образцов (например, 14-A, 14-B и т.д.) не рекомендуется, так как для протяженных обнажений и горных выработок и для скважин значительной глубины букв может не хватить. Самостоятельная (независимая от номера обнажения, скважины и т.п.) нумерация образцов воспрещается.

Пробы горных пород, полезных ископаемых и др. бывают нескольких видов:

- штуфные пробы - образцы горных пород 150-500 г, отбираемые из одного участка;
- сколковые пробы - составленные из небольших (10-25г) обломков породы, взятых в различных частях изучаемого обнажения или его обособленной части с расчетом получения общей массы пробы 150-500 г;
- бороздовые пробы - отбираются сплошной или пунктирной бороздой, пересекающей весь опробуемый объект при сечении борозды 10x5 или 20x10 см; применяется в основном при изучении полезных ископаемых для получения усредненной характеристики полезных компонентов во всем геологическом теле.

Все пробы, отбираемые из естественных обнажений, горных выработок и буровых скважин, обязательно включаются в их описание, их положение изображается на зарисовках. Пробы снабжаются этикеткой единого образца и фиксируются в журналах проб.

#### **2.4. Графическая документация геологических объектов**

Графическая документация в виде различного рода зарисовок и фотографий часто применяется в практике геолого-съемочных и поисковых работ, особенно при описании обнажений и геологоразведочных выработок. В настоящей главе содержатся общие рекомендации и специально рассмотрены правила графической документации геологоразведочных выработок, для которых зарисовка является обязательной частью всей документации. Содержание документации не рассматривается, так как оно изложено ранее.

Зарисовки и фотографии геологических объектов являются документами, которые в целом ряде случаев невозможно заменить словесным описанием. Известно, насколько трудно, пользуясь словесным описанием, найти в изученном геологическом объекте все то, что видел автор. Ведь любое описание неполно. Кроме того, язык описания достаточно бледен при фиксации деталей объекта и их пространственных соотношений, тогда как рисунок и фотография обладают наглядностью, т.е. позволяют с необходимой - степенью детальности получить информацию при рассмотрении документа, не пользуясь описанием.

Рисунок и фотография объективно передают все особенности и детали изученного геологического объекта, они дают возможность выделить главное в объекте, что присуще только ему и чем он отличается (или чем сходен) от других аналогичных объектов.

Чтобы рисунок или фотография обладали всеми свойствами документа - носителя объективной информации, они должны в той или иной форме иметь:

- точную географическую привязку;
- ориентировку плоскости рисунка или фотографии;
- масштаб;

- заголовок;
- пояснительные надписи;
- указания на авторство рисунка или фотографии (если они приводятся не в дневнике или журнале).

Графическое документирование любого геологического объекта предусматривает выполнение ряда операций, объемы и методы выполнения которых могут в достаточно широких пределах меняться в зависимости от цели работ и изучаемого объекта:

- подготовку фотоаппаратуры, принадлежностей для рисования, бумаги, дневников, компаса и т.д.;
- привязку - ориентирование плоскости рисунка или фотографии;
- при осмотре геологического объекта выделение отдельных частей и установление мест, где должны быть сделаны зарисовки или фотографии;
- разметка, ведущаяся как для облегчения зарисовок (соблюдение верных соотношений между частями объекта), так и для масштаба при фотографировании.

Под названием "Полевые зарисовки обнажений" объединяется большая группа графических документов, различающихся между собой содержанием и детальностью. Несмотря на то, что выполняемая человеком зарисовка передает его восприятие объекта, вследствие чего, казалось бы, является сугубо субъективной, она вполне объективно отражает облик и состояние объекта и является надежным документом.

Зарисовки в их практическом применении имеют ряд преимуществ перед фотографией. Даже при достаточном опыте и наличии всей необходимой аппаратуры и фотоматериалов хорошую фотографию геологического объекта получить не всегда возможно: объект съёмки может быть мало выразительным, могут быть неблагоприятные условия освещенности или погоды. Кроме того, детали геологического объекта, представляющие наибольший интерес, могут оказаться невыразительными вследствие слабой цветовой или тоновой контрастности. Во всех этих случаях получение удовлетворительного снимка практически невозможно, тогда как полевая зарисовка позволяет не только изобразить, но и подчеркнуть наиболее важные характеристики изучаемого объекта.

Зарисовка в отличие от фотографии не передает объект во всех подробностях, цель ее - максимально объективное изображение особенностей объекта, представляющих интерес для данного исследования. При этом все детали, не имеющие прямого отношения к целевому назначению рисунка, опускаются. Правильно выполненный и оформленный рисунок максимально лаконичен и вместе с тем обладает большой информативностью, четок и точен в изображении всего, что привлекло внимание исследователя.

Для того чтобы рисунок обладал всеми указанными свойствами и удовлетворял всем предъявлявшимся требованиям, при его исполнении следует придерживаться определенных правил:

- 1) Масштаб зарисовки выбирается в зависимости от сложности изображаемого объекта и необходимой степени детализации. Масштаб должен быть выдержан на всей зарисовке во всех частях объекта. При необходимости отдельные части объекта, представляющие особый интерес, изображаются в более крупном масштабе, но уже на другом рисунке;
- 2) Зарисовки делаются четко и ясно, линиями различной толщины, без штриховки и тем более растушевки;
- 3) Второстепенные детали, вводимые в рисунок для масштаба (деревья, дома), выполняются схематически;
- 4) Зарисовка должна иметь географическую привязку, соответствующую привязке объекта в описании. Если на зарисовке изображается только часть объекта, делается привязка к объекту;
- 5) Плоскость зарисовки должна быть ориентирована;

- 6) Зарисовка должна иметь заголовок, необходимые поясняющие надписи и условные обозначения (в дневнике условные обозначения могут быть указаны в начале);
- 7) На рисунке указываются места, в которых делались измерения элементов залегания и их числовые значения и места отбора образцов и проб и их номера;
- 8) Все данные, помещаемые на рисунке, должны совпадать с записями в дневнике;
- 9) Запись в дневнике должна содержать ссылку на рисунок.

В соответствии с объектом и масштабом изображения, а также степенью его детальности можно выделить несколько типов зарисовок, различающихся техникой исполнения.

**Схема** – мелкомасштабная зарисовка, выполненная в условной манере, в приближенном или относительном масштабе. Ее назначение – пояснение записей в дневнике, указание на порядок записей или отбора образцов и т.д. Схема, поскольку она привязана к тексту дневника, обычно выполняется на левой стороне разворота. Если записи в дневнике ведутся шариковой ручкой, то и схему можно выполнять ею же. Схема снабжается надписями, поясняющими цель, с которой она выполнена, и детали изображения.

**Зарисовки обнажений** и их отдельных частей в зависимости от характера могут проводиться в проекции на вертикальную и наклонную плоскости, а также на разные плоскости, если обнажение расположено на склоне с уступом. В последнем случае зарисовка сопровождается дополнительной схемой, показывающей взаимоотношения и положение отдельных частей обнажения, спроецированных на разные плоскости, и указанием (текстовым или графическим знаком) на плоскость проекции. Соблюдение определенного масштаба и пропорций между отдельными частями обнажения достигается предварительной разметкой путем установки через определенное расстояние вешек или каменных пирамидок.

**Крупномасштабные зарисовки** отдельных частей обнажений выполняются с возможно более точным соблюдением масштаба и относительного расположения деталей, однако, без загромождения рисунка незначительными подробностями. Для выполнения такой зарисовки разметка обнажения делается более тщательно – обычно с помощью рулетки, натянутой поперек зарисовываемой площади, и в особо сложных случаях – двух рулеток (мерных реек, веревок с узлами и т.п.), натянутых крестообразно (горизонтально и вертикально) в плоскости рисунка.

Зарисовки разнообразных трещин и линейных тектонических структур проводятся с большой тщательностью и точностью в соблюдении размеров, ориентировки и их взаимного расположения. При этом рисуются только главные, наиболее характерные трещины. При изображении систем трещин необходимо дать представление о густоте трещин, принадлежащих к каждой системе. Все измерения помещаются на рисунке с указанием места, где они сделаны.

**Фотосъемка в маршруте.** Подготовка к маршрутной съемке начинается еще перед выездом на полевые работы. При изучении материалов предыдущих исследований: по району предстоящих работ составляется представление о его геологическом строении и возможных объектах фотографирования, достаточно полно характеризующих наиболее интересные особенности района в соответствии с задачами проектируемых полевых работ.

**Порядок фотосъемки в маршруте.** При фотографировании геологических объектов в маршруте не следует жалеть пленки: по возможности надо фиксировать все имеющее значение для целей исследования. Возможно, что встреченный объект уникален и случая зафиксировать его на пленку больше не представится. Даже если аналогичные объекты будут встречаться в дальнейшем, их надо фотографировать: снимки можно сравнить, отмечая черты сходства или, напротив, различия, зафиксированные объективом.

Фотосъемка геологических объектов представляет собой ряд последовательно выполняемых операций, каждая из которых в известной степени определяет качество будущего снимка.

1. Точка съемки выбирается с учетом характера объекта и цели, с которой делается снимок. При этом следует иметь в виду:

а) свет на объект должен падать спереди и несколько сбоку. Детали объекта при этом выглядят более контрастно, а сам объект приобретает объемность. Это особенно важно при фотографировании обнажений. Лучше всего для съемки подходит рассеяно направленный свет, который дает солнце за тонким слоем облаков. При этом тени на объекте получаются не чрезмерно контрастными;

б) нормальная высота точки съемки соответствует уровню глаз человека. При этом фотография передает неискаженное представление об объекте - такое, каким видит его наблюдатель в обычных условиях.

2. Определение границ кадра и его композиция. В кадре должен помещаться фотографируемый объект целиком или его определенные детали, а в некоторых случаях и окружающее объект пространство (если необходимо зафиксировать взаимоотношения фотографируемого объекта с другими объектами или показать его положение в пространстве). В соответствии с этим граница кадра выбирается горизонтальной или вертикальной. Если с данной точки зрения изображение, размещающееся в кадре, не соответствует поставленной цели, границы кадра можно регулировать одним из следующих методов:

а) подойти ближе или, напротив, отойти подальше;

б) применить сменную оптику;

в) сделать панорамный снимок.

В кадре должно располагаться лишь то, что необходимо для цели документации.

3. Масштаб снимка должен быть показан в каждом кадре. Это достигается размещением в кадре предметов, которые могут служить масштабом: при фотографировании крупных обнажений - фигура человека, разметка вешками или пирамидами камней, при съемке деталей обнажений - молоток, компас и т.д., при съемке мелких деталей - линейка с сантиметровыми делениями.

### **3. ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ**

Студенты, участвующие в геологических экскурсиях должны знать элементарные правила по технике безопасности. Опыт показывает, что незнание правил техники безопасности, пренебрежение, казалось бы, элементарными правилами влекут за собой несчастные случаи.

Геологические экскурсии должны проводиться по утвержденным в установленном порядке программам, в которых предусматриваются мероприятия по технике безопасности с учетом местных условий в соответствии с «Правилами безопасности при геологоразведочных работах».

Перед геологическими экскурсиями все студенты должны пройти медицинское освидетельствование и сделать предохранительные прививки против энцефалита.

Руководители экскурсий перед их началом обязаны провести специальный инструктаж всех школьников об условиях экскурсий, правилах безопасности и дисциплине. Врач проводит инструктаж об оказании необходимой медицинской помощи на маршруте. О прохождении инструктажа каждый школьник расписывается в «Книге регистрации обучения и инструктирования по технике безопасности». В процессе проведения полевых работ руководители групп должны также систематически проходить дополнительный инструктаж о мерах предотвращения наиболее вероятных для данного района работ опасностей и несчастных случаев.

Каждый работающий, заметивший опасность, угрожающую людям, обязан принять зависящие от него меры для ее устранения и немедленно сообщить об этом своему непосредственному руководителю. Руководитель обязан принять меры к устранению опасности; при невозможности устранения опасности прекратить работы, вывести работающих в безопасное место.

Запрещается во время работы и во время перерывов располагаться в траве, кустарнике и других не просматриваемых местах, если на участке работ используются транспортные средства.

Запрещается допускать к работе лиц в состоянии алкогольного, наркотического или токсического опьянения, а также в болезненном состоянии. Перед выходом группы в маршрут руководитель группы обязан:

- а) проверить готовность группы к маршруту (обеспечить ее топоосновой, снаряжением, продовольствием, инструментом, защитными и спасательными средствами);
- б) дать указание о порядке проведения маршрута, правилах передвижения применительно к местным условиям;
- в) нанести на свою карту линию намеченного маршрута группы.

В дни, когда по прогнозу погоды затяжной дождь, сильный ветер, выходить в маршруты запрещается.

Если затяжной дождь, густой туман застает группу в пути, необходимо прервать маршрут, укрыться в безопасном месте и переждать непогоду.

Движение группы должно быть компактным, обеспечивающим постоянную зрительную или голосовую связь между людьми и возможность взаимной помощи. При оставлении кого-либо из участников маршрута с потерей видимости или голосовой связи старший группы обязан остановить движение и подождать отставшего.

В маршрутах каждому участнику рекомендуется надевать яркий шарф, косынку или рубашку для обеспечения лучшей взаимной видимости.

Запрещается употреблять в пищу неизвестные грибы, ягоды и рыбу во избежание возможного отравления.

Использование для питьевой воды минеральных источников, бальнеологические свойства которых неизвестны, запрещается, не рекомендуется также купаться в них.

При движении и на привалах необходимо соблюдать питьевой режим. Пить сырую воду из луж, ям и других поверхностных водоемов запрещается.

Особое внимание в маршрутах необходимо уделять мерам предупреждения тепловых и солнечных ударов. В жаркие безветренные дни работать с непокрытой головой не разрешается.

Одежда не должна стеснять движений при работе, обувь обязательно подбирается по ноге.

Для защиты от кровососущих насекомых рекомендуется надевать накомарники или периодически смазывать лицо, шею, руки репеллентами.

При проведении маршрутов в лесу особенно строго должны соблюдаться правила зрительной и голосовой связи.

Передвижение через лесные завалы разрешается только с соблюдением соответствующих мер предосторожности.

На участках, заросшей высокой и густой травой, рекомендуется начинать работу после высыхания росы.

При работе в лесу следует строго соблюдать меры пожарной безопасности.

Бросать в лесу непотушенные спички и окурки запрещается. Костры разрешается разводить лишь в местах, где исключена возможность возникновения пожара.

При малейшем признаке лесного пожара (запах дыма, гари, бег зверей и полет птиц в одном направлении) группа должна выйти к ближайшей речной долине или поляне.

При возникновении пожара необходимо приступить к его тушению с помощью всех имеющихся средств и одновременно сообщить об этом местным органам власти.

При передвижении по горелым лесам и торфяникам следует соблюдать особую осторожность.

При проведении маршрутов в местах распространения энцефалитных клещей рекомендуется плотно застегивать одежду и 3-4 раза в день осматривать тело и одежду.

При отборе образцов в выработках должны применяться меры по защите от падения кусков породы со склона и бортов выработки.

При одновременной работе двух или более проботборщиков на одном уступе расстояние между участками их работ должно быть не менее 1,5 м.

Если произошел несчастный случай или школьник почувствовал недомогание, то следует:

- прекратить работу, сохранить обстановку места происшествия, если это не представляет опасности для окружающих, и сообщить руководителю, вызвать скорую помощь.

При получении травмы оказать первую помощь пострадавшему, сообщить руководителю, при необходимости вызвать скорую помощь или отправить пострадавшего в ближайшее лечебное учреждение. Для оказания первой помощи при ранениях и кровотечениях необходимо на рану наложить стерильный бинт, предварительно смазать настойкой йода очищенный от грязи участок вокруг раны. При сильном кровотечении необходимо наложить выше раны жгут не более чем на 1.0 – 1.5 часа.

По окончании рабочего времени привести в порядок снаряжение и другие принадлежности. Провести мероприятия личной гигиены. Провести осмотр всех участников экскурсии на предмет обнаружения клещей.

Организованно пройти на автобусную остановку для возврата в город.

Ожидать транспорт разрешается только на посадочных площадках, а при их отсутствии – на тротуаре или обочине.

#### 4. ПОЛЕВОЕ СНАРЯЖЕНИЕ

Вполне очевидно, что успешное проведение геологических маршрутов (экспедиций) в существенной мере зависит от обеспеченности участников соответствующим оборудованием, снаряжением и материалами. Подчеркнем специально, что при ведении полевых исследований все необходимое должно «быть под руками». При этом ничего не должно быть лишнего. В таблице приведен список необходимых «вещей» для полевой бригады, состоящей из 5 человек.

№ п./п.	№ др.	Наименование оборудования, снаряжения и др.	Кол-во (шт.)
1		Полевая книжка (пикетажка)	5
2		Геологический молоток	1
3		Компас горный	1
4		Лупа с десятикратным увеличением	1
5		Карандаш простой (мягкий и твердый)	10
6		Транспортир	1
7		Авторучка шариковая	10
8		Рулетка 10 м	1
9		Сумка полевая	5
10		Рюкзак (желательно непромокаемый)	1
11		Мешочки пробные	20
12		Линейка 30 см	2
13		Фотоаппарат	1

14	Аптечка универсальная	1
----	-----------------------	---

## **5. ОФОРМЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ МАРШРУТОВ**

В результате геологических экскурсий накапливается большой фактический материал: коллекции минералов и горных пород, остатки ископаемых животных и растений, образцы полезных ископаемых, графический материал. Все это может составить основу тематических выставок и стендов.



Министерство образования и науки РФ  
ФГБОУ ВО  
«Уральский государственный горный университет»

**И.В. Назаров, Е.В. Шипилова**

**Методические указания  
к геодезической практике для студентов всех  
специальностей**

**Екатеринбург - 2018**

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ .....	5
1. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И ИХ РАБОЧИЕ ПОВЕРКИ .....	6
1.1. Рабочие поверки теодолита Т-30 (2Т-30) .....	6
1.2. Рабочие поверки нивелира Н-3.....	10
2. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. ПОЛЕВЫЕ РАБОТЫ.....	13
2.1. Рекогносцировка местности и закрепление пунктов съёмочного обоснования. ....	13
2.2. Измерение горизонтальных и вертикальных углов в тахеометрическом ходе .....	14
2.3. Измерение длин сторон тахеометрического хода.....	18
2.4. Привязка хода к пунктам опорной геодезической сети. ....	19
3. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. КАМЕРАЛЬНЫЕ РАБОТЫ. ....	20
3.1. Вычисление привязки .....	20
3.2. Вычисление горизонтальных проложений длин линий.....	22
3.3 Вычисление отметок пунктов съёмочного обоснования методом тригонометрического нивелирования.....	23
3.4. Вычисление координат пунктов съёмочного обоснования .....	26
3.4.1. <i>Вычисление угловой невязки хода</i> .....	26
3.4.2. <i>Вычисление дирекционных углов сторон хода</i> .....	29
3.4.3. <i>Вычисление приращений координат, их невязок и координат пунктов съёмочного обоснования.</i> .....	29
4. ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА.....	32
4.1. Работа на станции.....	32
4.2. Ведение журнала тахеометрической съёмки .....	33
4.3. Составление абриса.....	37
5. СОСТАВЛЕНИЕ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО ПЛАНА.....	39
5.1. Вычерчивание координатной сетки .....	39
5.1.1. <i>Построение пунктов съёмочного обоснования по координатам</i> .....	39
5.2. Нанесение ситуации и рельефа местности на план .....	40

5.3. Оформление топографического плана.....	40
6. ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ ПО ОСИ ТРАССЫ .....	41
6.1. Рекогносцировка трассы.....	42
6.2. Разбивка пикетажа по трассе и поперечных профилей .....	42
6.3. Нивелирование по оси трассы и по поперечным профилям .....	43
6.4. Работа на станции при нивелировании.....	44
6.5. Камеральная обработка результатов нивелирования .....	4
6.5.1. Обработка нивелирного журнала .....	4
6.5.2. Построение профиля трассы .....	6
6.5.3. Проектирование по профилю .....	9
7. ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ.....	12
7.1. Элементы геодезических разбивочных работ .....	12
7.1.1. Вынос в натуру проектного горизонтального угла .....	12
7.1.2. Вынос в натуру проектного расстояния .....	13
7.2. Вынос в натуру точки с заданными координатами (полярным способом) .....	13
7.3. Вынос в натуру точки с заданной отметкой.....	16
7.4. Вынос в натуру линии с проектным уклоном.....	17
8. ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА ПО ПРАКТИКЕ.....	20
<i>Приложение 1</i> .....	22
<i>Приложение 2</i> .....	23

## ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Задачей учебной геодезической практики является закрепление теоретических знаний студентов и приобретение ими практических навыков при решении различных инженерно-геодезических задач.

Все виды работ, предусмотренные программой, выполняются студентами самостоятельно бригадами в составе 6 человек, Продолжительность учебной геодезической практике 2 недели.

Студенты допускаются к производству геодезических работ на практике лишь после изучения правил по охране труда и технике безопасности.

В период прохождения геодезической практики студенты обязаны выполнять установленный распорядок дня, бережно относиться к полученным приборам и инструментам и поддерживать дисциплину и порядок на полигоне и территории базы.

Руководитель практики систематически контролирует в течение всего периода практики все виды полевых и камеральных работ и принимает законченные работы.

Зачет по практике преподаватель принимает по пятибалльной системе от каждого студента в присутствии всех членов бригады.

Студенты, пропускающие дни практики, опаздывающие или уходящие с работы раньше срока по неуважительной причине, к зачету по практике не допускаются.

## 1. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И ИХ РАБОЧИЕ ПОВЕРКИ

Для измерения углов на учебно-геодезической практике используются теодолиты Т-30, 2Т-30.

Основные части теодолита показаны на рис 1.1, отсчетные устройства приборов - на рис 1.2, сетка нитей - на рис 1.3.

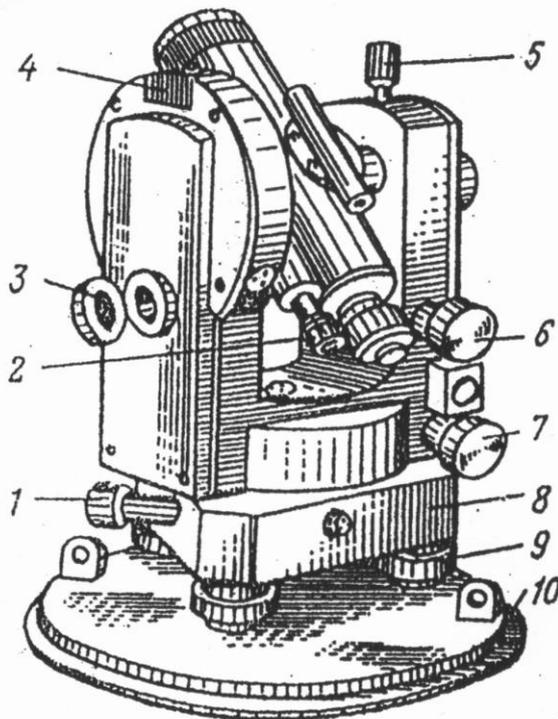


Рис. 1.1. Устройство теодолита 2Т30:

1 – наводящий винт лимба; 2 – микроскоп; 3 – зеркало для освещения шкал микроскопа; 4 – гнездо для крепления буссоли; 5 – закрепительный винт трубы; 6 – наводящий винт трубы; 7 – наводящий винт алидады; 8 – подставка; 9 – подъемные винты; 10 – основание.

### 1.1. Рабочие поверки теодолита Т-30 (2Т-30)

**Поверка 1.** Ось цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна вертикальной оси вращения прибора.

Уровень горизонтального круга устанавливают по направлению двух подъемных винтов, приводят или пузырек на середину, Затем поворачивают, алидаду на  $180^\circ$ . При отклонении пузырька от середины более чем на 2 деления производят юстировку – на половину дуги отклонения пузырька

уровня перемещают юстировочными винтами уровня. Затем поверку повторяют.

**Поверка 2.** Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси вращения трубы

Выбирают на местности удаленную точку. Наводят теодолит на удаленную точку и берут отсчёты по горизонтальному кругу при двух положениях вертикального круга КЛ<sub>1</sub> и КП<sub>1</sub>. Открепив станovým винтом штатива подставку теодолита, поворачивают прибор примерно на 180° и повторяют то же самое, получая отчеты при КЛ<sub>2</sub> и КП<sub>2</sub>. Получают значение коллимационной ошибки С по формуле:

$$C = \frac{(КЛ_1 - КП_1 \pm 180^\circ) + (КЛ_2 - КП_2 \pm 180^\circ)}{4}$$

Если величина С превышает 2', то вычисляют исправленный отсчет КП - С и устанавливают его на горизонтальном круге микрометрическим винтом алидады. При этом центр сетки нитей сместится с точки наведения. Для исправления данного положения вращают горизонтальные исправленные винты сетки нитей до совмещения ее центра с точкой наведения.

*Пример:* отсчеты по горизонтальному кругу

	КЛ	КП
Наведение 1	40°22'	220°20'
Наведение 2	200°10'	20°10'

$$C = \frac{(40^\circ 22' - 220^\circ 20' + 180^\circ 00') + (200^\circ 10' - 20^\circ 10' - 180^\circ 00')}{4}$$

$$C = \frac{4'}{4} = 1'$$

В штриховом микроскопе теодолита Т30 в середине поля зрения виден штрих, относительно которого осуществляется отсчет по лимбу (рис. 1.2, а). Перед отсчетом по лимбу необходимо определить цену деления лимба. В теодолите Т30 цена деления лимба составляет 10 угловых минут, т.к. градус разделен на шесть частей. Число минут оценивается на глаз в десятых долях

цены деления лимба. Точность отсчета составляет 1'.

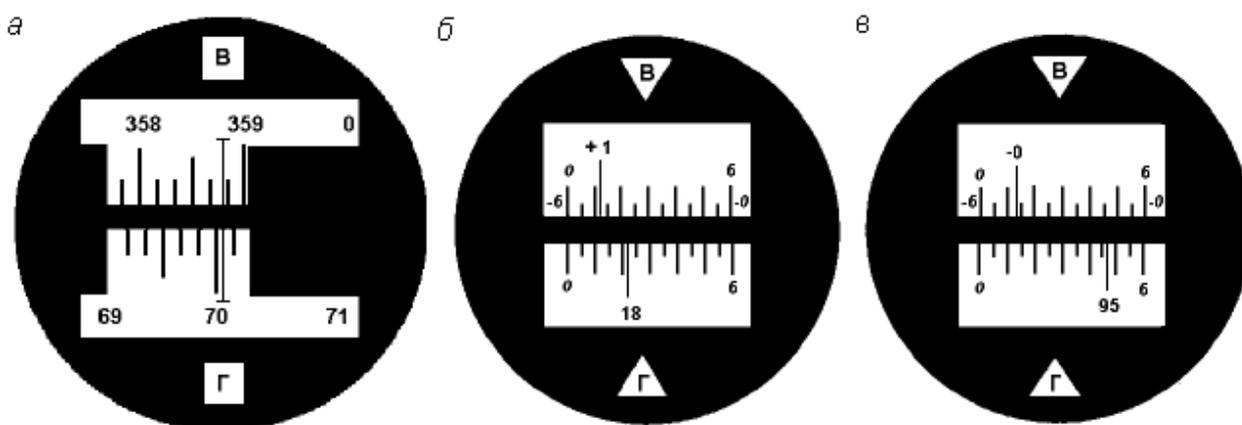


Рис. 1.2. Поле зрения отсчетных устройств: штрихового микроскопа с отсчетами по вертикальному кругу –  $358^{\circ} 48'$ , по горизонтальному –  $70^{\circ} 03'$  (а); шкалового микроскопа с отсчетами: по вертикальному кругу –  $1^{\circ} 11'$ , по горизонтальному –  $18^{\circ} 22'$  (б); по вертикальному кругу –  $-0^{\circ} 47'$  по горизонтальному –  $95^{\circ} 47'$  (в).

В шкаловом микроскопе теодолита 2Т30 в поле зрения видна шкала, размер которой соответствует цене деления лимба (рис. 1.2, б, в). Для теодолита технической точности размер шкалы и цена деления лимба равны  $60'$ . Шкала разделена на двенадцать частей, и цена ее деления составляет 5 угловых минут. Если перед числом градусов знака минус нет, отсчет производится по шкале от 0 до 6 в направлении слева направо (рис. 1.2, б). Если перед числом градусов стоит знак минус, в этом случае минуты отсчитываются по шкале вертикального круга, где перед цифрами от 0 до 6 стоит знак минус в направлении справа налево (рис. 1.2, в). Десятые доли цены деления шкалы берутся на глаз с точностью до  $30''$ .

**Поверка 3.** Горизонтальная ось вращения зрительной трубы должна быть перпендикулярна оси вращения теодолита.

Устанавливают теодолит недалеко от стены здания. Центр сетки нитей зрительной трубы наводят на высоко расположенную точку и, закрепив алидаду, наклоняют трубу примерно до горизонтального положения. Отмечают карандашом на стене проекцию центра сетки нитей. Переводят трубу через зенит, снова повторяют все действия. Если наблюдаемое в

зрительной трубе горизонтальное расстояние между двумя проекциями центра сетки нитей не превышает тройную ширину биссектора сетки, то условие поверки считается выполненным (рис. 1.3). В противном случае прибор подлежит исправлению на заводе.



Рис. 1.3 Сетка нитей

**Поверка 4.** Определение и исправление места нуля (МО) вертикального круга.

При двух положениях круга наводят центр сетки нитей на хорошо видимый предмет и берут отсчёты по вертикальному кругу КЛ и КП. Значение МО вычисляют по формуле:

Для 2Т-30

$$MO = \frac{KL + KP}{2}$$

для Т-30

$$MO = \frac{KL + KP - 180^\circ}{2}$$

*Пример:*

Отсчёты КЛ  $7^\circ 20'$   $MO = \frac{7^\circ 20' + 172^\circ 44' - 180^\circ}{2} = 2'$

для Т-30 КП  $172^\circ 44'$

отсчёты КЛ  $7^\circ 20'$   $MO = \frac{7^\circ 20' - 7^\circ 24'}{2} = -2'$

для 2Т-30 КП  $-7^\circ 24'$

Место нуля определяют дважды. Среднее значение не должно превышать 1-3'.

В противном случае микрометрическим винтом вертикального круга устанавливают на вертикальном круге отсчет, равный КП-МО. При этом центр сетки нитей сместится с наблюдаемой точки. Для исправления МО его совмещают с точкой наведения, вращая вертикальные исправительные винты сетки нитей.

Для контроля поверку повторяют. При выполнении этой поверки следят, чтобы пузырёк уровня горизонтального круга находился в нуль-пункте.

### **1.2. Рабочие поверки нивелира Н-3**

Нивелир Н-3 предназначен для определения превышения между смежными точками местности. Основные части нивелира приведены на рис. 1.4.

**Поверка 1.** Ось круглого уровня должна быть параллельно оси вращения нивелира.

Вращением подъемных винтов приводят пузырек круглого уровня на середину. Поворачивают нивелир на  $180^\circ$ . Если пузырек не сместится с середины то условие выполнено. В противном случае юстировочными винтами уровня перемещают его к нуль-пункту на половину дуги отклонения. Затем поверку повторяют.

**Поверка 2.** Визирная ось зрительной трубы, должна быть параллельна оси цилиндрического уровня.

Поверку выполняют двойным нивелированием одной и той же линии длиной 50-75 м (рис 1.5)

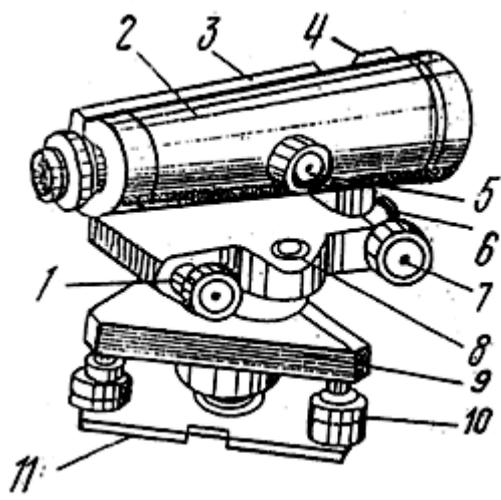
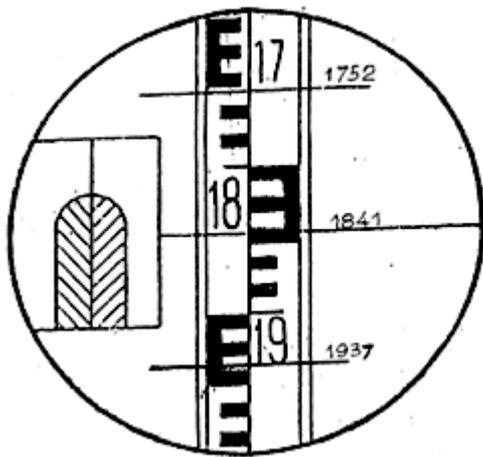


Рис. 1.4. Устройство нивелира:

- 1 – элевационный винт;
- 2 – зрительная труба;
- 3 – цилиндрический уровень;
- 4 – визир;
- 5 – винт фокусировки;
- 6 – закрепительный винт;
- 7 – наводящий винт;
- 8 – круглый уровень;
- 9 – подставка;
- 10 – подъемные винты;
- 11 – основание.



Отсчёты по рейке:

- 1752 мм - верхняя нить
- 1841 мм - средняя нить
- 1937 мм - нижняя нить

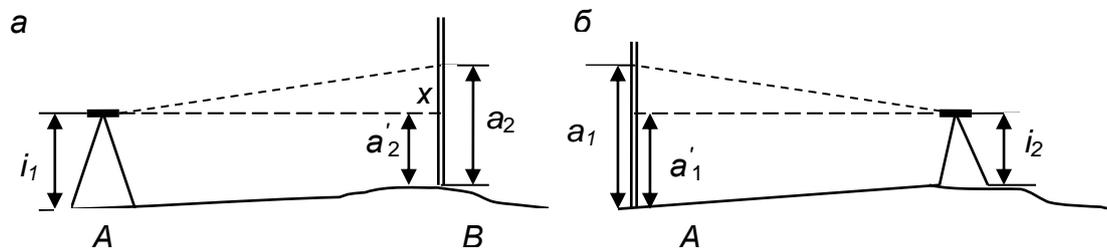


Рис. 1.5. Схема проверки главного геометрического нивелира

Устанавливают нивелир в точке А, а рейку в точке В. Измеряют высоту инструмента  $i_1$ , в точке А и берут отсчёт по рейке  $a_1$  в точке В. Затем нивелир и рейку меняют местами и снова измеряют высоту инструмента  $i_2$  и берут отсчёт по рейке  $a_2$ . Если визирная ось не параллельна оси уровня и составляет с ним некоторый угол  $\nu$ , то отсчёты по рейке будут содержать некоторую погрешность  $X$ . Величину этой погрешности определяют по формуле:

$$X = \frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{i_1 + i_2}{2} \text{ мм}$$

Пример:  $i_1 = 1420$  мм

$i_2 = 1540$  мм

$a_1 = 1180$  мм

$a_2 = 1786$  мм

$$X = \frac{1180 + 1786}{2} - \frac{1420 + 1540}{2} = 3 \text{ мм}$$

Если величина  $X > 4$  мм, то не параллельность осей исправляют. Для этого вычисляют исправленный отсчет  $a_2 = a_2 - X$  (рис 1.5) и, действуя элевационным винтом, устанавливают его на рейке по середине нити сетки. Затем, действуя вертикальными юстировочными винтами цилиндрического уровня, совмещают изображение концов пузырька уровня. Для контроля поверку повторяют.

**Поверка 3.** Сетка нитей должна быть расположена правильно, т.е. вертикальная нить должна быть вертикальна, а горизонтальная – горизонтальна.

На расстояние 15-20 м вывешивают отвес, наводят трубу нивелира на нить отвеса. Если вертикальная нить сетки нитей параллельна нити отвеса, то условие выполнено. В противном случае исправление делают поворотом всей оправы сетки нитей до правильного положения, предварительно ослабив винты оправы.

## **2. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. ПОЛЕВЫЕ РАБОТЫ.**

Для производства топографо-геодезических работ на местности необходимо иметь сеть пунктов съёмочного обоснования.

На практике каждая бригада студентов на своем участке создает планово-высотную съёмочную сеть в виде замкнутого тахеометрического хода с общим числом вершин 6-7, в котором измеряют горизонтальные и вертикальные углы и длины сторон, а также осуществляют привязку тахеометрического хода к пунктам опорной геодезической сети.

### **2.1. Рекогносцировка местности и закрепление пунктов съёмочного обоснования.**

Инструменты и принадлежности для выполнения работы: штыри, две вешки, молоток, тетрадь, две ручки.

Бригада студентов вместе с преподавателем обходит участок, выбирает места для точек съёмочного обоснования и закрепляет их. При этом необходимо соблюдать ряд условий:

- Удобство установки теодолита для работы на станции;
- Взаимная видимость на соседние пункты;
- Максимальный обзор местности и полнота съёмки;
- Расстояния между пунктами от 40 до 100 м.

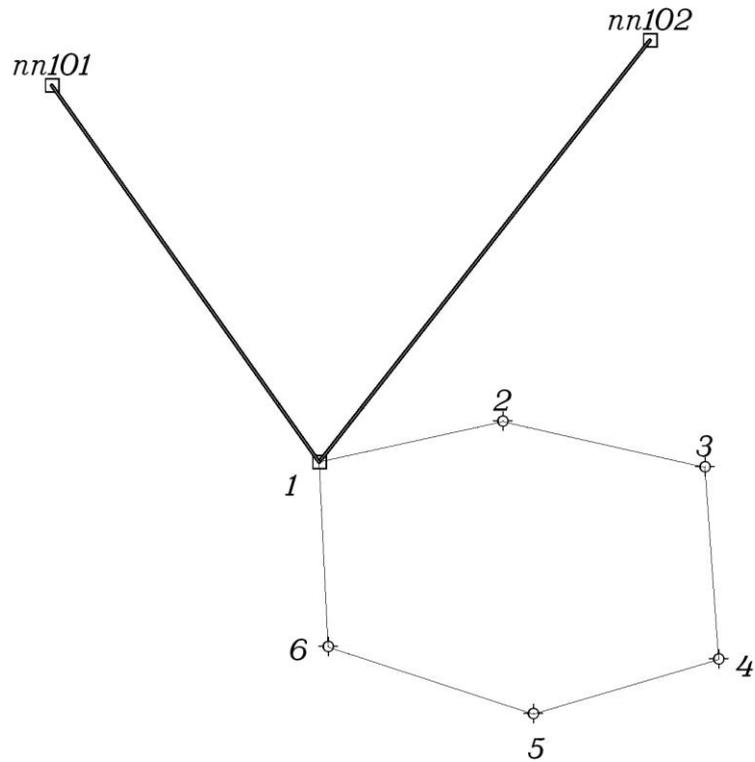


Рис 2.1 Схема расположения пунктов съемочного обоснования.

Закрепление пунктов съемочного обоснования производят металлическими штырями, которые забивают до уровня земной поверхности, вокруг штыря делают окопку, каждому из них присваивается порядковый номер. При рекогносцировке составляют общую схему расположения точек съемочного обоснования (рис. 2.1).

## 2.2. Измерение горизонтальных и вертикальных углов в тахеометрическом ходе

Инструменты и принадлежности для выполнения работы: теодолит, две вешки, одна рейка, полевой журнал для измерения углов, карандаш, тетрадь.

На каждом пункте планово-высотного хода измеряют горизонтальный угол, вертикальные углы и наклонные длины линий. Углы измеряют теодолитами Т-30 или 2Т-30 одним полным приемом, длины сторон хода – нитяным дальномером. Результаты измерений записывают в журнал

измерения углов и длин линий простым карандашом (таблица 1).

*Порядок работы:*

1) Теодолит центрируют над пунктом по отвесу с точностью 5 мм и горизонтируют с помощью цилиндрического уровня при горизонтальном круге;

2) На две смежные точки выставляют визирные вехи, на которых отмечают ярким шнурком высоты инструмента на данной точке стояния;

3) Измерение горизонтального угла начинают при положении зрительной трубы КЛ. Открепив закрепительный винт алидады, наводят на низ вехи (во избежание ошибок из-за наклона вехи). Берут отсчет по горизонтальному кругу, записывают его в полевой журнал (1) (таблица 1, действие(1)). В скобках показана последовательность действий при измерениях и записи в журнале). Затем открепляют закрепительный винт алидады, пересечение основных штрихов сетки наводят на низ правой вехи, берут отсчет по горизонтальному кругу, записывают в журнал (2). Вычитая из отсчёта (2) отсчёт (1), получают значение угла (3), измеренное одним полуприёмом;

4) Переводят трубу через зенит. Повторяя действия, описанные в пункте 3, измеряют горизонтальный угол вторым полуприёмом при положении зрительной трубы КП. По отсчетам (4) и (5) вычисляют значение угла (6), полученного из второго полуприема;

5) Сравнивают значения углов (3) и (6), полученные из двух полуприёмов. Их разность не должна быть больше  $2t$ , т.е.  $1'$ , где  $t=30''$  – точность теодолита. Вычисляют среднее значение горизонтального угла (7) по формуле:

$$\frac{(3) - (6)}{2} = (7)$$

6) Измерение вертикального угла начинают при положении зрительной трубы КЛ. Зрительную трубу наводят на веху, установленную на смежной точке. Основной (средний) горизонтальный штрих сетки совмещают с

отметкой высоты инструмента на вехе (шнурок). После чего берут отсчет по вертикальному кругу (8). Затем наводятся на веху, установленную второй точке, и записывают значения по вертикальному кругу (9);

7) Переводят зрительную трубу через зенит, повторяют действия, описанные в пункте 6, при положении зрительной трубы КП. Берут отсчет по вертикальному кругу и записывают в журнал (10), (11);

8) Вычисляют МО вертикального круга (12).

9) Вычисляют угол наклона (13) по формуле:

$$\nu = \text{КЛ} - \text{МО}$$

*Контроль:*

- При измерении вертикальных углов на станции колебание МО для разных вертикальных углов не должно превышать  $\pm 2'$ ;

- Значения углов наклона, измеренных в прямом и обратном направлениях, не должны отличаться более, чем на  $\pm 3'$ .

***Запрещается!*** В полевом журнале стирать резинкой результаты измерений, писать цифру на цифре, переписывать полевой журнал. Ошибочные измерения зачеркиваются одной чертой, затем записи продолжают дальше. Все записи должны вестись четко и аккуратно с использованием шрифтов (см. Приложение 1).

Таблица 1

## ЖУРНАЛ ИЗМЕНЕНИЯ УГЛОВ И ДЛИН ЛИНИЙ

Дата	Исполнитель	Точки визирован.	Горизонтальный круг			Точки		Круг	Вертикальный круг			Длины линий измеренные
			Отсчёт ° '	Измеренный угол ° '	Средний угол ° '	Стояния	Визиров.		Отсчёт	Место нуля	Угол наклона	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	КЛ	2	196°15' (1)	244°24' (3)	244°24,5' (7)	1	2	КЛ	-2°01' (8)	-0°0'30" (12)	-2° 00' 30" (13)	57,1 (14)
		6	80°39' (2)					КП	2°00' (10)			
	КП	2	16°17' (4)	244°25' (6)		1	6	КЛ	8°35' (9)	0°	8°35'	116,5 (15)
		6	260°42' (5)					КП	-8°35' (11)			
2	КЛ	3	146°55'	59°46'	59°46'	2	1	КЛ	-8°36'	0°	-8°36'	116,5 (16)
		1	206°41'					КП	8°36'			
	КП	3	326°59'	59°46'		2	3	КЛ	-2°20'	-0°2'	-2°18'	82,5
		1	26°45'					КП	2°18'			

### 2.3. Измерение длин сторон тахеометрического хода

В процессе проложения тахеометрического хода в поле измеряют длины сторон хода. Для этого на смежные точки ставят нивелирную рейку (нулем вниз), наводят зрительную трубу на рейку, совмещая верхний дальномерный штрих сетки нитей с каким-нибудь целым делением рейки (обычно с отсчетом 1000). Подсчитывают длину отрезка “ $l$ ” в см между верхним и нижним дальномерными штрихами. Доли сантиметровых делений оценивают на глаз.

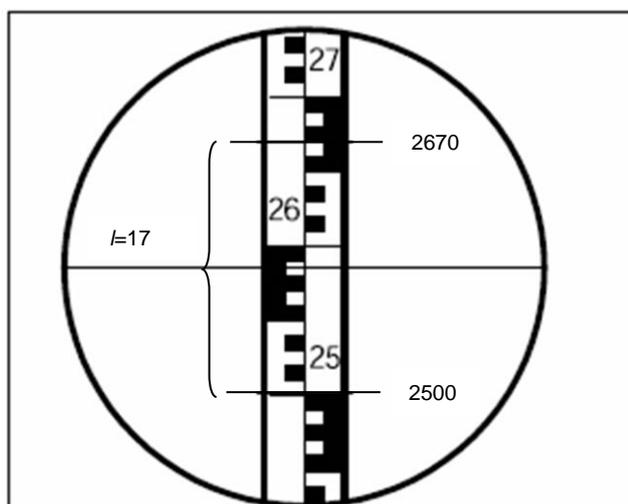


Рис. 2.2 Определение расстояния нитяным дальномером

Длина измеренной стороны определяется по формуле

$$S_{изм} = K * l_{см},$$

где  $K$  - коэффициент нитяного дальномера ( $K=100$ ),  $l$  - длина отрезка в см между верхней и нижней дальномерными нитями.

*Пример:* на рис. 2.2 отчет по верхней нити 2670, отчет по нижней нити 2500,  $l=2670-2500=170$  мм=17 см,  $S_{изм}=17$  см x 100=1700 см=17,0 м.

На станции длину каждой стороны хода измеряют дважды по черной и по красной сторонам рейки, или по одной стороне, но по разным делениям рейки. Разность результатов измерений должна быть не более 0,3 м на 100 метров длины. Среднее значение длины стороны хода записывают в полевой журнал (14) с округлением до 0,1 м.

Длины сторон хода обязательно измеряют в обратном направлении. Разность между результатами измерений ”прямо” (15) и “обратно” (16) не должна превышать 1:200-1:400 (0,3-0,5 м на 100 м длины).

#### **2.4. Привязка хода к пунктам опорной геодезической сети.**

Привязку тахеометрического хода выполняют для определения дирекционного угла начальной стороны хода. Одна из вершин тахеометрического хода является пунктом опорной геодезической сети (рис. 3.1). С него есть видимость на два других геодезических пункта (пп101, пп102). Для привязки хода к опорной геодезической сети производят измерение примычных углов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ . Это угол между твердой стороной и первой стороной тахеометрического хода (рис. 3.1). В полевом журнале вычерчивают схему привязки, показывают примычные углы.

Каждый примычный угол  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  измеряют двумя приемами с перестановкой лимба между приемами примерно на  $90^\circ$ . Для контроля измеряют угол между исходными сторонами ( $\delta$ ). Контроль производят по формуле:

$$\delta = \varphi_1 - \varphi_2$$

Допустимое расхождение  $\pm 3'$ .

### 3. ПЛАНОВО-ВЫСОТНОЕ СЪЁМОЧНОЕ ОБОСНОВАНИЕ. КАМЕРАЛЬНЫЕ РАБОТЫ.

После последних измерений производят проверку полевых журналов, правильность записей и вычислений измеренных и средних значений. По значениям измеренных горизонтальных углов и длин линий составляют схему съёмочного обоснования и ее привязки (рис. 3.1). На схему выписывают измеренные значения углов и длин. Затем приступают к вычислениям. Вычисления линейных величин ведут с точностью до 0.1м, а углов – до 30". Из полевого журнала выписывают измеренные примычные углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

#### 3.1. Вычисление привязки

Дирекционный угол начальной стороны хода ( $\alpha_{1-2}$ ) (рис. 3.1) вычисляют дважды, исходя из значений дирекционных углов исходных сторон опорной геодезической сети ( $\alpha_{1-A}$ ,  $\alpha_{1-B}$ ) и измеренных углов ( $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ) по формулам:

$$\alpha_{1-2} = \alpha_{1-nn101} + \varphi_1$$

$$\alpha_{1-2} = \alpha_{1-nn102} + \varphi_2$$

Дирекционные углы исходных сторон вычисляют решая обратные геодезические задачи, по формулам:

$$r_{1-nn101} = \arctg \frac{Y_{nn101} - Y_1}{X_{nn101} - X_1}, \quad r_{1-nn102} = \arctg \frac{Y_{nn102} - Y_1}{X_{nn102} - X_1}.$$

Расхождение полученных значений  $\alpha_{1-2}$  не должно превышать 2-3'.

После нахождения значения румба необходимо определить координатную четверть, содержащую направление. Координатную четверть определяют по знакам приращений координат (рис. 3.2).

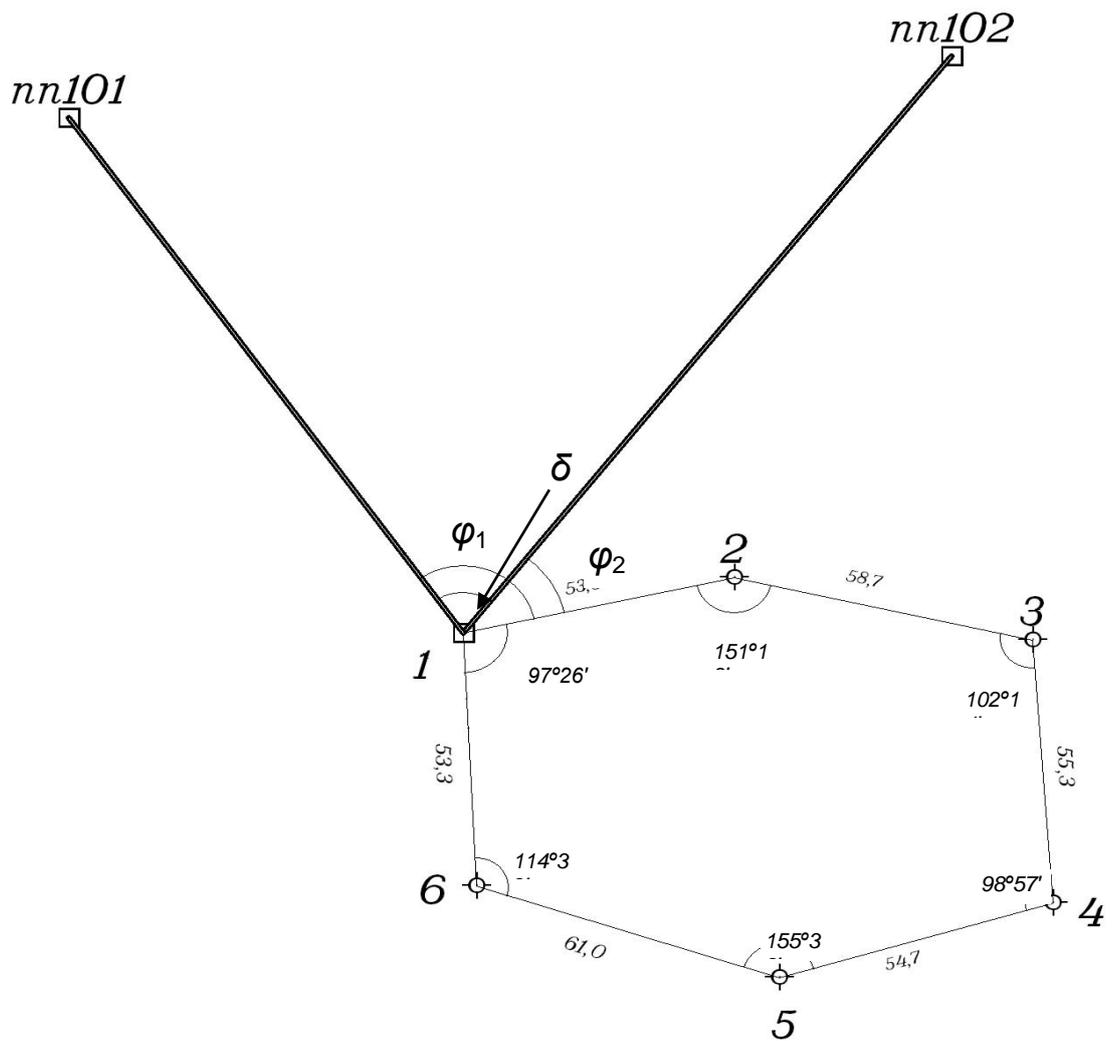


Рис. 3.1. Схема тахеометрического хода и геодезической привязки

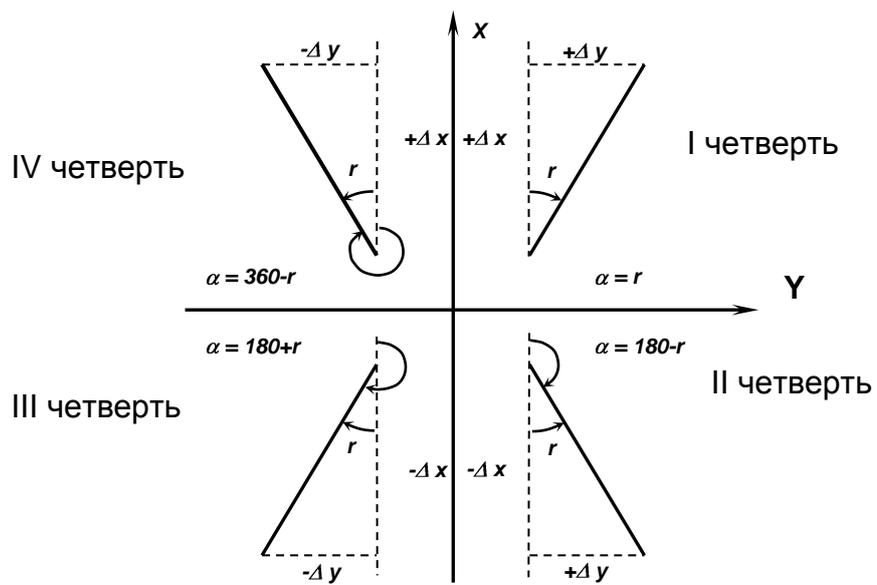


Рис. 3.2 Зависимости между дирекционными углами и румбами

Пример записи и вычислений дирекционных углов приведен ниже.

## Исходные данные

Название пункта	X, м	Y, м	H, м
1	3348.05	2238.25	271,36
пп101	4099.71	1639.28	282,40
пп102	4001.87	2581.51	290,24

$$r_{1-nn101} = \arctg \frac{Y_{nn101} - Y_1}{X_{nn101} - X_1} = \arctg \frac{1639.28 - 2238.25}{4099.71 - 3348.05} = \arctg \frac{-598.97}{751.66} =$$

$$= 38.54993965^\circ = 38^\circ 33' 00'' (IV_4.)$$

$$\alpha_{1-nn101} = 360^\circ - 38^\circ 33' 00'' = 321^\circ 27'$$

$$r_{1-nn102} = \arctg \frac{Y_{nn102} - Y_1}{X_{nn102} - X_1} = \arctg \frac{2581.51 - 2238.25}{4001.87 - 3348.05} = \arctg \frac{343.26}{653.82} =$$

$$= 27.69992196^\circ = 27^\circ 42' 00'' (I_4.)$$

$$\alpha_{1-nn102} = 27^\circ 42' 00''$$

$$\varphi_1 = 333^\circ 18' 00''$$

$$\alpha_{1-2} = 321^\circ 27' 00'' + 333^\circ 18' 00'' = 294^\circ 45' 00''$$

$$\varphi_2 = 267^\circ 05' 00''$$

$$\alpha_{1-2} = 27^\circ 42' 00'' + 267^\circ 05' 00'' = 294^\circ 47' 00''$$

$$\text{Средний } \alpha_{1-2} = 294^\circ 46' 00''$$

### 3.2. Вычисление горизонтальных проложений длин линий

Горизонтальные проложения необходимо знать для вычисления координат точек тахеометрического хода.

Вычисление горизонтальных проложений выполняют в ведомости вычисления отметок съёмочного обоснования (Таблица 3).

Из журнала измерения углов и длин линий выписывают среднее значения длин линий (S), полученные по результатам измерений в прямом и обратном направлениях, в графу 4 табл. 3 и углы наклона (v), измеренные в прямом и обратном направлениях, в графы 2 и 3 табл. 3. По этим данным

вычисляют горизонтальные проложения с точностью до 0.01 м по формуле:

$$D = S * \cos^2 \nu,$$

где  $S$  – среднее значение измеренной длины линии (графа 4),  $\nu$  – угол наклона линии в прямом направлении (графа 2),  $D$  – горизонтальное проложение (графа 5).

### 3.3 Вычисление отметок пунктов съёмочного обоснования методом тригонометрического нивелирования

Вычисление отметок производится с точностью до 0.01 м в ведомости вычисления отметок (Таблица 3).

По измеренным расстояниям и углам наклона вычисляют превышения между точками хода в прямом и обратном направлениях по формуле:

$$h = D * \tan \nu$$

Значения превышений с соответствующим знаком записывают в графы 6 и 7.

Расхождения в превышениях, полученных в прямом и обратном направлениях, допускаются не более 4 см на 100 м. Если это условие выполнено, то в графе 8 вычисляют средние превышения, сохраняя перед ними знак превышения из прямого хода. Сумму положительных и отрицательных значений превышений записывают в графе 8 внизу. Далее подсчитывают невязку по превышениям. Она равна сумме превышений замкнутого хода:

$$f_h = \Sigma h_{cp}$$

Допустимую высотную невязку вычисляют по формуле:

$$\text{доп. } f_h = \pm 0.2 \text{ м} \sqrt{\Sigma D(\text{км})}$$

где  $\Sigma D$  сумма горизонтальных проложений хода (периметр в км).

Полученную невязку  $f_h$  распределяют между превышениями с обратным знаком пропорционально длинам линий по формуле:

$$\delta_{hi} = -\frac{f_h}{\Sigma D} * D_i$$

**Контроль:**  $\Sigma \delta = - f_h$

Величины поправок записывают в графе 8 над превышениями. В графу 9 записывают исправленные превышения.

**Контроль:** если исправленные превышения вычислены правильно, их алгебраическая сумма должна быть равна нулю.

По исправленным превышениям последовательно вычисляют отметки пунктов съемочного обоснования по формуле:

$$H_{n+1} = H_n + h_n,$$

где  $H_{n+1}$  – высота последующего пункта (м),  $H_n$  – отметка предыдущего пункта (м),  $h_n$  – превышение между смежными пунктами (м).

**Контролем** вычисления отметок является получение отметки исходной точки в конце вычислений.

Таблица 3

## Вычисления отметок точек съемочного обоснования

№№ точек	Вертикальные углы		Длины сторон, м		Превышение, м				Отметки точек, м	№№ точек
	Прямо ° ' "	Обратно ° ' "	Измеренные S	Горизонтальное проложение D	Прямо	Обратно	Среднее	Исправлен ное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1							-0,02		230.00	1
2	-2°01'	+2°02'	83.0	82.90	-2,92	+2,95	-2,94	-2,96	227.04	2
3	-5°24'	+5°25'	122.0	120.92	-11,43	11,46	-11,45	-11,48	215.56	3
4	+2°15'	-2°16'	98.0	97.85	+3,85	-3,88	+3,87	+3,85	219.41	4
5	+1°56'	-1°57'	120.0	119.86	+4,05	-4,09	+4,07	+4,04	223.45	5
6	+4°30'	-4°29'	100.5	99.88	+7,86	-7,83	+7,85	+7,83	231.28	6
1	-0°56'	+0°58'	76.5	76.48	-1,25	+1,29	-1,27	-1,28	230.00	1
				$\Sigma D = 597,89 \text{ м}$		$\Sigma h_{cp} (+) = +15.79$ $\Sigma h_{cp} (-) = -15.66$		$\Sigma = 0$		
							$f_h = +0.13$	$\text{Доп. } f_h = \pm 0.2 \text{ м} \sqrt{\Sigma D(\text{км})}$		
								$\text{Доп. } f_h = \pm 0.2 \text{ м} \sqrt{0.6} = \pm 0.15$		

Вычислил

Орлов

Проверил

Петров

### 3.4. Вычисление координат пунктов съёмочного обоснования

Вычисление координат производится в ведомости вычисления координат (Таблица 4). В графу 1 ведомости выписывают номера вершин хода, в графу 2 – номера точек визирования. В графу 3 выписывают против соответствующих вершин средние значения измеренных горизонтальных углов. Значения горизонтальных проложений линий выписывают в графу 6 из таблицы 3.

#### 3.4.1. Вычисление угловой невязки хода

Угловой невязкой  $f_{\beta}$  замкнутого тахеометрического хода называется разность между суммой измеренных горизонтальных углов  $\Sigma\beta_{\text{изм}}$  и теоретической суммой внутренних углов плоского многоугольника  $\Sigma\beta_{\text{теор}}$  т.е.

$$f_{\beta} = \Sigma\beta_{\text{изм}} - \Sigma\beta_{\text{теор}}$$

где  $\Sigma\beta_{\text{теор}} = 180^{\circ} \cdot (n-2)$ ,  $n$  – число углов многоугольника.

Вычисленные значения  $\Sigma\beta_{\text{изм}}$  и  $\Sigma\beta_{\text{теор}}$  подписывают внизу графы 3.

Здесь же вычисляют величину допустимой угловой невязки по формуле:

$$f_{\beta\text{доп}} = 2 * t \quad (t=0^{\circ}0'30'' - \text{точность инструмента}),$$

$$f_{\beta\text{доп}} = \pm 1' \sqrt{n}.$$

Если значение угловой невязки не превосходит допустимой величины, то ее распределяют поровну с обратным знаком между измеренными углами, с точностью до  $30''$ , т.е. вычисляют поправки к измеренным горизонтальным углам по формулам:

$$\delta_{\beta} = -\frac{f_{\beta}}{n}$$

Если полученное значение поправки меньше  $30''$ , то угловую невязку вводят в наиболее слабое место тахеометрического хода (короткие стороны хода, горизонтальные углы  $\leq 20^{\circ}$  или  $\geq 150^{\circ}$ , точки съёмочного обоснования, наиболее удаленные от исходных пунктов сети).

**Контроль:**  $\Sigma\delta_{\beta} = -f_{\beta}$ .

Поправки в измеренные углы подписывают над их значениями.

Вычисляют исправленные горизонтальные углы

$$\beta_{исп} = \beta_{изм} + \delta_{\beta}$$

**Контроль:**  $\Sigma\beta_{исп} = 180^{\circ}*(n-2)$ .

Таблица 4

**Вычисление координат точек съёмочного обоснования**

Номера точек		Горизонтальные углы		Дирекционные углы ° '	Горизонтальные проложения, м	Приращения координат, м				Координаты, м	
Ст. ояния	Визиров	Измеренные ° '	Исправленные ° '			Вычисленные		Исправленные		X	Y
						$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta X$	$\Delta Y$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1						+0.05	+0.08			<b>3348.05</b>	<b>2238.25</b>
2	3			<b>294°46'</b>	82.90	+34.73	-75.27	+34.78	-75.19		
	1	110°59'00"	110°59'			+0.07	+0.12			3382.83	2162.06
3	4			3°47'	120.92	+120.64	+7.98	+120.71	+8.10		
	2	123°09'00"	123°09'			+0.06	+0.10			3503.54	2171.16
4	5			60°38'	97.85	+48.01	+85.32	+48.07	+85.42		
	3	105°15'00"	105°15'			+0.07	+0.12			3551.61	2256.58
5	6			135°23'	119.86	-85.35	+84.21	-85.28	+84.33		
	4	117°58'00"	117°58'			+0.06	+0.10			3466.33	2340.91
6	1	-0°0'30"		197°25'	99.88	-95.32	-29.90	-95.26	-29.8		
	5	124°58'30"	124°58'			+0.05	+0.08			3371.07	2311.11
1	2	-0°0'30"		252°27'	76.48	-23.07	-72.94	-23.02	-72.86		
	6	137°41'30"	137°41'		$\Sigma D =$ 597,89					<b>3348.05</b>	<b>2238.25</b>
			$\Sigma \beta_{\text{исп}} = 720^\circ$	(294°46')		$f_x = -0.36$ $f_s = 0.85$	$f_y = -0.6$	0	0		

$\Sigma \beta_{\text{изм}} = 720^\circ 01' 00''$

$\Sigma \beta_{\text{теор}} = 720^\circ 00' 00''$

$f_\beta = +1'$

$f_{\beta \text{доп}} = \pm 1' \sqrt{n} = \pm 1' \sqrt{6} = \pm 2,4'$

$\frac{1}{\Sigma D \div f_s} = \frac{1}{703} < \frac{1}{300}$

Вычислил Орлов  
Проверил Петров

### 3.4.2. Вычисление дирекционных углов сторон хода

Вычисление дирекционных углов сторон хода производят по дирекционному углу начальной стороны и исправленным горизонтальным углам. Начальный дирекционный угол стороны 1-2 выписывают из решения привязки (см. раздел 3.1). В нашем примере  $\alpha_{1-2} = 294^\circ 46'$ . Его записывают в графу 5 между точками 1 и 2. Дирекционные углы остальных сторон хода вычисляют по формулам:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \beta_{\text{лев}} - 180^\circ - \text{для левых углов,}$$

$$\alpha_{n-1} = \alpha_n - \beta_{\text{прав}} + 180^\circ - \text{для правых углов,}$$

где  $\alpha_{n+1}$  – дирекционный угол последующей стороны хода,  $\alpha_n$  – дирекционный угол предыдущей стороны хода.

*Контроль:* полученный дирекционный угол первой стороны хода в конце вычислений должен быть равен исходному. С этой целью по дирекционному углу последней стороны и горизонтальному углу при вершине 1, которые ранее в вычислениях не участвовал, получают дирекционный угол начальной стороны ( $\alpha_{1-2} = 294^\circ 46'$ ).

Вычисленные значения дирекционных углов сторон хода записывают в графу 5.

### 3.4.3. Вычисление приращений координат, их невязок и координат пунктов съемочного обоснования.

Приращение координат хода вычисляют по следующим формулам:

$$\Delta X_i = D_i * \cos \alpha_i, \Delta Y_i = D_i * \sin \alpha_i,$$

где  $D_i$  – горизонтальное проложения линий;  $\alpha_i$  – дирекционные углы этих линий.

Вычисления производят с точностью до 0.01 м.

Вычисленные приращения координат записывают в графах 7 и 8.

Для замкнутого хода алгебраическая сумма приращений по каждой оси координат должна быть равна нулю:

$$\sum \Delta X = 0, \sum \Delta Y = 0$$

Внизу графы 7 и 8 находят значения невязок  $f_x$  и  $f_y$  (по осям абсцисс и ординат), по формулам:

$$f_x = \sum \Delta X, f_y = \sum \Delta Y$$

Невязки в приращениях координат обусловлены действием погрешностей измерения углов и сторон хода. Совместное влияние невязок приращений по осям координат характеризуется линейной невязкой в периметре:

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

Допустимую линейную невязку вычисляют по формуле относительной ошибки:

$$\frac{1}{\sum D \div f_s} \leq \frac{1}{500},$$

где  $\sum D$  – сумма горизонтальных проложений длин сторон хода (периметр).

Периметр ( $\sum D$ ) подсчитывают в графе 6 и выписывают внизу. После проверки допустимости относительной линейной невязки  $\frac{1}{\sum D \div f_s}$  распределяют невязки приращений координат  $f_x$  и  $f_y$ .

Невязки  $f_x$  и  $f_y$  распределяют с обратным знаком в каждое приращение координат пропорционально длинам сторон, т.е. вычисляют поправки к приращениям координат по формулам:

$$\delta X_i = -\frac{f_x}{\sum D} * D_i, \delta Y_i = -\frac{f_y}{\sum D} * D_i$$

и подписывают их над приращениями в графах 7 и 8.

В графах 9 и 10 записывают исправленные значения приращений координат:

$$\Delta X_{\text{ИСПР}} = \Delta X_i + \delta X_i, \Delta Y_{\text{ИСПР}} = \Delta Y_i + \delta Y_i$$

**Контроль:**  $\sum \Delta X_{\text{ИСПР}} = 0, \sum \Delta Y_{\text{ИСПР}} = 0.$

Далее, в графах 11 и 12 последовательно вычисляют координаты точек тахеометрического хода от координат начальной точки 1, используя исправленные приращения координат, по формулам:

$$X_{n+1} = X_n + \Delta X_{\text{ИСПР}}, Y_{n+1} = Y_n + \Delta Y_{\text{ИСПР}},$$

где  $X_n, Y_n$  – координаты предыдущего пункта,  $X_{n+1}, Y_{n+1}$  – координаты последующего пункта.

**Контроль:** вычисленные координаты начальной точки хода должны быть равны исходным (Таблица 4).

#### 4. ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА

Инструменты и принадлежности для выполнения работ: теодолит, одна вешка, одна рейка, полевой журнал для тахеометрической съемки, абрисы, два карандаша, тахеометрические таблицы.

Тахеометрическую съемку ситуации и рельефа местности выполняют с пунктов съемочного обоснования в масштабе 1:500. На каждой станции измеряют расстояние, горизонтальный и вертикальные углы до съемочных пикетов, т.е. определяют полярные координаты каждой снимаемой точки (съемочных пикетов).

Все записи результатов измерений ведут в журнале тахеометрической съемки (Таблица 5). В процессе съемки составляют абрис (рис. 4.1).

Особо важное значение при съемке имеет правильный выбор съемочных пикетов. При съемке ситуации рейку устанавливают на характерных точках контуров (углы зданий, изгибы дорог, рек, границы угодий, столбы электролиний и т.д.). При съемке рельефа рейку устанавливают на характерных точках и линиях рельефа местности (вершина холма, дно котловины, водораздел, тальвег, перегибы скатов, урезы воды).

Съемочные пикеты должны равномерно покрывать всю территорию съемки. Расстояние от точек съемочного обоснования до съемочных пикетов должно быть не более 80 м.

##### 4.1. Работа на станции

Работу на станции выполняют в следующем порядке:

- теодолит центрируют над точкой с точностью до 1 см с помощью отвеса и горизонтируют с помощью цилиндрического уровня горизонтального круга;

- определяют МО вертикального круга на каждой станции, значение МО записывают в журнал тахеометрической съемки (Таблица 5) для данной станции. Устанавливают визирную веху на следующую по ходу точку

съемочного обоснования. Направление на эту точку принимают за начальное (например: станция 1, направление на точку 2), ориентируют лимб по начальному направлению. Для этого, вращая алидадой, устанавливают отсчет на горизонтальном круге  $0^{\circ}00'$ . Затем алидаду закрепляют, открепляют лимб, наводят теодолит на выставленную веху (на пункте 2). Далее лимб закрепляют до конца съемки на этой станции, а алидаду открепляют. Съемка ведется только при положении зрительной трубы круг «лево» (КЛ);

- рейкой измеряют высоту инструмента до 0.01м, записывают ее значение в журнал и отмечают на рейке ярким шнурком ( $i = 1.30\text{м}$ );

- рейку устанавливают на съемочный пикет;

- наводят теодолит на рейку, измеряют нитяным дальномером расстояние до рейки и записывают в журнал (1);

- наводят центр сетки нитей на высоту инструмента (шнурок), берут отсчеты по горизонтальному и вертикальному кругам теодолита и записывают в журнал (2), (3). Если на рейке отметки высоты инструмента не видно, то наводят центр сетки нитей на верх рейки и записывают на этом пикете высоту визирования ( $v=3\text{ м}$ ) в графу 8 таблицы 5.

#### 4.2. Ведение журнала тахеометрической съемки

В журнале указывают номер станции, начальное направление, МО, высоту инструмента  $i$  в метрах, отметку точки  $H_0$  съемочного обоснования в метрах. В соответствующие графы журнала записывают результаты полевых измерений (расстояний, отсчетов по горизонтальному и вертикальному кругам). Затем вычисляют углы наклона на съемочные пикеты по формуле:

$$v = KL - MO.$$

Находят горизонтальное проложение  $D$  и превышение  $h'$  между точкой съемочного обоснования и съемочным пикетом по углу наклона и расстоянию из тахеометрических таблиц или по формулам, которые приведены в тахеометрических таблицах:

$$D = S * \cos^2 v,$$

$$h' = D \cdot \tan \nu$$

$$h = h' + i - v,$$

где  $D$  – горизонтальное проложение,  $S$  – измеренное нитяным дальномером расстояние,  $\nu$  – угол наклона,  $i$  – высота инструмента,  $v$  – высота визирования.

Знак превышения соответствует знаку угла наклона.

Отметку съёмочного пикета вычисляют по формуле:

$$H = H_0 + h,$$

и записывают в графу 11 (Таблица 5).

ЖУРНАЛ ТАХЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ

Точка стояния 1

$H_0=230.0$   $i=1.30$

Начальное направление 2

№№ пикет ов	Расстояния по дальномеру, м	Отсчеты по кругам /КЛ/		Углы наклона ° '	Горизонтальн. проложения, м
		Горизонтальн. ° '	Вертикальн. ° '		
1	2	3	4	5	6
		0°00			
1	38.0	23°00'	352°59'	-7°00'	37.44
2	35.0	53°30'	355°06'	-4°53'	34.75
3	56.0	81°00'	356°06'	-3°53'	55.74
4	86.1	100°00'	356°36'	-3°23'	85.80
5	52.3	112°41'	358°47'	-1°12'	52.28
6	72.0	116°02'	354°23'	-5°36'	71.31
7	25.0	137°30'	352°34'	-7°25'	24.58
8	46.5	141°00'	355°17'	-4°42'	46.19
9	25.8	180°10'	349°39'	-10°20'	24.97

Таблица 5

$$MO = \frac{КЛ + КП - 180^\circ}{2} \quad (Т-30) \quad КЛ=354^\circ 3' 5'$$

КП=185°2

3'

Дата 13.07.17.

Исполнитель Петров

$v=КЛ-МО$

МО=- 0°1'

h', м	Высота визиров v, м	i-v	Превышение $h=h'+i-v$	Отметки пикетов $H=H_0+h$	Примечание
7	8	9	10	11	12
-4.60	1.30	0	-4.60	225.40	рельеф, дорога
-2.97	1.30	0	-2.97	227.03	рельеф, дорога
-3.78	1.30	0	-3.78	226.22	дорога
-5.07	1.30	0	-5.07	224.93	дорога
-1.10	1.30	0	-1.10	228.90	рельеф,луг
-6.99	3.00	-1.70	-8.69	221.31	рельеф,луг
-3.20	1.30	0	-3.20	226.80	обрыв, 2м
-3.80	1.30	0	-3.80	226.20	обрыв, 2м
-4.55	1.30	0	-4.55	225.45	обрыв, 2м

Вычислил

Проверил



### 4.3. Составление абриса

Абрис – это схематический чертеж участка местности, снимаемого с данной станции. Абрис составляют на каждой станции одновременно с заполнением журнала тахеометрической съемки (рис. 4.1).

При заполнении абриса центр окружности принимают за станцию, с которой выполняют съемку, один из радиусов за начальное направление ( $0^\circ$ ), расстояния между окружностями принимают равными 10 м. Каждый съемочный пикет намечают на абрисе точкой, рядом надписывают его порядковый номер.

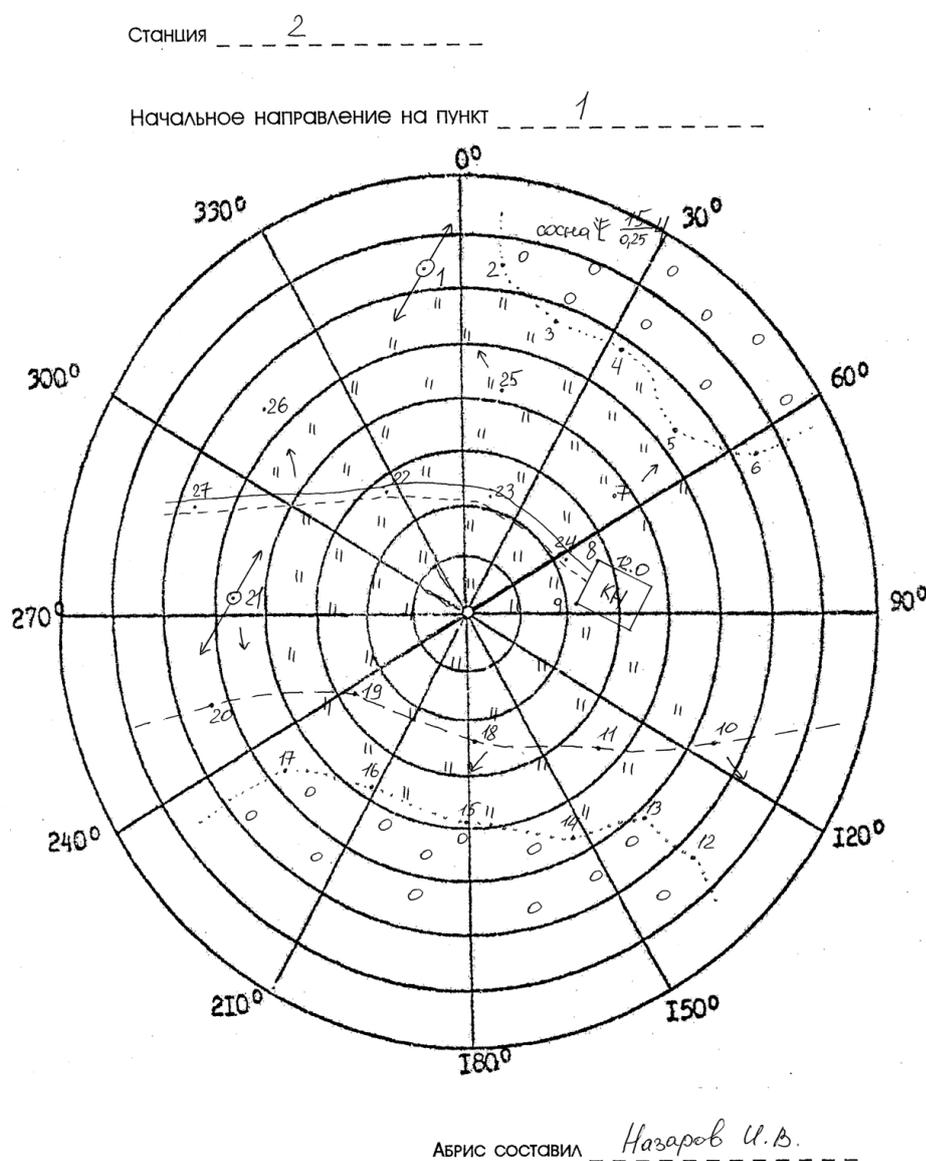


Рис. 4.1 Абрис тахеометрической съемки на п.1

При съемке следят за тем, чтобы нумерация съемочных пикетов на абрисе соответствовала нумерации этих же пикетов в журнале тахеометрической съемки. На абрис наносят все снятые контуры ситуации, сопровождая их пояснительными надписями и условными знаками. На абрисе стрелками показывают направление скатов.

Составление абрисов является ответственной частью тахеометрической съемки, т.к. он в дальнейшем используется для создания топографического плана. Его надо вести аккуратно, все записи делают четко, отточенным карандашом, прямолинейные контуры вычерчивать по линейке. Четкое ведение абриса способствует качественному составлению топографического плана. Абрис сдается вместе с журналом тахеометрической съемки.

Закончив съемку на станции, по абрису проверяют, все ли элементы ситуации и рельефы засняты, нет ли пропусков, достаточно взято ли съемочных пикетов. Съемочные пикеты должны быть расположены не реже, чем через 3 см в масштабе плана, т.е. через 15 м на местности (в масштабе 1:500), их количество зависит от сложности ситуации и сложности рельефа. Кроме того, проверяют, не сбилась ли во время съемки ориентировка теодолита. Для этого в конце съемки снова визируют зрительную трубу по начальному направлению и проверяют неизменность отсчета по лимбу. Допустимое отклонение должно быть не более 3'. Сделав такой контроль, переходят на следующую станцию.

## 5. СОСТАВЛЕНИЕ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО ПЛАНА

При тахеометрической съемке топографический план создается камеральным путем. Размер рамки для планов масштаба 1:500 принят 50\*50см. План составляют в масштабе 1:500 и оформляют в соответствии с «Условными знаками для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500».

Составление плана выполняют в следующем порядке:

- вычерчивание координатной сетки;
- построение точек по координатам;
- нанесение ситуации и местности на план;
- оформление топографического плана.

### 5.1. Вычерчивание координатной сетки

Координатную сетку строят на листе чертежной бумаги А1, стороны сетки принимают равными 10\*10см. Координатную сетку получают путем ее переноса со стандартных сеток, изготовленных на картографической пленке, через световой стол.

Правильность построения координатной сетки контролируют путем измерения циркулем-измерителем диагоналей всех квадратов сетки. Ошибки в длинах диагоналей не должны превышать 0.2 – 0.3 мм.

#### 5.1.1. Построение пунктов съёмочного обоснования по координатам

Для построения пунктов съёмочного обоснования по координатам в масштабе 1:500 сетку координат оцифровывают через 50 м. За начало координат принимают юго-западный угол рамки. От него к северу надписывают абсциссы X, к востоку – ординаты Y. Координаты юго-западного угла плана выбирают так, чтобы тахеометрический ход разместился примерно в середине листа. Построение каждой точки съёмочного обоснования производят с помощью циркуля-измерителя и

масштабной линейки. Вначале определяют, в каком квадрате сетки располагается данная точка. Затем значение абсциссы откладывают по обеим сторонам квадрата и соединяют тонкой прямой линией. На этой линии откладывают значение ординаты  $Y$ . Полученную точку обводят условным знаком (кружочком), рядом надписывают номер пункта планово-высотного хода и его отметку до 0.01 м (справа от пункта).

Построение пунктов съемочного обоснования обязательно контролируют. Для этого значение горизонтального проложения между двумя точками циркулем-измерителем откладывают на масштабной линейке и сравнивают с расстоянием между соответствующими точками на плане. Допустимое расхождение этих величин не должно быть более  $\pm 0.5$  мм.

### **5.2. Нанесение ситуации и рельефа местности на план**

Ситуацию наносят на план по данным журнала тахеометрической съемки и абрисов. Съемочные пикеты наносят на план по горизонтальному углу и горизонтальному проложению. Горизонтальные углы откладывают при помощи кругового транспортира от начального направления, а горизонтальные проложения – циркулем-измерителем по линейке. Справа от полученной точки подписывают отметку съемочного пикета до 0.1 м, слева – ее номер. Руководствуясь абрисом и подписями, сделанными в примечаниях тахеометрического журнала, рисуют условными знаками элементы ситуации. Виды угодий пока обозначают надписями. По отметкам точек проводят горизонтали с сечением рельефа через 1 м. Интерполирование горизонталей выполняют по тем направлениям, которые указаны в абрисе.

Окончив составление ситуации и рельефа на станции, приступают к нанесению съемочных пикетов следующей станции.

Составленный план представляют на просмотр преподавателю. После просмотра и проверки по указанию преподавателя план оформляют.

### **5.3. Оформление топографического плана**

Порядок оформления следующий:

1) Пункты опорной геодезической сети, пункты съемочной сети, характерные высотные точки, ориентиры и местные предметы.

2) Гидрографическая сеть, урезы воды, подписи, относящиеся к гидрографии.

3) Населенные пункты.

4) Элементы линейной протяженности (границы контуров, дорожная сеть, электролинии, телефонные линии и др.)

5) Рельеф. При этом выделяют утолщенные горизонталы, расставляют бергштрихи, размещают надписи горизонталей, кратные 5 м, вычерчивают формы рельефа, не выражающиеся горизонталями (обрывы, ямы, скалы и др.).

6) Почвенно-растительный покров (виды угодий, которые ранее подписывались, теперь вычерчивают условными знаками).

7) Рамка и зарамочное оформление.

Во избежание пропусков после оформления план тщательно корректируют. Без разрешения преподавателя не следует стирать с плана съемочные пикеты. Все оформление выполняется в соответствии с «Условными знаками для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500».

Перечень сдаваемых материалов: журнал тахеометрической съемки, абрисы для каждой станции, топографический план.

## **6. ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ ПО ОСИ ТРАССЫ**

Назначение нивелирования по оси трассы - определение отметок точек местности и построение профиля оси будущего инженерного сооружения.

Работы по нивелированию трассы состоят из следующих этапов:

- рекогносцировка трассы;
- разбивка пикетажа и поперечных профилей;
- нивелирование по оси трассы и по поперечным профилям;
- камеральная обработка результатов нивелирования;
- построение профиля;
- проектирование по профилю.

Инструменты и принадлежности для выполнения работы: нивелир Н-3 со штативом, две рейки, мерная лента, шпильки, колья или штыри для закрепления пикетов, молоток, нивелирный журнал, пикетажный журнал, карандаши.

### **6.1. Рекогносцировка трассы**

Трассу выбирают с учетом следующих условий: число поворотов трассы должно быть минимальным, стороны трассы должны проходить на местности по возможности с малыми углами наклона.

В процессе рекогносцировки закрепляют вершины углов поворота (ВУ).

### **6.2. Разбивка пикетажа по трассе и поперечных профилей**

Стороны трассы измеряют стальной лентой (шпагатом), отмечая на трассе штырями или кольшками пикеты – точки, отстоящие одна от другой на 100м. Для трасс, проходящих по участкам со сложным рельефом, пикеты могут разбиваться через 50м.

Количество пикетов на бригаду – 12, количество поперечников – 2.

Если угол наклона местности больше  $2^\circ$ , то расстояние между пикетами увеличивают на величину поправки за наклон. Около каждого пикета забивают сторожок – кол или штырь с табличкой, на котором пишут номер пикета и номер бригады.

Расстояние до плюсовых точек, намечаемых на перегибах местности и пересечении трассы с дорогами и ЛЭП, измеряют от младшего пикета и

отмечают сторожками, например ПК 5 + 65.0 (рис. 6.1).

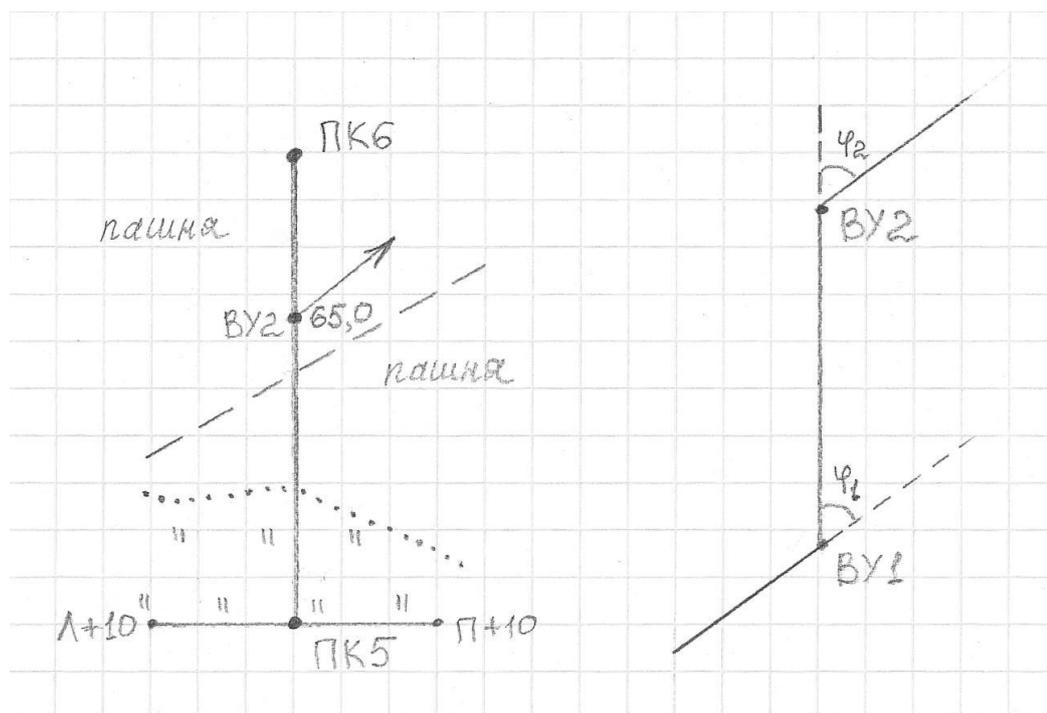


Рис. 6.1 Пикетажный журнал

Разбивают поперечные профили. Для этого перпендикулярно к оси трассы измеряют расстояние от оси трассы влево и вправо до точек перегиба местности. Концы поперечного профиля и точки перегиба отмечают сторожками, на которых надписывают расстояния от оси трассы с добавлением буквы Л (влево) или П (вправо) от оси трассы, например, Л+10.0 или П+5.0. Началом поперечного профиля может быть пикет или плюсовая точка. Его длину принимают по указанию преподавателя (10-20м).

В процессе разбивки пикетажа ведут пикетажный журнал (рис. 6.1), в котором в масштабе 1:1000 показывают ось трассы, пикеты, плюсовые точки, поперечные профили, углы поворота, направление поворота трассы (стрелкой), на глаз зарисовывают контуры местности в полосе шириной по 20м в обе стороны от оси трассы.

### 6.3. Нивелирование по оси трассы и по поперечным профилям

После выполнения проверок нивелира, результаты которых записывают на первой странице журнала, приступают к нивелированию по пикетажу.

Нивелирование выполняют способом «из середины». Нивелирный ход привязывают к ближайшему реперу. На каждой станции хода две нивелирные точки являются связующими, с их помощью передают высоты по ходу. Остальные точки называются промежуточными. Как правило, связующими точками являются пикеты. Если превышение между пикетами больше длины рейки, то для передачи высот используют дополнительные связующие точки, называемые «икс» точками. «Икс» точки закрепляют кольшками или штырями. Между смежными пикетами может быть несколько точек «икс», в зависимости от рельефа. В качестве «икс» точек можно использовать плюсовые точки. Примеры выбора станции и связующих точек показаны на рис. 6.2.

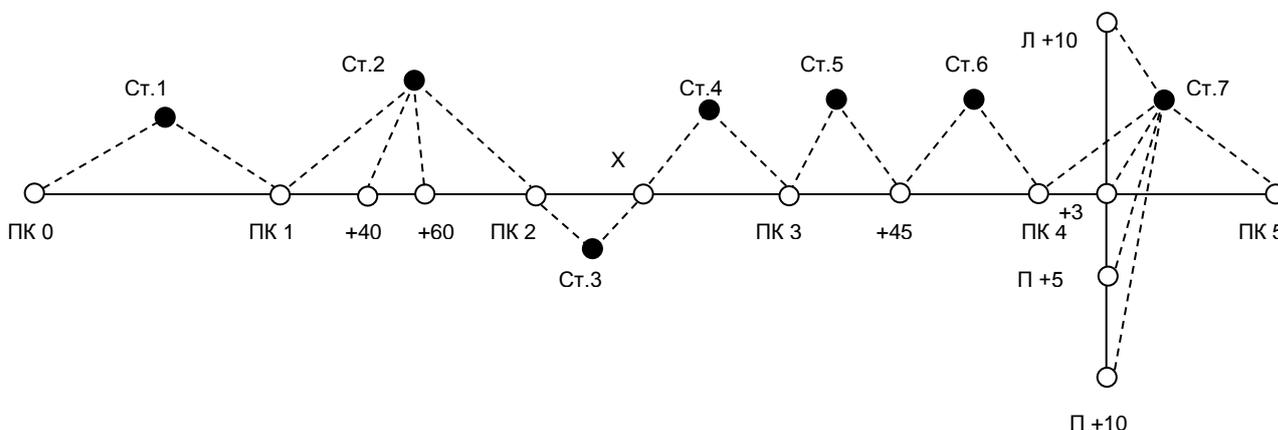


Рис. 1.12 Выбор станций при нивелировании трассы

#### 6.4. Работа на станции при нивелировании

Все записи при нивелировании ведут в полевом журнале карандашом. Работу на станции производят в следующем порядке. Нивелир устанавливают примерно на равном расстоянии от связующих точек. Равенство расстояний определяют на глаз. На связующих точках на кольшках устанавливают рейки.

Нивелир горизонтируют с помощью круглого уровня. Наводят трубу нивелира на заднюю рейку, совмещают элевационным винтом концы пузырька цилиндрического уровня и берут отсчет по черной стороне рейки (1). Порядок записей и вычислений показан в таблице 6. Поворачивают

рейку, проверяют точность совмещения концов пузырька цилиндрического уровня и берут отсчет по красной стороне (2). Затем нивелир наводят на переднюю рейку, обязательно совмещают элевационным винтом концы пузырька цилиндрического уровня и снова берут отсчеты по черной и по красной сторонам рейки (3), (4).

При нивелировании все отсчеты и превышения записывают в миллиметрах.

Если отсчет по рейке больше 1м, то рейку необходимо слегка покачивать вперед и назад. При этом в нивелир наблюдают и берут наименьший отсчет. Тут же на станции вычисляют превышения  $h$  по черной (5) и красной (6) сторонам реек по формуле:

$$h = З - П,$$

где З – отчет по задней рейке; П – отчет по передней рейке.

Эти превышения не должны отличаться более чем на 5мм. При большем расхождении нивелирование связующих точек повторяют, несколько изменив высоту инструмента.

ЖУРНАЛ НИВЕЛИРОВАНИЯ

Таблица 6

Прямой ход

Дата 27.07.02

Исполнитель Орлов

№№ станции и	Номер пикетов и промежут . точек	Отсчет по рейке			Превышения	
		задний	передни й	промежут .	+	-
1	2	3	4	5	6	7
1	0-1	1861(1 )	1363(3)		498(5)	
		6646(2 )	6146(4)		500(6)	
2	1-2	0430(1 )	0656(3)			226(5)
		5218(2 )	5440(4)			222(6)
	1+40.0			2530(8)		
	1+60.0			2340(9)		
3	2-x	2830	420		2410	
		7615	5202		2413	
4	x-3	2131	720		1411	
		6915	5509		1406	
5	3-3+45.0	2752	151		2601	
		7535	4942		2593	
Σ		43933	30549		13832	448
		+13384			+13384	
					+6692	

Среднее превышение		Горизонт инструмент а	Отметк и точек	Номера пикето в и пром. Точек	Примечани я
+	-				
8	9	10	11	12	13
+2 499(7)			127.115	0	
		128.046	127.616	1	
	+2 224(7)				
			125.516	1+40.0	
			125.706	1+60.0	
			127.394	2	
+2 2412					
+2 1408					
			131.218	3	
+1 2597			133.816	3+45.0	
6916	224				
+6692					

Вычислил Петров



Если разность превышений, вычисленных на станции, не превосходит допуск, то вычисляют среднее превышение (7) до целых мм и записывают в графе 8 или 9.

Одновременно с нивелированием связующих точек нивелируют плюсовые точки и точки поперечного профиля. Для этого после вычисления среднего превышения на станции рейку с задней связующей точками и точки поперечного профиля, устанавливают ее на землю у сторожков нулем вниз, берут по одному отсчету только по черной стороне рейки и записывают отсчет в графу 5 (8), (9).

После этого задний реечник переходит на следующую связующую точку, а передний остается на предыдущей связующей точке, наблюдатель переходит и выбирает следующую станцию. Если в районе трассы есть только один репер, к которому будет привязываться трасса, то для контроля нивелирования студенты на практике прокладывают обратный нивелирный ход, начиная нивелирование с последнего пикета. В обратном ходе нивелируют только связующие точки. Если есть возможность привязать последний пикет к реперу, то обратный ход не прокладывают.

Все записи в журнале должны быть выполнены аккуратно, без подчисток и исправлений. Неправильные записи зачеркивают, а в примечаниях пишут причину зачеркивания.

В полевом журнале дают схему привязки (рис. 6.3) и делают полевую привязку. Для этого выполняют нивелирование от репера до ПКО в прямом и обратном направлениях, вычисляют среднее превышение  $h_{cp}$ .

Решают привязку, т.е. вычисляют отметку ПКО ( $H_{пко}$ ) по формуле:

$$H_{пко} = H_{Rp} + h_{cp}$$

$$h_{cp} = \frac{h_{пр} + h_{обр}}{2}$$

если привязка сделана по схеме (а).

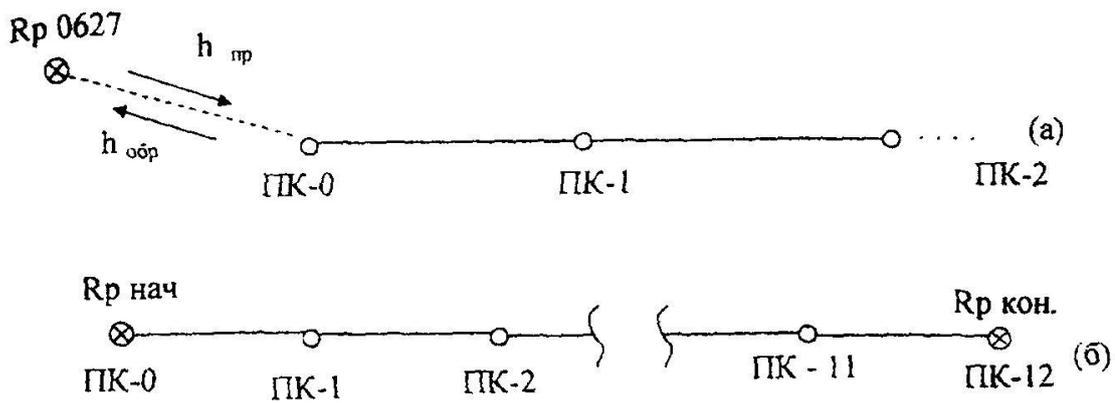


Рис. 6.3 Схемы привязки нивелирного хода: (а) – висячий ход, (б) – разомкнутый ход

### 6.5. Камеральная обработка результатов нивелирования

Камеральную обработку производят в таком порядке:

- обработка нивелирного журнала;
- построение профиля;
- проектирование по профилю.

#### 6.5.1. Обработка нивелирного журнала

Для проверки правильности записей и вычислений в журнале производят постраничный контроль по формуле:

$$\sum 3 - \sum \Pi = \sum h.$$

Для этого на каждой странице журнала находят: суммы отсчетов  $\sum 3$ ,  $\sum 4$  по графам 3, 4; суммы превышений  $\sum 6$ ,  $\sum 7$ ,  $\sum 8$ ,  $\sum 9$  по графам 6, 7, 8, 9 (Таблица 6). Вычисляют величины:

$$\sum 3 - \sum 4; \sum 6 + \sum 7; \sum 8 + \sum 9.$$

Соблюдение равенств:

$$\sum 3 - \sum 4 = \sum 6 + \sum 7; \frac{\sum 6 + \sum 7}{2} = \sum 8 + \sum 9,$$

показывает, что вычисления на данной странице сделаны верно. Аналогично производят контроль и на следующих страницах журнала. Суммируя величины  $(\sum 8 + \sum 9)$  отдельно по прямому и обратным ходам,

получают суммарное превышения  $\sum h_{\text{прям}}$  – прямого и  $\sum h_{\text{обр}}$  обратного ходов. Сумма величин  $\sum h$  прямого и обратных ходов дает невязку  $f_h$ :

$$f_h = \sum h_{\text{прям}} + \sum h_{\text{обр}}$$

Если ход пройден точками с известными отметками  $H_{\text{НАЧ}}$  и  $H_{\text{КОН}}$  (Рис. 6.3(б)), невязку вычисляют по формуле:

$$f_h = \sum h_{\text{ср}} - (H_{\text{КОН}} - H_{\text{НАЧ}}).$$

Допустимое значение невязки вычисляют по формуле:

$$f_{h_{\text{доп}}} = \pm \sqrt{L(\text{км})} \text{ мм},$$

где  $L$  – длина хода (в километрах) от начального до конечного пикета. Вычисляют невязку в полевом журнале, на чистой странице.

Если полученная невязка больше допустимой, то нивелирный ход переделывают. Если полученная невязка допустима, то в случае (а) половину ее распределяют с обратным знаком поровну в превышения прямого хода, округляя при этом поправки до целых километров. Во втором случае (б), вся невязка распределяется поровну с обратным знаком на превышения между связующими точками. Поправки в превышениях  $\delta_h$  вычисляют по формуле:

$$\delta_h = -\frac{f_h}{n}$$

где  $n$  – число превышений.

Записывают поправки над средними превышениями в полевом журнале. Исправленные превышения определяют по формуле:

$$h_l = h_{\text{ср}} + \delta_{hl}.$$

Из привязки хода к реперу вычисляют отметку нулевого пикета  $H_{\text{ПКО}}$  (в нашем примере  $H_{\text{ПКО}} = 127,115$  м). Записывают ее в графе (II) напротив нулевого пикета(0).

Зная эту отметку и исправленные превышения, последовательно вычисляют отметки связующих точек по всему ходу:

$$H_1 = H_0 + h_1, H_2 = H_1 + h_2 \dots$$

Получив отметку последнего пикета  $H_k$ , проверяют правильность вычислений по формуле:

$$H_{\text{КОН}} - H_{\text{НАЧ}} = \sum h - \frac{f}{2} (a) \text{ или } H_{\text{КОН}} - H_{\text{НАЧ}} = \sum h - f_h (б).$$

Вычисления в журнале заканчивают нахождением отметок промежуточных точек. Их вычисляют через горизонт инструмента ГИ. Горизонтом инструмента называют отметку визирного луча нивелира на данной станции. ГИ вычисляют по формуле:

$$\text{ГИ} = H + a,$$

где  $H$  – отметка связующей точки на данной станции;  $a$  – отсчет по черной стороне рейки на этой точке.

*Пример:* Для станции 2 в таблице 6:

$$\text{ГИ} = H_1 + a_1,$$

$$H_{\text{ПК1}} = 127.616 \text{ м}, a_1 = 0430 \text{ мм} - \text{отсчет на ПК1},$$

ГИ = 128.046 м (записывают в графу 10 напротив станции 2).

Отметки промежуточных точек  $H_{\text{ПРОМ}}$  находят вычитанием промежуточных отсчетов по рейке «с» из горизонта инструмента:

$$H_{\text{ПРОМ}} = \text{ГИ} - c$$

На этой же станции находим:

$$H_{\text{ПК1}+40.0} = 128.046 - 2.530 = 125.516 \text{ м},$$

$$H_{\text{ПК1}+60.0} = 128.046 - 2.340 = 125.706 \text{ м}.$$

### **6.5.2. Построение профиля трассы**

По вычисленным отметкам пикетов, плюсовых точек и точек поперечного профиля на координатной бумаге строят продольный и поперечный профили местности по трассе. Масштабы построения:

- для продольного профиля: горизонтальный 1: 2000, вертикальный 1:200;
- для поперечного профиля: горизонтальный 1: 200, вертикальный 1:200.

Последовательность построения профиля приведена ниже.

Первоначально вычерчивают сетку профиля. Название граф и размеры

в миллиметрах показаны на рис. 6.4.

В графе «Расстояния» отмечают положения пикетов и плюсовых точек, выписывают расстояния между плюсовыми точками и пикетами. «Икс» точки не строят. Ниже этой графы выписывают номера пикетов.

Пользуясь пикетажным журналом, заполняют графу «План трассы», в которой показывают:

- а) ось в виде прямой линии красного цвета;
- б) ситуацию (по результатам съемки полосы местности) соответствующими условными знаками.

В графу «Фактические отметки» выписывают из журнала нивелирования отметки всех пикетов и плюсовых точек с округлением до 0.01 м.

Выбирают и надписывают отметку условного горизонта, которая должна быть на 5-8 метров меньше самой низкой отметки по трассе.

В системе прямоугольных координат, где линия условного горизонта – ось расстояний, а вертикальная линия, проходящая через нулевой пикет – ось отметок, строят положение всех пикетов и плюсовых точек.

Полученные точки соединяют прямыми линиями и получают продольный профиль местности по оси трассы. Все построения выполняют карандашом.

Над точками продольного профиля, которые служили началом поперечных профилей, строят сетки поперечных профилей (рис. 6.4).

Заполняют графы «Расстояния» и «Фактические отметки» так же, как это делалось при построении продольного профиля. Под сеткой надписывают пикетажные обозначения точек поперечного профиля.

Выбрав условный горизонт, строят положение точек поперечного профиля. Соединив полученные точки, получают поперечный профиль местности.



инженерных задач.

### 6.5.3. Проектирование по профилю

На практике по продольному профилю студенты проводят проектную линию, которая будет являться профилем оси будущего инженерного сооружения (дороги, канала и т.д.). Проектную линию намечают графически с учетом следующих требований:

- уклоны участков проектной линии не должны превышать допустимых значений (предельный уклон задается преподавателем);
- объем земляных работ должны быть минимальным;
- объемы насыпей и выемок должны быть примерно одинаковы, т.е. на профиле должно соблюдаться примерное равенство площадей насыпей и выемок;
- шаг проектирования принимают от 100 до 600 м;
- измерение уклона проектной линии можно производить на пикетах или плюсовых точках.

Проектная отметка ПК0 задается преподавателям или принимается равной фактической отметке этого пикета.

На рис. 6.4 проектная отметка ПК0  $H_0=125.60$  м. участков проектной линии с разными уклонами намечено три: длиной 200, 145 и 155 м; измерение уклона проектной линии предусмотрено в двух точках: на ПК2 и на плюсовой точке ПК3+45.0 расчет и вычерчивание проектной линии производится в следующем порядке:

По профилю определяют приближенно (с точностью 0.1 мм в вертикальном масштабе профиля) проектные отметки точек перелома и конца проектной линии:

$$H_2 = 127.4\text{м}; H_{3+45.0} = 133.8\text{м}; H_5 = 137.4\text{м}.$$

Вычисляют превышения по участкам проектной линии:

$$h_1 = H_2 - H_0 = +1.8\text{м};$$

$$h_2 = H_{3-45.0} - H_2 = +6.4\text{м}$$

$$h_3 = H_5 - H_{3+45.0} = +3.6\text{м}.$$

вычисляют уклоны  $i$  – отношения превышений  $h$  к горизонтальным проложениям участков проектной линии  $d$ :

$$i = \frac{h}{d}.$$

$$i_1 = \frac{1,8}{200} = +0.009;$$

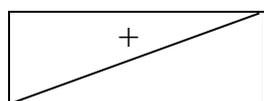
$$i_2 = \frac{6,4}{145} = +0.045;$$

$$i_3 = \frac{3,6}{155} = +0.023.$$

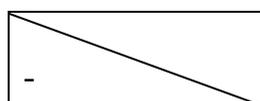
Полученные уклоны округляют до 0.001 и выписывают в графу «Проектные уклоны» продольного профиля.

Все данные проектирования наносят на профиль красным цветом.

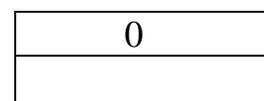
Под выписанными уклонами проводят линии (с подъемом (а), спуском (б) или горизонтальные (с) – в зависимости от знака уклона). Под линиями выписывают длины участков проектной линии.



(а)



(б)



(с)

По значениям округленных уклонов вычисляют и выписывают в соответствующую графу продольного профиля проектные отметки концов участков проектной линии по формуле:

$$H_{n-1} = H_n + i * d.$$

Для нашего примера:

$$H_2 = 125.60 + 0.009 * 200 = 125.60 + 1.80 = 127.40\text{м}$$

$$H_{3-45} = 127.40 + 0.45 * 145 = 127.40 + 6.52 = 133.92\text{м}$$

$$H_5 = 133.92 + 0.023 * 155 = 133.92 + 3.56 = 137.46\text{м}$$

На профиле уточняют по вычисленным отметкам положение точек перелома и конца проектной линии, соединяют полученные отрезки линиями и получают проектный профиль оси будущего инженерного сооружения.

Вычисляют и выписывают проектные отметки всех остальных пикетов и плюсовых точек трассы по той же формуле (здесь « $d$ » - это расстояние между пикетами, или расстояние от пикета до плюсовой точки).  $H_1 = H_0 + i * 100 = 126.50\text{м}$ ,  $H_{1-40} = H_1 + i * 40 = 126.86\text{ м}$ . Контролем вычислений служат выписанные проектные отметки конца участков проектной линии.

Вычисляют рабочие отметки как разности проектных и фактических отметок соответствующих точек профиля. Рабочие отметки выписывают около проектной линии: положительные (высота насыпи) – выше, а отрицательные (глубина выемки) – ниже проектной линии.

В заключении по вычисленной отметке точки оси поперечного профиля наносят положение проектной линии на поперечном профиле. Над проектной линией выписывают ее отметку. Проектную линию наносят горизонтально, по 10м влево и вправо от оси трассы. Показывают кюветы (если линия идет в выемке) и откосы (если линия идет по насыпи). Уклон откосов и бортов канав  $45^\circ$ , ширина дна кювета – 0.6 м. Над продольным профилем вычерчивают штамп.

Перечень сдаваемых материалов: отчет по нивелированию (раздел в общем отчете по практике), пикетажный журнал, журнал нивелирования, профиль местности по оси трассы.

## 7. ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

На геодезической практике студенты выполняют следующие инженерно-геодезические задачи:

- вынос в натуру точки с заданными координатами;
- вынос на местность точки с заданной отметкой;
- вынос в натуру линии с заданным уклоном.

Проектные данные для выполнения этих задач (отметки, длины линий, уклон, координаты) задает преподаватель.

Подготовительные работы для решения инженерно-геодезических задач выполняются по топографическому плану масштаба 1:500, составленному студентами по результатам тахеометрической съемки.

Вынос проекта в натуру (геодезические разбивочные работы) осуществляются от имеющихся на участке пунктов геодезической сети с использованием следующих геодезических приборов: теодолита Т-30, нивелира Н-3 или Н-10, мерной ленты, рулетки.

### 7.1. Элементы геодезических разбивочных работ

Разбивочные работы можно представить как совокупность отдельных простых операций. Рассмотрим основные из них.

#### *7.1.1. Вынос в натуру проектного горизонтального угла*

Над вершиной угла  $O$  устанавливают теодолит и ориентируют его лимб вдоль заданного направления  $OA$ . Вращением алидады откладывают проектный угол  $\beta$  и по направлению визирной оси трубы забивают колышек  $C_1$ . Для исключения влияния коллимационной ошибки проводят трубу через зенит и откладывают величину угла  $\beta$  при другом положении вертикального круга, забивают колышек в точке  $C_2$ . Расстояние  $C_1-C_2$  делят пополам, полученный угол  $AOC$  и будет проектным углом. После построения проектного угла производят контрольные измерения этого угла.

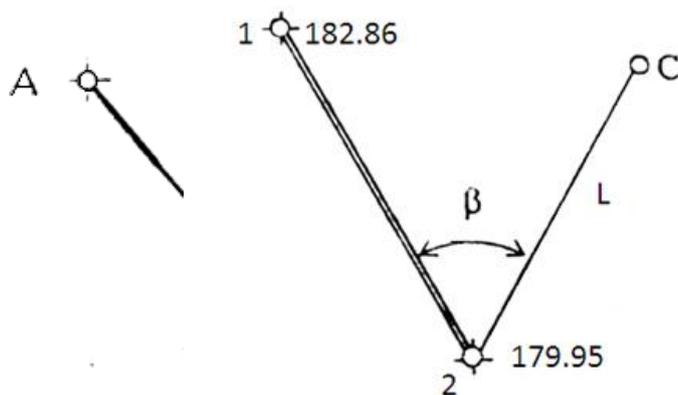


Рис 7.1 Построение на местности проектного горизонтального угла

### 7.1.2. Вынос в натуру проектного расстояния

Для выноса проектного расстояния по заданному направлению мерной лентой откладывают наклонную длину, конец линии закрепляют кольшком. Для контроля длину линии измеряют второй раз – обратно. Наклонное проектное расстояние находят по формуле:

$$L = \sqrt{D^2 + h^2},$$

где  $D$  – горизонтальное проложение линии, м;  $h$  – превышение между точками концами линии, м.

$D$  и  $h$  определяют по топографическому плану.

### 7.2. Вынос в натуру точки с заданными координатами (полярным способом)

На топографическом плане запроектирована буровая скважина (С), которую необходимо вынести в натуру от ближайших пунктов геодезической сети (в примере пункты 1 и 2 на рис. 7.2).

Рис. 7.2 Схема выноса в натуру запроектированной точки

Прямоугольные координаты и отметки пунктов геодезической сети 1 и 2 выписывают из ведомостей вычисления координат и высот точек съемочного обоснования, а координаты и отметку точки С студенты определяют графически с топографического плана (таблица 7).

Таблица 7

Исходные данные

	X	У	Н
1	3833.62	2950.42	182.86
2	3771.20	2838.80	179.95
С	3764.42	2858.20	184.50

Для переноса запроектированной точки в натуру применим способ полярных координат.

Вначале выполняют геодезическую подготовку проекта. Для этого необходимо вычислить разбивочные элементы, т.е. полярный угол  $\beta$  и полярное расстояние L по формулам:

$$\beta = \alpha_{2-C} - \alpha_{2-1},$$
$$r(\alpha_{2-C}) = \operatorname{arctg} \frac{Y_C - Y_2}{X_C - X_2},$$
$$r(\alpha_{2-1}) = \operatorname{arctg} \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2},$$

$$L = \sqrt{D^2 + h^2}, D_{2-C} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}, h = H_C - H_2,$$

где  $X_1, X_2, Y_1, Y_2$  – прямоугольные координаты исходных пунктов;  $X_C, Y_C$  – прямоугольные координаты запроектированной точки С;  $H_2, H_C$  – отметки точек 2 и С;  $D_{2-C}$  – горизонтальное проложение линии 2 – С;  $L$  – наклонное проектное расстояние от пункта 2 до точки С;  $\alpha_{2-C}, \alpha_{2-1}$  – дирекционные углы линий 2-С и 2-1.

В нашем примере:

$$r(\alpha_{2-1}) = \arctg \frac{2950.42 - 2838.80}{3833.62 - 3771.20} = \arctg \frac{+111.62}{+62.42} = 1.78821 (1 - \text{я четверть}),$$

$$r(\alpha_{2-1}) = \alpha_{2-1} = 60^\circ 47' 07'',$$

$$r(\alpha_{2-C}) = \arctg \frac{2858.20 - 2838.80}{3764.42 - 3771.20} = \arctg \frac{+19.40}{-6.78} = 2.86136 (2 - \text{я четверть}),$$

$$r_{2-C} = 70^\circ 44' 10'',$$

$$\alpha_{2-C} = 180^\circ - 70^\circ 44' 10'' = 109^\circ 15' 50'',$$

$$\beta = 109^\circ 15' 50'' - 60^\circ 47' 07'' = 48^\circ 28' 43'',$$

$$D_{2-C} = \sqrt{19.40^2 + 6.78^2} = 20.55 \text{ м},$$

$$h = 184.50 \text{ м} - 179.95 \text{ м} = 4.55 \text{ м},$$

$$L = \sqrt{20.55^2 + 4.55^2} = 21.05 \text{ м}.$$

Затем составляют разбивочный чертеж в масштабе топографического плана, на котором запроектирован объект (рис. 7.3).

На разбивочный чертеж наносят: пункты геодезической сети (1, 2); величины углов и линий, которые необходимо отложить на местности от исходных пунктов до проектированной точки.

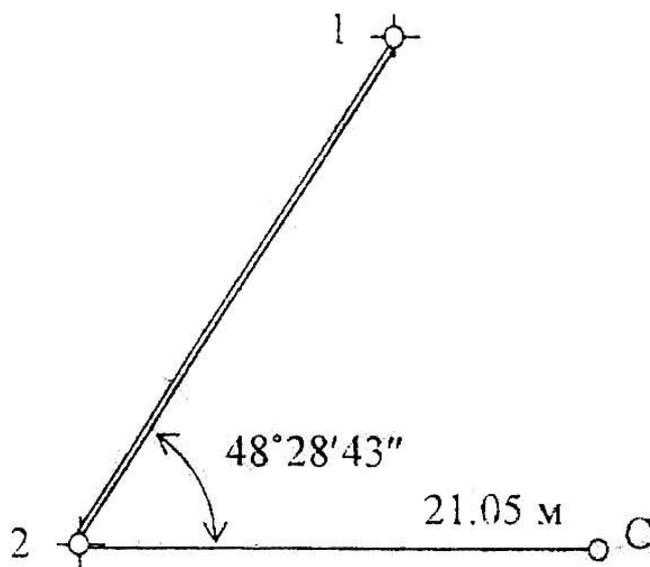


Рис. 7.3 Разбивочный чертеж

На местности в точке 2 устанавливают теодолит и способами изложенными выше (7.1.1, 7.1.2), отмеряют величины, указанные на разбивочном чертеже. Для контроля можно вычислить полярные координаты точки С от пункта 1.

### 7.3. Вынос в натуру точки с заданной отметкой

От пункта геодезической сети А с отметкой  $H_0=49.347\text{м}$  необходимо вынести на местность точку В с проектной отметкой  $H_{пр}=48.000\text{м}$ . Сначала точку В выносят и закрепляют на местности в соответствии с ее плановым положением.

Для выноса проектной отметки в точке В между исходной точкой А и проектной точкой В устанавливают нивелир (рис. 1.18).

Установив рейку на т. А, берут по ней отсчет «а» (пусть  $a = 0.572\text{м}$ ).

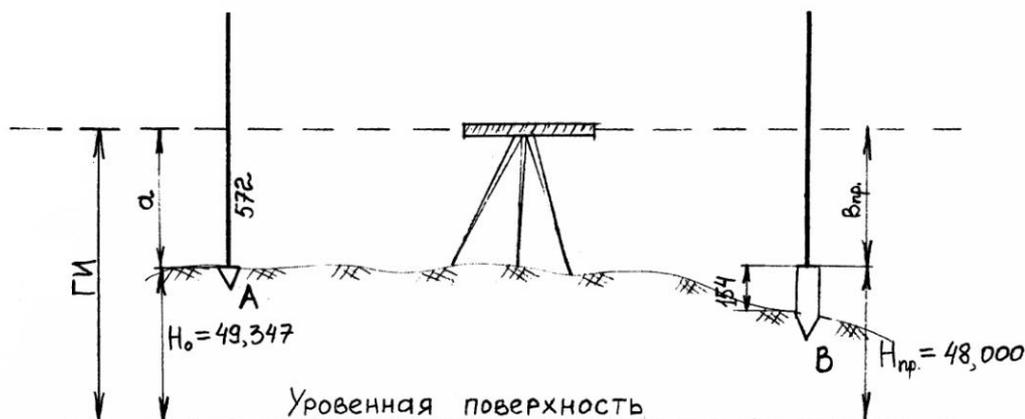


Рис. 7.4 Вынос в натуру точки с проектной отметкой

Определяют горизонт инструмента (ГИ) по формуле:

$$\text{ГИ} = H_0 + a = 49.347 + 0.572 = 49.946 \text{ м.}$$

Вычисляют проектный отсчет по рейке  $v_{\text{пр}}$ , соответствующий проектной отметке точки В.

$$v_{\text{пр}} = \text{ГИ} - H_{\text{пр}} = 49.946 \text{ м} - 48.000 \text{ м} = 1946 \text{ мм.}$$

Затем, наблюдая в трубу нивелира по рейке установленной в точке В, забивают колышек на такую глубину, чтобы отсчет по рейке, установленной пятой на колышке, был равен вычисленному значению «в пр» = 1946 мм.

Допустим, отсчет по рейке в т. В равен 2100 мм, тогда  $2100 - 1946 = 154$  мм, это величина, на которую надо приподнять колышек, чтобы получить проектную отметку, соответствующую верху колышка.

#### 7.4. Вынос в натуру линии с проектным уклоном

От пункта геодезической сети А с отметкой  $H_0 = 50.20$  м (рис 7.5(a)) требуется разбить линию длиной  $D = 30$  м с уклоном  $i = 0.040$ .

Проектное направление линии выносят на местность, закрепляют точками, расположенными через 10 м (1, 2, В).

Вычисляют проектные отметки точек 1, 2, В по формуле:

$$H_{\text{пр}} = H_0 + i * d,$$

где  $H_{\text{пр}}$  – проектная отметка точки, закрепленной на линии АВ;  $i$  –

проектный уклон;  $d$  - расстояние от исходной точки А до определенной точки.

$$H_{\text{пр1}} = 50.20 + 0.040 \cdot 10 = 50.20 + 0.04 = 50.24 \text{ м.}$$

$$H_{\text{пр2}} = 50.20 + 0.040 \cdot 20 = 50.20 + 0.08 = 50.28 \text{ м.}$$

$$H_{\text{прВ}} = 50.20 + 0.040 \cdot 30 = 50.20 + 0.12 = 50.32 \text{ м.}$$

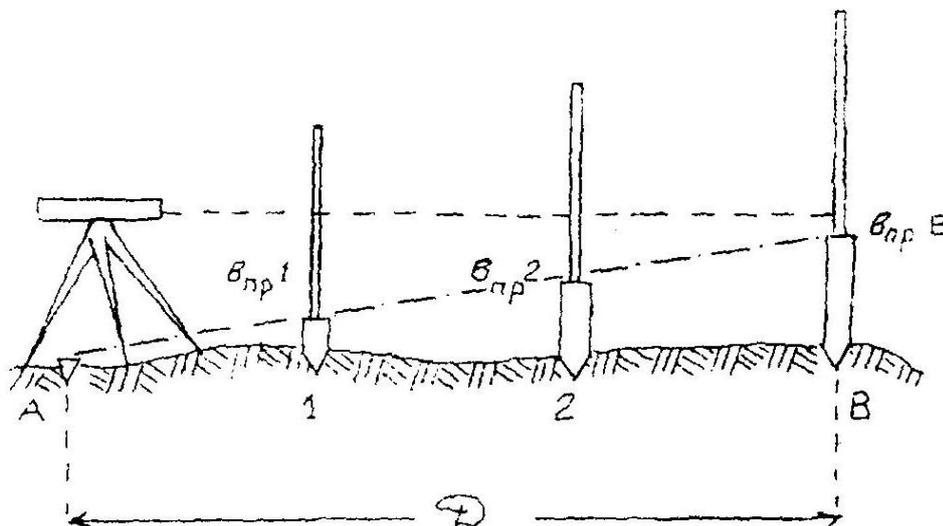


Рис. 7.5 (а). Построение заданного уклона

Вычисленные проектные отметки точек 1, 2, В выносят в натуру изложенным выше способом. На рис. 7.5 (а)  $v_{\text{пр1}}$ ,  $v_{\text{пр2}}$ ,  $v_{\text{прВ}}$  – проектные отсчеты по рейке в точках 1, 2, В.

При другом способе разбивки проектного уклона подъемными винтами нивелира наклоняют трубу нивелира до тех пор, пока отсчет по рейке на вынесенной проектной точке В не станет равен высоте инструмента. В результате линия визирования будет параллельна линии заданного уклона. Промежуточные точки линии определяют установкой рейки в точках 1 и 2 и получением на них того же отсчета, что и на точке В (рис. 7.5 (б)).

Материалы, прилагаемые к отчету в главе «Инженерно-геодезические задачи».

В отчете по геодезической практике в главе «Инженерно-геодезические задачи» дается описание решения задачи, все вычисления по определению разбивочных элементов и разбивочные чертежи с указанием углов и длин,

которые необходимо отложить на местности от исходных пунктов до проектных точек; на топографическом плане бригады указывают проектные точки.

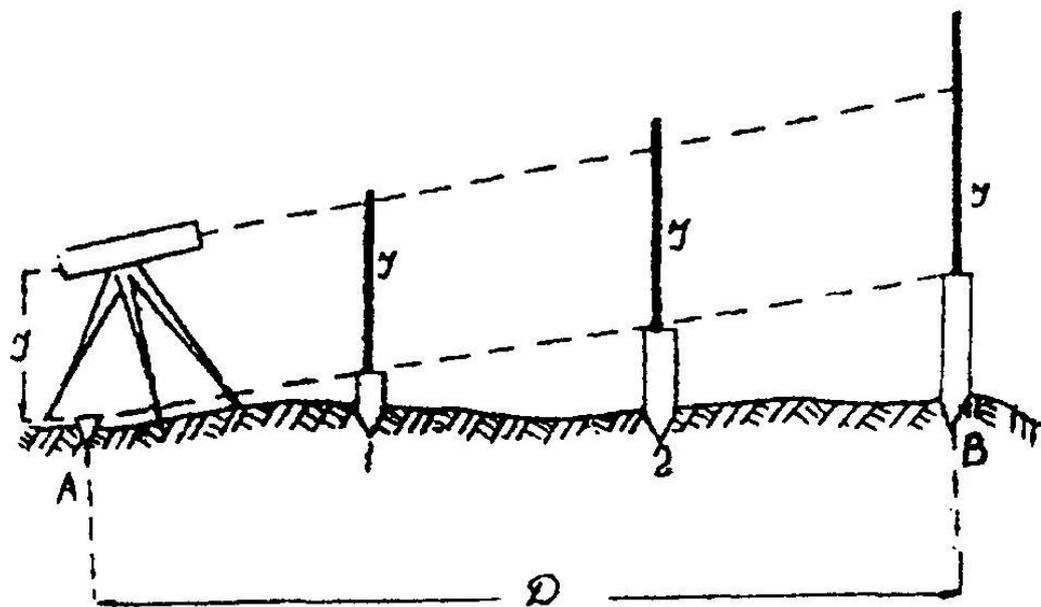


Рис. 7.5(б) Построение заданного уклона

## 8. ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА ПО ПРАКТИКЕ

По итогам геодезической практики студенты пишут бригадный отчет. Отчет оформляется на листах А-4. В отчете отражаются следующие вопросы:

- описание участка работ: местоположения, рельеф, растительность, гидрография, дорожная сеть, наличие населенных пунктов, промышленных предприятий и т.п.;

- виды геодезических работ, поверки приборов, камеральная обработка результатов полевых измерений, результаты и допуски;

- виды работ, выполненные отдельными студентами.

*Содержание отчета:*

1. Общие сведения
2. Физико-географическая характеристика района работ
3. Рекогносцировка местности и закладка центров
4. Поверки теодолита
5. Измерение горизонтальных и вертикальных углов и измерение расстояний
6. Вычисление координат и отметок съемочного обоснования
7. Тахеометрическая съемка
8. Поверки нивелира
9. Геометрическое нивелирование
10. Инженерно-техническое нивелирование по оси трассы
11. Решение инженерно-геодезических задач
12. Вычерчивание топографического плана

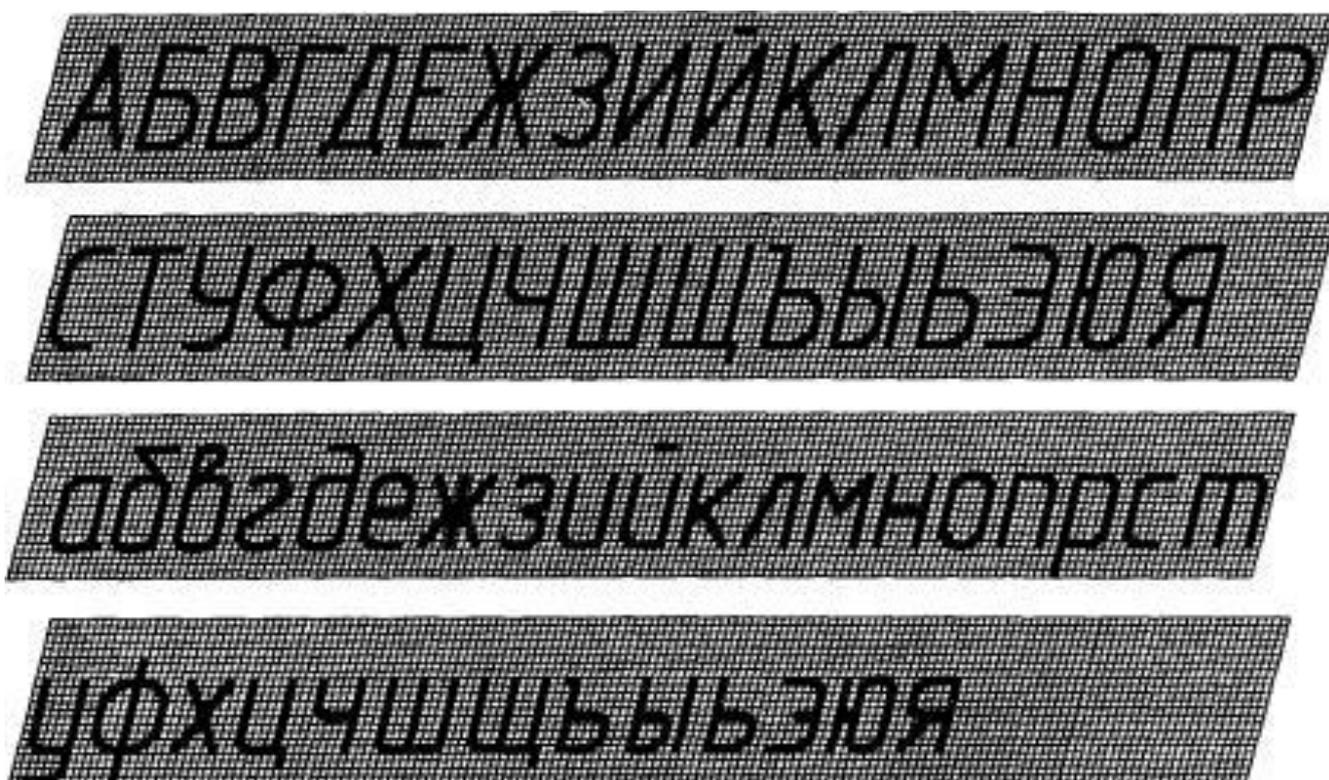
*К отчету прилагаются:*

1. Схема съемочного обоснования и привязки в произвольном масштабе (на схему выписывают средние значения измеренных углов и длин)
2. Журналы измерения углов и длин сторон
3. Ведомости вычисления отметок точек съемочного обоснования

4. Ведомость вычисления координат точек съемочного обоснования
5. Журнал тахеометрической съемки
6. Абрисы
7. Топографический план масштаба 1:500.
8. Пикетажный журнал
9. Журнал нивелирования
10. Профиль местности по оси трассы

*Стандартный шрифт*

*Стандартный шрифт (по ГОСТу 2.304-81 – чертежный шрифт) пишется от руки с наклоном 1:3. Применяется для ведения записей в журнале и оформления документации.*



*СХЕМА Профиль План*

*147°25' 638,9 70,241 139°57'*

*Студент Преподаватель*

## Вычислительный шрифт

Вычислительный шрифт имеет прямое начертание. Он применяется при полевых и вычислительных работах. Шрифт легко запоминается и читается, прост в исполнении.



Пирамида. Сигнал. Азимутный пункт. Широта и долгота.  
Наблюдение горизонтальных углов. Исправленные углы.

4 152	4 3175	9.175 371	3.323 715	4 252.62	3 189.14
2 245	11 657	7 963.57	152 343.5	1.569 145	2 356.16
250° 41'	24° 32'	293° 38' 45"	225° 49'	31° 53' 47"	15° 24'

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой минералогии,  
петрографии и геохимии

  
В.А.Коротеев

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ  
ПО УЧЕБНОЙ ПРАКТИКЕ ПО ПОЛУЧЕНИЮ ПЕРВИЧНЫХ  
ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ УМЕНИЙ И НАВЫКОВ, ч. 3**

Специальность:  
**21.05.02 Прикладная геология**

Специализация  
**Прикладная геохимия, минералогия, петрология**

форма обучения: очная

Автор: Душин В.А., профессор, д.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры  
Геологии, поисков и разведки МПИ  
(название кафедры)

Протокол № 184 от 17.04.2019  
(Дата)

Екатеринбург  
2019

## Содержание

	Стр.
Введение	3
1. Организация и методика проведения практики	-
1.1. Организационные вопросы	-
1.1.1. План проведения практики	-
1.1.2. Снаряжение учебных групп	4
1.1.3. Устройство и ликвидация лагеря	5
1.1.4. Правила техники безопасности при геологических исследованиях	-
1.2. Методические вопросы проведения практики	6
1.2.1. Рекогносцировочный этап практики	-
1.2.1.1. Методика проведения рекогносцировочных маршрутов	7
1.2.1.2. Составление отчета по рекогносцировочному этапу практики	-
1.2.1.2.1. Требования к составлению и оформлению отчета	-
1.2.1.2.2. Содержание разделов пояснительной записки	8
1.2.1.3. Аттестация студентов за рекогносцировочный этап практики	12
1.2.2. Площадная геологическая съемка	-
1.2.2.1. Составление опорной сети наблюдений	13
1.2.2.2. Изучение коренных пород	-
1.2.2.3. Изучение рыхлых отложений	14
1.2.2.4. Гидрогеологические наблюдения	-
1.2.2.5. Составление полевой документации	15
1.2.2.6. Составление коллекции горных пород, минералов и органических остатков	-
1.2.2.7. Эколого-геологические наблюдения	-
1.2.2.8. Составление отчета по площадной съемке	16
1.2.2.9. Аттестация работ по площадной съемке	17
2. Приемы полевых геологических наблюдений	-
2.1. Ведение полевой книжки	18
2.2. Работа с горным компасом	-
2.2.1. Устройство горного компаса	-
2.2.2. Понятие элементов залегания горных пород	19
2.2.3. Правила определения элементов залегания наклонных поверхностей	21
2.2.4. Определение превышений точек рельефа	22
2.2.5. Привязка точек наблюдения	23
2.3. Изучение обнажений горных пород	26
2.3.1. Типы обнажений горных пород	-
2.3.2. Привязка обнажений	-
2.3.3. Описание горных пород	27
2.3.4. Наблюдение структурных элементов	-
2.3.5. Отбор образцов горных пород	28

2.3.6.	Зарисовка обнажений	29
2.4.	Первичная обработка полевых материалов	33
2.4.1.	Обработка коллекций горных пород и корректура полевых книжек	-
2.4.2.	Обработка замеров ориентировки плоскостных структурных элементов	34
3.	Физико-географическая и геологическая характеристики Сухоложского района	35
3.1.	Физико-географический очерк	-
3.2.	История геологического изучения района	36
3.3.	Геологическое строение района	38
3.3.1.	Стратиграфия	-
3.3.1.1.	Палеозойская эратема	-
3.3.1.2.	Мезозойская эратема	42
3.3.1.3.	Кайнозойская эратема	44
3.3.2.	Интрузивные образования	51
3.3.2.1.	Среднеордовикские интрузии	-
3.3.2.2.	Раннеордовикские интрузии	-
3.3.2.3.	Среднедевонские интрузии	52
3.3.2.4.	Раннекаменноугольные интрузии	-
3.3.2.5.	Ранне-среднекаменноугольные интрузии	53
3.3.2.6.	Позднепермские-раннетриасовые интрузии	-
3.3.3.	Тектоника	-
3.3.4.	Гидрогеология	54
3.3.5.	Геоморфология	55
3.3.5.1.	Речные террасы	56
3.3.5.2.	Карстовые формы рельефа	57
3.3.6.	Полезные ископаемые	-
3.3.6.1.	Горючие полезные ископаемые	58
3.3.6.2.	Металлические полезные ископаемые	-
3.3.6.3.	Неметаллические полезные ископаемые	59
3.3.6.4.	Строительные материалы	-
3.3.6.5.	Подземные воды	-
3.4.	Экологическая характеристика района	-
	Рекомендуемая литература	62
	Приложение 1	63

## Введение

Учебно-методическая геологосъемочная практика студентов 2-го курса геологических и геофизических специальностей Института геологии и геофизики Уральского государственного горного университета проводится в Сухоложском районе Свердловской области в 120 км к востоку от г. Екатеринбурга. База практики расположена на правом берегу р. Пышмы в 500 м. ниже брода против села Рудянского.

В геологическом отношении район расположен на стыке складчатых структур Урала с горизонтально залегающими отложениями чехла Западно-Сибирской платформы, что позволяет познакомить студентов не только с палеозойскими образованиями Уральской складчатой системы, но и с мезозойскими и кайнозойскими отложениями платформенного чехла.

Учебная практика имеет целью закрепить теоретические знания полученные студентами при прохождении курсов структурной геологии и геологического картирования, минералогии, петрографии, палеонтологии и исторической геологии. Ее задачи сводятся к выработке у студентов навыков полевых геологических исследований, приобретаемых в процессе изучения и описания горных пород, руд, ископаемых остатков и дислокаций горных пород во время рекогносцировочных маршрутов по району практики и при самостоятельной геологической съемке.

Руководство практикой осуществляется коллективом кафедры геологии, поисков и разведки МПИ с привлечением преподавателей других кафедр ИГиГ УГГУ.

### 1. Организация и методика проведения практики

#### 1.1. Организационные вопросы

##### 1.1.1. План проведения практики

План проведения практики проводится в стенах университета. Не позднее одного месяца до начала практики проводится организационное (первое) собрание, на котором рассматривается состояние противознцифалитных прививок, представляются руководители групп, объявляется перечень продуктов, снаряжения, деталей экипировки, которые студенты должны взять на практику.

Во время второго организационного собрания студентам объявляются: сроки, задачи практики, место прохождения практики, порядок проезда до базы практики, проводится вводный инструктаж по охране труда, бытовой санитарии, и противопожарной безопасности.

Длительность практики составляет 4 недели и время, отводимое на проведение различных видов работы распределяется следующим образом:

Отъезд и устройство на базе	- 2 дня
Вводные установочные лекции и инструктаж по охране труда на рабочем месте	- 1 день
Рекогносцировочные маршруты студентов	- 8 дней
Камеральные работы и аттестация рекогносцировочного этапа практики	- 5 дней
Площадная геологическая съемка (с камеральными работами и защитой отчетов)	- 7 дней
Ликвидационные работы	- 1 день

Итого: 24 раб. дня (4 недели)

Цикл установочных лекций включает следующие темы:

1. Геологическое строение района практики.

2. Геоморфология и гидрогеология района практики.
3. Инструктаж на рабочем месте при устройстве полевого лагеря и проведении геологических исследований.

После чтения установочных лекций и инструктажа по охране труда при ведении полевых исследований студенты совместно с руководителем академической группы решают внутригрупповые организационные вопросы: разбиваются на бригады по 5-6 человек, договариваются о закупках продуктов, посуды и снаряжения, необходимого для полевой жизни. Группа обеспечивает себя билетами для проезда по железной дороге от ст. Свердловск до ст. Кунара. По прибытии на базу практики студентам отводится два дня (включая день прибытия) для устройства лагеря, организации быта и получения со склада полевого снаряжения и методической литературы. В конце второго дня проводится первое практическое занятие, во время которого студенты обучаются ориентировке на местности, измерению расстояний шагами, описанию обнажений горных пород.

Геологическая практика начинается с прохождения рекогносцировочных маршрутов, во время которых студенты знакомятся с геологическим строением района практики и с методикой описания естественных и искусственных обнажений горных пород, проявлений полезных ископаемых и керн буровых скважин, с методикой геоморфологических и гидрогеологических наблюдений.

После прохождения рекогносцировочных маршрутов каждая бригада составляет отчет, который включает общую характеристику геологического строения Сухоложского района. Отчет защищается перед комиссией, состоящей из преподавателей, находящихся на практике. Защитившие отчет, бригады приступают к проведению площадной и маршрутной съемок.

Практика считается пройденной после защиты отчетов по самостоятельным съемкам.

### **1.1.2. Снаряжение учебных групп.**

Обеспечение групп необходимым снаряжением и оборудованием проводится через старосту и бригадира. Староста получает на базе снаряжение, общее для всех групп: палатки, постельные принадлежности, лопаты, кайла, топоры. Бригадир получает снаряжение на бригаду: чертежные доски, планшеты, методическую литературу, молотки, компасы, лупы и различные графические материалы.

Каждая бригада должна заранее позаботиться о том, чтобы иметь набор цветных карандашей, тушь (красную, черную, синюю, зеленую), иметь ластик, транспортёр, рейсфедер, ручки ученические, линейки, угольники, тетрадь для написания отчета, фотоаппарат, пленки, фотобумагу и реактивы.

Каждая группа должна себя обеспечить посудой, необходимой для приготовления пищи на кострах, запасом продовольствия.

Студент должен быть экипирован применительно к работе в полевых условиях. Минимальный перечень необходимых вещей должен включать:

- костюм из плотной ткани для полевой работы;
- смену белья;
- обувь на рифленой резиновой подошве (туристические ботинки, кеды);
- хлопчатобумажные и шерстяные носки;
- легкую одежду для теплой погоды;
- теплую одежду для прохладной погоды (свитер, теплая кофта, телогрейка, вязаная шапочка);
- плащ и резиновые сапоги на случай непогоды;

- посуду (миску, ложку, кружку);
- туалетные принадлежности;
- складной нож;
- фонарик с запасом батареек;
- средство против комаров и клещей.

Снаряжение учебной группы и ее готовность к прохождению геологических маршрутов проверяется руководителем группы перед выходом в поле.

### **1.1.3. Устройство и ликвидация лагеря**

Каждая академическая группа несет полную ответственность за правильную организацию и оформление места своей стоянки. Основные требования, предъявляемые к полевому геологическому лагерю, сводятся к следующему:

- палатки ставятся выходом на подветренную сторону;
- вокруг палатки должна быть вырыта канавка для стока воды;
- пол в палатке должен быть покрыт специальными щитами, сделанными из досок, или устлан хвойными (или другими) ветками;
- костер должен располагаться с подветренной стороны на расстоянии не менее 10 м. От ближайшей палатки;
- за пределами лагеря должна быть вырыта яма для пищевых отходов и мусора;
- в обязанность группы входит сооружение своими силами обеденного стола с навесом от дождя;
- внутри палаток должна постоянно поддерживаться чистота и порядок.

По завершению практики лагерь должен быть ликвидирован. На территории бывшего лагеря наводится чистота. Колья, крепившие палатки, выдергиваются, все временные сооружения ликвидируются, ямы для пищевых отходов аккуратно засыпаются землей.

Прием убранной территории производится комиссией во главе с руководителем практики.

### **1.1.4. Правила техники безопасности при геологических исследованиях**

Перед выездом на практику все студенты должны сделать противозэнцефалитные прививки.

На базе практики, перед началом рекогносцировочных маршрутов проводится смотр готовности группы к полевым работам: просматриваются снаряжение, обувь, одежда и пр., а также проверяются знания студентами природных условий и правил безопасности производства полевых работ.

В процессе прохождения геологических маршрутов движение перемещающейся группы должно быть компактным, обеспечивающим постоянную видимость или голосовую связь между людьми на случай оказания им необходимой помощи.

В ясный день нельзя уходить в геологический маршрут не защищенным от солнечных лучей. Каждый бригадир обязан в маршруте иметь при себе индивидуальный санитарный пакет.

Во избежание укусов змей передвижение по базе и вне ее производить в обуви. Воду для питья и приготовления пищи брать только из указанных источников.

При передвижении на автомашине запрещается перегруз машины и превышение нормальных габаритов груза. Груз должен быть распределен равномерно; колющие и

режущие инструменты (топоры, вилы, колья) уложены на днище кузова и прочно закреплены; люди расположены с максимально возможными удобствами. Запрещается: стоять в кузове автомашины, сидеть на бортах, перемещаться без надобности, соскакивать и садиться на ходу, курить и т. д.

При передвижении по крутым скалистым откосам запрещается сбрасывать камни, отваливать без надобности неустойчивые глыбы и т.п. Хождение по крутым тропам и карнизам должно быть осторожным. Особое внимание следует обращать на выступающие камни, ветви деревьев, мешающие передвижению. При передвижении по осыпям всегда следует иметь в виду возможность внезапного срыва сверху камней.

При сильной грозе не рекомендуется находиться вблизи одиноких деревьев, а также у металлических матч, держать вблизи себя геологический молоток и прочие металлические предметы.

Отбивание образцов твердых горных пород геологическим молотком должно производиться с предосторожностями, исключая попадание осколков в лицо.

При проходке легких горных выработок запрещается раскачивать, сдвигать с места крупные валуны и нависшие камни. Во всех случаях работа должна производиться с помощью лома, кирки, лопаты таким образом, чтобы валун, глыба или отслоившийся пласт не могли причинить работающему травму.

Костры разрешается разводить только в защищенных местах, исключая возможность возникновения пожара. Место костра необходимо окапывать. После ухода с места стоянки костры должны быть потушены.

Купаться разрешается группами, не менее трех человек так, чтобы умеющие плавать вели наблюдение за купающимися. Категорически запрещается купание в ночное время.

Рекомендуется проводить взаимоосмотр ежедневно на предмет наличия клещей.

Руководство практик (группы) должно знать, где находятся люди, и ежедневно проверять их наличие в лагере. Все отлучки из лагеря или из маршрута должны производиться только с ведома и разрешения руководителя практики (группы).

В случае установления факта отсутствия в лагере по неизвестным причинам кого-либо из сотрудников и студентов или невозвращения группы из маршрута в контрольный срок, руководитель практики (группы) обязан немедленно принять розыскные или спасательные меры.

Только после проведения со студентами инструктажа по охране труда ведения полевых работ и при соответствующей экипировки студентов группа допускается к проведению полевых работ.

## **1.2. Методические вопросы проведения практики**

### **1.2.1. Рекогносцировочный этап практики**

Целью рекогносцировочного этапа практики является ознакомление студентов с главнейшими особенностями геологического строения района практики и привитие студентам навыков описания естественных и искусственных обнажений горных пород, производства геоморфологических и гидрогеологических наблюдений. Выполнение этих задач осуществляется путем проведения маршрутов по наиболее информативным геологическим объектам, изучение которых способствует созданию представлений о строении всего района в целом.

### 1.2.1.1. Методика проведения рекогносцировочных маршрутов

В соответствии с программой учебной практики студенты проходят 8 рекогносцировочных маршрутов. Перед началом маршрутов каждая бригада получает нераскрашенную геологическую карту района практики, на которую она должна нанести пройденные маршруты и дооформленную и раскрашенную приложить к отчету по рекогносцировочному этапу практики.

Маршруты ведет руководитель учебной группы. По ходу движения он знакомит студентов с конкретными обнажениями (или с другими какими-либо геологическими объектами) путем демонстрации слагающих их пород, возрастных и пространственных взаимоотношений этих пород, а также разрывных и складчатых дислокаций (если таковые имеются). После этого руководитель дает описание обнажения, которое студенты записывают в свои индивидуальные полевые книжки. По рекомендации руководителя студенты отбирают образцы горных пород, измеряют ориентировку текстурной неоднородности пород и контактов, а также ориентировку дислокаций горных пород. Параллельно с вышеуказанным, руководитель обучает студентов делать привязку обнажения, измерять шагами, производить зарисовки обнажений.

После возвращения из маршрута, в указанные в распорядке дня часы, под руководством руководителя группы студенты проводят камеральную обработку полевых материалов: заполняют журнал образцов горных пород, раскрашивают геологическую карту на участке пройденного маршрута, выносят на карту элементы залегания горных пород, либо объекты, описанные в маршруте, но не отмеченные на карте.

Данные, полученные во время прохождения рекогносцировочных маршрутов, наряду с имеющимся в Методических указаниях описанием района, кладутся в основу представлений о геологическом строении района практики и составляют основной фактический материал по рекогносцировочному этапу практики.

### 1.2.1.2. Составление отчета по рекогносцировочному этапу практики

После завершения геологических маршрутов каждая бригада распределяет обязанности по составлению отчета и составляет отчет за рекогносцировочный этап практики. Отчет должен включать: 1 – геологическую карту района практики в масштабе 1 : 50 000, 2- карту фактического материала, 3 - пояснительную записку к геологической карте (текстовая часть отчета), 4 – коллекцию горных пород, 5 – индивидуальные полевые книжки.

#### 1.2.1.2.1. Требования к составлению и оформлению отчета

##### **Геологическая карта.**

Геологическая карта, выданная бригадам перед рекогносцировочными маршрутами должна быть раскрашена в соответствии с требованиями к оформлению геологических карт. Раскрашиваются также условные обозначения и геологический разрез. В правом верхнем углу карты должен быть указан шифр учебной группы, номер бригады и вписан состав бригады. На карту должны быть нанесены пройденные маршруты, элементы залегания горных пород, проявления полезных ископаемых и другие объекты, описанные во время маршрутов, но отсутствующие на карте.

##### **Карта фактического материала.**

Карта фактического материала составляется на кальке. На карту должны быть нанесены ручкой или тушью пройденные маршруты и номера точек наблюдений; номера

и места: отбора образцов горных пород, сколков шлифов, находок фауны и флоры, проб на различные лабораторные исследования, микрополигонов для изучения трещиноватости; элементы залегания разрывных нарушений, интервалы (или точки) гидротермальных или метасоматических изменений, зоны (ареалы, точки) рудной минерализации. Линии маршрута должны сопровождаться литологическими знаками горных пород (литологическими «дорожками»).

#### **Пояснительная записка.**

Пояснительная записка к геологической карте района должна включать следующие разделы и главы:

##### **Введение**

1. Физико-географический очерк.
  2. История геолого-геофизических исследований района.
  3. Методика маршрутных исследований
  4. Геологическое строение района
    - 4.1. Стратиграфия
    - 4.2. Интрузивные образования
    - 4.3. Тектоника
  5. Геоморфология
  6. Гидрогеология
  7. Полезные ископаемые
  8. История геологического развития
  9. Экологическая характеристика
- Заключение**

#### **1.2.1.2.2. Содержание разделов пояснительной записки**

##### **Введение**

Во «Введении» указываются: 1 – цели и задачи практики, 2 – место проведения практики, 3 – административное положение, экономика и пути сообщения района практики, 4 – перечень выполненных работ, 5 – состав бригады, 6 – распределение обязанностей по составлению отчета, с указанием авторов глав отчета и его графических приложений.

##### **Физико-географический очерк**

Физико-географический очерк должен содержать сведения об особенностях рельефа Сухоложского района, его гидрографической сети, растительности, животном мире и климате. Здесь же указывается степень обнаженности и проходимости района, категория дешифрируемости аэрофотоснимков.

##### **История исследований района**

Эта глава должна содержать краткую характеристику ранее проведенных в районе геологических и геофизических исследований. В хронологической последовательности должны быть раскрыты основные результаты проведенных работ.

##### **Методика проведенных маршрутных исследований**

В главе приводится перечень пройденных рекогносцировочных маршрутов и их цели, методика полевых наблюдений, виды проведенных камеральных работ.

### **Геологическое строение района практики**

В основе этого раздела должны лежать сведения о геологическом строении района практики, изложенные в соответствующем разделе данных Методических указаний и почерпнутые с геологической карты района м-ба 1:50 000. Студенты только дополняют этот каркас конкретным фактическим материалом, собранным во время рекогносцировочных маршрутов.

### **Стратиграфия**

Глава начинается с общей характеристики стратифицированных образований района: перечисляются развитые в районе стратиграфические подразделения в ранге эратем, приводятся общие сведения об их составе, площадном распространении и условия залегания слагающих их пород. Затем разворачивается последовательная характеристика эратем с соблюдением принятой рубрикации излагаемого материала. Описание ведется в хронологической последовательности от наиболее древних к более молодым и заканчивается характеристикой отложений четвертичной системы. Очень важно, чтобы при описании стратиграфических подразделений соблюдалась четкая их рубрикация с указанием группы, системы, отдела, яруса, зоны. Все заголовки внутри главы должны отражать соподчиненность выделенных стратиграфических единиц, исключая ненужные повторения. Названия стратиграфических подразделений необходимо сопровождать их индексацией.

Характеристика каждой толщи горных пород, выделенных в самостоятельную стратиграфическую единицу, должна приводиться по определенной стандартной форме, облегчающей поиск и усвоение необходимой информации: вначале указывается, какими горными породами сложено данное стратиграфическое подразделение, отмечаются особенности площадного распространения пород данного возраста, положение в главнейших тектонических структурах района, затем характеризуется их состав, текстурные и структурные особенности, после чего дается обоснование возраста и характеристика контактов с подстилающими образованиями. Обязательно приводится перечень руководящих палеонтологических форм, подтверждающих возраст данного стратиграфического подразделения. Заканчивается глава указанием мощности стратиграфического подразделения.

Эффузивные тела покровного типа включаются в состав стратиграфического разреза, и приводится их петрографическая характеристика.

Глава должна быть проиллюстрирована фотографиями и зарисовками, показывающими характер обнажений горных пород того или иного стратиграфического подразделения, особенности его внутреннего строения и характер дислокаций составляющих его пород.

### **Интрузивные образования**

Эта глава начинается с указания интрузивных комплексов, представленных на описываемой территории (совокупностей интрузивных тел, объединенных общностью состава, возраста, условий образования и залегания), которые известны в районе по литературным данным, указаны на геологической карте, а также были встречены при изучении опорных обнажений во время рекогносцировочных маршрутов. Характеристика интрузивных комплексов производится в последовательности: от древних к молодым и от основных (ультраосновных) к кислым.

Относительно каждого интрузивного комплекса указывается следующее: 1 – минеральный состав, структурные и текстурные особенности пород; 2 – количество, форма (дайка, шток, нэжк и пр.) размеры и внутреннее строение интрузивных тел

(наличие, состав и строение экзо- и эндоконтактовых зон, элементы прототектоники); 3 – относительный возраст интрузивных тел.

Все интрузии одного интрузивного комплекса описываются сообща, с указанием каких-то особенностей отдельных тел. Крупные интрузии описываются индивидуально.

### **Тектоника**

В начале главы дается самая общая характеристика структурных особенностей изучаемого района, отмечаются условия залегания стратифицированных образований (складчатое, моноклиналиное, горизонтальное). Затем приводится тектоническое районирование территории (то есть указывается положение района в крупных тектонических структурах). После этого дается подробная характеристика сначала складчатых, а затем и разрывных структур последовательно от крупных к мелким.

Описание **складчатых дислокаций** включает в себя указание: 1 – морфологического и генетического типов складок; 2 – ориентировки складок (простираения относительно сторон света); 3 – ориентировки шарниров складок. На геологической карте, при этом, необходимо показать оси складок и значками показать направления погружения шарниров складок.

Описание **разрывных дислокаций** включает в себя: 1 – разделение всех разломов на группы по ориентировке, кинематическому типу и возрасту; 2 – описание каждой группы разломов (или единичных разломов) с указанием размера; направления и амплитуды перемещения блоков; вида пород, слагающих шовную зону разломов; характера взаимоотношений разломов со складчатыми дислокациями и другими геологическими структурами. При этом, для облегчения поиска на карте описываемых в тексте разломов, рекомендуется надписывать наиболее крупным и характерным разломам (как и складкам) собственные названия, указанные в тексте данного Методического руководства, а не поименованным давать свои названия, или хотя бы номера.

Завершается глава описанием **трещиноватости** пород района. Характеристика трещиноватости сопровождается сводной таблицей замеров трещин и круговой диаграммой ориентировки трещин. В конце описания должны быть сделаны выводы о преобладающих направлениях трещиноватости и её генетических типах.

### **Геоморфология**

В этой главе приводится описание генетических типов рельефа и отдельных его элементов (речных долин и оврагов, уступов, водоразделов), дается детальная характеристика речного террасового комплекса с указанием вида террас (эрозионные, аккумулятивные, эрозионно-аккумулятивные), высоты уступа и размеров площадок каждой террасы. Указывается состав горных пород, слагающих террасы. Производится определение высоты склонов долины реки, вычисляются углы наклонов тальвега логов и оврагов.

Глава сопровождается геоморфологическим разрезом (обычно поперечным профилем долины реки Пышмы), на котором должны быть отражены взаимоотношения различных элементов рельефа и генетических типов четвертичных отложений.

### **Гидрогеология**

В главе «Гидрогеология» описываются подземные воды района практики. Указываются типы развитых в районе подземных вод и закономерности их пространственного размещения. Указываются коллекторские свойства разных видов пород, средний дебит приуроченных к ним выходов подземных вод и их химизм. Приводится описание встреченных во время рекогносцировочных маршрутов родников и их дебит.

### **Полезные ископаемые**

Глава начинается с перечня главнейших типов месторождений полезных ископаемых, известных в Сухоложском районе. Далее приводится краткая характеристика месторождений по выделенным типам. При написании главы должна соблюдаться четкая рубрикация текста. Вначале описываются горючие полезные ископаемые, затем металлические (черные, цветные, благородные металлы), неметаллические, подземные и минерализованные воды, строительные материалы. Кроме описания известных в районе месторождений (эксплуатируемых в настоящее время или законсервированных и отработанных), следует охарактеризовать все зафиксированные в районе рудопроявления и пункты минерализации. Известные в районе месторождения должны быть вынесены специальными условными знаками на геологическую карту Сухоложского района.

При написании главы следует использовать литературные источники и личные наблюдения, произведённые во время рекогносцировочных маршрутов.

Глава иллюстрируется разрезами месторождений, показывающими главнейшие особенности форм залегания рудных тел.

### **История геологического развития**

Характеристика истории геологического развития района должна опираться на вертикальное расчленение горных пород, указанное в стратиграфической колонке. По составу горных пород, их текстурным и структурным особенностям восстанавливаются условия образования осадков, реконструируется палеогеографическая обстановка. Особое внимание уделяется характеристике магматических (эффузивных и интрузивных) процессов и тектонических движений земной коры на различных этапах её развития. Обосновывается последовательность внедрения интрузий различного состава. Производится выделение главнейших фаз складчатости, указывается место появления тех или иных месторождений полезных ископаемых в ходе геологического развития Сухоложского района. Приводятся сведения о геотектонической обстановке.

Глава заканчивается характеристикой признаков проявления неотектонических движений и историей формирования современного рельефа.

### **Экологическая характеристика**

В главе приводятся сведения о эколого-геологической ситуации района по личным наблюдениям при проведении маршрутов. Дается характеристика природных неблагоприятных геологических объектов и процессов. В начале главы приводятся сведения об объектах экзогенного происхождения: оползнях, обвалах, осыпях, оврагах, селях, выходах скальных пород, карстовых формах, участках вспучивания грунтов либо проседания, границы паводковых затоплений, заболачивания, участках активной аккумуляции речных и временных водотоков, участках эрозии русловой (интенсивное врезание) и боковой (подмыв берегов).

Далее приводятся сведения о техногенных объектах, нарушающие и загрязняющие среду, а также потенциально опасные для жизни. К таковым относятся карьеры, отвалы, хвостохранилища, заводы и фабрики, очистные сооружения, свалки, склады ГСМ, минеральных удобрений и ядохимикатов, населенные пункты, животноводческие фермы, навозохранилища, участки лесозаготовок, железные и автомобильные дороги, пахотные земли, линии ЛЭП, газопроводы, нефтепроводы.

Приводятся сведения о загрязненности водотоков.

В заключение главы дается характеристика ландшафтов: природных – лесных, луговых, болотных; техногенных: техногенно-образованных (карьерные поля, свалки, отстойники) и техногенно-измененных (промышленные зоны городов и рабочих поселков,

загрязненные участки почвогрунтов и поверхностных вод). Сведения о ландшафтах рекомендуется представлять в табличной форме (в процентах от площади развития).

### **Заключение**

В "Заключении" даются основные выводы о геологическом строении изученного района. Указывается, что остаётся неясным и вызывает сомнения, даются рекомендации о направлении дальнейших исследований.

К отчету по рекогносцировочному этапу практики прикладывается коллекция горных пород, собранная во время маршрутов. Коллекция должна включать главные виды горных пород района практики, образцы минералов и ископаемых органических остатков. Правила отбора и маркировки образцов и заполнения журнала образцов приведены на стр. настоящего пособия.

К отчету прикладываются также индивидуальные полевые книжки членов бригады. Они должны быть оформлены в соответствии с предъявленными требованиями (стр. настоящего пособия) и содержать описания всех пройденных бригадой маршрутов. Неаккуратно заполненные или имеющие пробелы в описании маршрутов полевые книжки возвращаются на доработку.

Отчет за рекогносцировочный этап практики защищается перед комиссией состоящей из преподавателей проводящих учебную практику.

### **1.2.1.3. Аттестация студентов за рекогносцировочный этап практики**

Аттестация студентов за рекогносцировочный этап практики проводится по двум аспектам: сдача коллоквиума и защита отчета. Аттестация проводится путём собеседования отдельно по каждому аспекту, или одновременно по обоим.

Коллоквиум включает опрос студентов на предмет знания методики полевых наблюдений, порядка изложения содержания глав отчета и просмотр индивидуальных полевых книжек. Аттестация за коллоквиум индивидуальна. Студент, не показавший достаточных знаний вопросов коллоквиума, приглашается на повторное собеседование.

Защита отчета включает общую оценку отчета, как результирующего отчетного материала за пройденный рекогносцировочный этап практики, и оценку знаний членами бригады геологического строения и горных пород района практики.

Оценка конкретно отчета включает: полноту содержания глав отчета; полноту использования материалов, полученных во время рекогносцировочных маршрутов; содержание и правильность оформления внутритекстовой графики, геологической карты и журнала образцов.

Защита отчета принимается при общей положительной оценке отчета как результирующего документа и при знании студентами геологии района (каждым персонально).

Не принятый отчет возвращается на доработку, а студент, не знающий геологии района, приглашается на повторное собеседование. Бригада, не аттестованная за рекогносцировочный этап практики, не допускается к выполнению следующего задания - площадной геологической съёмки.

### **1.2.2. Площадная геологическая съёмка**

После аттестации рекогносцировочного этапа практики студенты приступают к проведению площадной геологической съёмки. С этой целью каждой бригаде выделяется участок, контуры которого задаются руководителем группы. Учитывая в общем плохую оснащённость района практики, участки для съёмки выделяются по долинам реки Пышмы

и её крупным притокам. Размер участка, выделяемого бригаде для самостоятельного картирования при масштабе съёмки 1:1000 составляет 500x500 м.

#### 1.2.2.1. Составление опорной сети наблюдений

Перед проведением площадной геологической съёмки каждой бригаде выдаётся топографическая основа будущей геологической карты. Руководитель группы указывает каждой бригаде на местности начало и конец участка на одном из берегов реки и направление линий, ограничивающих участок. Далее студенты сами прокладывают на местности (вдоль берега реки) линию опорных пикетов, к которой будут привязывать в последующем точки наблюдений и геологические маршруты. Рекомендуется пикеты располагать на таких расстояниях друг от друга, чтобы они (пикеты) совпадали с профилями сети наблюдений. Требуемый размер сети наблюдений - 50x50 м (расстояние между профилями, вдоль которых будут проходить геологические маршруты - 50 м, расстояние между пикетами в профилях - также 50 м). Координаты углов полигонов определяются с помощью топопривязчика.

#### 1.2.2.2. Изучение коренных пород.

Главной задачей геологической съёмки является установление особенностей геологического строения выделенного бригаде участка. Бригада в начале работ производит рекогносцировку местности с целью выявления всех естественных обнажений, которые могут быть детально изучены и описаны. Главным методом съёмки в конкретных условиях является сплошное оконтуривание обнажений и прослеживание контактов. На участках сплошного выхода горных пород, после их оконтуривания, можно ставить на карте точки с указанием номера обнажений и привязывать к ним произведенные в поле наблюдения. Вблизи этих точек на полевой карте указываются, элементы залегания слоистости, сланцеватости и пр.

Первая задача, которая стоит перед бригадой, заключается в выделении главнейших типов горных пород. При этом следует иметь в виду, что диагностика горных пород в поле - дело нелегкое, требующее определённых навыков и предварительного изучения образцов под микроскопом. В первую очередь необходимо обнаружить признаки сходства или различия выделенных разновидностей и положить их в основу определения типа горных пород. В поле можно дать предварительное (условное) название породы, но очень важно, чтобы одинаковые по видимым признакам горные породы назывались одинаково.

Вторая задача, которую приходится решать бригаде, заключается в установлении последовательности напластований. Решение этой задачи становится возможным при детальном изучении контактов между различными типами горных пород. Особенно это трудно делать при картировании чередующихся между собой лавовых покровов, потоков и их туфов. Однако в любых случаях приходится опираться на имеющийся Фактический материал и составлять на его основе представление о стратиграфической последовательности напластований, мощности стратифицированных толщ. Выводы, сделанные в результате проведенных на участке наблюдений, кладутся в основу стратиграфической колонки изученного участка.

Третья и наиболее сложная задача, стоящая перед бригадой, сводится к выявлению структуры закартированного участка. Сложность этой задачи заключается в том, что представления о структурах обычно рождаются на базе отрывочных сведений. В обнажениях горных пород встречаются лишь элементы той цельной структуры, которая должна быть осмыслена и отражена на геологической карте. Часто возникают такие

ситуации, когда нельзя дать однозначной интерпретации структурных наблюдений и приходится останавливаться на том или ином варианте, с которым наиболее полно согласуется имеющийся фактический материал.

В процессе проведения структурных наблюдений рекомендуется шире использовать проходку канав и расчисток. На территории участков, задернованных и покрытых лесом, контакты между различными типами горных пород экстраполируются с учётом элементов залегания в изученных обнажениях и общей структуры участка. В связи с недостаточной обнажённостью и невозможностью проходки нужных объёмов горных выработок, составленная бригадой геологическая карта обычно несёт в себе элементы гипотетичности.

Бригада не имеет права закончить полевые работы, пока не будет составлена и принята руководителем академической группы полевая геологическая карта. Бригада обязана также провести необходимый комплекс геоморфологических и гидрогеологических наблюдений.

### 1.2.2.3. Изучение рыхлых отложений

Кроме изучения коренных пород, при геологической съёмке выделенного бригаде участка производится детальное изучение рыхлых отложений. Главной задачей, стоящей перед бригадой, является выделение основных генетических типов пород четвертичной системы и установление их возрастных соотношений. На некоторых участках встречаются реликты мезозойской коры выветривания. Особое внимание обращается на возрастное расчленение аллювиальных отложений и оконтуривание поймы, высокой поймы, первой, второй и более высоких надпойменных террас. При наличии аллювиальных галечников определяется петрографический состав, размерность, формы, степень окатанности для 100 галек, непредвзято отобранных (лучше ведром). По процентным соотношениям строятся диаграммы, пригодные для корреляции одновозрастных отложений, а также для определения пригодности галечников в качестве полезного ископаемого (строительного материала). При отсутствии естественных обнажений рекомендуется на уступе террасы пройти канаву или сделать расчистку и дать детальное описание слоев, слагающих террасовый комплекс. Кроме выделения аллювиальных отложений, необходимо оконтурить площади развития и составить описание элювиальных, делювиальных и элювиально-делювиальных, а также озёрно-болотных отложений. Осыпи выделяются как коллювиальные отложения.

Обязательным для бригады является составление геоморфологического профиля с показом на нём всех особенностей пространственно-возрастных соотношений четвертичных отложений различных генетических типов.

### 1.2.2.4. Гидрогеологические наблюдения

В процессе геологического изучения выделенного бригаде участка должно быть обращено внимание на обследование всех выходов на поверхность подземных вод (источников). В пикетажных книжках необходимо дать описание каждого источника с указанием его относительной отметки, характера проявления (небольшой родник или общее просачивание подземных вод, группа родников и т.д.). В обязанность бригады входит определение расхода воды (дебита), в источниках путем заполнения мерной емкости. Поделив объём ёмкости на время ее заполнения, получают величину расхода воды в л/сек

#### 1.2.2.5. Составление полевой документации

При проведении самостоятельной геологической съёмки обычно заполняется одна полевая книжка на двух членов бригады (на маршрутную пару). Требования к описанию обнажений те же, что и при проведении рекогносцировочных маршрутов. Нумерация точек наблюдений сквозная для всех маршрутных пар. Это значит, что каждая маршрутная пара имеет свой интервал номеров, не перекрывающийся с номерами других маршрутных пар.

Полевая геологическая карта составляется на стратиграфической основе с использованием цветной легенды. Горные породы обозначаются крапом (штриховыми знаками), а интрузивные также и цветом состава. Измеренные элементы залегания текстурной неоднородности пород или контактов показываются соответствующими условными знаками.

На полевой геологической карте четвертичные отложения должны быть расчленены по генезису и по возрасту. Кроме этого на карте должны быть указаны и формы рельефа: низкая и высокая поймы, надпойменные террасы, гребни водоразделов.

Полевая геологическая карта выполняется на миллиметровке, прикреплённой для удобства пользования к фанерному планшету.

Канавы должны документироваться в виде развертки, отражающей особенности строения слоистой толщи на каждой её стенке. При расчистках документируются лишь коренные породы. Обязательно должен быть указан масштаб и ориентировка (азимут) одной из стенок горной выработки.

#### 1.2.2.6. Составление коллекции горных пород, минералов и органических остатков

В отличие от коллекции горных пород за рекогносцировочный этап практики коллекция при площадной съёмке состоит из образцов двух типов - демонстрационных и рабочих.

Во время площадной геологической съёмки, рекомендуется брать образцы всех разновидностей пород из всех обнажений. Это помогает объективно выделить площади развития различных пород при просмотре образцов всеми маршрутными парами, участвующими в съёмке участка. Это позволяет также проконсультироваться с руководителем по любому обнажению или фрагменту участка, тем более что он не всегда может осмотреть (вместе со студентами) весь участок. В итоге получается большое количество образцов, многие из которых дублируют друг друга. По этой причине коллекцию пород, собранную при площадной съёмке, рекомендуется делить на две части - демонстрационные образцы и рабочие. Демонстрационные образцы (как представители группы пород) представляются на защиту отчета, а рабочие оставляются (и предназначаются) для решения спорных вопросов. Рабочие образцы могут иметь меньшие размеры и нестандартную форму.

#### 1.2.2.7. Эколого-геологические наблюдения

Эколого-геологические наблюдения проводятся попутно при геологических маршрутах. Встреченные объекты экзогенного, либо техногенного происхождения отображаются на полевых картах в значковой форме. В полевой документации дается характеристика каждому объекту: параметры, степень опасности для людей и животных,

генезис. В полевых книжках фиксируются также границы ландшафтов и дается краткая их характеристика: растительность, микрорельеф, почвы.

При составлении карты четвертичных образований окантуются ландшафты, селитебные зоны (жилая застройка), рекреационные (участки, действующие или рекомендуемые для отдыха населения).

#### 1.2.2.8. Составление отчета по площадной съёмке

Отчёт по площадной съёмке строится по тому же плану, что и отчёт по рекогносцировочному этапу практики. Можно упустить лишь главу "История геолого-геофизических исследований" и дать сокращённое описание главы "Физико-географический очерк" - упустить сведения о климате и экономическую характеристику описываемого участка. Не нужно смущаться, что содержание глав при описании геологии участка будет отличаться небольшим объёмом. Важно, чтобы в их основе лежали материалы личных наблюдений, собранные бригадой при изучении горных пород данного участка. Полнота глав, их насыщенность фактическим материалом, по сути, и характеризуют собой качество самостоятельной работы бригады, творческую инициативу и пытливость её членов, степень их общей теоретической подготовки.

Текст отчёта должен быть иллюстрирован фотографиями и зарисовками обнажений, таблицей замеров трещин и круговыми диаграммами трещиноватости, ритмограммами слоистых толщ и стратиграфическими колонками составленными в поле по обнажениям.

Внутритекстовые графические приложения выполняются на ватмане, в туши. Фотографии также должны быть аккуратно оформлены на вкладных листах. Зарисовки и фотографии необходимо сопровождать подрисовочным текстом, раскрывающим смысл помещения в отчёт данной иллюстрации. Фотографии, зарисовки, схемы и диаграммы должны иметь единую нумерацию (рис. и цифра). Таблицы нумеруются отдельно.

По каждому закартированному участку составляются три чертежа:

1. Геологическая карта.
2. Карта четвертичных отложений.
3. Карта фактического материала.

**Геологическая карта** выполняется на ватмане. На неё наносятся горизонтали рельефа, гидрографическая сеть и прослеженные в поле геологические границы: литологические, стратиграфические, интрузивные и тектонические. Выделенные на участке стратиграфические подразделения раскрашиваются цветом, соответствующим возрасту горных пород. При этом более древние образования одной системы должны иметь более темные тона, а более молодые образования - более светлые. Литологический состав стратифицированных толщ указывается штриховыми условными обозначениями. Геологическая карта сопровождается стратиграфической колонкой, разрезом и условными обозначениями. Раскраска интрузивных тел производится соответственно их составу. Обязательно указываются элементы залегания слоистости, кливажа и геологических границ, если их ориентировка была измерена.

Составители геологической карты должны обращать внимание на строгое соответствие изображения структур в плане с их конфигурацией на разрезе. Последовательность напластований, показанная на разрезе, должна соответствовать данным стратиграфической колонки. При оформлении геологической карты должны соблюдаться требования, предъявляемые к размерам шрифта, типам условных обозначений и пр.

**Карта четвертичных** (или рыхлых) отложений выполняется на ватмане. Разными цветами раскрашиваются площади распространения различных генетических

типов отложений четвертичной системы (аллювиальные, делювиальные, пролювиальные и др.). Оконтуриваются и раскрашиваются одинаковым цветом выходы коренных пород. Наносятся уступы речных террас.

Карта сопровождается геологическим разрезом и схемой возрастных взаимоотношений генетических типов пород четвертичной системы.

На карте отражаются элементы геолого-экологической обстановки (штриховкой, значками).

**Карта фактического материала** выполняется на кальке на топографической основе. На неё наносятся все точки наблюдения с учетом степени обнаженности (обнажения, элювий, делювий) с указанием их номера. Пройденные геологические маршруты указываются линиями. Выходы коренных пород оконтуриваются пунктирными линиями. На карту наносятся основные геологические границы и пункты отбора и номера фауны и флоры, образцов, проб.

### 1.2.2.9. Аттестация работ по площадной съемке

Аттестация этапа площадной съемки проводится путем защиты отчета. Отчет защищается перед создаваемой для этих целей комиссией. Отчет комиссией оценивается по тем же критериям, что и отчет по рекогносцировочному этапу практики.

## 2. ПРИЁМЫ ПОЛЕВЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

Полевые геологические наблюдения проводятся с целью изучения горных пород, их взаимоотношений и особенностей залегания. Это изучение в условиях учебной геологической практики заключается, в основном, в описании обнажений горных пород, состоящем из ряда операций: 1 - привязка обнажения; 2 - определение состава и строения горных пород, формы и условий их залегания; 3 - выяснение пространственных и временных соотношений горных пород; 4 - отбор образцов и остатков ископаемых организмов; 5 - зарисовка или фотографирование обнажения (или его части). Все эти операции могут быть проделаны только при наличии соответствующих предметов и инструментов, составляющих личное снаряжение геолога.

В **личное снаряжение геолога** при полевых исследованиях входят: полевая книжка с карандашом или шариковой ручкой, транспортир и резинка, геологический молоток, горный компас, лупа (или несколько, с разным увеличением), рюкзак и мешочки для сбора образцов, этикетки для образцов, полевая сумка для хранения топографических карт и аэрофотоснимков, рулетка.

Осуществление операций по изучению обнажений требует знания и выполнения определенных правил и приемов пользования предметами личного снаряжения, а также правил текстового и графического изображения полученной при изучении обнажения геологической информации.

К ним относятся: 1 - приемы работы с горным компасом, 2 - правила ведения полевой книжки и выполнения зарисовок геологических объектов, 3 - способы привязки точек наблюдения (в т.ч. топопривязчиком) и другие операции, сопровождающие изучение обнажений.

## 2.1. Ведение полевой книжки

Полевая книжка (пикетажная книжка) служит для занесения в неё результатов наблюдений, сделанных во время полевой работы и является основным документом, отражающим работу геолога. В книжке должны быть записаны все полевые наблюдения, выводы, сведения об отобранных образцах и сделаны необходимые зарисовки. Записи производятся аккуратно, карандашом или шариковой ручкой, на правой стороне, а рисунки - на левой стороне. Желательно делать выносы, подчеркивания, облегчающие чтение и просмотр пикетажной книжки.

**Запись полученных сведений рекомендуется вести в следующем порядке: 1 - номер точки наблюдения (обнажения); 2 - указание о местоположении обнажения (привязка обнажения), 3 - тип обнажения (коренной выход, развал, высыпки); 4 - форма и характер выхода; 5 - указание состава пород, слагающих обнажение, их возрастные и пространственные взаимоотношения; 6 - сведения о трещиноватости горных пород и о разрывах со смещением; 7 - сведения о проявлениях рудной минерализации и пр.**

На титульном листе полевой книжки указывается: название института, группа и фамилия студента, год прохождения практики, а также сроки начала и окончания записей.

Во время рекогносцировочного этапа практики полевая книжка ведется каждым студентом персонально и прилагается затем к соответствующему отчету.

Во время выполнения самостоятельных заданий полевая книжка ведется одна на маршрутную пару, занимающуюся геологической съёмкой.

## 2.2. Работа с горным компасом

Для ориентировки на местности и привязки обнажений, для определения элементов залегания горных пород, а также при проведении ряда других вспомогательных работ, сопровождающих геологические исследования, используется горный компас.

### 2.2.1. Устройство горного компаса

Устройство горного компаса показано на рис. I.

У компаса есть два независимых друг от друга направления. Одно из них, параллельное установившейся магнитной стрелке, постоянно и не зависит от поворотов корпуса, поскольку магнитная стрелка при отсутствии возмущающих магнитных масс всегда ориентируется по направлению север-юг. Второе направление, проходящее через деления 0 и 180 шкалы лимба, может быть, по желанию наблюдателя, ориентировано параллельно любому направлению на местности. Поскольку эти два направления пересекаются в центре лимба, то с его помощью можно измерять углы между направлением на север (показываемым северным концом магнитной стрелки) и любым другим направлением, параллельно которому устанавливается второе направление компаса

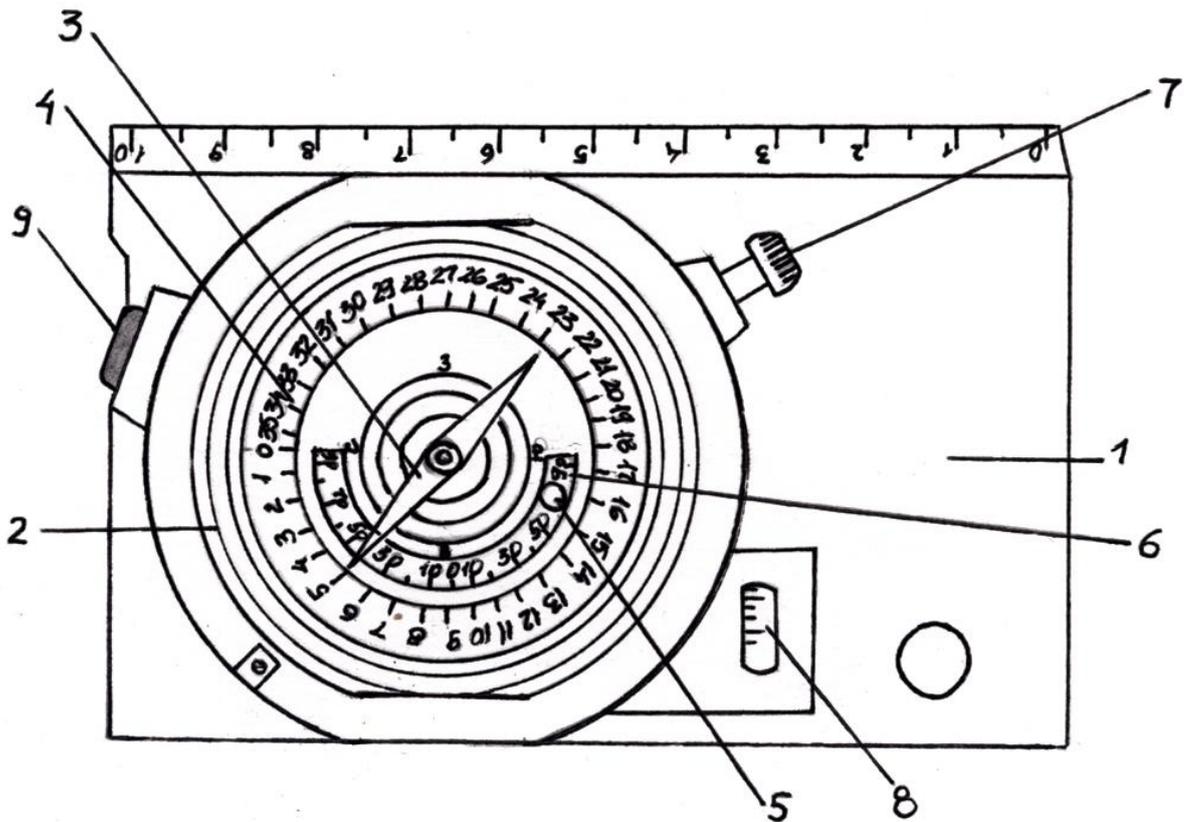


Рис. I. Устройство горного компаса.

1 - основание компаса; 2 - коробка компаса; 3 - магнитная стрелка; 4 - лимб, с помощью которого измеряются горизонтальные углы; 5 - клинометр (отвес); 6 - шкала клинометра; 7 - винт; 8 - уровень; 9 - кнопка

### 2.2.2. Понятие элементов залегания горных пород

Слоистость, сланцеватость, контакты интрузивных и жильных пород, трещины и сместители разрывных нарушений - все это различного рода геологические поверхности (а на локальных участках, в первом приближении - плоскости).

Элементы залегания поверхности - это выраженная в принятых понятиях ориентировка данной поверхности относительно сторон света и горизонта. В общем случае положение наклонной поверхности в пространстве характеризуют три компоненты: простирание, падение и угол падения.

**Простирание** - это направление распространения наклонной поверхности в горизонтальном срезе.

**Падение** - это направление погружения (направление понижения абсолютных отметок) наклонной поверхности.

**Угол падения** - это двугранный угол между данной наклонной поверхностью и горизонтальной плоскостью.

В частном случае одна из компонент ориентировки поверхности в пространстве может отсутствовать или терять смысл. Так, в случае вертикального положения поверхности у нее нет направления погружения, а при горизонтальном положении поверхности она (поверхность) простирается "во все стороны".

В практике полевых исследований, при измерении ориентировки геологических поверхностей часто пользуются понятиями: линия простирания и линия падения.

**Линия простирания** - это линия пересечения геологической поверхности с горизонтальной плоскостью. То есть, это любая горизонтальная линия на данной поверхности (ориентируется она по направлению её простирания).

**Линия падения** - это вектор, перпендикулярный к линии простирания, лежащий на геологической поверхности и направленный в сторону её погружения. Иными словами, это проекция направления погружения на геологическую поверхность.

Примеры использования линий простирания и падения при измерительных операциях будут рассмотрены несколько позже.

Поскольку сами по себе простирание и падение, без привязки их к какой-либо системе отсчёта, не имеют содержательной нагрузки, на практике, для характеристики ориентировки геологических поверхностей, пользуются понятиями азимут простирания и азимут падения.

**Азимут простирания** - это правый векториальный угол между направлением на север и заданным направлением простирания (или линией простирания). Может изменяться от 0 до 360°.

**Азимут падения** (погружения) - это правый векториальный угол между направлением на север и заданным направлением погружения (или между направлением на север и проекцией линий падения на горизонтальную плоскость). Может также изменяться от 0 до 360°.

Азимут простирания и азимут падения одной геологической поверхности отличаются на 90°.

Понятие угла падения было дано выше (на стр. ). Он изменяется от 0 до 90° и не зависит от простирания и падения.

Так как азимут простирания - это угол между двумя направлениями, одно из которых величина векторная (направление на север), другое - величина не векторная (направление простирания), то цифровое значение азимута простирания может быть выражено двумя числами, отличающимися друг от друга на 180° (рис. 2).

В этом отражается некоторая неопределенность данной компоненты элементов залегания, по которой нельзя определить без дополнительных измерений азимут падения (хотя угол между ними известен и равен 90°).

В противоположность азимуту простирания, азимут падения, как угол между двумя векторами (направление погружения величина векторная), является величиной строго определенной и позволяет вычислить (путем прибавления или вычитания 90°) азимут простирания без дополнительного его измерения. Это обстоятельство позволяет вместо 3-х компонент элементов залегания измерять только две - азимут падения и угол наклона, при необходимости, азимут простирания может быть вычислен.

Ввиду того, что топографические и геологические карты строятся в истинных азимутах, а с помощью горного компаса измеряются магнитные азимуты, во время полевых работ часто приходится переходить от магнитных азимутов к истинным (при нанесении данных на карту) и от истинных к магнитным (при движении по маршруту, проложенному по карте).

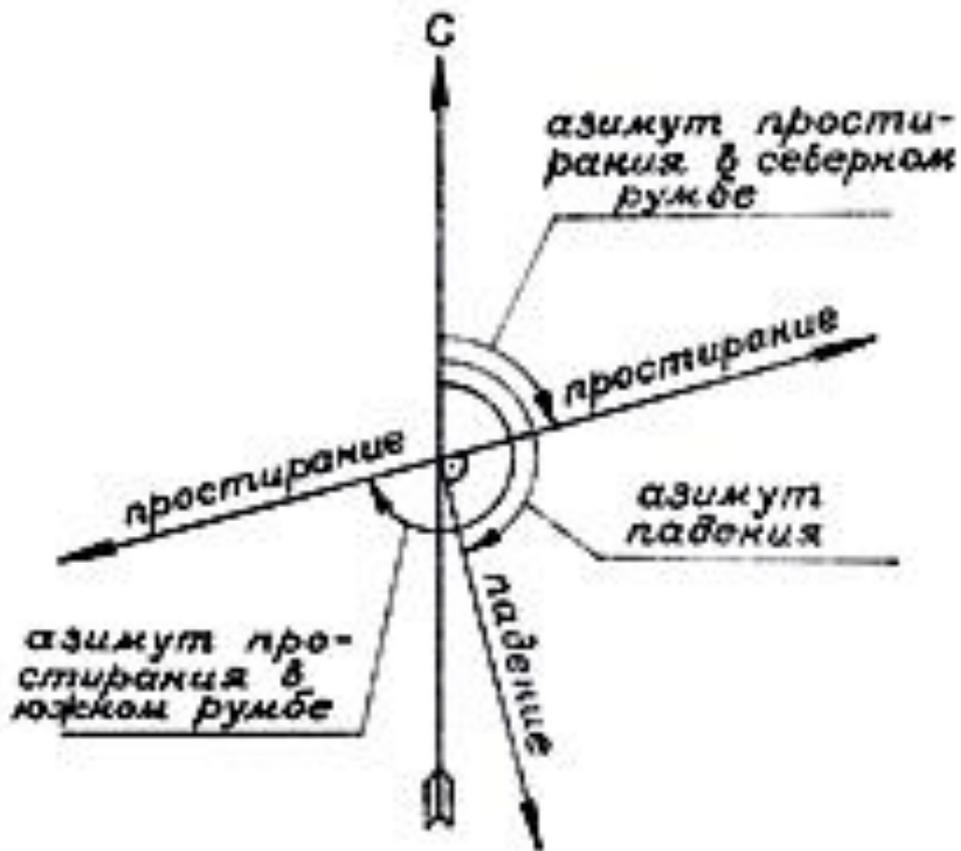


Рис. 2. Схема, поясняющая понятия азимута простирания, азимута падения и соотношения между ними.

Поскольку склонение магнитной стрелки в Сухоложском районе: восточное  $13^\circ$ , то зависимость между магнитным и истинным азимутами приобретает вид:

$$A_{и} = A_{м} + 13,$$

где  $A_{и}$  - истинный азимут;  $A_{м}$  - магнитный азимут.

### 2.2.3. Правила определения элементов залегания наклонных поверхностей

Чтобы определить азимут падения наклонной поверхности, необходимо: при горизонтальном положении лимба, приложить компас короткой стороной основания к измеряемой поверхности так, чтобы ноль лимба был направлен в сторону погружения данной поверхности и против северного конца магнитной стрелки снять отсчёт. При этом необходимо обращать внимание на направление увеличения числовых значений градусных делений шкалы лимба.

Чтобы определить азимут простирания наклонной поверхности, необходимо: при горизонтальном положении лимба приложить компас длинной стороной основания измеряемой поверхности и против одного из концов магнитной стрелки снять отсчёт. Предпочтение отдаётся отсчёту в северных румбах.

Чтобы определить угол падения поверхности, необходимо: компас поставить «на ребро» так, чтобы свободно висел его клинометр и прижать основание компаса длинной стороной к измеряемой поверхности; покачивая компас, определить максимальный угол отклонения клинометра. Это и будет угол падения данной поверхности.

Горизонтальность лимба магнитной стрелки является обязательным условием правильного определения азимутов падения и простирания геологических поверхностей. В некоторых моделях компасов (в основном в старых) горизонтальность лимба достигается "на глаз"; в новых - с помощью уровня, вмонтированного в корпус компаса.

Для начинающих, во избежание больших ошибок (особенно при измерении ориентировки полого залегающих поверхностей) рекомендуется предварительно проводить на изучаемой поверхности линию простирания, а затем при определении азимутов падения и простирания к ней прикладывать компас. При такой установке компаса легче достигается горизонтальность лимба.

**Линия простирания** легко проводится с помощью компаса. Компас ставится "на ребро", прижимается к измеряемой поверхности в положении, при котором клинометр показывает нулевой отсчёт, и параллельно длинной стороне основания проводится линия.

При измерении угла падения, в таком случае, компас в положении "на ребро" прикладывается длинной стороной основания к измеряемой поверхности перпендикулярно к линии простирания.

Запись замеряемых элементов залегания ведётся сокращённо в следующем виде: Аз. пр. 55; Аз. пад. 145, /. 60 {Азимут простирания - 55°, азимут падения - 145°, угол падения - 60°}.

При сокращённой записи знак градусов около цифр не ставится. Иногда перед значением азимута буквенными знаками указываются румбы: Аз. пр. СВ 55. Аз. пад. ЮВ 145, 60.

**Как указывалось выше, в записях можно ограничиться двумя компонентами - азимутом падения и углом наклона. Но на первом этапе практики студенты, в целях приобретения навыков в определении элементов залегания и для контроля точности определения, измеряют все три компонента.**

#### **2.2.4. Определение превышений точек рельефа**

Определение превышений точек рельефа с помощью горного компаса можно производить двумя способами: 1) путём последовательного подъёма по склону с фиксированием точек стояния через известный вертикальный интервал; 2) путём измерения угла наклона поверхности и расстояния до точки, превышение которой необходимо определить.

При первом способе превышение между двумя точками определяется следующим образом: начиная с точки, имеющей более низкую относительную отметку, исполнитель визирует длинную сторону вертикально расположенного компаса в направлении второй точки, следя при этом, чтобы клинометр находился "на нуле". Таким способом провешивается горизонтальная линия и на рельефе местности замечается место, куда она «уткнулась». Перейдя на это место, исполнитель провешивает новую горизонтальную линию, снова переходит на место её "утыкания" в склон и так делает необходимое количество раз, пока не дойдёт до второй точки. Превышение между точками равно количеству стоянок между ними, помноженному на высоту исполнителя до глаз плюс ещё какой-то отрезок, если последняя провешенная линия уткнулась в склон ниже или выше второй точки).

При втором способе определения превышений с помощью эклиметра компаса измеряется угол наклона склона вдоль направления, соединяющего точки, затем

измеряется расстояние между точками по склону, и по табличке, приложенной к компасу (или путём расчёта по формуле:  $h = l \sin a$ , где  $h$  - превышение между точками;  $l$  - расстояние между точками по склону;  $a$  - угол наклона склона), определяется искомое превышение между точками.

## 2.2.5. Привязка точек наблюдения

Необходимым условием проведения полевых работ является достаточно точное определение положения в пространстве всех точек наблюдения - обнажений горных пород, пунктов геоморфологических, гидрогеологических и других наблюдений.

**Привязкой точки наблюдений** называется совокупность операций по определению положения её относительно тех или иных реперов, обозначенных на топографической карте и опознанных на местности и нанесение ее на карту.

В зависимости от необходимой точности определения положения точки наблюдений на карте, привязка может быть схематичной, глазомерной и инструментальной. Первые два вида привязок применяют, главным образом, при маршрутных геологических исследованиях, а инструментальную – для привязки скважин, горных выработок и сети геофизических наблюдений.

Во время геологической практики привязку точек наблюдений студенты осуществляют схематически или глазомерно.

**Схематическая привязка** состоит в определении «на глаз» местоположения точки наблюдений среди характерных элементов рельефа и гидросети (а также объектов, созданных природой или человеком), и в нанесении точки наблюдений среди этих же объектов, опознанных на топографической карте.

Как видно из приведённого положения, использование компаса при схематической привязке точек наблюдений не обязательно. Компас используется при глазомерной привязке, которая может быть осуществлена двумя способами.

При первом способе **глазомерная привязка** состоит в определении местоположения точки наблюдений относительно характерного элемента рельефа или объекта путём проведения вспомогательного хода на местности и в последующем нанесении этого хода и точки обнажения на топографическую карту. Направление хода определяют горным компасом, а длину - шагами (см. стр. ). Если привязка точки наблюдений при помощи одного измерения почему-либо невозможна (репер закрыт лесом или горой), то привязочный ход разбивают на несколько, используя промежуточные пикеты. Запись измерений производят в полевой книжке по форме (см. ниже Схему привязочного хода).

При привязке глазомерным способом во время проведения детальной геологической съёмки следует избегать "висячих" незаконченных ходов; нужно заканчивать их либо на другом нанесённом на карту репере, либо делать ходы замкнутыми.

**Глазомерная привязка точек наблюдения вторым способом (способом «засечек»)** осуществляется следующим образом: с точки наблюдения на реперы (характерные формы рельефа или иные объекты) берутся обратные азимуты (азимуты направлений с репера на себя), затем на карте с этих же реперов проводятся лучи (с учетом магнитного склонения) по направлению обратных азимутов и на их пересечении наносится искомая точка наблюдения.

### Схема привязочного хода

Направление хода	Азимут хода	Угол превышения пикета, град.	Расстояние между пикетами, м.	Проложение между пикетами, м.
Репер-пикет 1	ЮЗ 250	+ 5	100 п.ш. (165 м.)	165
Пикет 1-пикет 2	СЗ 300	+ 15	200 п.ш. (330 м.)	318
Пикет 2- пикет 3	СВ 40	+ 5	80 п.ш.(133 м.) (п.ш. - пары шагов)	133

Удобство этого способа привязки состоит в том, что не требуется измерять расстояния. Для соблюдения достаточной точности нанесения точки наблюдений на карту необходимо следить, чтобы углы между лучами засечек были возможно ближе к прямым. При наличии тупых или острых углов возможны значительные ошибки в нанесении точки наблюдений.

Как было сказано выше, при глазомерной привязке, расстояния между пикетами (или точкой наблюдений и репером) измеряются шагами. С этой целью определяется масштаб шагов, для чего на местности рулеткой или мерной лентой измеряется расстояние, равное 100 м., а затем определяется количество пар шагов, уложившихся в это расстояние. Желательно также определить количество пар шагов, укладывающихся в стометровый интервал при спуске и подъеме по склону. Выполненные измерения целесообразно свести в таблицу (см. табл. 1).

Таблица 1

#### Пример масштаба шагов

		На ровном месте						
Метры	100	50	30	20	10	5	3	2
Пары шагов	62,0	31,0	18,5	12,5	6,2	3,1	1,9	1,2
		Вверх по склону (10 <sup>0</sup> )						
Метры	100	50	30	20	10	5	3	2
Пары шагов	65,0	32,5	19,5	13,0	6,5	3,2	2,1	1,3
		Вниз по склону (10 <sup>0</sup> )						
Метры	100	50	30	20	10	5	3	2
Пары шагов	59,0	29,5	17,7	11,8	5,9	2,9	1,5	1,2

Инструментальная привязка осуществляется топопривязчиком (рис. 3) по прилагаемой инструкции.



## 2.3. Изучение обнажений горных пород

Обнажением называется всякий выход горных пород на поверхность земли.

Обнажения массивных (кристаллических или сцементированных) горных пород называются коренными выходами, если они не разбиты трещинами выветривания на отдельные кусочки и блоки, претерпевшие перемещение на дневной поверхности.

### 2.3.1. Типы обнажений горных пород

Обнажения бывают естественными и искусственными.

**Естественные обнажения** (те, что возникли без вмешательства человека) могут быть самых различных типов: сплошные площадные выходы коренных и рыхлых пород; скальные выходы коренных пород; выходы коренных и рыхлых пород в обрывах склонов речных долин; выходы коренных и рыхлых пород в руслах рек, ручьев, промоин и рытвин, в карстовых воронках, провалах и в оползневых обвалах; каменные россыпи (развалы); высыпки (скопления мелких обломков пород на поверхности подстилающих их коренных пород того же состава).

**Искусственными обнажениями** называются всякие следы деятельности человека, приводящие к вскрытию горных пород. Сюда относятся специальные горные выработки, проходимые с целью вскрытия горных пород: шурфы, канавы, штольни, шахты, карьеры, различные котлованы, колодцы, траншеи. Нередко искусственные обнажения являются единственно возможными пунктами изучения горных пород.

Все обнажения по их значению для геологической съёмки можно подразделить на опорные (или главные) и промежуточные.

**Опорными** называются обнажения, по которым составляется представление о характере геологического разреза, фациальных изменениях слагающих его толщ, о возрастных соотношениях между ними, о расположении основных геологических границ и маркирующих горизонтах, о различных видах тектонических нарушений; обнажения с признаками полезных ископаемых.

**Промежуточными** можно назвать все остальные обнажения, фиксирующие распространение той или иной толщи пород.

В процессе полевых работ документируются как опорные, так и промежуточные обнажения, но приёмы документирования их несколько отличны. Опорные обнажения изучаются подробно, промежуточные - более схематично.

Документирование опорных обнажений слагается из следующих операций: 1 - привязка обнажения; 2 - определение пород, слагающих обнажение, и их взаимоотношений; 3 - определение элементов залегания пород; 4 - составление зарисовки обнажения; 5 - взятие образцов пород; 6 - отбор полезных ископаемых.

### 2.3.2. Привязка обнажений

Привязка обнажений ничем не отличается от изложенной выше привязки точек наблюдений, поскольку очень часто обнажение идентифицируется с точкой наблюдений (хотя необходимо отметить, что понятие "точка наблюдений" более широкое, чем понятие "обнажение"). Нередко крупное обнажение может включать несколько точек наблюдений, и тогда его привязка будет выглядеть, как привязка некоторого количества точек, расположенных по контуру обнажения. Именно с такой ситуацией часто встречаются студенты во время ведения площадной геологической съёмки. Нередко также точка наблюдений включает несколько небольших сближенных обнажений. Так же, как и

привязку точек наблюдений, привязку обнажений студенты осуществляют **схематически либо глазомерно** (обоими рассмотренными ранее способами), либо топопривязчиком.

### 2.3.3. Описание горных пород

При осмотре обнажения прежде всего нужно убедиться, что оно не представляет какую-либо глыбу, скатившуюся сверху, или оползень, так как в этом случае все наблюдения относительно условий залегания горных пород могут привести к ложным заключениям. Затем нужно обойти всё обнажение, чтобы получить общее представление об обнажённых породах и структурах и решить, какую часть выхода следует изучать наиболее детально. После этого можно приступить к определению и описанию породы или пород, которыми сложено обнажение.

**При описании обнажений осадочных пород** указывается следующее: наблюдается ли в породах слоистость; если да, то какие её разновидности - по форме слоев (параллельная, линзовидная или косая), по мощности отдельных слоев (грубая, мелкая, тонкая), по соотношению мощности слоев (равномерная, неравномерная), указывается характер границ слоев (чёткие или нечёткие); строение поверхностей наложения (наличие знаков ряби или иероглифов); текстурно-структурные особенности всех разновидностей горных пород и мощность сложенных ими прослоев.

**При описании обнажений вулканогенных пород** указывается следующее: фациальный тип пород (пирокластическая или лавовая фация); наличие или отсутствие слоистости в пирокластических породах и полосчатости, флюидальности или пористости в лавах; форма и строение кровли и подошвы лавовых потоков и покровов; наличие отдельности, её вид (шаровая, подушечная, плитчатая, столбчатая) и ориентировка; структура и состав пород, состав вкрапленников и обломков; размеры и ориентировка тел.

**При описании интрузивных и жильных пород** отмечается форма и размер тела, тип контактов (магматический, стратиграфический или тектонический); строение эндо- и экзоконтактных зон; наличие, форма, размер и ориентировка шпиров и ксенолитов.

Для всех пород, наблюдаемых в обнажении, указывается их цвет и облик в свежем сколе и на выветрелой поверхности. Обязательно фиксируются элементы залегания слоистости и контактов.

### 2.3.4. Наблюдение структурных элементов

Параллельно с описанием горных пород на обнажении производятся наблюдения над складчатыми и разрывными дислокациями

**При описании складчатых дислокаций** указываются: форма и размер складок, форма их замков (плавная или угловатая, а также угол сочленения крыльев в замке), форма и ориентировка осевых поверхностей и шарниров складок, симметрия - асимметрия крыльев, соотношение мощности слоев на крыльях и в замках складок; характер мелких осложняющих складок и их ориентировка, генетический тип складок.

**При описании разломов**, если таковые замечены в обнажении, отмечается следующее: тип разрыва и направление смещения блоков вдоль сместителя; строение шовной зоны (интенсивная трещиноватость, дробление, расщепление или смятие); наличие глинки трения и поверхностей скольжения в шовной зоне; наличие оперяющих трещин и их ориентировка; тип коры выветривания над разрывным нарушением (структурная, зона каолинизации и пр.); характер проявления разрывного нарушения в рельефе (лог, уступ, гряда); ориентировка сместителя и штрихов скольжения на поверхности сместителя.

**Описание трещиноватости горных пород** ведётся по-разному в зависимости от поставленной задачи. При проведении рекогносцировочных маршрутов и в процессе проведения маршрутной съёмки даётся только общая характеристика систем трещин с указанием их ориентировки, кинематического типа (отрыва или скалывания), ориентировки штрихов скольжения, минерального заполнения, удельной плотности (количества трещин на 1 метр длины в направлении, перпендикулярном плоскостям трещин) и возрастных соотношений.

Если в задачу исследования входит детальное описание трещиноватости с последующим специальным анализом, то наблюдения ведутся по указанной выше схеме над каждой встреченной в обнажении трещиной. Наблюдения заносятся в таблицу (см. табл.2).

Таблица 2

№ п.п.	Азимут и угол падения	Кинематический тип	Ориентировка штрихов скольжения	Минеральное заполнение	Степень приоткрытия	Сведения о пересечении с другими трещинами	Примечания
1	132, 48	Скалывания	Аз. погруж. 120, 42	—	Закрытая	—	Сопровождается незначительным расщеплением параллельно стенкам
220	220, 85	Отрыва	—	Крупнокристаллический кальцит	До 3см	Пересекает 1-ю	

### 2.3.5. Отбор образцов горных пород

Одновременно с изучением обнажения производится отбор образцов пород и встречающейся в них ископаемой фауны и флоры. Отбираемые образцы должны дать полное представление о характере пород и об их изменениях вследствие различных геологических процессов.

Каждый образец представляет собой ту или иную породу, слагающую данный пласт, прослой, жилу и т.п. Отбор образцов не должен быть случайным, искажающим действительные соотношения между породами в обнажении. Необходимо отбирать образцы, характерные для данного слоя, жилы, в которых были бы представлены обычные для них соотношения минералов, текстурные и структурные особенности, минерализация и т.п. Место отбора образцов определяют только после внимательного изучения обнажения. В качестве образца берут свежую, не измененную процессами выветривания, породу. Не обязательно придавать образцу правильную изометрическую форму. Естественная форма обломков является важным текстурным признаком породы. Нужно лишь притупить молотком острые режущие края образца. Образцы берутся различных размеров, в зависимости от их назначения. Обычный размер образцов

колеблется от 4х 6 до 9х12 см. Однако при необходимости проиллюстрировать переход одной породы в другую, изменение минерализации пород около рудных жил, распределение ископаемой фауны и т.п. приходится отбирать штучные образцы размером до 30х30 см и даже больше.

Отобранные образцы этикетуются на месте их отбора. При этом на образец наклеивается кусочек лейкопластыря с указанием номера образца, номера бригады и наименования учебной группы (рис. 4).

В целях облегчения поиска привязки образца, его номер должен соответствовать номеру обнажения, на котором взят образец. При отборе нескольких образцов из одного обнажения, им присваивается один номер с добавлением буквенных или цифровых индексов, служащих для различия образцов между собой.

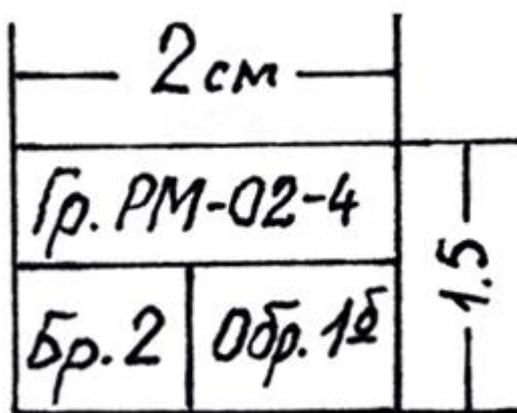


Рис. 4. Форма и содержание этикетки, наклеиваемой на образец.

**При документировании опорных обнажений** образцы отбирают из каждой литологической разновидности пород.

Часто студенты бывают в затруднительном положении при определении достаточного и необходимого количества образцов, отбираемых за время выполнения самостоятельного задания: нельзя оставить ни одной разновидности пород, не представленной образцом; нежелательно иметь и несколько образцов из каждой разновидности пород. Запомнить же, из какой разновидности уже взяты образцы, не всегда удаётся. А поэтому лучше брать образцы из всех разновидностей пород обнажения, а уже на базе, при камеральной обработке, лишние сократить.

### 2.3.6. Зарисовка обнажения

В целях лучшего восприятия другим лицом описания обнажения, а также, в какой-то мере, в качестве компенсации субъективизма при его описании, наиболее информативные обнажения или их фрагменты зарисовываются или фотографируются. Чаще зарисовку или фотографию делают по фронту обнажения.

При простом строении обнажения достаточно провести через него несколько мысленных вертикальных линий, на которых определяется положение геологических границ и структура обнажения относительно какого-то принятого базиса (подножия склона, границы зарисовываемого фрагмента). Эти вертикальные линии в определённом масштабе наносятся на зарисовку, а затем, по мысленно отмеченным на них точкам {пересечениям этих линий с геологическими границами и контурами обнажения}, рисуется контур обнажения и геологическая ситуация (см. рис. 5).

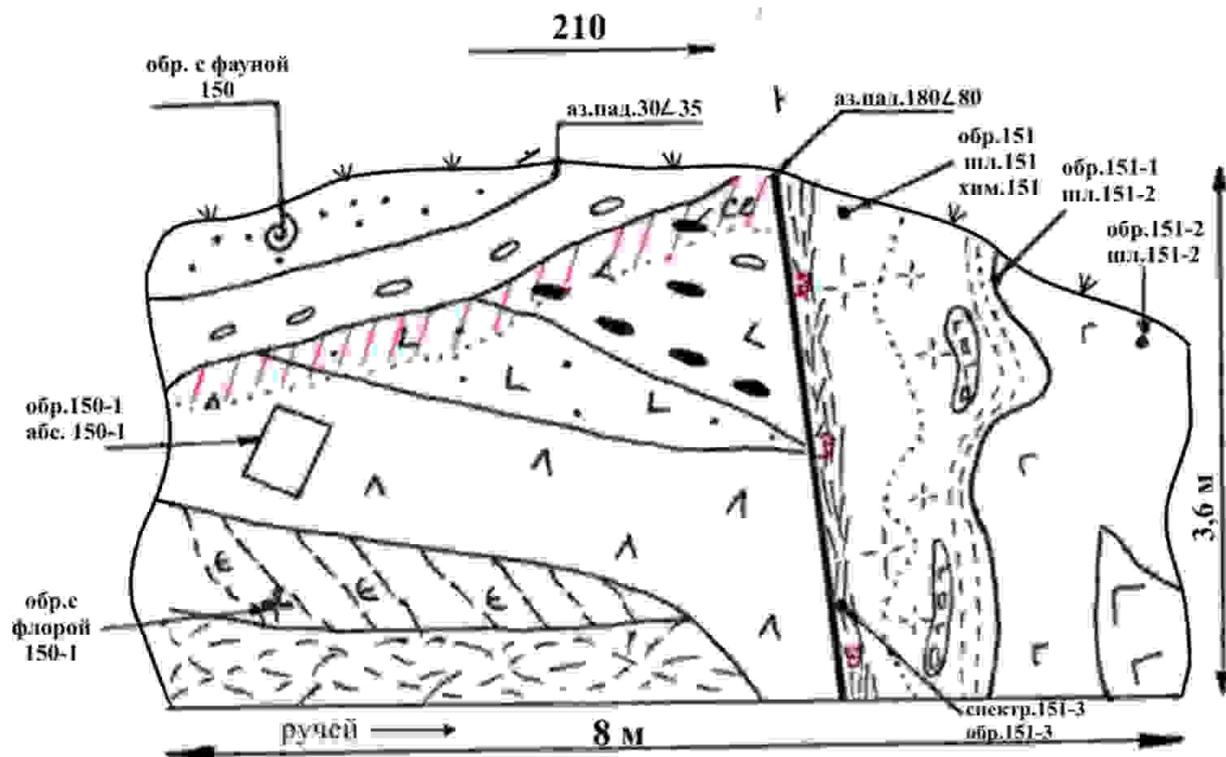


Рис. 5. Пример зарисовки обнажения

При сложном строении обнажения его необходимо разделить на квадраты удобной величины. Сетку можно нанести мелом или каким-либо подсобным материалом. Такая же сетка в определённом масштабе наносится на зарисовку и по ней, как и в предыдущем случае, отрисовывается геологическая ситуация.

При исполнении зарисовки следует широко пользоваться условными значками, отражающими состав горных пород, их текстурные и структурные особенности. Используемые условные знаки должны иметь пояснения.

Зарисовка обнажения может быть дополнена или заменена его фотографией. Фотография имеет некоторые преимущества перед зарисовкой: малые затраты времени, точность воспроизведения объекта, объективность изображения геологической ситуации. К недостаткам относятся: невозможность отражения состава пород, невозможность получения качественного фотоснимка в случае плохого или неудачного освещения, трудность в отображении на фотографии слабо заметных, но важных деталей.

С другой стороны, зарисовка по некоторым аспектам имеет преимущества перед фотографией: полное отражение особенностей строения объекта на основе его углубленного изучения, возможность подчеркнуть главное в воспроизводимом объекте.

Если обнажение сфотографировано, то в полевой книжке и в журнале образцов обязательно должны быть сделаны пометки, указывающие номер пленки и кадра.

## Пример ведения дневника маршрутов

### Этикетка

Уральский государственный горный университет <u>Название организации</u>
ГПР МПИ, РМ-03-1, № 2 <u>Название кафедры (партии), группы, отряда</u>
Полевой дневник № 1 Документация маршрутов т.н. 1-52
Студент Трешкин П.И.
2005г.

### Титульный лист

Название организации

Название кафедры (партии), отряда, группы

Дневник № 1

Номенклатура планшета (ов): W-49-43-Б

Родин Иван Петрович

Фамилия, имя, отчество исследователя

Начат 30 мая 2005г.

Окончен 23 июля 2005г.

С т.н. 1 по т.н. 52

Примечание: В случае нахождения дневника просьба вернуть по адресу:

620144 г.Екатеринбург, ул.Куйбышева 30, ОХНИР

к.3319 Родину И.П.

Азимуты магнитные (или истинные с учетом поправки).

## Оглавление

№ маршрута	Дата	№ точек набл.	Стр.	Привязка	Объемы				
					Протяженность маршрута, км	Пешие переходы, км	пробы		
							на спектр. ан.	на химич. ан.	для опред. абс. возраста
1	15.07.05	1-7	2-5	Северный склон г. Крутой в бассейне руч. Верного	4,5	3	26	5	2
2	16.07.05	8-12	6-11	Верхнее течение руч. Кривого к югу от д. Слюдянки	5,0	4	20	3	1
				Итого:	9,5	7	46	8	3
1			3	Рисунки в дневнике					
2			8						

### Условные обозначения и сокращения, применяемые при описании маршрутов

#### Описание маршрута

Дата  
04,08,05

Участок: Савинский  
Масштаб работ: 1: 10 000

#### Маршрут № 1

Цель: Уточнение геологического строения в бассейне руч. Верного, опробование измененных пород, сбор фауны для уточнения возраста известняков.

Привязка маршрута: Проходит на северном склоне горы Крутой в бассейне руч. Верного, в 120 м от высоты 435,0 по аз. 320.

Номенклатура карты: W-49-43-Б

Аэрофотоматериалы (АФС):

Фотоснимки: №№ 4109-4211

Т.н. 05-1 находится в устье руч. Крутого, впадающего в р. Пышму (правый приток) (по топопривязчику: северная широта..., восточная долгота....).

Коренной выход базальтов темно-зеленого цвета массивной текстуры (рис. № 1).

Вкрапленники (15%) – плагиоклаз таблитчатой субизометричной формы, размером 1-3 мм; роговая обманка – черного цвета вытянутой формы. Основная масса – скрытокристаллическая, зеленого цвета. Миндалины – округлой формы, диаметр 1-3 см, выполнены кальцитом и хлоритом. Наблюдается 2 системы трещин: замеры трещин, густота, характеристика (поверхности трещин, формы, материал заполнения, соотношения по возрасту) обр. 1, шл. 1.

Далее ход по аз. 50.

0-150 м в интервале глыбовые развалы (делювий) аналогичных миндалекаменных базальтов. К концу интервала (со 100 м) базальты имеют брекчиевую текстуру обр. 1-1, шл. 1-1.

150-200 м крупноглыбовый делювий андезитов (характеристика андезитов) – обр. 1-2, шл. 1-2.

200-350 м задерновано. Пойма мелкого ручья, заросшего густой травой.

В 360 м – на правом борту ручья коренной выход темно-серых до черных битуминозных известняков тонкослоистых. Породы катаклазированы, трещины катаклаза выполнены ветвящимися жилками мелкозернистого кальцита с редкой вкрапленностью бледно-фиолетового флюорита (рис.2) обр. 1-3, проба на спектр. ан. – 1-3, шл. 1-3.  
Аз. пад. слоистости 120 $\pm$  20-30

360-450 м редкие делювиальные глыбы светло-серых известняков нечеткослоистых с обильной фауной брахиопод. Образцы с фауной отобраны: обр. 1-4 с 380 м  
обр. 1-5 с 450 м

450-500 м кора выветривания по гранитам. В высыпках нор сусликов – дресва крупнозернистых гранитов биотитовых и щебень мелкозернистых аплитов.

Т.н. 05-2 находится в 500 м от т.н. 1 по аз. 50

Вершина сопки. Останец выветрелых крупнозернистых гранитов. В породах отчетливо выражена матрасовидная отдельность – обр.2.  
Аз. пад. отдельности 360 $\pm$  20.

В гранитах ксенолиты мраморизованных известняков.

Маршрут окончен. Пройдено:.....км

Отобрано: образцов - ....

шлифов - .....

проб - .....

Подпись исполнителя.

### **Вывод по маршруту № 1**

В маршруте встречены три комплекса пород: вулканогенная толща среднего-основного состава, представленная фацией текучих лав; толща известковистого состава (морские отложения) и интрузивные породы кислого состава. Наличие катаклазированных пород указывает на тектонический контакт известняков и вулканитов. Предположительно разлом имеет северо-восточное простирание (судя по прямолинейной долине ручья). Предварительно возраст известняков – девонский. Такой вывод можно сделать по комплексу встреченной фауны. Известняки прорываются гранитами. Контакт активный. Возраст гранитов моложе возраста осадочной толщи (постдевонский).

По гранитам развита кора выветривания, представленная зоной дезинтеграции. В поисковом отношении интерес представляет зона разлома, к которому приурочен ручей. Рекомендуется провести шлиховое опробование по данному водотоку.

## **2.4. Первичная обработка полевых материалов**

Первичная обработка полевых материалов в условиях учебной геологосъемочной практики производится на базе после возвращения из маршрута или с участка площадной съемки. Она заключается в обработке коллекций горных пород и полевых книжек, а так же в обработке замеров ориентировки различных структурных элементов.

### **2.4.1. Обработка коллекций горных пород и корректура полевых книжек**

Предварительная обработка коллекций горных пород включает в себя: 1 – окончательные определения горных пород и ископаемых органических остатков, собранных при полевых исследованиях; 2 – принятие одного названия для одних и тех же горных пород, задокументированных различными съемочными парами; 3 – сокращение

излишних образцов; 4 – занесение оставшихся образцов в специальный журнал (каталог образцов).

В первую очередь окончательного определения требуют те породы, при описании которых у практикантов были сомнения в точности данных им названий. Эти сомнения могли возникнуть по причине недостаточной выразительности структуры или текстуры пород, либо из-за трудности определения их минерального состава. На базе, при наличии бинокулярного микроскопа, соляной кислоты, а также эталонной коллекции горных пород со шлифами, диагностику пород можно сделать более точно.

Затем сравниваются породы, задокументированные всеми съемочными парами и при наличии одинаковых признаков, породе дается одно название.

На базе, в стационарных условиях, производится препарирование ископаемых органических остатков и дается окончательное определение их с помощью атласов ископаемых форм.

Результаты полевых наблюдений должны быть показаны руководителю практики, при необходимости откорректированы при его участии, и только после этого они становятся пригодными для дальнейшей камеральной обработки. Возможные лишние образцы пород сокращаются, а оставшиеся заносятся в каталог, составленный по стандартной форме (Табл. 3).

Таблица 3

№ п/п	№ образца	Название породы	Привязка обнажения	Примечание
31	12/а	Тонкослоистый зеленовато-серый псаммитовый туф	Левый берег р. Пышмы в 900 м выше устья рч. Рудянки	Сопоставить с обр. 4/е

В результате первичной обработки полевых материалов в полевую книжку вносятся исправления с учетом изменений в диагностике пород и, возможно, в интерпретацию полевых наблюдений.

#### **2.4.2. Обработка замеров ориентировки плоскостных структурных элементов**

Первичная обработка массовых замеров ориентировки различных структурных элементов состоит в построении диаграмм их ориентировки. В настоящее время наиболее широкое применение в изображении ориентировки структурных элементов приобрели круговые точечные диаграммы.

Нанесение замеров на круговую диаграмму производится с помощью трафарета, представляющего собой окружность, разбитую на 360 градусов и проградуированную в направлении против часовой стрелки, с радиусом, разбитым на 90 градусов и проградуированным в направлении от центра окружности к периферии. Радиус трафарета проведен через точку начала отсчета азимутов на трафарете.

Диаграмма ориентировки трещин строится на кальке, которая накалывается на иглу в центре трафарета. На кальке по трафарету проводится окружность, а на окружности черта начала отсчета азимутов («север» диаграммы). Для нанесения на диаграмму ориентировки трещины «север» диаграммы устанавливается на окружности трафарета против цифры, соответствующей азимуту падения трещины, а на радиусе трафарета

ставится точка против цифры, соответствующей углу наклона трещины. Эта точка на диаграмме называется полюсом данной конкретной трещины и отражает ее элементы залегания. Трафарет может быть заменен стереографической проекцией (сеткой Шмидта или Вульфа).

После нанесения всех замеров диаграмма имеет вид круга с расположенными на нем полюсами трещин. Если полюса расположены неравномерно, то каждому участку их сгущения соответствует система трещин.

Для достижения большей наглядности и определенности диаграммы, на ней проводят изолинии плотности полюсов трещин, подсчитывая количество полюсов на 1 процент площади диаграммы.

Для этого в квадратице из плотной бумаги или тонкого картона вырезается круглое отверстие, размером в 1/10 радиуса диаграммы. Затем диаграмма с нанесенными на нее полюсами трещин накладывается на квадратную сетку со стороной ячейки, равной радиусу малого кружка; накрывается сверху еще одной чистой калькой; на каждое перекрестие подложенной сетки накладывается малый кружок (центром в перекрестье); подсчитывается количество полюсов, попавшее в кружок и в перекрестии ставится точка, а рядом с ней цифра, соответствующая количеству полюсов, попавших в кружок.

Определение плотности полюсов на периферии диаграммы производится с помощью приспособления, состоящего из двух малых кружков, расположенных на расстоянии друг от друга, равном диаметру диаграммы. В центре полоски есть узкая прорезь, через которую приспособление одевается на иглу трафарета. Для определения плотности полюсов трещин, при насаженном на иглу приспособлении, один из его кружков устанавливается центром в перекрестии сетки около ее периферии, и в этом перекрестии ставится точка и пишется цифра, отвечающая количеству полюсов, попавших в оба кружка.

После того, как по всему кругу определена плотность полюсов, на верхней кальке через точки с известной плотностью (а между точками методом интерполяции) проводятся изолинии плотности полюсов. При проведении изолиний на периферии диаграммы (где изолинии обрываются) необходимо помнить, что «выход» за пределы контура диаграммы и «вход» внутрь контура одой и той же изолинии должны располагаться на противоположных сторонах диаграммы, симметрично относительно ее центра. С помощью изолиний определяются центры тяжести максимумов полюсов трещин, по которым определяется ориентировка выделившихся систем трещин.

Для определения элементов залегания системы трещин диаграмма накладывается на трафарет, центр максимума полюсов системы трещин совмещается с радиусом трафарета и на окружности трафарета, против отметки «север» диаграммы, снимается отсчет, соответствующий азимуту падения данной системы трещин, а на радиусе трафарета, против центра тяжести максимума, снимается отсчет, соответствующий углу ее падения.

### **3. Физико-географическая и геологическая характеристики Сухоложского района.**

#### **3.1. Физико-географический очерк**

Сухоложский район Свердловской области расположен на восточном склоне Среднего Урала в переходной зоне от холмисто-увалистого рельефа Зауралья к Западно-Сибирской низменности. Поверхность района представляет собой всхолмленную

равнину с общей тенденцией погружения на восток с абсолютными отметками водоразделов 240 м. Граница крупного водораздела проходит северо-восточнее р Пышма.

Обнаженность района неравномерная. Палеозойские образования в виде коренных выходов наблюдаются преимущественно по долинам рек. Мезозойские отложения можно наблюдать в карьерах по добыче строительных материалов и в естественных разрезах в восточной части площади.

Главной водной артерией района является река Пышма с притоками Рефт и Кунара, принадлежащая к бассейну р. Оби.

По характеру растительности район относится к лесной и лесостепной зонам с уменьшением степени залесенности с севера на юг и со сменой сосновых лесов на лиственные.

Климат района континентальный с холодной зимой и прохладным летом. Среднегодовое количество осадков 500 мм. , из них на весенне-осенний период (апрель-октябрь) приходится 360 – 375 мм. Основными ветрами являются западные, средняя скорость ветра 4,4 м/с.

В административном отношении территория входит в состав Сухоложского района Свердловской области. Кроме города Сухого Лога на описываемой территории имеется ряд сел и деревень - Знаменское, Рудянское, Кашино, Курьи, Шата, Брусяна, Глядены, Мокрая. Город Сухой Лог связан с городом Екатеринбургом железной дорогой и асфальтированным шоссе. Населенные пункты в пределах площади связаны автобусным сообщением.

В экономическом отношении район является промышленно-сельскохозяйственным. Основные промышленные предприятия сосредоточены в г.СухойЛог – комбинат асбоцементных изделий, завод по переработке вторичных металлов, авторемонтный завод, бумажная фабрика. Цементный завод располагается за юго-восточной окраиной города.

Основное направление сельского хозяйства – земледелие и животноводство.

### 3.2. История геологического изучения района

Геологические исследования в Сухоложском районе были предприняты еще в позапрошлом столетии в связи с изучением углей, содержащихся в угленосной толще карбона. Они проводились под руководством А.П.Грамачикова. Результаты этих работ были опубликованы в 1852 году.

В 1880 году в “Горном журнале” была опубликована заметка о находке следов деятельности первобытного человека, населявшего известняковые пещеры на левом берегу р. Пышмы в районе г. Сухого Лога. Наиболее крупная из этих пещер носит имя Гебауэра.

Более полные сведения о геологии Сухоложского района содержатся в трудах А.П.Карпинского. Предварительные результаты работ были изложены им в кратких статьях в “Горном журнале” за 1880 год. Более полные данные его работ были опубликованы в монографии “Геологические исследования и разведки на восточном склоне Урала”, изданной в 1949 году. Наибольший интерес из них представляют описания обнажений по рекам Пышме, Шате, Брусяне Кунаре. А.П.Карпинским, в частности, был определен силурийский возраст известняков в верховьях р. Шаты, девонский возраст известняков на северо-восточной окраине с. Знаменского и в низовье р. Шаты, каменноугольный возраст известняков и песчаниково-сланцевых пород на р. Пышме в окрестностях тогдашнего с. Сухоложского. В пределах окрестностей с. Сухоложского

А.П.Карпинским отмечены признаки медных руд, описаны месторождения каменного угля, минеральных красок, каолиновых глин, трепела и других полезных ископаемых.

С 1920 по 1924 годы по поручению Геологического комитета в окрестностях села Сухоложского детальную геологическую съемку проводил И.И.Горский. Результатом этой съемки явилась геологическая карта окрестностей с. Сухоложского масштаба 1:21000. В отчете об этих работах приведены детальные описания обнажений по рр.Пышме, Шате, Ключ, Усолке и логам, впадающим в долину р. Пышмы.

В послевоенные годы изучением каменноугольных отложений района занимался А.А.Пронин. Результаты исследований вошли в монографию “Карбон восточного склона Среднего Урала”, опубликованную в 1960 г.

С начала 30-ых годов в окрестностях Сухого Лога проводится учебная геологическая практика студентов Свердловского горного института, а ныне Уральского государственного горного университета. Коллективом преподавателей кафедры Общей и динамической геологии под руководством А.А.Малахова и В.Е.Засыпкина на основе накопившегося материала о геологическом строении района было подготовлено и издано в 1954 году “Методическое руководство по учебной геологической практике в окрестностях Сухого Лога”, длительное время являвшееся основным пособием при проведении геологической практики.

В 60-е годы Т.В.Диановой, а в 70-е и 90-е К.П.Плюсниним изучались вулканогенные образования района. Этими исследователями были предложены схемы расчленения вулканогенных толщ и определены наиболее крупные вулканические постройки.

В 1961 году под руководством Ю.П.Алексеева была закончена разведка Кунарского месторождения известняков, интенсивно разрабатываемого в последующие годы.

В 1972 году коллективом, возглавляемым М.Т.Собоевым, были закончены работы по составлению геологической карты масштаба 1: 50 000 восточной части Сухоложского района.

С 1973 по 1978 годы в западной части района под руководством В.П.Олерского проводилась геологическая съемка и доизучение масштаба 1 : 50 000. В результате работ составлены: геологическая карта полезных ископаемых, карта четвертичных образований. Эти материалы были положены в основу Государственной геологической карты СССР масштаба 1 : 200 000 листа О-41-XXVI (автор Грабежева Т.Г.), изданную в 1983 году.

Детальная разведка участка аргиллитов Ново-Сухоложского месторождения цементных глин проводилась в 1991 г. Б.М.Новоселовым.

С 1999 по 2002 годы на листе О-41-XXVI, в состав которого входит западная часть Сухоложского полигона, геологическое доизучение масштаба 1 : 200 000 производилась под руководством В.А. Рыбалко. Был составлен комплект карт и отчет по состоянию изученности на 01.01.2002г.

Сведения о глубинном строении территории (в т.ч. Сухоложского полигона) изложены А.Г.Кислицыным в отчете по теме «Переинтерпретация материалов гравиметрических съемок масштаба 1 : 50 000 на Среднем Урале» (1999г.).

Е.М.Ананьева завершила составление карты глубинного строения верхней части земной коры в масштабе 1 : 200 000 листа О-41-XXVI (Е.М.Ананьева, 2001).

Параллельно продолжались исследования, проводимые сотрудниками кафедр Структурной геологии и Общей и исторической геологии и палеонтологии Свердловского горного института. По результатам работ производственных организаций и указанных кафедр СГИ были составлены “Учебная карта Сухоложского района” и учебное пособие “Учебная геологосъемочная практика”. Последующие работы сотрудников тех же кафедр по изучению строения вулканогенных и осадочных толщ, а также по фациальному и

петрохимическому расчленению вулканогенных пород района позволили составить более детальную геологическую карту, соответствующую современным геологическим представлениям, а также учебные пособия “В краю потухших вулканов” и “Учебная геологосъемочная практика”, 2004, «Геофизические исследования Сухоложского полигона в Зауралье», 2004. К Всероссийскому симпозиуму по вулканологии и палеовулканологии профессором В.Н.Огородниковым подготовлен путеводитель Среднеуральской геологической экскурсии, 2003.

### 3.3. Геологическое строение района

Территория Сухоложского полигона расположена в пределах Восточно-Уральской мегазоны, претерпевшей длительную эволюцию геологического строения.

ГеополYGON располагается в Алапаевско-Теченской зоне на границе двух подзон: Рефтинско-Каменской (западной) и Алапаевско-Айбыкульской (восточной).

Границей подзон принято считать Тыгишский разлом (ограничивающий с запада бекленищевскую свиту нижнего карбона).

В геологическом строении района практики принимают участие преимущественно осадочные и вулканогенные образования палеозойского возраста, в восточной части района перекрытые чехлом мезозой-кайнозойских недиагенизированных или слабо диагенизированных континентальных и морских отложений.

Интрузивные образования развиты в меньшей степени и представлены Рефтинским массивом раннедевонского возраста, а также малыми телами гипабиссального и субвулканического уровня глубинности девонского и каменноугольного возраста.

Район характеризуется напряженной тектоникой, следствием этого является складчато-чешуйчато-блоковое геологическое строение. Наиболее интенсивно дислоцированы и метаморфизованы дочетвертичные образования.

#### 3.3.1. Стратиграфия

Стратиграфический разрез района представлен осадочными и вулканогенными образованиями палеозойской, мезозойской и кайнозойской эратем.

##### 3.3.1.1. Палеозойская эратема

Палеозойская эратема представлена девонской и каменноугольной системами. Эти образования под покровом маломощных рыхлых четвертичных отложений развиты в западной и центральной частях района, а в восточной части района перекрыты мезо-кайнозойским чехлом. Значительную роль в составе палеозойских стратонев играют вулканогенные образования. Анализ строения, состава и последовательности залегания вулканогенных пород района позволяет выделить среди них разнотипные вулканогенные формации, которые по фациальному и петрохимическому составу и возрасту параллелизуются с типоморфными для Урала вулканогенными формациями Магнитогорского мегаблока.

##### **Девонская система**

Девонская система представлена средним и верхним отделами. Образования среднего отдела выделены под названиями: базальт-дацитовая толща ( $D_{2bd}$ ) – в Рефтинско-Каменской подзоне; сухоложская толща ( $D_{2sh}$ ) – в Алапаевско-Айбыкульской подзоне. Средний-верхний отделы представлены маминской толщей ( $D_{2-3mm}$ ). Верхний

отдел представлен кодинской свитой (D<sub>3</sub>kd). Возраст стратонов определен по ископаемой фауне и флоре.

### Средний отдел D<sub>2</sub>

**Базальт-дацитовая толща (D<sub>2</sub>bd).** Данная толща в пределах Сухоложского полигона имеет ограниченное распространение и тектонические контакты как с габброидами Рефтинского массива, так и с нижнекаменноугольными осадочными породами бекленищевской свиты.

На территории полигона толща представлена базальтами (в том числе миндалекаменными) и туфами базальтов. Породы интенсивно дислоцированы. Вторичные изменения представлены альбитизацией, хлоритизацией, актинолитизацией. Участками породы превращены в зеленые сланцы.

**Сухоложская толща (D<sub>2</sub>sh).** Породы, слагающие сухоложскую толщу, обнажаются в северо-западной и юго-восточной частях геополигона. Толща локализована в пределах тектонических блоков, ориентированных в субмеридиональном направлении.

Нижняя часть толщи представлена осадочным типом разреза. В бассейне р. Шата скважинами К-331, К-348 вскрыты переслаивающиеся известняки с конгломератами, кремнистыми сланцами, песчаниками и алевролитами, гальки конгломератов представлены темно-серыми почти черными известняками. В алевроитовом цементе конгломератов содержится микрофауна эйфельского возраста. Мощность пачки 350 м.

Верхняя часть сухоложской толщи представлена преимущественно вулканогенными образованиями. Толща сложена эффузивными, пирокластическими, осадочно-пирокластическими породами непрерывной базальт-андезит-дацит-риолитовой формации, а также вулканогенно-осадочными и осадочными породами. В строении преобладают базальты, андезибазальты, андезиты и их туфы. Преобладающим развитием пользуются экспозиционно-обломочные породы (туфы). По размерности обломков состав туфов изменчив – от алевроитовых до псефитовых. Часто наблюдается переслаивание туфов с потоками лав того же состава, как правило, имеющими подушечное и шаровое строение. Потоки базальтов и андезибазальтов афирового строения редки. Вулканы кислого состава имеют подчиненное значение в разрезах. Кислые лавы – это преимущественно порфиоровые разности, часто с лавобрекчиями в краевых частях. Пирокластические образования дацитового, риодацитового и риолитового состава представлены алевроитовыми, ляпиллевыми и бомбовыми туфами.

В целом, сухоложская толща представлена вулканитами пестрого состава, характеризующихся быстрой фациальной сменой.

В южном направлении характер разреза сухоложской толщи изменяется, что выражается в увеличении объема осадочно-вулканогенных (менее 50% осадочного компонента) и вулканогенно-осадочных ассоциаций в комплексе с рифогенными известняками, песчаниками, кремнистыми сланцами биогенного происхождения.

В пределах развития сухоложской толщи сохраняются фрагменты вулканотектонических построек разного ранга.

В соответствии с петрографическим кодексом (1995г.) по имеющимся геолого-геофизическим данным в пределах геополигона выделяется два вулканических массива. Первый из них располагается в бассейне р. Рефт и его притока Винокурка. Ранее в 1975 году К.П.Плюснин выделил здесь Винокуровскую вулканотектоническую структуру центрального типа., которой соответствует положительная гравитационная аномалия. Винокуровский вулканический массив представлен миндалекаменными базальтами, андезитами и их туфами. На территории Сухоложского полигона располагается только южная часть Винокуровского массива. К югу от него выделяется Пышминский массив, характеризующийся слабо аномальным гравитационным полем. В пределах Пышминского

массива сохраняются фрагменты трех вулcano-тектонических структур центрального типа с признаками кальдерообразования и системой радиально-дуговых разломов. В пределах Пышминского вулканического массива исследованиями прошлых лет выделены вулканические постройки центрального типа (стратовулкан «Дивий камень» и другие). На геологической карте они выделены особым знаком. Жерловые и прижерловые фации представлены экструзивными и субвулканическими образованиями, агломератовыми бомбовыми туфами. В прижерловых образованиях наиболее часто проявлены процессы окварцевания, пиритизации, серицитизации. Промежуточные фации представлены преимущественно лавами в ассоциации с псаммитовыми пирокластическими отложениями. Удаленные (периферические) фации вулканитов развиты на геополигоне на южном склоне вулcanoгенной гряды. Они представлены вулcanoгенными обломочными породами, алевритовыми туфами в переслаивании с рифогенными и аккумулятивно-рифогенными известняками и морскими мелководными терригенно-осадочными отложениями.

Последние наблюдаются на руч. Брусяны ниже «Белого лога», в карьере у западной окраины села Знаменского, на левом склоне долины р. Пышмы между устьями руч. Брусяны и руч. Знаменка. Живетский возраст кремнистой пачки определен по остаткам фораминифер из известняковых прослоев.

Мощность сухоложской толщи составляет 750 м.

### Средний-верхний отделы D<sub>2,3</sub>

**Маминская толща (D<sub>2,3mm</sub>).** Толща представлена углисто-глинисто-кремнистыми породами темно-серого и черного цветов с прослоями известняков. Разрезы этих образований наблюдаются на р. Брусяна ниже «Белого Лога», в левом склоне долины р. Пышмы между устьями р. Брусяна и руч. Знаменка, а также в карьере у западной окраины села Знаменское. Мощность кремнистых сланцев 70 м. Взаимоотношения с нижележащими образованиями не ясны. Живетский возраст определен по остаткам фораминифер из прослоев известняков.

К югу от р. Шата разрез маминской толщи представлен светло-серыми и темно-серыми глинистыми известняками, живетский возраст отложений определен по фауне.

Южнее Сухоложского полигона в районе с. Кунарского и юго-западнее оз. Куртугуз в аналогичных кремнистых породах обнаружены конодонты верхнего девона (сборы А.В.Коровко, В.А.Рыбалко, определения Г.Н.Бороздиной).

Мощность маминской свиты – 150 м.

При современной степени изученности определить объем маминской толщи не представляется возможным. В стратотипических разрезах кремнистые породы переслаиваются с вулканитами неконрастной базальт-андезитовой формации.

### Верхний отдел D<sub>3</sub>

**Кодинская свита (D<sub>3kd</sub>).** Осадочные породы кодинской свиты локализованы в линейном тектоническом блоке и прослеживаются от южной до северной границы Сухоложского полигона. Разрез свиты можно наблюдать на р. Ключ и в борту р. Пышма. Состав свиты: алевриты, алевропелиты, аргиллиты, песчаники, конгломераты, линзы известняков. Цвет пород – серый, бурый, зеленоватый, черный. Характерно частое переслаивание пород. Слоистость параллельная. Состав терригенного материала: кварц, плагиоклаз, кремнистые породы, риолиты, дациты, пемзы.

Возраст свиты определен по брахиоподам, фораминиферам, водорослям, спорам растений как позднедевонский в объеме франа.

Мощность свиты 700 м.

## Каменноугольная система

Каменноугольная система сложена преимущественно терригенными и карбонатными отложениями с небольшим количеством вулканогенных образований в западной части района и представлена нижним и средним отделами.

### Нижний отдел $C_1$

Стратоны нижнего отдела каменноугольной системы представлены бекленищевской ( $C_1bk$ ), егоршинской и бурсунской ( $C_1eg+C_1br$ ), исетской ( $C_1is$ ) свитами.

**Бекленищевская свита ( $C_1bk$ ).** Свита располагается в западной части Сухоложского полигона и прослеживается в пределах тектонического блока близмеридиональной ориентировки от оз. Куртугуз до приустьевой части р. Рефт. Свита представлена пестрым фациальным комплексом осадочных и вулканогенно-осадочных пород морского генезиса.

Нижняя часть разреза бекленищевской свиты не имеет естественных выходов на дневную поверхность. Свита изучена несколькими профилями скважин, где наблюдалось сложное переслаивание темно-серых до черных алевролитов и аргиллитов с маломощными прослоями песчаников и редкими отпечатками обугленного растительного детрита. Фаунистически эта часть разреза не охарактеризована.

Вверх по разрезу постепенно увеличивается карбонатность пород. Эта часть представлена переслаивающимися серыми и темно-серыми глинистыми и глинисто-известковистыми аргиллитами, полимиктовыми песчаниками, реже конгломератами, а также прослоями туфов и туффитов, мергелей и известняков.

Карбонатно-терригенный разрез свиты фациально замещается вулканогенно-осадочным комплексом пород. Наиболее представительные выходы этих пород располагаются в приустьевой части р. Рефт. В обломках из конгломератов определены форамениферы, свидетельствующие о визейском возрасте (определения Т.Н.Степановой).

Мощность бекленищевской свиты составляет 800 м.

**Егоршинская и бурсунская свиты объединенные ( $C_1eg+C_1br$ ).** Континентальные угленосные образования егоршинской и бурсунской свит прослеживаются в узком клиновидном тектоническом блоке вдоль железной дороги. Разрез этих свит можно наблюдать по р. Пышма между ручьями Ключ и Крутой Лог.

*Егоршинская свита* сложена переслаивающимися темно-серыми до черных глинистыми, углисто-глинистыми и углистыми аргиллитами, алевролитами, серыми и темно-серыми песчаниками и конгломератами. Характерно обилие флористических остатков, наличие маломощных пластов угля, быстрая смена фаций и сложное тектоническое строение. Мощность свиты 350-500 м.

Безугольные отложения *бурсунской свиты* залегают согласно на угленосных породах егоршинской свиты, представлены зеленовато-сероцветными грубообломочными отложениями с бедными органическими остатками. Характерно появление известковистых разновидностей. Мощность свиты 300-500 м.

Возрастная датировка объединенных егоршинской и бурсунской свит – верхнее турне – низы верхнего визе (включая жуковский горизонт). Данные свиты являются возрастным аналогом средней и верхней частей бекленищевской свиты.

**Исетская свита ( $C_1is$ ).** Свита имеет широкое площадное распространение в восточной части Сухоложского полигона. Разрез свиты можно наблюдать по р. Пышма, Кунара, в Кунарском карьере известняков, в приустьевой части р. Рефт. Вблизи железнодорожного моста через р. Пышма наблюдалось согласное налегание известняков на терригенные породы бурсунской свиты. В пределах листа О-41-XVI взаимоотношения бурсунской и исетской свит установлено в ряде скважин (Олерский, 1978).

Исетская свита представлена преимущественно известняками. В известниках встречается обильная фауна одиночных и колониальных кораллов и брахиопод. Известняки слоистые и массивные, в верхней части разреза породы доломитизированы и брекчированы (известняковые брекчии) с прослоями мергелей. В нижней части разреза преобладают битуминозные известняки с линзами кремней.

По комплексу фауны возраст исетской свиты установлен как визейский – серпуховский.

Мощность свиты – 450 м.

## **Средний отдел С<sub>2</sub>**

**Щербаковская свита (С<sub>2</sub>жс).** Свита имеет ограниченное распространение в бассейне р. Кунара. Породы свиты локализованы в мелких тектонических блоках среды известняков исетской свиты. Щербаковская свита представлена алевролитами, аргиллитами, сероцветными известковистыми песчаниками с прослоями конгломератов, мергелей, битуминозных известняков.

Возраст пород свиты установлен по брахиоподам и соответствует башкирскому и московскому веку.

Мощность щербаковской свиты - 350 м.

### **3.3.1.2. Мезозойская эратема**

## **Коры выветривания**

Территория Сухоложского полигона располагается в пределах приподнятого отпрепарированного пенеплена Среднего Урала на границе с континентально-морской цокольной равниной, что и определило широкое развитие кор выветривания. В пределах геополгона выделяется два морфологических типа – площадная и линейная. Площадные коры развиты преимущественно на водоразделах. Традиционно выделяется три зоны профиля коры выветривания: дезинтеграции, промежуточных продуктов, глинистых продуктов. На Сухоложском полигоне зона глинистых продуктов развита только в восточной части, в западной части имеет место двухзональный профиль коры. Линейные коры выветривания обычно развиваются в зоне разломов либо по контактам геологических тел.

Выделяется два генетических типа кор – остаточные и переотложенные. В районе резко преобладает первый тип.

Окраска пород, слагающих профиль коры выветривания, обычно в верхней глинистой зоне неоднородная: пятнистая, пятнисто-полосчатая с преобладанием буроватых и красноватых оттенков. С глубиной окраска выветрелых пород приближается к цвету материнских. К востоку происходит понижение кровли остаточной коры выветривания с 206 м до 160 м. В восточной части полигона коры выветривания перекрываются палеоценовыми отложениями серовской свиты. Среди глинистых продуктов по вещественному составу преобладающим является каолинитовый тип. Состав тяжелой фракции шлихов обычно зависит от состава материнских пород. В площадных корях постоянно присутствуют гидроокислы железа, реже марганца.

Мощность площадных кор в Сухоложском районе в среднем составляет 18-20 м.

## Триасовая система, верхний отдел - юрская система, нижний отдел

**Челябинская серия (Т<sub>3</sub>-J<sub>1</sub>Ď).** Нерасчлененные триасово-юрские отложения района представлены вулканогенно-осадочными породами. Они приурочены к протяженному грабену, пересекающему восточную часть района в субмеридиональном направлении и перекрытому кайнозойским чехлом. Нижнюю часть разреза слагают преимущественно вулканогенные породы разного состава (от базальтов до риолитов) с незначительным количеством пестроцветных конгломератов, песчаников и аргиллитов. Верхнюю часть разреза слагают преимущественно осадочные сероцветные мелко- и тонкообломочные породы. Обломочные породы по составу относятся к полимиктовым. В прибортовых частях грабенов широким развитием пользуются красные конгломераты и гравелиты (фашии конусов выноса).

Мощность триасово-юрских отложений на описываемой территории достигает 200 м. Выходы их наблюдаются только в глубоко врезанных долинах крупных рек Пышмы и Кунары.

### Меловая система

Меловая система в районе представлена обоими своими отделами. Ее отложения обычно перекрыты более молодыми осадками и не имеют широкого развития на земной поверхности.

#### Нижний отдел К<sub>1</sub>

Нижний отдел меловой системы представлен **аптским и альбским ярусами К<sub>1</sub> а**, состоящим из двух стратонев – алапаевской и синарской.

**Алапаевская толща** представлена каолинит-гидрослюдитыми серыми, бурыми, кирпично-красными глинами с песком, хорошо окатанной кварцевой галькой и щебнем кремневого известняка. За белый цвет породы названы “беликами”. Мощность беликовой толщи редко превышает 10 м. В основании “беликов”, как правило, наблюдаются бурые железняки инфильтрационного происхождения в форме линз, гнезд, пластов. Состав бурых железняков: гидрогетит, гидрогематит, сидерит. Алапаевская свита обычно приурочена к понижениям древнего рельефа – эрозионным или карстовым воронкам. Возраст алапаевской толщи предполагается на уровне аптского яруса.

**Синарская свита** нижнего мела сложена пестроцветными и белоцветными континентальными (аллювиально-озерными) глинами каолинитового состава с прослоями лигнитов марказитсодержащих и кварцевых песков. Приурочена к эрозионным депрессиям, не имеет широкого площадного распространения и повсеместно перекрыта кайнозойскими отложениями. Синарская свита несогласно залегает на алапаевской толще, либо на известняках. Выходы пород свиты наблюдались только в карьере “Белая глина”, который после прекращения в нем работ по добыче огнеупорных глин затоплен. Мощность свиты достигает 15 м. Апт-альбский возраст отложений установлен по результатам споро-пыльцевого анализа.

#### Верхний отдел К<sub>2</sub>

Верхний отдел меловой системы представлен **коньякским ярусом**.

**Камышловская свита (К<sub>2</sub>km).** Отложения камышловской свиты представлены зеленовато-серыми и светлосерыми мелкозернистыми кварц-глауконитовыми слабо сцементированными песчаниками и песками морского происхождения. Пески хорошо отсортированы. Эти породы имеют широкое площадное распространение, но перекрыты кайнозойскими осадками. Выходы пород наблюдались в карьере “Белая глина” и известны в верховьях рч. Каменки, левого притока р. Пышмы, впадающего в нее

восточнее пос. Курьи. Возраст пород определен по остракодам, фораминиферам, зубам акул. Мощность свиты не превышает 10 м.

### **3.3.1.3. Кайнозойская эратема**

Кайнозойская эратема на описываемой территории представлена всеми тремя системами – палеогеновой, неогеновой и четвертичной.

#### **Палеогеновая система Р**

Палеогеновая система в Сухоложском районе представлена верхним палеоценом-нижним эоценом. На восточном склоне Урала эти отложения известны под названием **серовской свиты**.

##### **Серовская свита Р<sub>1-2 sr</sub>.**

Свита сложена опоками, песчаниками и алевролитами на опоковом цементе, трепелами. Преобладают опоки. Песчаники имеют глауконит-полевошпат-кварцевый состав. Эти морские отложения имеют спорадическое развитие в восточной части района, перекрывая собой все более древние отложения в углублениях палеозойского фундамента. Коренные выходы опок встречаются в глубоких логах и в карьерах по добыче глин, известняков и самих опок. Возраст пород свиты определен по ископаемым остаткам фораминифер, моллюсков и гексакораллов.

Мощность свиты достигает 12 м.

#### **Неогеновая система N**

**Светлинская свита (N<sub>1sv</sub>).** Отложения неогеновой системы представлены пролювиально-делювиальными песчано-алевритистыми глинами красновато-бурого цвета с редкой галькой кварца. Слоистость выражена не отчетливо. Свита залегает с размывом на более древних образованиях. Неогеновые отложения повсеместно наблюдаются в бортах карьеров на водоразделе рр. Пышмы и Кунары. Мощность отложений неогеновой системы не превышает 4 м. Возраст пород принят по аналогии с подобными отложениями Зауралья, где он был определен по остаткам речных моллюсков в аллювии верхних цокольных террас крупных рек.

#### **Четвертичная система Q**

Образования четвертичной системы принадлежат различным генетическим типам и покрывают значительную часть площади в виде маломощного чехла. Возраст аллювиальных, озерных, палюстринных отложений определяется по ископаемым остаткам (фауне и флоре), а также по споро-пыльцевым комплексам. Возраст элювиальных, делювиальных и прочих образований определяется (условно) по геоморфологическому положению.

#### **Эоплейстоцен**

##### **Нижнее звено**

Отложения этого возраста на площади представлены аллювиальными и озерными (a,l) генетическими типами. В возрастном отношении они приурочены к увельской свите. Встречаются локально в западной части площади (Зауральская цокольная равнина).

Аллювиальные и озерные отложения увельской свиты (*a,IEuv*) вытянуты в меридиональном направлении.

Фрагмент этих отложений выделен к юго-востоку от оз. Беткулово, на абсолютной отметке 200 м. Отложения представлены известковистыми глинами зеленовато-серого, желтовато-зеленого, зеленовато-бурого, серовато-бурого цвета, песками мелкозернистыми, полимиктовыми с рыхлым железисто-марганцовистым бобовником. На одних участках, аллювиальные и озерные отложения залегают на склоне, на других участках – в переуглублении под аллювиальными отложениями батуринской свиты и выхода на поверхность не имеют. Мощность отложений более 8,4 м. Залегают на мезозойских корях выветривания, перекрыты аллювиальными отложениями батуринской свиты, полигенетическими и делювиальными образованиями среднеуральского надгоризонта.

### **Неоплейстоцен** **Неоплейстоцен нерасчлененный**

Отложения этого возраста представлены элювиальными и делювиальными образованиями (*e,dNP*). Распространены очень широко в пределах приподнятого отпрепарированного пенеплена Среднего Урала. Развита на возвышенностях и их пологих склонах.

Представлены глинами и суглинками со слабо выветрелым щебнем подстилающих пород и редким полимиктовым гравием.

В большинстве случаев они залегают на мезозойских корях выветривания. Мощность до 3 м.

С ними связаны месторождения керамзитовых и кирпичных глин.

Возраст отложений определен как нерасчлененный неоплейстоцен.

### **Нижнее звено**

Отложения этого возраста представлены аллювиальными отложениями батуринской свиты (*albt*).

Аллювиальные отложения батуринской свиты (*albt*) развиты в западной части геополигона в виде участков меридионального и субмеридионального простирания, фиксирующих фрагменты древних речных долин, потерявших связь с современной гидросетью. Они приурочены к контакту приподнятого отпрепарированного пенеплена Среднего Урала и континентально-морской цокольной равнины Зауралья. Фрагменты древнего аллювия выделены от озера Куртугуз к северу, его протяженность 11 км при ширине от 800 до 1300 м. Разрез изучен скважинами мотобурения.

Аллювиальные отложения представлены песками полимиктовыми с гравием, глинами гидрослюдистыми, известковистыми, серыми, зеленовато-серыми, зеленовато-голубыми, серовато-бурыми. Минералогический состав тяжелой фракции песков представлен: эпидотом и цоизитом – 54%, роговой обманкой – 20%, ильменитом – 6%, лимонитом – 8%, цирконом – 6%, рутилом – 2%, сфеном – 2%, апатитом – 1%, хромитом – 1%. Выход 3%. Палеогеографический коэффициент 0,9.

В спорово-пыльцевых комплексах этих отложений преобладает пыльца ели, сосны, пихты.

Путем отстройки поперечных профилей через древние речные долины было установлено, что реки текли с юга на север.

К нижнему звену отложения отнесены на основании геоморфологического положения (в разрезе залегают выше аллювиальных и озерных отложений уйско-

убоганской свиты среднего звена и ниже аллювиальных и озерных отложений увельской свиты нижнего эоплейстоцена). Отложения сопоставляются по литологии с аллювиальными отложениями, описанными и изученными в угольном карьере Батурино Еманжелинского района Челябинской области.

Аллювий батуринской свиты перекрыт аллювиальными и озерными отложениями уйско-убоганской свиты среднего звена, делювиальными отложениями среднего и верхнего звена, торфами голоцена. Залегают на аллювиальных и озерных отложениях увельской свиты нижнего эоплейстоцена, отложениях серовской свиты, мезозойских корях выветривания и известняках палеозоя. Мощность отложений более 9,2 м.

С ними связаны месторождения керамзитовых глин.

В этих отложениях было установлено наличие россыпного золота (Рыбалко, 2002).

### Среднее звено

Отложения этого возраста представлены аллювием исетской ( $a^1\Pi$ ) и уфимской ( $a^u\Pi$ ) террас, озерными ( $\Pi_{III}$ ), аллювиальными и озерными ( $a, \Pi_{III}$ ) отложениями уйско-убоганской свиты, делювиальными отложениями среднеуральского надгоризонта ( $d\Pi_{Sr}$ ).

Аллювиальные отложения уфимской террасы ( $a^u\Pi$ ) выделены по рекам Рефт и Пышма. Отложения прослеживаются по правому берегу р. Рефт до устья, в виде полосы шириной 200-300 м, и по правому берегу р. Пышмы между пос. Рудянское и Знаменское. Они слагают четвертую эрозионно-аккумулятивную террасу с высотой поверхности от 22,4 до 40 м и высотой цоколя от 18 до 35 м над урезом реки. Наибольшие параметры уфимская терраса имеет на р. Пышма в районе п. Новая Пышма. Ширина террасы достигает 3,5 км.

Отложения представлены желто-коричневыми, темно-желтыми, буро-коричневыми песками полимиктовыми (полевошпат-кварцевыми) с галькой кварца, бурыми до темно-коричневыми песчаными глинами с прослоями иловатых глин темно-серого цвета. Пески от глинистых (глинистая фракция составляет 20%) до гравийных, грубозернистых. Обломочный материал хорошо окатан.

Разрез аллювия уфимской террасы можно показать на примере шурфа 286, пройденного на восточном берегу р. Рефт. Сверху, до глубины 3,2 м залегают глинистые пески мелкозернистые, полимиктовые с преобладанием зерен кварца. Содержание глины 20%. Песок сортирован. С глубины 3,2 м до 3,7 м (забой) вскрыты пески грубозернистые, близкие к гравию с гальками кварцевого состава, размером до 3-4 см в диаметре, хорошо окатанными. Цвет песков желтовато-коричневый, желтый. Из гравийных песков с гл. 3,7 м отобрана шлиховая проба. Минералогический состав тяжелой фракции представлен: гр. эпидота – 47,52%, гранатом – 17,82%, ильменитом – 13,86%, ильменитом + гематитом – 0,99%, амфиболом – 12,87%, хромитом – 4,95%, монацитом – 0,99%, сфеном – 0,99%. Палеогеографический коэффициент 0,25.

Отложения перекрыты делювием североуральского надгоризонта, залегают на мезозойских корях выветривания и породах палеозоя. Мощность более 5,5 м.

Возраст аллювия уфимской террасы принят по аналогии с фаунистически охарактеризованными образованиями соседних районов и определен как сыльвицкий и вильгортовский горизонты.

Аллювиальные отложения исетской террасы ( $a^1\Pi$ ) развиты по рекам Пышма, Кунара. Они слагают третью, эрозионно-аккумулятивную террасу с высотой поверхности от 4 м до 16,5 м (по р. Пышме) и высотой цоколя от 2,7 м от уреза реки. Ширина террасы от 200 до 2000 м. Разница в высоте поверхности от уреза реки связана с неотектоникой (участки неотектонических поднятий и опусканий).

Строение разреза аллювия исетской террасы двучленное. Нижняя его часть сложена полимиктовыми гравийно-песчаными, песчано-гравийными отложениями коричневого цвета, в основании которой залегает базальный горизонт. Верхняя часть разреза сложена бурыми глинами, полимиктовыми песками (глинистая фракция составляет 30%), чередованием коричневых до темно-буровато-серых мелкозернистых песков с галькой кварца и серых, темно-серовато-желтых до буро-коричневых глин.

Минералогический состав тяжелой фракции представлен: эпидотом – 43-45%, ильменитом – 16-24%, амфиболом – до 17%, магнетитом – 3-5%, гематитом от 4 до 21%, мартитом – до 5%, гранатами – 3-5%, хромшпинелидами – 0,5-1,5%, цирконом – 1,67-1,7%, сфеном – 0,14-0,19%, рутилом – 0,39-0,82%, ставролитом – 0,4%, лейкоксеном – 0,08%, пиритом – 0,03%, кианитом – 0,03%, апатитом – 0,14%, гидроокислами железа – от 0,6 до 1,34%, золотом – единичные знаки. Палеогеографический коэффициент 0,34-0,42.

Спорово-пыльцевые спектры – лесостепные, реконструирующие смешанные елово-сосново-березовые лесные массивы с пихтой, ольхой и лугостепными участками.

Отложения перекрыты делювием североуральского надгоризонта, залегают на мезозойских корях выветривания и породах палеозоя. Мощность от 1,3 м и более 7 м (по р.р. Рефт и Пышма). С ними связаны россыпи золота.

Возраст аллювия исетской террасы принят по аналогии с фаунистически охарактеризованными отложениями смежных районов и определен как ницинский и леплинский горизонты среднеуральского надгоризонта.

Среднеуральский надгоризонт. Озерные отложения уйско-убоганской свиты (I Шии) развиты на междуречьях, иногда пространственно тяготеют к современным озерам. Геоморфологически они приурочены к континентально-морской цокольной равнине Зауралья. Развиты локально у западной рамки Сухоложского полигона.

Озерные отложения вскрыты скважинами мотобурения. Они выполняют древние озерные ванны и представлены глинами зеленовато-серыми, серыми до коричневых с включениями гравия, гальки кварца и мелкозернистыми полимиктовыми песками.

Из отложений отобраны пробы на литологический и спорово-пыльцевой анализы. Минералогический состав тяжелой фракции представлен: эпидотом – 61-81%, роговой обманкой – от ед.зер. до 27%, гранатами – до 2%, пироксенами – 1%, магнетитом – до 1%, ильменитом – от 4 до 23%, лейкоксеном – 2-7%, рутилом – 1-3%, цирконом – до 2%, ставролитом – 1%, хромитом – 2%, турмалином – 1%, андалузитом – до 1%, апатитом – до 2%, корундом – до 2%. Выход от 1 до 7%. Палеогеографический коэффициент от 0,04 до 0,61%.

Отложения перекрыты полигенетическими и делювиальными отложениями североуральского надгоризонта, залегают на мезозойских корях выветривания и аллювиальных отложениях батуринской свиты. Мощность более 9 м.

Для отложений характерны спорово-пыльцевые комплексы степного типа с преобладанием марево-полынных группировок.

Озерные осадки синхронны аллювиальным и озерным отложениям уйско-убоганской свиты, изученной в нижнем течении р. Уй, на меридиональных отрезках Тобола и Убогана, имеющей широкое распространение в Зауралье.

Возраст отложений определен как вильгортский, ницинский и леплинский горизонты среднеуральского надгоризонта.

Аллювиальные и озерные отложения уйско-убоганской свиты (а, Шии), как и озерные развиты на междуречьях, геоморфологически они приурочены к континентально-морской цокольной равнине Зауралья.

Отложения представлены неравномерным переслаиванием зеленовато-серых, голубовато-серых до коричневатых-серых глин и коричневатых-серых, серых, полимиктовых песков, местами с гравием и галькой кварца.

Минералогический состав тяжелой фракции песков представлен: эпидотом – 44-53%, обыкновенной роговой обманкой – от 28 до 42%, тремолитом-актинолитом – 2-7%, магнетитом – 1-5%, ильменитом – 3-4%, сфеном – 2-5%, гранатом – до 3%, цирконом – 2-3%, лимонитом – 1-3%, апатитом – 1-2%, хромитом – ед. зер.-1%, марказитом – до 1%, пироксеном – до 1%, а также единичными зернами ставролита, рутила, лейкоксена, анатаза. Выход от 6 до 10%. Палеогеографический коэффициент от 0,08 до 0,26.

Отложения перекрыты полигенетическими и делювиальными отложениями североуральского надгоризонта, торфами голоцена, залегают на аллювиальных отложениях батуринской свиты, палеогеновых отложениях серовской свиты, мезозойских корях выветривания. Мощность до 10 м.

Для отложений характерны спорово-пыльцевые комплексы степного типа с преобладанием марево-полынных группировок.

Возраст отложений принят по аналогии с фаунистически охарактеризованными (по моллюскам и остракодам) образованиями смежных территорий и определен как вильгортовский, ницинский и леплинский горизонты среднеуральского надгоризонта.

Делювиальные отложения среднеуральского надгоризонта (dII<sub>sr</sub>) развиты достаточно широко на территории района работ. Они приурочены к бортам древних озерных впадин и долин, и распространены на междуречьях.

Представлены бурыми до темно-коричневых плотными глинами и суглинками со щебнем, с небольшим количеством гальки и гравия.

Минералогический состав тяжелой фракции представлен: эпидотом – 53-73%, обыкновенной роговой обманкой – от 15 до 38%, пироксенами моноклинным и ромбическим – 1-7%, ильменитом – 1-6%, лимонитом – 1-3%, магнетитом – 1-4%, сфеном – 1-2%, цирконом – 1%, гранатом – 1%, турмалином – 1%, гр. актинолита – 1%, лейкоксеном – 1%, рутилом – до 1%, единичными зернами апатита, ставролита. Выход составляет 12-15%. Палеогеографический коэффициент 0,1- 0,47.

Спорово-пыльцевой спектр очень бедный. В основном отмечены пыльцевые зерна *Betula pubescens* (Ehrh.) и единичные экземпляры *Pinus sylvestris* L., *Pinus* sp. Пыльца травянистой растительности представлена *Artemisia* sp., *Compositae*, *Rosaceae*. Комплекс лесо-степного типа, воссоздающий смешанные сосново-березовые лесные ландшафты с луго-степными участками.

Отложения перекрыты делювиальными и лессовыми отложениями североуральского надгоризонта, торфами голоцена, залегают на мезозойских корях выветривания. Мощность 3-5 до 10 м.

С ними связаны месторождения керамзитовых и кирпичных глин.

К среднему звену отложения отнесены на основании геоморфологического положения. Возраст отложений определен как вильгортовский, ницинский и леплинский горизонты среднеуральского надгоризонта.

### **Верхнее звено**

Отложения этого возраста представлены элювиальными, аллювиальными отложениями камышловской террасы, полигенетическими и делювиальными образованиями.

Аллювиальные отложения камышловской террасы (a<sup>k</sup>III) распространены по р.р. Пышма, Рефт, Кунара. Они слагают вторую, аккумулятивную надпойменную террасу с высотой поверхности от 5,5 м до 10-12 м над урезом реки. Ширина террасы от 20 до 600 м.

Строение аллювия двучленное. Нижняя его часть сложена песками полимиктовыми с гравием и галькой. Верхняя часть разреза сложена буровато-коричневыми глинами и

суглинками с прослоями темно-серых до зеленовато-серых илистых глин и глинистых, мелкозернистых полимиктовых песков.

Минералогический состав тяжелой фракции представлен эпидотом и цоизитом – 62%, обыкновенной роговой обманкой – 28%, актинолит-тремолитом – 11%, сфеном – 2%, единичными зернами циркона, рутила, граната, апатита, лимонита. Палеогеографический коэффициент 0,05.

Спорово-пыльцевые спектры – светлохвойных лесов. Из травянистых растений встречены единичные зерна: Gramineae, Compositae, Artemisia sp., Polygonaceae, Polygonum bistorta L., Rosaceae.

Отложения перекрыты делювием североуральского надгоризонта, торфами горбуновского горизонта, залегают на мезозойских корях выветривания. Мощность от 5 до 12 м.

С ними связаны россыпи золота.

Возраст аллювия камышловской террасы принят по аналогии с фаунистически охарактеризованными отложениями соседних районов и определен как стрелецкий и ханмейский горизонты позднего неоплейстоцена.

Эллювиальные образования (eIII) встречаются спорадически в пределах приподнятого отпрепарированного пенеplена Среднего Урала. Приурочены к плоским вершинам холмов. Представлены продуктами физического выветривания коренных пород: суглинками и глинами со щебнем.

Залегают на мезозойских корях выветривания и коренных породах, перекрыты только современными палюстринными отложениями. Мощность от 0,1 до 1-2 м.

В схеме стратиграфии Урала [32] возраст определен как поздний неоплейстоцен.

Полигенетические образования (pgIIIsv) широко развиты на выровненных междуречьях и геоморфологически они приурочены к континентально-морской цокольной равнине Зауралья.

Они представлены бурыми, коричнево-бурыми известковистыми глинами, суглинками и супесями. В верхней части разреза они слабо облессованы, в нижней – содержат неокатанные зерна кварца и карбонатные включения. Гранулометрический состав (в %): гравий – 4,3; песок – 8,6; алеврит – 80,2. Состав песка и гравия: кварц, полевые шпаты, обломки местных пород. Глинистая фракция представлена гидрослюдой. Тяжелая фракция представлена эпидотом и цоизитом, роговой обманкой, пироксенами, тремолит-актинолитом, сфеном, апатитом, лейкоксеном, цирконом, ильменитом.

Залегают на озерных, эллювиальных и озерных отложениях уйско-убоганской свиты, аллювии батуринской свиты, среднеуральском делювии, неогеновых и палеогеновых отложениях, мезозойских корях выветривания и коренных породах. Мощность колеблется от 2-3 до 6 м.

С ними связаны месторождения керамзитовых глин.

В схеме стратиграфии Урала [32] возраст определен как соответствующий североуральскому надгоризонту.

Делювиальные отложения (dIIIsv) распространены на склонах гор и речных долин, под торфяными образованиями в понижениях современного рельефа.

Отложения представлены бурыми, серовато-бурыми, желтовато-бурыми песчаными глинами и суглинками со щебнем местных пород, с включением гравия и полуокатанной гальки кварца.

Североуральский делювий перекрывает эллювиальные отложения высоких террас, среднеуральский делювий, озерные, эллювиальные и озерные отложения уйско-убоганской и увельской свит, мезозойские коры выветривания. Мощность 2-3 м до 5 м.

С ними связаны месторождения керамзитовых и кирпичных глин.

В схеме стратиграфии Урала [32] возраст делювия определен как соответствующий североуральскому надгоризонту.

### **Верхнее звено – горбуновский горизонт голоцена**

Отложения этого возраста представлены делювиальными и аллювиальными отложениями (d,aIII-Hgr). Наблюдаются по логом и мелким притокам рек.

Они представлены бурыми, желтовато-бурыми, буро-коричневыми, зеленовато-бурыми песчаными глинами, полимиктовыми песками с гравием, галькой и суглинками со щебнем местных пород и валунами.

Залегают на неогеновых ложковых отложениях, мезозойских корях выветривания и коренных породах. Мощность до 8 м.

С ними связаны месторождения керамзитовых глин и россыпи золота.

Возраст отложений определен как поздний неоплейстоцен – горбуновский горизонт голоцена.

### **Голоцен**

#### **Горбуновский горизонт**

Отложения горбуновского возраста представлены аллювиальными, озерными, озерными и палюстринными, техногенными образованиями.

Аллювиальные отложения русла и пойменных террас (aHgr) широко развиты по всем современным рекам и ручьям. Высота поверхности пойменных террас над урезом реки составляет до 3-4 м, ширина – от 10 м до 200-300 м.

Аллювий низкой и высокой поймы представлен серыми, голубовато-серыми песчаными глинами с прослоями разнозернистых, полимиктовых песков с галькой и гравием слабой степени окатанности. С глубиной количество песка и гравийно-галечного материала увеличивается до 60-70%, в базальном горизонте отмечаются валунно-галечные отложения.

Отложения русла представлены разнозернистыми, полимиктовыми песками и галечно-гравийным материалом.

По шлихам, отобраным из русловых частей рек, минералогический состав тяжелой фракции представлен: эпидотом – от 23 до 60%, амфиболом – от 10 до 25%, гранатами – от 2 до 15%, магнетитом – от 6 до 16%, ильменитом – 3-10%, сфеном – 1-3%, цирконом – 1-2%, единичными зернами рутила, кианита, апатита, монацита, золота. Палеогеографический коэффициент меньше единицы.

Отложения залегают на аллювии камышловской террасы, мезозойских корях выветривания и коренных породах. Мощность до 15 м.

С ними связаны россыпи золота.

Возраст датируется горбуновским горизонтом голоцена.

Озерные отложения (IHgr) приурочены к современным ваннам озера Куртугуз и другим. К ним относятся береговые и донные отложения современных озер, а также осадки заторфованных или высохших озер. Береговые отложения представлены глинистыми песками с галькой кварца и палеозойских пород, которые часто формируют озерные террасы, донные – иловатыми глинами и илами темно-серого цвета.

Залегают на озерных отложениях верхнего звена, мезозойских корях выветривания и породах палеозоя. Мощность до 5 м.

Возраст озерных осадков определен в объеме горбуновского горизонта голоцена.

Горбуновская свита. Она представлена озерными и палюстринными образованиями (I,plHgr), приуроченными к современным заболоченным пространствам.

Образования представлены иловатыми глинами с растительным детритом, илами. Палюстрий представлен торфом. Залегают на мезозойских корях выветривания, на аллювии и делювии позднего неоплейстоцена, породах палеозоя. Мощность до 5 м.

В схеме стратиграфии Урала [32] возраст озерных и палюстрийных образований определен в объеме горбуновской свиты голоцена.

Палюстрийные образования (plHgr) развиты очень широко особенно в северо-восточной части полигона и приурочены к современным заболоченным понижениям рельефа и плоским водоразделам. На площади находится значительное количество торфяников. Они образуются путем зарастания озер, либо формируются в долинах рек, низинах и на участках избыточного увлажнения.

Палюстрий представлен торфами и иловатыми глинами.

Отложения залегают на озерных, аллювиальных и делювиальных отложениях позднего неоплейстоцена, неогеновых отложениях, мезозойских корях выветривания и породах палеозоя. Мощность от 0,5 до 9 м.

С ними связаны месторождения торфа.

Учитывая перекрытие торфяниками всех других генетических типов четвертичных образований и согласно схеме стратиграфии Урала [32] возраст определен как горбуновский горизонт голоцена.

Техногенные образования (tHgr<sup>2</sup>) занимают незначительные площади в районе г. Сухой Лог и вблизи других населенных пунктов. К ним отнесены рыхлые продукты отвалов горных выработок (карьеров), шлакоотвалов предприятий, свалки бытовых отходов (твердых и жидких, прудки очистных сооружений). Отвалы представлены глыбами, щебнем, супесями и суглинками со щебнем коренных пород. Мощность до 10 м.

Возраст техногенных образований определен как верхняя часть горбуновского горизонта.

### **3.3.2. Интрузивные образования**

В пределах Сухоложского полигона распространены интрузивные образования разного возраста и состава. Во всех случаях эволюция магматизма во времени характеризуется гомодромной направленностью.

#### **3.3.2.1. Среднеордовикские интрузии**

В западной части полигона встречена протрузия серпентинитов, трассирующая разрывное нарушение внутри Рефтинского массива габброидов. В западной части массива наблюдается обилие аналогичных пород, относимых исследователями к альпинотипной дунит-гарцбургитовой формации среднеордовикского возраста. Данные породы, как правило, серпентинизированы в разной степени.

#### **3.3.2.2. Раннедевонские интрузии**

Интрузии этого возраста слагают Рефтинский массив. На территории Сухоложского полигона располагается восточная часть массива. Массив сложен породами трех фаз. Первая фаза представлена габбро, реликты которых слагают поля внутри Рефтинского массива. Габбро – разномзернистое, от мелкозернистых до пегматоидных с пятнистой, иногда трахитоидной текстурой. Основными минералами являются плагиоклаз, пироксен, роговая обманка. Породы несут следы интенсивной дислоцируемости, по отдельным зонам развивается травянисто-зеленый эпидот.

Основная часть массива сложена породами второй фазы габбродиоритами. Текстура пород – грубопятнистая.

Завершающей является третья фаза кислого состава, представленная тоналитами, плагиогранитами, аплитами. Обычно тела гранитоидов – мелкие, ветвящиеся. С ними сопряжены зоны ассимиляции, сложенные гибридными породами, по составу изменяющимися от габбро до кварцевых диоритов и тоналитов. Гранитоиды обычно слагают мелкие тела, рассредоточенные среди габброидов по всему массиву

### 3.3.2.3. Среднедевонские интрузии

Среднедевонские интрузии представлены сухоложским субвулканическим комплексом. Петрографический состав данного комплекса пестрый – от базальтов до риолитов. По объему преобладают базальты и андезибазальты, которые образуют тела с площадью выхода первые км. Субвулканические образования кислого состава обычно образуют мелкие тела в виде даек. Субвулканические породы слагают тела причудливой формы и подчинены, как правило, радиально-дуговым разломам вулканических построек.

Среди субвулканических образований сухоложского комплекса выделяются интрузии базальтов, андезибазальтов, андезитов, дацитов, риолитов. Обычно эти породы лучше раскристаллизованы, чем аналогичные породы субфации текучих лав, а также большим размером вкрапленников.

Интрузии андезибазальтов можно наблюдать к северо-западу от базы отдыха «Бережок» на левобережье р. Пышмы. Субвулканические андезиты встречаются на левобережье реки Пышмы в верховьях ручьев Устиниха и Рудянка. В этом районе формы тел интрузий удлиненные, размером до 1,5 км.

Интрузии дацитов и риолитов наблюдаются на интервале от реки Рудянка до устья реки Шата. Местами обнажающиеся эндоконтактные зоны интрузий риолитов, в зависимости от состава вмещающих пород, сложены гибридными мелкопорфировыми дацитами, андезитами и риолитами.

### 3.3.2.4. Раннекаменноугольные интрузии

В Алапаевско-Айбыкульской подзоне данные интрузии представлены бекленищевским субвулканическим комплексом. В составе комплекса выделяется две фазы. Первая фаза представлена габбродолеритами, долеритами и базальтами. Вторая фаза представлена породами кислого состава – риолитами и трахириолитами. Субвулканические образования представляют собой дайки и дайкообразные тела, ориентированные в близмеридиональном направлении. Вмещающими породами являются осадочные и вулканогенные образования. Породы первой фазы имеют темно-серую, черную, зеленовато-серую окраску. Характерные крупные вкрапленники пироксена и плагиоклаза. Риолиты и трахириолиты окрашены в светлые тона – белые, кремовые. Вкрапленники представлены кварцем, плагиоклазом.

В Рефтинско-Каменской подзоне интрузии раннекаменноугольного возраста представлены смолинским комплексом гипабиссальных габбродолеритов, долеритов. Морфологически данные породы представляют собой малые тела и дайки. Размер дайкообразных тел варьирует от первых десятков сантиметров до первых сотен метров по мощности и до 4 км по простиранию. Распространенность тел комплекса контролируется системой близ меридиональных разломов. Субвулканические образования, как правило, сложены однообразными по составу габбродолеритами в зонах закалки вблизи контактов с тонко-мелкозернистой структурой и средне-крупнозернистыми центральными частями.

### 3.3.2.5. Ранне-среднекаменноугольные интрузии

К ранне-среднекаменноугольным интрузиям отнесен некрасовский комплекс. Комплекс включает три интрузивные фазы (габбро-диорит-гранитовый). В рамках Сухоложского полигона можно наблюдать только магматические породы третьей (заключительной) фазы внедрения в виде некрупного (площадью 0,3 км) саттелита и одиночными дайками. Граниты, слагающие интрузив, являются мелкозернистыми биотитовыми, иногда с округлыми, элпсовидными зернами кварца. Дайки представлены биотитовыми гранодиорит-порфирами.

В северном направлении от Сухоложского полигона наблюдается серия массивов некрасовского комплекса (Артемовский, Алтынайский).

### 3.3.2.6. Позднепермские-раннетриасовые интрузии

В пределах Алапаевско-Айбыкульской подзоны различными исследователями выделялись маломощные тела и дайки и описывались как пикриты, керсантиты, миненета. Они характеризуются ультраосновным и основным составом в ассоциации с флогопитом, апатитом, иногда ортоклазом. Отличительной особенностью этих пород является высокое содержание редких земель цериевой группы (сумма редких земель 600-900г/т).

В районе р. Шаты среди пород сухоложской толщи изучены дайки мощностью до 2-3 м трахибазальтов с порфиристыми выделениями клинопироксена и гидробиотита. Структура основной массы интерсервальная, в стекле много апатита и карбоната. Ранее эти дайки диагностировались как керсантиты. Порода имеет темно-серый цвет с зеленоватым оттенком, массивную текстуру, порфиристую и мелкозернистую структуры. Дайки всегда имеют зоны закалки. Местоположение даек – левый берег р. Пышмы напротив Беленковской плотины и на левом берегу р. Шата в 1100 м от устья.

### 3.3.3. Тектоника

Характерной чертой геологического строения Сухоложского полигона является близмеридиональная ориентировка крупных тектонических структур в плане и слоисто-блоковое глубинное строение. По результатам интерпретации по Асбестовскому сейсмическому профилю, поверхность Мохо находится на глубине 37-39 км.

В изученном районе выделяется два структурных этажа, представленных структурно-тектоническими комплексами: ордовикско-триасовый (позднеуральский) и мезозойско-кайнозойский (урало-сибирский).

Как указывалось ранее, Сухоложский полигон находится на границе Рефтинско-Каменской и Алапаевско-Айбыкульской подзон. Границей подзон является крупный Тыгишский разлом меридиональной ориентировки. Вдоль Тыгишского разлома (ранее именуемое Рефтинской зоной смятия) породы рассланцованы, будинированы, милонитизированы, содержат протрузии серпентинитов (северной полигона), интенсивно переработаны гидротермальными процессами, в меньшей степени – экзогенными (линейное выветривание).

К Тыгишскому разлому торцово примыкает Рефтинский массив и Некрасовско-Маминский блок, представленный вулканогенными формациями среднего девона. Среди вулканитов встречаются пачки осадочных пород тонкозернистых фаций (свидетельство глубоководных условий).

В Алапаевско-Айбыкульской подзоне выделено 4 блока. Для данной подзоны характерна устойчивая линейная форма блоков, близмеридиональная ориентировка, перемежаемость блоков, сложенных девонскими и каменноугольными образованиями.

В западном направлении выделяется Куртугузский блок, представленный осадочно-вулканогенными образованиями нижнего карбона, интенсивно и неравномерно дислоцированными.

Сухоложский блок сложен преимущественно вулканитами среднего девона. Здесь уверенно картируются фации вулканитов, в том числе выделена серия вулканических построек центрального типа. С вулканитами ассоциируют реликты коралловых рифов с обилием колоний строматопор. Положение рифовых построек позволяет отнести их к береговым барьерным рифам. В меньшем объеме представлены верхнедевонские морские образования – кремнистые, сменяющиеся во времени прибрежно-морскими грубообломочными. Толщи осадочных пород неравномерно смяты в систему пологих гребневидных и крутых складок. Вдоль осевых плоскостей складок обычно сформированы зонки дробления и брекчирования.

Кунарский блок сложен нижнекаменноугольными терригенно-угленосными (прибрежными) образованиями. Разрез наращивается морскими карбонатными образованиями того же возраста. На р. Кунара в мелких тектонических блоках локализованы прибрежно-морские отложения среднекаменноугольного возраста. Породы неравномерно смяты в складки, особенно интенсивно вблизи разрывных нарушений.

Буланашский блок представлен вулканитами среднего девона. О его строении мало данных, так как он перекрыт чехлом молодых отложений.

Помимо главных (меридиональных) разломов в описываемом районе широко развиты разрывные нарушения разной ориентировки, возраста и морфологии. Для вулканогенных структур характерна радиально-кольцевая система разломов. Наиболее молодые разломы имеют близширотное простирание. Разломы выражаются зонами смятия, расланцевания, тектоническими брекчиями, зеркалами скольжения, уступами в рельефе, водопадами, логами, линейными карстовыми формами. Нередко разломы залечены дайками и жилами.

Мезозойско-кайнозойский структурно-тектонический комплекс сформирован в условиях платформенного режима и представляет собой чехол молодой платформы. На начальной платформенной стадии континентального рифтогенеза в районе сформировались грабенообразные прогибы, сопровождающиеся образованием риолит-платобазальтовой формацией (за пределами полигона).

С этим этапом, по видимому, связано формирование малых тел лампроитоидов на «плечах» грабенообразных впадин. Впадины выполнены красноцветными угленосными осадками челябинской серии, со сменой сероцветными в верхних частях разреза.

Реликты подобных впадин имеют место в Буланашском блоке в восточной части геополигона.

На водоразделах в юре и мелу сформировались коры выветривания. Синхронно происходило развитие карста. В пределах карстовых полостей произошло накопление меловых отложений (песчано-глинистых). Средняя (основная) часть платформенного чехла представлена морскими отложениями верхнего мела, палеоцена-эоцена. Верхняя часть чехла сформировалась в миоцене, после регрессии моря.

### **3.3.4. Гидрогеология**

Среди подземных вод Сухоложского района выделяются четыре главных типа: трещинные, трещинно-карстовые, пластово-трещинные и пластово-поровые.

Первые два типа подземных вод приурочены к области распределения пород палеозойской эратемы, а пластовые воды фиксируются среди толщ кайнозойских отложений.

**Собственно-трещинные воды** развиты в основном среди толщи эффузивных пород девонского возраста и в меньшей степени среди песчано-сланцевых пород каменноугольного возраста: водообильность указанных пород небольшая, что определяется по дебиту источником, который обычно не превышает 0,1-0,2 л/с. Наибольшая водообильность локальной зоны, тяготеющей к тектоническим нарушениям в массивных породах.

**Трещинно-карстовые воды** приурочены к известнякам визейского яруса, отличаются большим расходом источника, который достигает 15-25 л/с. За счет подземных вод этого типа проектируется водоснабжение города Сухой Лог, здесь дебит скважин, побуренных в визейских известняках, достигает 55 л/с.

**Пластово-поровые воды** концентрируются в четвертичных песках и палеозойских песчаниках, образуя источники с дебетом до 5 л/с.

**Пластово-трещинные воды** карбонатных и терригенных пород дают многочисленные источники с колебаниями дебита от 0,05 до 0,3 л/с.

### 3.3.5. Геоморфология

Согласно геоморфологическому районированию, проведенному А.П.Сиговым (1962, 1969), рассматриваемая территория расположена в пределах двух геоморфологических районов – отпрепарированного Зауральского пенеплена и континентально-морской цокольной равнины Западно-Сибирской низменности. Граница между районами проходит по пос. Алтынай, западной окраине пос. Курьи и восточной окраине д. Кашино.

**Отпрепарированный Зауральский пенеплен** – это почти плоская, иногда слабо волнистая денудационная равнина, полого наклоненная с запада на восток от абсолютных отметок 220 до 160 м. Выравнивание этой поверхности произошло в юрском периоде. В период морских трансгрессий мела и палеогена эта территория покрывалась морем. Затем, под воздействием денудации чехол морских осадков был смыт и на дневную поверхность был снова выведен древний мезозойский пенеплен. За новейший тектонический этап территория испытала поднятие на 150 – 200 м.

**Континентально-морская цокольная равнина** – это типичная равнина с плоскими, часто заболоченными междуречьями. Породы фундамента здесь перекрыты толщей морских и континентальных мезо-кайнозойских отложений. Мощность их увеличивается с запада на восток от первых метров до 70 м.

Основными морфологическими элементами этого района являются плоские котловины, разделенные небольшими грядами с относительным превышением 0,5 – 1,5 м. Возраст цокольной равнины послезоценовый. В неотектонический этап произошло поднятие территории на 100 – 150 м.

В результате проявления неотектонических поднятий на оба типа рельефа наложился эрозионно-аккумулятивный рельеф новейшего этапа. Основными формами рельефа этого типа являются междуречья и речные долины.

**Формы рельефа междуречий** описаны при характеристике поверхностей отпрепарированного Зауральского пенеплена и континентально-морской цокольной равнины Западно-Сибирской низменности. Что касается речных долин, то они четко подразделяются на две группы: долины крупных рек и долины малых рек. К первой группе относятся долины рр. Пышмы, Рефта, Кунары; ко второй – их многочисленные притоки (речки Мокрая, Рудянка, Знаменка, Брусяна, Шата, Усолка и др.).

**Долины крупных рек** прорезают описанные выше геоморфологические районы в широтном и субширотном направлении. Характер речных долин резко меняется в зависимости от положения в том или ином геоморфологическом районе.

В пределах Зауральского пенеппена долины крупных рек глубоко врезаны (45 – 50 м), часто имеют каньонообразный поперечный профиль. Склоны долин слабо террасированы, характерны врезанные меандры. Даже высокая пойма часто бывает цокольной.

В пределах цокольной равнины долины крупных рек расширяются (до 1.5 – 2 км), имеют ящикообразный поперечный профиль. Склоны их террасированы. Наблюдается до четырех надпойменных террас. В придолинных склонах и на междуречьях встречаются “мертвые” долины, не связанные с современной гидросетью.

**Долины малых рек** не в такой степени изменчивы от их положения в пределах разных геоморфологических районов как долины крупных рек, ибо все они имеют, в основном, меридиональное и субмеридиональное направление. В верховьях почти все долины малых рек имеют вид ложбин или лощин, в средней части они, как правило расширяются, появляется террасированность склона (1 – 2, максимум 3 террасы), в низовьях долины малых рек в большинстве случаев сильно сужены, имеют V-образный поперечный профиль. Продольный профиль долин малых рек не выработан (порожистое, каменистое русло, водопады). Расширение и сужение долин связано с особенностями литологического состава пород, а также с проявлениями новейших и современных тектонических движений локального характера.

### 3.3.5.1. Речные террасы

В долинах крупных рек Сухоложского района прослеживается два комплекса террас: пойменные и надпойменные. К пойменным террасам относятся низкая и высокая поймы, а остальные – надпойменным.

**Низкая пойма** прослеживается в виде прерывистых полос по обеим сторонам русла в пределах цокольной равнины и фрагментарно – в пределах пенеппена. Ширина ее от первых метров до первых сотен метров, высота – от 0.5 до 1.0 м. Небольшие острова в руслах рек в большинстве случаев относятся к пойме. Низкая пойма всегда аккумулятивная, сложена осадками русловой фации – песками, галечниками. Возраст отложений низкой поймы позднеголоценовый.

**Высокая пойма** развита повсеместно. Высота ее колеблется от 0.8 до 3 м, ширина достигает 200 м. На поверхности высокой поймы часто прослеживается несколько уступов, высота которых не превышает 0.5 – 0.7 м. Высокая пойма в большинстве случаев аккумулятивная. Наблюдается четкая дифференциация осадков поймы: верхи сложены песчано-глинистыми осадками пойменной фации, а низы – гравийно-песчано-галечными осадками русловой фации. Осадки высокой поймы датируются ранним голоценом (3 – 10 тыс. лет).

**Первая надпойменная терраса.** Ширина террасы достигает 300 м, высота – от 3 до 6 м. Поверхность террасы ровная, обычно слегка наклонена в сторону тылового шва. Прослеживается терраса фрагментарно. Возраст первой надпойменной террасы 12 – 20 тыс. лет (верхи позднего плейстоцена).

**Вторая надпойменная терраса** имеет ограниченное распространение в области Зауральского пенеппена и значительное – в области цокольной равнины.

В пределах Зауральского пенеппена терраса чаще всего эрозионно-аккумулятивная (цокольная), где высота цоколя колеблется от 1 до 5 м.

В пределах цокольной равнины терраса аккумулятивная. Разрез террасы четко дифференцирован на фации (русовая, пойменная). Возраст террасы – низы позднего плейстоцена (70 – 100 тыс. лет).

**Третья надпойменная терраса** имеет весьма ограниченное распространение, слабо изучена. Терраса всегда эрозионно-аккумулятивная. Высота поверхности террасы над урезом реки 12 – 20 м, цоколя – 8 – 15 м. Возраст террасы – верхи среднего плейстоцена.

**Четвертая надпойменная терраса** развита очень широко по крупным рекам района в пределах цокольной равнины. Высота поверхности террасы над урезом реки колеблется от 5 до 35 м. Терраса сложена грубым псчано-гравийным материалом полимиктового состава с диагональной слоистостью. Возраст данной террасы – средний плейстоцен (200 тыс. лет).

**В долинах малых рек** прослеживаются 1 – 2 (максимум 3) террасы голоценового возраста и одна (максимум 2) позднеплейстоценовые террасы.

**Из малых эрозионных форм рельефа** в Сухоложском районе широким развитием пользуются балки, ложбины, лощины, а в пределах цокольной равнины – овраги.

Широким развитием пользуются **конусы выноса**. Их возраст голоценовый.

### 3.3.5.2. Карстовые формы рельефа

Современный карст на территории Сухоложского района развит ограниченно. Небольшие участки его отмечены на междуречье рек Пышмы и Кунары, главным образом, на склонах речных долин, где карстующиеся породы (известняки) непосредственно выходят на дневную поверхность или перекрыты маломощным чехлом четвертичных отложений.

Формы современного карста: западины, воронки, пещеры.

**Западины** – понижения (блюдца) глубиной до 2 м и диаметром до 50 м (суффозионно-карстовый тип рельефа).

**Воронки** – углубления округлой, овальной или неправильной формы. Размер колеблется в широких пределах: глубина – 2 – 15 м, диаметр – до 30 м. Образование карстовых воронок обуславливается наличием зон повышенной трещиноватости и контактов известняков с терригенной толщей. По происхождению различают: провальные воронки, воронки выщелачивания и просасывания.

**Пещеры** – крупные пустоты в породах. Встречаются по рекам Пышме и Кунаре в пределах площадей развития известняков. Пещеры небольшие, обычно в виде ниш (пещера Гебауэра и др.).

Древний погребенный карст в современном рельефе не выражен, вскрывается карьерами, буровыми скважинами. Основные формы древнего карста – воронки и котловины. Воронки выполнены континентальными отложениями мела. Образование древнего карста района происходило, в основном в мезозое.

### 3.3.6. Полезные ископаемые

В описываемом районе имеются месторождения полезных ископаемых различных типов: горючие, металлические, неметаллические и строительных материалов.

### 3.3.6.1. Горючие полезные ископаемые

Горючие полезные ископаемые района представлены месторождениями и проявлениями каменного угля. Открытие каменного угля в районе с. Сухоложского относится к 1947 г. Было установлено, что наиболее значительные скопления каменного угля приурочены к двум горизонтам терригенной толщи ранневизейского возраста. Проявления угля представляют собой линзообразные включения среди углисто-глинистых и углистых сланцев. Хотя подсчитанные запасы угля весьма значительны, изменчивость угленосности по мощности, простиранию и падению, а также интенсивной дислоцированностью слоев не позволяет вести здесь добычу в промышленных масштабах.

### 3.3.6.2. Металлические полезные ископаемые

Металлические полезные ископаемые района представлены проявлениями железных, медных и алюминиевых руд, а также россыпей золота.

**Железные руды** района представлены лимонитами инфильтрационного происхождения (алапаевского типа). Лимониты приурочены к основанию “беликовой” толщи и обычно располагаются в понижениях карстового рельефа нижнекаменноугольных известняков. Лимониты встречаются в Кашинском руднике на левом берегу реки Кунары, в 200 метрах западнее южной окраины села Кашино. Рудник представлен карьером размером 200х300 м. и глубиной до 30 м. Бурые железняки образуют гнездообразные тела, приуроченные к низам беликовой толщи, залегающей на закарстованной поверхности известняков.

Также лимониты имеются в Свято-Чудовском месторождении, который расположен в верхней части правого склона долины реки Кунары против северо-восточной окраины села Кашино. Формы залегания лимонита те же, что на Кашинском руднике.

**Бокситы** (руда на алюминий) были обнаружены южнее курорта Курьи в 1943 году. Данные геологоразведочных работ, проведенных с целью поисков и разведки бокситов, свидетельствует о том, что рудные тела мощностью до 5 метров залегают на глубине 6-20 м. от поверхности и имеют карстовое происхождение.

**Медно-сульфидная минерализация** в районе была впервые отмечена в 1950 г. в риолитах на левом склоне долины р. Пышмы в 520 м. выше Сухоложской плотины. Рудная минерализация представлена в основном пиритом и халькопиритом.

**Полиметаллическая минерализация.** В районе устья реки Каменки в левом борту реки Пышмы встречаются обломки карбонатных пород с пиритом, сфалеритом, халькопиритом и галенитом. В двух км севернее устья реки Каменки была пройдена линия поисковых скважин, в одной из которых среди андезитов и долеритов порфировых и микрокварцевых была встречена сульфидная минерализация, представленная жилками пирита мощностью до двух см., вкрапленники халькопирита, галенита. Серноколчеданная и полиметаллическая минерализация простирается разобщенно. Сфалерит, халькопирит и галенит приурочены к доломитовым прожилкам, представляют полиметаллический тип оруденения.

**Золото** в коренном залегании известно в верхнем течении реки Рефт за пределами исследуемой территории. В шлиховых пробах оно встречено на р.р. Рудянка, Пышма, Брусяна, Каменка.

**Серный колчедан.** Пиритная минерализация широко распространена в ряде пунктов в породах самого различного состава и генезиса. Она известна в порфировых риолитах на р. Рудянке и на правом берегу р. Пышмы у базы практики, в вулканитах на р. Рефт, в риолитах ближе устья р. Шаты, в туфах андезитов, базальтов, а также в

конгломератах левого берега р. Каменки против д. Вальной. Колчеданная минерализация имеет гидротермальное происхождение.

### 3.3.6.3. Неметаллические полезные ископаемые

Неметаллические полезные ископаемые в районе представлены незначительными проявлениями исландского шпата и жильного кварца.

**Исландский шпат.** Кристаллы и друзы прозрачного кальцита встречаются в известняковом карьере на левобережье р. Пышмы в 0,5 км к юго-востоку от пещеры Гебауэра и в известняковом карьере цементного завода (в 2-х км к юго-востоку от ст. Кунара). Размеры кристаллов достигают 3 см.

**Жильный кварц** известен в левом склоне долины р. Пышмы между автодорожным мостом и д. Глядены. Качество его не высокое, запасы не известны

### 3.3.6.4. Строительные материалы

В Сухоложском районе имеются проявления строительных материалов, а также сырья, пригодного для производства строительных материалов. К ним относятся известняки, огнеупорные, цементные и кирпичные глины, опоки, песчано-гравийный материал, природный щебень и бутовый камень.

**Известняки** распространены в районе чрезвычайно широко. Обнажения их прослеживаются вдоль р. Пышмы от г. Сухого Лога до пос. Курьи и по р. Кунара от с. Кашино до с. Заимка. Добыча известняков для производства цемента производилась на Кунарском карьере известняков. На Ново-Сухоложском месторождении производится добыча цементных глин и аргиллитов среди терригенных пород нижнего карбона. На Курьинском месторождении разрабатываются эоценовые трепела и опоки.

**Глины.** Месторождения глин в Сухоложском районе достаточно разнообразны. Цементные и кирпичные глины разведаны на правом берегу р. Пышмы к югу от ж/д линии, где они образуют покров мощностью 6-10 м. огнеупорные глины добывались на водоразделе рек Пышма и Кунара в районе д. Кашино. Разработка шла шахтным, а затем открытым способом. На правом берегу реки Кунара известны белые каолиновые глины.

Кроме того, в районе известны месторождения строительных песков и глин, песчаников и конгломератов, опок и трепелов, минеральных красок.

### 3.3.6.5. Подземные воды

Полоса карбонатных пород шириной около 4,5 км между реками Пышма и Кунара образует самостоятельную гидравлическую систему, которая выделена в качестве Кашинского месторождения подземных вод. Площадь месторождения составляет 24 км<sup>2</sup>. В пределах Кашинского месторождения находится несколько водозаборов и родник Сухоложской бумажной фабрики. Основной водоотбор происходит на Кунарском карьере известняков. На всех водозаборах Кашинского месторождения подземных вод отбирается 7,8 тыс. м<sup>3</sup>/сут.

## 3.4. Экологическая характеристика района

Оценка экологической ситуации производится на всех стадиях геологоразведочных работ, поэтому на практике студенты обязаны приобрести необходимые навыки подобной оценки.

Сухоложский геополлигон согласно геоморфологическому районированию находится в двух геоморфологических районах: отпрепарированном Зауральском пенеппене (западная часть) и континентально-морской цокольной равнине (восточная часть).

На полигоне выделяется три морфологических типа природных ландшафтов: денудационная равнина, цокольная равнина, долины крупных и малых рек. Из техногенных ландшафтов выделены два типа: техногенно-образованные и техногенно-измененные. К первым относятся карьерные поля, отстойники, торфоразработки. Ко вторым отнесены промышленные зоны городов, поселков, загрязненные участки почвогрунтов, поверхностных вод.

Денудационная равнина характеризуется плоскими междуречьями с пологим уклоном местности от 207 м на западе до 170 м на востоке с узкими коньконообразными долинами. Район имеет сложное геологическое строение. Развита магматическая и осадочная породы. Район относится к лесостепной зоне. Леса сосновые и березово-сосновые. Почвы дерново-подзолистые, реже лугово-болотные.

Цокольная равнина характеризуется плоским рельефом с уклоном от 170 до 137 м. В геологическом строении преобладают осадочные породы, в том числе мезозоя и кайнозоя. Почвы дерново-подзолистые, серые лесные, луговые и болотистые.

Долины рек (Пышма, Рефт, Кунара) проходят транзитом через всю территорию полигона. По долинам развит пойменный и террасовый комплекс. Характерны скальные выходы коренных пород, боковая и глубинная эрозия. Реки часто зарегулированы системой прудов. Почвы в речных долинах аллювиальные и торфяно-подзолистые. Растительность лугово-кустарниково-лесная.

Техногенно-измененные ландшафты – это в основном промышленные и служебные зоны городов и других населенных пунктов. Наиболее крупным населенным пунктом является г. Асбест с промышленными объектами. Наиболее вредным объектом для окружающей среды является цементный завод с большими объемами выбросов пыли. Дорожная сеть развита в основном в черте населенных пунктов. Внешние транспортные артерии представлены автодорогами и железными дорогами местного значения. Вдоль трасс выделяются линейно вытянутые линейные техногенные аномалии.

Естественный режим многих рек изменен созданием на них прудов и водохранилищ, вдоль береговой линии которых развиваются оползневые процессы.

Наиболее загрязненной рекой является р. Пышма из-за промышленных и хозяйственно-бытовых стоков г. Екатеринбурга, Березовска, В.Пышмы. В воде р. Пышма зафиксированы тяжелые металлы, фенолы, фтор, мышьяк, медь с концентрациями превышающими нормы.

К промышленному загрязнению окружающей среды добавляется загрязнение атмосферы, почв, гидросферы выбросами Рефтинской ГРЭС. Протяженность выброса загрязняющих веществ Рефтинской ГРЭС составляет 30 км (след загрязнения зафиксирован в зимний период по космическому снимку), т.е. загрязняются почвы до г. Сухой Лог.

Сельскохозяйственная освоенность территории составляет четвертую часть площади (в основном пригородно-овоще-картофеле-молочные направления). Навозохранилища, склады ГСМ и удобрений, свалки, шлакоохранилища, накопители очистных сооружений дают начало локальным природным и природно-техногенным аномалиям.

Хозяйственно-питьевое водоснабжение производится из скважин и родников. Динамика изменения состава подземных вод в процессе эксплуатации скважин свидетельствует об увеличении минерализации в 1,1-2,3 раза за счет увеличения концентрации хлоридов, сульфатов, нитратов.

Карьерные воды эксплуатируемых месторождений строительных материалов по данным мониторинга также изменяют свой состав. На Кунарском карьере известняков зафиксировано увеличение содержания сульфат иона в результате аэрогенного загрязнения серной кислотой от выбросов завода «Вторцветмет» (г. Сухой Лог) и окисления сульфидных минералов в техногенной зоне аэрации. Загрязнителями подземных вод являются также свалки бытовых отходов. При отработке карьеров в процессе понижения уровня подземных вод формируется техногенная зона аэрации. Восстановительные условия сменяются окислительными, что приводит к окислению сульфидов коры выветривания и загрязняющих соединений в теле свалки и переводу их в растворимые формы.

В затопленный карьер рудника «Белая глина» производится сброс производственных стоков Сухоложского завода мостовых и дорожных конструкций. Стоки содержат повышенные концентрации нефтепродуктов, хлоридов, сульфатов. Вся сбрасываемая вода поступает в подземные воды.

Влияние экзогенных процессов на экологию среды незначительное. На локальных участках наблюдается оврагообразование. В долинах рек происходят малоактивные процессы донной и боковой эрозии. Небольшие оползни зафиксированы по крутым берегам прудов. Вблизи озер и прудов отмечено заболачивание. В пределах развития карбонатных пород установлено карстообразование. При бурении скважин карстовые формы вскрыты до глубины 117 м. Максимальная закарстованность проявлена в верхней части разреза (до 30-50 м), что соответствует глубине вреза долины р. Пышмы – основной дрены района. Карстовые воронки и полости развиваются в известняках по трещинам напластования и кливажа. Наиболее глубоко в толщу известняков проникает мезозойский карст. Он, как правило, залечен глинистым и песчаным материалом. Открытые карстовые полости, образовавшиеся в четвертичное время, встречаются до глубины 45-50 м. Положение карстовых форм необходимо учитывать при строительстве сооружений, мостов, линий ЛЭП.

Студентам предлагается провести экологическое районирование в рамках выделенных полигонов по степени влияния техногенных изменений на природный ландшафт. Для этого рекомендуется использовать классификацию из 4 групп.

1. Изменения не превышают 10% территории (не измененные).
2. Изменения составляют 10-25% территории (слабо измененные).
3. Изменения составляют 25-50% территории (средне измененные).
4. Изменения составляют более 50% территории (сильно измененные).

## Рекомендуемая литература:

### Изданная

1. Горский И.И. **Детальная геологическая съемка с. Сухоложского.** / Тр. Геолкома, вып. 182, 1928.
2. Кейльман Г.А., Желобов П.П. и др. **Учебная геологосъемочная практика.** Учебное пособие. - Свердловск: Изд. СГИ им. В.В.Вахрушева, 1981.
3. Козин А.В. **Геофизические исследования Сухоложского полигона в Зауралье.** Учебное пособие.-Екатеринбург: Изд.УГГГА, 2004.
4. **Методическое руководство по геологической съемке масштаба 1: 50 000.** /Под редакцией Купмана А.С. – Л.: Недра, 1978.
5. Огородников В.Н. и др. **В краю потухших вулканов.** Учебное пособие. -Екатеринбург: Изд. УГГГА, 1997.
6. Огородников В.Н. и др. **Геологические маршруты по Сухоложскому и Каменскому полигонам.** Учебное пособие. – Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2002.
7. **Наставления по сбору и изучению палеозойских кораллов.** – М.: Наука, 1964.
8. **Наставления по сбору и изучению брахиопод.** – М.: Наука, 1962.
9. **Полевая геология: справочное руководство.** - Л., Недра, 1989.
10. Сигов А.П. **Геоморфология Урала.** – В сб.: Геология СССР, т. XII, ч. 1, кн. 2. –М.: Недра, 1969.

### Фондовая

1. Олерский В.П. и др. **Геологическая съемка и геологическое доизучение масштаба 1: 50 000 групповым методом Рефтинской площади.** –Свердловск, 1978.
2. Рыбалко В.А. и др. **Геологическое доизучение масштаба 1: 200 000 Адуйской площади, лист О-41-XXVI (Среднеуральская серия).** – Екатеринбург, 2002.

## Приложение 1

### План описания пород различных типов

Осадочные	Вулканогенные	Магматические
• Характер чередования типов пород по вертикали	• Характер чередования типов пород по вертикали	• Минеральный состав
• Тип переслаивания, ритмичность	• Тип переслаивания, ритмичность	• Полосчатость, линейность, их залегание
• Мощность образований общая	• Мощность образований общая	• Включения, ксенолиты, стяжения, пустоты, размер, ориентировка
• Характеристика специфических образований	• Характеристика специфических образований	• Границы фациальных зон
• Степень литификации	• Элементы залегания флюиальности, порфировых выделений, обломков	• Эндоконтактовые зоны
• Зернистость, размеры и форма зерен, их минеральный состав	• Состав, форма и размеры порфировых выделений, содержание	• Вторичные изменения
• Обломки пород, их состав, форма, окатанность, содержание, сортировка, ориентировка	• Включения, форма, размеры, окатанность, распределение по породе, содержание	
• Пористость, пустоты заполнения	• Основная масса, раскристаллизация, количество стекла, структура	
• Цемент, его состав, тип выполнения, содержание	• Характер дислокаций, трещиноватость	
• Вещественный состав (карбонатность, углистость, прожилки ...)	• Литокристалло-класты, форма, размер, сортированность, содержание	
• Запах, его интенсивность	• Обломки пород, состав, размер, форма, окатанность, содержание	
• Наличие и состав конкреций, стяжений, включений	• Цемент, структура, состав, тип выполнения, содержание	
• Органические остатки, сохранность, внешний облик, распределение	• Вторичные изменения (изменения окраски, структуры, состава, свойств)	

Метаморфические	Метасоматические
• Минеральный состав, форма и размер зерен	• Минеральный состав, форма и размер зерен
• Сланцеватость, кливаж, элементы залегания, соотношение кливажа с полосчатостью	• Метаморфическая зональность, ее направленность, интенсивность
• Изменения минералов и породы	• Название первичной породы
• Фация метаморфизма	
• Первичная порода	
• Ультраметаморфизм	

## Условные обозначения:

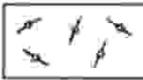
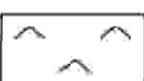
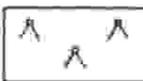
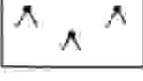
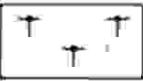
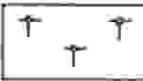
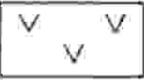
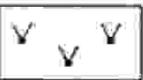
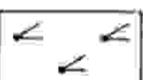
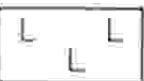
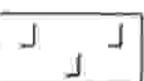
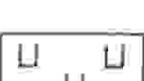
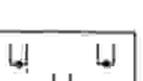
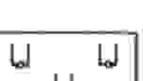
### Обломочные и глинистые породы разного состава

Рыхлые	Сцементированные

### ВУЛКАНОКЛАСТИЧЕСКИЕ ПОРОДЫ

#### Эксплозивно-обломочные породы сцементированные (туфы)

Туфы преобладающего состава	Петрохимические ряды		
	Нормальный	Субщелочной	Щелочной
кислого (риолитов и др.)			
среднего (андезитов и др.)			
основного (базальтов и др.)			
ультраосновного (пикритов и др.)			
Туфы разного состава			

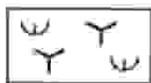
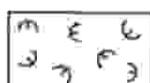
Состав	Петрохимические ряды		
	Нормальный	Субщелочной	Щелочной
Ва	 Риолиты	 Трахириолиты	 Комендиты
Т	 Риодациты	 Трахириодациты	 Пантеллериты
С	 Плагioriодациты	 Трахидациты	 Щелочные трахидациты
К	 Дациты	 Трахидациты	 Щелочные трахидациты
Д		 Трахиты	 Щелочные трахиты
Среднего	 Андезиты	 Трахиандезиты	
Р	 Андезибазальты	 Трахиандезибазальты, латиты	 Фонолиты
Основного			 Основные фонолиты
П	 Базальты	 Трахибазальты	 Щелочные базальтоиды
П	 Пикробазальты		 Основные фойдиты
Ультраосновного	 Пикриты	 Субщелочные пикриты	 Щелочные пикриты

## ВУЛКАНОГЕННО-ОСАДОЧНЫЕ ПОРОДЫ

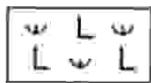
### Осадочно-пирокластические породы (туффы)

Сцементированные

Рыхлые



Псефитовый туфит разного состава



Псамитовый туфит основного состава



Пелитовый туфит преимущественно риолитового состава

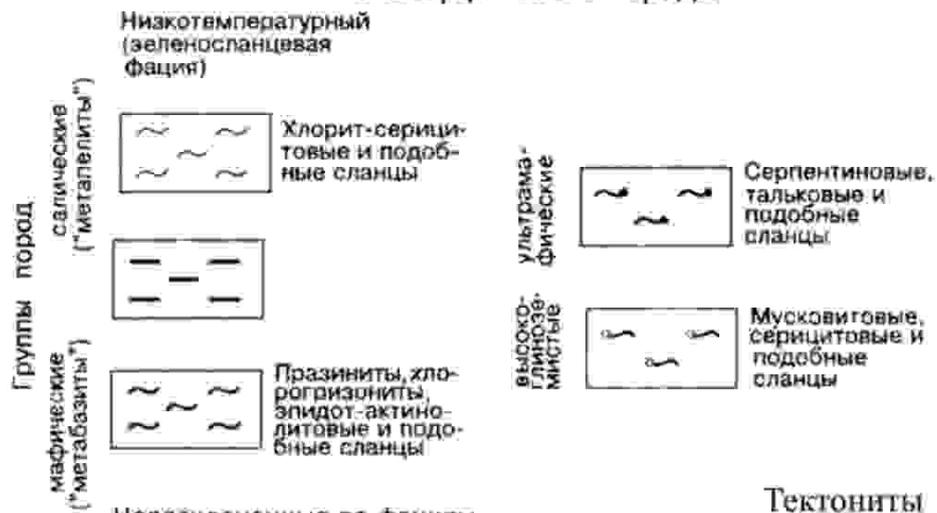
# СЕМЕЙСТВА ИНТРУЗИВНЫХ ПОРОД

## Петрохимические ряды

	Нормальный		Субщелочной		Щелочной	
Сильные		Лейкограниты		Субщелочные лейкограниты		Щелочные лейкограниты
		Граниты		Субщелочные граниты		Щелочные граниты
		Плагиограниты				
Средние		Гранодиориты		Граносиениты		Щелочные граносиениты
		Кварцевые диориты		Сиениты, кварцевые сиениты		Щелочные сиениты
		Диориты		Кварцевые монзониты и кварцевые монцодиориты		Фельдшпатовидные сиениты
Основные		Анортозиты		Монзониты, монцодиориты		Основные фельдшпатовидные сиениты
		Габброиды		Субщелочные габброиды		Щелочные габброиды
		Перкиты (пироксениты, гарнблендиты)				Основные фойдолиты
Ультраосновные		Перидотиты		Кимберлиты		Ультраосновные фойдолиты
		Дуниты				Мелилитолиты
		Ультрамафиты (гипербазиты) без расчленения				Карбонатиты
		Апогипербазитовые серпентиниты				

Порфиновые породы обозначаются комбинацией знаков видов или разновидностей пород с точками

## Метаморфические породы



### Нерасчлененные по фациям



### Тектониты



## СОСТАВ ЧЕТВЕРТИЧНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ



МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу

С.А. Упорев



## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

### ФТД.В.01 ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ТРУДА

Специальность:

*21.05.02 Прикладная геология*

Специализация № 4:

*Прикладная геохимия, минералогия, петрология*

форма обучения: очная

Автор: Полянок О.В., к.психол.н.

Одобрены на заседании кафедры  
*Управления персоналом*

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
(название кафедры)  
*Ветошкин*  
(подпись)

к.ф.н., доц. Ветошкина Т.А.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 17.04.2019  
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики  
(название факультета)  
Председатель \_\_\_\_\_  
(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 19.04.2019  
(Дата)

Екатеринбург  
2019

Методические указания по дисциплине «ТЕХНОЛОГИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ТРУДА» согласованы с выпускающей кафедрой минералогии, петрографии и геохимии

Заведующий кафедрой Коротеев Коротеев В.А.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	5
2 Методические указания по подготовке к опросу	9
3 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	10
4 Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	11
5 Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	12
Заключение	15
Список использованных источников	16

## ВВЕДЕНИЕ

**Самостоятельная работа студентов** может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

## **1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий**

**Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций.** Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации<sup>1</sup>. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентов с текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированным заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

---

<sup>1</sup> Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html/>

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированными заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированными заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.

2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.

3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированному заданию и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.

4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.

5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированным заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливаются заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один-два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

**Дискуссия** занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

**Метод «мозговой атаки»** или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в

качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

**Презентация**, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода *case-study*. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избежать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющих в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим метода

## **2. Методические указания по подготовке к опросу**

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

### ***Письменный опрос***

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

### ***Устный опрос***

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии<sup>2</sup>.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).

---

<sup>2</sup>Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii\\_dlya\\_studentov\\_21.pdf](http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf)

5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременности и эффективности использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)<sup>3</sup>.

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

### **3. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям**

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помочь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать

---

<sup>3</sup>Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: [http://priab.ru/images/metod\\_agro/Metod\\_Inostran\\_yazyk\\_35.03.04\\_Agro\\_15.01.2016.pdf](http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf)

авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;
- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

#### **4. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям**

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной

дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

## **5. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов**

*Экзамен* - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения

воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы (проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неувоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадет на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала, кратко записав это на листе бумаги, создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неустойчивый физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;

- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

- 1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;
- 2) добросовестное выполнение заданий;
- 3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;
- 4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;
- 5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;
- 6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;
- 7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.
2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально-ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html/>
3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml>
4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб.пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.
5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii\\_dlya\\_studentov\\_21.pdf](http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf)

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



Проректор по учебно-методическому  
комплексу С.А. Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ  
СТУДЕНТОВ**

**ФТД.В.03 ОСНОВЫ СОЦИАЛЬНОЙ АДАПТАЦИИ И  
ПРАВОВЫХ ЗНАНИЙ**

Специальность:  
*21.05.02 Прикладная геология*

Специализация №4

*Прикладная геохимия, минералогия, петрология*

форма обучения: очная

Автор: Полянок О.В., к.психол.н.

Одобрены на заседании кафедры  
*Управления персоналом*

Зав. кафедрой Ветош  
(подпись)

к.ф.н., доц. Ветошкина Т.А.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 17.04.2019  
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики  
(название факультета)  
Председатель Бондарев  
(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.  
(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 19.04.2019  
(Дата)

Екатеринбург  
2019

Методические указания по дисциплине «ОСНОВЫ СОЦИАЛЬНОЙ АДАПТАЦИИ И ПРАВОВЫХ ЗНАНИЙ» согласованы с выпускающей кафедрой минералогии, петрографии и геохимии

Заведующий кафедрой Коротеев Коротеев В.А.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	5
2 Методические указания по подготовке к опросу	9
3 Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	11
4 Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	13
5 Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	14
Заключение	17
Список использованных источников	18

## ВВЕДЕНИЕ

**Самостоятельная работа студентов** может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

*Аудиторная самостоятельная работа* по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

*Внеаудиторная самостоятельная работа* - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

## **1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий**

***Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций.*** Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации<sup>1</sup>. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентов с текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированным заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

---

<sup>1</sup> Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html/>

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированными заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированными заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.

2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.

3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированному заданию и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.

4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.

5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированным заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливаются заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один-два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

**Дискуссия** занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

**Метод «мозговой атаки»** или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с

целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

**Презентация**, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода *case-study*. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего

вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффективна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;

- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющих в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим методам

## 2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

### *Письменный опрос*

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучать лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избежать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

### *Устный опрос*

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии<sup>2</sup>.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременности и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

---

<sup>2</sup>Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii\\_dlya\\_studentov\\_21.pdf](http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf)

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)<sup>3</sup>.

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

---

<sup>3</sup>Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]:  
[http://priab.ru/images/metod\\_agro/Metod\\_Inostran\\_yazyk\\_35.03.04\\_Agro\\_15.01.2016.pdf](http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf)

### 3. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помочь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем – самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;

- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

#### 4. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

## 5. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

**Экзамен** - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятым, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным, выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы (проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неувоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на

то, что это не попадет на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала, кратко записав это на листе бумаги, создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неустойчивый физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее и ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или в учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать,

подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

- 1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;
- 2) добросовестное выполнение заданий;
- 3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;
- 4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;
- 5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;
- 6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;
- 7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.
2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально-ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://evolkov.net/case/case.study.html>
3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml>
4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.
5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: [http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii\\_dlya\\_studentov\\_21.pdf](http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf)